

舉重機器手臂之路徑規劃與動態模擬

研究生：陳俊延

指導教授：鄭璧瑩 博士

國立交通大學機械工程研究所

摘要

對於機器人相關領域中，機器手臂是一種研究最早且最基本的機構之一。在傳統工業中，我們經常使用串聯式機器手臂來幫助我們工作。按照作業的要求，往往需要控制機器手臂從某個空間位置運動到另一個空間位置。然而串聯式機器手臂最大的缺點，就是離底盤越近的驅動軸，所承受的力與力矩就越大，所以離底盤越近的桿件與驅動器便越笨重。因此讓機器手臂能自動規劃出一條省力的路徑，不但可以避免離底盤越近的桿件與驅動器過於笨重的情形，並且可以減輕驅動器的負擔。在本文中，我們以人工智慧相關領域中的一種經典演算法—Dijkstra 演算法來搜尋最省力的最佳路徑。我們提出一種修正 Dijkstra 演算法的新方法，使其可以兼顧計算效率與最佳解的可靠度。另外我們根據 B-spline Curve 的理論將最佳路徑參數化，使由格點所組成的最佳路徑轉換為一條連續且平滑的曲線，藉此我們也可以計算動力學中的瞬間角速度、角加速度與力矩。最後我們使用 OpenGL 函式庫撰寫 C++ 程式，來作舉重機器手臂動態模擬的工作。目前我們已經完成初步動態模擬的成果，使舉重機器手臂可以循著以 Dijkstra

演算法所搜尋出來的最省力路徑，將重物從低處舉到高處。

關鍵詞：機器手臂、路徑規劃、Dijkstra 演算法、B-spline



Path Planning and Dynamic Simulation of Weightlifting Robotic manipulator

Student : Chun-Yen Chen Advisor : Dr. Pi-Ying Cheng

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

Robotic arm is one kind of mechanism, and is most basically and early in robotic research. In the traditional industry, we usually use the serial type robotic arm to help us to work. According to the work request, we often need to control the robotic arm from some space position movement to another position. However, the most serious shortcoming for serial type robotic arm is that the more drive shaft is near chassis, the more force and torque which it supports are large. Thus, links and drivers are more unwieldy. Therefore, automatically planning a path which reduces effort for a robotic arm, can avoid the situation that links and drivers are too unwieldy, and also can reduce the load of driver. In this paper, we will use one of classical algorithm in artificial intelligent, Dijkstra algorithm, to search a optimal path which take minimum effort. We suggested a method which revise Dijkstra algorithm to look after both sides the efficiency of search and the reliability of solution. Moreover we formulize the optimal path according to the theory of B-spline Curve, so the path which is composed by the grid point can transform into a continuous and smooth curve. By formulizing path we can also calculate angular velocity, angle acceleration, and torque in dynamics. Finally we use OpenGL library to design a C++ program which do the dynamic simulation of weight-lifting robotic arm. At present we already get

the preliminary results in dynamic simulation. The weight-lifting robotic arm can follow the path of minimum effort that search by Dijkstra algorithm to lift a payload from low place to high.

Key words : robotic arm, path planning, Dijkstra algorithm, B-spline



誌謝

在研究所兩年期間，首先感謝指導教授鄭璧瑩博士這兩年來的指導與教誨，使我能如期順利地完成碩士論文，並學習到許多寶貴的知識與經驗。另外感謝口試委員們的許多重要意見，使得本論文的內容更加地充實、完備。

對於實驗室成員，我要感謝上一屆的學長們—國祥、志剛、信政、志偉，對於實驗室我所不熟悉的事物，熱心地給予指導。另外感謝同屆的同學—憲輝與聖珣，在研究所兩年來，不論在課業或生活上，彼此相互扶持與鼓勵。最後感謝下一屆的學弟們—耀嶸、俊廷、志杭、駿榮、證凱，在我趕論文的時候，幫忙處理實驗室的事務。

特別感謝父母的養育之恩，讓我能順利地取得碩士學位，不負兩位從小辛苦地栽培。另外還要感謝我的女友—愛蓮，在我們相處將近四年來一路地陪伴在我身旁，相互關懷與照顧；並且一起經歷研究所入學考試、修課與論文研究…等重重的難關。

以上我所感謝的人，對於你們的幫助，紙短情長，無法表達我的感激之情於萬一。僅將本論文的成果與榮耀與你們分享。

目錄

| | | |
|-------|---------------------------|------|
| 中文摘要 | | i |
| 英文摘要 | | iii |
| 誌謝 | | v |
| 目錄 | | vi |
| 表目錄 | | viii |
| 圖目錄 | | ix |
| 符號說明 | | xi |
| 一、 | 緒論..... | 1 |
| 1.1 | 研究背景與動機..... | 1 |
| 1.2 | 文獻回顧..... | 2 |
| 1.3 | 研究內容..... | 4 |
| 1.4 | 論文架構..... | 5 |
| 二、 | 研究內容與方法..... | 7 |
| 2.1 | 機器人學..... | 7 |
| 2.1.1 | 機器人動力學..... | 7 |
| 2.1.2 | 動力方程式的推導..... | 11 |
| 2.2 | Dijkstra 演算法..... | 19 |
| 2.3 | B-spline Curve..... | 26 |
| 2.3.1 | B-spline Curve 的基本理論..... | 26 |
| 2.3.2 | B-spline Curve Fit..... | 30 |
| 2.4 | OpenGL 函式庫..... | 32 |
| 三、 | 以靜力學討論兩軸機器手臂之路徑規劃問題..... | 34 |
| 3.1 | 建立角度與力矩之關係曲面圖..... | 34 |
| 3.2 | 目標函數的設計與搜尋的結果..... | 37 |
| 3.2.1 | 次方係數為 1 的最佳化結果..... | 38 |
| 3.2.2 | 次方係數為 2 的最佳化結果..... | 40 |
| 3.2.3 | 具有限制條件的最佳化結果..... | 42 |
| 3.3 | 結果討論..... | 45 |
| 四、 | 以靜力學討論三軸機器手臂之路徑規劃問題..... | 47 |
| 4.1 | 網格的劃分與起點終點限制的修正..... | 47 |
| 4.2 | 目標函數的設計與搜尋的結果..... | 48 |
| 4.3 | Dijkstra 演算法加網格漸細法..... | 54 |
| 4.4 | B-spline 參數化路徑..... | 60 |
| 4.5 | 結果討論..... | 63 |

| | | |
|-------|--------------------------|----|
| 五、 | 以動力學討論三軸機器手臂之路徑規劃問題..... | 64 |
| 5.1 | 動力問題的目標函數..... | 64 |
| 5.1.1 | 旋轉運動學..... | 64 |
| 5.1.2 | B-spline 參數化路徑 | 65 |
| 5.1.3 | 目標函數的設計..... | 68 |
| 5.2 | 路徑搜尋與結果..... | 72 |
| 5.3 | 與文獻結果的比較..... | 77 |
| 5.4 | 結果討論..... | 80 |
| 六、 | 結論..... | 83 |
| 參考文獻 | | 85 |



表目錄

| | | |
|-------|--------------------------------------|----|
| 表 2.1 | 三軸機器手臂的 Denavit-Hartenberg 參數表 | 12 |
| 表 2.2 | 本論文所使用的電腦軟硬體規格 | 33 |
| 表 4.1 | 不同搜尋方法與其搜尋時間之比較表 | 59 |
| 表 5.1 | 本章中各個例子搜尋所花費的時間 | 81 |



圖目錄

| | | |
|--------|--|----|
| 圖 1.1 | 參考文獻[3]之最佳化結果 | 3 |
| 圖 1.2 | 參考文獻[4][5]之最佳化結果 | 4 |
| 圖 1.3 | 舉重機器手臂的初始狀態與目標狀態示意圖 | 5 |
| 圖 2.1 | Denavit-Hartenberg 參數定義圖 | 8 |
| 圖 2.2 | 三軸機器手臂幾何參數圖 | 11 |
| 圖 2.3 | 3x3 的 2D 網格圖 | 21 |
| 圖 2.4 | Dijkstra 演算法流程圖 | 24 |
| 圖 2.5 | Dijkstra 演算法無障礙範例 | 25 |
| 圖 2.6 | Dijkstra 演算法具障礙物範例 | 25 |
| 圖 2.7 | B-spline Curve 程式執行畫面 | 28 |
| 圖 2.8 | B-spline Curve 之範例一(以五個控制點擬合 $y=\sin x$) | 29 |
| 圖 2.9 | B-spline Curve 之範例二(以十個控制點擬合 $y=\cos x$) | 30 |
| 圖 3.1 | 本論文所討論之三軸串聯式機器手臂 | 34 |
| 圖 3.2 | 三軸並聯式機器手臂之幾何參數圖 | 35 |
| 圖 3.3 | θ_1 、 θ_2 與 $\tau_1 + \tau_2$ 的關係曲面之三視圖與等視角圖 | 36 |
| 圖 3.4 | 起點與終點在曲面的位置表示圖 | 37 |
| 圖 3.5 | 次方係數為 1 的結果路徑 | 38 |
| 圖 3.6 | 次方係數為 1 的動態模擬結果 | 39 |
| 圖 3.7 | 次方係數為 2 的結果路徑 | 40 |
| 圖 3.8 | 次方係數為 2 的動態模擬結果 | 41 |
| 圖 3.9 | (a)次方係數為 1 且具限制條件的結果路徑(b)次方係數為 2 且具限制條件的結果路徑 | 42 |
| 圖 3.10 | 具限制條件且次方係數為 1 的動態模擬結果 | 43 |
| 圖 3.11 | 具限制條件且次方係數為 2 的動態模擬結果 | 44 |
| 圖 3.12 | 以逆時針繞山脈的結果路徑(次方係數為 2 且無限制條件) | 45 |
| 圖 3.13 | 次方係數為 2 的動態模擬結果(以逆時針繞山脈且無限制條件) | 46 |
| 圖 4.1 | 修正起點與終點限制的三維 Dijkstra 演算法流程圖 | 47 |
| 圖 4.2 | 動態模擬結果(次方係數為 1) | 50 |
| 圖 4.3 | 模擬結果之行進路徑(次方係數為 1) | 51 |
| 圖 4.4 | 力矩與路徑節點的關係圖(次方係數為 1) | 51 |
| 圖 4.5 | 動態模擬結果(次方係數為 2) | 52 |
| 圖 4.6 | 模擬結果之行進路徑(次方係數為 2) | 53 |
| 圖 4.7 | 力矩與路徑節點的關係圖(次方係數為 2) | 53 |
| 圖 4.8 | 網格漸細法的概念圖 (a)先以較大網格搜尋粗略路徑(b)細分粗略路徑附近的網格,再搜尋較精密的路徑 | 55 |

| | | |
|--------|--|----|
| 圖 4.9 | 模擬結果之行進路徑(網格漸細法,次方係數為 1) | 55 |
| 圖 4.10 | 動態模擬結果(網格漸細法,次方係數為 1) | 56 |
| 圖 4.11 | 力矩與路徑節點的關係圖(網格漸細法,次方係數為 1) | 57 |
| 圖 4.12 | 模擬結果之行進路徑(網格漸細法,次方係數為 2) | 57 |
| 圖 4.13 | 動態模擬結果(網格漸細法,次方係數為 2) | 58 |
| 圖 4.14 | 力矩與路徑節點的關係圖(網格漸細法,次方係數為 2) | 59 |
| 圖 4.15 | B-spline Curve 之路徑(網格漸細法,次方係數為 1) | 61 |
| 圖 4.16 | B-spline Curve 之力矩與路徑節點的關係圖(網格漸細法, 次方係數為 1) | 61 |
| 圖 4.17 | B-spline Curve 之路徑(網格漸細法,次方係數為 2) | 62 |
| 圖 4.18 | B-spline Curve 之力矩與路徑節點的關係圖(網格漸細法, 次方係數為 2) | 62 |
| 圖 5.1 | 角度對時間變化的關係圖 | 65 |
| 圖 5.2 | 角速度對時間變化的關係圖 | 65 |
| 圖 5.3 | 以三點建構的 B-spline Curve | 67 |
| 圖 5.4 | 有做 curve fit 動作的 B-spline Curve | 67 |
| 圖 5.5 | 有做 curve fit 動作的 B-spline Curve(三維空間) | 68 |
| 圖 5.6 | 節點間的力矩變化示意圖(一) | 69 |
| 圖 5.7 | 節點間的力矩變化示意圖(二)(a)兩節點的力矩為同號(b) 兩節點的力矩為異號 | 69 |
| 圖 5.8 | 參數化後的路徑上極接近的三個點 | 71 |
| 圖 5.9 | 動態模擬結果(網格漸細法,次方係數為 1) | 73 |
| 圖 5.10 | 模擬結果之行進路徑(網格漸細法,次方係數為 1) | 74 |
| 圖 5.11 | 力矩與舉重時間的關係圖(網格漸細法,次方係數為 1) | 74 |
| 圖 5.12 | 動態模擬結果(網格漸細法,次方係數為 2) | 75 |
| 圖 5.13 | 模擬結果之行進路徑(網格漸細法,次方係數為 2) | 76 |
| 圖 5.14 | 力矩與舉重時間的關係圖(網格漸細法,次方係數為 2) | 76 |
| 圖 5.15 | 文獻[4][5]所討論的機器手臂 | 77 |
| 圖 5.16 | 模擬結果之行進路徑(次方係數為 2) | 78 |
| 圖 5.17 | 力矩與舉重時間的關係圖(次方係數為 2) | 78 |
| 圖 5.18 | 動態模擬結果(次方係數為 2) | 79 |
| 圖 5.19 | 文獻[4][5]的結果 | 80 |

符號說明

| | |
|-----------------------|--|
| O_i | 第 i 座標系的原點位置。 |
| Z_i | 為第 i 座標系的軸線向量。 |
| X_i | 同時正交 Z_i 與 Z_{i-1} 的軸線向量，方向為由 Z_{i-1} 指向 Z_i 。 |
| Y_i | 同時正交 Z_i 與 X_i 的軸線向量。 |
| a_{i-1} | 沿 X_{i-1} 軸所得的 Z_i 軸、 Z_{i-1} 軸間之距離。 |
| α_{i-1} | 繞 X_i 軸所得的 Z_i 與 Z_{i-1} 間之夾角。 |
| d_i | 沿 Z_{i-1} 軸所得的 X_i 軸與 X_{i-1} 軸間之距離。 |
| θ_i | 繞 Z_{i-1} 軸所得的 X_i 軸與 X_{i-1} 軸間之夾角，即第 i 座標系相對於第 $i-1$ 座標系的旋轉角度。 |
| ${}^ci I_i$ | 相對於第 i 桿質量中心的慣性張量。 |
| ${}^{i-1}r_i$ | 第 i 座標系相對於第 $i-1$ 座標系的位置向量。 |
| ${}^i r_{ci}$ | 第 i 連桿的質量中心相對於第 i 座標系的位置向量。 |
| $\dot{\theta}_i$ | 第 i 座標系的角速度。 |
| $\ddot{\theta}_i$ | 第 i 座標系的角加速度。 |
| ${}^i \omega_i$ | 連桿 i 相對於第 i 座標系的角速度。 |
| ${}^i \dot{\omega}_i$ | 連桿 i 相對於第 i 座標系的角加速度。 |
| ${}^i \omega_i$ | 第 i 座標系的線加速度。 |
| ${}^i \dot{\omega}_i$ | 第 i 桿的質量中心相對於第 i 座標系的線加速度。 |
| ${}^i F_i$ | 作用於第 i 桿質量中心的淨力。 |
| ${}^i f_i$ | 作用於第 i 座標系的淨力。 |
| ${}^i N_i$ | 作用於第 i 桿質量中心的淨力矩。 |
| ${}^i n_i$ | 作用於第 i 座標系的淨力矩。 |
| ${}^i R_{i+1}$ | 第 $i+1$ 座標系相對於第 i 座標系的旋轉矩陣。 |
| m_i | 第 i 連桿的質量。 |
| M | 載重的質量。 |
| l_i | 第 i 連桿的長度。 |
| u | B-spline Curve 的結點(knot)。 |
| t_i | B-spline Curve 的結點值(knot values)。 |
| $N_{i,k}(u)$ | B-spline Curve 的基底函數。 |

- k B-spline Curve 的階數。
- τ_i 第 i 軸所承受的力矩(或轉矩)。
- ω 目標函數的次方係數。
- A_j 兩節點間力矩對時間變化的近似圖形面積。
- H_i 兩節點間第 i 軸的力矩付出成本。

