

# 第一章 緒論

隨著工藝技術的提昇，元件加工對表面平整度、線寬間隔、工差的要求更為嚴格。微元件其表面粗糙度足以左右訊號品質；加工深寬量誤差會影響繞射元件效能。而表面的量測可分為二維尺寸與三維輪廓的量測，其中以三維輪廓的量測最為複雜與困難。表 1.1 列出了三維輪廓的量測在各產業中的主要用途。

產業分類	三維輪廓量測主要測定對象
光學	產品的形狀，表面粗糙度，曲率及刮傷
光通訊	光纖端面，DWDM Filter 膜厚
半導體	晶圓的表面輪廓，BGA 與 Bump 的共面度
電子	錫高厚度
機械	外觀形狀，表面粗糙度

表 1.1 輪廓量測在各產業上的主要用途

三維表面輪廓儀大致可分為三大類：1 是探針式輪廓儀(Stylus Profiler)；2 是干涉光學輪廓儀(Interferometric Optical Profile)[1][2][3]；3 是掃描式探針顯微鏡(Scanning Probe Microscope, SPM)。其中探針式輪廓儀它是屬於接觸式，固有傷害待測物表面問題；而掃描式探針顯微鏡雖然是三者中解析最佳(不論是橫向或縱向解析)，屬於非接觸式，但量測速度慢；因此選擇干涉式光學輪廓儀，有著水平解析度可

達次微米(受繞射極限影響), 垂直解析度可達奈米尺寸, 屬於光學非接觸式, 不會對待測物表面造成傷害的優點。圖(1.1)是常見三維輪廓量測之範圍與解析度[4]。

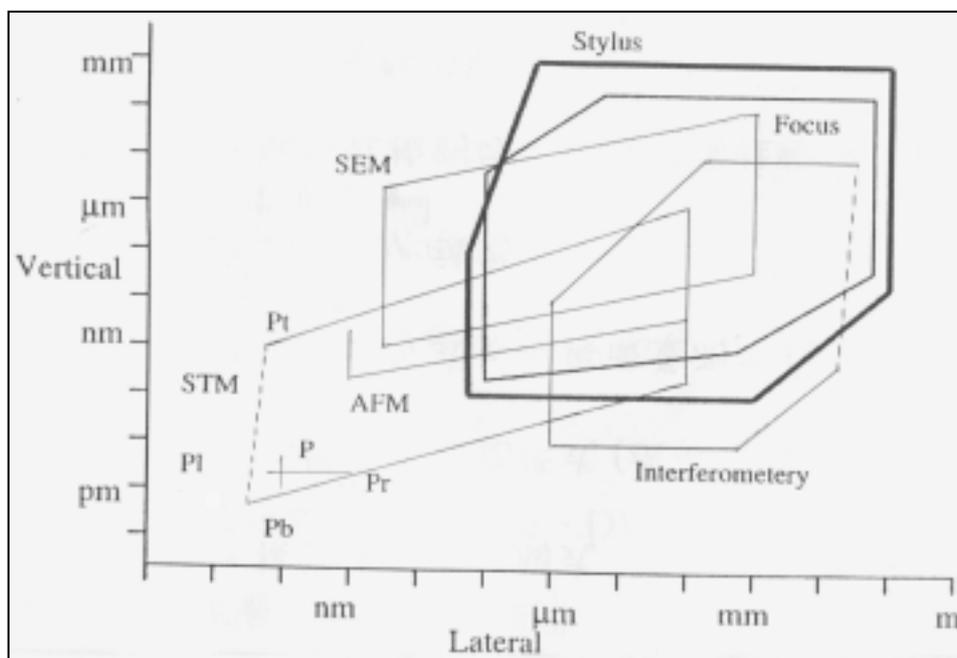


圖 1.1 三維輪廓量測之範圍與解析度

在干涉式光學輪廓儀的光源選擇上, 由於過去學長已經研究單波長雷射的量測以及利用雙波長模擬長波長的量測結果, 這些研究結果都會存在著相位判斷的錯誤, 所以造成量測上的限制。根據 Nyquist 取樣定理(Nyquist Criterion, Nyquist 1928): 取樣頻率至少是影像中最高空間頻率的兩倍才能表現出影像的細節。類推到 CCD 擷取數據上, 可解釋成相鄰像素點其光程差必須小於二分之一個週期, 由於光束到達參考面或樣品後反射回去才被 CCD 擷取, 相鄰取樣點的光程差值被放大一倍, 所以實際上系統的量測限制是相鄰取樣點的落差必

須小於四分之一波長。

因此選擇以白光為光源，架設一套量測系統。由於白光的同調長度較短，利用此特性可以決定待測物的絕對高度。同時配合白光相移的方法量測元件的相對高度，白光相移方法有二：一是利用 PZT 推動參考波面改變兩干涉光束光程差(相位差)、二是利用波片組的安排來產生相移。以白光基礎干涉式光學輪廓儀，理論上可以避開縱向量測深度的限制，結合使用相移法可達到奈米解析的準確度。本論文就是對此兩種相移法進行研究與分析。

白光干涉顯微鏡常見的基本型態如下，如圖(1.2)所示

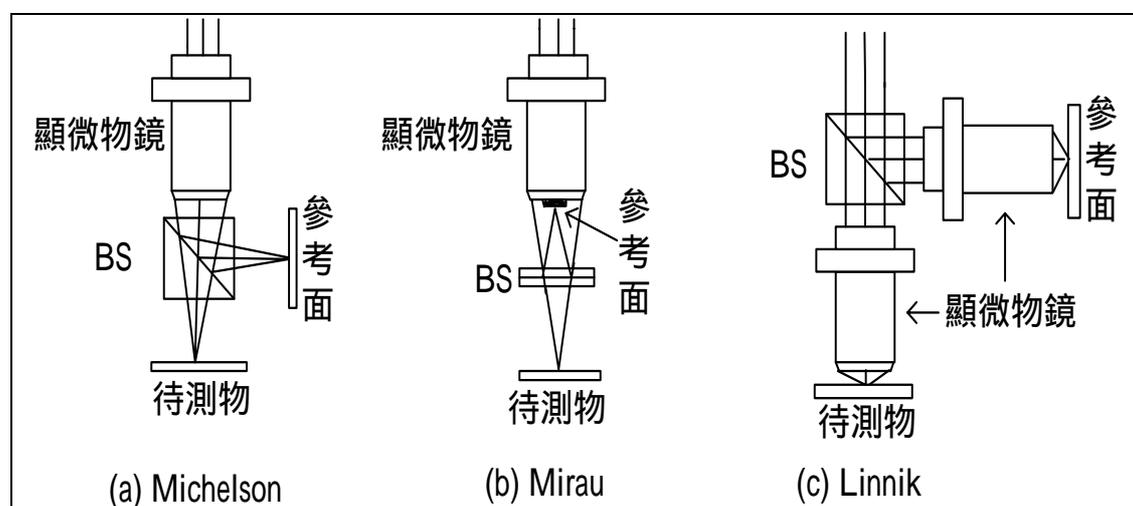


圖 1.2 白光干涉儀基本型態圖

# 第二章 白光干涉術理論與方法

## 2.1 簡介

本章將介紹白光相移干涉術(White-light Phase-shifting Interferometry)的理論。從白光干涉中引入相移技術(phase-shifting technique)來求得相位差，利用相位重建技術(phase unwrapping technique)來恢復相位重建的連續分布，進而重建三維表面輪廓。干涉儀可以量測被測波面(test wavefront)與參考波面(reference wavefront)間的相位差。若參考波面由標準平面反射產生，而被測波面由帶有高低起伏的待測面反射產生，則被測波面與參考波面間的相位差就是反映此待測物的表面輪廓。關係如下

$$h(x, y) = \frac{\lambda}{4\pi} \phi(x, y)$$

$h$  表示被測面相對於參考面的表面高度分布， $\lambda$  表示光源波長， $\phi$  為相位差。此式是針對垂直入射光而言。

對於白光干涉儀，我們分析了三種可能性，第一利用零階干涉條紋鑑定法(垂直掃描干涉儀)、第二是假設同調性的局部近似相移演算法、第三是使用消色差相移術。其中第一種方法是利用白光同調長度短的特性進行量測、第二與第三種方法是不同相移法求初始解的方法。

## 2.1.1 推動相移的方法<sup>[5]</sup>

控制經過參考面和待測物面的兩道光波的相對相移量有多種方法的。最直接的的方法是利用電壓控制 PZT(Piezo-electric Transducer)的伸長量來改變參考面或被測面的位置，形成相移。傾斜玻璃平板、移動繞射光柵、半波片(half-wave plate)或波片組都可以造成干涉的光束之間相差的改變，如圖(2.1)所示

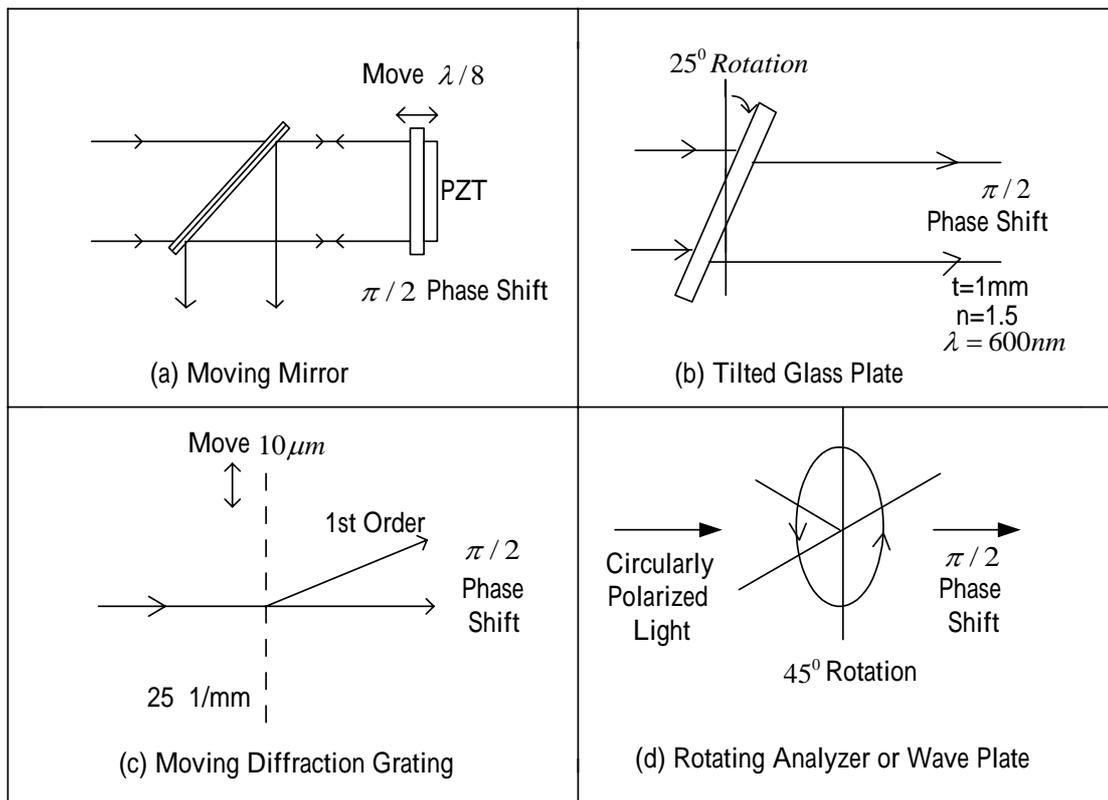


圖 2.1 干涉儀中推動相移的四種方法

## 2.2 零階干涉條紋鑑定法<sup>[6]</sup>

在白光干涉儀，條紋能見度直接關係到兩個干涉臂的光程差。一個很短的同調長度的光源，當利用 PZT 進行掃描時，零階干涉條紋能被接收到藉由一個簡單最大強度。使用這可能性去完成高解析輪廓儀可能性。通常選擇 Mirau 型干涉型態，如圖(2.3)所示。這樣一個實際的架構已經被建立出來了。

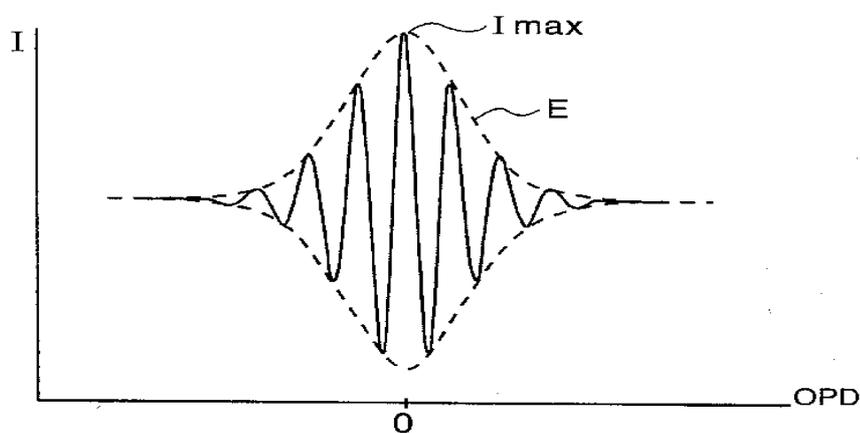


圖 2.2 常見白光光源光程差與強度關係

由圖(2.2)，可知零階干涉條紋干涉法就是利用白光同調長度很短的特性，找出峰值強度(也就是零光程差的位置)定下位置，對於某位置用 CCD 作二維空間強度紀錄，再逐步作步進掃描距離，紀錄所有強度值。對於三維空間把所有的最大強度值還原，便可求得三維輪廓。

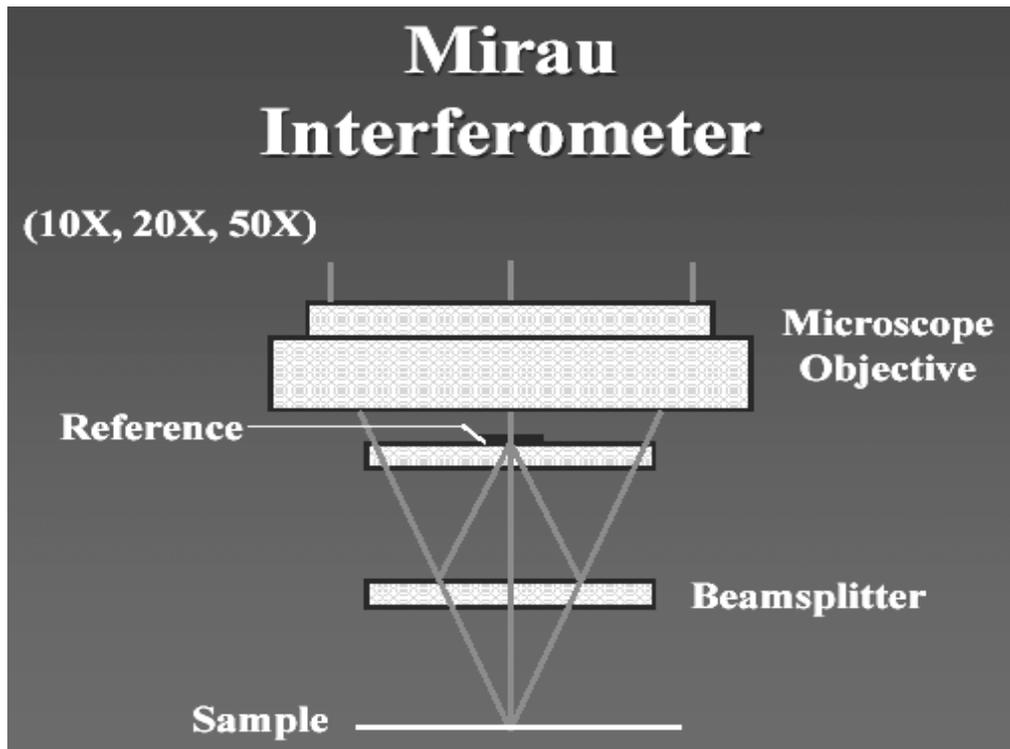


圖 2.3 商業上常用 Mirau 干涉儀架構

論文[6]用此法所量測的結果如圖(2.4)所示，此為化學蝕刻的矽樣品表面輪廓，利用移動 256 次，每次移動 14nm 的結果，得到步階高度高度為  $3.015 \mu\text{m}$ 。

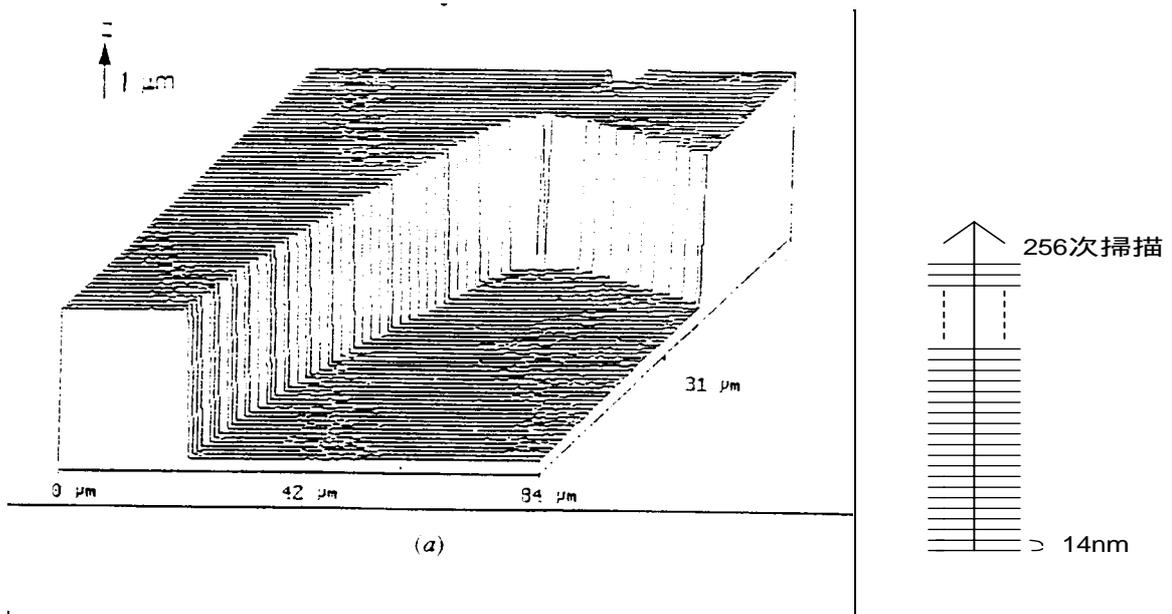


圖 2.4 化學蝕刻的矽樣品表面輪廓圖

利用這個方法其優點是沒有傳統相位重建發生誤判的問題，可以量測更深的步階深度，且程式化簡單，因為只要找出每一像素的最大強度即可。其缺點是所花費時間與步進間隔有關，步進間隔大，所花時間較少，但精準度差，步進間隔小，所花時間較久，但精準度高。然而一般這樣量測縱向解析度還是沒有相移法縱向解析度好，原因是在偵測最大強度時可能不是最大強度值，加上 CCD 本身有其極限，強度峰值並不是落在 CCD 畫素 pixel 裡面，因此造成些許誤差。

## 2.3 局部線性相移假設<sup>[7]</sup>

對於一個麥克森干涉儀架構，光源是多色的，在成像面上所得強度  $I(z)$  與兩干涉臂光程差有關，關係如下

$$I(\tau) = I_1 + I_2 + 2[I_1 I_2]^{1/2} \gamma_{11}^r(\tau) \quad (2.1)$$

$\gamma_{11}^r(\tau)$  是  $\gamma_{11}(\tau)$  實數部分， $\tau$  是兩光程差的時間延遲， $\gamma_{11}(\tau)$  是光源震動自同調函數(self coherence function)  $\Gamma_{11}(\tau)$  的歸一化

$$\gamma_{11}(\tau) = \Gamma_{11}(\tau) / \Gamma_{11}(0) \quad , \quad \Gamma_{11}(\tau) = \langle U(t+\tau)U^*(t) \rangle \quad (2.2)$$

$U(t)$  是一個關係到電磁波的實函數。在這多色光源(polychromatic light)的案例， $U(t)$  能被寫成下面富氏積分的的式子

$$U(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\nu) \exp\{i[\Phi(\nu) - 2\pi\nu t]\} d\nu \quad (2.3)$$

把式子(2.3)帶入式子(2.2)可得

$$\Gamma_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |a(\nu)|^2 \exp(-i2\pi\nu\tau) d\nu \quad (2.4)$$

這式子列出了  $\Gamma_{11}(\tau)$  是功率光譜密度函數(power spectral density function)的富氏轉換，這結果便是大家所知的 Wiener-Khintchine 理論。

我們考慮一個高斯功率光譜密度(Gaussian power spectral density)分佈的多色光源，功率光譜密度函數和自同調函數如下：

$$|a(\nu)|^2 = G \exp\left\{-\left(\frac{\nu - \bar{\nu}}{\Delta\nu}\right)^2\right\} \quad (2.5)$$

$$\Gamma_{11}(\tau) = G \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\left(\frac{\nu - \bar{\nu}}{\Delta\nu}\right)^2\right\} \exp(-i2\pi\bar{\nu}\tau) d\nu \quad (2.6)$$

G 是一個常數，與平均功率有關， $\bar{\nu}$  是中心頻率(central frequency)。

可以計算富氏轉換得到  $\Gamma_{11}(\tau)$  最後的式子

$$\Gamma_{11}(\tau) = G\pi\Delta\nu \exp\left[-(\pi\tau\Delta\nu)^2\right] \exp(-i2\pi\bar{\nu}\tau) \quad (2.7)$$

其中  $\Gamma_{11}(0) = G\pi\Delta\nu$ ，所以歸一化後的  $\gamma_{11}(\tau)$  如下

$$\gamma_{11}(\tau) = \exp\left[-(\pi\tau\Delta\nu)^2\right] \exp(-i2\pi\bar{\nu}\tau) \quad (2.8)$$

最後強度被寫成如下：

$$I(z) = I_1 + I_{surf}(Q) + 2[I_1 I_2]^{1/2} \exp\left[-(\pi\tau\Delta\nu)^2\right] \cos(2\pi\bar{\nu}\tau) \quad (2.9)$$

當兩束白光照射產生干涉，產生干涉圖案的強度可以改寫成

$$I(z) = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} g(z) \cos[4\pi\bar{\sigma}z + \phi_0] \quad (2.10)$$

其中  $I_1$  和  $I_2$  是兩入射光， $\bar{\sigma}$  是光源的平均波數， $\phi_0$  是可調制的相位差， $2z$  是光程差， $g(z) = \exp[-(2\pi z \Delta\sigma)^2]$ ， $g(z)$  與光程差有關，為了相位量測的目的，我們可把方程改寫成下列形式

$$I(z) = I_0(1 + Vg(z)\cos(\phi(z))) \quad (2.11)$$

其中  $I_0 = I_1 + I_2$  為背景強度， $V = 2(I_1 I_2)^{1/2} / (I_1 + I_2)$  為條紋能見度， $Vg(z)$  為條紋對比函數， $\phi(z) = 4\pi\bar{\sigma}z + \phi_0$  為相位項。在白光干涉儀中，如果相移的產生是利用 PZT 改變  $z$  的距離，它不僅僅改變  $\phi(z)$  相位項，也改變  $g(z)$  的值，所以傳統相移演算法必須進行修正，這樣才能適用於白光相移干涉術中。

為了避開這個問題，假設了同調函數的局部線性 (coherence function as locally linear)。對於  $z$  方向的小變化  $\delta z_1$  和  $\delta z_2$ ，我們可寫成

$$g(z + \delta z_1) = g(z) + a\delta z_1 \quad (2.12)$$

$$g(z + \delta z_2) = g(z) + a\delta z_2 \quad (2.13)$$

其中  $a$  表示局部斜率 (local slope) 等於  $dg(z)/dz$ ，將方程式 (2.12) 乘以  $\delta z_2 / (\delta z_2 - \delta z_1)$ ，方程式 (2.13) 乘以  $\delta z_1 / (\delta z_2 - \delta z_1)$ ，最後可以得到

$$g(z) = \frac{\delta z_2}{\delta z_2 - \delta z_1} g(z + \delta z_1) - \frac{\delta z_1}{\delta z_2 - \delta z_1} g(z + \delta z_2) \quad (2.14)$$

假如  $\delta z_2 = \delta\phi / 4\pi\bar{\sigma}$  和  $\delta z_1 = (\delta\phi - 2\pi) / 4\pi\bar{\sigma}$ ，對於  $z$  值產生的相位變化是  $\delta\phi$  和  $\delta\phi - 2\pi$ ，也就是相位項分離  $2\pi$ 。不過對於餘弦函數因此導致相

同的值。從上面式子可以知道，已經把在  $z$  的同調函數  $g(z)$  寫成  $g(z + \delta\phi/4\pi\bar{\sigma})$  和  $g(z + (\delta\phi - 2\pi)/4\pi\bar{\sigma})$  的形式，因此我們能獲得白光干涉輸出的強度

$$I(z, \delta\phi) = \frac{\delta\phi}{2\pi} I\left(z + \frac{\delta\phi - 2\pi}{4\pi\bar{\sigma}}\right) + \left(\frac{2\pi - \delta\phi}{2\pi}\right) I\left(z + \frac{\delta\phi}{4\pi\bar{\sigma}}\right) \quad (2.15)$$

強度的正確性只有在  $\delta\phi$  很小時才可以決定，也是說同調函數在間隔為  $(z + (\delta\phi - 2\pi)/4\pi\bar{\sigma}, z + \delta\phi/4\pi\bar{\sigma})$  時能被當成線性。圖(2.5)說明白光干涉強度對光程差的響應，曲線(a)是理想干涉強度分佈，曲線(b)是局部線性的干涉強度分佈，向下分離 0.5 強度單位為了分離兩曲線，比較好觀察比較

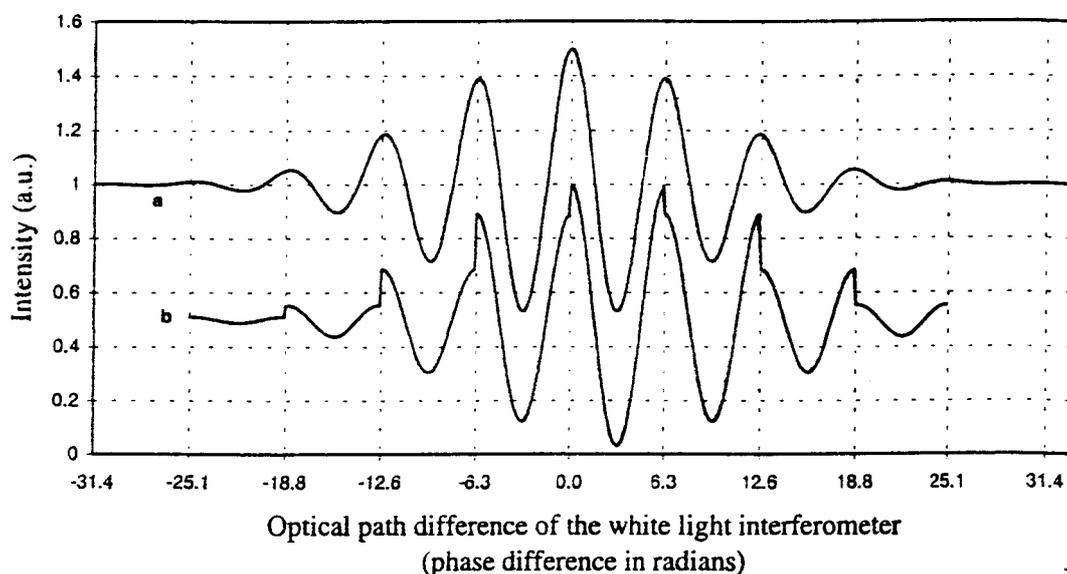


圖 2.5 光程差與強度的關係

曲線(a)是一個選擇高斯光源光譜，100W 鎢鹵素燈，曲線(b)看出了類似餘弦函數週期，也有一些不連續點，從圖中可以看出局部

線性相移假設所造成的誤差為何，利用這樣強度被用來使用傳統相移術(七步相移術)來計算初始相位。

### 2.3.1 七步相移演算法

回到白光的干涉方程式(2.11)如下列形式

$$I(z, \delta\phi) = I_0(1 + Vg(z) \cos(\phi(z) + \delta\phi)) \quad (2.16)$$

在此， $Vg(z)$ 的乘積是一個固定值且當成一個未知數。古典相移演算法因此能被使用來計算得到相位項 $\phi(z)$ 。一個大家所熟悉使用的四點演算法，或說是五點演算法，主要是有一點沒移動位置(或說相位)，進而推廣到七點演算法，其中考慮了局部線性 $3\pi$ 相位變化(或說1.5個條紋數)，分別相移的強度表示如下，

$$I_{-3} = I\left(z - \frac{3}{8\bar{\sigma}}\right) = I_0\left(1 + Vg\left(z - \frac{3}{8\bar{\sigma}}\right) \cos\left(\phi(z) - 3\frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (2.17)$$

$$I_{-2} = I\left(z - \frac{1}{4\bar{\sigma}}\right) = I_0\left(1 + Vg\left(z - \frac{1}{4\bar{\sigma}}\right) \cos(\phi(z) - \pi)\right) \quad (2.18)$$

$$I_{-1} = I\left(z - \frac{1}{8\bar{\sigma}}\right) = I_0\left(1 + Vg\left(z - \frac{1}{8\bar{\sigma}}\right) \cos\left(\phi(z) - \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (2.19)$$

$$I_0 = I(z) = I_0(1 + Vg(z) \cos(\phi(z))) \quad (2.20)$$

$$I_1 = I\left(z + \frac{1}{8\bar{\sigma}}\right) = I_0\left(1 + Vg\left(z + \frac{1}{8\bar{\sigma}}\right) \cos\left(\phi(z) + \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (2.21)$$

$$I_2 = I(z + \frac{1}{4\sigma}) = I_0(1 + Vg(z + \frac{1}{4\sigma})\cos(\phi(z) + \pi)) \quad (2.22)$$

$$I_3 = I(z + \frac{3}{8\sigma}) = I_0(1 + Vg(z + \frac{3}{8\sigma})\cos(\phi(z) + 3\frac{\pi}{2})) \quad (2.23)$$

其中之間的關係可寫成

$$I_{-3} + 3I_1 = 4I_0(1 + Vg(z)\cos(\phi(z) + \pi/2)) \quad (2.24)$$

$$2I_{-2} + 2I_2 = 4I_0(1 + Vg(z)\cos(\phi(z) + \pi)) \quad (2.25)$$

$$3I_{-1} + I_3 = 4I_0(1 + Vg(z)\cos(\phi(z) + 3\pi/2)) \quad (2.26)$$

方程式(2.24)-(2.26) 的表示式，強度符合相移了  $\delta\phi = \pi/2, \pi, 3\pi/2$

的關係，利用這三個方程式，可以得到相位項  $\phi(z)$  與相移強度的關係

$$\phi(z) = \tan^{-1} \frac{3I_{-1} + I_3 - I_{-3} - 3I_1}{4I_0 - 2I_{-2} - 2I_2} \quad (2.27)$$

也就是說，在七步演算法中，七步相移的量分別是： $-3\pi/2, -\pi, -\pi/2,$

$0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 。圖(2.6)說明了計算相位與正確相位之間的誤

差，橫軸是白光干涉的光程差，單位是徑度，縱軸是相位誤差，單位

是徑度。相位誤差在兩邊呈現假週期訊號，最小誤差出現在光程差大

約  $\pm 10$  徑度位置，在此範圍相位誤差小於 0.01 徑度，也是說高度誤差

小於  $\lambda/1256$ ，由  $(h = \frac{\lambda}{4\pi}\phi = \frac{\lambda}{4\pi} \times 0.01 = \frac{\lambda}{1256})$ 。故在光程差 -4 到 4 (徑

度 -12.6~12.6) 之間，局部線性七步相移演算法所得相位還是很精準

的。

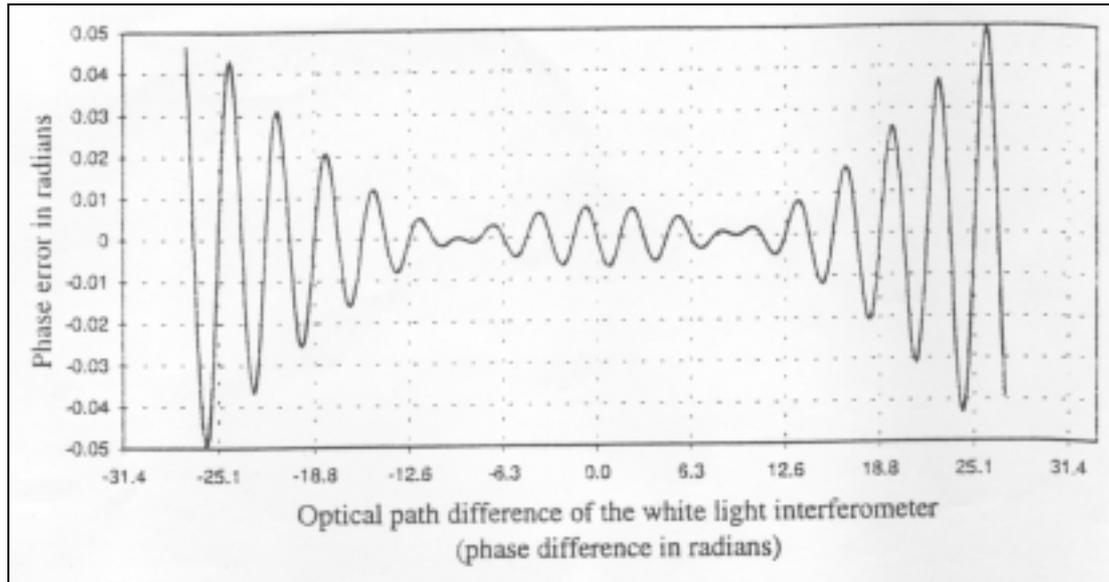


圖 2.6 相位(單位是徑度)計算的誤差

由上面式子，也能決定對比度項(contrast term)  $C$

$$C=8I_0Vg(z)=\frac{3I_{-1}+I_3-I_{-3}-3I_1}{\sin\phi(z)} \quad (2.28)$$

或

$$C=8I_0Vg(z)=\frac{4I_0-2I_{-2}-2I_2}{\cos\phi(z)} \quad (2.29)$$

(當  $\sin\phi(z)$  大於  $\cos\phi(z)$  時使用(2.28)式，否則使用(2.29)式)。

## 2.4 消色差相移術<sup>[8][9][10]</sup>

利用偏極波片組的旋轉來產生相位改變，在相移過程中，對於白光範圍所有波長的光，相移改變量幾乎相等，故此稱為消色差相移術(Achromatic phase shifter)。

對於寬波帶範圍的光源我們選擇消色差相移術，然而消色差相移

術是利用偏極波片組合，藉由旋轉波片或線偏極片為主來產生消色差相移，後面會簡單介紹。

經過實驗架構的安排，入射消色差波片組前是兩互相正交的偏極態，一個為水平偏極(方位角 0 度)、一個為垂直偏極(方位角 90 度)。波片組的安排是先通過半波片夾方位角 15 度，再通過四分之一波片夾方位角 75 度，波片的設計是對於平均波長設計( $\lambda = 550\text{nm}$ )，線偏極片夾  $\theta$  角，架構如圖(2.7)所示

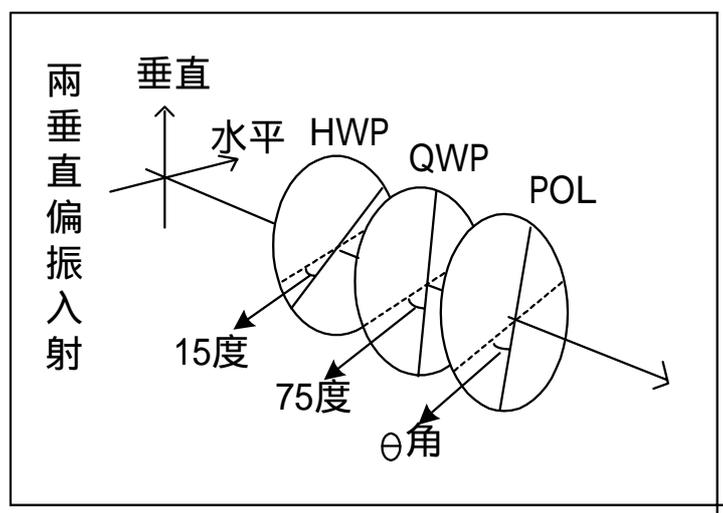


圖 2.7 消色差波片組的安排

線偏極片是可旋轉的，可得到不同的相移量，理論上水平偏極光經過半波片夾 15 度及四分之一波片夾 75 度是個右旋圓偏極光；垂直偏極光經過半波片夾 15 度及四分之一波片夾 75 度是個左旋圓偏極光，最後經過線偏極片取分量進行干涉。當旋轉線偏極片角度時，會造成相位差改變，形成相移結果，這也是消色差相移技術所在，後面會利用理論推導來說明。

## 2.4.1 Jones 矩陣計算<sup>[11][12]</sup>

### 2.4.1.1 Jones 向量

一個偏極態通常可以用兩個基本向量加以描述，此二維向量稱為 Jones 向量。在卡式座標(Cartesian coordinate)內，其 X 軸及 Y 軸假設為任意的方向，一頻率為  $\omega$  並延著正 Z 方向行進的光波，可將其電場分解為 x 方向及 y 方向的分向量，如(2.30)所示

$$\vec{E}(z,t) = \vec{i}E_x e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_x)} + \vec{j}E_y e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_y)} \quad (2.30)$$

可進一步將其寫成一個二維的向量

$$\vec{E}(z,t) = \begin{bmatrix} E_x e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_x)} \\ E_y e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \delta_y)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x e^{-j\delta_x} \\ E_y e^{-j\delta_y} \end{bmatrix} e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z)} \quad (2.31)$$

若相同部份可以省略，則電場可以表示成

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x e^{-j\delta_x} \\ E_y e^{-j\delta_y} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

此即為 Jones 向量。表 2.1 列出一些偏極態的 Jones 向量的表示式

光偏極態	Jones 向量
x 方向的線偏振光	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

y 方向的線偏振光	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
與 x 軸夾 $\theta$ 角的線偏振光	$\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$
左旋圓偏極光	$\begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$
右旋圓偏極光	$\begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$
左旋正橢圓偏極光	$\frac{1}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \begin{bmatrix} E_x \\ jE_y \end{bmatrix}$
右旋正橢圓偏極光	$\frac{1}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \begin{bmatrix} E_x \\ -jE_y \end{bmatrix}$

表 2.1 一些偏極態之 Jones 向量表示式

## 2.4.1.2 Jones 矩陣

在不考慮光學元件與光之間的交互作用的情況下，僅考慮其對偏極態所造成的影響，一般可用一 2x2 階的矩陣(Jones matrix)加以表示此光學元件作用。數學表示為下式

$$\begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

其中  $\begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix}$  表示離開光學元件後之偏極態，而  $\begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$  則為入射此光學元件前之偏極態。而此矩陣 T 便是 Jones 矩陣，表 2.2 列出常見的光學元件之 Jones 矩陣表示式

光學元件	Jones 矩陣
偏極板: 穿透軸為 X 軸	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
偏極板: 穿透軸為 Y 軸	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
偏極板: 穿透軸與 X 軸夾 角	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$
相位延遲板 (phase retarder): 快軸與 X 軸夾 角, 快慢軸相位延遲 角	$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta + e^{-j\delta} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-j\delta}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-j\delta}) & \sin^2 \theta + e^{-j\delta} \cos^2 \theta \end{bmatrix}$
1/2 波片 (HWP)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
1/4 波片 (QWP) 慢軸與 y 軸重合	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix}$
1/4 波片 (QWP) 慢軸與 x 軸重合	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}$

表 2.2 常用光學元件之 Jones 矩陣表示式

因此消色差波片組便是利用經過數個波片與線偏極片來產生相移, 進一步求得相位, 其中相位與振幅可以利用 Jones 矩陣計算, 由表 2.1 與表 2.2 可知一些型態的 Jones 矩陣。一般水平線偏極電場表示成

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

垂直線偏極電場表示成

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

旋轉方位角  $\theta$  的 Jones 矩陣， $R(\theta)$  是單位矩陣

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

延遲波片的 Jones 矩陣，可表示成

$$T = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta}) & e^{-i\delta} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

所以半波片 ( $\delta_1$ ) 延遲矩陣可表示成

$$T_{\pi} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta_1} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_1}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_1}) & e^{-i\delta_1} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

同理四分之一波片 ( $\delta_2$ ) 矩陣可表示成

$$T_{\pi/2} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta_2} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_2}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_2}) & e^{-i\delta_2} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

所以利用上面方法計算水平偏極態經過此架構在通過二分之一波片

與四分之一波片時的偏振態。所得結果如下

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= \begin{pmatrix} E_{px} \\ E_{py} \end{pmatrix} = e^{i(3\pi/4)} \left( T_{\theta=75^\circ, \delta=\pi/2} \right) \left( T_{\theta=15^\circ, \delta=\pi} \right) \vec{E} \\ &= e^{i(3\pi/4)} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta_2} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_2}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_2}) & e^{-i\delta_2} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta_1} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_1}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_1}) & e^{-i\delta_1} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中對於設計波長 550nm ,  $\delta_1 = \pi$ 、  $\delta_2 = \pi/2$  , 最後結果如下

$$\vec{E}' = \begin{pmatrix} 0.3536 + 0.6124i \\ -0.6124 + 0.3536i \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

把複數轉換成振幅與相位關係

$$\vec{E}' = \begin{pmatrix} 0.7071 \exp(\pi/3) \\ 0.7071 \exp(5\pi/6) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

可以看出慢軸領先快軸相位 90 度 , 振幅相等 , 是一個右旋圓偏振光。

以此類推 , 當一垂直偏極態入射經過波片組在四分之一波片後的偏極

態為左旋圓偏極

$$\begin{aligned} \vec{E}'' &= \begin{pmatrix} E_{px} \\ E_{py} \end{pmatrix} = e^{i(-3\pi/4)} \left( T_{\theta=75^\circ, \delta=\pi/2} \right) \left( T_{\theta=15^\circ, \delta=\pi} \right) \vec{E}' \\ \vec{E}'' &= e^{i(-3\pi/4)} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta_2} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_2}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_2}) & e^{-i\delta_2} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + e^{-i\delta_1} \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_1}) \\ \cos \theta \sin \theta (1 - e^{-i\delta_1}) & e^{-i\delta_1} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -0.3536 + 0.6124i \\ 0.6124 + 0.3536i \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0.7071 \exp(2\pi/3) \\ 0.7071 \exp(\pi/6) \end{pmatrix} \quad (2.36) \end{aligned}$$

快軸領先慢軸 90 度所以是一個左旋圓偏極。

繼續討論水平線偏振在四分之一波片後的結果是右旋圓偏振可

改寫成下列表示式

$$\begin{aligned}\vec{E}' &= \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3536 + i0.6124 \\ -0.6124 + i0.3536 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0.250 \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) + 0.750 \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) + i0.866 \sin\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) \\ 0.433 \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) - 0.433 \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) + i0.500 \sin\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (2.37)\end{aligned}$$

同理垂直線偏振在四分之一波片後的結果是左旋圓偏振可改寫成下

列表示式

$$\begin{aligned}\vec{E}'' &= \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.3536 + i0.6124 \\ 0.6124 + i0.3536 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -0.250 \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) - 0.750 \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) + i0.866 \sin\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) \\ -0.433 \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) + 0.433 \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) + i0.500 \sin\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (2.38)\end{aligned}$$

其中  $\delta_1$  是任何波長對半波延遲片的延遲相位， $\delta_2$  是任何波長對四分之一

延遲波片的延遲相位，對於中心波長  $\lambda_0 = 550\text{nm}$ ，其中  $\delta_1 = 180^\circ$  和

$\delta_2 = 90^\circ$ 。一般使用雲母波片設計，各波長對波片造成的振幅  $E_x$ ， $E_y$  和

相位差關係，可利用上面方程式計算，結果在下表

波長(nm)	振幅 $E_x$	振幅 $E_y$	$E_x$ 和 $E_y$ 相位差
450	0.724	0.687	87.7
550	0.707	0.707	90.0
700	0.739	0.675	88.3

表 2.3 各波長輸出振幅與相位差

振幅大致一樣，相位差對所有波長接近 90 度，表示了這樣的組合是一個消色差圓偏極結果。其中方程式中令

$$\alpha_1 = 0.250 \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right), \quad \alpha_2 = 0.750 \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right), \quad \alpha_3 = 0.866 \sin\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right),$$

$$\alpha_4 = 0.433 \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right), \quad \alpha_5 = 0.433 \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right), \quad \alpha_6 = 0.500 \sin\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right)$$

則方程式改寫成

$$\vec{E}' = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + i\alpha_3 \\ \alpha_4 - \alpha_5 + i\alpha_6 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

0° 線偏入射通過夾角線偏振後的電場分佈為

$$\vec{E}_\theta' = \begin{pmatrix} E_{px} \\ E_{py} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 + i\alpha_3 \\ \alpha_4 - \alpha_5 + i\alpha_6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \theta + (\alpha_4 - \alpha_5) \sin \theta + i(\alpha_3 \cos \theta + \alpha_6 \sin \theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

同理，90° 線偏入射通過夾角線偏振後的電場分佈為

$$\vec{E}_\theta'' = \begin{pmatrix} E_{px} \\ E_{py} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\alpha_1 - \alpha_2 + i\alpha_3 \\ -\alpha_4 + \alpha_5 + i\alpha_6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ (\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta + (\alpha_5 - \alpha_4) \cos \theta + i(\alpha_6 \cos \theta - \alpha_3 \sin \theta) \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

分別計算 0° 線偏入射與 90° 線偏入射後的相位，分別以  $\phi_1$  和  $\phi_2$  表示

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left( \frac{\alpha_3 \cos \theta + \alpha_6 \sin \theta}{(\alpha_1 + \alpha_2) \cos \theta + (\alpha_4 - \alpha_5) \sin \theta} \right) \quad (2.42)$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\alpha_6 \cos \theta - \alpha_3 \sin \theta}{(\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta + (\alpha_5 - \alpha_4) \cos \theta} \right) \quad (2.43)$$

下表為列出 0° 線偏入射與 90° 線偏入射在不同角度的設定時的相位

$\phi$  , 其中  $\psi$  為相移量 , 波長選擇 450nm , 550nm , 700nm , 角度 設計 0 , 45 , 60 , 90 , -45 , -60 , -90 度

$\theta$	$0^\circ$ 線偏極輸入					
	$\lambda = 450nm$		$\lambda = 550nm$		$\lambda = 700nm$	
	$\phi$	$\psi$	$\phi$	$\psi$	$\phi$	$\psi$
0	72.2		60.0		43.6	
45	116.9	44.7	105.0	45.0	87.1	43.5
60	132.7	60.5	120.0	60.0	102.8	59.2
90	164.5	92.3	150.0	90.0	135.3	91.7
-45	29.7	-42.5	15.0	-45.0	1.7	-41.9
-60	15.1	-57.1	0.0	-60.0	346.9	-56.7
-90	344.5	-87.7	330.0	-90.0	315.3	-88.3

表2.4 各波長對於0度線偏極輸入角度與相位關係

$\theta$	$90^\circ$ 線偏極輸入					
	$\lambda = 450nm$		$\lambda = 550nm$		$\lambda = 700nm$	
	$\phi$	$\psi$	$\phi$	$\psi$	$\phi$	$\psi$
0	15.5		30.0		44.7	
45	330.3	-45.2	345.0	-45.0	358.3	-46.4
60	316.0	-59.5	330.0	-60.0	344.0	-60.6
90	287.8	-87.7	300.0	-90.0	316.4	-88.3
-45	63.1	47.6	75.0	45.0	92.9	48.3
-60	78.5	60.5	90.0	60.0	107.9	59.2
-90	107.8	92.5	120.0	90.0	136.4	91.7

表 2.5 各波長對於 90 度線偏極輸入角度與相位關係

相位差  $\phi_0$  可以定義如下

$$\phi_0 = \phi_1 - \phi_2 \quad (2.43)$$

可以看出相位差是角度  $\theta$  的函數，隨線偏極片旋轉而改變。這相移是附加在測試表面與反射面造成相位差上。下表列出固定  $\theta = 0$  度求出波長對應的相位差  $\phi_0$ ，再旋轉  $\theta = 45, 90, 135$  度觀察其結果

	相位差 $\phi_0$	(單位:弧度)		
波長(nm)	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 135^\circ$
450	57.7	146.6	236.7	326.6
550	30.0	120.0	210.0	300.0
700	-1.0	88.8	178.9	268.8

表 2.6 各波長在角度  $\theta$  設定時的相位差

波長(nm)	45 度	90 度	135 度
450	89.9	180.0	269.9
550	90.0	180.0	270.0
700	89.9	180.0	269.9

表 2.7 各波長對於  $\theta = 0$  度時相位差的相移改變量

由上面結果可以證實這樣架構的波片組確實有消色差相移效果，因為

對於所有波長相移的改變量幾乎相等。然而，可以看出旋轉線偏極片時可以得到  $2\pi$  的相移量，所以相移技術主要是當旋轉線偏極片時，水平線偏入射光的相移約  $\pi$  角，垂直線偏入射光的相移約  $-\pi$  角，所以得到相位移動約  $2\pi$  的改變，這也說明白光干涉相移術選擇消色差相移時有很好的利用依據，不改變光程差，不會造成同調函數  $g(z)$  的改變，旋轉線偏極片，便可達到相移的結果，且對光源多波段有幾乎相同相移，便可達成量測目的。

## 2.4.2 消色差相移演算法<sup>[13]</sup>

相移干涉術的目的即在求解未知數  $\phi$ ，進而得到表面高度分布。在本單元相移是利用旋轉線偏極片得到  $2\pi$  的相移量。因此從文獻中找出幾個相移用演算法，希望能找出比較適合本套系統的相移演算法。

由(2.16)式中，當兩束白光照射產生干涉，產生干涉圖案的強度可以寫成

$$I'(z, \delta\phi) = I_0(1 + Vg(z)\cos(\Delta\phi(z) + \delta\phi)) \quad (2.44)$$

其中  $I_0 = I_1 + I_2$  是背景光， $V = 2(I_1 I_2)^{1/2} / (I_1 + I_2)$ ， $g(z) = \exp[-(2\pi z \Delta\sigma)^2]$ ，

又因為消色差相移術，相移時並沒有改變光程差，也就是  $z$  的位置，所以是個固定數，因此  $Vg(z)$  可當成一個未知數， $\Delta\phi(z)$  為相位項， $\delta\phi$

是調制相位項，是個已知外加項(旋轉 來決定)。所以  $\Delta\phi(z)$  是可以解的，但必須至少有三個以上的方程式。通常使用的相移演算法有三步演算法、四步演算法、五步演算法等。

### (1) 三步演算法(three-step algorithms)

以 CCD 擷取三個強度值  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ ，通常選擇 2 種角度相移，一個是相移 90 度，演算方程式可表示如下式

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi + \frac{\pi}{4}\right) \right] \\ I_2 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi + \frac{3\pi}{4}\right) \right] \\ I_3 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi + \frac{5\pi}{4}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.45)$$

可得

$$\Delta\phi = \tan^{-1}\left(\frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2}\right) \quad (2.46)$$

另一個是相移 120 度，演算方程式可表示如下式

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ I_2 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi) \right] \\ I_3 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

可得

$$\Delta\phi = \tan^{-1}\left[\sqrt{3}\left(\frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3}\right)\right] \quad (2.48)$$

三步演算法雖然處理的量少且簡單，但是由於是唯一解所以引入的誤

差可能相當敏感。

## (2) 四步演算法(four-step algorithms)

以 CCD 擷取四個強度值  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_4$ ，選擇 90 度相移，演算方程式可表示如下式

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi)] \\ I_2 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi + \frac{\pi}{2}\right) \right] \\ I_3 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi + \pi)] \\ I_4 &= I_0 \left[ 1 + Vg(z) \cos\left(\Delta\phi + \frac{3\pi}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.49)$$

可得

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right] \quad (2.50)$$

## (3) 五步演算法(five-step algorithms)

以 CCD 擷取四個強度值  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_4$ 、 $I_5$ ，選擇 90 度相移，演算方程式可表示如下式

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi - \pi)] \\ I_2 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi - \pi/2)] \\ I_3 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi)] \\ I_4 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi + \pi/2)] \\ I_5 &= I_0 [1 + Vg(z) \cos(\Delta\phi + \pi)] \end{aligned} \quad (2.51)$$

可得

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \frac{2(I_2 - I_4)}{(2I_3 - I_1 - I_5)} \quad (2.52)$$

如果相移誤差為  $\varepsilon$ ，造成實際相移量為  $\frac{\pi}{2} + \varepsilon$ ，假設量測得到的相位是

$\phi'(x, y) = \Delta\phi(x, y) + \delta\phi(x, y)$ ，在  $\varepsilon$  很小的情況下，可導出

$$\tan[\phi'(x, y)] \cong \left[1 + \frac{\varepsilon^2}{2}\right] \tan[\Delta\phi(x, y)] \quad (2.53)$$

因此造成相位的誤差量為：

$$\delta\phi(x, y) = \phi'(x, y) - \Delta\phi(x, y) \cong \left(\frac{\varepsilon^2}{4}\right) \sin[2\Delta\phi(x, y)] \quad (2.54)$$

如果相移誤差為  $2^\circ$ （即每次推移量為  $88^\circ$  而非  $90^\circ$ ），計算得到的初始相位誤差為  $0.02^\circ$ ，相同的相移誤差量使用三步相移演算法求得的初始相位誤差為  $1^\circ$  左右。

在此也以五步相移演算法為例說明相移干涉術能免除 CCD 個別像素光敏度不同和固定雜訊的影響。假設像素光敏度分佈為  $s(x, y)$ ，固定雜訊分佈為  $n(x, y)$ ，則原先的干涉條紋強度分佈變成：

$$I(x, y) \rightarrow s(x, y)I(x, y) + n(x, y) \quad (2.55)$$

代回 (2.52)

$$\phi'(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{2(sI_2 + n - sI_4 - n)}{2sI_3 + 2n - sI_1 - n - sI_5 - n} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_1 - I_5} \right] = \Delta\phi(x, y) \quad (2.56)$$

即使  $s(x, y)$ 、 $n(x, y)$  是位置的函數，經由相移演算法可做到點對點雜訊的消除。

所以一般常用(2.52)式，其機構對相位的求取影響最小，也是五步演算優勢所在。由於相移干涉術相當容易受周遭環境因素影響而產生誤差，如振動、空氣擾動、光偵測器的非線性性及對光敏感程度是否相同、與外來光訊號影響等等。所以相移技術一般原則是相移步數越多，所還原相位就會越準確。

## 2.5 相位重建

所謂相位重建 ( phase unwrapping ) 就是假設在取樣密度高於取樣定理規範下，相鄰像素的相位差一定小於 $\frac{\pi}{2}$ ，依此原則調整所有的取樣點，使初始相位還原成待測波面的連續分佈。在(2.27)式與(2.52)式由反正切函數求解初始相位時，初始相位被壓縮( wrapped ) 在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 或 $[0, \pi]$ ，我們必須先擴展初始相位的值域範圍到 $[-\pi, \pi]$ 或 $[0, 2\pi]$ ，再進行相位重建。

經過值域擴展後，相位仍被壓縮在 $[-\pi, \pi]$ 或 $[0, 2\pi]$ 內，需藉由相位重建過程疊加相位才能恢復相位連續分佈。

如果取樣密度足夠高，相鄰取樣點間的相位差一定小於 $\pi$ ，因此從任意點出發，對相鄰點做判斷並以 $2\pi$ 為單位調整相鄰點相位使兩者落差小於 $\pi$ ，循任意路徑重複上述動作，一直到彼此之間的相位差

小於  $\pi$ 。用數學式子可表示成：

$$\phi'_{n+1} = \phi_{n+1} + \text{round}\left[\frac{\phi_n - \phi_{n+1}}{2\pi}\right] \times 2\pi \quad (2.57)$$

在此， $n$  與  $n+1$  是依重建路徑順序而給定的編號， $\text{round}[\ ]$  則是對裡頭數字做四捨五入的算符。依循路徑調整相位，可看成累加相位的動作，原來被侷限在  $2\pi$  的相位  $\phi_{\text{raw}}$  和重建後的相位  $\phi_{\text{final}}$  之間具有下列關係：

$$\phi_{\text{final}} = \phi_{\text{raw}} + 2m\pi \quad m \in Z \quad (2.58)$$

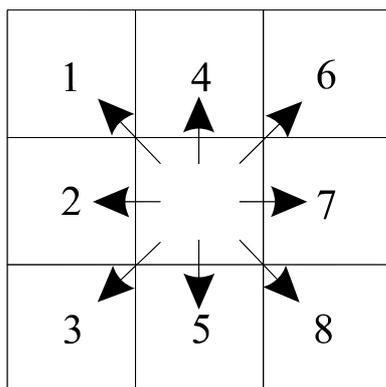
所以相位重建也可看成判定相位級數  $m$  的動作，值得注意的是  $m$  並不是一個絕對值，它只是相對的級數值，由整體相位分佈決定，所以當整體同加一定值也是可以的。在此，我們關心的是點與點之間的落差，並非絕對高度。

## 2.6 相位重建技術--細胞自動機械法<sup>[3][14][15]</sup>

這裡介紹一種路徑獨立的相位重建法：細胞自動機械法

(cellular automata)。細胞自動機械法大致分為兩個步驟：局部迭代 (local iteration) 以及全域迭代 (global iteration)。局部迭代是根據每個點及其相鄰點相位差來做步階判斷。在此，相位差以  $\pi$

為一個級數差單位。由八項（邊緣處可能只有五個或三個相鄰點）級數差相加決定中心點如何修正：若級數差總和為正，中心點加  $2\pi$ ；若為負值，則中心點減  $2\pi$ ；如果級數差有正有負而相加為 0，則中心點加  $2\pi$ ；如果個別級數差皆為 0，則中心點不需修正。



比較周圍各點與中央的落差以決定如何修正中心點是比較客觀的相位重建方法。

部分數據點或區域因雜訊而可能造成步階判斷錯誤，因此必須區隔該區域或者利用小迴圈推敲瑕疵點所在位置。被認定為瑕疵的點或隔離區域在判斷步階修正是無效的，也就是說瑕疵點與中央的相位級數差不列入中心點修正的考量。以數學來表示即：

$$p(x, y) = p(x, y) - L \quad (2.59)$$

$$L = 2\pi \times \text{sign}(k) \quad (2.60)$$

(2.56) 式表示局部迭代每一點修正的量， $\text{sign}$  指令是計算正負的算符，若  $k$  為正， $\text{sign}(k)$  是 1；若  $k$  是負的， $\text{sign}(k)$  等於 -1； $k$  為 0， $\text{sign}(k)$  為 0。

$$k = \sum_{ij} fix \left[ \frac{p(x, y) - p(x-i, x-j)}{\pi} \right] \quad (2.61)$$

$$\begin{cases} i = 0, j = \pm 1 \\ i = \pm 1, j = \pm 1 \text{ 或 } 0 \end{cases}$$

(2.57) 式中 *fix* 指令是「無條件捨去」的算符。依此原則對所有數據點修正，每個點的修正結果先暫存成另一對應矩陣，等所有的數據點都修正完再取代原有的數據陣列，以上局部迭代的步驟一直重複計算到兩個交替出現的穩定陣列，便可進行全域迭代。所謂全域迭代就是計算這兩個穩定相位陣列的平均。然後以新的相位數據進行局部迭代，在每次全域迭代後必須檢查有無瑕疵數據，以做為下一輪局部迭代修正相位的參考。每進行一次全域迭代便會少一條條紋，這相當於重建一條條紋。以上的程序一直重複到全域迭代重建出所有的條紋。因為全域迭代的次數與條紋數有關，而雜訊和裂痕會影響局部迭代趨於穩定的速率。若欲重建的相位分佈是複雜且多雜訊的，相對地運算時間也更長，而且局部迭代也可能無法得到穩定態或出現三個以上穩定態的情形，為求效率起見都會孤立瑕疵數據並且分割相位重建區域，最後再將區域獨立運算的結果合併起來。

細胞自動機械法具有幾個優點：

1. 原則簡單，容易程式化：路徑相關的相位重建法其計算結果好壞

與解纏路徑關聯性高，如果要得到較準確的結果，需要運用複雜的判斷準則或路徑來重建；而細胞自動機械法的法則較簡單明瞭，僅需判斷中心點與所有相鄰點的落差是否都小於 $\pi$ 以決定中心點的修正方向，可得到較客觀的結論。由於原則相對簡單，轉換成程式語言也比較容易。

2. 計算速度較慢但適合平行處理：由於每次相位只修正 $\pm 2\pi$ ，相位不連續處修正是由內部向邊緣一步一步推移出去，因此條紋分佈、條紋多寡和雜訊都會影響計算時間。而細胞自動機械法的特質在於局部迭代可同步處理無先後順序，因此，若能分割成數塊區域同步計算，可縮短不連續處從內修正到外的速度。

# 第三章 系統架構與量測步驟

## 3.1 實驗系統的架構

### 3.1.1 七步相移的系統架構

由於干涉儀對於環境的擾動非常敏感，需要在光學桌上架設，以降低干涉系統以外的環境影響。由於是白光干涉儀，我們選擇不同光路等光程的 Linnik 式干涉顯微鏡架構，圖(3.1)為七步相移的系統架構圖。

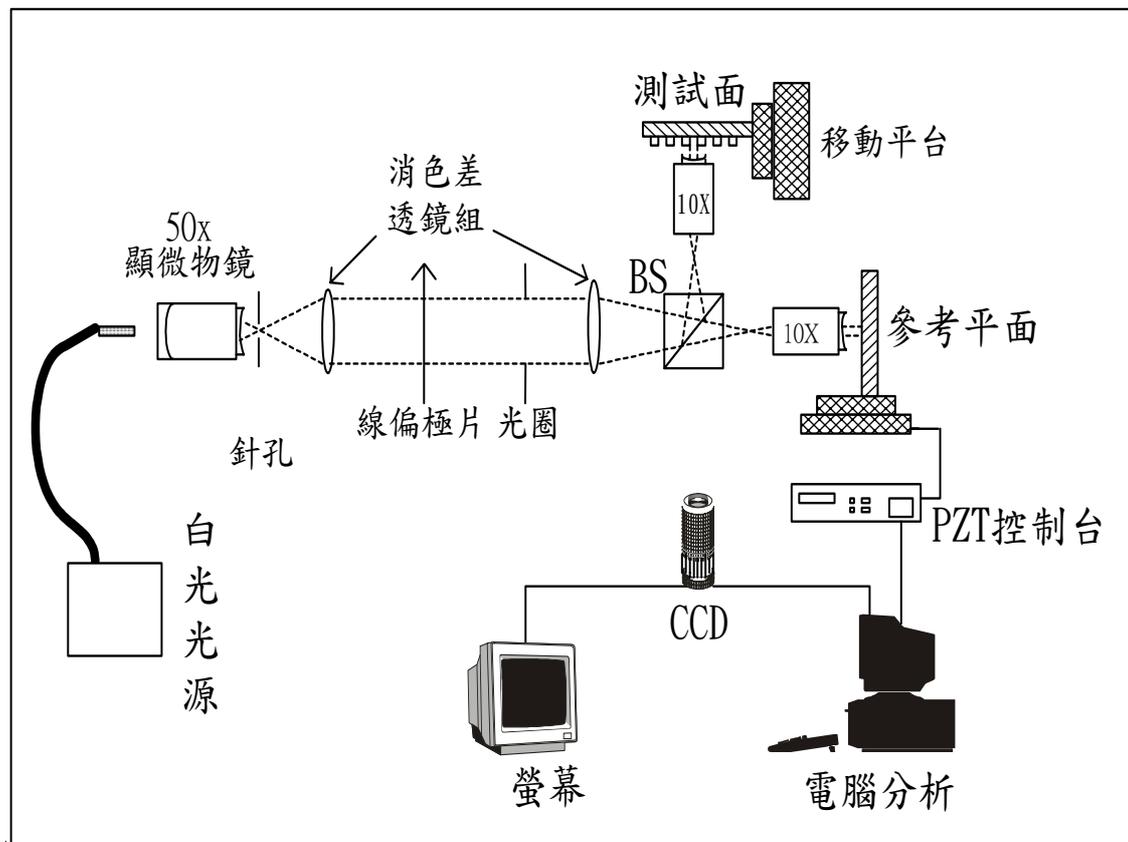


圖 3.1 七步相移的系統架構圖

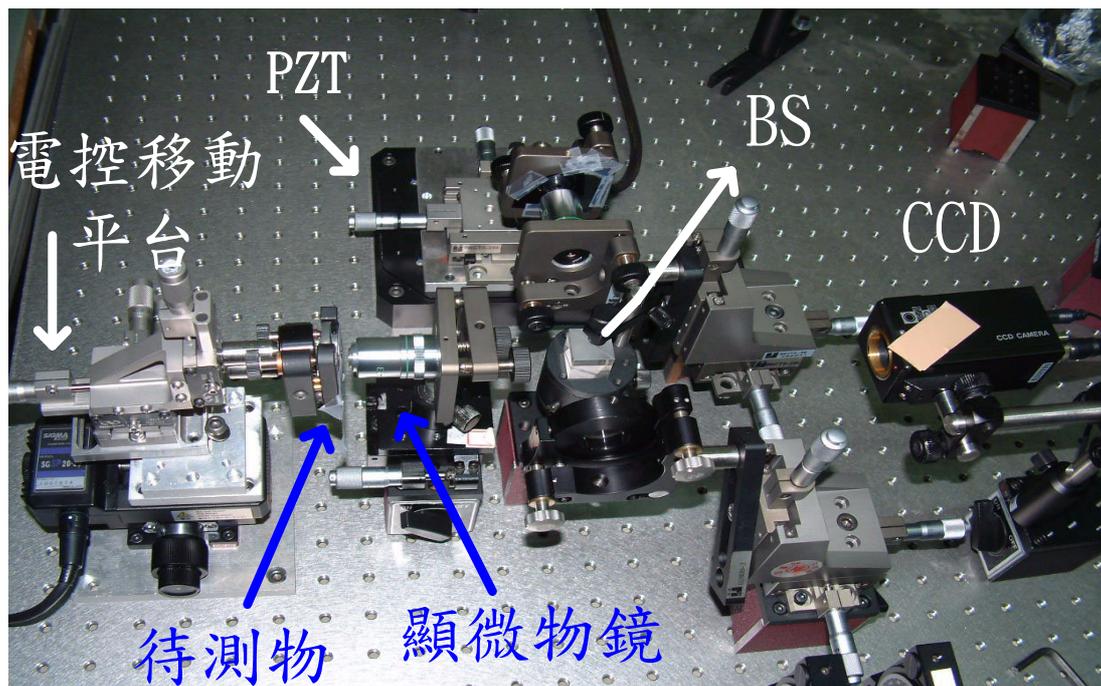


圖 3.2 Linnik 式干涉顯微鏡架構

實驗採用寬帶波段的白光光源，為一 150W 鎢鹵素燈(tungsten halogen lamp) 光源，經由光纖陣列收光到系統入射端。經過 50 倍顯微物鏡聚焦，並於後焦點附近放置針孔(pinhole)做空間濾波 (spatial filter)，濾除高頻的雜散光，提升光源品質。

在針孔後方放置雙合透鏡(兩者距離約為透鏡焦距)，擷取高斯光束中心區域，來模擬準直平行光。準直平行光過了另一個雙合透鏡變成收斂波，經過分光鏡(beam splitter)，兩光分別匯聚於顯微物鏡附近，最後光經過顯微物鏡後變成小口徑平行光，照射到參考平面與待測面上，光束反射原光路，最後經過分光鏡形成干涉，在 CCD 上紀錄成像。架設在 PZT(壓電晶體)上，PZT 推動被測面分別移動  $\bar{\lambda}/8$ ， $\bar{\lambda}/4$ ， $3\bar{\lambda}/8$ ， $\bar{\lambda}/2$ ， $5\bar{\lambda}/8$ ， $3\bar{\lambda}/4$  的距離，PZT 驅動器輸出電壓給 PZT，

提供推動所需的電壓，而 PZT 驅動器可由電腦經 RS232 介面控制輸出電壓，由於 PZT 本身存在漂移(drift)現象，因此驅動器採用伸長量控制模式，利用回饋控制電路，使伸長量固定在設定值，不隨時間改變。影像擷取卡可擷取 CCD 傳送的干涉圖形，由個人電腦存在記憶體，並從個人電腦監視器觀察干涉條紋。

### 3.1.2 消色差相移架構<sup>[9]</sup>

一樣選擇結合不同光路等光程的 Linnik 式干涉顯微鏡架構，如圖(3.3)所示

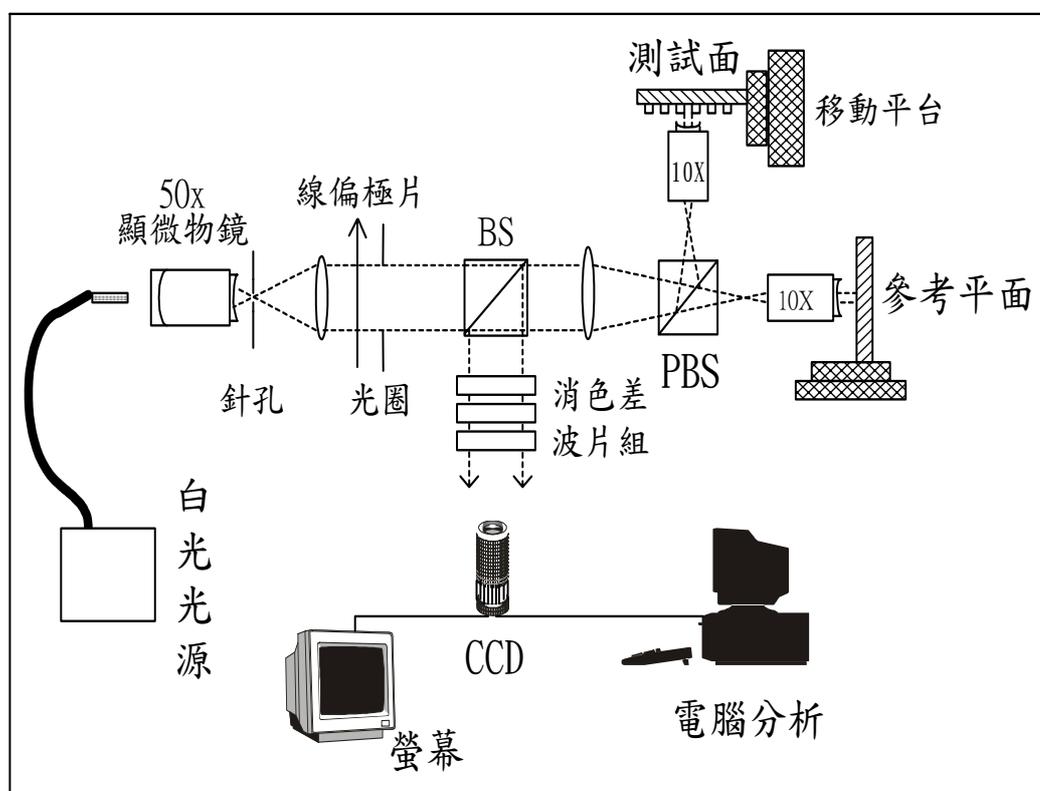


圖 3.3 消色差相移系統架構圖

其中消色差波片組安排如圖(3.4)所示[8]

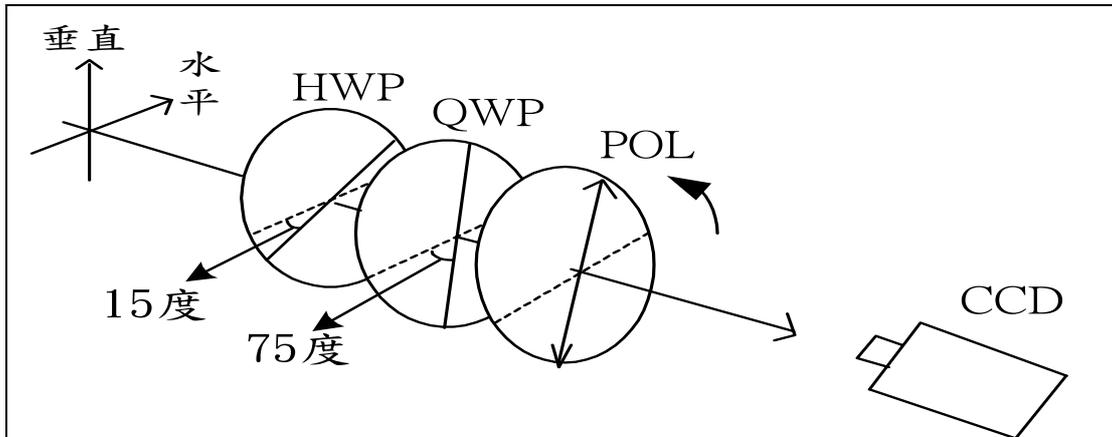


圖 3.4 消色差波片組的安排

準直平行光第一次經過分光鏡沒作用，只是分光用，然後經過了雙合透鏡變成收斂波，經過一個寬帶偏極分光鏡(broadband polarizing beam splitter)，P 光穿透到參考平面，S 光反射到待測面，兩光分別匯聚於顯微物鏡附近，最後光經過顯微物鏡後變成小口徑平行光，照射到參考平面與待測面上，光束反射原光路，再度經過 PBS(P 再穿透；S 再反射)，第二次經過分光鏡，使光路反射到 CCD 方向去，因為兩光束偏極相互正交，所以兩束光一開始並未形成干涉，經過消色差波片組調制後，形成干涉，在 CCD 上紀錄成像。

光學元件	備註
白光光源	鹵素燈 150W，115V MILLE LUCE™ M1000
顯微鏡	50x；NA=0.55
針孔	直徑=200 $\mu\text{m}$
雙合透鏡	消色差鏡組(f=5 與 f=12)

可調光圈；線偏極片	
濾波片	窄帶通濾波片： $\bar{\lambda}=629.5\text{nm}$ 寬帶通濾波片： $\bar{\lambda}=550\text{nm}$
顯微物鏡	5x；10x；20x
PZT	PI-527.2CL；RS-232 介面 解析度 $\leq 2\text{nm}$ ；重複性： $\pm 10\text{nm}$ 最大移動距離：200 $\mu\text{m}$
電控移動平台	最大移動距離 20mm 最小移動距離 0.5 $\mu\text{m}$
三軸移動平台；旋轉平台	
波片組	四分之一波片；二分之一波片
CCD	最高像素：512x480 一般使用：256x240
監視器(螢幕)	
電腦系統	AMD K7-500；384MB DRAM
影像擷取卡	Spiricon LAB-PC300
光學桌	

表 3.1 量測系統的光學元件表

## 3.2 量測步驟

### 3.2.1 七步相移量測步驟

量測步驟流程圖如圖(3.6)，先開啟白光光源電源供應器，檢查調整光源準直度。開啟監視螢幕及 CCD 電源，開啟個人電腦及 PZT 驅動器電源。檢查 PZT 驅動器是否在連線控制模式，及伸長量控制模式。個人電腦執行影像擷取卡介面程式後，在執行 PZT 驅動器介面程

式，如圖(3.5)所示。左邊是 PZT 的控制軟體 WinTerm32；右邊及上方是影像擷取卡 LAB-300PC 的操作介面。

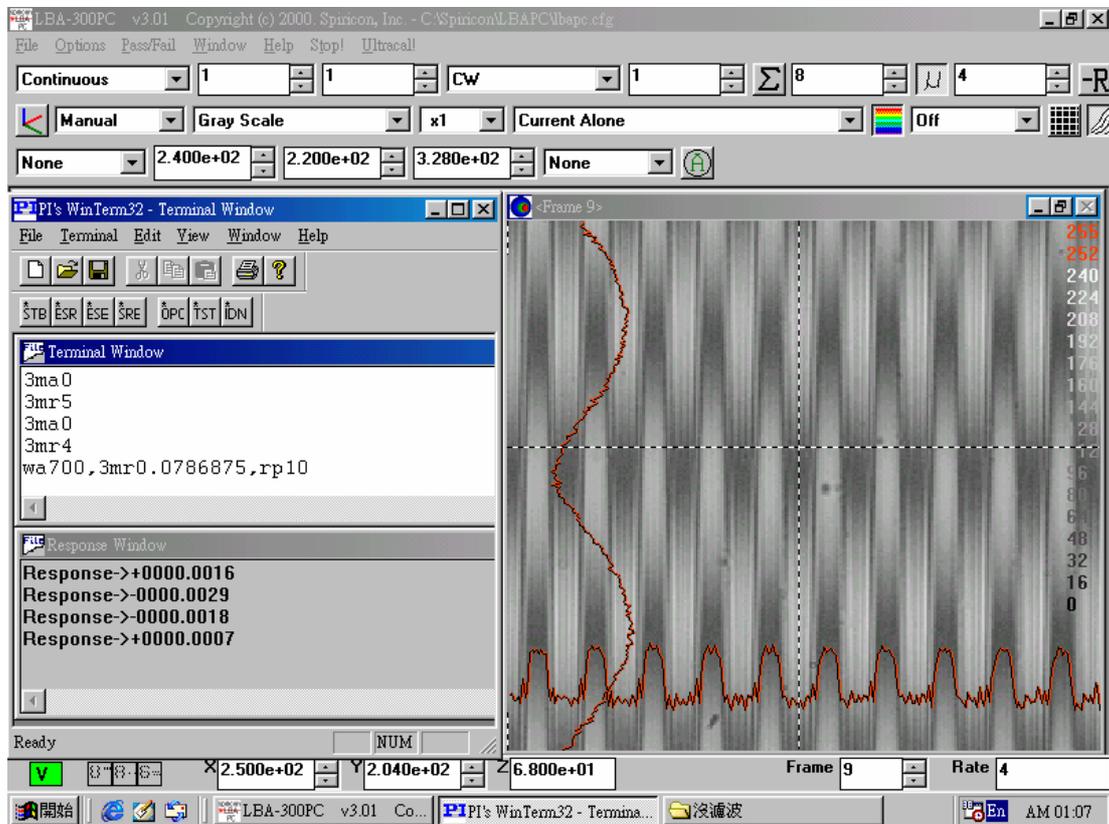


圖 3.5 PZT 控制軟體與影像擷取的操作介面

裝上被測物並調整三軸移動平台使被測物表面清晰成像，找到干涉條紋位置，再微調傾斜角變化干涉條紋，並調整光強度使干涉圖案光強度在 256 灰階以內。若干涉條紋模糊成像，必須重新調整三軸移動平台，以取得表面結構及干涉條紋的最佳成像。

執行 PZT 驅動器介面程式，PZT 驅動器每次移動  $\lambda/8$  的距離共 10 次，每次移動隔 0.7 秒，每幅圖為取 4 個做平均的結果，共擷取 40 幅圖，平均四幅改變一次，再從 10 次移動中間取出連續相移 7 幅圖。

將干涉圖案存檔，其格式為空白鍵間隔的.spic 副檔名。在 matlab 上執行分析程式。

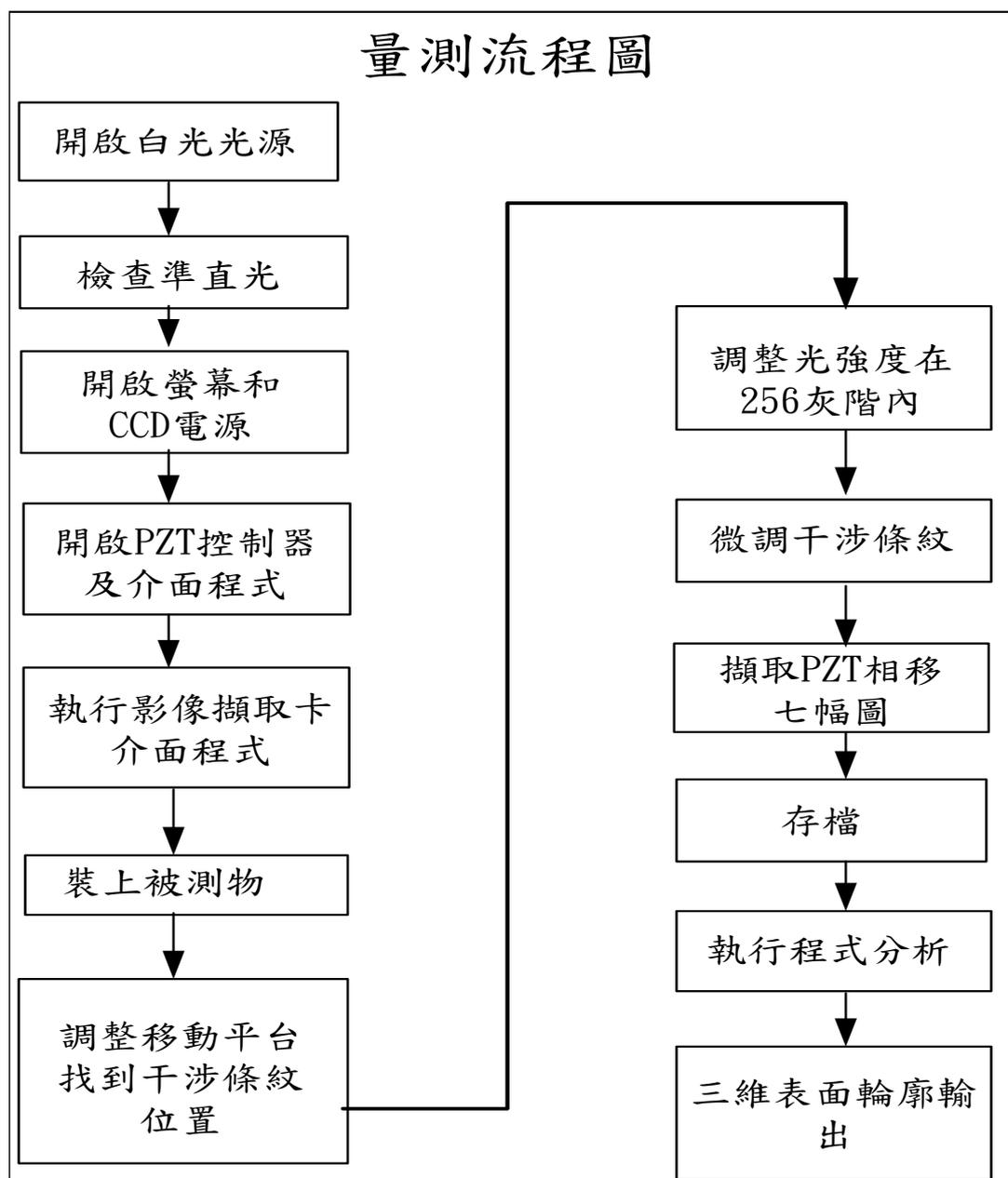


圖 3.6 七步相移法量測流程圖

### 3.2.2 消色差相移量測步驟

量測步驟流程圖如圖(3.7)，先開啟白光光源電源供應器，檢查調整光源準直度。開啟監視螢幕及 CCD 電源，開啟個人電腦及移動平台控制器。個人電腦執行影像擷取卡介面程式。裝上被測物並調整三軸移動平台使被測物表面清晰成像，找到干涉條紋位置，再微調傾斜角變化干涉條紋，並調整光強度使干涉圖案光強度在 256 灰階以內。若干干涉條紋模糊成像，必須重新調整三軸移動平台，以取得表面結構及干涉條紋的最佳成像。

等調整到表面結構最佳成像以及干涉條紋，便可以每次旋轉線偏振片 45 度共 4 次，每幅圖為取 20 個做平均的結果，共擷取五幅圖。將干涉圖案存檔，其格式為空白鍵間隔的 .spc 副檔名。在 matlab 上執行分析程式。所得結果第一步驟先輸入兩點，以做此為整面的水平面基準，然後第二次輸入的兩點為二維截面的水平距離和高度差值。最後輸出三維表面輪廓圖。

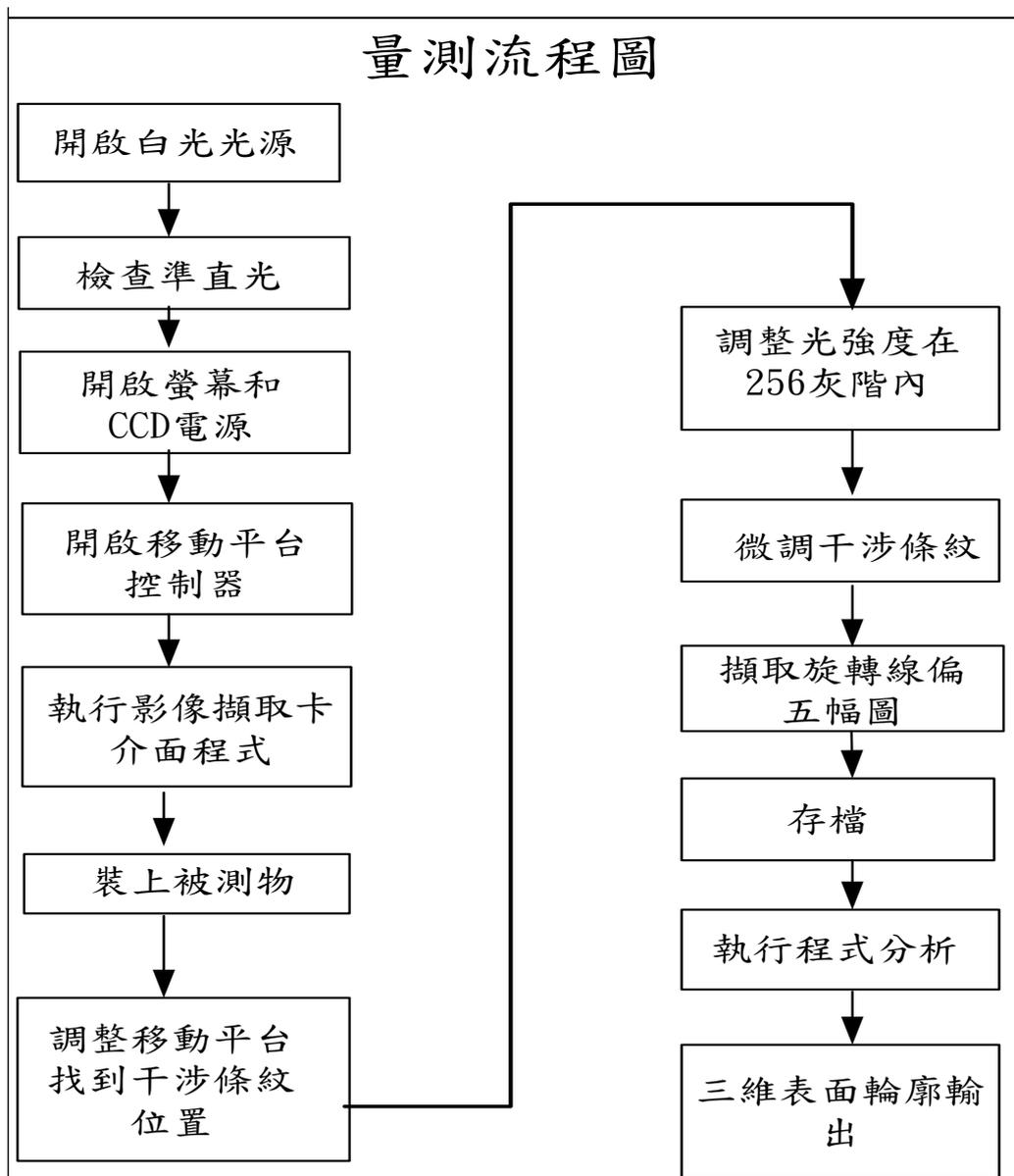


圖 3.7 消色差相移法量測流程圖

## 第四章 實驗結果

在這一章分別利用兩種白光相移法量測不同微結構的待測物，對三維表面輪廓儀的量測能力做些探討。對於探討量測的準確性，使用加入窄帶通濾波片中心波長 629.5nm，與寬帶通濾波片中心波 550nm 來多次量測，作為光源光譜分佈對量測結果的影響程度。

### 4.1 白光光源性質的量測

首先先對我們所使用的光源進行光譜以及同調長度的測量。分別量測沒加濾波片以及加入寬帶通濾波片中心波長 550nm，帶寬 (bandwidth) 約 39nm 與窄帶通濾波片中心波長 629.5nm，帶寬約 10nm。圖(4.1)為沒加濾波片的 150W 鹵素燈光源光譜圖、圖(4.2)為加入寬帶通濾波片的光譜圖、圖 4.3 為加入窄帶通濾波片的光譜圖。

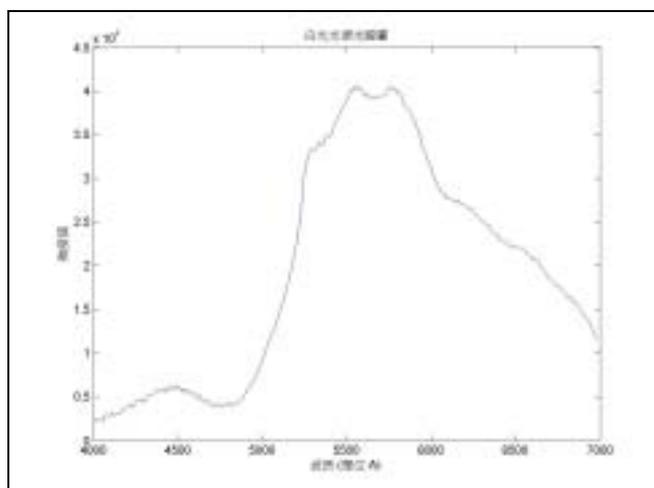


圖 4.1 150W 鹵素燈光源光譜圖

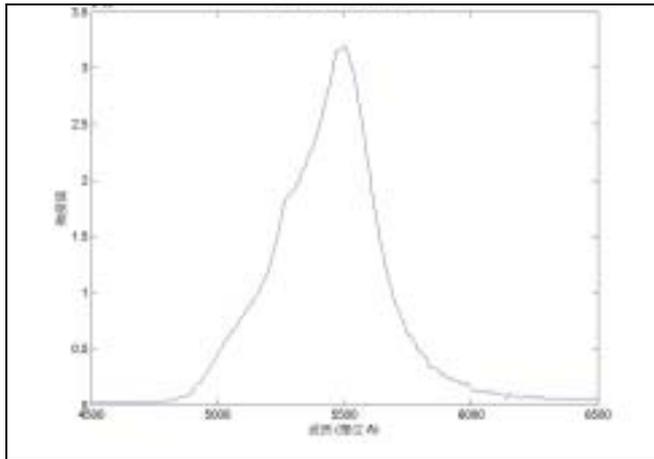


圖 4.2 加入寬帶通濾波片的光譜圖

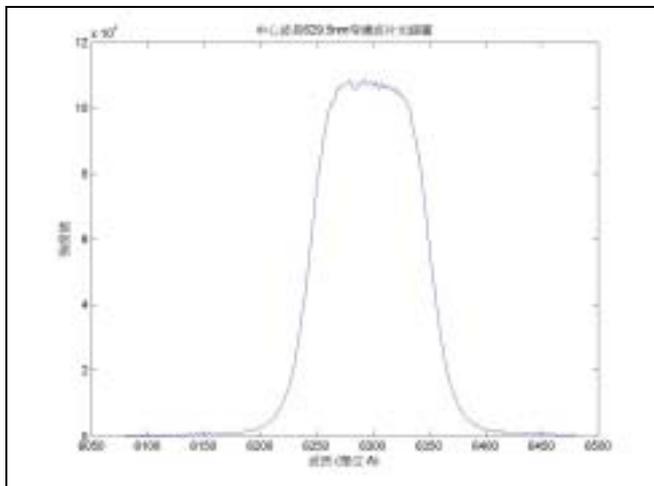


圖 4.3 加入窄帶通濾波片的光譜圖

進一步量測光源的同調長度，圖(4.4)為沒加濾波片所量得的同調長度圖，橫軸單位表示一次移動 30nm 距離的次數，縱軸為強度值。實驗方法是在有干涉條紋範圍進行掃描，每移動 30nm 截取一幅圖，可看見干涉條紋對比從低到最高在回到最低，以量測光源的同調長度，由圖(4.4)結果，白光光源同調長度約  $4.2 \mu\text{m}$ 。同理，圖(4.5)為加入寬帶通濾波片的同調長度圖，橫軸單位表示一次移動 50nm 距離的次數，縱軸為強度值，同調長度約  $7 \mu\text{m}$ ；圖(4.6)為加入窄帶通

濾波片的同調長度圖，橫軸單位表示一次移動 50nm 距離的次數，縱軸為強度值，同調長度約  $60 \mu\text{m}$ 。

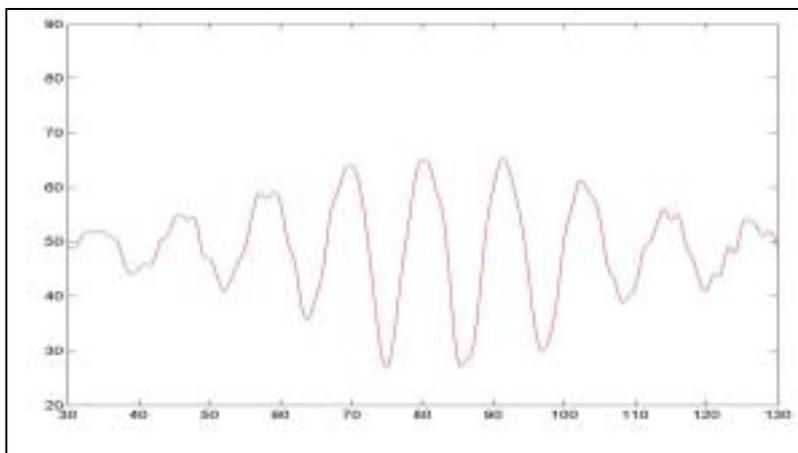


圖 4.4 沒加濾波片所量得的同調長度圖

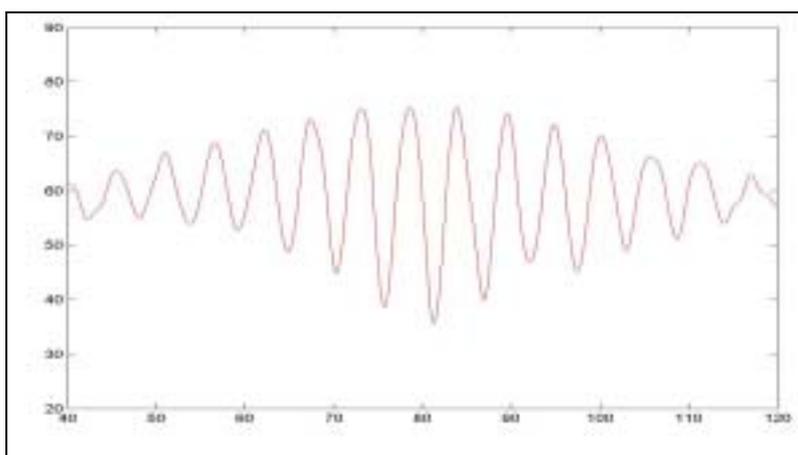


圖 4.5 加入寬帶通濾波片的同調長度圖

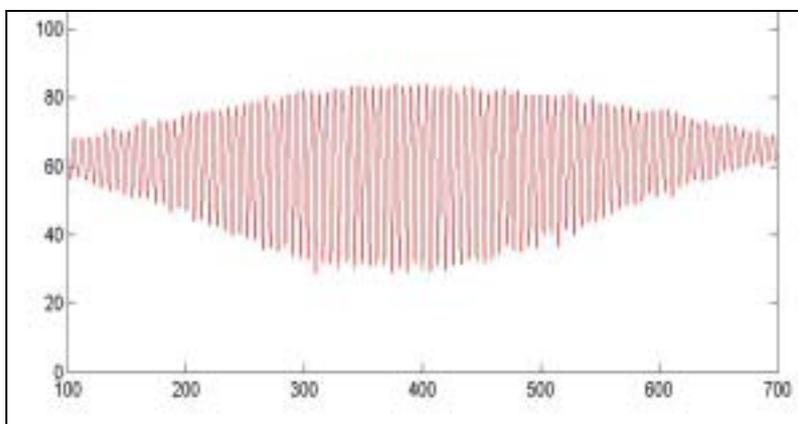


圖 4.6 加入窄帶通濾波片的同調長度圖

## 4.2 七步相移的量測結果

### 4.2.1 矽晶片表面量測

被測物是拋光後的矽晶片，經過半導體 RIE 蝕刻，深度約 180nm 的二次階微元件。圖(4.7)中  $I_1 \sim I_7$  為量測所擷取的干涉圖樣，光強度以 256 灰階表示相對強度，橫軸與縱軸的單位是像素，以 20 倍顯微物鏡放大及 CCD 為 256x240 模式的話，像素空間取樣間隔為 0.73  $\mu\text{m}$ ，被測面積為  $186.9\mu\text{m} \times 175.2\mu\text{m}$ 。

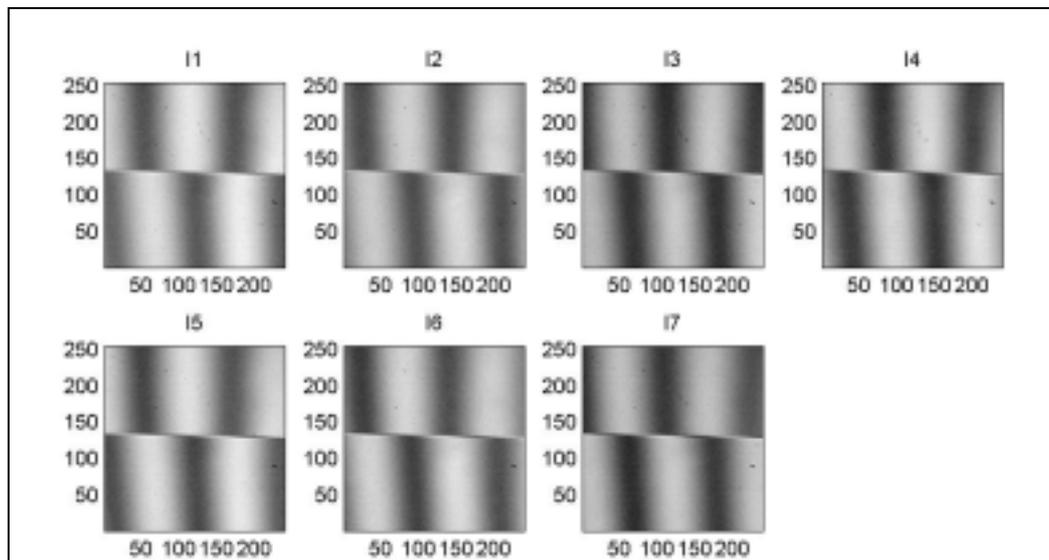


圖 4.7 推動  $1/2(\lambda/8)$ 相移的七幅干涉圖形

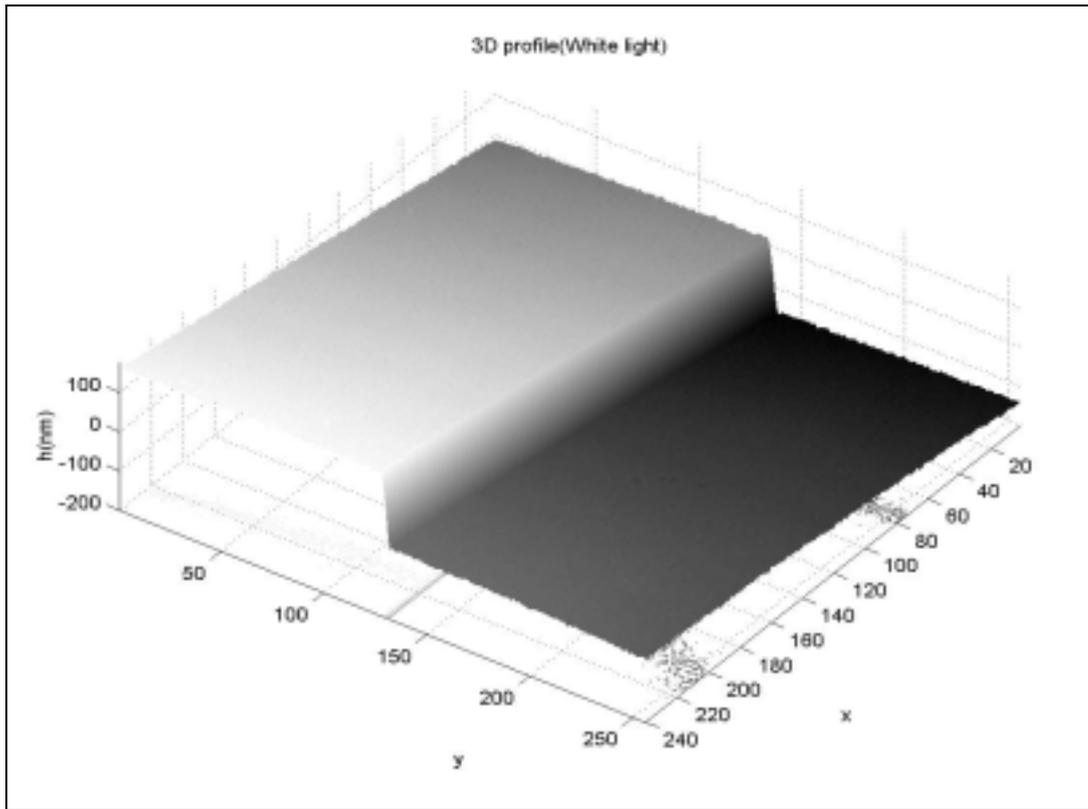


圖 4.8 矽基片三維表面輪廓圖

圖(4.8)為還原後三維表面輪廓圖，分別量測加入窄帶通濾波片(中心波長 629.5nm)與寬帶通濾波片(中心波長 550nm)的結果，比較三者 在 120 位置截面輪廓圖。圖(4.9)是沒加濾波片的截面輪廓圖，圖(4.10)是加入寬帶通濾波片的截面輪廓圖，圖(4.11)是加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖。最後使用 Zygo NewView5000 儀器來測量此矽晶片，作為正確輪廓校準。Zygo NewView5000 為 Mirau 式白光干涉儀，利用 10 倍 Mirau 干涉顯微物鏡進行測量。圖(4.12)為 Zygo 所測之矽基片截面輪廓圖，所量高度為 180.263nm。

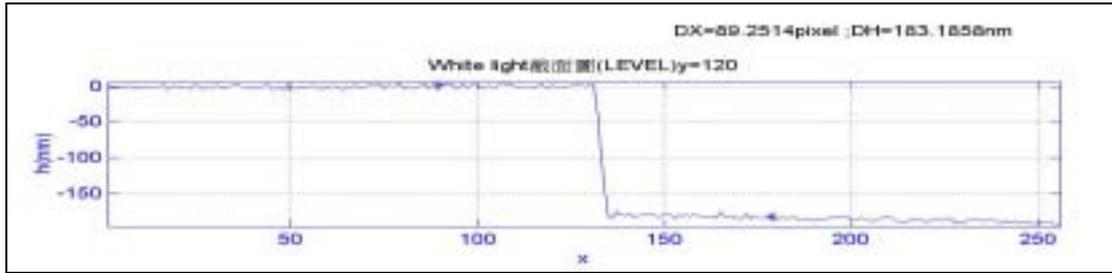


圖 4.9 沒加濾波片的截面輪廓圖(高度差 183.1858nm)

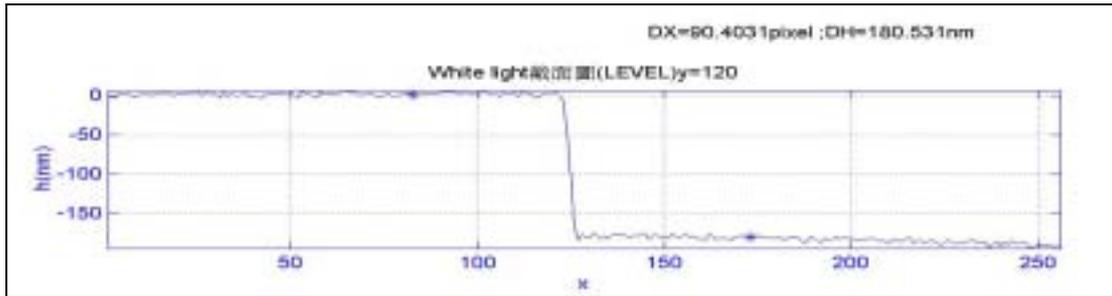


圖 4.10 加入寬帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 180.531nm)

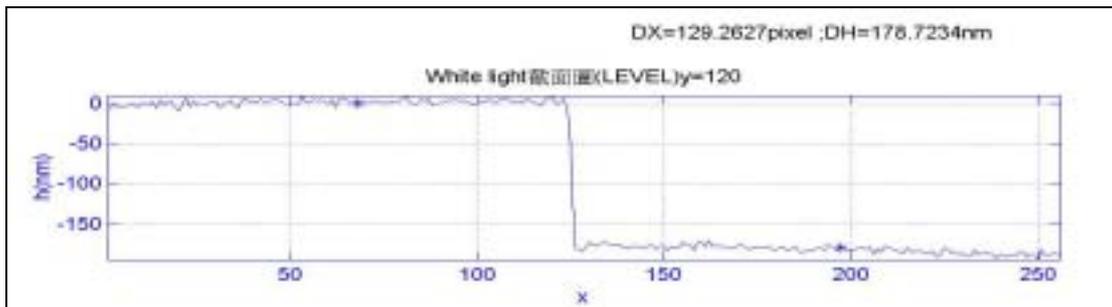


圖 4.11 加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 178.7234nm)



圖 4.12 Zygo 所測之矽基片截面輪廓圖，所量高度為 180.263nm

## 4.2.2 矽晶片二階光柵量測

被測物是利用半導體 RIE 蝕刻矽晶片製成的二階光柵,光柵週期為  $16.8\ \mu\text{m}$ , 深度約為  $180\text{nm}$ 。圖(4.13)中  $I_1 \sim I_7$  為量測所擷取的干涉圖樣, 光強度以 256 灰階表示相對強度, 橫軸與縱軸的單位是像素, 以 20 倍顯微物鏡放大及 CCD 為  $256 \times 240$  模式的話, 像素空間取樣間隔為  $0.73\ \mu\text{m}$ , 被測面積為  $186.9\ \mu\text{m} \times 175.2\ \mu\text{m}$ 。圖(4.14)為其三維表面輪廓圖。圖(4.15)為在 120 畫素位置的二維截面輪廓圖, 圖(4.16)為加入寬帶通濾波片的截面輪廓圖, 圖(4.17)為加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖。最後在與使用 Zygo NewView5000 儀器來測量進行比較, 如圖(4.18)所示, 所量高度為  $181.008\text{nm}$ 。

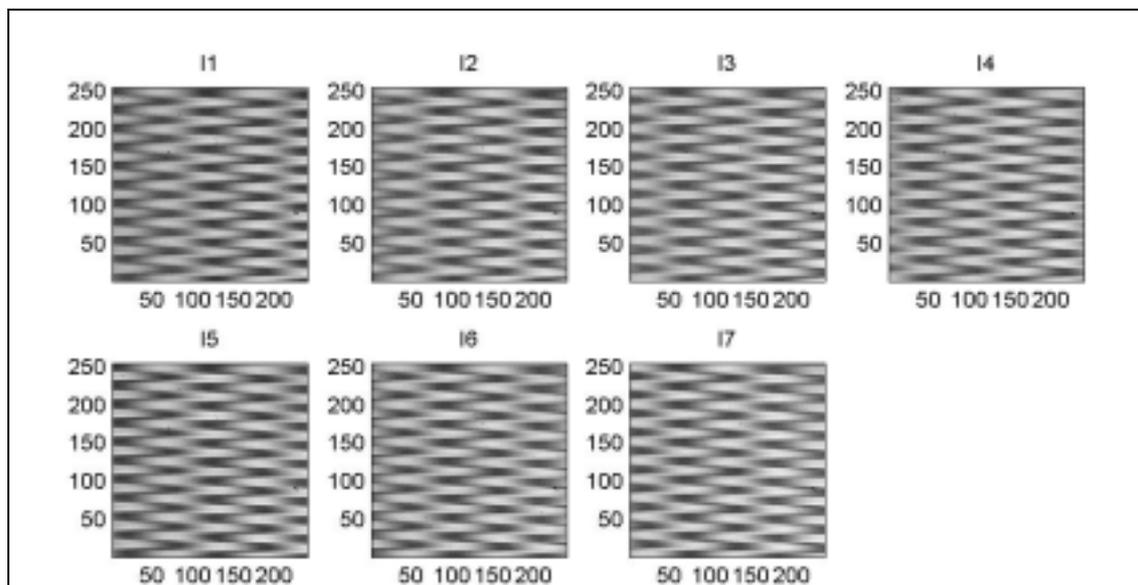


圖 4.13 推動  $1/2(\lambda/8)$  相移的七幅干涉圖形

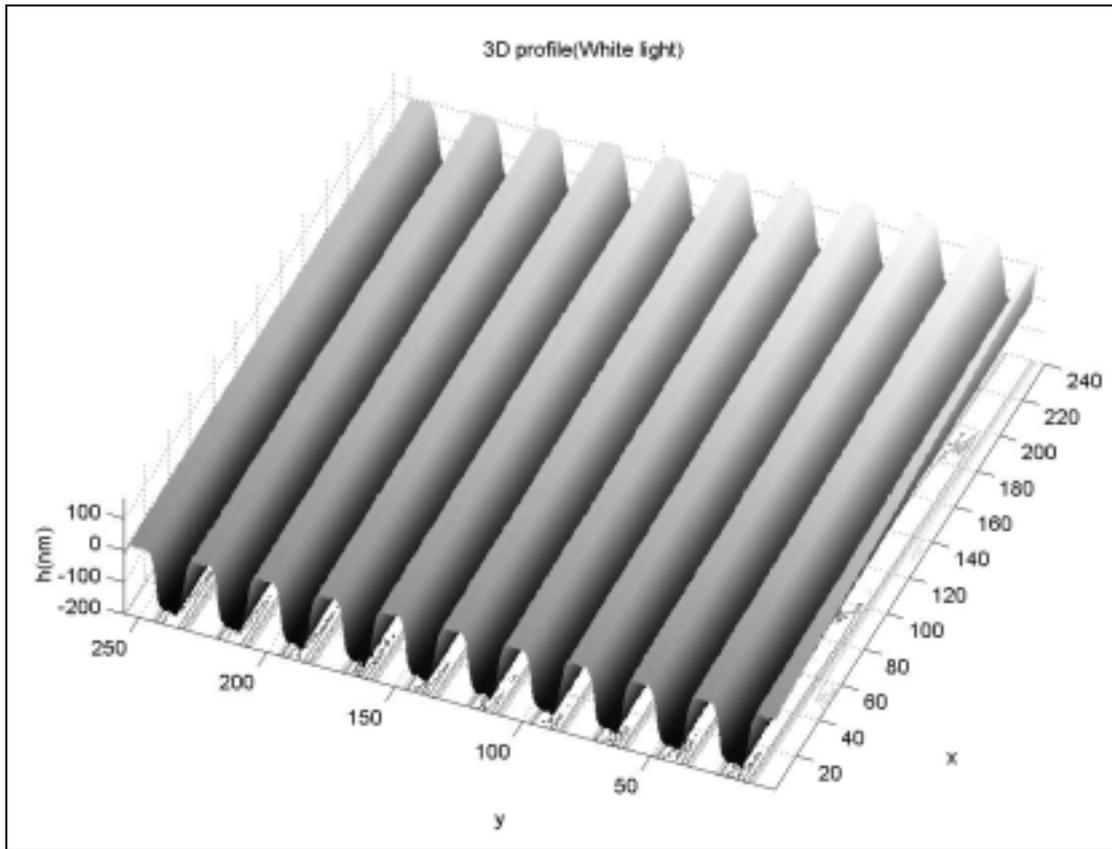


圖 4.14 矽基片光柵三維表面輪廓圖

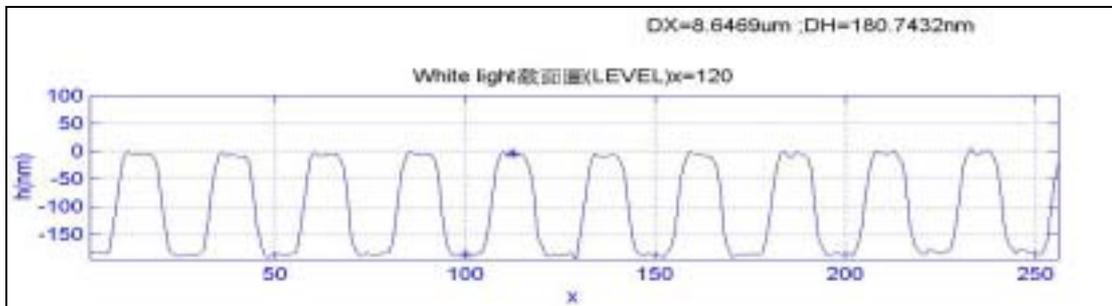


圖 4.15 沒加濾波片的截面輪廓圖(高度差 180.7432nm)

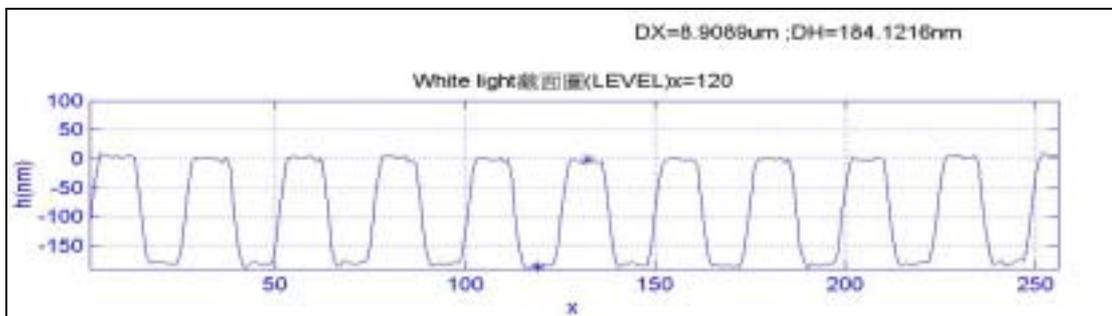


圖 4.16 加入寬帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 184.1216nm)

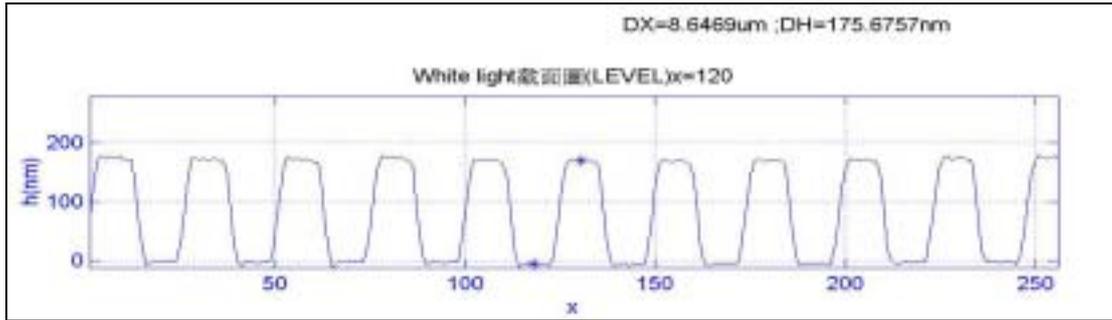


圖 4.17 加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 175.6757nm)

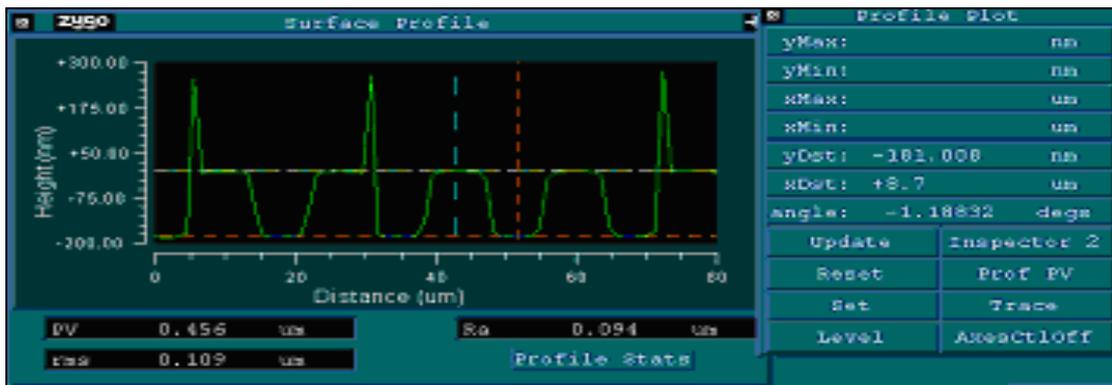


圖 4.18 Zygo 所測之矽基片光柵截面輪廓圖,所量高度為 181.008nm

由圖(4.9)到圖(4.11)結果與圖(4.12) Zygo 所測結果比較以及由圖(4.15)到圖(4.17)結果與圖(4.18) Zygo 所測結果比較可以看出，使用加入窄帶通濾波片中心波長 629.5nm，與寬帶通濾波片中心波 550nm 來量測，以及沒加濾波片的光源，在深度不深時，所量測出來的結果相當良好。

### 4.2.3 矽晶片四階微偏轉鏡量測

被測物是利用活性離子(RIE)蝕刻矽晶片製成的四階微偏轉鏡，四階週期變化的微光學元件，以模擬 Fresnel lens 的表面特徵。樣品表面是四階變化，高度特徵為一、二、三、四、一、二、三、四的

步階週期，每一階的寬度由中心向外逐漸減少。

以白光為光源，調整待測物在 CCD 對焦位置以及干涉條紋。圖(4.19)中  $I_1 \sim I_7$  為量測所擷取的干涉圖樣，圖(4.20)為四階微偏轉鏡三維表面輪廓圖，圖(4.21)為在  $x=120$  時的截面輪廓圖。光強度以 256 灰階表示相對強度，橫軸與縱軸的單位是像素，以 20 倍顯微物鏡放大及 CCD 為  $256 \times 240$  模式的話，像素空間取樣間隔為  $0.73 \mu\text{m}$ ，被測面積為  $186.9 \mu\text{m} \times 175.2 \mu\text{m}$ 。

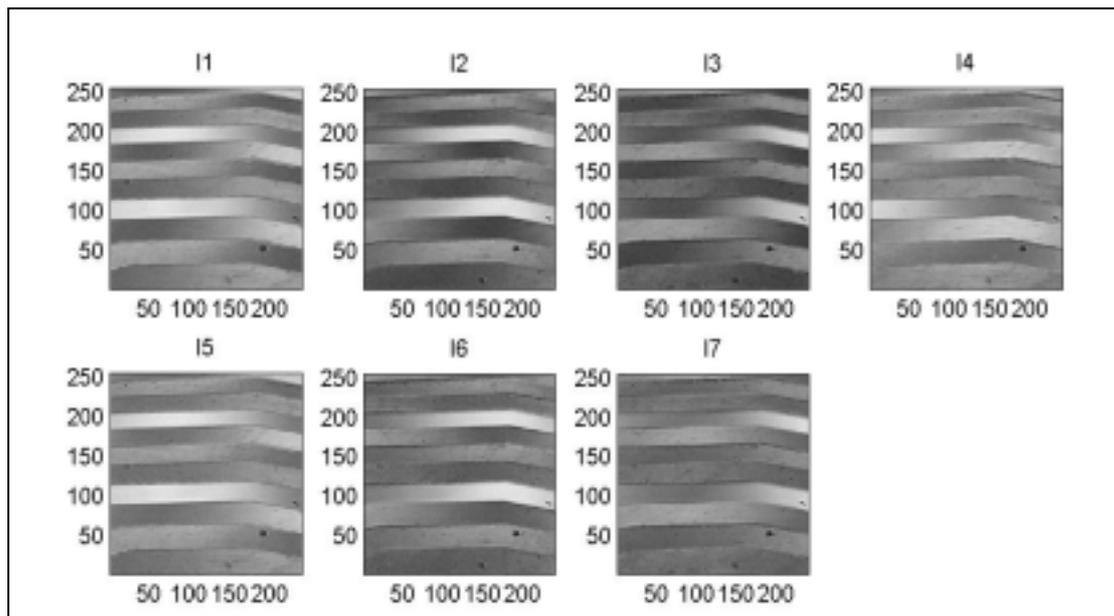


圖 4.19 推動  $\lambda/8$  相移的七幅干涉圖形

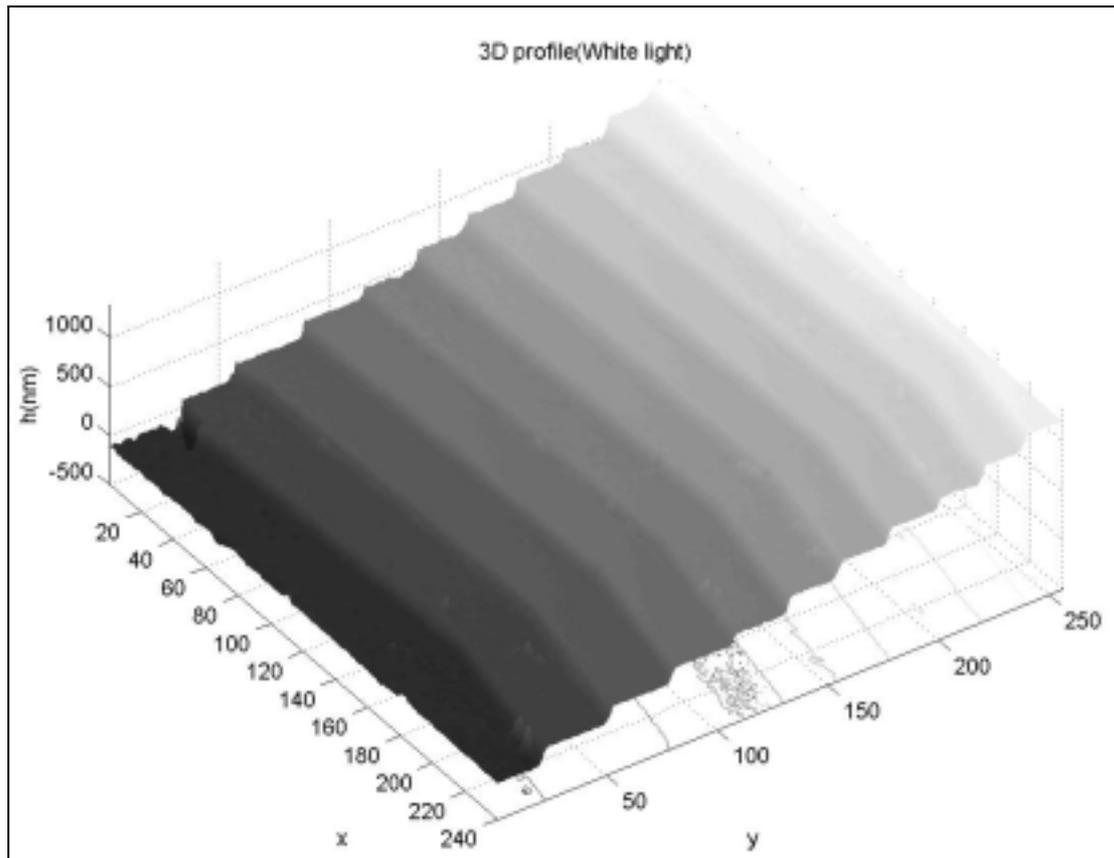


圖 4.20 四階微偏轉鏡三維表面輪廓圖

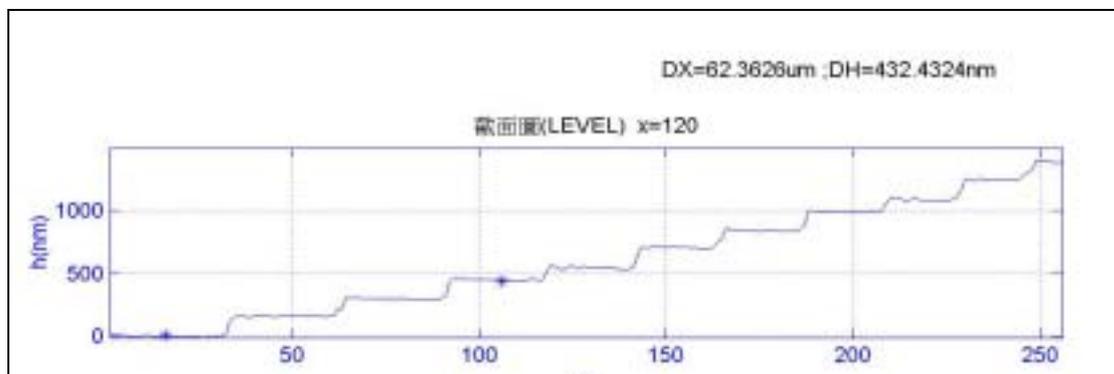


圖 4.21 四階微偏轉鏡的截面輪廓圖，高度為 432.4324nm

由於樣品表面是四階變化，高度特徵為一、二、三、四、一、二、三、四的步階週期。從圖(4.20)與(4.21)結果可以看出發生了步階深度大於取樣限制，而造成步階量測錯誤，這錯誤是利用相移法所不能

避免的 2 不明確性所造成。圖(4.22)為 Zygo 所測之四階微偏轉鏡三維表面輪廓圖，量測範圍為放大倍率等於 10 倍的結果。在步階交界處仍然有劇烈跳動，顯示了步階邊壁的相位量測存在不定性。圖(4.23)為 Zygo 所測之四階微偏轉鏡截面輪廓圖，所量高度為 446.995nm。

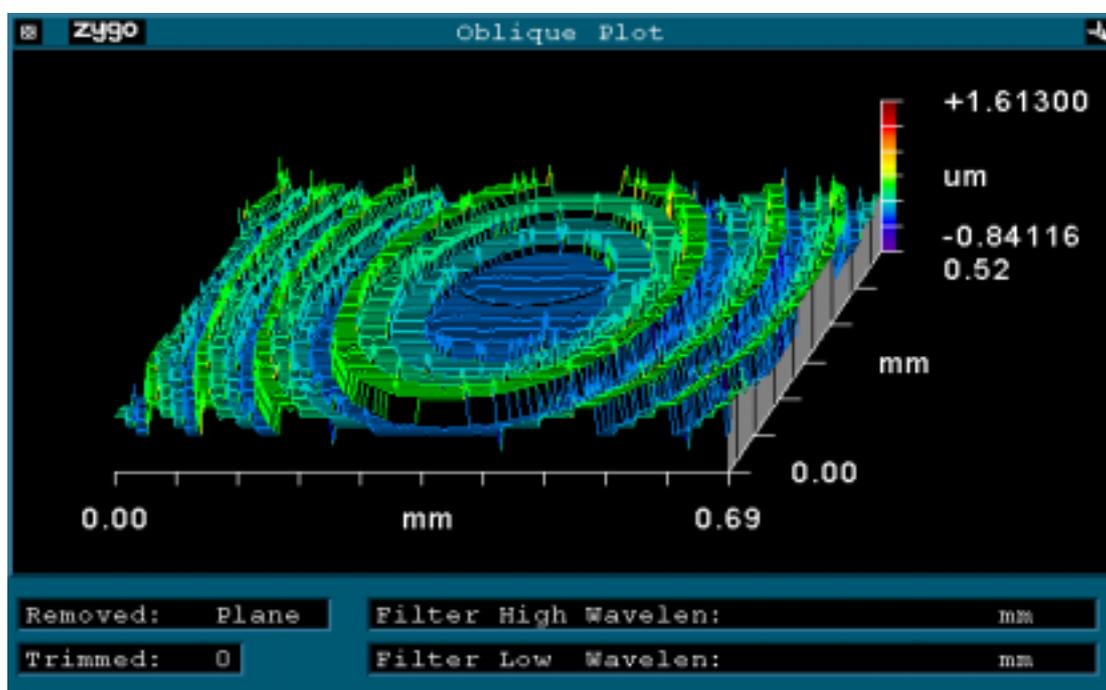


圖 4.22 Zygo 所測之四階微偏轉鏡三維表面輪廓圖

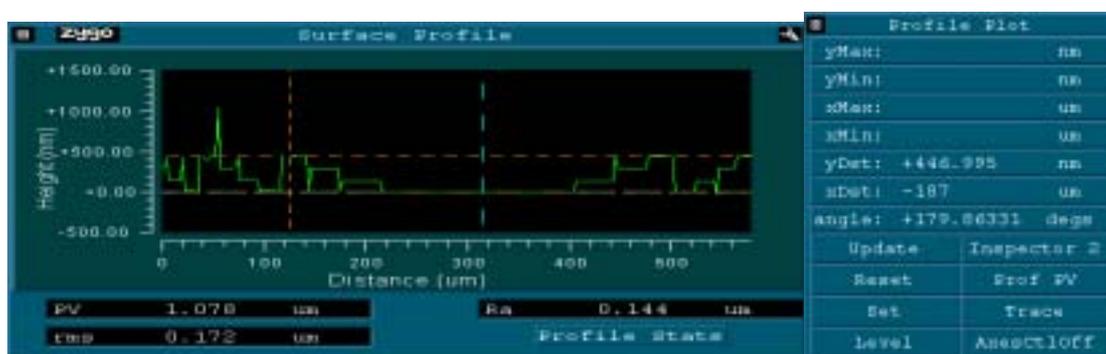


圖 4.23 Zygo 所測之四階微偏轉鏡截面輪廓圖，高度為 446.995nm

因此，把所量測發生步接誤判結果，高度特徵為一、二、三、四、五、六、七、八、九、十 的步階週期修改一下變成高度特徵為一、二、三、四、一、二、三、四的步階週期，也就是在五與九的位置分別扣一個平均波長( $\bar{\lambda}$ )以及兩個平均波長( $2\bar{\lambda}$ )高度差，以還原原來正確結果，所得結果圖(4.24)所示

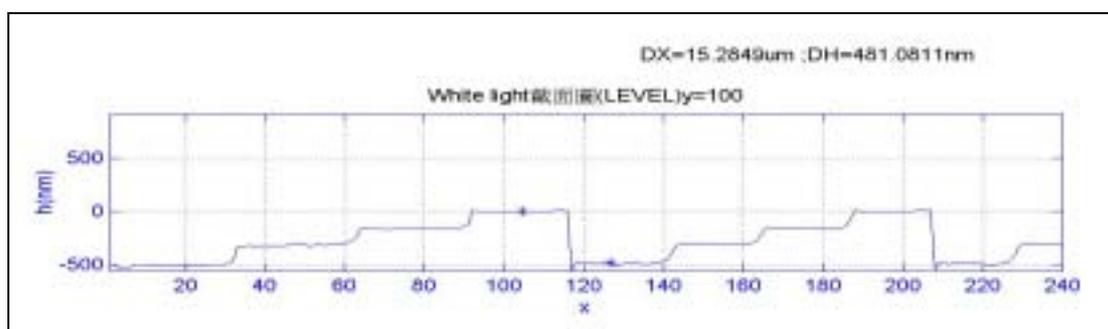


圖 4.24 修改後四階微偏轉鏡截面輪廓圖，高度為 481.0811nm

說明了圖(4.24)才是正確截面圖，圖(4.21)是發生步階誤判結果的截面圖，在高度特徵五與九位置分別扣一個平均波長( $\bar{\lambda}$ )以及兩個平均波長( $2\bar{\lambda}$ )高度差，以干涉條紋來說，就是步階誤判了兩條與四條干涉條紋的位置，這是利用光學相移干涉術難免造成的誤判，導致相位重建有著 2 (波長整數倍)的不明確性。

#### 4.2.4 矽晶片八階量化繞射元件量測

被測物是利用活性離子(RIE)蝕刻矽晶片，經過 3 次光罩曝光製成的八階週期變化的濾波繞射元件，以模擬 Fresnel lens 的表面特

徵。樣品表面是八階變化，高度特徵為一、二、三、四、五、六、七、八的步階週期。

以白光為光源，調整待測物在 CCD 對焦位置以及干涉條紋。圖(4.25)中  $I_1 \sim I_7$  為量測元件中心部份所擷取的干涉圖樣，圖(4.26)為八階的濾波繞射元件三維表面輪廓圖，圖(4.27)為在  $x=120$  時的截面輪廓圖。光強度以 256 灰階表示相對強度，橫軸與縱軸的單位是像素，以 5 倍顯微物鏡放大及 CCD 為  $256 \times 240$  模式的話，像素空間取樣間隔為  $2.92 \mu\text{m}$ ，被測面積為  $747.5 \mu\text{m} \times 700.8 \mu\text{m}$ 。

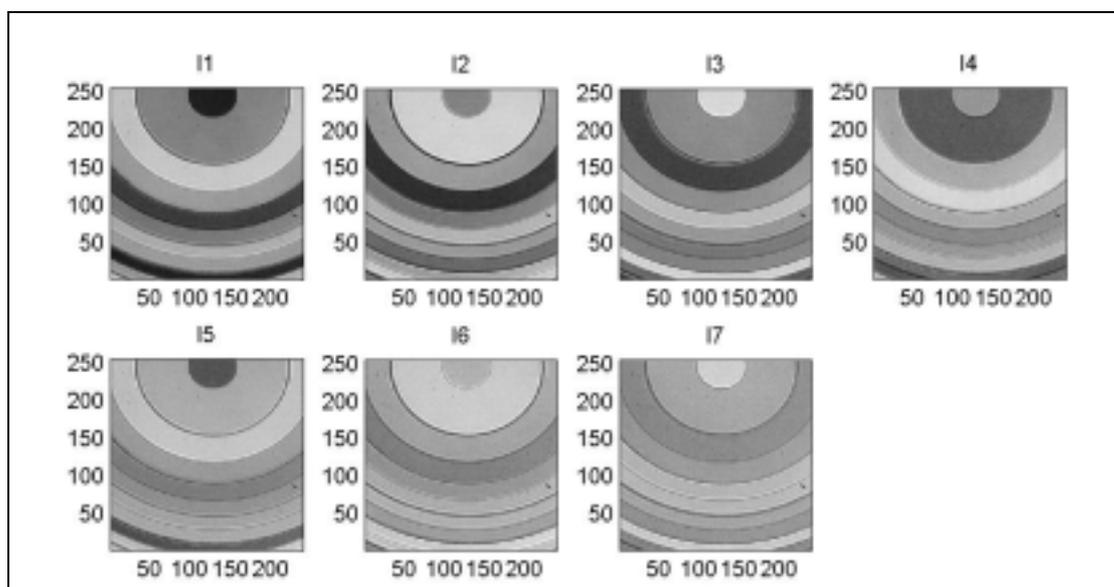


圖 4.25 推動  $1/2 (\bar{\lambda}/8)$  相移的七幅干涉圖形

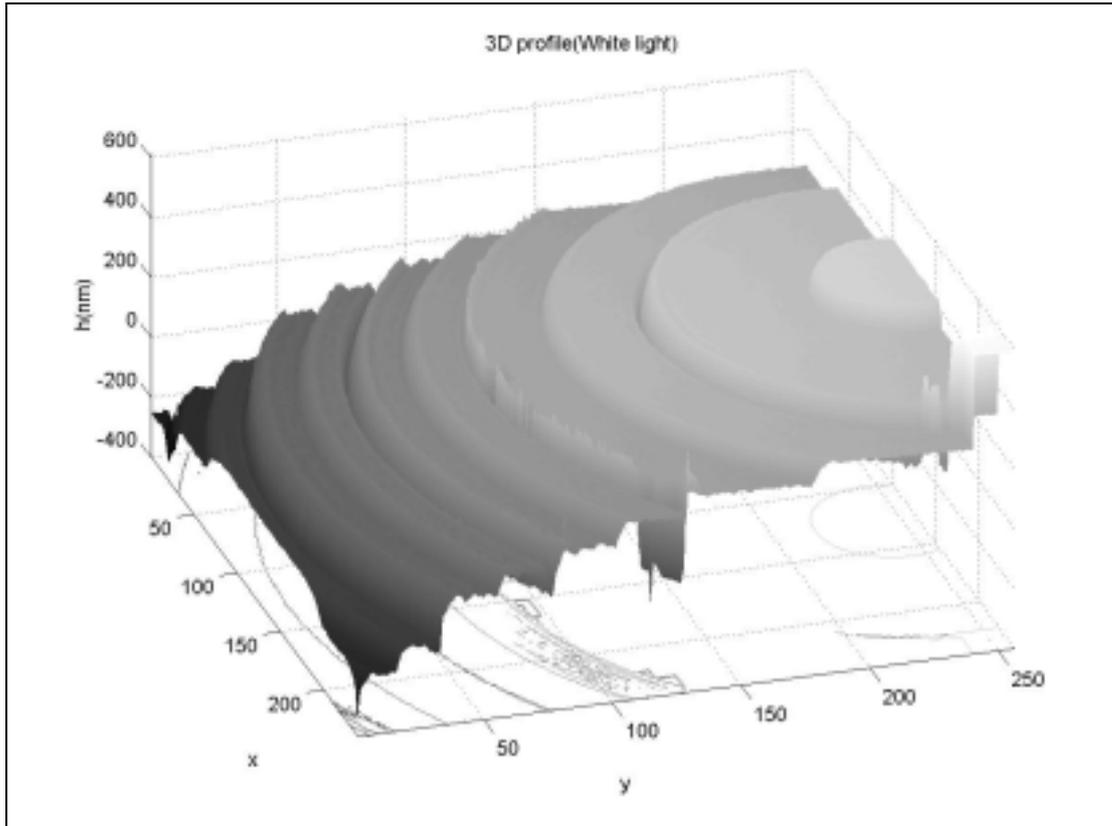


圖 4.26 八階濾波繞射元件三維表面輪廓圖(中心部份)

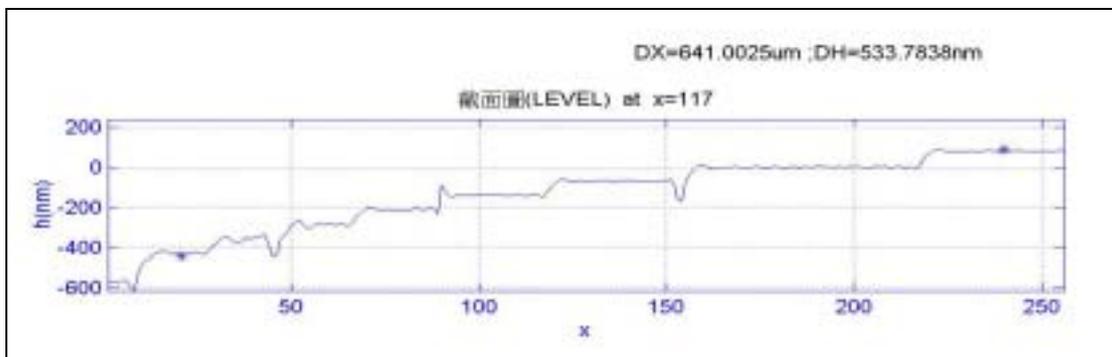


圖 4.27 八階濾波繞射元件的截面輪廓圖，高度為 533.7838nm

每階高度差約 75nm 左右的八階濾波繞射元件，最高與最低高度差為 533.7838nm，仍然會發生步階深度誤差，在步階差太大時發生。

圖(4.28)為 Zygo 所測之八階濾波繞射元件三維表面輪廓圖，量

測範圍為放大倍率等於 10 倍的結果。圖(4.29)為 Zygo 所測之八階濾波繞射元件截面輪廓圖，所量高度為 530.912nm。

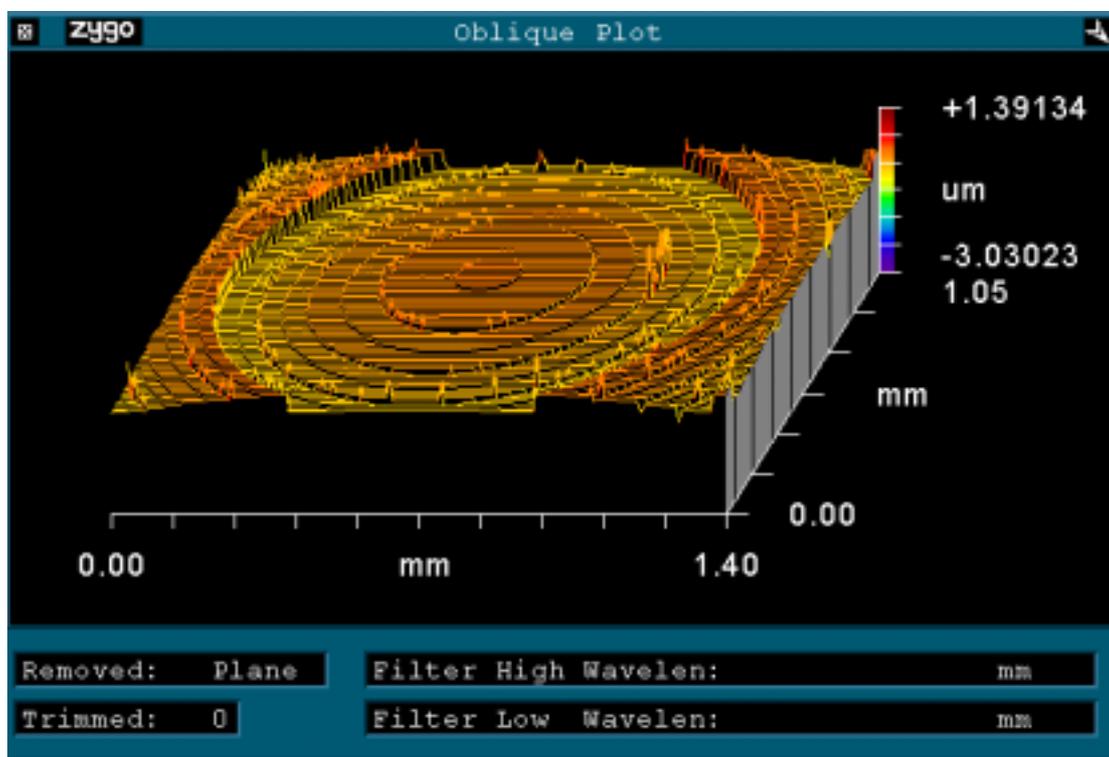


圖 4.28 Zygo 所測之八階濾波繞射元件三維表面輪廓圖



圖 4.29 Zygo 所測之八階繞射元件截面輪廓圖，高度為 530.912nm

## 4.3 消色差相移的量測結果

### 4.3.1 平面鏡的量測

被測物與參考面都是一個  $\lambda/10$  的平面鏡，材質是鋁鏡，表面反射率 93%。圖(4.30)中  $I_1 \sim I_5$  為量測所擷取的干涉圖樣，分別為沒加濾波、加寬帶通與窄帶通濾波片的干涉圖像情形。光強度以 256 灰階表示相對強度，橫軸與縱軸的單位是像素，沒加顯微物鏡及 CCD 為 256x240 模式的話，像素空間取樣間隔為  $14.6 \mu\text{m}$ ，被測面積為  $3.738\text{mm} \times 3.504\text{mm}$ 。

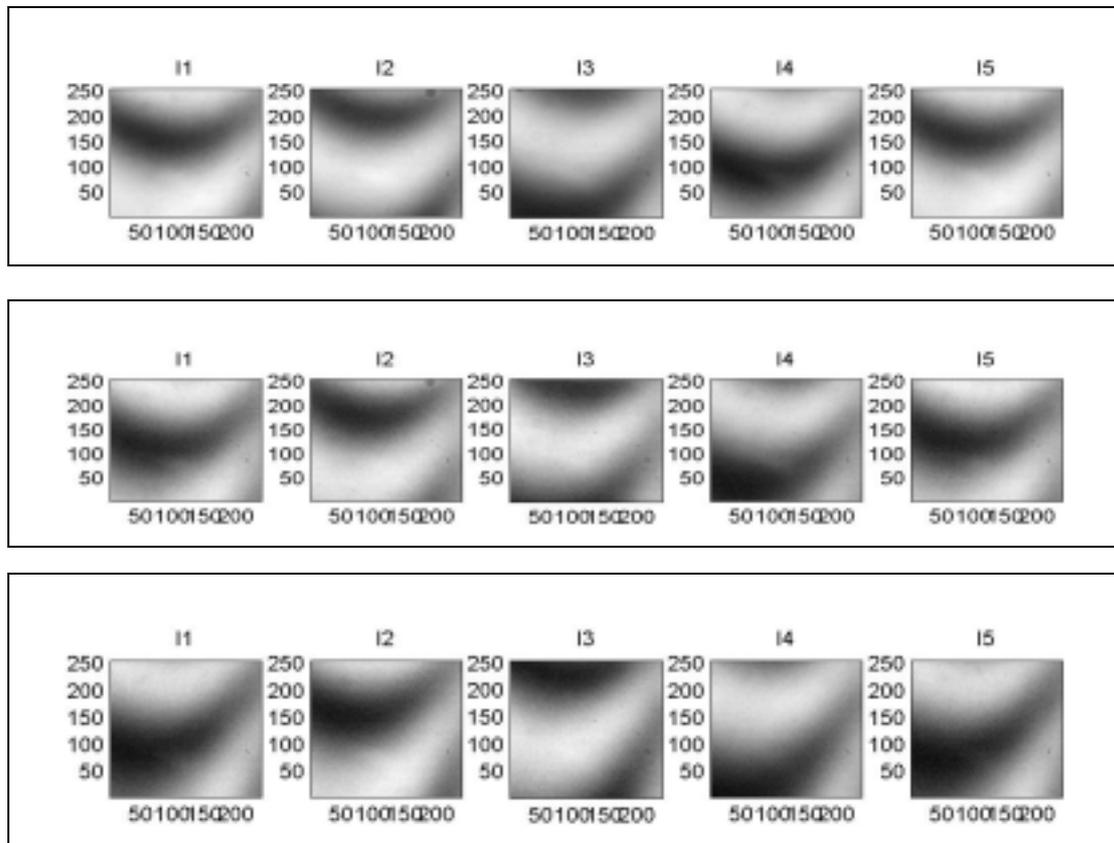


圖 4.30 轉動線偏 45 度相移的五幅干涉圖形

先以平面量測來研究利用消色差相移方法的可行性，從圖(4.30)可以看出相移結果。圖(4.31)為還原後三維表面輪廓圖，圖(4.32)到圖(4.34)分別為沒加濾波、加寬帶通與窄帶通濾波片量測結果在120位置的截面輪廓圖。

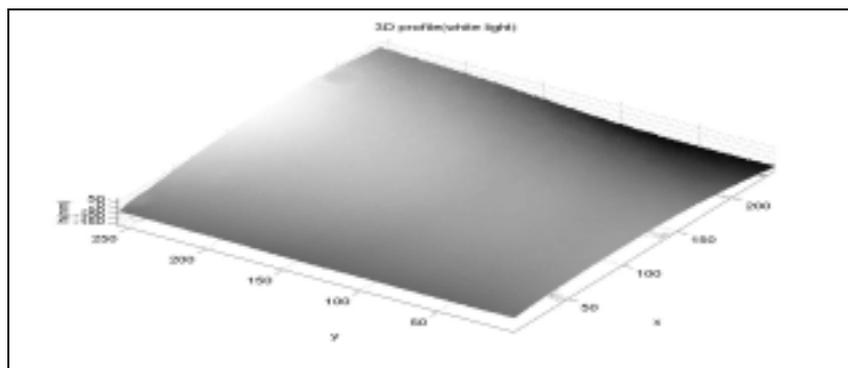


圖 4.31 平面鏡三維表面輪廓圖



圖 4.32 沒加濾波片的截面輪廓圖(高度差 26.1702nm)

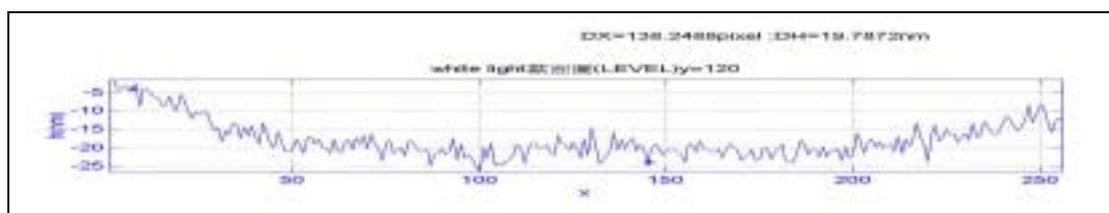


圖 4.33 加入寬帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 19.7872nm)

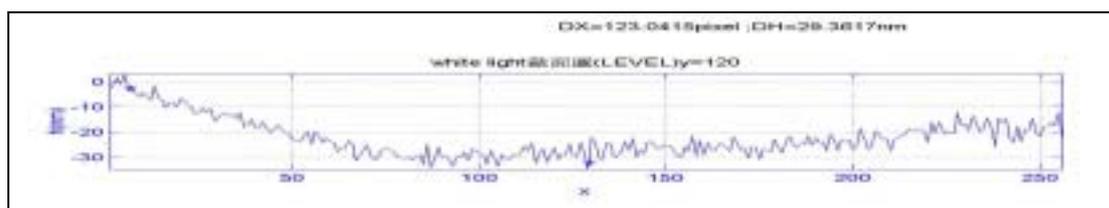


圖 4.34 加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 29.3617nm)

### 4.3.2 矽晶片表面量測

被測物是拋過後的矽晶片，經過半導體 RIE 蝕刻，深度約 180nm 的二步階微元件。圖(4.35)中  $I_1 \sim I_5$  分別為沒加濾波與有加窄帶通濾波片量測所擷取的干涉圖樣，光強度以 256 灰階表示相對強度，橫軸與縱軸的單位是像素，以 10 倍顯微物鏡放大及 CCD 為 256x240 模式的話，像素空間取樣間隔為  $1.46 \mu\text{m}$ ，被測面積為  $373.8 \mu\text{m} \times 350.4 \mu\text{m}$ 。圖(4.36)為沒加濾波還原的矽晶片三維表面輪廓圖，圖(4.37)為加窄帶通濾波還原的矽晶片三維表面輪廓圖。

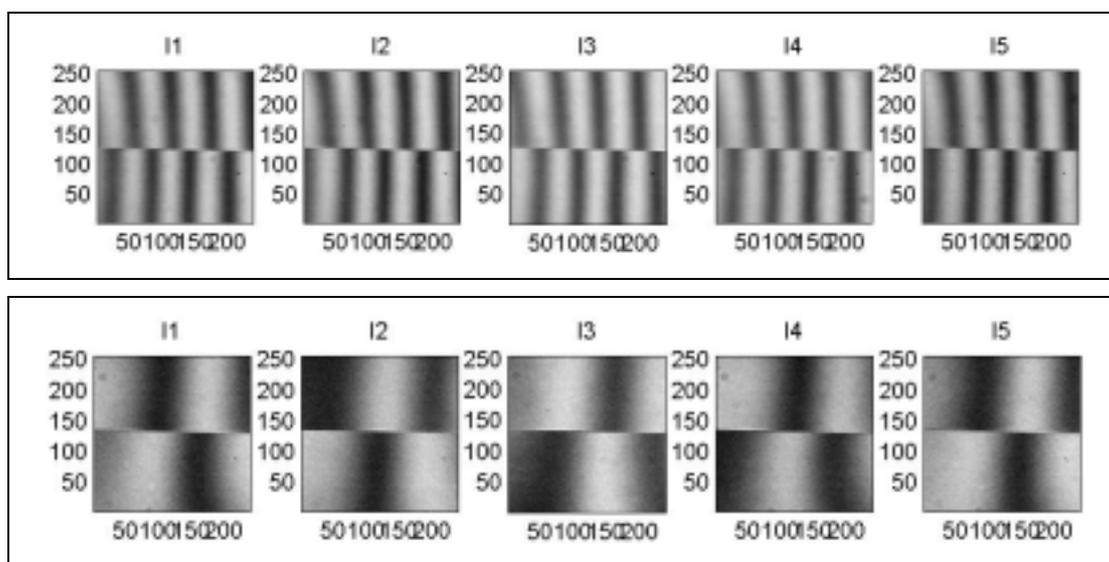


圖 4.35 沒加濾波與有加窄帶通濾波片相移的干涉圖形

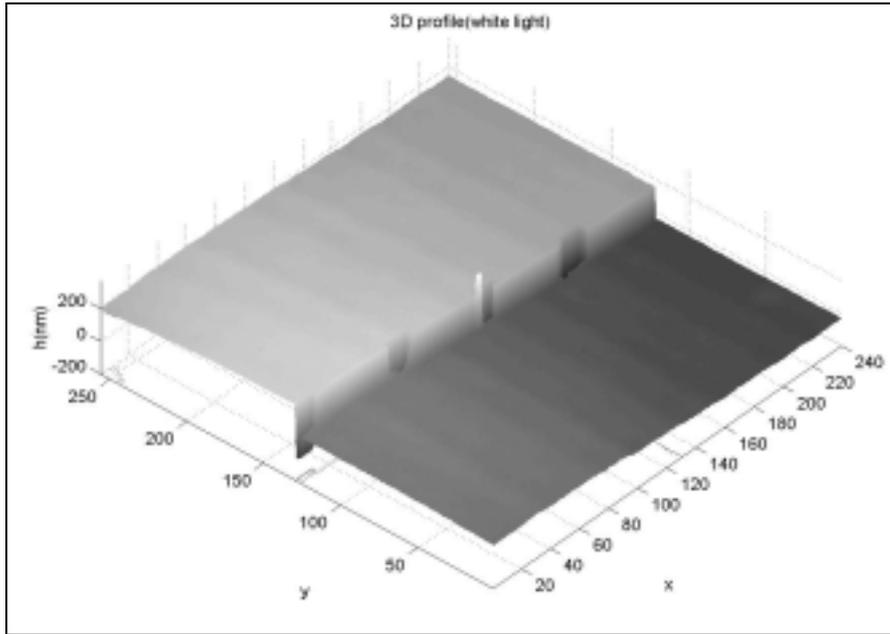


圖 4.36 沒加濾波還原的矽晶片三維表面輪廓圖

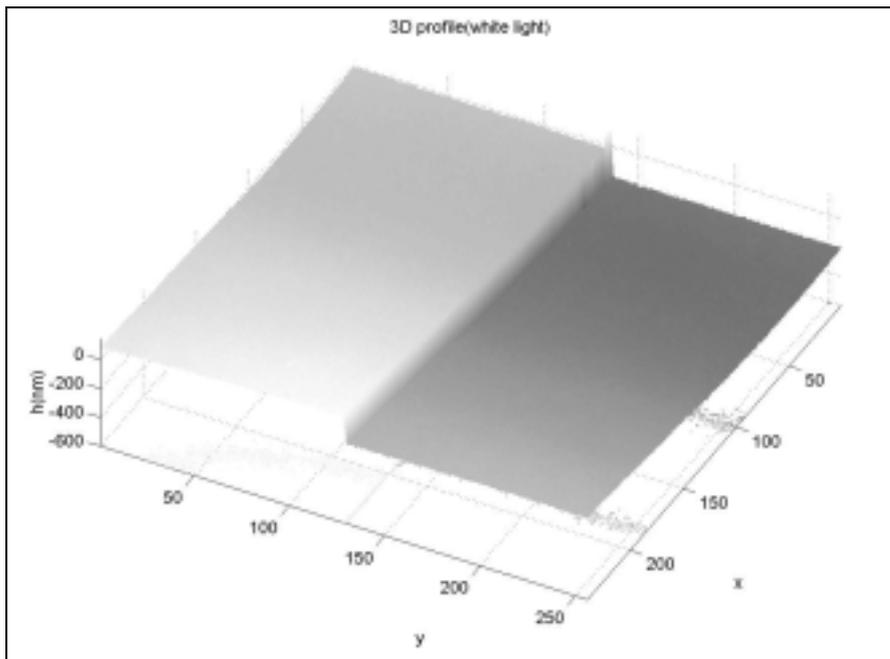


圖 4.37 加窄帶通濾波還原的矽晶片三維表面輪廓圖

圖(4.38)是沒加濾波片的截面輪廓圖，圖(4.39)是加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖。最後使用 Zygo NewView5000 儀器來測量此矽晶

片，作為正確輪廓校準。圖(4.40)為 Zygo 所測之矽晶片截面輪廓圖，所量高度為 180.263nm。

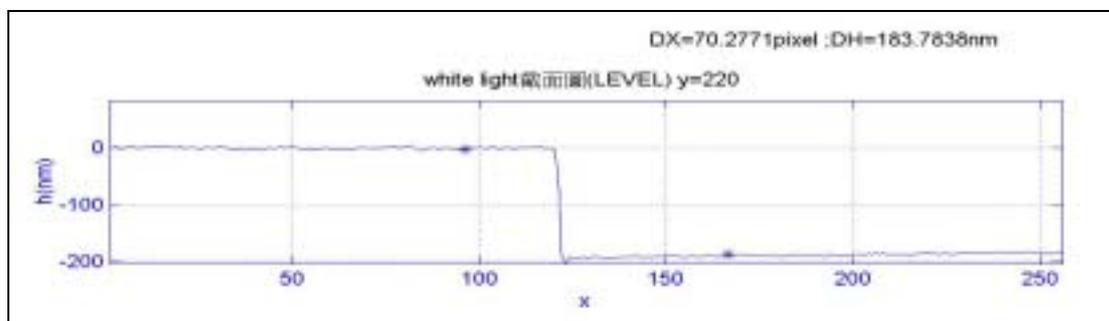


圖 4.38 沒加濾波片的截面輪廓圖(高度差 183.7838nm)

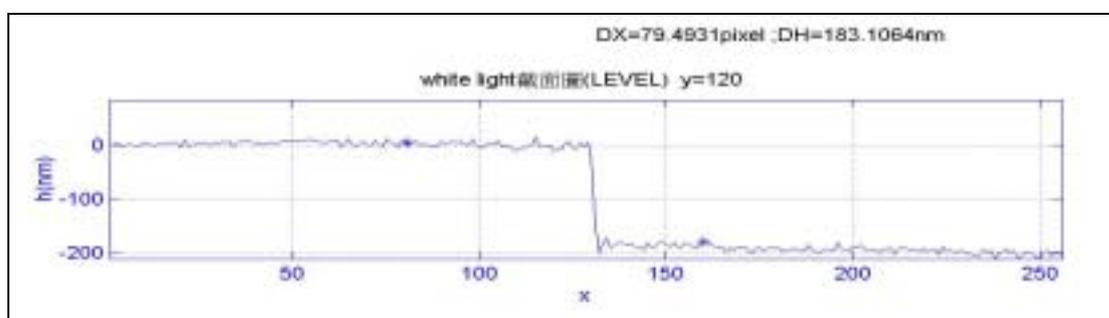


圖 4.39 加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 183.1064nm)

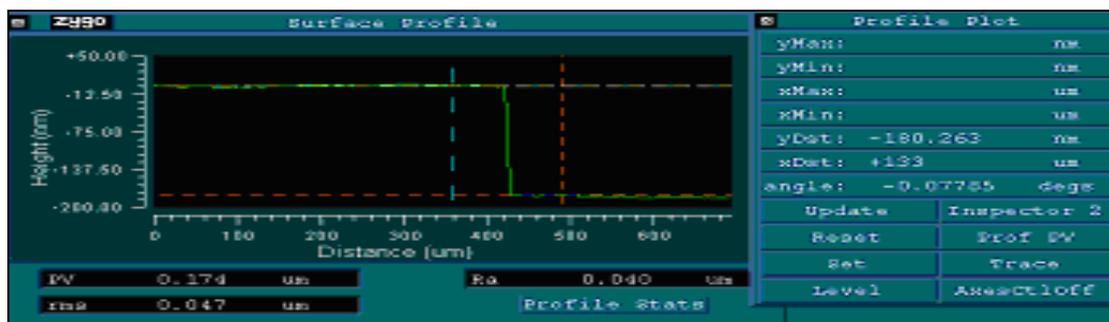


圖 4.40 Zygo 所測之矽晶片截面輪廓圖，所量高度為 180.263nm

消色差相移法是利用安排波片組以及旋轉線偏 45 度來達調制相移  $\lambda/2$  量，由量測平面鏡與矽晶片表面，初步可以得到一些不錯的結果。不過對於實驗的重複性並不好，每次相同實驗步驟不一定能得

到相同結果，也就是說相移量並不是接近  $\pi/2$ ，主要原因是有時手動線偏振片時會引來震動，或是儀器結構本身造成影響，會使干涉條紋飄移，所以紀錄就已經包含誤差，還原結果時就會錯誤。所以目前的方法只能一直重複的實驗，連續擷取  $\pi/2$  相移圖，再從這些反覆實驗結果，觀察挑選其中比較標準的結果來還原，才能得到較正確高度與輪廓的三維表面圖。所以使用消色差相移法時，還是有很多改進地方，如能使用電控旋轉方式，達到角度精準、擷取快速、以及減少人為外加的震動；還有波片的品質， $\pi/2$  波片與  $\pi/4$  波片是否達到設計波長的正確延遲相位，以及角度誤差等，都是可以進一步探討改進之處。

# 第五章 分析與討論

本章將會討論誤差的來源並且分析對量測結果的影響

## 5.1 系統量測能力

### 5.1.1 取樣定理與步階測量極限

當使用相移演算法時，就會考慮到相位重建時所產生步階量測的限制，本論文是探討白光相移的兩種方法，所以先討論步階量測的極限。根據取樣定理，相鄰兩取樣點的落差不可超過 $\frac{1}{4}$ 波長，因此對於加濾波片 629.5nm 窄波帶的光源而言，坡度最大為 157.4 nm/pixel，寬波帶中心波長 550nm 光源則為 137.5nm/pixel，而白光光源(中心波長 650nm)的取樣極限為 162.5 nm/pixel。另外值得注意的是，系統所能量測的縱深範圍跟顯微物鏡有關，因為干涉條紋成像可能超出顯微物鏡的景深。

CCD 的像素大小間隔也會影響條紋解析度。由於 CCD 單一像素的面積並非無窮小，每個點擷取的數據為單一像素取樣範圍的平均，所以無法表現出高空間頻率的變化。尤其對於陡坡部分的亮度變化做了平均，如此一來，干涉條紋反差變小，無法表現實際坡度的劇烈變化。圖(5.1)、(5.2)表現出 CCD 像素大小對數據取樣的影響。

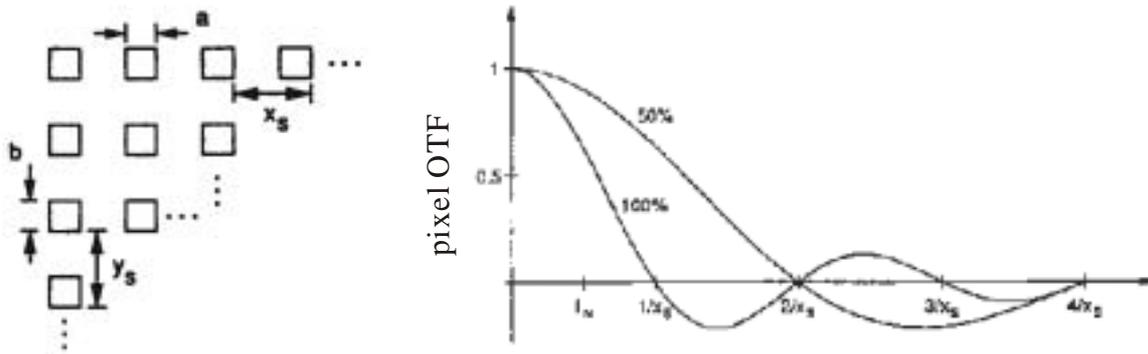


圖 5.1 CCD 解析度與像素大小、間隔關係

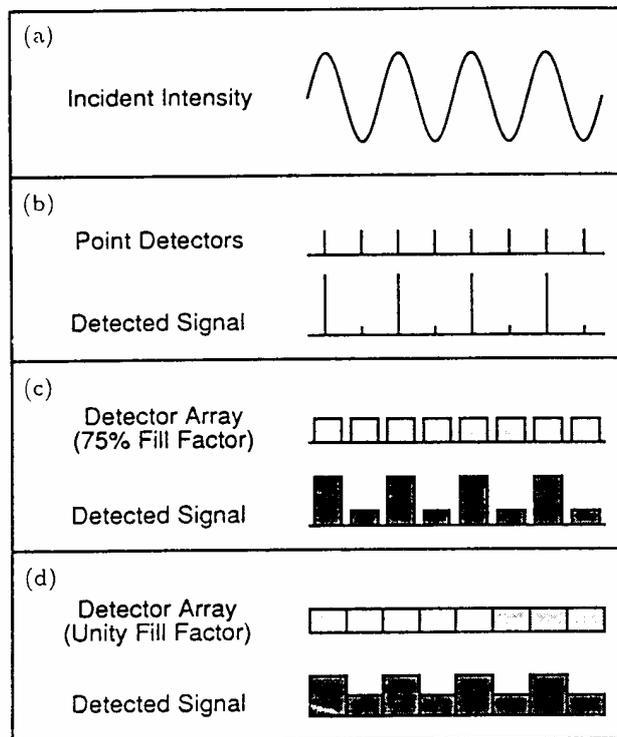


圖 5.2 當偵測器的像素面積不是極小時，平均效應將會使影像對比降低

### 5.1.2 步階深度對量測的影響

若步階深度大於  $\lambda/4$ ，則步階深度將產生誤差，誤差量為  $\lambda/4$  的整數倍。

被測物是利用半導體 RIE 蝕刻矽晶片製成的二階光柵，使用 Zygo NewView5000

儀器來測量二階光柵週期為  $16.8 \mu\text{m}$ ，步階深度約為  $459\text{nm}$ ，如圖(5.3)所示。

分別量測沒加濾波片、加入寬帶通濾波片、以及加入窄帶通濾波片的結果，如圖(5.4)到圖(5.6)結果，測得步階深度分別約為 121.6nm 189.2nm 與 145.9nm。

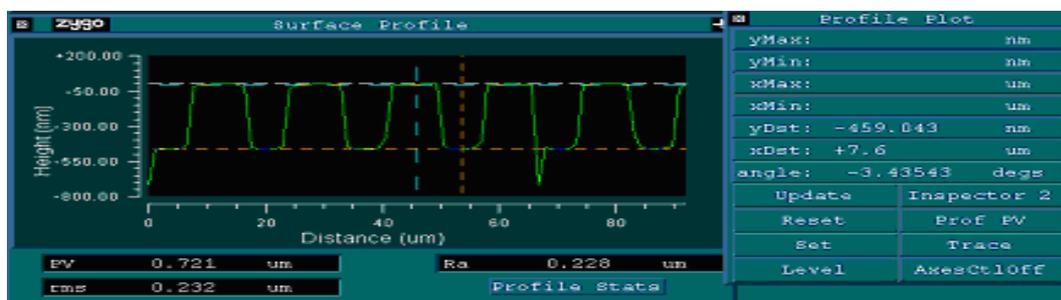


圖 5.3 Zygo 所測之矽基片光柵截面輪廓圖，所量高度為 459.043nm

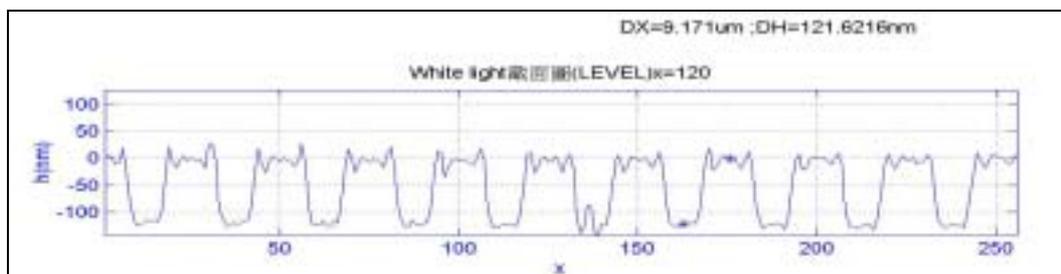


圖 5.4 沒加濾波片的截面輪廓圖(高度差 121.6216nm)

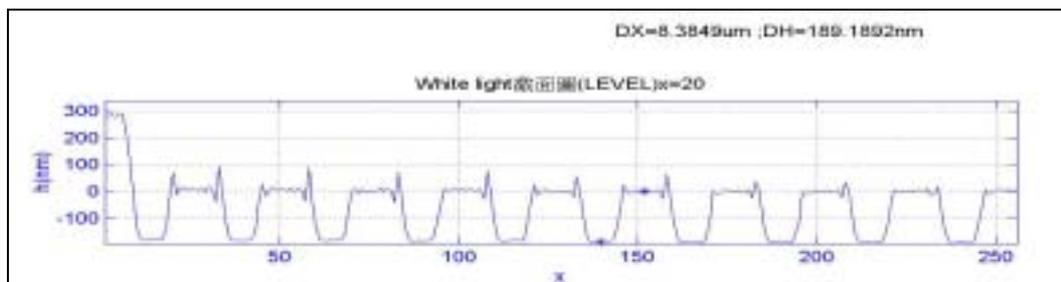


圖 5.5 加入寬帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 189.1892nm)

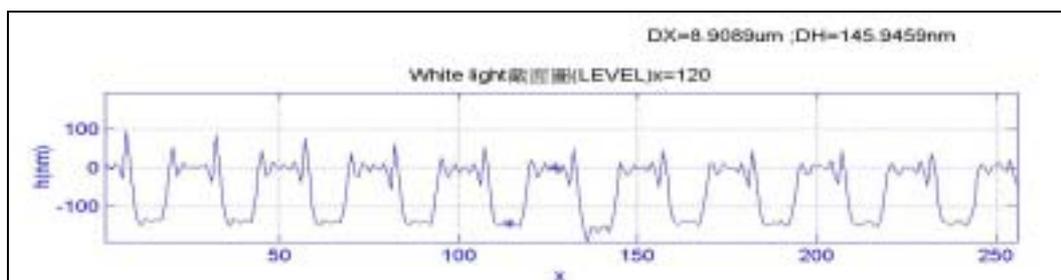


圖 5.6 加入窄帶通濾波片的截面輪廓圖(高度差 145.9459nm)

可以看發生了誤判，誤判原因為相鄰相位差超過  $\pi$ ，使得還原結果發生誤判。

由我們實驗結果可以看出，大約與真實相差  $\lambda/2$  的高度，也就是誤判了一個干涉條紋位置。主要是相鄰干涉條紋峰值強度很接近，所以當發生高度差剛好是一個條紋重疊時，會區分不出來，而產生誤判。如果同調函數能像圖(5.7)所示便可避免此問題，因為即使發生條紋重疊，也是可以利用強度來判斷，進而修正到正確高度。因此，在干涉條紋加入強度判斷條件，便可以避開條紋不明確性，提升幾倍的縱向量測深度。

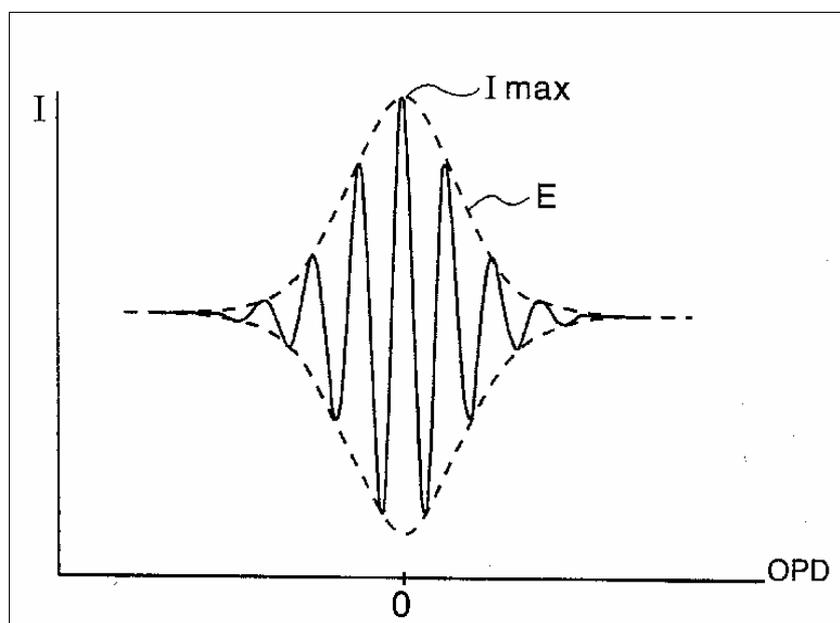


圖 5.7 白光光源光程差與強度關係

### 5.1.3 白光量測的優點

分別以白光光源與雷射光源進行量測，比較兩者之間的優缺點。圖(5.8)為雷射光與白光所調到的干涉條紋，圖(5.9)為兩者光源所得到的三維輪廓圖，圖(5.10)為在 120 畫素位置截面輪廓圖。

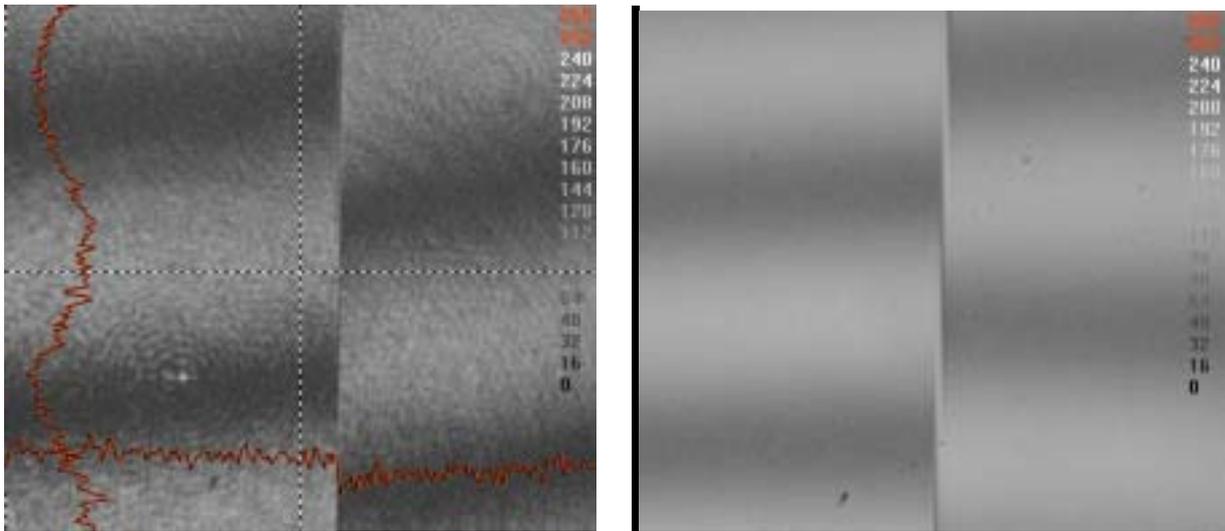


圖 5.8 雷射光與白光所調到的干涉條紋

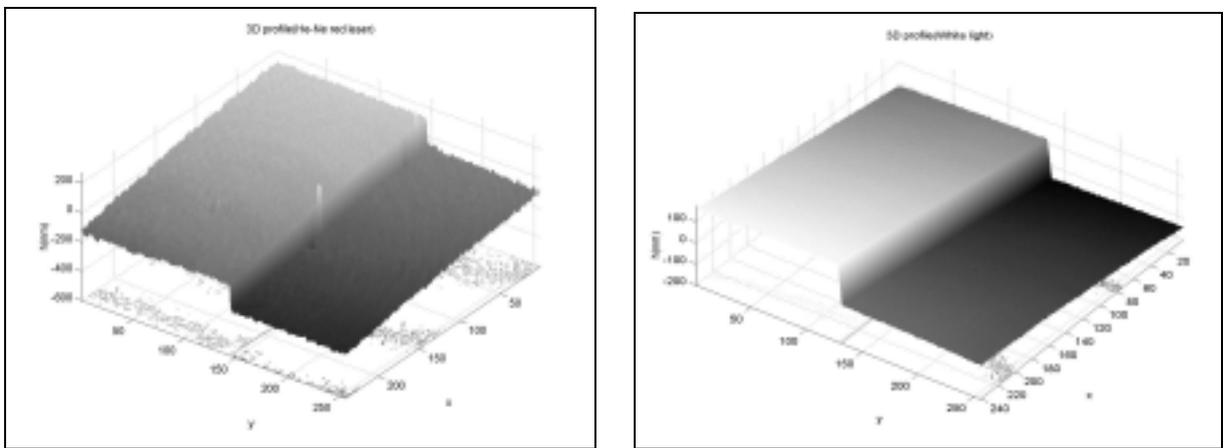


圖 5.9 兩者光源所得到的三維輪廓圖

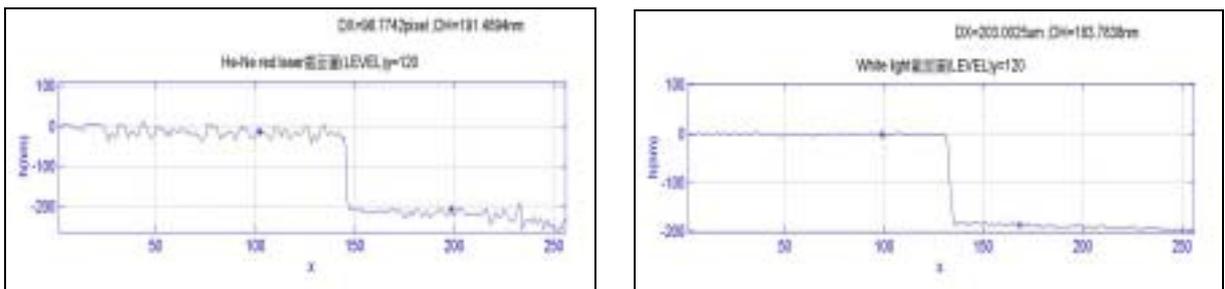


圖 5.10 在 120 畫素位置的截面輪廓圖

可以發現由於雷射光同調長度很長，很容易造成多光束干涉引起的雜訊，表面可以看出同心干涉環，說明了同調性好的光源在經過每一光學元件面都易

發生 Fabry-Perot 干涉現象，因此產生誤差。由於白光光源同調長度短，因此不會有上面問題，所以雜訊大大減少，SNR 較佳，又能配合白光同調長度短特性的零階最大強度掃描，得到絕對高度的測量，擺脫相移法中步階深度的限制。如果要討論白光的缺點，那應該是架設量測系統時，因為同調性差，所以不容易找到干涉條紋。

## 5.2 系統討論與誤差分析

### 5.2.1 振動和空氣擾動

對於干涉式光學量測，振動和空氣擾動所引起的誤差是最常見的問題，當這些因素存在的時候，干涉條紋會隨之振動或者亮度會產生變化以及晃動，在影像記錄這一端所看到的是擷取強度平均之後的結果，因此會造成條紋較為模糊或者對比度下降。所以一般應該要在光路所經之處加上防護罩並遠離空氣流動源以隔離空氣擾動；整套量測系統架設在光學桌上，避免音響、馬達或風扇等振動源，可大幅減少振動的影響。

振動會對相位量測產生正弦變化的誤差，這個正弦變化的頻率是干涉條紋空間頻率的兩倍。如果在系統經過校準程序後，仍然發現兩倍頻率的相位誤差，最有可能就是振動產生的。根據研究指出，當振動的頻率遠高於影像記錄的頻率時，影像因振動產生的光強度微擾會被平均稀釋，利用相移干涉術可達到減少振動誤差的影響。因為振動產生的相位標準差  $\sigma_{\phi_v}$  和光強度的標準差  $\sigma_I$  存在下

列關係<sup>[11]</sup>：

$$\sigma_{\phi_b} = \frac{\sqrt{k}\sigma_I}{vI'} \quad (5.3)$$

其中  $v$  是條紋可見度。 $k$  是和相移演算法相關的常數，通常跟採用的步進

數目成反比關係：

$$k \cong \frac{2}{N} \quad (5.4)$$

即使每幅影像因為振動或光源本身的緣故發生強度微擾，相位誤差總是在相移演算後變得更小，當採用的相移數目越多誤差會越小。另外 (5.3) 式也可用來評估偵測器射出雜訊及熱雜訊造成的相位量測誤差。

然而光學元件設備的也是一大因素。包含光學元件對溫度壓力所產生的形變，以及固定光學元件的設備，如基座等，每個位置都有利用螺絲固定，然而螺絲本身不一定固定不動，這些小位移的結果，便會造成干涉條紋的飄移，使的擷取相位時發生錯誤，特別是在相位重建時，錯誤的相位容易導致錯誤的相位還原。所以除了系統加上防護罩外，也要從量測習慣著手改進。

## 5.2.2 訊號量化的誤差

擷取干涉條紋強度分佈時，通常是經由類比數位轉換器 (analogue-to-digital converter, ADC) 將類比影像訊號轉換成數位訊號，因此原本的連續強度訊號被編譯成 256 階數位訊號，代表描述強度細節的能力變得比較弱。

C. P. Brophy 的研究指出相位標準差和相移步進量具有某種程度的關聯，以

每次相移量  $\frac{\pi}{2}$  為例：

$$\sigma_{\phi} \cong \frac{1}{\sqrt{3vQ}} \quad (5.5)$$

對於更多步進數目  $N$  的相移演算法，其關係式為<sup>[11]</sup>：

$$\sigma_{\phi_N} \cong \frac{2}{\sqrt{3NVQ}} \quad (5.6)$$

$Q$  是指記錄影像的灰階數，以本系統為例， $N=7$  類比數位轉換器是八位元 (8 bits) 的，則  $Q = 2^8 = 256$ 。在上式中  $\sigma_{\phi_N}$  和  $v$  成反比是因為  $vQ$  表示光強度為 CCD 所記錄的動態範圍， $v$  越小代表所跨越的灰階範圍越小，量化後的強度解析度越粗糙，所以在量測前都會先調整光強度到適當的動態範圍。如果條紋可見度  $v=1$ ，對應其量測波長的深度誤差為

$$\Delta h_{Q_{\lambda}} = \frac{\sigma_{\phi} \lambda}{4\pi} \quad (5.7)$$

中心波長 $\bar{\lambda}$ ( nm )	深度誤差 $\Delta h_{Q_{\lambda}}$ ( nm )
629.5	0.085
550	0.075
650	0.088

表 5.1 照度數據量化對深度誤差的影響

所以使用八位元 CCD 其實精確度已經相當足夠了，若要達到更精確的精確度，轉換器可以到十二位元，不過如此將大幅降低數據擷取與傳輸速度，並且評估是否有其必要性。

## 5.2.3 相移量的誤差

### 5.2.3.1 PZT 的穩定性與準確性

PZT 主要目的是推動參考面距離，以達到相移的目的。我們一般選擇  $\lambda/2$  相位的移動量，因為量測是屬於反射式的，實際推動  $\lambda/4$  相位，也就是 PZT 推動  $\lambda/8$  的距離。使用窄濾波中心波長 629.5nm 的波片為 78.69nm，寬濾波中心波長 550nm 的波片 68.75nm，白光中心波長 650nm 的波片為 81.25nm。

實驗室內使用 Physik Instrumente(PI)製造的 XY 雙軸 PTZ，每軸最大推移量為 200  $\mu\text{m}$ 。在量測時，PZT 推動參考面的方向必須與光線前進方向平行，否則將造成推動相移量的誤差。檢查方法可以利用觀察干涉條紋的移動數目來判斷，當 PZT 移動一個固定量，計算干涉條紋移動幾個干涉條紋數目，每條干涉條紋相距是一個波長，把移動數目乘以波長便是 PZT 移動所產生的光程差，當然 PZT 距離要乘以 2，有此可以觀察系統是否偏移嚴重。

然而另一個要考慮的是 PZT 飄移(drift)問題。壓電晶體為主的 PZT 對於電壓有非線性與磁滯曲線的現象，也會受環境溫度影響改變其伸長量。我們使用 Physik Instrumente (PI)的 PZT 數位控制器，並驅動自動回授(servo loop on)，其工作原理是利用 PZT 內部的電容位移感測其位移量，回傳至控制器，以作為電路回授控制，並在介面控制程式上回傳 PZT 伸長量，簡單找出 PZT 的穩定性結果。我們將 PZT 伸長量固定在 0  $\mu\text{m}$  位置，如圖(5.11)所示，每格 0.1 秒回報 PZT 的位置，紀錄 100 次。其誤差的方均根值約為 2.79 nm。

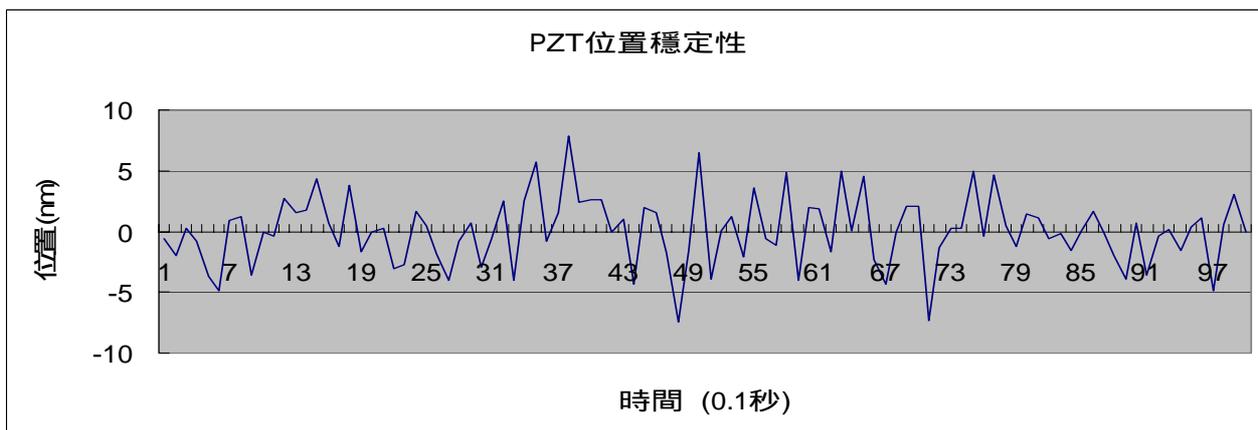


圖 5.11 PZT 位置穩定性

所以若推動窄濾波中心波長 629.5nm 的波片為 78.69nm，則誤差百分比為 3.55%；若推動寬濾波中心波長 550nm 的波片 68.75nm，則誤差百分比為 4.06%；若推動白光光源 650nm 的波片 81.25nm，則誤差百分比為 3.43%。

### 5.2.3.2 消色差相移的準確度

在白光相移干涉術中，藉由波片組安排利用旋轉偏極片達到相移結果。此方法理論上對所有可見光波長(400~700nm)幾乎有著相同相移，且其中相移並沒改變光程差位置，非常適合白光相移干涉術。但其中要求也是非常嚴謹的，例如說寬帶偏極分光鏡(Broadband PBS)、波片延遲的準確度、波片與線偏極片角度的精度，以及旋轉線偏極片時的精度。因為主要相移部分是旋轉線偏角得到 2 角的相移量，因此角度準確便是很重要的因素之一。實際實驗上，因為旋轉線偏極片是用手調整，角度也是目視判斷，因此一定有誤差存在。我們由前面分別利用沒加濾波片、加入寬帶通濾波片與窄帶通濾波片量測平面，利用結果來反推每一個 CCD 上畫素的相移量分佈，如圖(5.12)到(5.14)所示，橫軸

是相移的角度，縱軸是畫素的數目。

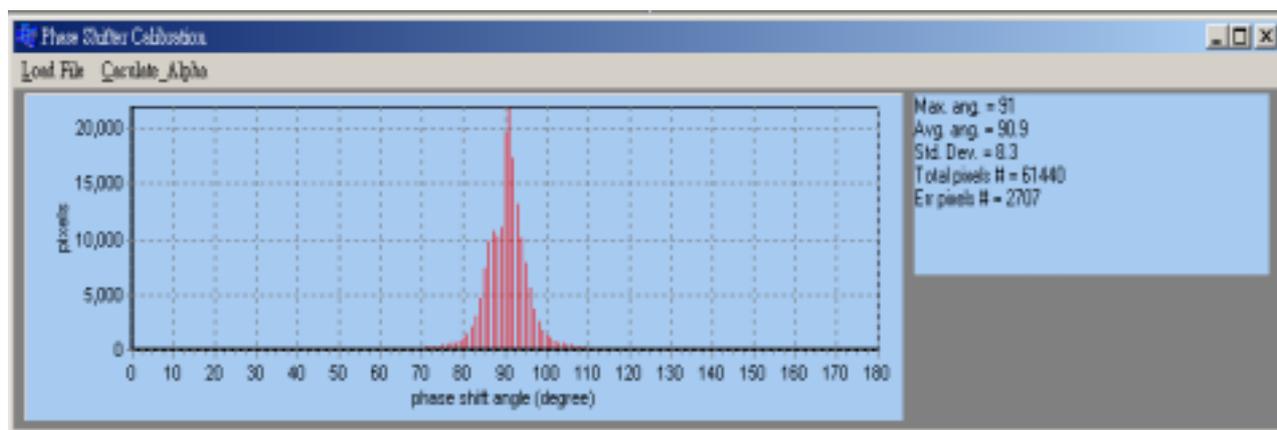


圖 5.12 沒加濾波片結果的所有畫素點相移角度的分佈

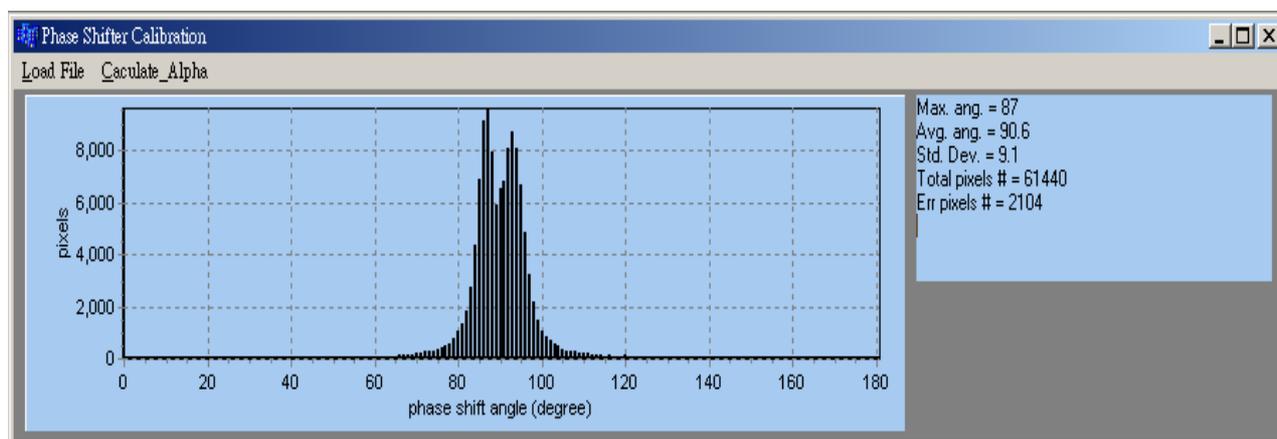


圖 5.13 加入寬帶通濾波片結果的所有畫素點相移角度的分佈

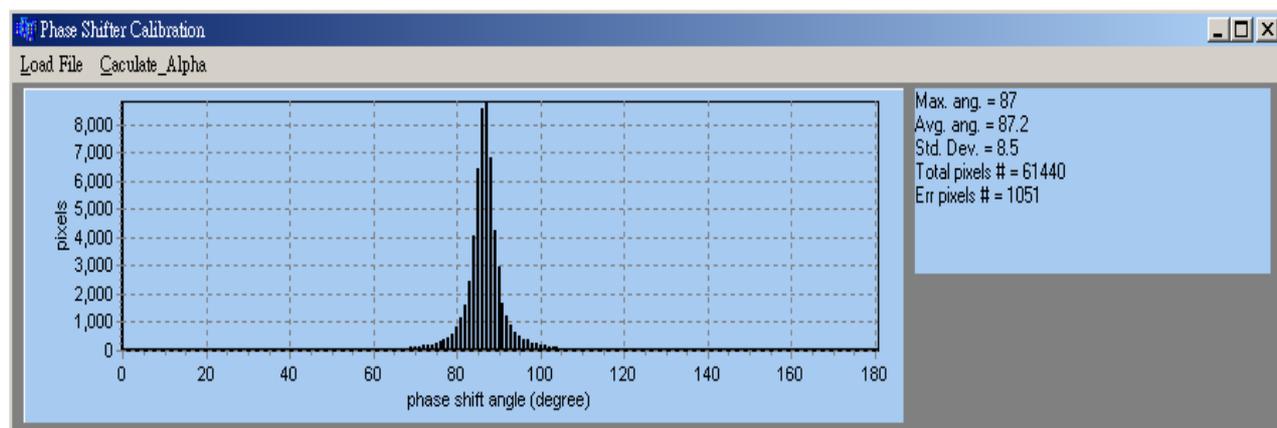


圖 5.14 加入窄帶通濾波片結果的所有畫素點相移角度的分佈

由上圖(5.12)到(5.14)可以看出實驗時相移量的精準，也可以計算相移誤差造成的高度誤差，根據誤差量對五步演算法推算出來的相位影響為

$$\Delta\phi \cong \left(\frac{\varepsilon^2}{4}\right) \sin[2\phi(x, y)] \quad (5.8)$$

其中  $\varepsilon$  為相移誤差量， $\Delta\phi$  為相位誤差。如果只考慮相移量造成的誤差，沒加濾波片平均角度在 90.9 度、加入寬帶通濾波片平均角度在 90.6 度與加入窄帶通濾波片平均角度在 87.2 度，上式當  $\phi = \frac{\pi}{4}$  時誤差最大，因此可計算出高度誤差

h

$$\Delta h = \frac{\bar{\lambda}}{4\pi} \Delta\phi \quad (5.9)$$

中心波長 $\bar{\lambda}$ (nm)	相位誤差 (radians)	深度誤差 h (nm)
白光沒濾波 650	$6.169 \times 10^{-5}$	0.0032
寬帶通濾波 550	$2.742 \times 10^{-5}$	0.0012
窄帶通濾波 629.5	$5.971 \times 10^{-4}$	0.030

表 5.2 相移量偏差對深度誤差的影響

## 第六章 結論

研究非接觸式的光學量測方法，選擇白光(多波長)為光源，分析討論兩種相移干涉術方法，來精確求得初始相位值。

論文中已經對兩種白光相移干涉術分別架設量測系統，進行微元件量測，在與商業用功能強大的 ZYGO 量測儀器進行校準，量測結果良好。可是利用相移法都有著取樣相鄰像素必須小於四分之一中心波長的限制，即使利用相位重建技術還是有其極限。在步階深度限制範圍內，我們量測結果正確，在量測步階深度限制範圍外時，發生高度差約為  $\frac{1}{2}\lambda$  (誤差量為  $\frac{1}{4}\lambda$  整數倍)。然而使用白光相移干涉術，縱向解析可達奈米等級，非常精確，比起同調性高的單波長雷射，雜訊更少，相對 SNR 更高。

垂直掃描式干涉儀已經被廣泛使用，利用此方法可以避免相位不明確性，可以得到很深的縱向量測範圍，但是縱向解析度較差，如果能結合相移方法，利用兩種方法的優點，相互配合，便可得到步階深度更深且縱向精度更精確的三維輪廓輸出。