

### 第三章 實驗結果與討論

#### 3.1 實驗條件

本實驗使用的工作流體為純水以及濃度為 1000wppm 的聚丙醯胺溶液，其實驗條件如下：

(1) 利用恆溫水槽的熱交換將流體入口溫度控制為 30°C。

(2) 實驗流量範圍：

純水：質量流率範圍為  $0.0017\text{kg/s} \sim 0.01\text{kg/s}$ ，即廣義雷諾數範圍為  $\text{Re}^* = 257 \sim 1131$  ( $n=1$ )。

聚丙醯胺水溶液：質量流率範圍為  $0.001\text{kg/s} \sim 0.0085\text{kg/s}$ ，

即廣義雷諾數範圍為  $60 \sim 540$ 。

(3) 热通量範圍：

純水：

1. 上板加熱：200W。

2. 下板加熱：200W。

3. 上下板同時加熱：上下板各 100W。

聚丙醯胺水溶液：

1. 上板加熱：100W、150W 以及 200W 三種。

2. 下板加熱：100W、150W 以及 200W 三種。

3. 上下板同時加熱：上下板加熱各 50W、75W 以及 100W 三種。

實驗不準度的分析方法請詳見附錄與文獻【25】，表 3-1 為本實驗之不準度。

### 3.2 流變性質

同樣的溶質但是使用不同的溶劑調配，則流體本身特性及其對熱傳效果會有差異，因此本實驗固定使用純水當作聚丙醯胺水溶液的溶劑，以維持實驗的準確性。判斷流體是否為牛頓流體時，最常用的方式就是使用流變儀量測其剪切率及其對應的剪應力，將測量值代入式 2.15 中，經由線性回歸，若  $n=1$  代表流體為牛頓流體；若  $n \neq 1$  則為非牛頓流體。本實驗是使用共軸圓柱流變儀(Brookfield Laboratory Viscometer)量測純水的剪切率及其對應的剪應力，實驗結果代入式(2.15)中，再由式(2.16)經由線性回歸得到純水  $n=1$ ，確定為牛頓流體，其相關的物理性質將以文獻【26】所附的表作為依據，如表 3-2 所示。量測聚丙醯胺水溶液的剪切率及其對應的剪應力，經由式(2.16)計算結果  $n$  與  $K$  值如表 3-3 所示，(a)為進行熱傳實驗之前，(b)為進行熱傳實驗之後所量測。實驗結果發現聚丙醯胺水溶液  $n \neq 1$ ，屬於非牛頓流體，且對應不同溫度時的  $n$  值皆為小於 1，與圖 1-1 對照，確定本實驗所使用的聚丙醯胺水溶液為輕剪力流體。圖 3-1 為不同溫度下聚丙醯胺水溶液黏度對剪切率的關係圖，(a)為進行熱傳實驗之前，(b)為進行熱傳實驗後的測試結果。由圖 3-1 可以發現，

固定剪切率時，視黏度隨著溫度升高而下降，而且視黏度皆是隨著剪切率的增加而遞減。比較圖 3-1(a) 與圖 3-1(b)，在同樣的溫度下，經過熱傳實驗後的聚丙醯胺水溶液其視黏度小於未進行熱傳實驗，主要是因為在進行熱傳實驗時，聚丙醯胺水溶液裡面的分子鍵結受到管路以及幫浦的擠壓拉扯而遭到破壞，使其黏度下降。

### 3.3 壓力差降與摩擦因子

測試段總壓力差降  $\Delta P_t$  可以分為三部分：重力壓降  $\Delta P_g$ 、加速度壓降  $\Delta P_a$  以及摩擦壓降  $\Delta P_f$ ：

$$\Delta P_t = \Delta P_g + \Delta P_a + \Delta P_f \quad (3.1)$$

在本實驗中，測試段是維持水平狀態，所以忽略重力壓降；在固定流量的情況下，可以忽略加速度壓降，因此在本實驗維持測試段水平且管內流量固定的情況，摩擦壓降即代表測試段的總壓降。由差壓計量測得到的差壓值即代表管內的摩擦壓降值，將壓降值代入式 (2.2) 中，得到達西摩擦因子 ( $f$ )，芬寧摩擦因子 ( $f_F$ ) 與達西摩擦因子相差四倍，所以  $f_F = \frac{f}{4}$  。

圖 3-2 為工作流體通過矩形流道的壓力差降與質量流率關係圖，(a) 為未加熱的情況；(b) 為加熱後的情況。由圖 3-2 發現，純水與聚丙醯胺水溶液，其壓降皆是隨著質量流率增加而增加，為正比關係。式 (2.2) 中壓降與流速平方成正比，但是在層流情況下，摩擦

因子與雷諾數的關係為  $f_F = \frac{16}{Re^*}$ ，將雷諾數的速度項代回式 (2.2) 中，得到壓降與流速成正比的關係，因此可以證實本實驗假設管內總壓降只需要考慮摩擦壓降是正確的。由圖 3-2 亦可以發現在相同質量流率下，聚丙醯胺水溶液的壓降值比純水高，原因是聚丙醯胺水溶液具有黏彈性特性，使其黏度增加，因此在流動狀態時阻力增加，而壓力差降值必然比純水高。比較圖 3-2 (a) 與圖 3-2 (b) 可以發現，不論是純水或是聚丙醯胺水溶液，在同樣的質量流率下，加熱過後的流體其產生的壓降皆小於未加熱時，此現象可由圖 3-1 得到解釋，當溫度增加時其黏度會下降，因此管內摩擦壓降也下降。

 純水與聚丙醯胺水溶液在寬高比 2:1 的矩形管道內的雷諾數以 Kozicki [15] 所提出的廣義雷諾數  $Re^*$  計算，定義如式 (1.11)。其中純水  $n=1$ ，聚丙醯胺水溶液的  $n$  值如表 3-1 所示，本實驗測試尺寸為 12mm × 6mm，比值由表 1-1 定義為 0.5， $a$  與  $b$  分別為  $a=0.244$ 、 $b=0.7276$ ，代入式 (1.11) 中得到本實驗適用的廣義雷諾數為：

$$Re^* = \frac{\rho V^{2-n} D_h^n}{8^{n-1} \left( \frac{0.244 + 0.7276n}{n} \right)^n K} \quad (3.2)$$

將壓降與質量流率的關係轉換為廣義雷諾數與摩擦因子的關係，如圖 3-3 所示，(a) 為流體未加熱狀態，(b) 為流體加熱後狀態。發現純水與聚丙醯胺水溶液加熱前後，其雷諾數與摩擦因子的關係皆與預測值式 (1.12) 相近，雖然純水與聚丙醯胺水溶液的雷諾數與摩擦因子

乘積為有同樣的定值 16，但不代表兩者在同樣流率之下的壓降值是相同的，以未加熱狀態的工作流體而言，純水與聚丙醯胺水溶液質量流率皆約  $0.005\text{kg/s}$  時，其雷諾數與摩擦因子的乘積雖然同為 16，但是純水  $f=0.037$ ，聚丙醯胺水溶液  $f=0.061$ ，因此可以知道在同樣流量下，聚丙醯胺水溶液的壓降比純水高，由圖 3-2 亦可得到此結果，主要原因是聚丙醯胺水溶液的黏度大於純水，使其在流道內流動產生較大的壓力差降。

### 3.4 热傳結果分析

熱傳結果依工作流體分別論述，首先討論純水的熱傳實驗結果，與文獻作比較，確認實驗數據是否正確，接著討論聚丙醯胺水溶液的熱傳結果，再與純水實驗結果以及文獻的結果做比較，探討分析聚丙醯胺水溶液熱傳係數增加的機制和原因。

#### 3.4.1 純水熱傳實驗結果

圖 3-4 至 3-6 分別為純水在不同的熱邊界條件，對於層流狀態下的壁面及流體溫度隨軸向分佈圖。圖 3-4 為上板加熱，質量流率為  $0.0066\text{kg/s}$  ( $\text{Re}^*=744$ )；圖 3-5 為下板加熱，質量流率為  $0.0067\text{kg/s}$  ( $\text{Re}^*=749$ )；圖 3-6 為上下板同時加熱，質量流率為  $0.0071\text{kg/s}$  ( $\text{Re}^*=791$ )。由圖中假設局部純水溫度沿流道軸向位置呈線性分佈，而壁面與流體的局部溫差值隨著入口位置而改變，在靠近入口位置

處，此溫差為最小值，隨著入口位置增加，溫差越來越大，主要是因為流體邊界層發展的緣故。最後溫差會趨向一定值，代表流體已經達到完全發展流的階段。熱完全發展長度的理論值計算【27】：

$$\frac{L_{fd,t}}{D_h} = 0.05 \cdot Re^* \cdot Pr \quad (3.3)$$

其中水力直徑  $D_h=0.008\text{m}$ ，三種熱邊界條件  $\frac{L_{fd,t}}{D_h}$  皆約為 180 左右，而由圖 3-4 至 3-6 可以知道當  $\frac{x}{D_h}=200$  時，壁面與流體的局部溫差開始為定值，故與理論值接近。

比較圖 3-4 與圖 3-5，同樣皆為單板加熱 200W 其他三面絕熱，但是前者為上板加熱後者為下板加熱。局部壁溫在下板加熱的情況比上板加熱時小，代表的物理現象為下板加熱時，流體有較高的熱傳係數，主要是因為下板加熱時浮力效應使流場混合，因此在同樣的加熱瓦數下，加熱壁面溫度比上板加熱時小。由圖 3-6 發現，上下板同時加熱時，下板的局部壁溫比上板低，說明自然對流效應的存在，使靠近下板的流體的流場混合，增加流體熱傳係數，因此下板的壁溫比上板的壁溫低。

圖 3-7 至圖 3-9 分為別純水在上板加熱、下板加熱以及上下板同時加熱的熱邊界條件下，對於不同質量流率下局部紐塞數與流道軸向位置關係圖，在此以格雷茲數( $G_z$ )的倒數代表流道軸向位置的參數。

由圖 3-7 至 3-9 發現，紐塞數隨著進口距離增加而漸漸減小，是因為壁面與流體溫差漸漸增加，最後溫差趨向一定值而紐塞數亦趨向一定值。由此可知純水在矩形管道中的流動行為，剛進入測試段(entrance region)為發展區，流體邊界層開始發展，流體速度分佈隨測試段軸向位置改變，最後流體速度分佈不隨軸向位置改變即為完全發展(fully developed)。圖 3-7 為上板加熱的情況，圖中標記單板加熱 H1(1L)的純強制對流的紐塞數極限值 (Shah and London, 1978 【28】) 為 3.54，實驗結果皆大於 3.54，且隨著流量增加熱傳係數越高，主要原因为流量增加則強制對流效應增加，熱傳係數則越高，在雷諾數 257~1128 的範圍內，紐塞數為由 3.84 增至 5.3。圖 3-8 為下板加熱的情況，圖中標記單板加熱 H1(1L)的純強制對流的紐塞數極限值，實驗結果皆大於 3.54，且隨著流量增加熱傳係數越高，在雷諾數 228 ~1021 的範圍內，紐塞數由 4.8 增至 6。比較圖 3-7 與圖 3-8 中相近流量下的紐塞數，下板加熱時的紐塞數皆大於上板加熱，主要是因為下板加熱時有自然對流效應，因此流體熱傳係數比上板加熱時高。圖 3-9 為上下板同時加熱的情況，圖中標記雙板加熱 H1(2L)的純強制對流的紐塞數極限值 (Shah and London, 1978 【28】) 為 5.2，除了在質量流率為 0.0036 kg/s，有幾個軸向位置對應的紐塞數小於 5.2 以外，其他皆大於 5.2，小於 5.2 的原因可能為實驗的誤差，以及紐塞

數包含的不準度。上下板加熱時，其紐塞數亦是隨著流量增加而增加，在雷諾數 415~1098 的範圍內，紐塞數由 5.28 增至 6.1。比較圖 3-7 與圖 3-9 中相近流量下的紐塞數，上下板加熱時的平均紐塞數皆大於上板加熱，主要原因為自然對流效應的產生，使其有比上板加熱時的流體更高的熱傳係數。

### 3.4.2 聚丙醯胺水溶液熱傳實驗結果

以聚丙醯胺水溶液為工作流體時，熱傳實驗結果除了與同樣加熱量的純水實驗結果做比較以外，亦比較不同加熱量對聚丙醯胺水溶液在矩形管道裡流動時的熱傳影響。

圖 3-10 至圖 3-12 分別為聚丙醯胺水溶液在不同的熱邊界條件，對於層流狀態下的壁面及流體溫度隨軸向分佈圖。圖 3-10 為上板加熱，質量流率為  $0.0078\text{kg/s}$  ( $\text{Re}^*=471$ )；圖 3-11 為下板加熱，質量流率為  $0.0085\text{kg/s}$  ( $\text{Re}^*=516$ )。圖 3-12 為上下板同時加熱，質量流率為  $0.0081\text{kg/s}$  ( $\text{Re}^*=490$ )。由此三個圖中發現，假設局部流體溫度沿流道軸向位置呈線性分佈，而壁面與流體的局部溫差值隨著入口位置而改變，在靠近入口位置處，此溫差為最小值，隨著入口位置增加溫差亦增加，主要是因為流體邊界層發展的緣故，在測試段中段位置壁溫上升幅度減緩，使溫差由原本的漸增變為漸減，而後與局部流體溫差漸為定值，代表流體已經達到完全發展流的階段，此與純水

為工作流體時的溫差現象不同，而且壁面與流體的溫差明顯比純水小，原因為存在其他熱傳機制使熱傳結果改變，即是聚丙醯胺水溶液特有的黏彈特性，在矩形管道中流動時因為具有正向力差所產生的二次流動，增加聚丙醯胺水溶液的熱傳係數，使壁溫上升幅度減低。由圖 3-6 與圖 3-12 的比較，可以發現當上下板同時加熱，純水和聚丙醯胺水溶液有明顯不同的表現，以純水為工作流體時，下板因為有浮力效應造成的二次流，使靠近下板的流場混合，所以局部的下壁溫比上壁溫低。以聚丙醯胺水溶液為工作流體時，局部上壁溫與下壁溫相差很小，更可以確定當上下板加熱時，除了浮力效應之外亦存在另一種增強熱傳機制，使靠近上板與下板的流場能充分混合，即是由正向力差引起的二次流。完全發展長度的理論值計算，雷諾數以式 (3.2)

計算，普朗特數  $Pr$  之視黏度  $\eta$  以式 (1.3) 計算，由式 (3.3) 計算結果  $\frac{L_{fd,t}}{D_h}$  皆約為 220 左右，由圖 3-10 至圖 3-12 可以知道當  $\frac{x}{D_h}$  約為 240 時，壁面與流體的局部溫差開始為定值，與理論值接近。

以下是聚丙醯胺水溶液的熱傳分析分別，以不同的熱邊界條件作為區分，並與純水為工作流體的實驗結果比較，以比較不同的加熱量聚丙醯胺水溶液的熱傳效果差異。

### 上板等熱通量加熱

圖 3-13 至圖 3-15 為聚丙醯胺水溶液在層流狀態下，改變上板加

熱瓦數，對於不同質量流率的局部紐塞數與流道軸向位置關係圖。圖 3-13 為加熱瓦數 200W 的情況，質量流率範圍為  $0.0009 \sim 0.0078$  kg/s，廣義雷諾數範圍為  $57 \sim 471$ 。圖 3-14 為加熱瓦數 150W 的情況，質量流率範圍為  $0.0048 \sim 0.0076$  kg/s，廣義雷諾數範圍為  $276 \sim 457$ 。圖 3-15 為加熱瓦數 100W 的情況，質量流率範圍為  $0.0049 \sim 0.0076$  kg/s，廣義雷諾數範圍為  $280 \sim 447$ 。由圖 3-13 至 3-15 發現，在固定流量的情況下，紐塞數皆是隨入口位置 (entrance region) 增加而漸漸減小，到測試段中段位置紐塞數反轉為遞增，是因為溫差由漸增變為漸減，當溫差為定值時，則紐塞數亦不隨入口距離增加而改變，可知已達完全發展 (fully developed)。加熱 200W 時，雷諾數最高為 471 時對應紐塞數為 8；加熱 150W 時，雷諾數最高為 457 時對應紐塞數為 6.4；加熱 100W 時，雷諾數最高為 447 時對應紐塞數為 5.2。

由圖 3-13 發現在低流量（質量流率為  $0.0009$  kg/s 以及  $0.0014$  kg/s）的時候，紐塞數幾乎與純強制對流邊界條件為 H1(1L)的紐塞數相同甚至更低，主要原因因為流量太低，實驗不容易達到穩態，加上紐塞數包含的不準度，導致結果比 H1(1L)的紐塞數低。隨著流量增加，強制對流的效應越明顯，所以紐塞數越高，對於聚丙醯胺水溶液，因為其黏彈特性具有正向力差效應，而且正向力差的大小與雷諾數成

正比，因此流量越大則正向力差效應越顯著，紐塞數越高。聚丙醯胺水溶液為輕剪力流體，視黏度隨剪切率增加而下降，在質量流率為 $0.0009\sim0.0078\text{ kg/s}$ 的範圍內，剪切率隨著質量流率增加而增加，由於輕剪力效應，視黏度隨著剪切率增加而下降，又再次影響管內的流速，在上板加熱的條件下，靠近上板的流體會因為溫度上升使黏度下降，使流體局部速度梯度增加，造成流體軸向速度扭曲，最大流速由軸向中心位置橫移至靠近上板處。輕剪力效應以及流體軸向速度扭曲有互相增強的影響，因此紐塞數隨著流量增加而增加。圖 3-14、3-15 亦有相同情況，



圖 3-16 為層流狀態時，相近質量流率之兩種工作流體，對於不同上板加熱瓦數比較圖。首先比較同樣加熱量 200W 的純水與聚丙醯胺水溶液，純水在質量流率  $0.007\text{ kg/s}$  的紐塞數為 4.5，聚丙醯胺水溶液在質量流率  $0.0078\text{ kg/s}$  的紐塞數為 8，在流量相近的條件下熱傳係數提高了 78%，主要原因為聚丙醯胺水溶液屬於黏彈性流體，在矩形流道中流動具有正向力差導致熱傳增強；另一原因為聚丙醯胺水溶液具有輕剪力效應與上板加熱時流體軸向速度扭曲關係，導致流體熱傳係數增加。比較不同加熱量時熱傳係數的差異，由圖 3-16 可以明顯的看出聚丙醯胺受加熱量越大，熱傳係數越提升，原因是當加熱量由 100W 增加至 200W 時，靠近壁面的流體視黏度會下降，在相近

流量的情況下，視黏度越小，靠近上板的流場速度梯度越大，因此加熱量越大熱傳係數越高。

### 下板等熱通量加熱

圖 3-17 至圖 3-19 為聚丙醯胺水溶液在層流狀態下，改變下板加熱瓦數，對於不同質量流率的局部紐塞數與流道軸向位置關係圖。圖 3-17 為加熱瓦數 200W 的情況，質量流率範圍為  $0.0011\sim0.0085$  kg/s，廣義雷諾數範圍為  $62\sim516$ 。圖 3-18 為加熱瓦數 150W 的情況，質量流率範圍為  $0.0048\sim0.0078$  kg/s，廣義雷諾數範圍為  $282\sim468$ 。圖 3-19 為加熱瓦數 100W 的情況，質量流率範圍為  $0.0049\sim0.0077$  kg/s，廣義雷諾數範圍為  $278\sim456$ 。在固定流量的情況下，紐塞數皆是隨入口位置增加而漸漸減小，到中段位置反轉上升，最後紐塞數不隨入口距離增加而改變時，可知已達完全發展。加熱 200W 時，雷諾數最高為 516 時對應紐塞數為 8.1；加熱 150W 時，雷諾數最高為 468 時對應紐塞數為 6.45；加熱 100W 時，雷諾數最高為 456 時對應紐塞數為 6.3。

由圖 3-17 發現在低流量（質量流率為  $0.0011$  kg/s 以及  $0.0016$  kg/s）的時候，其紐塞數大於邊界條件為 H1(1L) 的紐塞數，與上板加熱時的情況不同，由上板加熱的結果顯示，流量低（質量流率為  $0.0009$  kg/s 以及  $0.0014$  kg/s）時，正向力差效應不明顯，所以與 H1(1L) 的

紐塞數相差不多，但當下板加熱時，低流量比上板加熱時有較高的熱傳係數，其主要原因為浮力效應引起的自然對流，計算 $Gr^*/Re^{*2}$ （自然對流與強制對流的比值），發現當質量流率為 0.0011 kg/s 以及 0.0016 kg/s， $Gr^*/Re^{*2}$  分別為 8.54 與 5.7，自然對流效應大於強制對流，因此確定自然對流為主要的熱傳機制。當流量增加， $Gr^*/Re^{*2}$  約為 1 時，自然對流與強制對流所佔比例相同，由正向力差產生的二次流強度亦逐漸增加。當質量流率為 0.0085 kg/s， $Gr^*/Re^{*2}$  約為 0.27，熱傳機制以強制對流為主，因此由正向力差產生的二次流為主要熱傳增強機制，紐塞數升高至 8.1。與圖 3-13 上板加熱實驗結果比較（質量流率為 0.0078 kg/s，紐塞數為 8），在流量相近的情況下，紐塞數值接近，代表下板加熱在質量流率為 0.0085 kg/s 時自然對流效應相對於強制對流比例減小，以正向力差形成的二次流為主要熱傳機制，因此與上板加熱的紐塞數接近。圖 3-17 中紐塞數隨軸向位置增加而漸漸減小，到中段位置反轉上升，說明自然對流效應在流體剛進入流道內尚不明顯，直至中段位置，自然對流效應因為壁面與流體的局部溫差增加而開始上揚，紐塞數由遞減轉為遞增而後趨於一定值，圖 3-18、3-19 情況亦相同。

圖 3-20 為層流狀態時，相近質量流率之工作流體，對於不同下板加熱瓦數比較圖，首先比較同樣加熱量 200W 的純水與聚丙醯胺水

溶液，純水在質量流率  $0.066 \text{ kg/s}$  的紐塞數為 5.8，聚丙醯胺水溶液在質量流率  $0.0063 \text{ kg/s}$  的紐塞數為 7.4，在流量相近的條件下熱傳效果提高了 28%。比較純水與聚丙醯胺水溶液的雷利數 ( $\text{Ra}_q$ )，在下板加熱量  $200\text{W}$  且質量流率相近的條件下，純水雷利數為  $1.08 \times 10^6$ ，聚丙醯胺水溶液雷利數為  $0.61 \times 10^6$ ，純水雷利數大於聚丙醯胺水溶液，代表純水的自然對流強度比聚丙醯胺水溶液大，但是聚丙醯胺水溶液的熱傳效果卻比純水好，主要原因為正向力差造成的二次流以及輕剪力效應在下板加熱時使流體軸向速度產生扭曲的關係。對於聚丙醯胺水溶液，隨著加熱瓦數的增加，紐塞數亦增加，主要原因為加熱量由  $100\text{W}$  增加至  $200\text{W}$  時，靠近加熱面的流體視黏度會下降，靠近下板的流場速度梯度會增加。另外，雷利數隨視黏度減小而增加，浮力效應越明顯，因此加熱量越大熱傳係數越高。

### 上下板同時等熱通量加熱

圖 3-21 至圖 3-23 為聚丙醯胺水溶液在層流狀態下，改變加熱瓦數，對於不同質量流率的局部紐塞數與流道軸向位置關係圖。圖 3-21 為加熱瓦數上下板各  $100\text{W}$  的情況，質量流率範圍為  $0.0048 \sim 0.0081 \text{ kg/s}$ ，廣義雷諾數範圍為  $281 \sim 491$ 。圖 3-22 為加熱瓦數上下板各  $75\text{W}$  的情況，質量流率範圍為  $0.005 \sim 0.0082 \text{ kg/s}$ ，廣義雷諾數範圍為  $298 \sim 494$ 。圖 3-23 為加熱瓦數上下板各  $50\text{W}$  的情況，質量流率範圍

為  $0.0051 \sim 0.0081 \text{ kg/s}$ ，廣義雷諾數範圍為  $291 \sim 481$ 。在固定流量的情況下，平均紐塞數  $Nu_x$  皆是隨入口位置增加而漸漸減小，到中段位置反轉上升，最後平均紐塞數不隨入口距離增加而改變時，可知已達完全發展。上下各加熱  $100\text{W}$  時，雷諾數最高為 491 時對應平均紐塞數為 7.61；上下各加熱  $75\text{W}$  時，雷諾數最高為 494 時對應平均紐塞數為 6.38；上下各加熱  $50\text{W}$  時，雷諾數最高為 481 時對應平均紐塞數為 6.1。

由圖 3-21 發現上下板同時加熱的紐塞數皆是隨入口位置增加而漸漸減小，到中段位置反轉上升，是因為自然對流效應在流體剛進入流道內尚不明顯，隨軸向位置增加自然對流效應開始增加。上下板同時加熱時，靠近加熱面的流體會因為溫度增加而黏度降低，流體速度梯度增加，但是由於速度梯度的對稱性，所以軸向速度並不會向任何一個加熱面扭曲，與下板加熱的情況不同。比較圖 3-21 與圖 3-17，在相似質量流率下，下板加熱質量流率為  $0.0085 \text{ kg/s}$  時，其完全發展的紐塞數為 8.1，上下板同時加熱質量流率為  $0.0081 \text{ kg/s}$  時，其完全發展的平均紐塞數為 7.6，上下板同時加熱的紐塞數略低，原因是因為少了軸向速度扭曲的因素，但是因為存在自然對流效應，所以熱傳效果仍然比上板加熱時好，圖 3-22、3-23 亦有相同的情況。

圖 3-24 為層流狀態時，相近質量流率之工作流體，對於不同上

下板加熱瓦數比較圖，首先比較同樣上下板各加熱 100W 的純水與聚丙醯胺水溶液，純水在質量流率  $0.071 \text{ kg/s}$  的紐塞數為 5.8，聚丙醯胺水溶液在質量流率  $0.0081 \text{ kg/s}$  的紐塞數為 7.6，在流量相近的條件下熱傳係數提高了 31%。比較純水與聚丙醯胺水溶液的雷利數，在質量流率相近的條件下，純水雷利數為  $1.13 \times 10^6$ ，聚丙醯胺水溶液雷利數為  $0.67 \times 10^6$ ，純水雷利數大於聚丙醯胺水溶液，代表純水的自然對流強度比聚丙醯胺水溶液大，但是聚丙醯胺水溶液的熱傳效果卻比純水好，主要原因為正向力差造成的二次流以及輕剪力效應，流體速度梯度隨黏度降低而增加，使熱傳係數比純水高。另由圖 3-24 可以看到隨著加熱瓦數的增加，聚丙醯胺水溶液紐塞數亦增加，主要因為加熱量由 50W 增加至 100W 時，靠近加熱面的流體視黏度會下降，靠近加熱面的流場速度梯度會增加。另外，雷利數隨視黏度減小而增加，浮力效應越明顯，因此加熱量越大熱傳係數越高。

### 3.5 實驗結果與文獻討論比較

實驗結果與 Xie 和 Hartnett 【12】比較：

本實驗聚丙醯胺水溶液黏度範圍為  $1.3 \sim 1.6 \text{ (cp)}$ ，文獻【12】中的聚丙醯胺水溶液其黏度範圍為  $4 \sim 11 \text{ (cp)}$ ，本實驗流體黏度低於文獻【12】，以下將比較本實驗與文獻【12】的壓降與熱傳結果。

(a) 壓降結果：

圖 3-25 為本實驗與文獻【12】的廣義雷諾數與摩擦因子關係圖，由圖上可以知道，實驗結果與文獻數據皆與  $f_F = \frac{16}{Re^*}$  關係式吻合，證明其皆在層流狀態下。

(b) 热傳結果：

### 上板加熱

圖 3-26 為比較本實驗結果與文獻【12】在上板加熱，相近雷諾數下，其局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖。本實驗結果在雷諾數為 471 時，其已完全發展紐塞數為 8；文獻【12】在雷諾數為 464 時，其已完全發展紐塞數為 10，本實驗結果其紐塞數低於文獻【12】為 25%。

### 下板加熱

圖 3-27 為比較本實驗結果與文獻【12】在下板加熱，相近雷諾數下，其局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖。本實驗結果在雷諾數為 516 時，其已完全發展紐塞數為 8.1；文獻【12】在雷諾數為 511 時，其已完全發展紐塞數為 10.2，本實驗結果其紐塞數低於文獻【12】約 26%。

### 上下板同時加熱

圖 3-28 為比較本實驗結果與文獻【12】在上下板同時加熱，相近雷諾數下，其局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖。本實驗結果在雷諾數為 491 時，其已完全發展紐塞數為 7.61；文獻【12】在雷諾數為 433 時，其已完全發展紐塞數為 8.5，本實驗結果其紐塞數低於文獻【12】約

11.7%。

由於本實驗所使用的聚丙醯胺水溶液與文獻【12】中的黏度不同，因此其流體流動特性亦會有差異，由式（1.6）可以知道黏彈性流體的應力特性是由彈性應力與黏性應力相加的結果，而由式（1.5）黏性應力為黏度與剪切率的乘積，因此黏度不同會造成流體在流動時特性不同，這是本實驗結果紐塞數皆低於文獻【12】的主要原因，由此可以證實，聚丙醯胺水溶液黏度大小對於熱傳係數大小具有正比的關係。



表 3-1 實驗不準度

參數	不準度 (%)	參數	不準度 (%)
面積	±1.9	壓力差降	±0.1
周長	±1.2	熱通量	±1.82
水力直徑	±2.2	局部熱傳係數	±2.29
質量流率	±0.32	局部紐塞數	±3.33
局部壁溫	±0.33	格雷茲數	±1.45
進出口溫差	±1.25	雷諾數	±3.4
局部流體溫度	±1.36	摩擦因子	±3.2

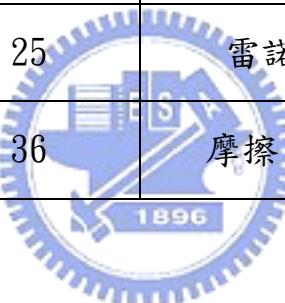


表 3-2 純水物理性質表【26】

TABLE A.6 Thermophysical Properties of Saturated Water<sup>a</sup>

Temper- ature, <i>T</i> (K)	Pressure, <i>P</i> (bars) <sup>b</sup>	Specific Volume (m <sup>3</sup> /kg)		Heat of Vapor- ization, <i>h</i> <sub>f,g</sub> (kJ/kg)		Specific Heat (kJ/kg · K)		Viscosity (N · s/m <sup>2</sup> )		Thermal Conductivity (W/m · K)		Prandl Number		Surface Tension, <i>σ</i> · 10 <sup>3</sup> (N/m)		Expansion Coeffi- cient, <i>β</i> <sub>f</sub> · 10 <sup>4</sup> (K <sup>-1</sup> )	Temper- ature, <i>T</i> (K)
		<i>v<sub>f</sub></i> · 10 <sup>3</sup>	<i>v<sub>t</sub></i>	<i>c<sub>f,g</sub></i>	<i>c<sub>p,f</sub></i>	<i>c<sub>p,t</sub></i>	<i>μ<sub>f</sub></i> · 10 <sup>6</sup>	<i>μ<sub>t</sub></i> · 10 <sup>6</sup>	<i>k<sub>f</sub></i> · 10 <sup>3</sup>	<i>k<sub>t</sub></i> · 10 <sup>3</sup>	<i>Pr<sub>f</sub></i>	<i>Pr<sub>t</sub></i>	<i>σ</i> · 10 <sup>3</sup>	<i>Pr</i>	<i>β</i> <sub>f</sub> · 10 <sup>4</sup>		
273.15	0.00611	1.000	206.3	2502	4.217	1.854	1750	8.02	569	18.2	12.99	0.815	75.5	-68.05	273.15		
275	0.00697	1.000	181.7	2497	4.211	1.855	1652	8.09	574	18.3	12.22	0.817	75.3	-32.74	275		
280	0.00990	1.000	130.4	2485	4.198	1.858	1422	8.29	582	18.6	10.26	0.825	74.8	46.04	280		
285	0.01387	1.000	99.4	2473	4.189	1.861	1225	8.49	590	18.9	8.81	0.833	74.3	114.1	285		
290	0.01917	1.001	69.7	2461	4.184	1.864	1080	8.69	598	19.3	7.56	0.841	73.7	174.0	290		
295	0.02617	1.002	51.94	2449	4.181	1.868	959	8.89	606	19.5	6.62	0.849	72.7	227.5	295		
300	0.03531	1.003	39.13	2438	4.179	1.872	855	9.09	613	19.6	5.83	0.857	71.7	276.1	300		
305	0.04712	1.005	29.74	2426	4.178	1.877	769	9.29	620	20.1	5.20	0.865	70.9	320.6	305		
310	0.06221	1.007	22.93	2414	4.178	1.882	695	9.49	628	20.4	4.62	0.873	70.0	361.9	310		
315	0.08132	1.009	17.82	2402	4.179	1.888	631	9.69	634	20.7	4.16	0.883	69.2	400.4	315		
320	0.1053	1.011	13.98	2390	4.180	1.895	577	9.89	640	21.0	3.77	0.894	68.3	436.7	320		
325	0.1351	1.013	11.06	2378	4.182	1.903	528	10.09	645	21.3	3.42	0.901	67.5	471.2	325		
330	0.1719	1.016	8.82	2366	4.184	1.911	489	10.29	650	21.7	3.15	0.908	66.6	504.0	330		
335	0.2167	1.018	7.09	2354	4.186	1.920	453	10.49	656	22.0	2.88	0.916	65.8	535.5	335		
340	0.2713	1.021	5.74	2342	4.188	1.930	420	10.69	660	22.3	2.66	0.925	64.9	566.0	340		
345	0.3372	1.024	4.683	2329	4.191	1.941	389	10.89	668	22.6	2.45	0.933	64.1	595.4	345		
350	0.4163	1.027	3.846	2317	4.195	1.954	365	11.09	668	23.0	2.29	0.942	63.2	624.2	350		
355	0.5100	1.030	3.180	2304	4.199	1.968	343	11.29	671	23.3	2.14	0.951	62.3	652.3	355		
360	0.6209	1.034	2.645	2291	4.203	1.983	324	11.49	674	23.7	2.02	0.960	61.4	697.9	360		
365	0.7514	1.038	2.212	2278	4.209	1.999	306	11.69	677	24.1	1.91	0.969	60.5	707.1	365		
370	0.9040	1.041	1.861	2265	4.214	2.017	289	11.89	679	24.5	1.80	0.978	59.5	728.7	370		
373.15	1.0133	1.044	1.679	2257	4.217	2.029	279	12.02	680	24.8	1.76	0.984	58.9	750.1	373.15		
375	1.0815	1.045	1.574	2252	4.220	2.036	274	12.09	681	24.9	1.70	0.987	58.6	761	375		
380	1.2869	1.049	1.337	2239	4.226	2.057	260	12.29	683	25.4	1.61	0.999	57.6	788	380		
385	1.5233	1.053	1.142	2225	4.232	2.080	248	12.49	685	25.8	1.53	1.004	56.6	814	385		

表 3-3 聚丙醯胺水溶液在不同溫度時的 power law index(n)  
 與 consistency index(K)值：(a) 進行熱傳實驗之前 (b) 進行熱傳  
 實驗後

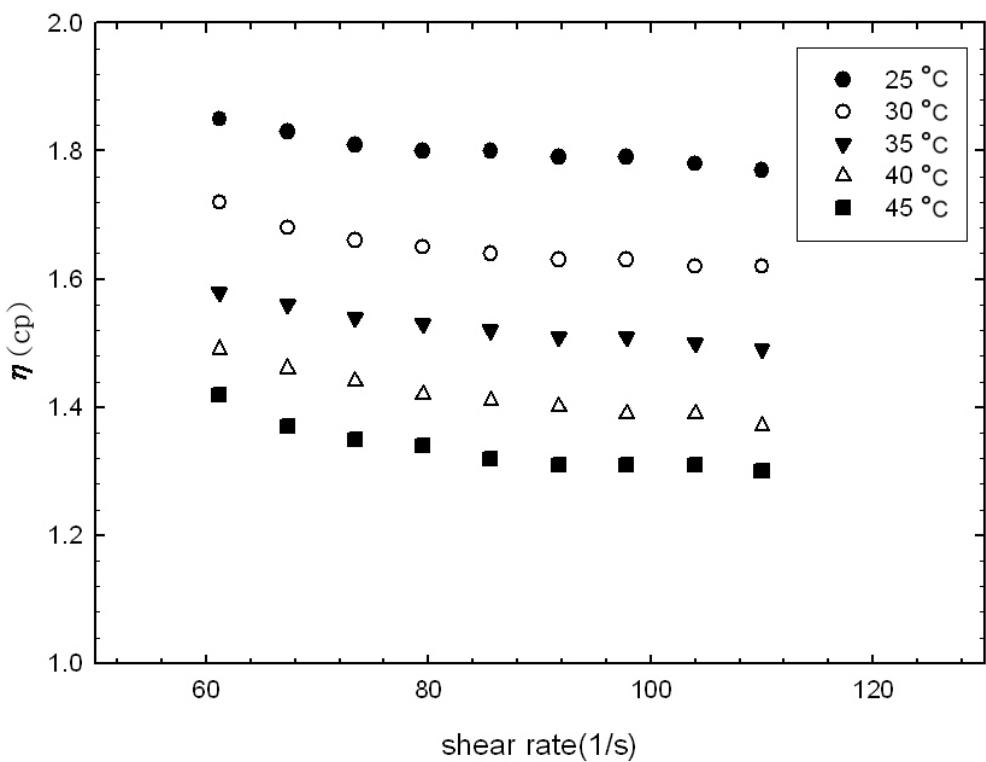
溫度(°C)	n	K
25	0.931	0.00245
30	0.924	0.00242
35	0.904	0.00236
40	0.879	0.00233
45	0.872	0.00231

(a)

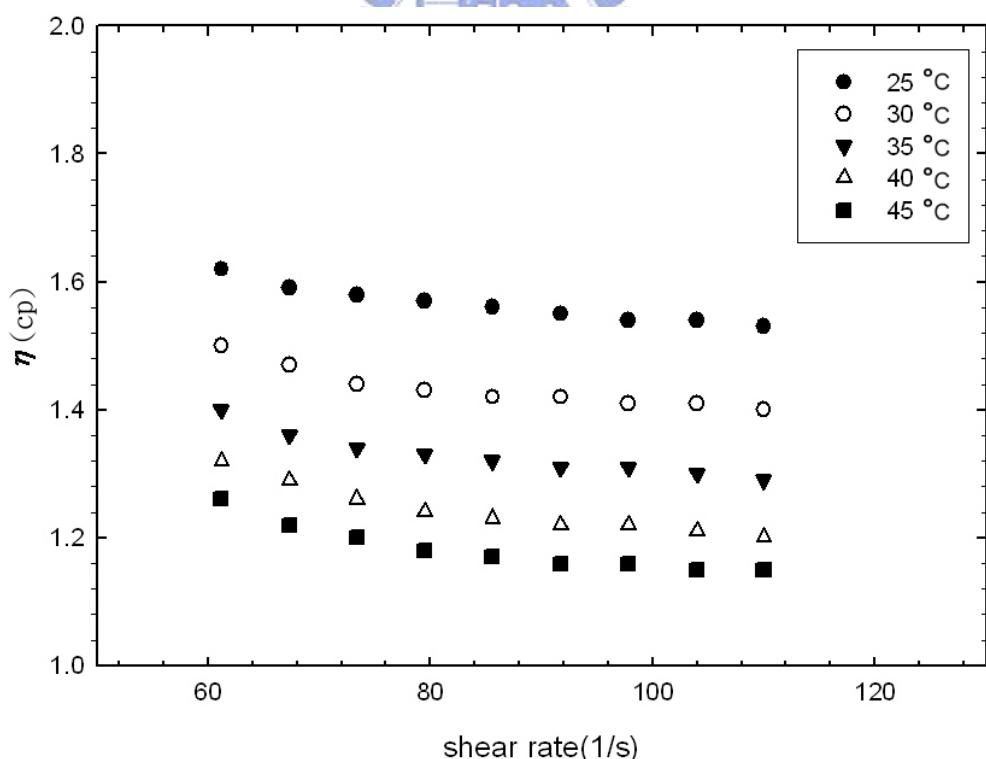


溫度(°C)	n	K
25	0.923	0.00220
30	0.910	0.00214
35	0.899	0.00207
40	0.886	0.00205
45	0.875	0.00175

(b)

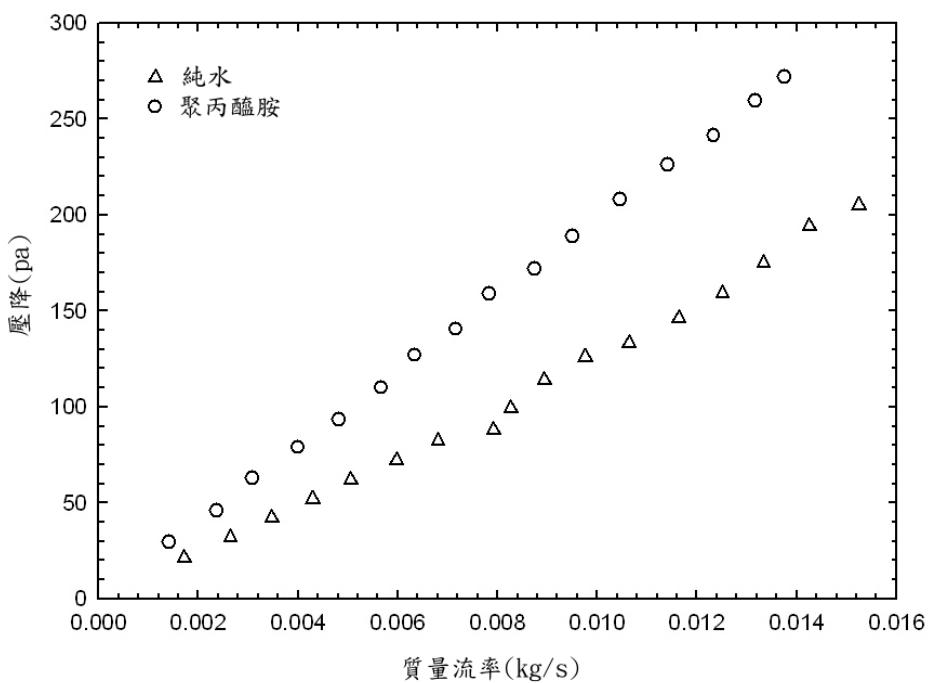


(a) 進行熱傳實驗之前

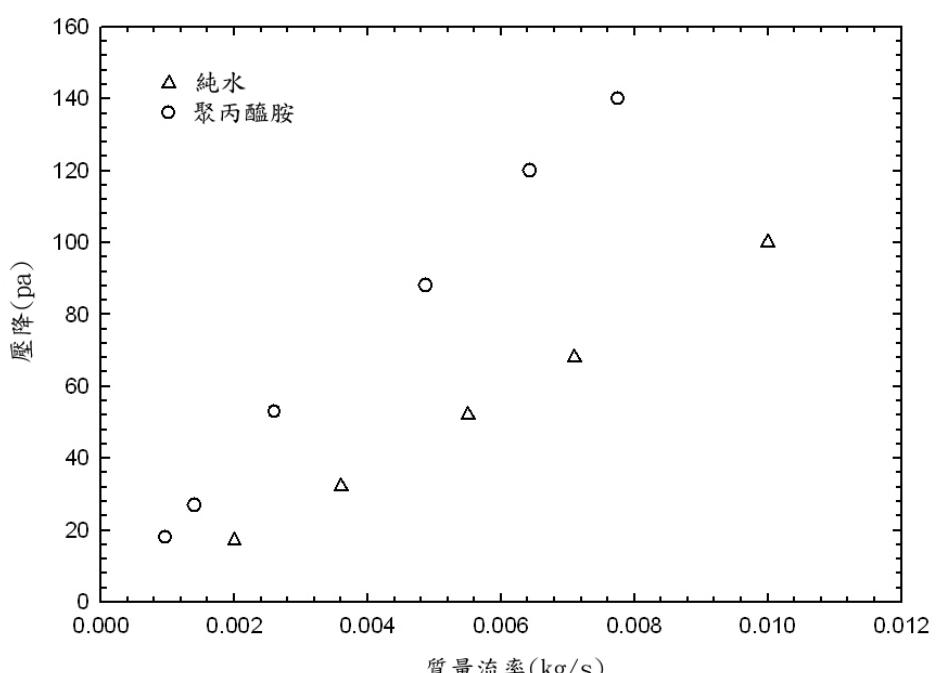


(b) 進行熱傳實驗之後

圖 3-1 不同溫度下聚丙醯胺水溶液視黏度對剪切率的關係圖

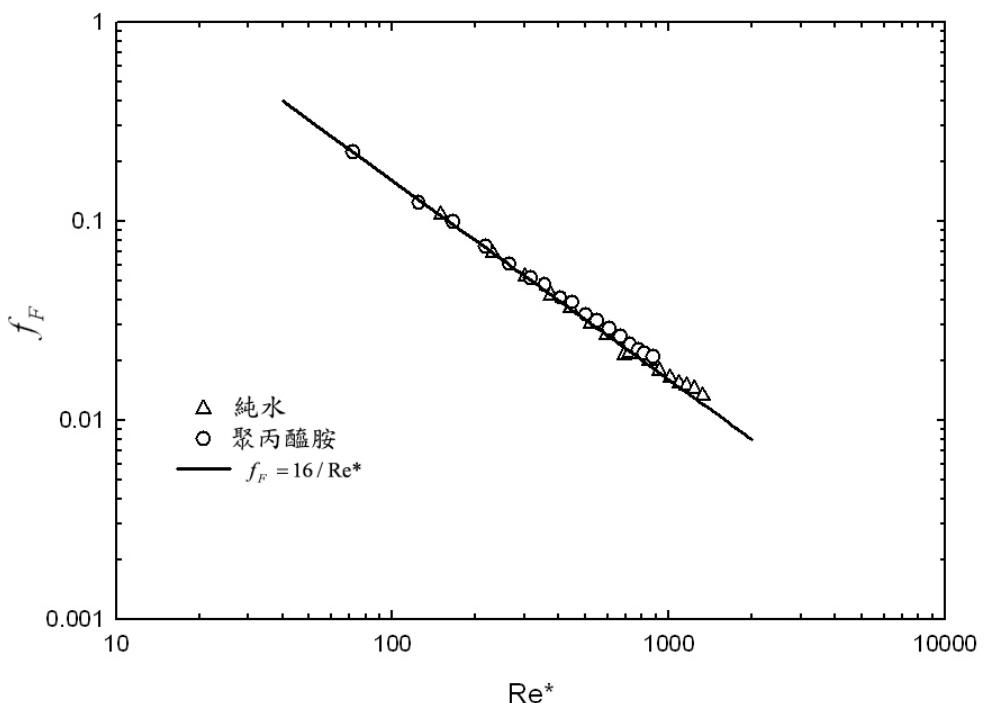


(a) 未加熱狀態

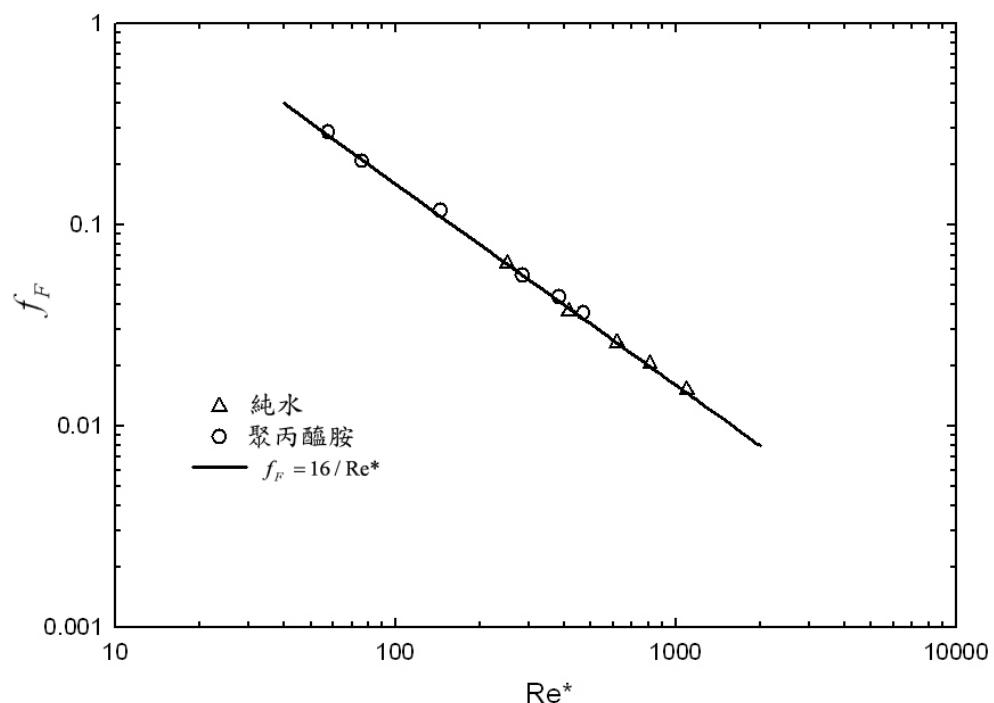


(b) 加熱狀態

圖 3-2 層流狀態下工作流體之壓降與質量流率關係圖



(a) 未加熱狀態



(b) 加熱狀態

圖 3-3 層流狀態下工作流體之廣義雷諾數與摩擦因子關係圖

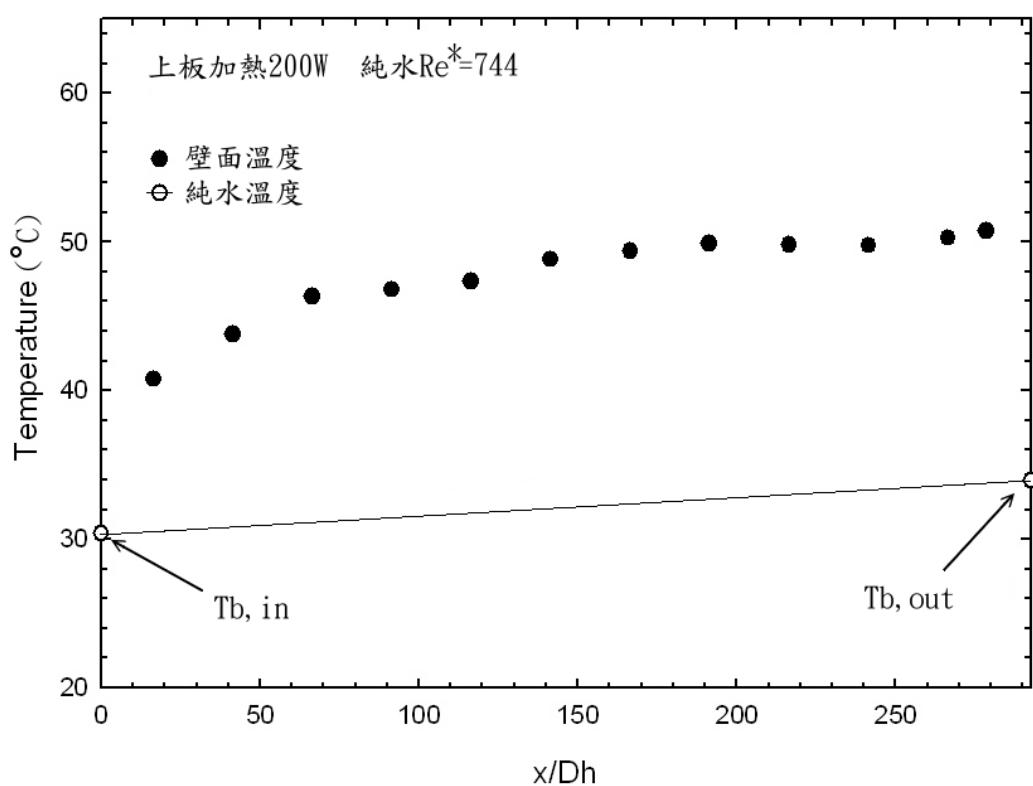


圖 3-4 純水在上板加熱之上壁面溫度與流體溫度軸向分佈圖



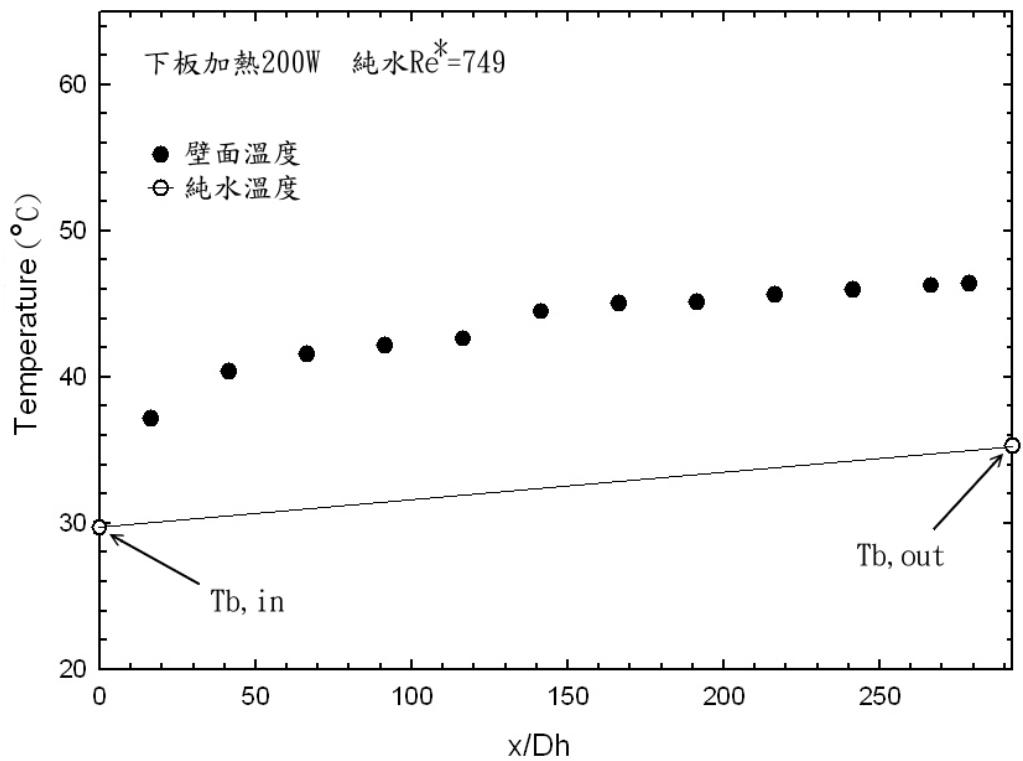


圖 3-5 純水在下板加熱之下壁面溫度與流體溫度軸向分佈圖



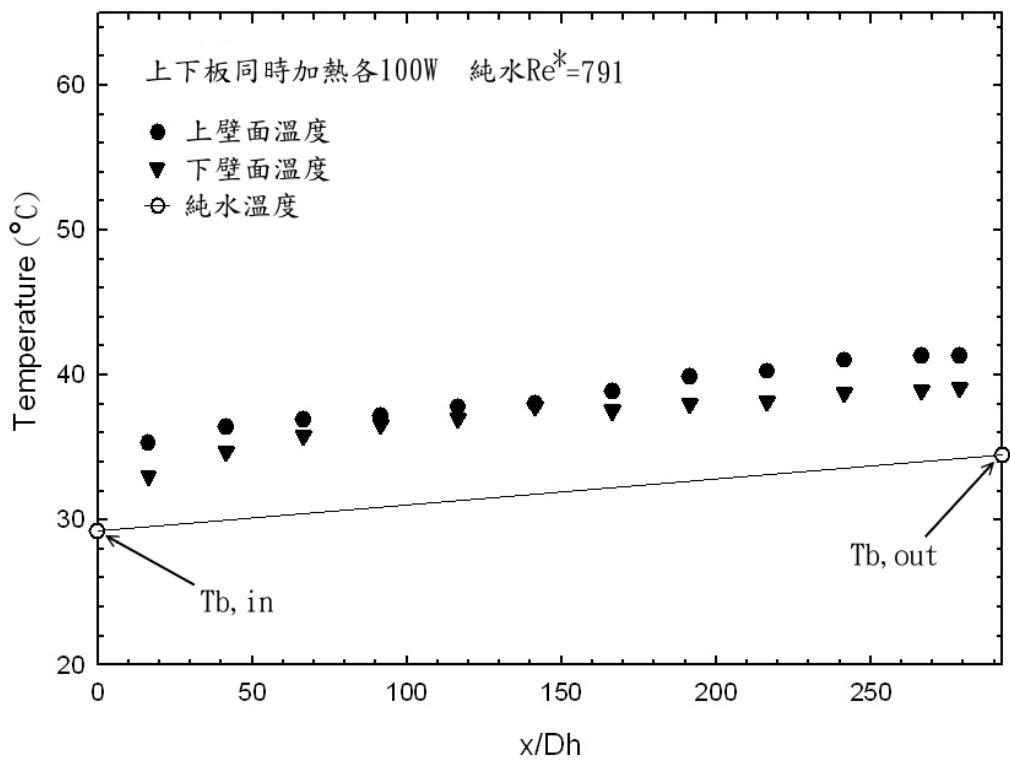


圖 3-6 純水在上下板同時加熱之上壁面、下壁面與流體溫度軸向分佈圖



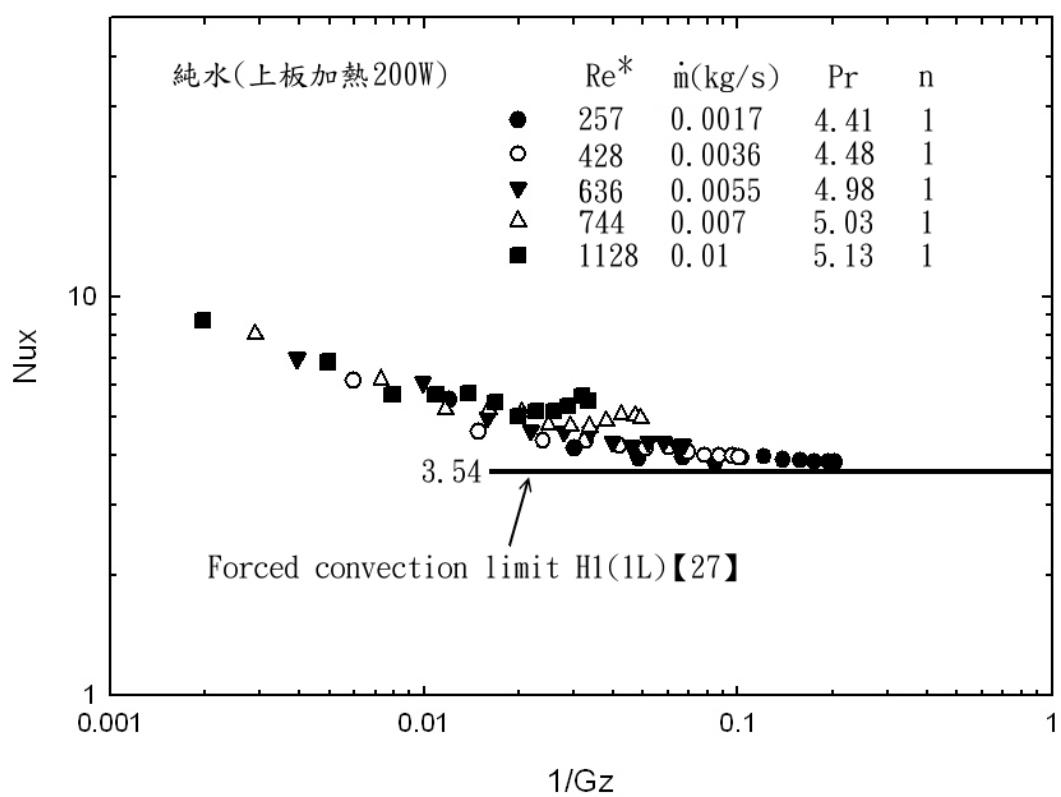


圖 3-7 純水在上板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



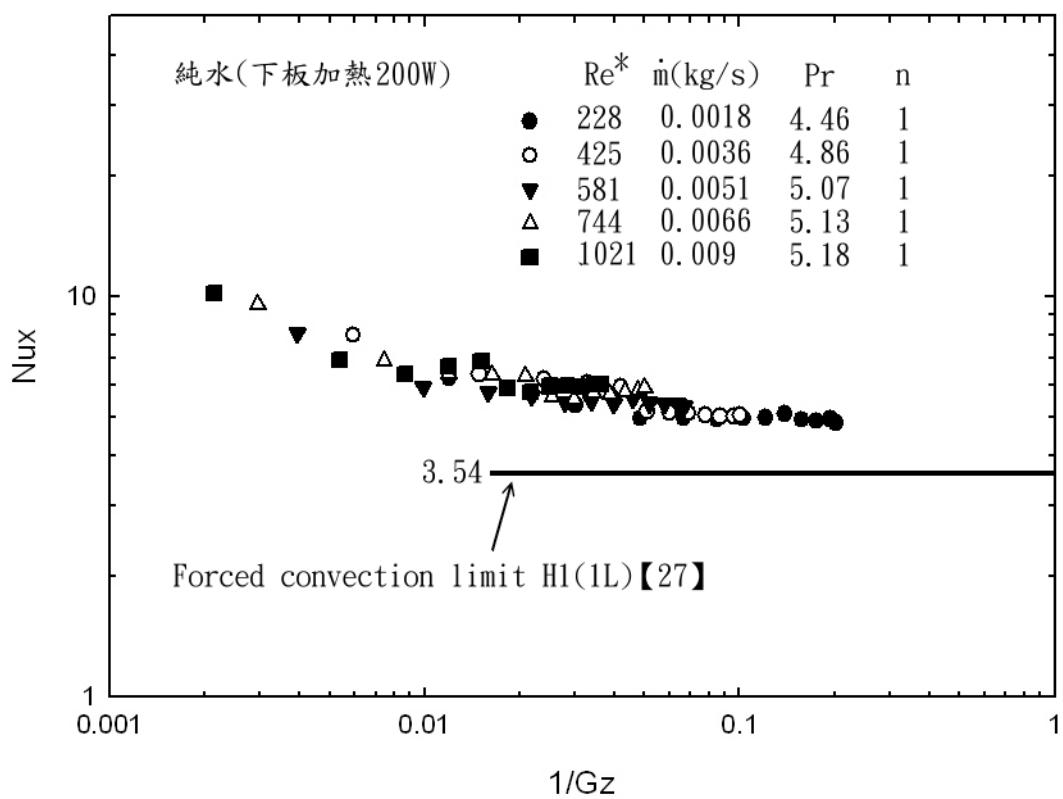


圖 3-8 純水在下板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



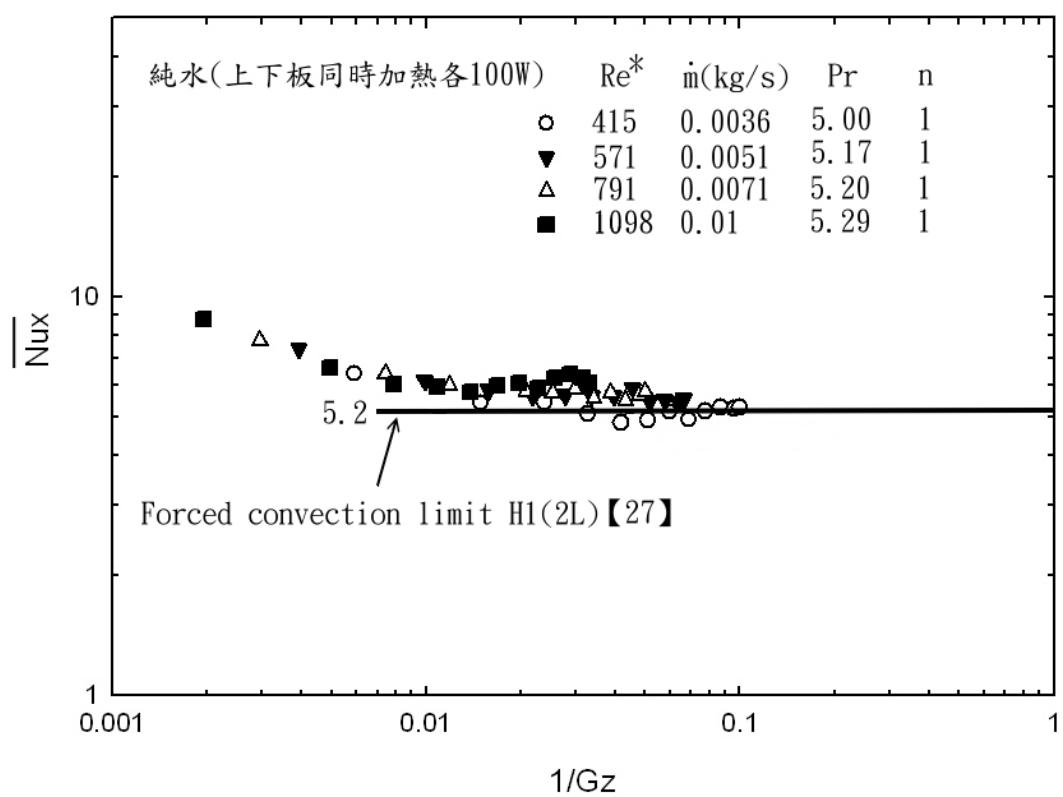


圖 3-9 純水在上下板同時加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



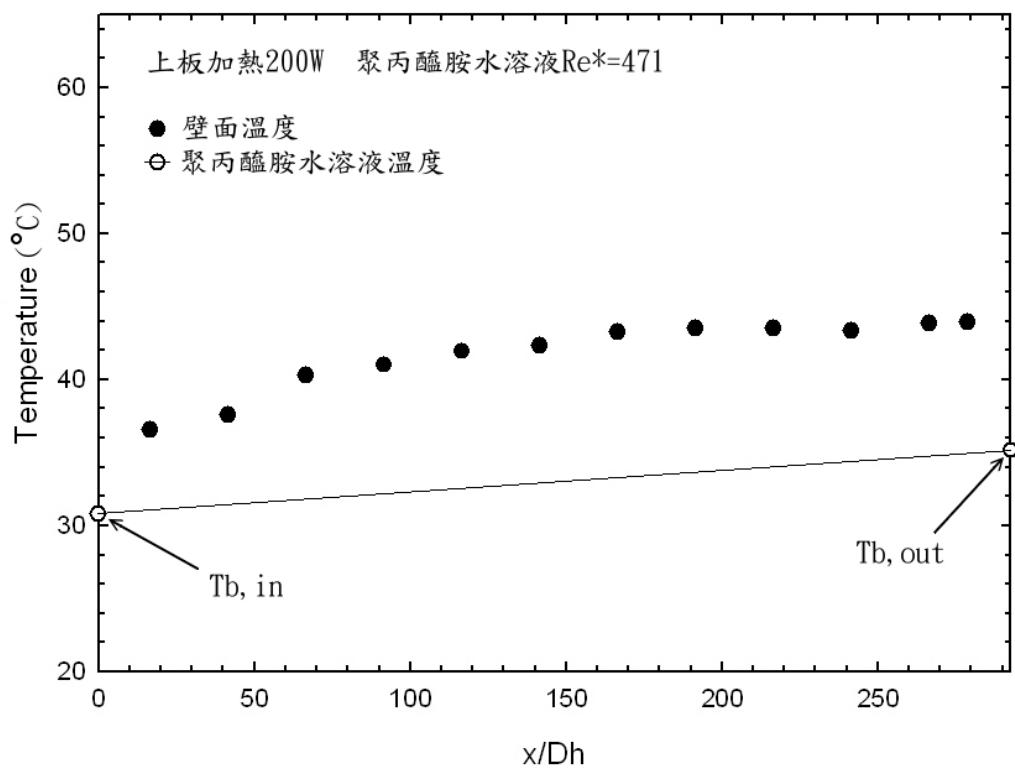


圖 3-10 聚丙醯胺水溶液在上板加熱之上壁面溫度與流體溫度軸向分佈圖



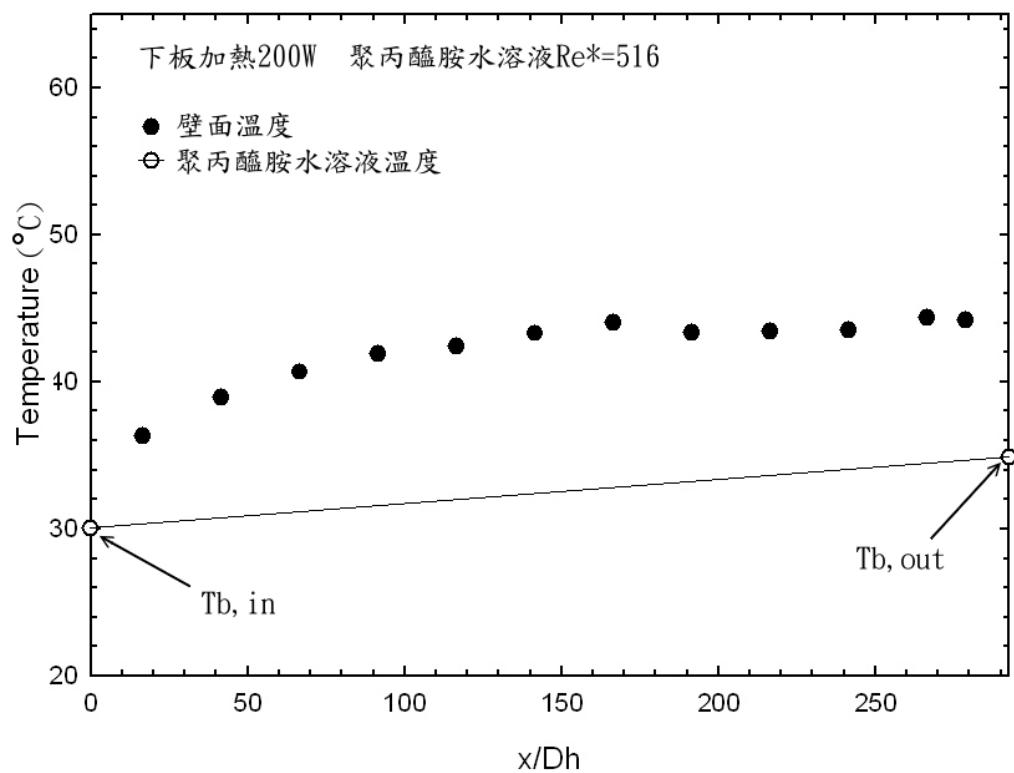


圖 3-11 聚丙醯胺水溶液在下板加熱之下壁面溫度與流體溫度軸向分佈圖

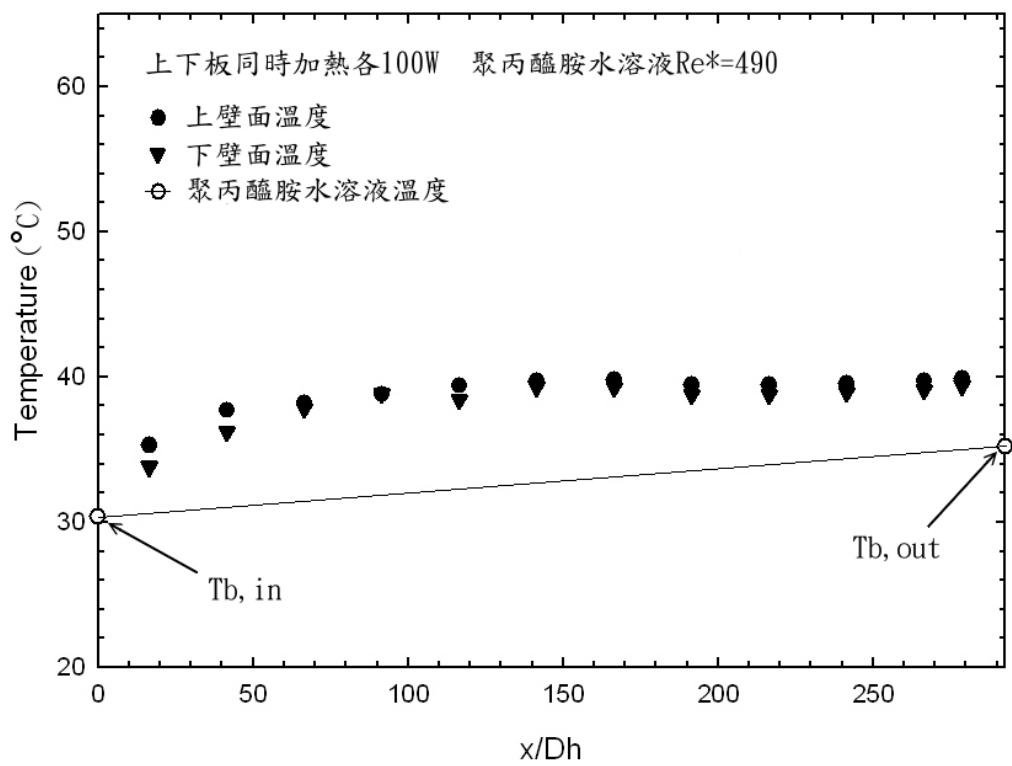


圖 3-12 聚丙醯胺水溶液在上下板同時加熱之上壁面、下壁面與流體



溫度軸向分佈圖

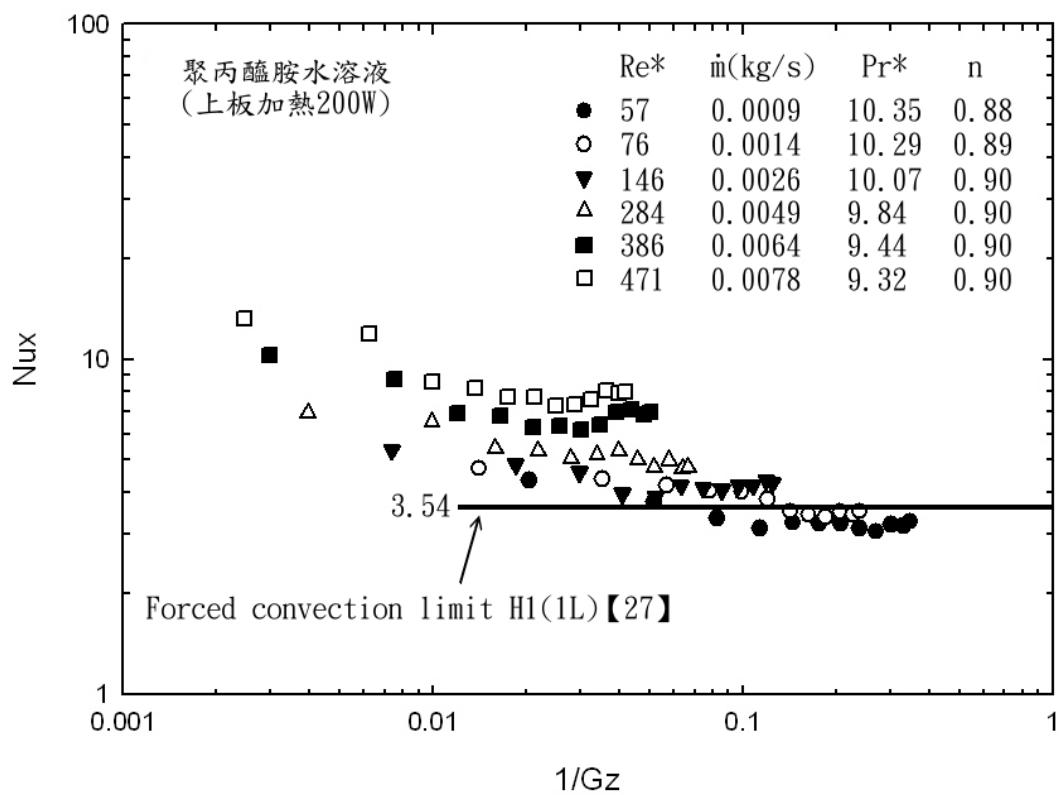


圖 3-13 聚丙醯胺水溶液在上板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



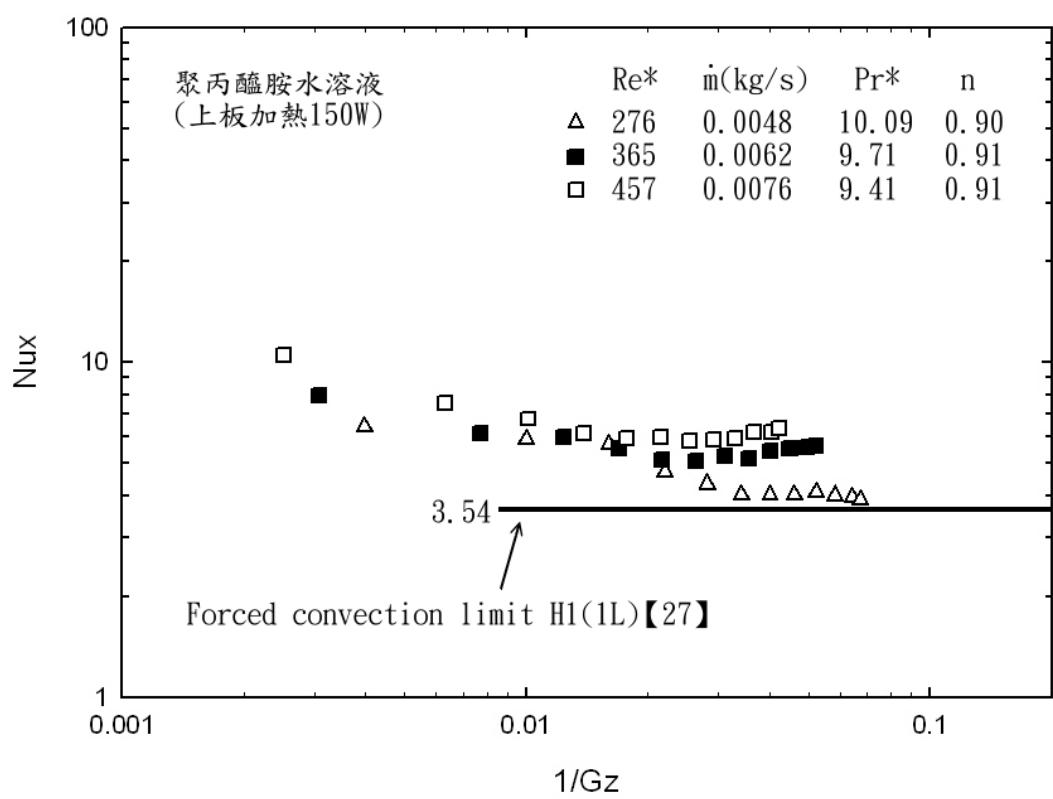


圖 3-14 聚丙醯胺水溶液在上板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



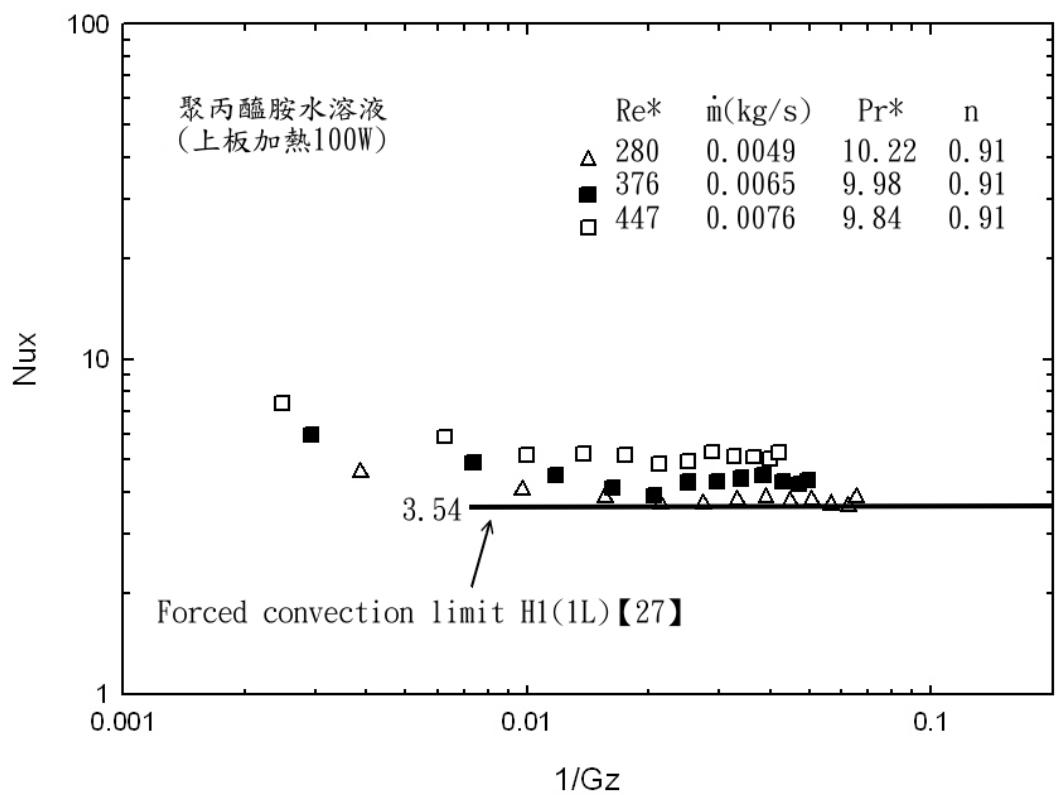


圖 3-15 聚丙醯胺水溶液在上板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



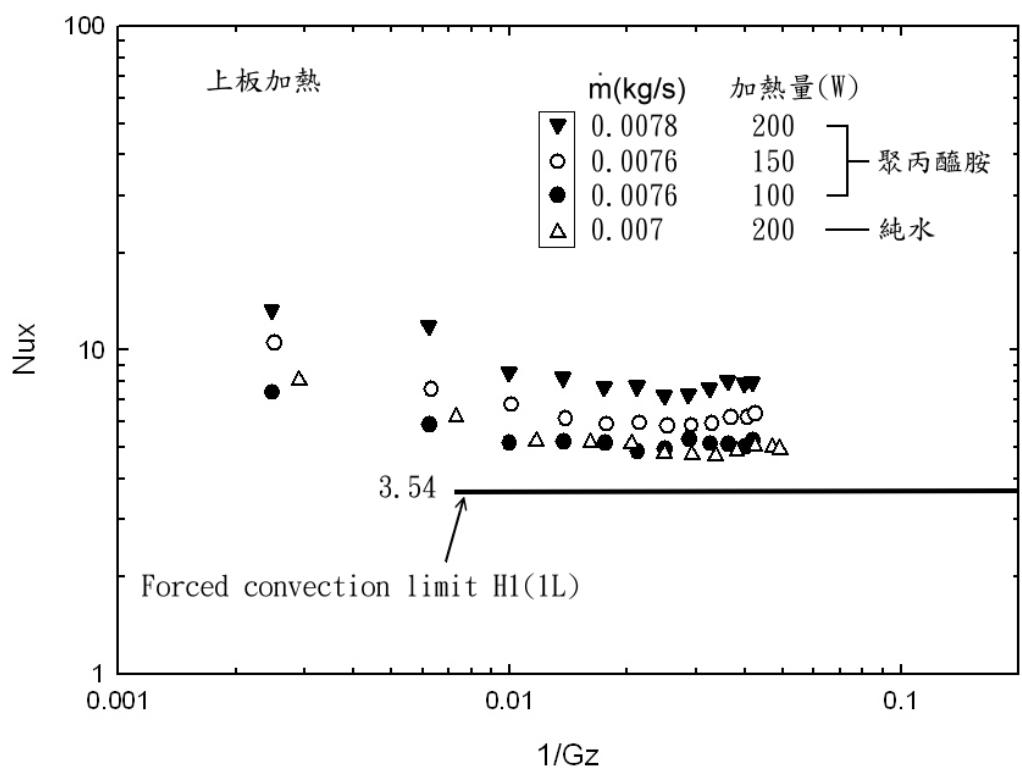


圖 3-16 相近質量流率之工作流體於不同上板加熱瓦數比較圖



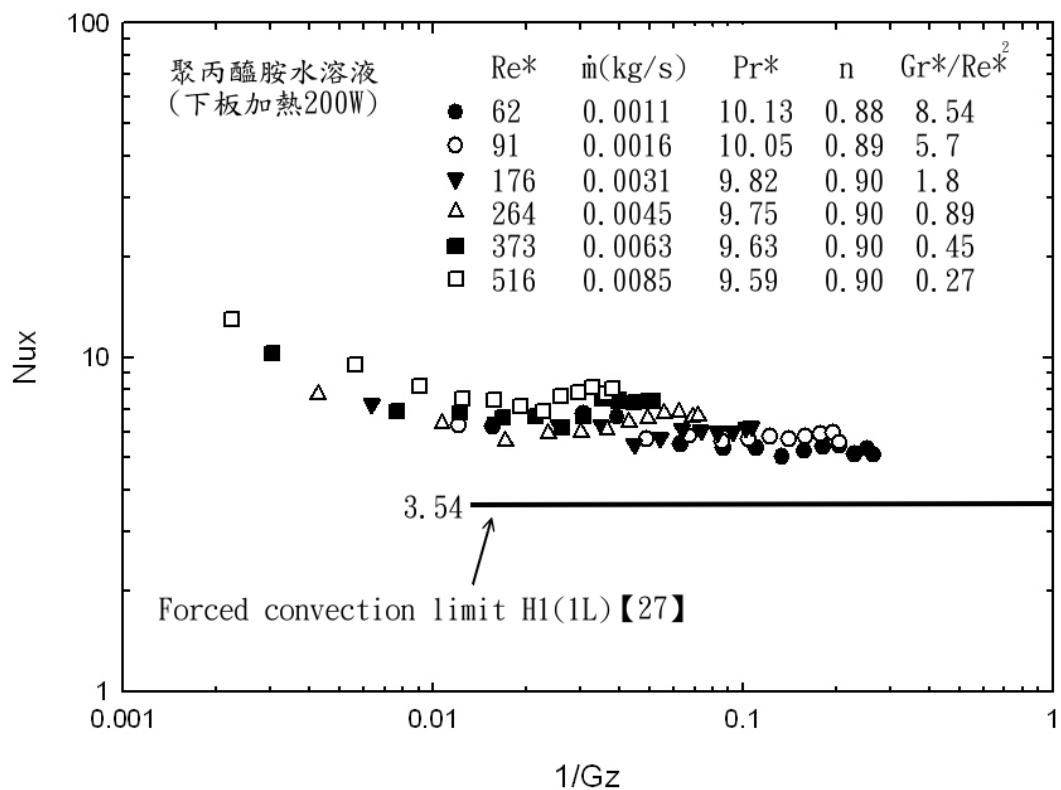


圖 3-17 聚丙醯胺水溶液在下板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



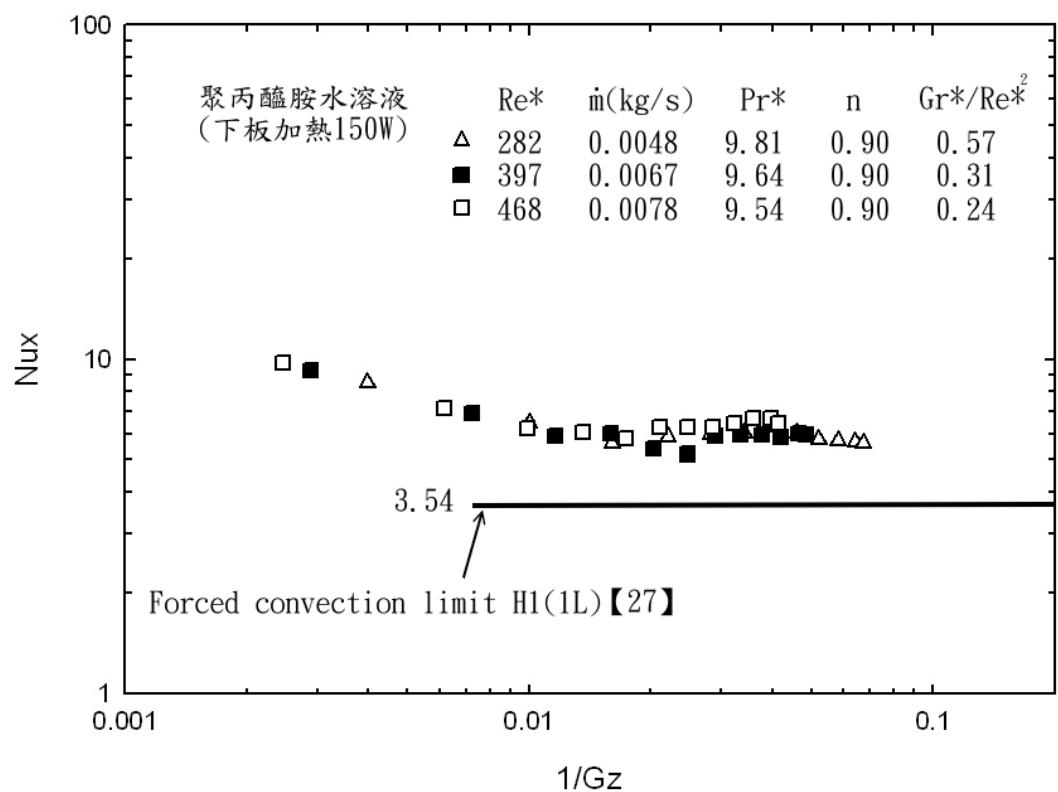


圖 3-18 聚丙醯胺水溶液在下板加熱之局部紐賽數與  $1/\text{Gz}$  關係圖



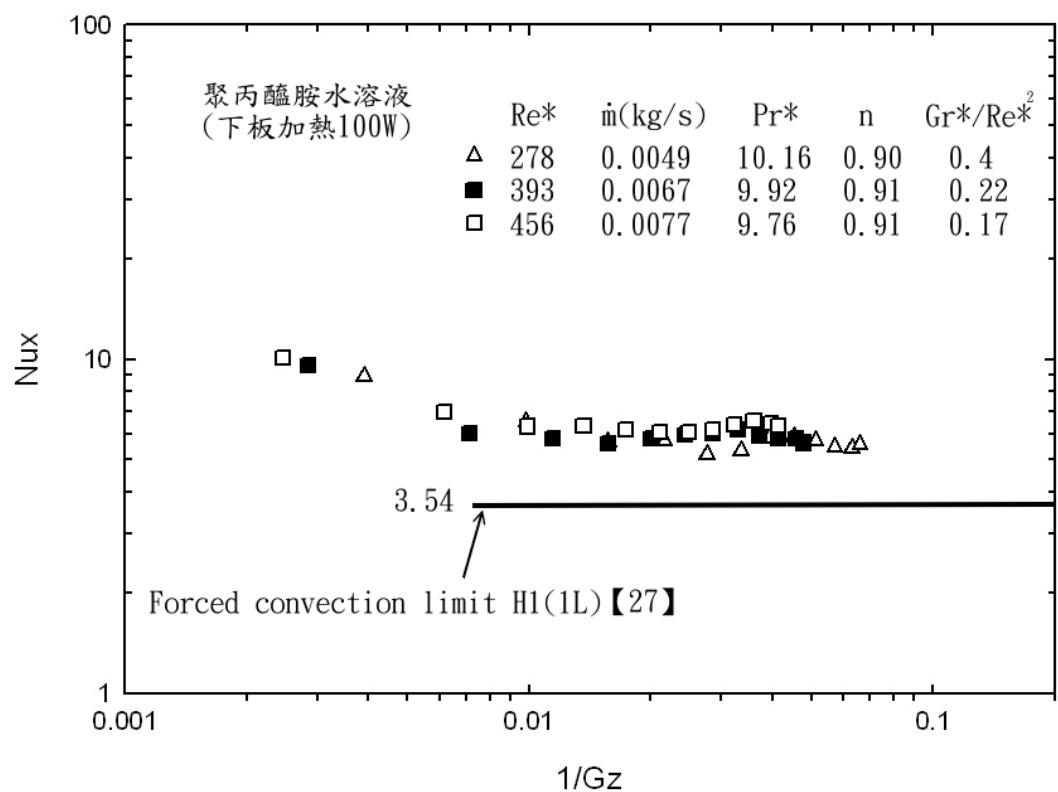


圖 3-19 聚丙醯胺水溶液在下板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



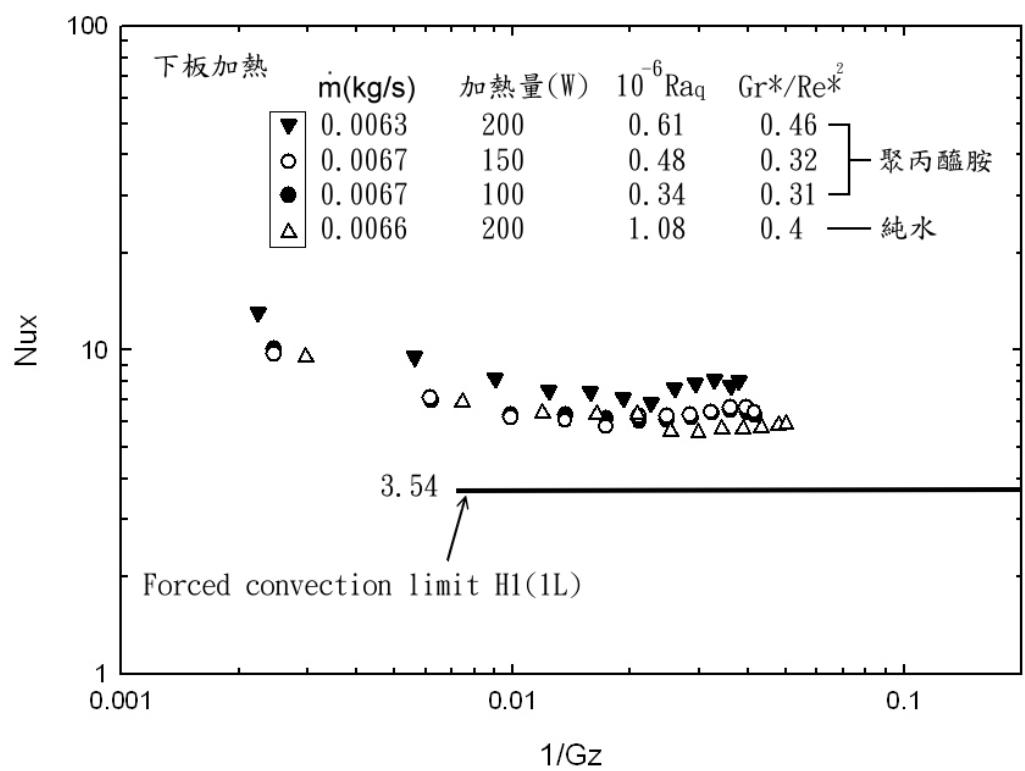


圖 3-20 相近質量流率之工作流體於不同下板加熱瓦數比較圖



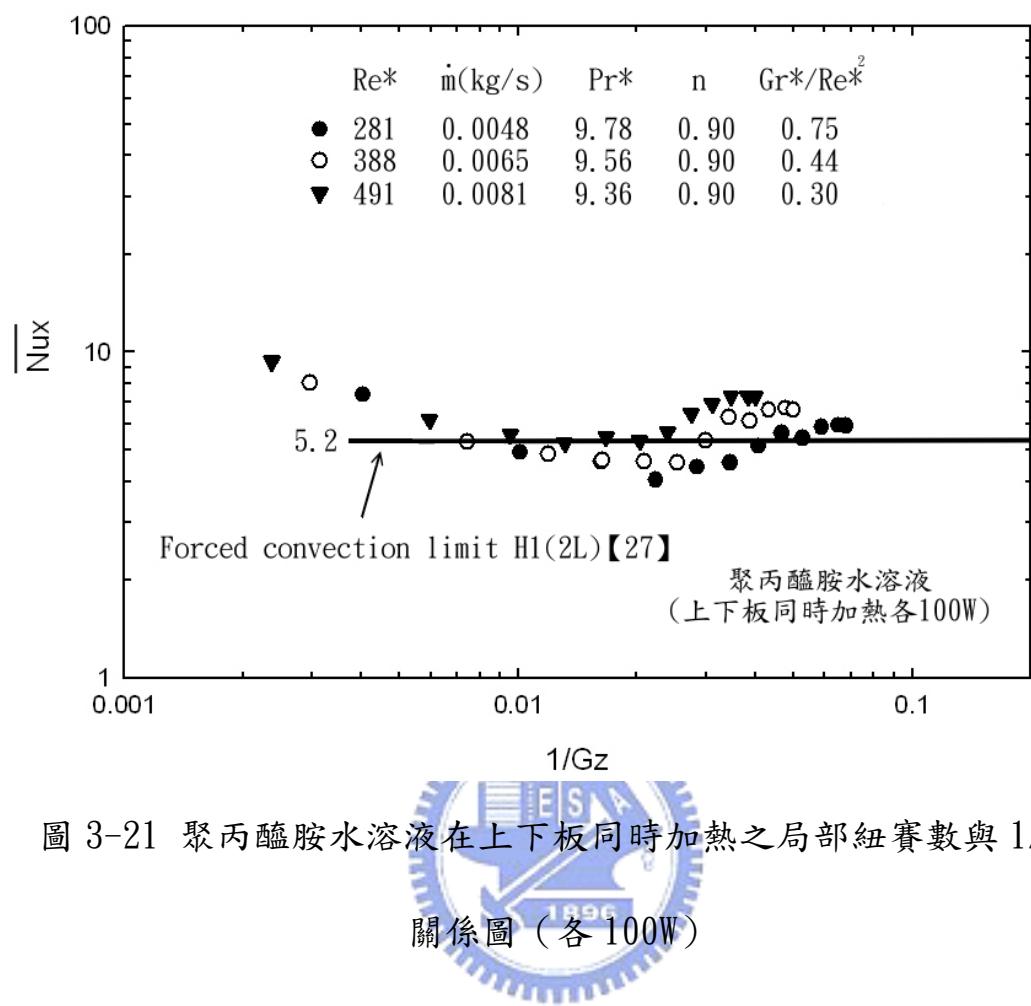


圖 3-21 聚丙醯胺水溶液在上下板同時加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$



關係圖 (各 100W)

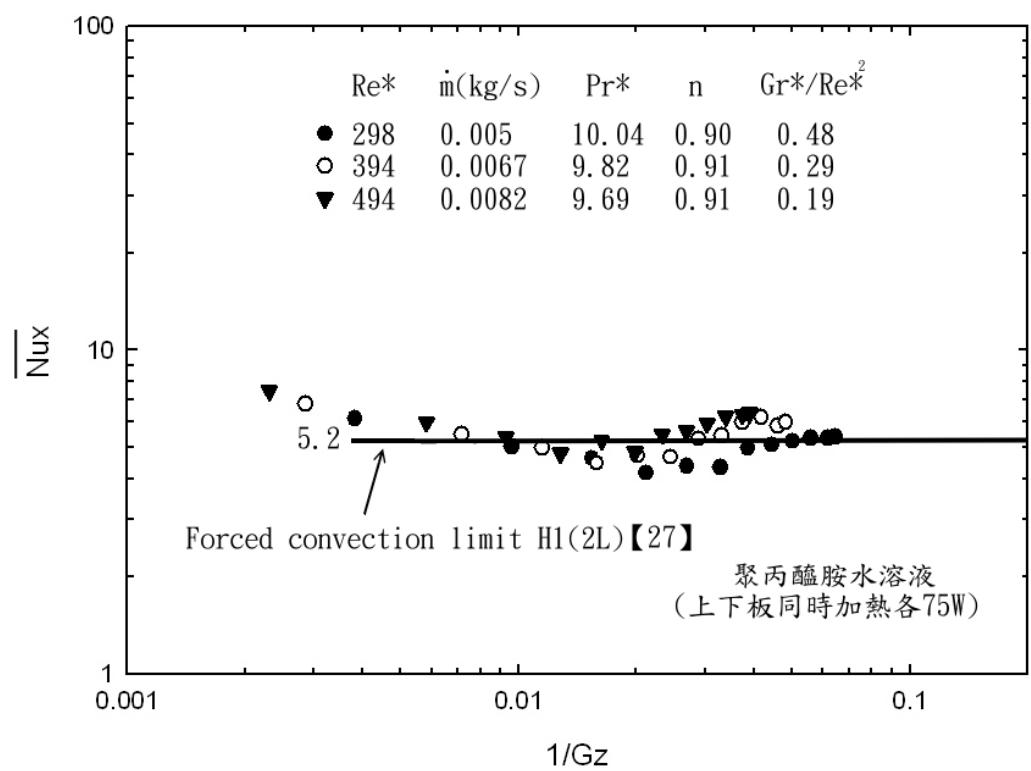


圖 3-22 聚丙醯胺水溶液在上下板同時加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$



關係圖 (各 75W)

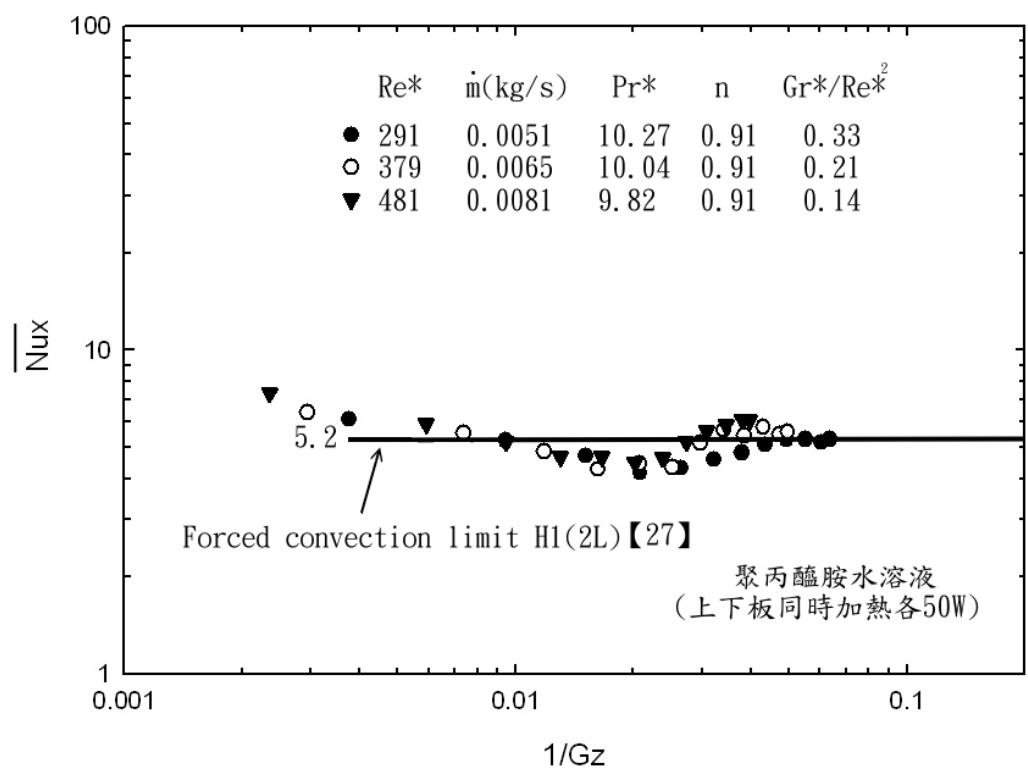


圖 3-23 聚丙醯胺水溶液在上下板同時加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$



關係圖 (各 50W)

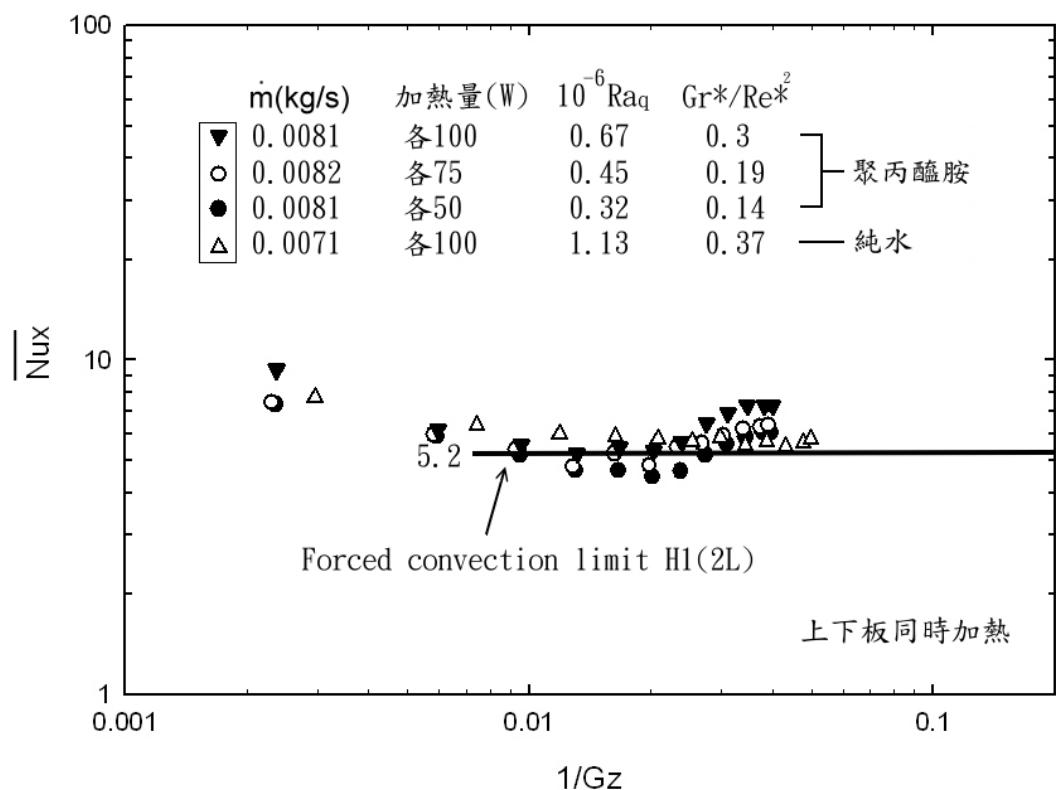


圖 3-24 相近質量流率之工作流體於不同上下板加熱瓦數比較圖



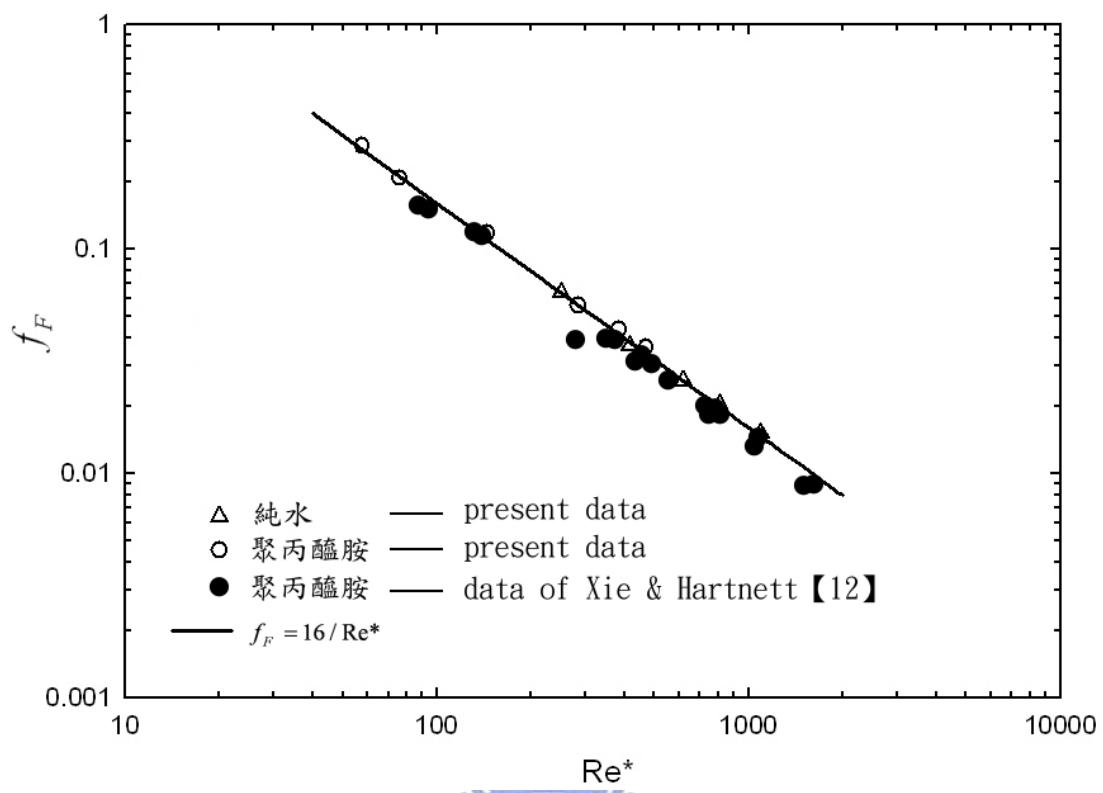


圖 3-25 本實驗與文獻【12】之廣義雷諾數與摩擦因子關係圖



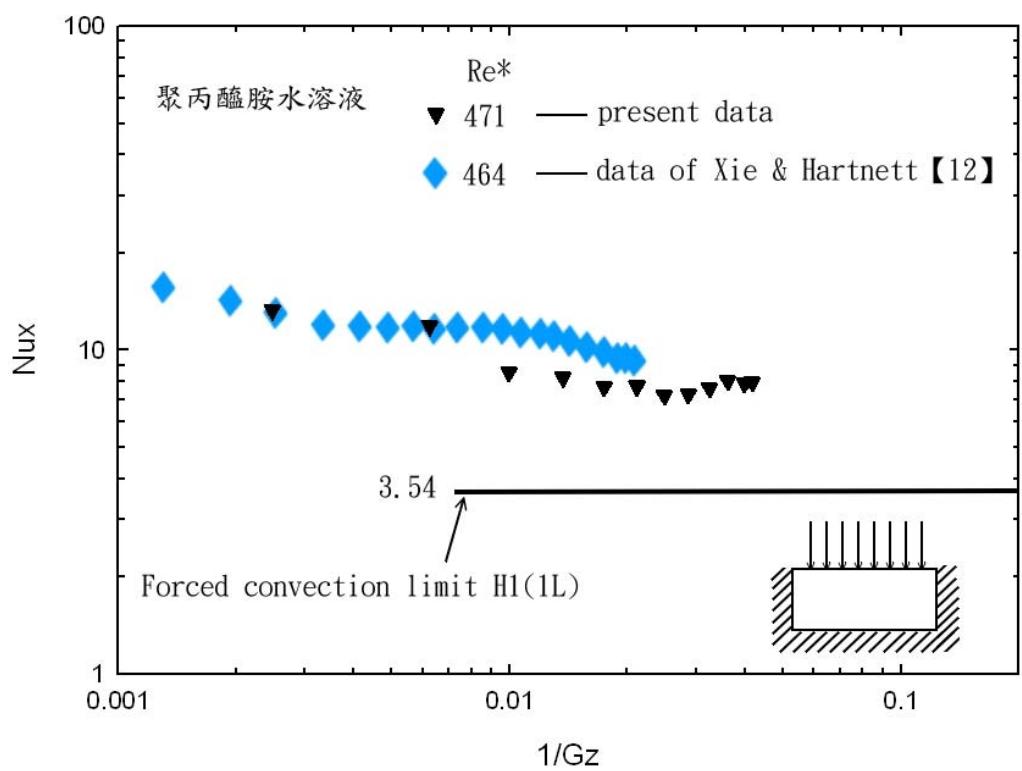


圖 3-26 本實驗與文獻【12】上板加熱之局部紐賽數與  $1/\text{Gz}$  關係圖



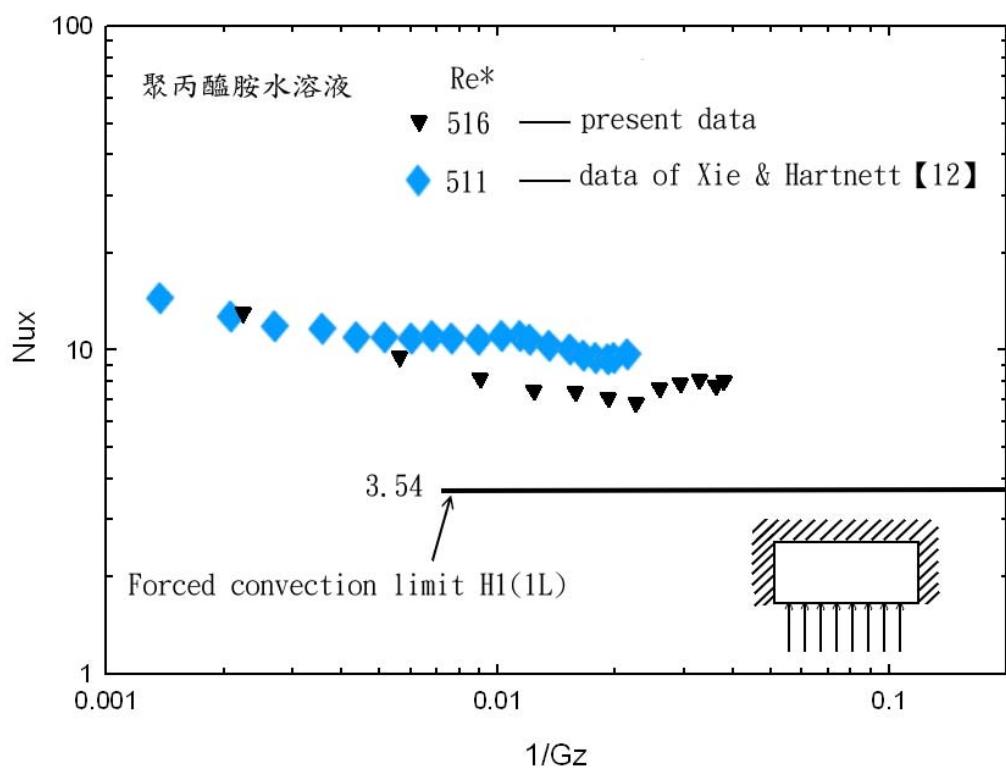


圖 3-27 本實驗與文獻【12】下板加熱之局部紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



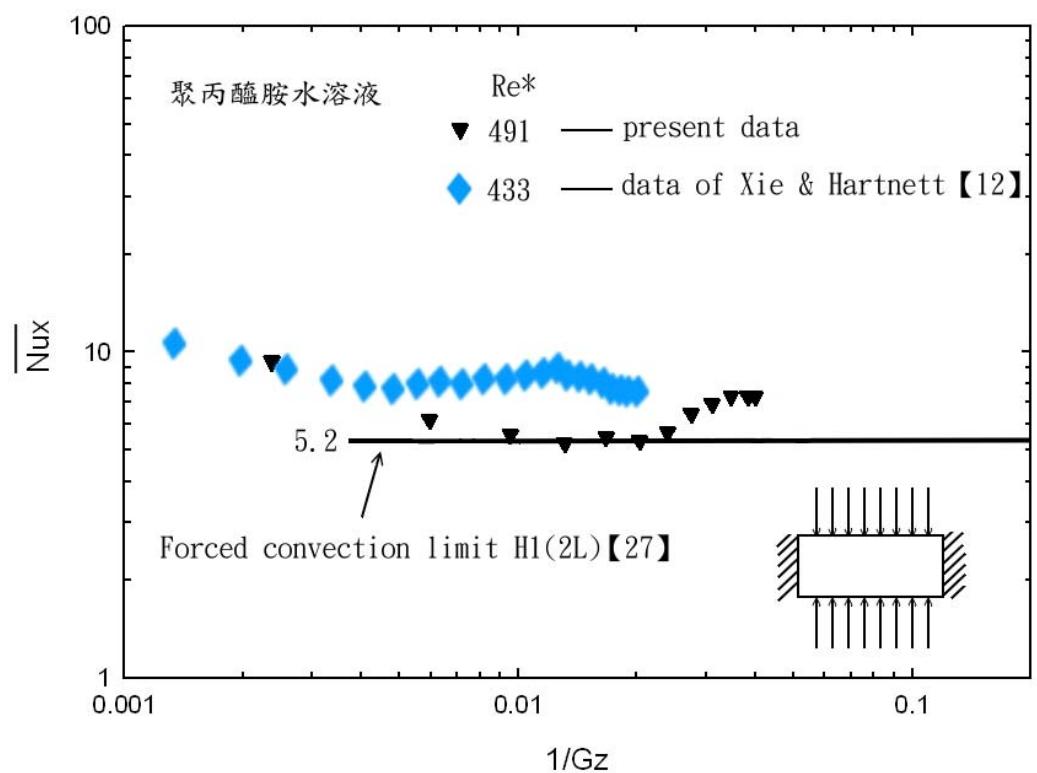


圖 3-28 本實驗與文獻【12】上下板加熱之紐賽數與  $1/Gz$  關係圖



## 第四章 結論

本實驗主要目的是探討純水（牛頓流體）與聚丙醯胺水溶液（黏彈性流體）在層流狀態下，在水平矩形管道中的壓降與熱傳分析，結果說明如下：

### 1、壓力差降：

由實驗量測得到純水以及聚丙醯胺水溶液的摩擦因子值，皆與  $f_F = \frac{16}{Re^*}$  預測值接近。在相同的質量流率下，聚丙醯胺水溶液的壓降值大於純水的壓降值，主要是因為聚丙醯胺水溶液的黏度大於純水，所以在管內流動會有比較大的壓力差降。加熱後流體黏度下降，純水與聚丙醯胺水溶液的壓降皆略小於未加熱時的壓降。

### 2、熱傳係數：

a. 上板加熱時，聚丙醯胺水溶液因為正向力差效應，產生二次流動使流場混合，加上輕剪力效應與上板加熱時軸向速度扭曲的關係，因此熱傳係數比純水高，而且隨著流量增加，正向力差效應增強，熱傳係數越高。在本實驗測試範圍內，聚丙醯胺水溶液的熱傳係數，在相近流量的條件下，比純水提高 78%。

b. 下板加熱時，聚丙醯胺水溶液除了正向力差效應以及輕剪力效應與下板加熱時軸向速度扭曲的因素外，尚有自然對流效應加成，因此熱傳係數比純水高，隨著流量增加，自然對流效應所佔比例減低，

以強制對流為主，正向力差效應成為主要熱傳增強機制。在本實驗測試範圍內，聚丙醯胺水溶液的熱傳係數，在相近流量的條件下，比純水提高 28%。

c. 上下板同時加熱時，聚丙醯胺水溶液的熱傳機制與下板加熱時比較，相同的是，正向力差效應與自然對流效應的加成，使熱傳係數增加；不同的是，靠近上板與下板加熱面的流體，雖然因為溫度增加而黏度降低，流體速度梯度增加，但是由於速度梯度的對稱性，軸向速度並不會向任何一個加熱面扭曲，所以熱傳係數略低於下板加熱，但是因為具有自然對流效應，所以熱傳係數比上板加熱時高。與純水比較，因為聚丙醯胺水溶液具有正向力差效應與自然對流效應的加成，所以熱傳係數比純水高。在本實驗測試範圍內，聚丙醯胺水溶液的熱傳係數，在相近流量的條件下，比純水提高 31%。

## 【參考文獻】

- 【1】Boger, D. V. and Tanner, R. I. , 1981, “Viscoelastic Fluid Flow Phenomena” , American Institute of Chemical Engineers, pp. 16 –24.
- 【2】劉大校, 1997, “高分子加工原理與應用” , 揚智文化事業出版, pp. 68 – 132.
- 【3】Green, E. E. and Rivlin, R. S. , 1956, “Steady Flow of Non-Newtonian Fluids Through Tubes” Q. Appl. Math. , 257 – 262.
- 【4】Carreau, P. J. , 1972, “Rheological Equations from Molecular Network Theories” , Trans. Soc. Rheol. , Vol. 16, pp. 99 – 109.
- 【5】Shin, S. and Cho, Y. I. , 1993, “Temperature Effect on The Non-Newtonian Viscosity of an Aqueous Polyacrylamide Solution ” , Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 20, pp. 831 – 844.
- 【6】Kozicki, W. Chou, C. H. and Tiu C. , 1966, “Non-Newtonian Flow in Ducts of Arbitrary Cross-Section Shape” , Chem. Eng. Sci. , Vol. 21, pp. 665 – 679.
- 【7】Cho, Y. I. and Harnett, J. P. , 1982, “Non-Newtonian Fluids in Circular Pipe Flow” , Adv. Heat Transfer, Vol. 15, pp. 59 – 141.
- 【8】Lin, C. X. and Ko, S. Y. , 1996, “Laminar Heat Transfer in

“Square Duct Flow of Aqueous CMC Solutions” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, NO. 3, pp. 503—510.

【9】 Mena, B. Best, G. Bautista, P. and Sanchez, T. , 1978, “Heat Transfer in Non—Newtonian Flow Through Pipes” , Rheol. Acta. , Vol. 17, pp. 454—457.

【10】 Oliver, D. R. , 1969 “Non—Newtonian Heat Transfer : an Interesting Effect Observed in Non—Circular Tubes” , Trans. Inst. Chem. Engrs, Vol. 47, T18.

【11】 Hartnett, J. P. and Kostic, M. , 1985, “Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow Through a Rectangular Channel” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 1147—1155.

【12】 Xie, C. and Hartnett, J. P. , 1992, “Influence of Rheology on Laminar Heat Transfer to Viscoelastic Fluids in a Rectangular Channel” , Ind. Eng. Chem. Res. , Vol. 31, pp. 727—732.

【13】 Hartnett, J. P. , 1992, “Viscoelastic Fluids : A New Challenge in Heat Transfer” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, No. 3, pp. 641—648.

【14】 褚偉建, 2004, “黏彈性流體在扁平矩形管道之層流熱傳研究” , 交通大學機械研究所碩士論文.

【15】Gao, S. X. and Hartnett, J. P. , 1993, “Steady Flow of Non-Newtonian Fluids Through Rectangular Ducts” , Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol20, pp. 197—210.

【16】Shin, S. and Cho, Y. I. , 1994, “Laminar Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non—Newtonian Fluid with Temperature—Dependent Viscosity” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, Suppl. 1, pp. 19—30.

【17】Gao, S. X. and Hartnett, J. P. , 1996, “Heat Transfer Behavior of Reiner—Rivlin Fluids in Rectangular Ducts” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, No. 6, pp. 1317—1324.

【18】Chang, P. Y. Chou, F. C. and Tung, C. W. , 1998, “Heat Transfer Mechanism for Newtonian and Non—Newtonian Fluids in 2 : 1 Rectangular Ducts” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, pp. 3841—3856.

【19】Shin, S Ahn, H. H. Cho, Y. I. Sohn, C. H. , 1998, “Heat Transfer Behavior of a Temperature—Dependent Non—Newtonian Fluid with Reiner—Rivlin Model in a 2 : 1 Rectangular Duct” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42, pp. 2935—2942.

- 【20】Sohn, C. H. Ahn, S. T. and Shin S. , 2000, “Heat Transfer Behavior of a Temperature—Dependent Viscoelastic Non—Newtonian Fluid with Buoyancy Effect in 2 : 1 Rectangular Duct” , Int. Comm. Heat Mass Transfer, No. 2, pp. 159—168.
- 【21】Payvar, P. , 1997, “Heat Transfer Enhancement in Laminar Flow of Viscoelastic Fluids Through Rectangular Ducts” , Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, No. 3, pp. 745—756.
- 【22】Tiu, C. Zhou, J. Nicolae, G. Fang, T. N. and Chhabra, P. , 1997, “Flow of Viscoelastic Polymer Solutions in Mixed Beds of Particles” , Can. J. of Chem. Eng. , Vol. 75, pp. 843—850.
- 【23】Young, H. D. , 1962, “Statistical Treatment of Experimental Data” , New York:McGraw Hill.
- 【24】許家棟, 2004, “水-聚丙醯胺黏彈性流體之黏滯係數與熱傳導係數量測” , 交通大學機械研究所碩士論文.
- 【25】Kline, S. J. , 1985, “The Purpose of Uncertainty Analysis” , J. Fluids Engineering, Vol. 107, pp. 153—160.
- 【26】Liley, P. E. , 1984, “Steam Tables in SI Units” private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University , West Lafayette.

【27】Kays, W. M. , and Crawford, M. E. , 1964, “Convective Heat and Mass Transfer” McGraw-Hill, New York.

【28】Shah, R. K. and London, A. L. , 1978, “Laminar Flow Forced Convection in Ducts” , Supplement 1 to Advances in Heat Transfer, New York.



## 附錄 A 實驗不準度分析

根據文獻【25】所整理出來的方法來分析實驗的不準度。實驗結果是經由一系列實驗量測而得到的，因此實驗結果  $R$  為各個實驗量測參數  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  的函數。

$$R = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

而在  $x_i$  時產生有  $\delta x_i$  的變化，使得  $R$  值有  $\delta R_i$  的變化量

$$\begin{aligned} \delta R_i &= \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \\ \frac{\delta R_i}{R} &= \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\delta x_i}{x_i} \end{aligned} \quad (\text{A. 1})$$

所以由  $x_i$  所造成的不準度， $u_{R_i}$ ：


$$u_{R_i} = \frac{x_i}{R} \frac{\partial R}{\partial x_i} u_{x_i} \quad (\text{A. 2})$$

假設  $u_R$  為實驗結果的不準度，而  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  為各個實驗量測參數的不準度。則實驗結果的不準度與各個實驗量測參數的不準度的關係為：

$$u_R = \pm \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial x_1} \cdot u_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial x_2} \cdot u_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial R}{\partial x_n} \cdot u_n \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A. 3})$$

### 不準度分析：

#### A-1 面積不準度

實驗測試端的面積為  $12 \times 6 \text{ mm}$ ，假設基本誤差為  $0.1 \text{ mm}$ ，

$$A = a \times b$$

$$u_a = \pm \frac{0.1}{12} = \pm 0.008$$

$$u_b = \pm \frac{0.1}{6} = \pm 0.017$$

$$\begin{aligned} u_A &= \pm \left[ \left( \frac{a}{A} \frac{\partial A}{\partial a} u_a \right)^2 + \left( \frac{b}{A} \frac{\partial A}{\partial b} u_b \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \pm (u_a^2 + u_b^2)^{1/2} \\ &= \pm 0.019 \text{ or } \pm 1.9\% \end{aligned}$$

## A-2 周長不準度

$$P = 2(a + b)$$

$$\begin{aligned} u_P &= \pm \left[ \left( \frac{a}{P} \frac{\partial P}{\partial a} u_a \right)^2 + \left( \frac{b}{P} \frac{\partial P}{\partial b} u_b \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \pm \left[ \left( \frac{a}{(a+b)} u_a^2 + \frac{b}{(a+b)} u_b^2 \right) \right]^{1/2} \\ &= \pm 0.012 \text{ or } \pm 1.2\% \end{aligned}$$

## A-3 水力直徑不準度

$$D_h = \frac{4A}{P}$$



$$\begin{aligned} u_{D_h} &= \pm \left[ \left( \frac{A}{D_h} \frac{\partial D_h}{\partial A} u_A \right)^2 + \left( \frac{P}{D_h} \frac{\partial D_h}{\partial P} u_p \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \pm (u_A^2 + u_p^2)^{1/2} \\ &= \pm 0.022 \text{ or } \pm 2.2\% \end{aligned}$$

## A-4 質量流率不準度

做流量計校正時，以燒杯配合碼錶量測工作流體在一分鐘時間內的質量流率：

$$\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (\Delta m = m_f - m_e)$$

而誤差參數

$$\text{燒杯裝滿水，} u_{m_f} = \pm \frac{1g}{1180g} = \pm 0.0008$$

$$\text{燒杯未裝水} , u_{m_e} = \pm \frac{1g}{78g} = \pm 0.0128$$

$$u_{\Delta m} = \pm \left[ \left( \frac{m_f}{\Delta m} \frac{\partial \Delta m}{\partial m_f} u_{m_f} \right)^2 + \left( \frac{m_e}{\Delta m} \frac{\partial \Delta m}{\partial m_e} u_{m_e} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$= \{ [(1.071)(1)(0.0008)]^2 + [(0.0708)(1)(0.0128)]^2 \}^{1/2}$$

$$= \pm 0.00125$$

$$u_{\Delta t} = \pm \frac{0.2s}{60s} = \pm 0.003$$

由於  $m = m(\Delta m, \Delta t)$

$$u_m = \pm \left[ \left( \frac{\Delta m}{m} \frac{\partial m}{\partial \Delta m} u_{\Delta m} \right)^2 + \left( \frac{\Delta t}{m} \frac{\partial m}{\partial \Delta t} u_{\Delta t} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$= \pm [(1)(0.00125)^2 + (1)(0.003)^2]^{1/2}$$

$$= \pm 0.0032 \text{ or } \pm 0.32\%$$

#### A-5 局部壁溫不準度

數據擷取器的最小精準度為  $0.1^\circ C$ ，最低量測溫度為  $30^\circ C$

$$u_{T_w} = \pm 0.33\%$$

#### A-6 進出口溫度差最大不準度

在實驗中，進口溫度為  $30^\circ C$ ，且出口溫度最低為  $33^\circ C$

$$\Delta T_b = T_{b,out} - T_{b,in} ,$$

$$u_{\Delta T_b} = \pm 1.25\%$$

#### A-7 局部流體溫度不準度

$$\text{局部流體溫度的定義} : T_x = T_{b,in} + (T_{b,out} - T_{b,in}) \left( \frac{x}{L} \right)$$

$$u_{T_x} = \pm 1.36\%$$

## A-8 热通量不準度

加熱量為  $Q_{sensible} = mC_p(T_{b,out} - T_{b,in})$ ，進出口溫差 Cp 是流體比熱，由查表得到，所以誤差在 1%以下，故計算可得

$$u_Q = \pm 1.63\%$$

故在測試端的每單位面積熱傳量為：  $q_x = \frac{Q_{sensible}}{LW}$

其中 W 為測試段寬度， L 為測試段長度

$$u_w = \frac{0.1mm}{12mm} = \pm 0.83\%， u_L = \frac{0.1mm}{2440mm} = \pm 0.004\%$$

$$\text{則 } u_{qx} = \pm 1.82\%$$

## A-9 局部熱傳係數不準度

局部熱傳係數的定義為： $h_x = \frac{q_x}{T_{wx} - T_x}$

$$u_{hx} = \pm 2.29\%$$

## A-10 局部紐塞數不準度

紐塞數定義為： $Nu_x = \frac{h_x \cdot D_h}{k}$ ，其中 k 由表查得，所以誤差在

1%以下，因此計算可得

$$u_{Nu_x} = \pm 3.33\%$$

## A-11 Gz 數的不準度

Gz 的定義： $Gz = \frac{\dot{m}C_p}{kx}$ ，其中 Cp 與 k 由表查得，所以誤差在

1%以下，因此計算可得

$$u_{Gz} = \pm 1.45\%$$

## A-12 壓力差降不準度

差壓計採用 Foxboro 公司產品，輸出訊號為 4-20mA，誤差值可達  $\pm 0.1\%$ ，所以  $u_{\Delta p} = \pm 0.1\%$

### A-13 摩擦因子不準度

摩擦因子定義如下：

$$\Delta p = f \frac{L}{D_h} \frac{\rho V^2}{2}$$

得到達西摩擦因子  $f$ ，其中  $\rho$  由表查得，所以誤差在 1% 以下，因此計算可得

$$u_f = \pm 3.2\%$$

### A-14 雷諾數不準度

$Re = \frac{\rho v D_h}{\mu}$ ，其中  $\rho$ 、 $\mu$  由表查得，所以誤差在 1% 以下，因此計算可得

$$u_{Re} = \pm 3.4\%$$

