

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

基因演算法及圖形表示法在結構拓樸最佳化結

構動力問題之研究

The application of genetic algorithm with graph
representation in the topology optimization for
dynamics

研究生：徐義洋

指導教授：洪士林 博士

中華民國 一百零二年 六月

基因演算法及圖形表示法在結構拓樸最佳化結構動力問題
之研究

Applied the genetic algorithm with graph representation in
the topology optimization for dynamics

研究生：徐義洋

Student: Yi-Yang Hsu

指導教授：洪士林

Advisor: Dr. Shih-Lin Hung



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Civil Engineering

May 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 一 百 零 二 年 六 月

基因演算法及圖形表示法在結構拓樸最佳化結構動力問題之 研究

研究生：徐義洋

指導教授：洪士林 教授

國立交通大學土木工程學系

摘要

本研究使用基因演算法搭配圖形表示法解決結構拓樸最佳化結構動力問題；基因演算法為常見之仿生演算法，其特性為全域式多點搜尋，雖然可以避免掉入局部最佳，但相對地其搜尋空間往往會應變數過多而使空間過大。本研究首先將基因演算法搭配圖形表示法使變數減少，並提出準初始隨機族群策略，藉由此策略使搜尋空間縮小，避免基因演算法浪費時間在探索沒有價值的區域以減少搜尋時間。最佳化過程中有限元素分析使用業界常用之分析軟體(SAP2000)做計算。最後為了驗證本研究所提出之準初始化隨機族群策略，使用兩個標準的結構動力拓樸最佳化問題來做測試，比對有使用策略與沒有使用策略之結果。結果驗證其最佳化之結構拓樸與文獻相同，且其第一特徵頻率亦達相對最大值。論文最後以一個新的三垮連續梁案例來驗證本文所提之最佳化模型。結果驗證在滿足體積比限制條件下，最佳化結構拓樸具有最大的相對第一特徵頻率值。

關鍵字：基因演算法、結構最佳化、拓樸最佳化

The application of genetic algorithm with graph representation in the topology optimization for dynamics

Student: Yi-Yang Hsu

Advisor: Dr. Shih-Lin Hung

Department of Civil Engineering, College of Engineering
National Chaio Tung University

Abstract

The genetic algorithm is the common bionic algorithm. Its feature is a global multi-search. Avoid falling into the local optimum. But its search space is often too large due to many variables. First, apply the genetic algorithms with a graphical representation to reduce the variable. And then, the new strategy-quasi random initial population is proposed. The search space will be become smaller by the new strategy. To avoid the genetic algorithm search the worthless search space. The optimization process is using finite element analysis software (SAP2000) to do the calculation. In order to verify the feasibility of the strategy, two benchmark problems are used to verify the performance of the proposed optimization algorithm. The last problem is new problem. The simulation results revel that the concluding topology of the structures are same as results in literature. The third problem also generated a final topology with a largest 1-st eigen frequency.

Keywords: genetic algorithm, structural optimization, topology optimization

誌謝

研究所學習即將邁入尾聲，在這兩年的學習過程中，學習到許許多多的東西不僅僅是科學知識以及研究方法，而是在追求科學知識以及研究方法過程中的一些邏輯思考、做事態度以及解決問題的能力；在這過程中遇到很多的困難，還好這些困難最後都能順利通過，其中最感謝的人莫過於指導教授洪士林老師，每當遇到困難時，老師總是不厭其煩、循循善誘的引導我如何解決問題。接這要感謝的是詹君治學長，當我在鬼混的時候，能適時地督促我學習。

再來要感謝的是研究室的夥伴們，學長姐穎泰、孟軒、思伶、晟佑、俊佐以及宣治，在我剛進研究所時能提供適當的協助，同學允璿、建文、錦鴻、奇霖、銘澤、子陽以及智嵩，能夠在研究所期間一起努力，一起同樂。

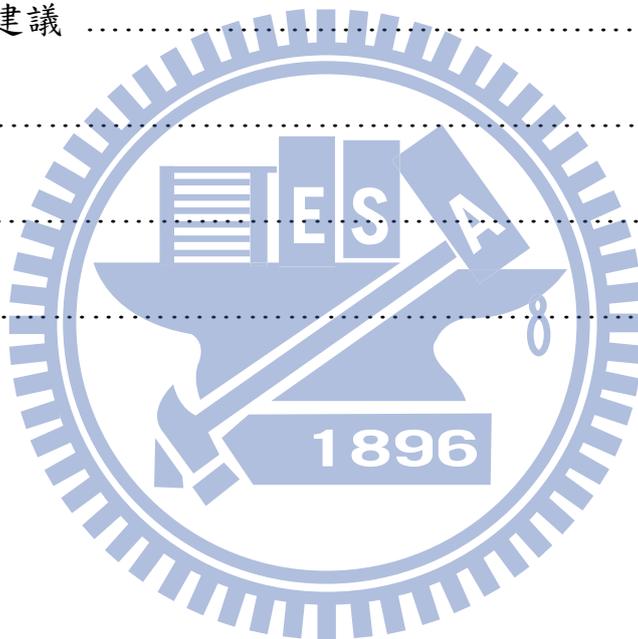
最後最重要的是要感謝我的媽媽、爸爸，沒有你們的栽培以及在求學過程中一路上的支持與鼓勵，對你們的感謝感恩之情，已是非言語可以形容的。然後，謹以此論文獻給愛我以及我愛的人。

目錄

中文摘要	I
English abstract	II
致謝	III
目錄	IV
表目錄	VII
圖目錄	VIII
第一章 緒論	1
1.1 背景	1
1.2 動機與目	2
1.3 研究過程	3
1.4 論文章節與架構	4
第二章 理論與文獻回顧	6
2.1 最佳化問題	6
2.2 結構最佳化設計	7
2.2.1 設計變數	9
2.2.2 目標函數與限制條件	9
2.3 基因演算法	10
2.4 結構拓樸最佳化	16

2.5	SAP2000	18
2.5.1	Introduction of SAP2000	18
2.5.2	CSi OAPI	19
第三章	研究方法.....	20
3.1	圖形表示.....	20
3.2	準初始隨機族群策略	22
3.2.1	目標函數	22
3.2.2	適應函數	23
3.2.3	準初始隨機族群策略.....	24
3.3	基因演算法搭配圖形表示	24
3.3.1	染色體編碼.....	24
3.3.2	突變方式以及交配方式.....	25
第四章	案例	28
4.1	測試案例介紹	28
4.2	短梁案例.....	28
4.2.1	圖形表示以及染色體.....	29
4.2.2	準初始隨機族群策略比較.....	30
4.3	矩形平面案例.....	31
4.3.1	圖形表示以及染色體.....	31

4.3.2 準初始隨機族群策略比較.....	32
4.4 三跨簡支橋案.....	33
4.4.1 圖形表示以及染色體.....	33
4.4.2 結果討論.....	34
第五章 結論與建議	36
5.1 結論	36
5.2 建議	37
參考文獻	38
附表	45
附圖	49



表目錄

表 4-1 三個案例的基本資料	45
表 4-2 案例一結果比較	46
表 4-3 案例二結果比較.....	47
表 4-4 十種不同拓樸結構比較.....	48



圖目錄

圖 1-1 尺寸、形狀以及拓樸最佳	49
圖 2-1 三城市 TSP 問題.....	49
圖 2-2 四城市 TSP 問題.....	50
圖 2-3 基因演算法流程圖	51
圖 2-4 擇優形式-輪盤法.....	52
圖 2-5 交配種類	53
圖 2-6 二位元陣列/串表示法對應結構圖.....	53
圖 3-1 本研究之流程圖.....	54
圖 3-2 矩形平面結構	55
圖 3-3 矩形平面結構之圖形表示法的組成.....	55
圖 3-4 矩形平面結構之圖形表示法下 ab 邊部分.....	56
圖 3-5 端點 a、b 以及控制點 cf、cs.....	56
圖 3-6 兩控制點對應到邊上之示意圖.....	57
圖 3-7 兩控制點對應到邊上之示意圖.....	57
圖 3-8 使用漸進線方式產生整條邊的厚度之示意圖.....	58
圖 3-9 搭配圖形表示法所產生之隨機拓樸形狀.....	58
圖 3-10 圖形表示法變數介紹.....	59
圖 3-11 搜尋空間縮小示意圖.....	69

圖 4-1 案例一-短梁.....	61
圖 4-2 圖形表示案例一.....	61
圖 4-3 左右對稱取半分析示意圖.....	62
圖 4-4 上下對稱取半分析示意圖.....	62
圖 4-5 案例一-有使用準初始隨機族群策略之結果.....	63
圖 4-6 案例一-有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖.....	63
圖 4-7 案例一-沒有使用準初始隨機族群策略之結果.....	64
圖 4-8 案例一-沒有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖.....	64
圖 4-9 案例二-矩形平面.....	65
圖 4-10 圖形表示案例二.....	65
圖 4-11 案例二-有使用準初始隨機族群策略之結果.....	66
圖 4-12 案例二-有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖.....	66
圖 4-13 案例二-沒有使用準初始隨機族群策略之結果.....	67
圖 4-14 案例二-有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖.....	67
圖 4-15 三跨簡支橋原始圖.....	68
圖 4-16 取上部橋梁做分析.....	68
圖 4-17 三跨簡支橋圖.....	69
圖 4-18 圖形表示案例三.....	69
圖 4-19 左右對稱取半分析示意圖.....	70

圖 4-20 案例三-原始圖與示意圖.....	71
圖 4-21 案例三-最佳化結果..	72
圖 4-22 案例三-頻率與迭代次數圖.....	72
圖 4-23 比較結構之一.....	73
圖 4-24 比較結構之二.....	74
圖 4-25 比較結構之三.....	75
圖 4-26 比較結構之四.....	76
圖 4-27 比較結構之五.....	77
圖 4-28 比較結構之六.....	78
圖 4-29 比較結構之七.....	79
圖 4-30 比較結構之八.....	80
圖 4-31 比較結構之九.....	81
圖 4-32 比較結構之十.....	82



第一章 緒 論

1.1 背景

最佳化的過程是在滿足某些約束條件下，找到最佳的解決方案。一般來說，在最佳化過程中需要重複迭代計算。當分析的大型結構的結構分析時，分析的過程是複雜且緩慢的，不可能通過人工手算的方式來做計算迭代。隨著電腦的進步，結構最佳化的計算才可克服人工手算的沒有效率的缺點。

在傳統土木工程角度來看，結構最佳化的結果，在經濟性層面是最佳化的，但是就施工性層面來說，卻是非常非常差的。面對這問題我們大可不必擔心。2012年4月經濟學人雜誌提到我們正面臨第三次工業革命-製造數位化[1]。

製造數位化顛覆一般傳統的製造方式，傳統的生產方式從設計、開模到生產這過程中是非常冗長的。而數位製造化指的是3D印表機的發明，指向發明使的未來的設計者可直接在電腦前面將自己所設計的東西，直接印出來[1]。

製造數位化也影響了土木工程領域，南加州大學工業及工程系統學系教授-B. Khoshnevis 在2004年成功的發明了 contour crafting 可以

成功的用自動化機械以混凝土為材料製造出較小型的混凝土模型，並提到未來配合土木材料，未來建築物可直接用全自動方式建造[2,3,4]。

未來搭配著土木材料以及 contour crafting 的進步，結構拓樸最佳化之結果，對於施工性不佳的問題可能可以被克服。本文中，主要討論平面結構拓樸最佳化結構動力問題。

1.2 動機與目的

一般來說結構最佳化可分成三大類尺寸最佳化、形狀最佳化以及拓樸最佳化如圖 1-1。尺寸最佳化為尋找結構物之最佳斷面在固定的形狀以及拓樸條件下；形狀最佳化為尋找結構物的最佳形狀，在固定的拓樸條件下，而拓樸最佳化不僅僅尋找結構物的最佳形狀還尋找結構物最佳內部材料分佈；結構拓樸最佳化為最廣義之結構最佳化 [6,10,11,12]。

結構拓樸最佳化一般依演算法分類，可分為數學最佳化演算法以及仿生演算法，數學演算法為以梯度為基礎尋找最佳解之演算法，而仿生演算法為模擬生物行為之演算法；依據解決問題來分類，結構拓樸最佳化分成結構靜力問題以及結構動力問題。

在文獻回顧中[5,6,10,11, 17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,29,30,31, 32, 34, 35]，發現現有的文獻對於數學最佳化解決的問題，不管是結構

靜力問題還是結構動力問題都可以解決；但是仿生演算法在文獻回顧中發現其解決的問題僅侷限於結構靜力問題。而結構動力問題卻在文獻回顧中未有發現，可能的原因為仿生演算法的特性；仿生演算法屬於全域多點搜尋，全域多點搜尋優點是不易落入局部最佳解，但是有搜尋空間過大的問題；仿生演算法是使用於結構動力問題其最大的困擾為搜尋空間過大。

本文使用仿生演算法最常見的演算法-基因演算法來探究仿生演算法用於結構拓樸結構動力問題之可行性，並且搭配圖形表示法來縮減搜尋空間；最後提出準初始隨機族群策略以解決搜尋空間過大的問題。

1.3 研究過程

本文為使用基因演算法並搭配圖形表示法，並且提出準初始隨機族群策略來解決結構拓樸最佳化結構動力問題。此研究的過程概述如下：

1. 數據收集

收集與結構拓樸優化相關的文獻。通過這種方式，了解學術界在這個問題的現狀和成就。此外，根據程式撰寫以及立論基礎的需要，研讀了 SAP2000 API(Application Programming Interface) 使用說明、有限元素以及最佳化等等...相關的文獻。

2. 建構基因演算法

定義基因演算法裡面的參數以及制訂適應函數。參數的設定包括，編碼形式、擇優形式、族群數設定、交配率以及突變率。一般在最佳化問題中都會有目標函數以及限制函數，但在基因演算法裡需要根據問題的不同，將目標函數以及限制函數結合成適應函數。

3. 撰寫程式

撰寫程式時，最重要的部分為當程式語言呼叫 SAP2000，需要準確的將圖形表示法轉化成結構體，在使用 SAP2000 做結構分析。

SAP2000 API 裡面的指令必須很精確的使用才能正確地建構出結構模型以及結構分析。

4. 案例測試

將撰寫完成的程式，實際解決案例，在解決案例過程中，修改程式的缺陷；測試完後對結果做比較與討論。

5. 撰寫論文

總整文獻回顧，研究方法，案例分析與討論，最後撰寫論文。

1.4 論文章節與架構

本論文共計五章節，章節架構分述如下：

第一章為緒論，簡述本文之研究背景、動機與目的以及研究過程。

第二章為理論文獻回顧，介紹本研究所涉及的各种理論、研究方法、文獻，主要最佳化理論、基因演算法、結構最佳化、結構拓樸最佳化以及 SAP 2000 API。

第三章為研究方法，在本章詳述研究中使用的參數、圖形表示法的使用、基因演算法搭配圖形表示法、適應函數以及準初始隨機族群策略。

第四章為數值案例，本研究使用了三個數值案例作測試模型，前兩個案例用來比較有使用與沒有使用準初始隨機族群的差別，並討論其策略所帶來的效益；第三個案例為自創案例，用來探討其最佳化之結果與一般大家直覺所認知較好的拓樸形狀做比較與討論。

第五章為結論，此章將本研究做概述性的總結與後續研究之建議。

第二章 理論與文獻回顧

2.1 最佳化問題[7]

優化問題是非常古老的學科，且處處都有最佳化問題存在，小從有限空間的貨品擺設、傳統渡河問題或店員排班問題，這些問題與人民生活息息相關。其中最著名的便是旅行商問題(Traveling Salesman Problem)。

在旅行商問題，推銷員必須經過 N ($N > 1$) 個城市，每個城市之間的距離是不同的。假設所需的時間是成正比的距離，如何用最有效率的方法來經過所有城市銷售的產品，換句話說，如何使用最短距離經過所有城市。

當城市的數量很小 (N 值)，問題並不難，如圖 2-1 的 $N = 3$ 有三個城市 A, B, C，無論是由哪一個城市出發，經過所有城市，距離是相同的。但加入後的第四個城市 D，如圖 2-2 中，從不同的城市，經過的順序不同，都能得到不同的路徑總距離。當必需銷售的城市越多，可能路徑總數也越多而且增加的速度是以非線性的速率在成長。當城市的數量達到十個，可能路徑已有十八萬一千四百四十個之多 ($P_2^{10}/2$)。如果每個路徑長度都計算完成再出發，非常不符合時間成本的。所以，面對旅行商問題，最好的方法是設計有效的方法來找到最短的路線，

這是最佳化問題的基本精神[7]。

2.2 結構最佳化設計

結構最佳化的概念，最先由 Michell[8]在 1904 年所題書的桁架理論[7]。最早是由 Michell 在 1904 年時所提出的桁架理論中呈現，但在 50 年代以前最佳化設計方法僅限於古典的微分法和變分法。到了 50 年代末期數學規劃方法首次用於結構最佳化，並且在二次世界大戰期間發展成為一個新的數學分支。在數學規劃方法的基礎上發展而來的最佳化設計包含了循序線性規劃法(SLP)、循序二次規劃法(SQP)、整數規劃法(IP)...等，隨著電子計算機在 60 年代之後被引入結構設計領域，解決了一些從前不能解決的較複雜問題，於是數學規劃方法逐步形成被認同的有效設計方法。然而數學規劃方法和一些傳統的數學最佳化方法，如：共軛梯度法(Conjugate gradient method)、牛頓法(Newton's method)、最陡降法(Steepest descent method)...等，這些方法通常需要求得目標函數的梯度以進行最佳化設計，因此無法適用到許多問題上，特別是一些很難或無法求得梯度的問題，而且只順著梯度方向搜尋，若無適當的初始值，極易陷入局部極值。另一方面，不需求得函數梯度的最佳化設計方法也被提出，如基因演算法(GA)、隨機搜尋法(Random search method)、螞蟻演算法(Ant-algorithm)...等。這

些方法通常利用電腦產生隨機的設計變數組合，針對目標函數做全域搜尋以求得最佳解，但缺點是對於設計變數數量過於龐大的最佳化問題需花費相當高的計算成本[9]。

一般結構最佳化因不同的設計變量，結構優化可以分為三類：尺寸最佳化設計，形狀最佳化設計和拓樸最佳化設計[10,11,12]。尺寸最佳化為尋找結構物之最佳斷面在固定的形狀以及拓樸條件下；形狀最佳化為尋找結構物的最佳形狀，在固定的拓樸條件下，而拓樸最佳化不僅僅尋找結構物的最佳形狀還尋找結構物最佳內部材料分佈；結構拓樸最佳化為最廣義之結構最佳化[6,10,11,12]。結構最佳化設計之數學模型通常有幾個部分，如下列各式[7]:

$$\text{目標函數(objective function): } f(x) \quad (2-1)$$

$$\text{設計變數(design variables): } x=(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-2)$$

$$\text{限制條件(constrain conditions): } g_i(x), i=1,2,3\dots p \quad (2-3)$$

其中： n =設計變量之數目

p =限制條件之數目

結構設計之最佳化問題通常是在不違反限制條件下，對現有設計做優化，或是降低成本。接下來，將對本論文使用的設計變數、目標函數與限制條件做詳細介紹。

2.2.1 設計變數

理論上來說，選擇適當的設計變數可以達到更好的目標值，但是越多的設計變數代表了搜尋空間越大，需要使用更多的運算時間來求得最佳解，造成整體效率不彰。設計變數太少，雖然減少了搜尋空間與時間成本，卻可能因為某些對於目標函數產生有效影響的設計變數遭忽略，使最佳化設計的成果有限[7]。在拓撲最佳化的使用基因演算法，所搭配的演算法不同其設計變數也會有不同的方式。在二位元系列的表示法中，變數的組成是根據有限元素的網格；而圖形表示法變數則是端點，控制點以及線段的厚度。

2.2.2 目標函數與限制條件

在最佳化設計問題中，目標函數即為最佳化追尋的主要目標。如旅行商問題中，主要目標為最短繞行所有城市的距離[7]。在結構拓撲最佳化結構動力問題中，目標函數使用的第一個特徵頻率。結構拓撲最佳化結構動力問題中限制條件通常是體積限制，在一些體積限制中求得最大的第一個特徵頻率。結構拓撲最佳化結構動力問題的目標函數以及限制條件如下：

$$\begin{cases} \max: & \omega \\ \text{s. t.} & (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi = 0 \\ & \sum_{i=1}^N v_i \rho_i \geq cv \times V_0 \end{cases} \quad \rho_i = \begin{cases} 1 & \text{if element is solid} \\ 0 & \text{if element is void} \end{cases} \quad (2-4)$$

其中

ω : 第一個特徵頻率

\mathbf{K} : 系統勁度矩陣, \mathbf{M} : 質量矩陣

Φ : 特徵向量, v_i : 元素的體積

V_0 : 原始結構體積, ρ_i : 元素係數

cv : 體積限制比(給定)

$$cv = \frac{\text{體積限制}}{V_0}$$

2.3 基因演算法

達爾文(Charles Darwin)在經過了多年的觀察與研究之後，於1859 年在他的著作「物種原始(On the Origin of Species by Means of Nature Section)」提出「物競天擇，適者生存，不適者淘汰。」的生物演化規則。到了1960 年密西根大學的 John Holland 教授和他的同事爲了發展人工智慧系統參考達爾文的演化理論提出基因演算法的概念，但是直到1975 年 John Holland 才在他的著作”Adaptation in Nature and Artificial System” [13]提出基因演算法的基本架構，並由他的學生 David Goldberg 在1989 年發表著作”Genetic Algorithms in

Search, Optimization and Machine Learning” 詳細說明基因演算法的理論和應用，而且發展出一套基因演算法的電腦程式 SGA(Simple Genetic Algorithms)，奠定了日後基因演算法發展的基礎[9,14,15]。

在演化理論中，每種生物體會將它們的特徵傳遞到下一代，而傳遞生物體特徵的媒介就是各生物體細胞中的染色體，染色體是由基因組成的基因鏈，每種基因紀錄著不同的生物特徵。每個生物體因為擁有不同的特徵所以對環境的適應力也會有所不同，對環境適應力較高的個體會有較高的存活率，因此優良的基因也會有較大的機率延續到後代，同時生物體透過交配及突變的機制使得上下代之間個體的特徵不完全相同，讓適應力更強的後代有出現的機會。演化的機制會引導生物族群的特徵向適合存活於自然環境的方向發展，而基因演算法就是模擬整個演化的機制所發展出針對問題求最佳解的搜尋技術[9]。

基因演算法是一種隨機性的搜尋法，不同於一般傳統的搜尋法需要初始設計值，基因演算法由電腦以亂數產生一群初始的設計值組，稱為族群(Population)，而設計值組會以類似染色體的資料結構(Chromosome-like Data Structure)進行編碼。並使用一些演化運算元(Operators)如交配(Crossover)、突變(Mutation)及複製(Reproduction)對大量的染色體作運算，運算後產生的子代除了能保存親代中優良的特徵之外，也可能因為交配和突變而出現比親代優良的特徵[9]。基因演算

法運作的基本流程如圖 2-3 所示，重要的運算程序包含：

1. 產生初始族群[9]

進行基因演算法之前由使用者先行設定族群的個體數目、設計變數的數目及每個設計變數的搜尋空間，在由電腦以隨機亂數的方式產生初始族群。一般而言，所設定的個體數目愈多，會有較大的機率搜尋到好的解，但是也會讓運算的速度較慢。而設計變數的數目及搜尋空間愈大，所需搜尋的範圍會愈廣，使得找出最佳解的難度提高，亦即要獲得最佳解所需演化的世代數愈多。

2. 計算適應值[9]

在完成一代的演化之後就需對所有新產生的個體以適應度函數計算個體的適應值，適應值愈高表示個體具有較佳的特質，將來有較大機會被複製。

3. 擇優

為了演化出更為優良的後代，需經過擇優的程序每次選出一對優良的染色體進行複製，讓原有族群中適應值較高的個體有較大的機會被複製，而淘汰適應值較差的個體。一般較常用的擇優方法有輪盤法(Roulette wheel selection)、比較選取法(Tournament selection)及排序選取法(Rank selection)...等。本研究擇優的方法採用輪盤法如圖 2-4[9]。選擇的方式，是由上一代染色體中，藉由適應值的大

小為依據，適應值越大選中機率越大。假設 C_1, C_2, \dots, C_k 族群中的染色體，它們的適應值分別為 f_1, f_2, \dots, f_k ，首先計算每個染色體的選擇機率，其計算方式如下[16]:

$$p(C_i) = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^k f_j} \quad \text{其中 } i = 1 \text{ to } k \quad (2-5)$$

選擇過程中隨機產生 k 介於 0 到 1 的隨機值(r_1, r_2, \dots, r_k)，而選擇的法則如下:

If $\sum_{i=1}^l p(C_i) \leq r_j < \sum_{i=1}^{l+1} p(C_i)$ then C_l

例如，有一個族群，族群中有四個染色體 C_1, C_2, C_3, C_4 ，適應值分別為 1, 9, 3, 7，隨機產生四個隨機值為 0.73, 0.24, 0.49, 0.64，選擇的方法如下:

族群中的染色體:	C_1	C_2	C_3	C_4	
適應值:	1	9	3	7	total=20
選擇機率	0.05	0.45	0.15	0.35	
累積機率	0.05	0.5	0.65	1	

選擇法則:

If $0 \leq r < 0.05$	then	C_1
If $0.05 \leq r < 0.5$	then	C_2
If $0.5 \leq r < 0.65$	then	C_3
If $0.65 \leq r < 1$	then	C_4

選擇結果:

$r=0.73$	\Rightarrow	C_4
$r=0.24$	\Rightarrow	C_2



4. 交配[16]

結束擇優過程後，基因演算法開始交配機制來重建被選擇的染色體。

基本上來說，兩個被選擇的染色體會產生兩個新的染色體。常見的

交配方式有三種如圖 2-5，詳細介紹如下：

(1) 單點交配

兩個染色體使用單點交配如下：

$$C_1 = 0110110011101000110100110$$

$$C_2 = 1001100101100101110111001$$

隨機產生一個整數，假如隨機質為 5，則將上面的染色體在

位置 5 的地方分成兩部分：

$$C_1 = 01101 \quad 10011101000110100110$$

$$C_2 = 10011 \quad 00101100101110111001$$

最後，兩個染色體將他們的右半邊互相交換

$$C'_1 = 01101 \quad 00101100101110111001$$

$$C'_2 = 10011 \quad 10011101000110100110$$

(2) 多點交配

與(1)相同染色體為例，在多點交配則是將原本染色體分成三

部分或是更多部分。兩個染色體在互相交換產生新的染色體。

假設隨機產生三個整數 5、13、18，兩個染色體在這三個位

置點分成四部分：

$$C_1 = 01101 \quad 10011101 \quad 00011 \quad 0100110$$

$$C_2 = 10011 \quad 00101100 \quad 10111 \quad 0111001$$

兩個染色體互相交換第二塊與第四塊來產生新的染色體，產

生的染色體如下：

$$\begin{array}{l} C'_1 = \underline{01101} \quad 00101100 \quad 00011 \quad 0111001 \\ C'_2 = 10011 \quad \underline{10011101} \quad 10111 \quad \underline{0100110} \end{array}$$

(3) 均勻交配

均勻交配為交換每個偶數位置來產生新的染色體，與(1)以及

(2)相同染色體為例：

$$\begin{array}{l} C_1 = \underline{01101100111101000110100110} \\ C_2 = 1001100101100101110111001 \end{array}$$

其交換後所產生的新染色體如下：

$$\begin{array}{l} C'_1 = \underline{001110011111011011110101100} \\ C'_2 = 1\underline{100110001100000110110011} \end{array}$$

5. 突變[16]

突變機制是設計用來改變某些染色體中的某些基因來防止在族群中太多染色體太相似。突變機制也是使用隨機的方式，詳細介紹如下：

$$I'(i) = \begin{cases} 1 & \text{(if } I(i) = 1 \text{ and } r > m_r \text{) or (if } I(i) = 0 \text{ and } r \leq m_r \text{)} \\ 0 & \text{(if } I(i) = 0 \text{ and } r > m_r \text{) or (if } I(i) = 1 \text{ and } r \leq m_r \text{)} \end{cases} \quad (2-6)$$

其中 $i = 1$ 到個體的長度， r 隨機產生 0 到 1 之間的數， m_r 為突變率，例如 $m_r = 1$

I=0	1	1	0	1	1	0
r=0.70	0.24	0.03	0.48	0.56	0.93	0.25
I'=0	1	0	0	1	1	0

一般來說，突變率的值不能太大，如果太大，則基因演算法就會變成隨機搜尋。

2-4 結構拓樸最佳化

結構拓樸最佳化相較於尺寸最佳化以及形狀最佳化為較新穎的領域，一般結構拓樸最佳化一般依演算法分類，可分為數學最佳化演算法以及仿生演算法，其中數學最佳化演算法中有兩種最具代表性的解決方法為均質化法以及漸進結構最佳化法。

均質化法是由 Bendsøe 與 Kikuchi 在 1988 年提出的[5] [21]，此方法是將結構物假設成很多海綿狀的小的元素所組成的，海綿狀的縫隙為挖空非空隙部分為有材料部份，使用最佳化準(Optimality Criteria)則來做材料的重新分布。由此方法發展出的“solid isotropic material with penalization method”(SIMP)，此方法又稱“material interpolation”，“artificial material”，“power law” or “density” method [17]。SIMP 是由 Bendsøe 與 Kikuchi [22]提出的，此方法是將結構物用很多小元素來表示，每個元素的密度為變數。此變數的大小介於原本密度的 0.001 到原本密度之間，藉由最佳化準則(Optimality Criteria)來調整密度大小。

漸進結構最佳化法(evolutionary structural optimization)是由 Xie 與 Steven 在 1990 年所提出[22,23]，漸進結構最佳化法為不斷的重複做有限元素計算，在每次計算中，計算出每一個元素的 von Mises 應力，並將 von Mises 應力太小的元素刪除，刪除的速度不能太快，太快容易將

一些必要存在的元素不小心刪除。由此方法繼續發展出來的雙向漸進結構最佳化法(bi-evolutionary structural optimization)此方法與漸進結構最佳化法非常的相似，但是雙向漸進結構最佳化法多了回填機制，回填機制讓一些不小心刪除的必要元素可以藉由此機制回填回來 [5,24,25]。

常見的仿生演算法有螞蟻演算法[26,30]、粒子群優化演算法[29]以及基因演算法；而基因演算法用於結構拓樸最佳化，常搭配的代表法有三種二位元陣列表示法、二位元串表示法以及圖形表示法。在二位元陣列表示法以及二位元串表示法中通常可以很容易的對應到所表示的結構物如圖 2-6，這兩種方法雖然可以很容易的直接對應到所表示的結構，但是在基因演算法隨機產生的機制中，很容易產生不連續的結構。此外二位元陣列與二位串表示法，搜尋空間過大也是引響基因演算法尋找最佳解的效率[4,5,6]。

結構拓樸最佳化依問題的特性又可區分為結構靜力問題與結構動力問題。最早解決結構拓樸最佳化靜力問題之演算為由 Bendsøe 與 Kikuchi 在 1988 年提出的均質化法[5] [21]，在解決結構動力問題則是在 1992 年由 Diaz 與 Kikuchi 才成功的將均質化法有所運用[31]。而漸進結構最佳化法解決結構拓樸最佳化靜力問題則是由 Xie 與 Steven 在 1990 年所提出[22,23]，此法解決結構動力問題則到了 1999 年由 Yang,

Querin,Xie 以及 Steven 提出[28]。

2.5 SAP 2000 [7]

在結構最佳化分析中，通常研究者都是使用自己所撰寫的結構分析程式或是有限元素分析程式等，好處是主程式不用向外呼叫外部程式，時間上會有所節省。然而研究者自行撰寫的程式，並不能保證。為了避免錯誤，在本文中，我們採用的有限元程序 SAP2000。下面簡單介紹 SAP2000。

2.5.1 SAP 2000 簡介

SAP2000 由美國加州大學柏克萊分校 Dr. Edward L.Wilson 及 Professor Emeritus 等人所發展出來的一套工程分析與設計軟體。自三十多年前誕生以來，經由不斷改版以及更新。SAP2000 已經成為強大、完善的結構分析軟體與設計工具，被廣泛應用於交通運輸、工業、建築等不同領域中，並廣為市場與權威機構所認可，且為國際工程界普遍採用，台灣許多重大工程以運用 SAP2000 為其結構分析與設計軟體。

SAP2000 不僅可進行結構線性靜力及動力分析，也可進行考慮材

料非線性或幾何非線性靜力及動力分析。並為一操作迅速方便的視窗
化介面，分析的模型可建立 2D 平面桁架、3D 空間桁架、2D 平面構
架、3D 空間構架等三維空間的幾何形狀、桿件或薄殼元素的斷面幾何
性質。內建鋼筋混凝土材料、鋼結構材料、非線性元素等材料性質，
也可自行定義使用者材料性質。

其靜力載重、壓力、溫度和預力，可利用定義之作用力或位移加
仔於節點上。動力載重可利用多重的基底反應譜或多重的歷時載重形
式來模擬。由於 SAP2000 具有優秀的圖形介面與完整的視窗化，其分
析結果都可以直接圖示於視窗，舉凡靜力、載重、剪力、彎矩、動力
振形應力分析圖、歷時分析結果、側推分析的塑鉸分布、結構配筋等
都能直接顯示一目了然。免去工程師面對結構分析數據不易將其轉換
成實際圖像之困難。

2.5.2 CSi OAPI

CSi Open Application Programming Interface (OAPI)提供了完整的
指令集，使用者能夠利用第三方軟體來呼叫 SAP2000 進行結構分析與
設計並將分析結果回傳。

目前 CSi OAPI 支援 C 語言、VBA 以及 MATLAB 等主要程式語言，
可以要求 SAP2000 回傳包括節點位移、轉角、桿端內力、應力比值等。
並可指定使用之檢核規範予以檢核，並回傳檢核未通過之桿件數。

第三章 研究方法

本文使用基因演算法在結構拓樸最佳化結構動力問題，為了讓原本較大的搜尋空間縮小，首先搭配了圖形表示法，並且提出了準初始隨機族群策略。本研究程式之流程圖如圖 3-1，以下，分別介紹圖形表示法、準初始隨機族群策略以及基因演算法搭配圖形表示法之使用。

3.1 圖形表示法

一般圖形表示法是由三部分點、邊以及厚度所組成[5]；首先，先介紹前兩部分點、邊兩部分，以圖 3-2 之結構為例，此結構為長寬分別為 0.15 公尺×0.1 公尺。此結構之圖形表示法如圖 3-3，此圖形中有兩個端點 a 與 b，以及兩條連接 a、b 兩端點之邊分別為上 ab 邊與下 ab 邊。取下 ab 邊為例如圖 3-4，連接 a、b 兩端點之邊，由三次方 Bézier curve，將兩端點連接起來了，三次方 Bézier curve 主要使用四個點所組成之曲線，除了 a、b 兩端點外，還需要兩控制點 cf、cs 如圖 3-5；假設 a、b、cf 以及 cs 座標點分別為 (x_1, y_1) 、 (x_4, y_4) 、 (x_2, y_2) 以及 (x_3, y_3) ，並將此四點座標點，代入三次方 Bézier curve 之參數式，Bézier curve 之參數式

如下:

$$x(t)=(x_4-3x_3+3x_2-x_1) \times(t^3)+(3x_3-6x_2+3x_1) \times(t^2)+(3x_2-3x_1) \times t+x_1 \quad (3-1)$$

$$y(t)=(y_4-3y_3+3y_2-y_1) \times(t^3)+(3y_3-6y_2+3y_1) \times(t^2)+(3y_2-3y_1) \times t+y_1 \quad (3-2)$$

$$t \in [0, 1]$$

利用上述的方式可繪出下 ab 邊。以相同的過程，即可繪出上 ab 邊。

介紹完點以及邊後，接著介紹厚度部分，還是以圖 3-2 之結構為例，並取下 ab 邊圖 3-4 作介紹，在下 ab 邊上有兩控制點，此兩控制點可對應到下 ab 邊的邊上如圖 3-6，以這樣的方式，可將下 ab 邊切成三段，在 a、b 以及兩對應切斷位置產生隨機厚度四個不同厚度如圖 3-7；最後使用漸進線的方式將整條邊的厚度畫出來如圖 3-8。依照相同的步驟，完成上 ab，最後之產生之拓樸形狀如圖 3-9。

在圖 3-10 中，可明顯的看出本圖形表示有兩個端點、以及兩條邊，而每條邊有兩個控制點變數，以及四個厚度變數；上 ab 邊的控制點參數分別為 $cp1_{e1}$, $cp2_{e1}$ ，厚度變數為 $t1_{e1}$, $t2_{e1}$, $t3_{e1}$, $t4_{e1}$ ；下 ab 邊的控制點參數分別 $cp1_{e2}$, $cp2_{e2}$ ，厚度變數為 $t1_{e2}$, $t2_{e2}$, $t3_{e2}$, $t4_{e2}$ 。

e_i :

$i = 1$ 代表上 ab 邊

$i = 2$ 代表下 ab 邊

$t1_{ei}$: 第一個厚度變數，在 i 邊上

$t2_{e_i}$: 第二個厚度變數，在 i 邊上

$t3_{e_i}$: 第三個厚度變數，在 i 邊上

$t4_{e_i}$: 第四個厚度變數，在 i 邊上

$cp1_{e_i}$: 第一個控制點變數，在 i 邊上， $cp1_{e_i} = (x_{1e_i}, y_{1e_i})$.

$cp2_{e_i}$: 第二個控制點變數，在 i 邊上， $cp2_{e_i} = (x_{2e_i}, y_{2e_i})$.

3.2 準初始隨機族群策略

在介紹準初始隨機族群策略前，要先介紹本研究之目標函數，以及適應函數，最後在介紹準初始隨機族群策略。

3.2.1 目標函數

結構拓樸最佳化結構動力問題之目標函數，一般都是在某個體積限制下尋找最大的頻率 ω ，最主要原因為頻率平方等於勁度除以質量 ($\omega = \sqrt{k/m}$)，當體積限制下表示質量也在某一限制下，則頻率值越大，相對的勁度值也會愈大。本研究之目標函數如下：

$$\begin{cases} \max: & \omega \\ \text{s.t.} & (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi = 0 \\ & \sum_{i=1}^N v_i \rho_i \geq cv \times V_0 \end{cases} \quad \rho_i = \begin{cases} 1 & \text{if element is solid} \\ 0 & \text{if element is void} \end{cases} \quad (3-3)$$

其中：

ω : 第一個特徵值頻率

ρ_i : 元素係數

K: 勁度矩陣

M: 質量矩陣

Φ: 特徵值向量

V_0 : 原始體積

cv (給定): 體積限制比

$$cv = \frac{\text{體積限制}}{V_0}$$

3.2.2 適應函數

在基因演算法裡，不能像一般以梯度為基礎之最佳化演算法一樣直接處理目標函數，在目標函數裡面，需要滿足限制條件，在基因演算法裡，處理限制條件的方式需要將限制條件用懲罰因子的方式將限制條件與目標數，做某種程度上的修改並結合成適應函數。適應函數如下：

$$f = \begin{cases} \omega - p(x) & \text{if } x \geq cv \\ \omega - \max \times p(x) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-4)$$

其中：

f : 適應函數

ω : 第一個特徵值頻率

$p(x)$: 懲罰函數

x : 體積比($\frac{V}{V_0}$)

V_0 : 原始體積

cv (給定): 體積限制比

$$cv = \frac{\text{體積限制}}{V_0}$$

在適應函數裡，在體積比大於等於體積限制比時，給予懲罰，但如果體積比小於體積限制比時，則加大懲罰。

3.2.3 準初始隨機族群策略

前面提到了適應函數，在適應函數中最關鍵的為體積限制比(cv)，在準初始隨機族群策略裡，讓所有的初始隨機產生的族群，一定滿足其體積限制(體積比大於等於體積限制比)，讓不滿足的情況在初始產生之族群不會發生。如圖 2-3 與圖 3-1，流程圖 2-3 為一般傳統之基因演算法，將傳統之基因演算法中隨機初始族群之步驟，換成本論文提出之準初始隨機族群策略如 3-1。使用此策略，使的搜尋空間縮小如 3-11，使用了本策略，可有效縮小搜尋空間，使找尋答案的過程更為有效率。

3.3 基因演算法搭配圖形表示法之使用

在本研究編碼方式採用實數編碼，擇優方式為輪盤是擇優，族群數為 100，交配率為 0.9，突變率為 0.03。在演算過程中，最重要的部分為染色體邊碼，交配方式以及突變方式。

3.3.1 染色體編碼

染色體編碼方式以圖 3-2 之結構為例，其圖形表示法如圖 3-3，在圖 3-10 有所有圖形表示法之變數，以及前面所介紹的變數上 ab 邊的控制點參數分別為 $cp1_{e1}$, $cp2_{e1}$ ，厚度變數為 $t1_{e1}$, $t2_{e1}$, $t3_{e1}$, $t4_{e1}$ ；下 ab

邊的控制點參數分別 $cp1_{e2}, cp2_{e2}$ ，厚度變數為 $t1_{e2}, t2_{e2}, t3_{e2}, t4_{e2}$ 。解

這些變數寫成染色形式如下：

chromosome=[$t1_{e1}, t2_{e1}, t3_{e1}, t4_{e1}, cp1_{e1}, cp2_{e1},$
 $t1_{e2}, t2_{e2}, t3_{e2}, t4_{e2}, cp1_{e2}, cp2_{e2}$]

其中：

e_i ：

$i = 1$ 代表上 ab 邊

$i = 2$ 代表下 ab 邊

$t1_{ei}$ ：第一個厚度變數，在 i 邊上

$t2_{ei}$ ：第二個厚度變數，在 i 邊上

$t3_{ei}$ ：第三個厚度變數，在 i 邊上

$t4_{ei}$ ：第四個厚度變數，在 i 邊上

$cp1_{ei}$ ：第一個控制點變數，在 i 邊上， $cp1_{ei} = (x_{1ei}, y_{1ei})$ 。

$cp2_{ei}$ ：第二個控制點變數，在 i 邊上， $cp2_{ei} = (x_{2ei}, y_{2ei})$ 。

3.3.2 突變方式以及交配方式

突變與交配兩機制分別為基因演算法中的核心機制，使用突變來做大範圍的探勘，以交配來做深度開發，藉由這兩個機制，使基因演算法同時具有既深入又廣泛的搜尋。

突變方式，遵照突變率，首先隨機產生一個介於 0 至 1 之浮點數，

當所產生的值小於突變率，則染色體中的基因則重新從此基因之定義域隨機產生一個新的值取代原本基因。如下染色體:

chromosome=[$t1_{e1}, t2_{e1}, t3_{e1}, t4_{e1}, cp1_{e1}, cp2_{e1}$]

此染色體中有十二個基因，首先隨機產生六個介於 0 至 1 之浮點數，突變率為 0.03，範例如下:

基因:	$t1_{e1}$	$t2_{e1}$	$t3_{e1}$	$t4_{e1}$	$cp1_{e1}$	$cp2_{e1}$
隨機亂數:	0.01	0.04	0.5	0.38	0.23	0.16
是否小於突變率:	是	否	否	否	否	否

則 $t1_{e1}$ 重新再時定義域裡隨機挑一個數值取代原本 $t1_{e1}$ 。

交配方式，由擇優過程中，已有策略的方式選擇適應值較高之兩個染色體，將這兩個染色體中的基因，做有隨機交換的過程，例如交配率為 0.9，如果有兩個染色體，則隨機產生一個 0 至 1 之浮點數，此浮點數如果小於 0.9 則兩染色體就做基因交換動作，如下有三對染色體:

	隨機值	隨機值是否小於突變率	是否交配
{ 染色體 1 染色體 2	0.75	是	是
{ 染色體 3 染色體 4	0.83	是	是
{ 染色體 5 染色體 6	0.99	否	否

而交配的方式，為隨機產生一個 0 至 1 之浮點數 RaCo，以均值點交換

範例如下:

Parent1: [$\mathbf{t1}_{e1}$, $t2_{e1}$, $\mathbf{t3}_{e1}$, $t4_{e1}$, $\mathbf{cp1}_{e1}$, $cp2_{e1}$],

Parent2: [$\widetilde{\mathbf{t1}}_{e1}$, $\widetilde{t2}_{e1}$, $\widetilde{\mathbf{t3}}_{e1}$, $\widetilde{t4}_{e1}$, $\widetilde{\mathbf{cp1}}_{e1}$, $\widetilde{cp2}_{e1}$].

交配後

Offspring1: [$\bar{t1}_{e1}$, $t2_{e1}$, $\bar{t3}_{e1}$, $t4_{e1}$, $\overline{\mathbf{cp1}}_{e1}$, $cp2_{e1}$],

Offspring2: [$\bar{\widetilde{t1}}_{e1}$, $t2_{e1}$, $\bar{\widetilde{t3}}_{e1}$, $t4_{e1}$, $\overline{\widetilde{\mathbf{cp1}}}_{e1}$, $cp2_{e1}$].

其中:

$$\bar{t1}_{e1} = t1_{e1} \times RaCo + \widetilde{t1}_{e1} \times (1 - RaCo),$$

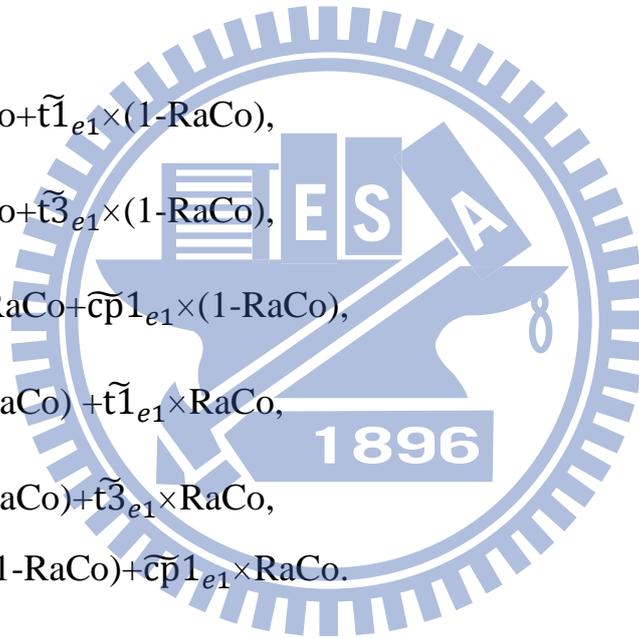
$$\bar{t3}_{e1} = t3_{e1} \times RaCo + \widetilde{t3}_{e1} \times (1 - RaCo),$$

$$\overline{\mathbf{cp1}}_{e1} = cp1_{e1} \times RaCo + \widetilde{\mathbf{cp1}}_{e1} \times (1 - RaCo),$$

$$\bar{\widetilde{t1}}_{e1} = t1_{e1} \times (1 - RaCo) + \widetilde{t1}_{e1} \times RaCo,$$

$$\bar{\widetilde{t3}}_{e1} = t3_{e1} \times (1 - RaCo) + \widetilde{t3}_{e1} \times RaCo,$$

$$\overline{\widetilde{\mathbf{cp1}}}_{e1} = cp1_{e1} \times (1 - RaCo) + \widetilde{\mathbf{cp1}}_{e1} \times RaCo.$$



第四章 案例

在拓撲結構動態最佳化設計問題，主要限制條件是體積限制。不小於體積限制的結構是有效的設計。所以任何最佳解一定滿足體積限制的要求下，找到頻率最高的拓撲形狀。在這篇論文中選擇三個問題做為測試案例，前兩個問題的標準案例和第三個問題自行設計的問題。

4.1 測試案例介紹

在這裡將介紹三個問題。第一個問題是短梁，第二個問題是一個矩形平面，第三個是一個簡單的三跨簡支橋。表 4-1 顯示了三個問題之基本結構資料。本研究之有限元素分析，採用 SPA2000 第 15 版，分析所使用元素為 2D 平面應力元素，振動方向為 y 方向上下震動。

4.2 短梁案例

第一個案例為短梁，其尺寸為 5m×1m 兩端為固接，如圖 4-1 材料特性為楊氏模數 $E=200 \text{ GPa}$ 時，柏松比 $\nu=0.3$ ，質量密度 $\rho=1(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ ，元素數量為 100×20 。本案例原始(體積比 100%)頻率為 24.68(Hz)。

4.2.1 圖形表示以及染色體

此案例之圖形表示在圖 4-2，由六個端點以及四條邊所組成；但是由於左右對稱，所以可以取半分析，如圖 4-3，則可將問題簡化成四個端點以及兩條邊。除了左右對稱外，上下也對稱，又可再次簡化如圖 4-4，最後此結構只需要使用兩端點以及一條邊就可表示出來，每條邊有兩個控制點變數，四個厚度變數以及 b 端點位置變數。其染色體編碼如下：

chromosome = $[t1_{e_1}, t2_{e_1}, t3_{e_1}, t4_{e_1}, cp1_{e_1}, cp2_{e_1}, P_1]$

其中：

e_1 : ab 邊

$t1_{e_1}$: 第一個厚度變數，在 ab 邊上

$t2_{e_1}$: 第二個厚度變數，在 ab 邊上

$t3_{e_1}$: 第三個厚度變數，在 ab 邊上

$t4_{e_1}$: 第四個厚度變數，在 ab 邊上

$cp1_{e_1}$: 第一個控制點變數，在 ab 邊上， $cp1_{e_1} = (x_{1e_1}, y_{1e_1})$

$cp2_{e_1}$: 第二個控制點變數，在 ab 邊上， $cp2_{e_1} = (x_{2e_1}, y_{2e_1})$

P_1 : b 端點位置變數， $P_1 = (x, y)$

4.2.2 準初始隨機族群策略比較

先使用有使用準初始隨機族群策略之演算法，再使用沒有準初始隨機族群策略之演算法，將兩演算法之結果加以比較與討論。

在圖 4-5 為有使用準初始隨機族群策略之結果，頻率由 19.12(Hz) 提升到 25.87(Hz)。體積比為 90.4%，非常接近體積限制比 90%。總迭代次數為 104 次。圖 4-6 為頻率與迭代次數圖。

在圖 4-7 為沒有使用準初始隨機族群策略之結果，頻率由 23.26(Hz) 提升到 23.99(Hz)。體積比為 90.2%，非常接近體積限制比 90%。總迭代次數為 148 次。圖 4-6 為頻率與迭代次數圖。在表 4-2 將兩個演算法之結果放在一起比較。

在表 4-2 中可以很容易地看到在剛開始的時候，有使用準初始隨機族群策略之頻率比沒有初始隨機族群策略之頻率來的低，但是使用準初始隨機族群策略之體積一定滿足限制條件。最後有使用準初始隨機族群策略之最佳頻率比沒有使用準初始隨機族群策略之最佳頻率來的高，且所迭代的次數又比沒有使用策略得來的少。經過比較後，可以發現，有使用準初始隨機族群策略之演算法可較有效率，且找到較好的最佳解。

4.3 矩形平面案例

第二個案例為矩形平面，其尺寸為 $0.15\text{m} \times 0.1\text{m}$ ，如圖 4-9 材料特性為楊氏模數 $E=10 \text{ MPa}$ 時，柏松比 $\nu=0.3$ ，質量密度 $\rho=1(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ ，元素數量為 60×40 。本案例原始(體積比 100%)頻率為 $46.85(\text{Hz})$ 。

4.3.1 圖形表示以及染色體

此案例之圖形表示在圖 4-10，由兩個端點以及兩條邊所組成，兩端點為固定端點，每條邊有兩個控制點變數，以及四個厚度變數，所以次問題共有四個控制點變數以及八個厚度變數。其染色體表示法如下：

chromosome=[$t1_{e1}, t2_{e1}, t3_{e1}, t4_{e1}, cp1_{e1}, cp2_{e1},$
 $t1_{e2}, t2_{e2}, t3_{e2}, t4_{e2}, cp1_{e2}, cp2_{e2}$]

其中：

e_i :

$i = 1$ 代表上 ab 邊

$i = 2$ 代表下 ab 邊

$t1_{ei}$: 第一個厚度變數，在 i 邊上

$t2_{ei}$: 第二個厚度變數，在 i 邊上

$t3_{ei}$: 第三個厚度變數，在 i 邊上

$t4_{ei}$: 第四個厚度變數，在 i 邊上

$cp1_{e_i}$: 第一個控制點變數，在 i 邊上， $cp1_{e_i} = (x_{1e_i}, y_{1e_i})$.

$cp2_{e_i}$: 第二個控制點變數，在 i 邊上， $cp2_{e_i} = (x_{2e_i}, y_{2e_i})$.

4.3.2 準初始隨機族群策略比較

先使用有使用準初始隨機族群策略之演算法，再使用沒有準初始隨機族群策略之演算法，將兩演算法之結果加以比較與討論。

在圖 4-11 為有使用準初始隨機族群策略之結果，頻率由 55.05(Hz) 提升到 58.53(Hz)。體積比為 50.42%，非常接近體積限制比 50%。總迭代次數為 79 次。圖 4-12 為頻率與迭代次數圖。

在圖 4-13 為沒有使用準初始隨機族群策略之結果，頻率由 51.99(Hz) 提升到 58.36(Hz)。體積比為 50.75%，非常接近體積限制比 50%。總迭代次數為 133 次。圖 4-14 為頻率與迭代次數圖。在表 4-3 將兩個演算法之結果放在一起比較。

在表 4-2 中可以很容易地看到在剛開始的時候，有使用準初始隨機族群策略之頻率比沒有初始隨機族群策略之頻率來的低，但是使用準初始隨機族群策略之體積一定滿足限制條件。最後有使用準初始隨機族群策略之最佳頻率比沒有使用準初始隨機族群策略之最佳頻率來的高，且所迭代的次數又比沒有使用策略得來的少。經過比較後，可以發現，有使用準初始隨機族群策略之演算法可較有效率，且找到較好

的最佳解。

4.4 三跨簡支橋案例

三跨簡支橋假設以 5m×1m 為案例模型。此模型取自公路橋樑耐震設計規範[36]如圖 4-15，取圖 4-15 支上半部做分析如圖 4-16，其結構基本資料分別為楊氏模數 $E=2 \text{ TPa}$ 時，柏松比 $\nu=0.3$ ，質量密度 $\rho=1\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$ ，元素數量為 100×20 。本案例為自行設計之結構拓樸最佳化結構動力問題，此問題原始結構體頻率為最高 460.56(HZ)，因此本案例將最佳化問題之限制條件從新設計，由原本體積比要大於體積限制比之條件，改成體積比小於體積限制。如下：

$$\begin{cases} \max: & \omega \\ \text{s.t.} & (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi = 0 \\ & \sum_{i=1}^N v_i \rho_i \leq cv \times V_0 \end{cases} \quad \rho_i = \begin{cases} 1 & \text{if element is solid} \\ 0 & \text{if element is void} \end{cases} \quad (4-1)$$

其中：

ω : 第一個特徵值頻率 ρ_i : 元素係數

\mathbf{K} : 勁度矩陣 \mathbf{M} : 質量矩陣

Φ : 特徵值向量 V_0 : 原始體積

cv (給定): 體積限制比 $cv = \frac{\text{體積限制}}{V_0}$

4.4.1 圖形表示以及染色體

此案例之假設結構如圖 4-17，此案例之圖形表示在圖 4-18，由十

個端點以及六條邊所組成；但應此案例左右對稱，可以取半加以間畫分析。取半如圖 4-19，簡化後只需使用五個端點以及三條邊來描述結構。其染色體表示法如下：

chromosome= [t1_{e1}, t2_{e1}, t3_{e1}, t4_{e1}, cp1_{e1}, cp2_{e1}, P₁, t1_{e2}, t2_{e2}, t3_{e2}, t4_{e2}, cp1_{e2}, cp2_{e2}, P₂, t1_{e3}, t2_{e3}, t3_{e3}, t4_{e3}, cp1_{e3}, cp2_{e3}, P₃]

其中：

e_i :

$i = 1$ 代表上 ab 邊

$i = 2$ 代表下 cd 邊

$i = 3$ 代表下 ce 邊

t1_{e_i}: 第一個厚度變數，在 i 邊上

t2_{e_i}: 第二個厚度變數，在 i 邊上

t3_{e_i}: 第三個厚度變數，在 i 邊上

t4_{e_i}: 第四個厚度變數，在 i 邊上

cp1_{e_i}: 第一個控制點變數，在 i 邊上，cp1_{e_i} = (x_{1e_i}, y_{1e_i}).

cp2_{e_i}: 第二個控制點變數，在 i 邊上，cp2_{e_i} = (x_{2e_i}, y_{2e_i}).

P₁: b 端點位置變數，P₁ = (x, y).

P₂: d 端點位置變數，P₂ = (x, y).

P₃: e 端點位置變數，P₃ = (x, y).



4.4.2 結果討論

由於此案例，結構之長寬比過大，因此在此放大 y 方向之大小如圖 4-20。此案例之結果在圖 4-21，頻率由 371.54(Hz)提升到 413.95(Hz)。體積比為 74.4%。總迭代次數為 192 次。圖 4-22 為頻率與迭代次數圖。

當看到這最佳化之結果如圖 4-21，會覺得最佳化後的拓樸形狀會很怪異，與一般我們直覺不會認為此拓樸形狀為最佳拓樸形狀，所以找了十個不同的拓樸形狀來做比較，如圖 4-23 至圖 4-32。此十個比較拓樸結果在表 4-4。在表 4-4 中，找到第二個比較結構如圖 4-24 之頻率，比最佳化頻率還要高，但是其體積比為百分之百，代表著雖然有較好的頻率，但是重量並沒有任何的減輕，且不滿足限制條件。

在比較十個不同的拓樸形狀時，發現在圖 4-22 之拓樸形狀為三拱之拓樸形狀，一般以直覺會認為三拱之形狀會有較高的頻率，但是此三拱之拓樸形狀頻率僅 347.34(Hz)。

第五章 結論與建議

本研究主要使用基因演算法並且搭配圖形表示法來解決結構拓樸最佳化結構動力問題。在結構拓樸最佳化結構動力問題，限制條件一般以體積為其限制，在體積限制條件下，尋找最大頻率的拓樸形狀；尋找最大頻率最主要原因為頻率平方等於勁度除以質量。

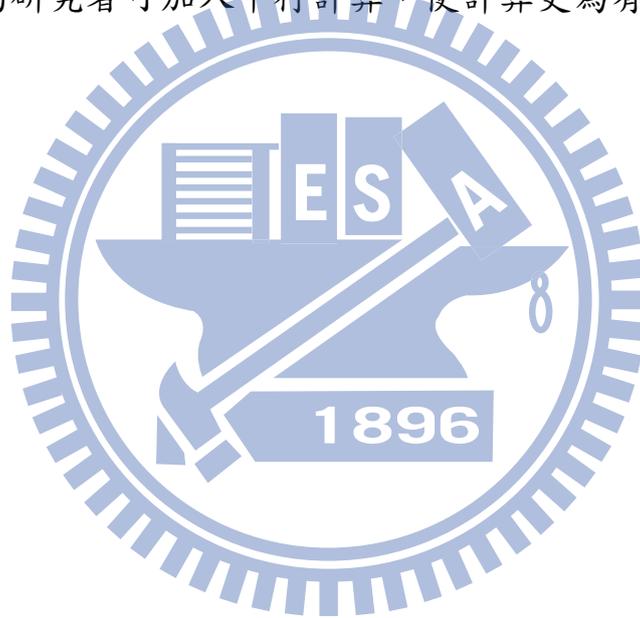
本文中選了三個測試模型，其中前兩個為標準案例，最後一個為自行設計之測試模型。在前兩個案例中，比較有無使用準初始隨機策略之差別。第三個案例，將原本限制條件研究做重新設計，由原本體積比要大於體積限制比之條件，改成體積比小於體積限制。所得之結論與建議如下：

5.1 結論

1. 本研究使用了三個結構拓樸最佳化結構動力的問題，來驗證基因演算法(仿生)用於解決結構拓樸結構動力的問題是可行的。
2. 在前兩個案例中，經由比較後發現有使用準初始族群策略可以有效縮減搜尋空間，不僅大大的提高搜尋效率且可找到更佳的最佳解。
3. 在研究發現，一般大家所認知的有較高頻率之拓樸形狀，其實頻率沒有結構拓樸最佳化之結果來的高。

5.1 建議

1. 本研究之圖形表示法僅使用三次方 Bezier curve，往後研究可使用更高次方的 Bezier curve，希望能找到更好的答案，但是因為高次方意味著參數變更多可能造成搜尋空間更大的問題。
2. 在最佳化過程需要不斷的重複做有限元素分析，非常的浪費時間，建議日後的研究者可加入平行計算，使計算更為有效率。



參考文獻

- [1] “The Economist” , APRIL 21ST-27TH 2012
- [2] B. Khoshnevis, ” Automated construction by contour crafting—related robotics and information technologies, ” Automation in Construction, vol13, pp. 5- 19, 2004
- [3] R. A. Buswell., R. C. Soar., A. G. F. Gibb., A. Thorpe., ” Freeform Construction: Mega-scale Rapid Manufacturing for construction, ” Automation in Construction, vol16, pp. 224- 231, 2007
- [4] H. Hamda., F. Jouve., E. Hutton., M. Schoenauer., M. Sebag., ” Compact unstructured representations for evolutionary design, ” Appl Intell, vol16, pp.139-155, 2002
- [5] S.Y.Wang., K.Tai., ” Graph representation for structural topology optimization using genetic algorithms, ” Computers & Structures, vol82, pp.1609-1622, 2004
- [6] S.Y.Woon., L.Feven., ” Effective optimization of continuum topologies through a multi-GA system, ” Computer methods

- in applied mechanics and engineering, vol194, pp. 3416-3437, 2005
- [7] 鄭穎泰，”改良式基因演算法對二維鋼構房屋結構斷面最佳化之研究”，國立交通大學，碩士論文，民國 101 年。
- [8] A. G. M. Michell, ” The Limits of Economy of Material in Framed Structures,” Philosophical Magazine Series 6, vol. 8, pp. 589-597, 1904.
- [9] 張巍羸，”桁架結構最佳化設計使用基因演算法與窄化空間技術”，國立交通大學，碩士論文，民國 96 年。
- [10] M. J. Jakiela, C. Chapman, J. Duda, A. Adewuya, K. Saitou, ” Continuum structural topology design with genetic algorithms,” Computer methods in applied mechanics and engineering, vol186 ,pp. 339-356, 2000
- [11] G. C. Luh, C. Y. Lin, Y. S. Lin, ” A binary particle swarm optimization for continuum structural topology optimization, ” Applied Soft Computing, vol11, pp. 2833-2844, 2011
- [12] P. W. Christensen, A. Klarbring, ” An introduction to structural optimization,” Springer, 2009

- [13] J. H. Holland, "Adaptation in Natural and artificial Systems," MIT 1975
- [14] D. E. Goldberg, "Computer-aided gas pipeline operation using Genetic Algorithms and rule learning," University of Michigan, 1983
- [15] D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning: Addison-Wesley, 1989
- [16] 詹君治, "基因演算法使用爬山與貪婪策略應用於桁架結構最佳化設計", 國立交通大學, 碩士論文, 民國 100 年。
- [17] G. I. N. Rozvany, "A critical review of established methods of structural topology optimization," Struct Multidisc Optim, vol37, pp. 217 - 237, 2009
- [18] S. Bulman, J. Sienz, E. Hinton, "Comparisons between algorithms for structural topology optimization using a series of benchmark studies," Computers & Structures, vol79, pp. 1203 - 1218, 2001
- [19] X. Hung, Z. H. Zuo, Y. M. Xie, "Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies," Computers & Structures, vol88, pp.

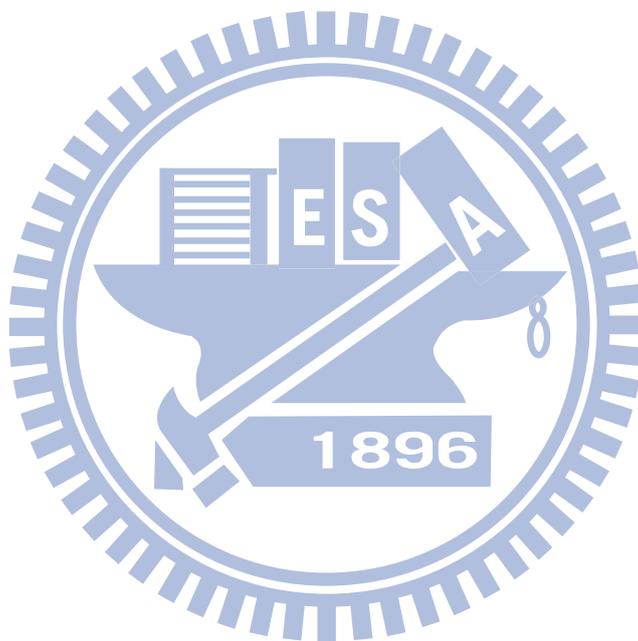
357 – 364, 2010

- [20] J. Zheng, S. Long, G. Y. Li, ” The topology optimization design for continuum structures based on the element free Galerkin method,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol34, pp. 666 – 672, 2010
- [21] M.P. Bendsøe, N. Kikuchi, ” GENERATING OPTIMAL TOPOLOGIES IN STRUCTURAL DESIGN USING A HOMOGENIZATION METHOD,” *COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING*, vol171, pp. 197–224, 1988
- [22] X. Huang, Y.M. Xie, ” EVOLUTIONARY TOPOLOGY OPTIMIZATION OF CONTINUUM STRUCTURES METHODS AND APPLICATIONS” , WILEY, 2010
- [23] X. Huang, Y.M. Xie, ” A simple evolutionary procedure for structural optimization,” *Computers & Structures*, vol49, pp. 885 – 896, 1993
- [24] G. I. N. Rozvany, ” Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology

- optimization in structural mechanics,” *Struct Multidisc Optim*, vol21, pp. 90 – 108, 2001
- [25] M. Zhou, G. I. N. Rozvany, ” On the validity of ESO type methods in topology optimization,” *Struct Multidisc Optim*, vol21, pp. 80 – 83, 2001
- [26] A. Kaveh, B. Hassani, S. Shojaee, S.M. Tavakkoli, ” Structural topology optimization using ant colony methodology,” *Engineering Structures*, vol30, pp. 2559 – 2565, 2008
- [27] C. D. Chapman, K. Saitou, M. J. Jakiela, ” Genetic Algorithms as an Approach to Configuration and Topology Design,” *ASME Journal of Mechanical Design*, 116, 1005 – 1012, 1994
- [28] X. Y. Yang, Y. M. Xie, G. P. Steven, and O. M. Querin, ” TOPOLOGY OPTIMIZATION FOR FREQUENCIES USING AN EVOLUTIONARY METHOD,” *J. Struct. Eng.* 1999. 125:1432–1438.

- [29] G. C. Luh, C. Y. Lin, Y. S. Lin, " A binary particle swarm optimization for continuum structural topology optimization," Applied Soft Computing, vol11, pp. 2833 - 2844, 2011
- [30] G. C. Luh, C. Y. Lin, " Structural topology optimization using ant colony optimization algorithm," Applied Soft Computing, vol11, pp. 2833 - 2844, 2011
- [31] A. R. Diaz, N. Kikuchi, " Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization," Int. J. numer. Meth. Engng, vol35, pp. 1487-1502, 1992
- [32] J. Zheng, S. Long, G. LI, " Topology optimization of free vibrating continuum structures based on the element free Galerkin method," Struct Multidisc Optim, vol45, pp. 119-127, 2012
- [33] A. Kaveh, " Structural mechanics: graph and matrix methods," 2nd ed. Research Studies Press (John Wiley), 1995.
- [34] A. Kaveh, " Optimal structural analysis" Research Studies Press (John Wiley); 1997

- [35] Topological transformation in structural mechanics. In: Topping BHV, editor. Civil and structural engineering computing 2002. Edinburgh: Saxe-Coburg Publications, 2002
- [36] 交通技術標準規範公路類公路工程部, 公路橋樑耐震設計規範, 民國九十八年六月



附表

表 4-1 三個案例的基本資料

	尺寸 (m)	楊式模數 (Pa)	柏松比 (ν)	元素數量	密度 ($\frac{kg}{m^3}$)	體積限制比 (%)
短梁	5×1	200 G	0.3	100× 20	1	90
矩形平面	0.15×0.1	10 M	0.3	60× 40	1	50
三跨簡支橋	120×3	2 T	0.3	100× 20	1	75

表 4- 2 案例一結果比較

	初始頻率 (Hz)	最佳化頻率 (Hz)	體積比 (%)	迭代次數
有使用準初始隨機族群策略	19.12	25.87	90.4	104
沒有使用準初始隨機族群策略	23.26	23.99	90.2	148

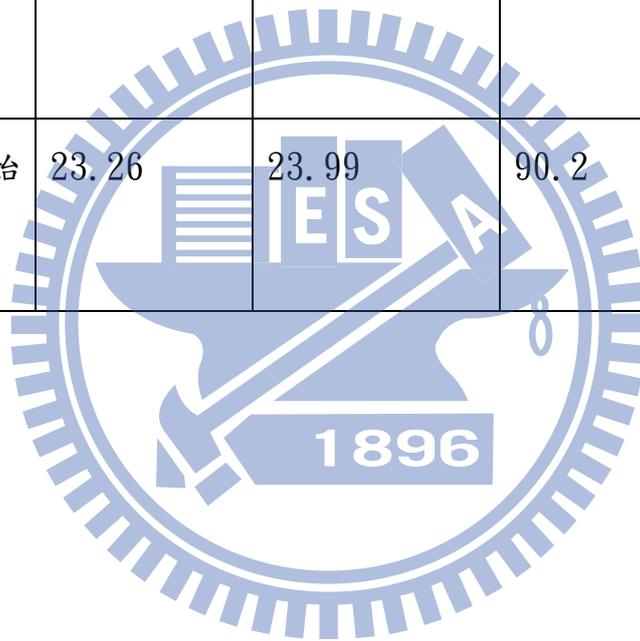


表 4- 3 案例二結果比較

	初始頻率 (Hz)	最佳化頻率 (Hz)	體積比 (%)	迭代次數
有使用準初始隨機族群策略	55.05	58.53	50.42	79
沒有使用準初始隨機族群策略	51.99	58.36	50.75	133

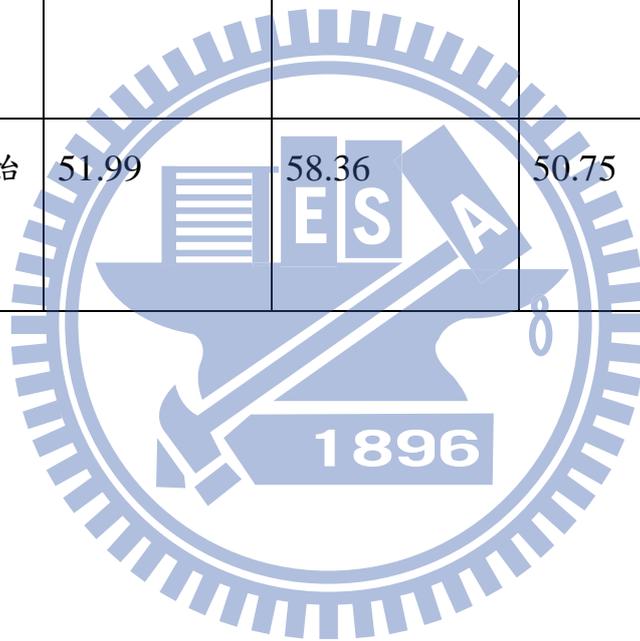


表 4- 4 十種不同拓樸結構比較

拓樸 結構	最佳化 結果	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
頻率 (Hz)	413.95	347.34	460.56	153.80	245.51	256.26	147.75	164.05	129.40	101.92	110.28
體積比 (%)	74.70	74.20	100.00	74.90	73.15	74.50	74.60	73.85	74.20	75.00	74.70

附圖

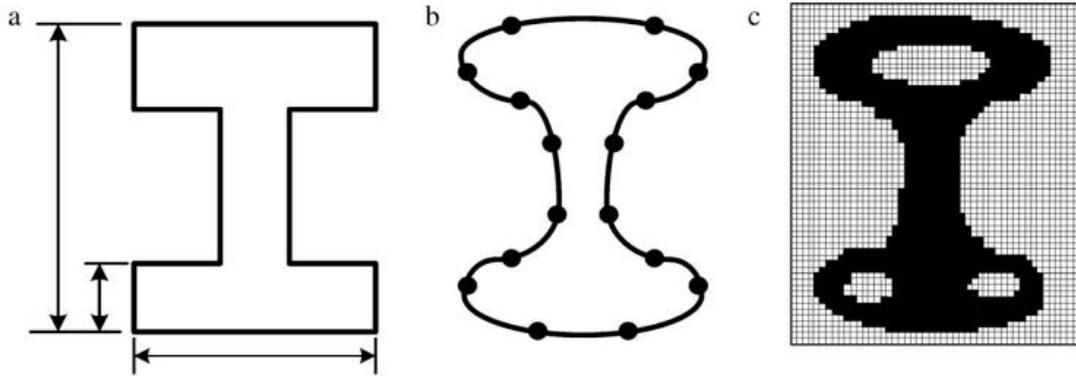


圖 1-1 尺寸、形狀以及拓樸最佳化[11]

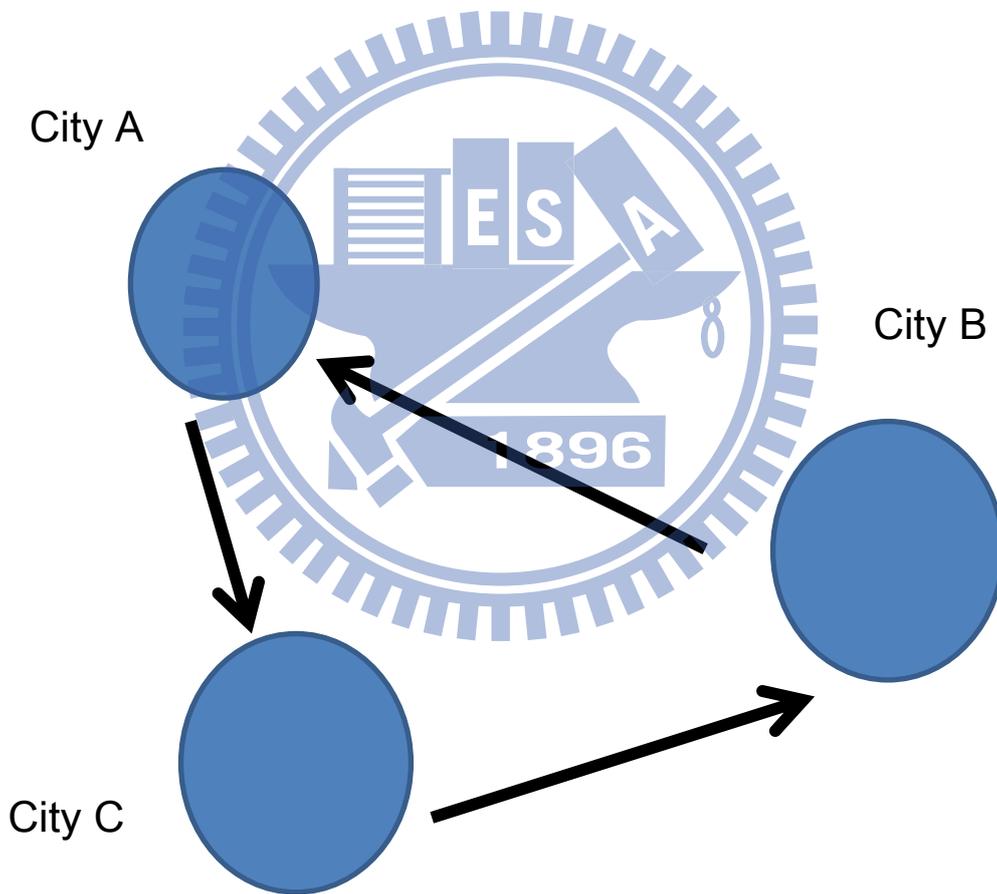
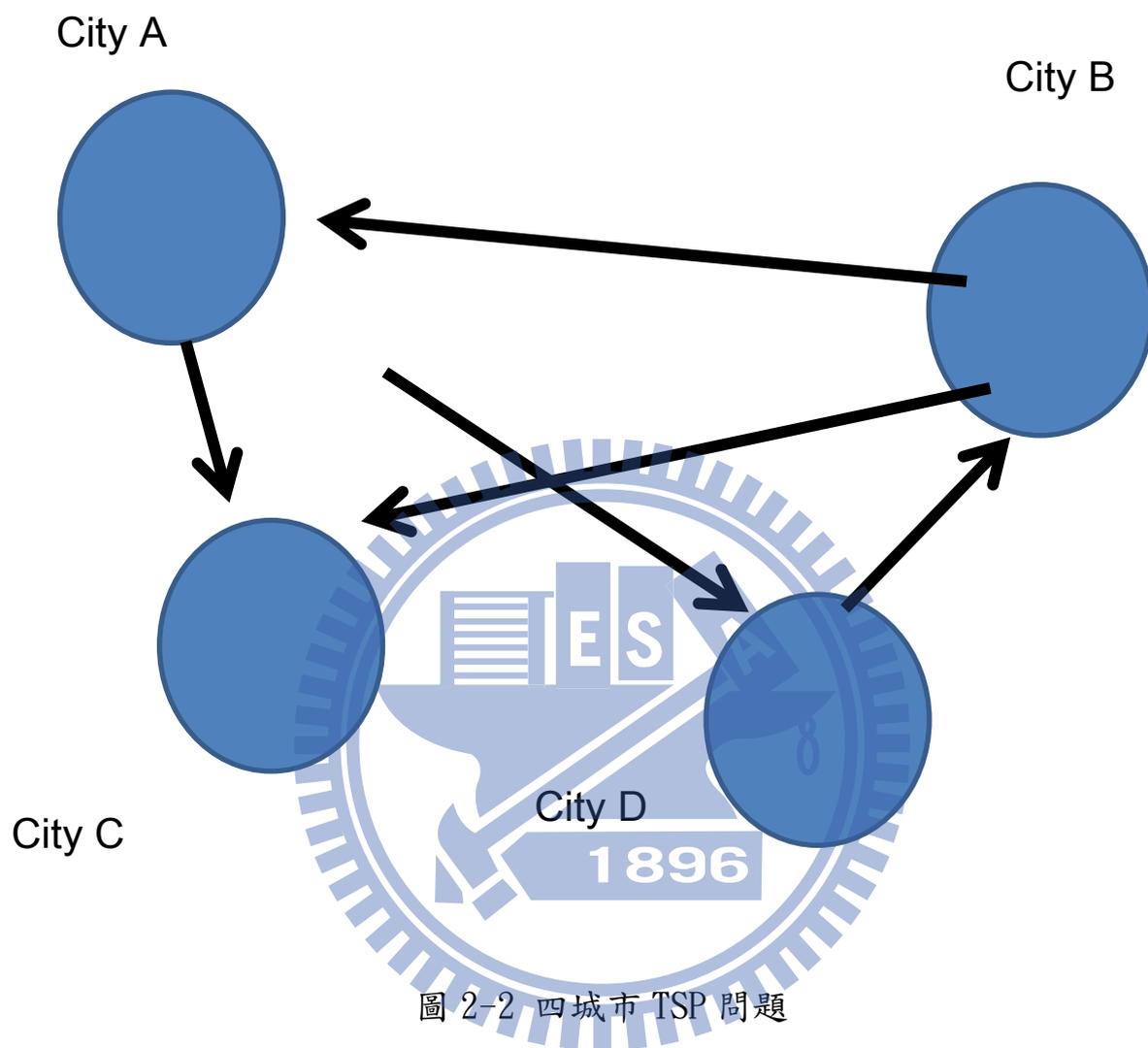


圖 2-1 三城市 TSP 問題



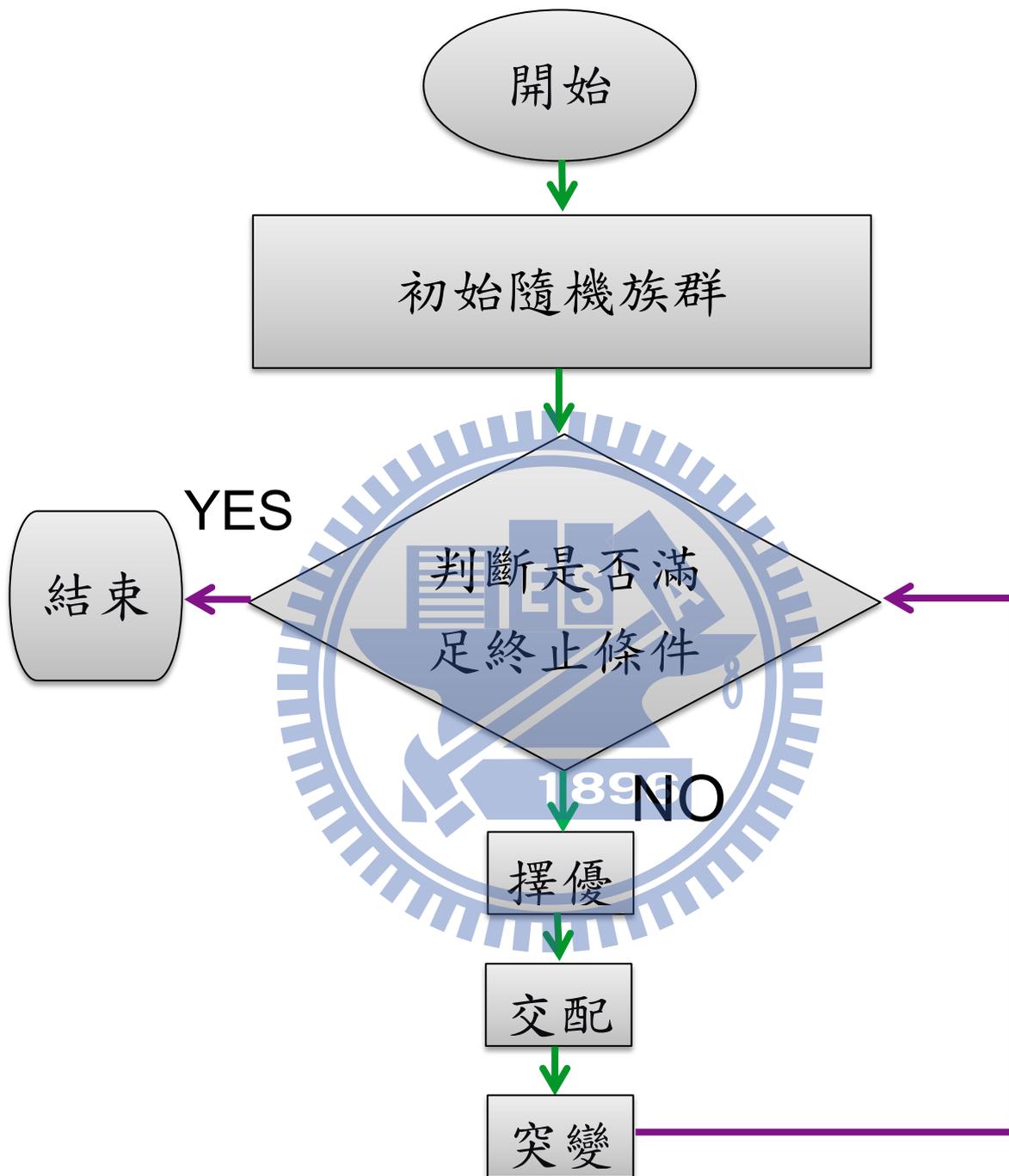


圖 2-3 基因演算法流程圖

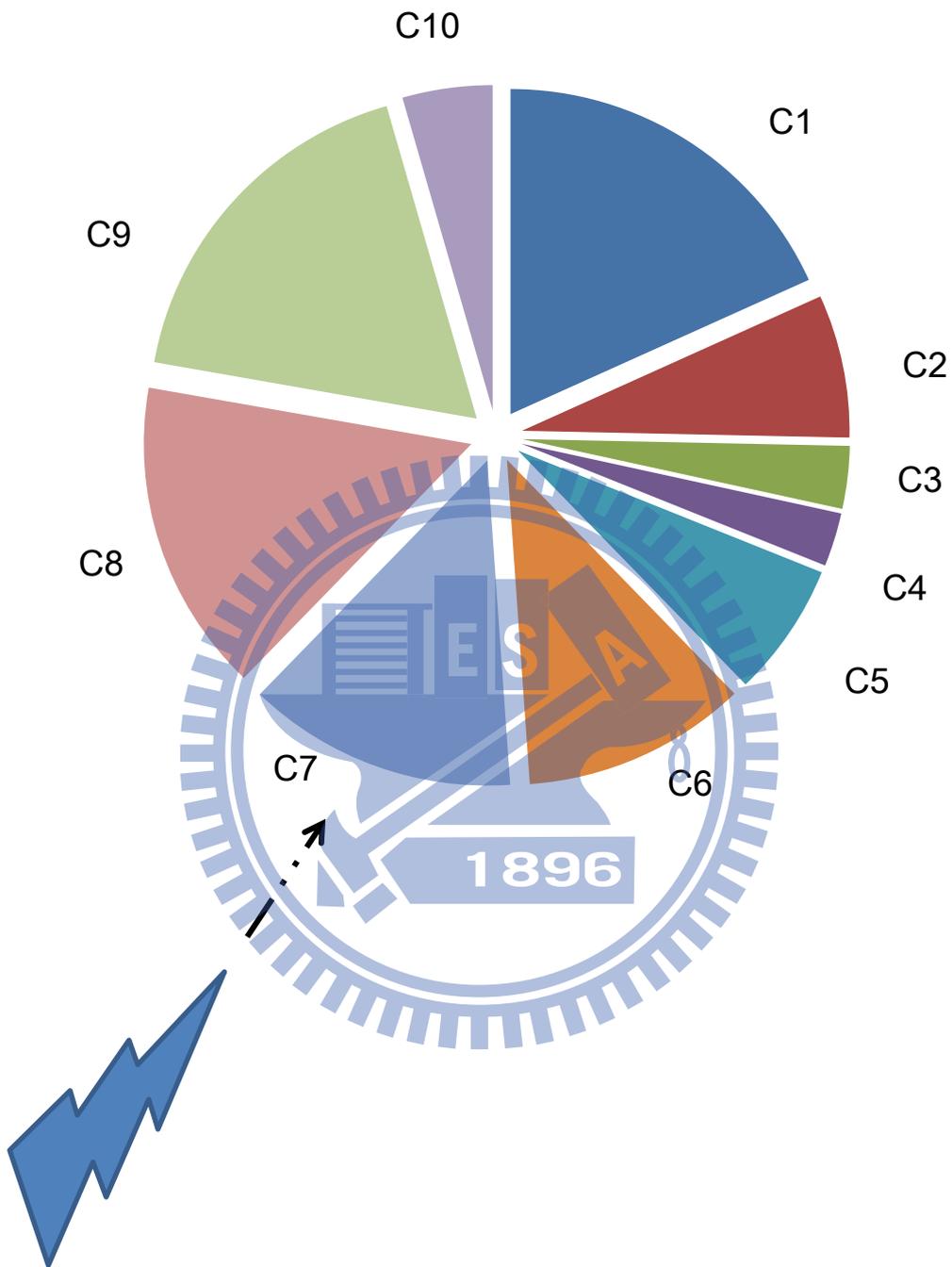


圖 2-4 擇優形式-輪盤法[9]

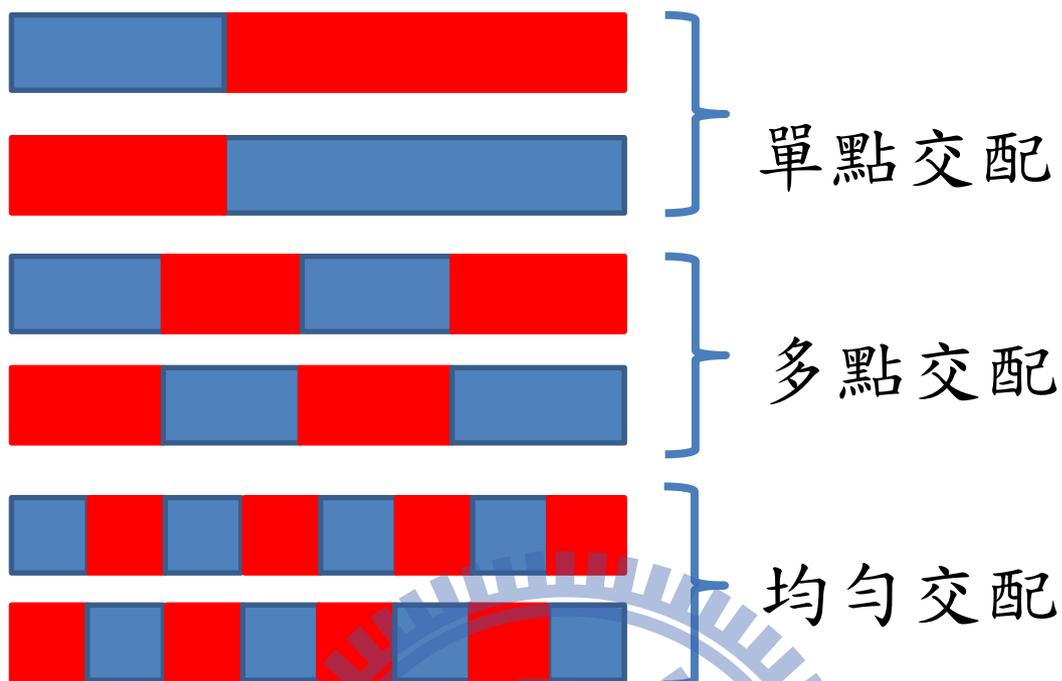


圖 2-5 交配種類

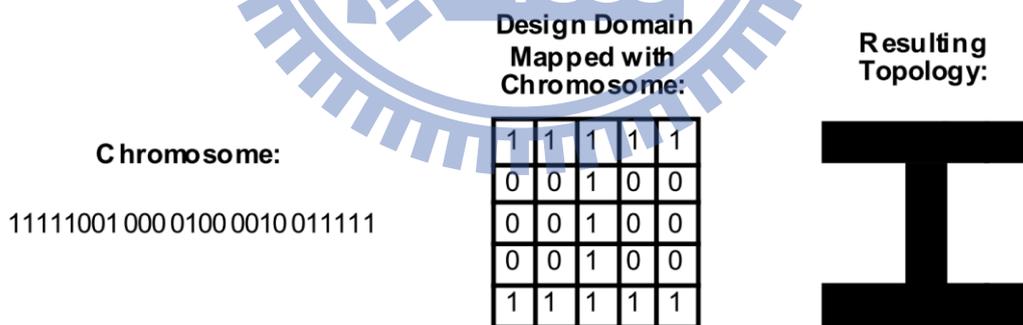


圖 2-6 二位元陣列/串表示法對應結構圖[27]

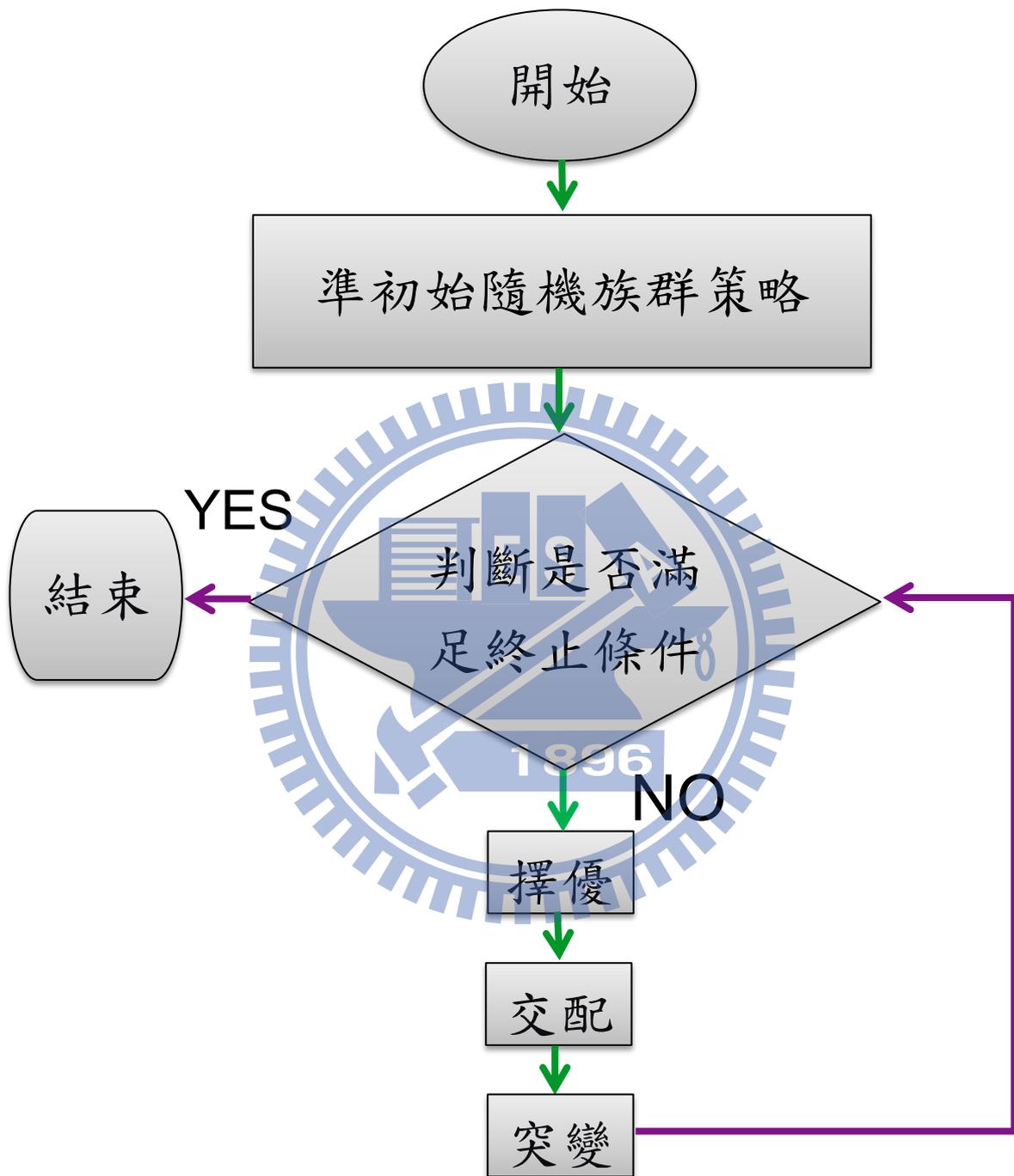


圖 3-1 本研究之流程圖

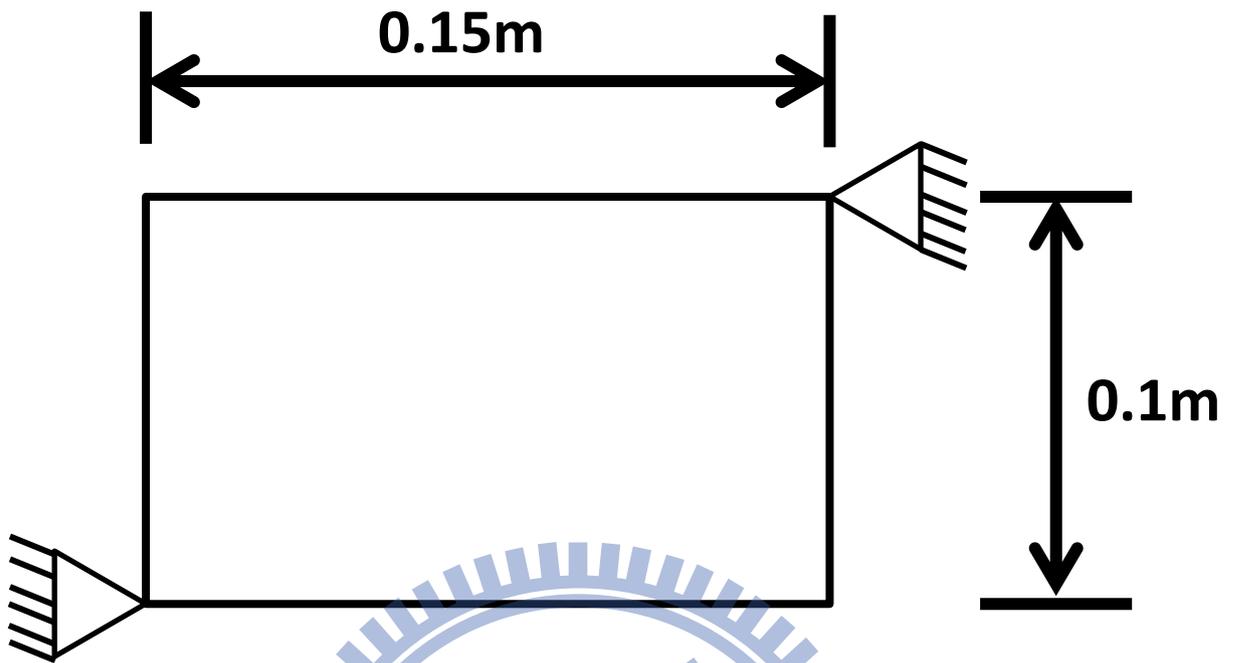


圖 3-2 矩形平面結構

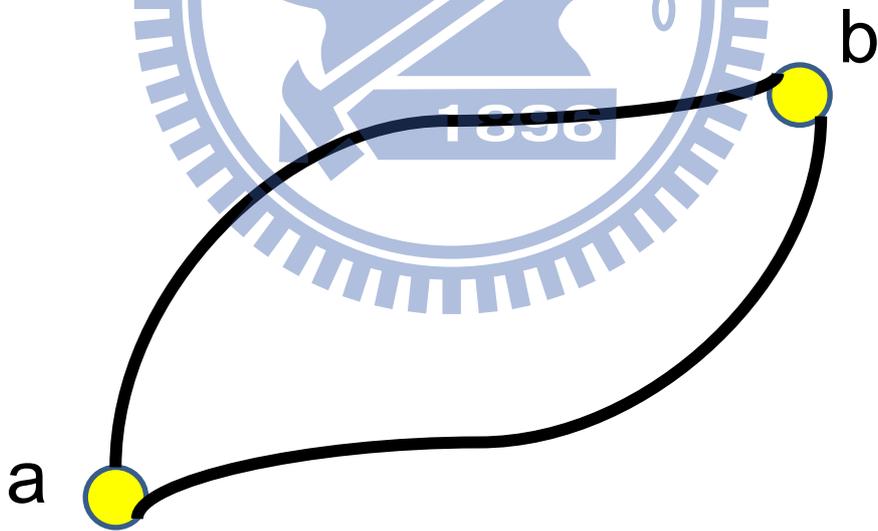


圖 3-3 矩形平面結構之圖形表示法的組成

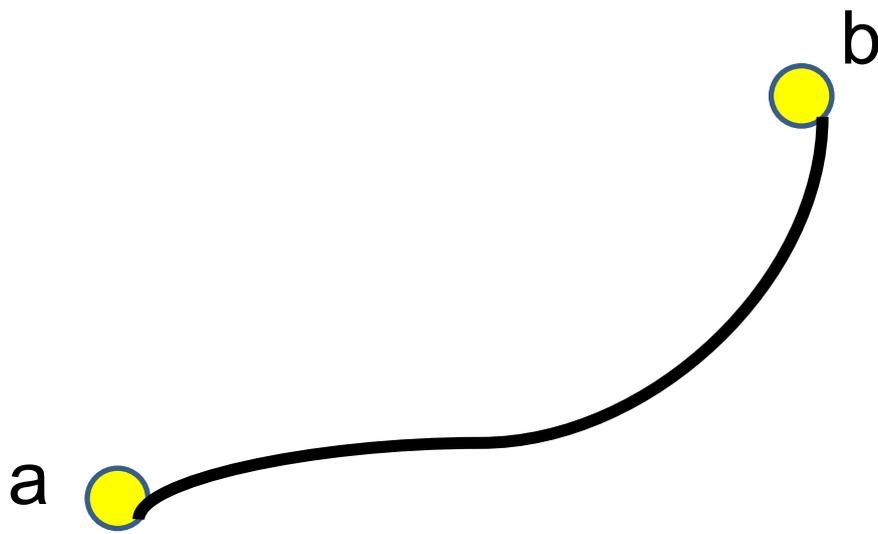


圖 3-4 矩形平面結構之圖形表示法下 ab 邊部分

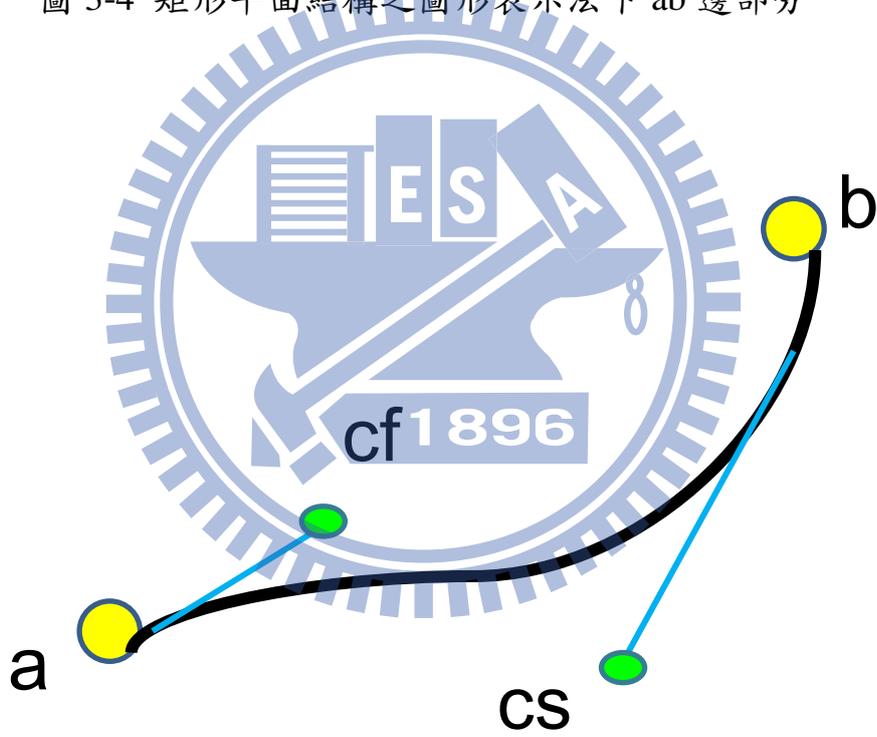


圖 3-5 端點 a、b 以及控制點 cf、cs

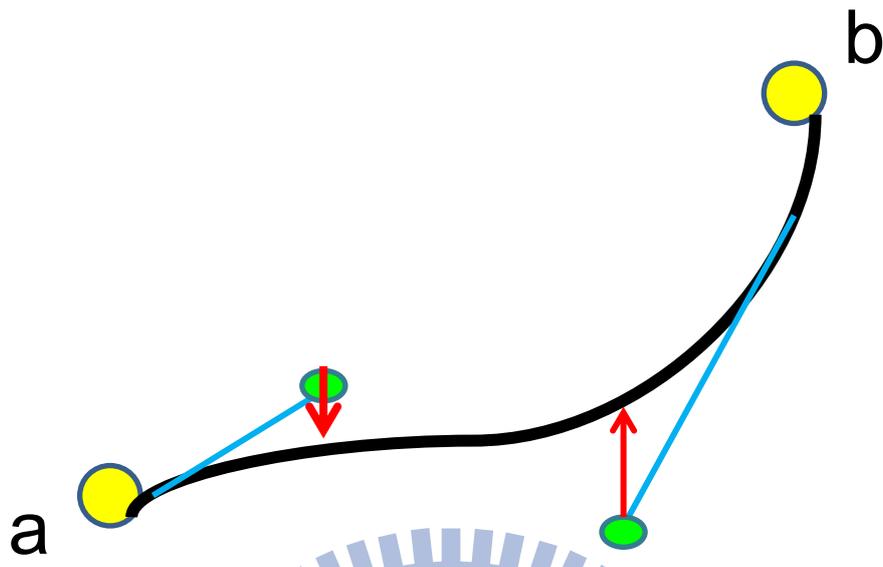


圖 3-6 兩控制點對應到邊上之示意圖

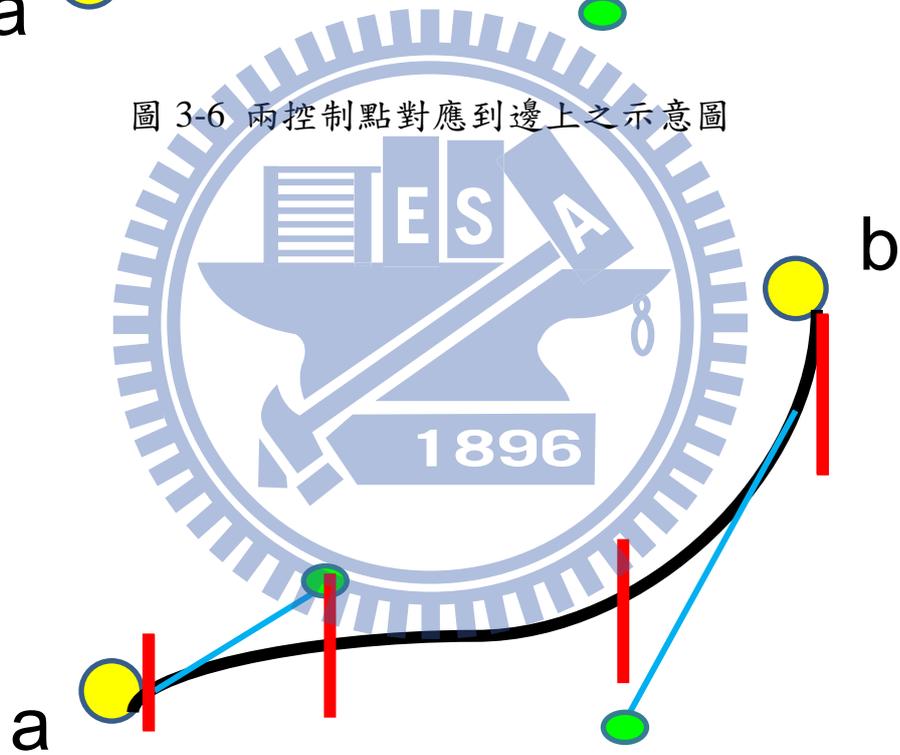


圖 3-7 兩控制點對應到邊上之示意圖

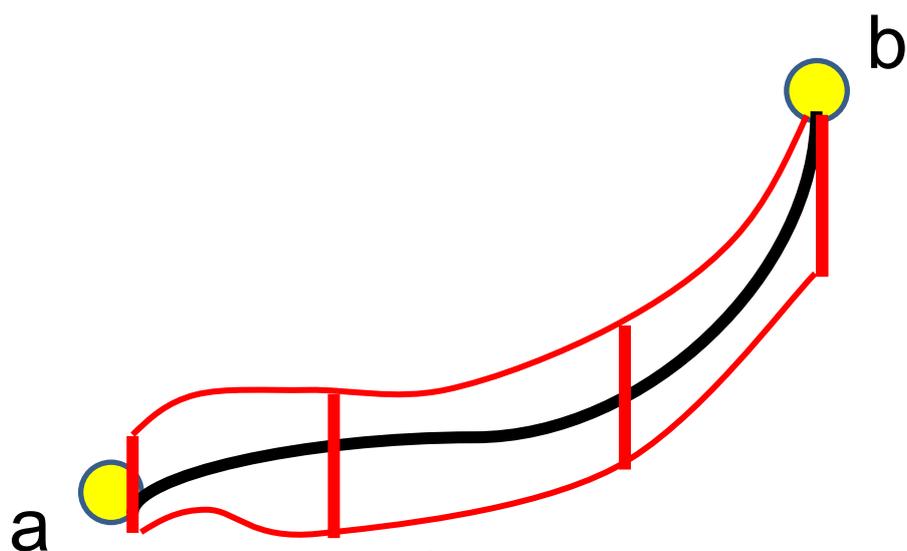


圖 3-8 使用漸進線方式產生整條邊的厚度之示意圖

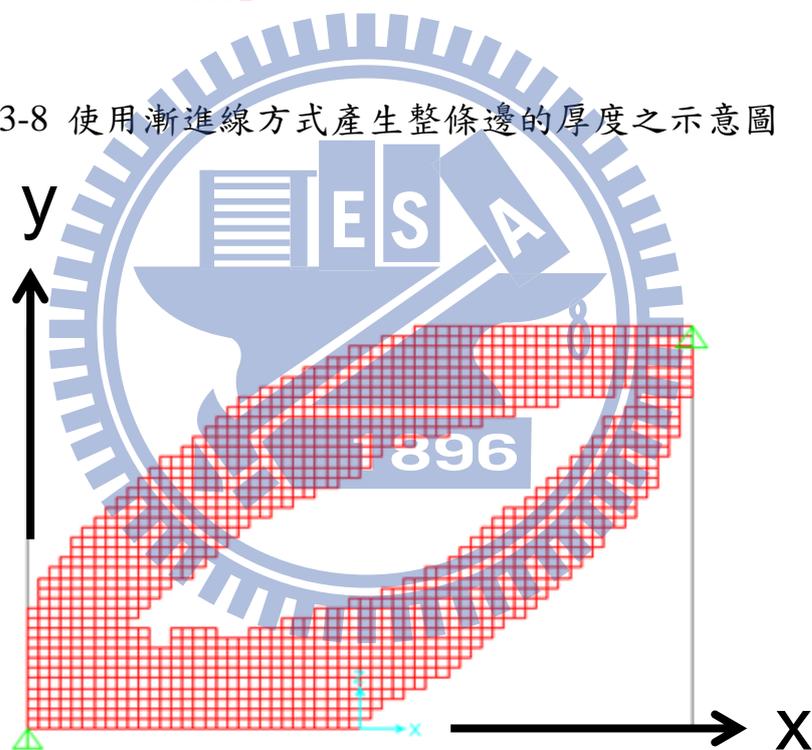


圖 3-9 搭配圖形表示法所產生之隨機拓樸形狀

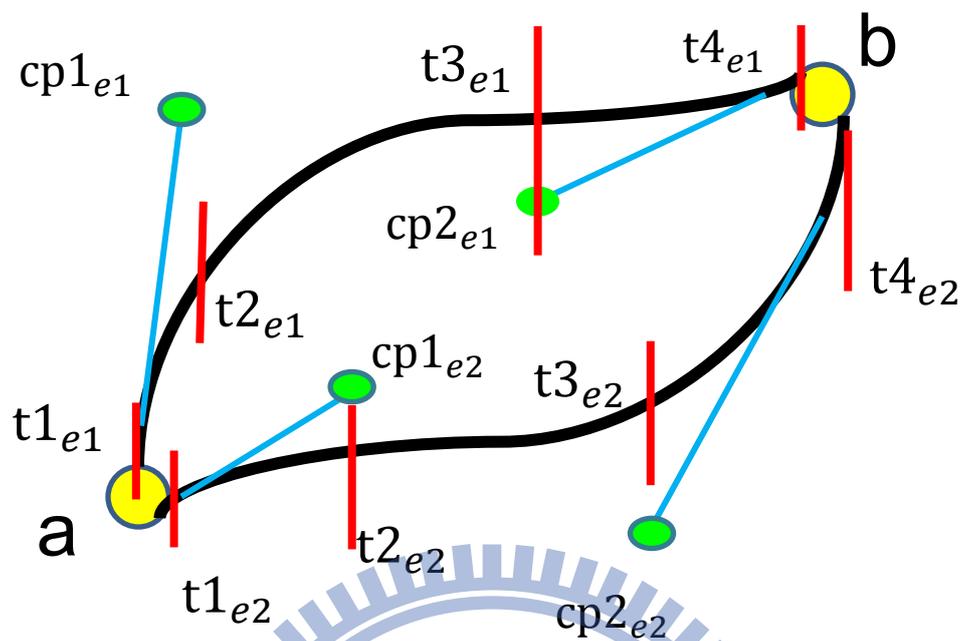
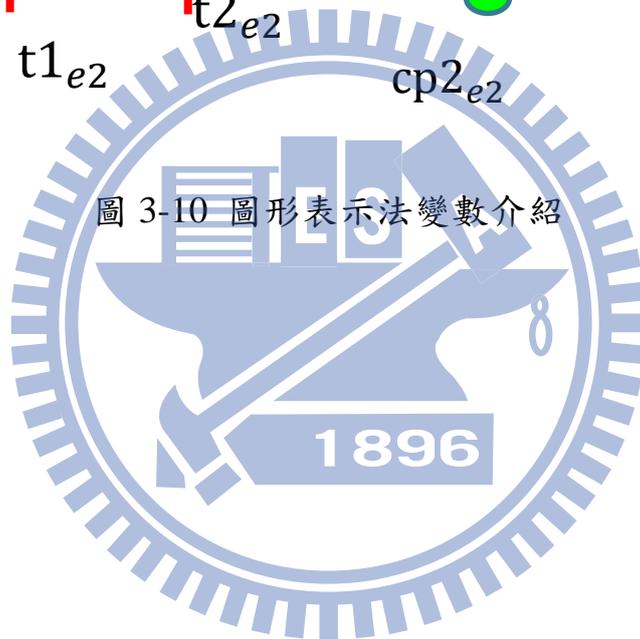


圖 3-10 圖形表示法變數介紹



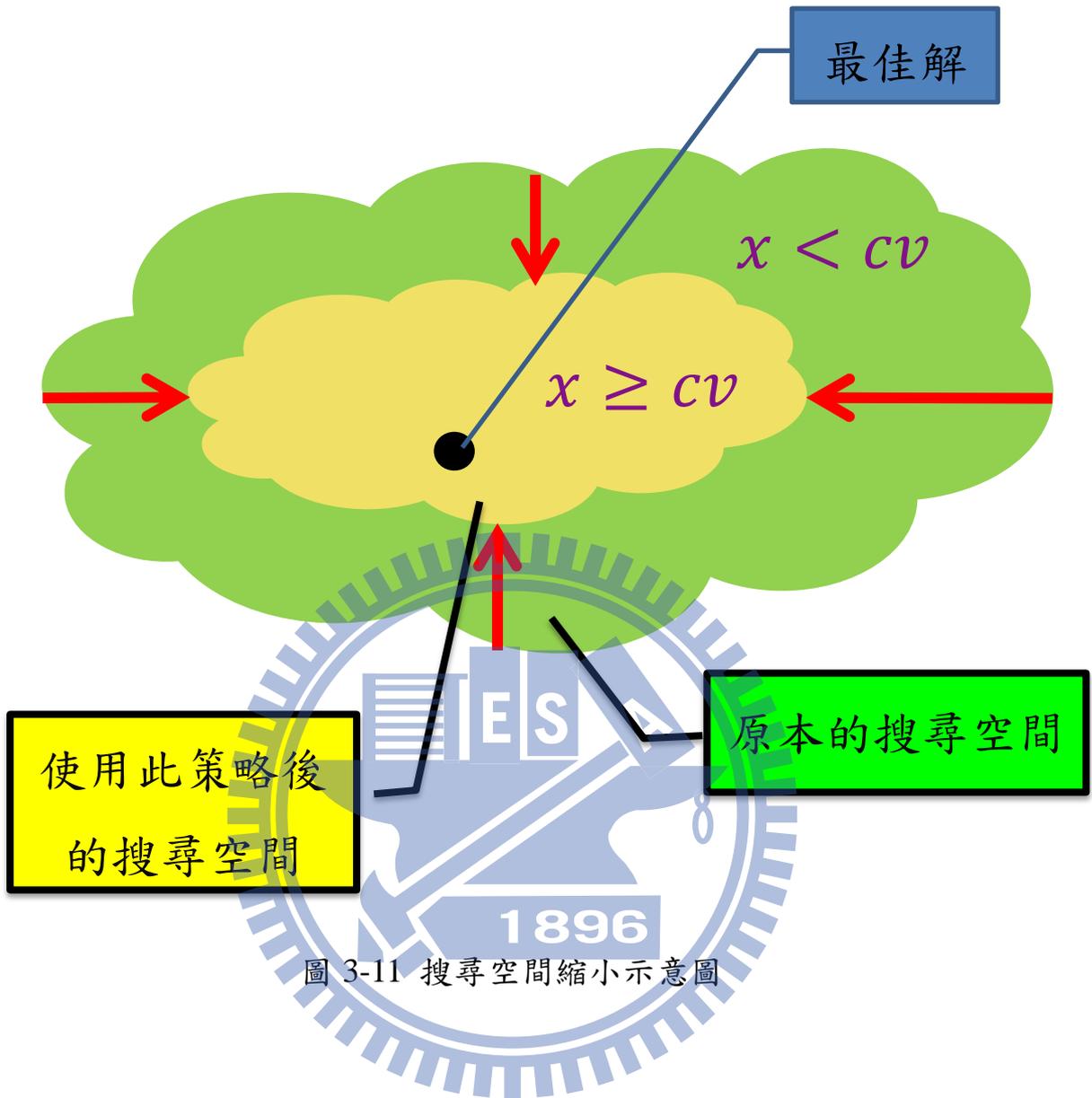


圖 3-11 搜尋空間縮小示意圖

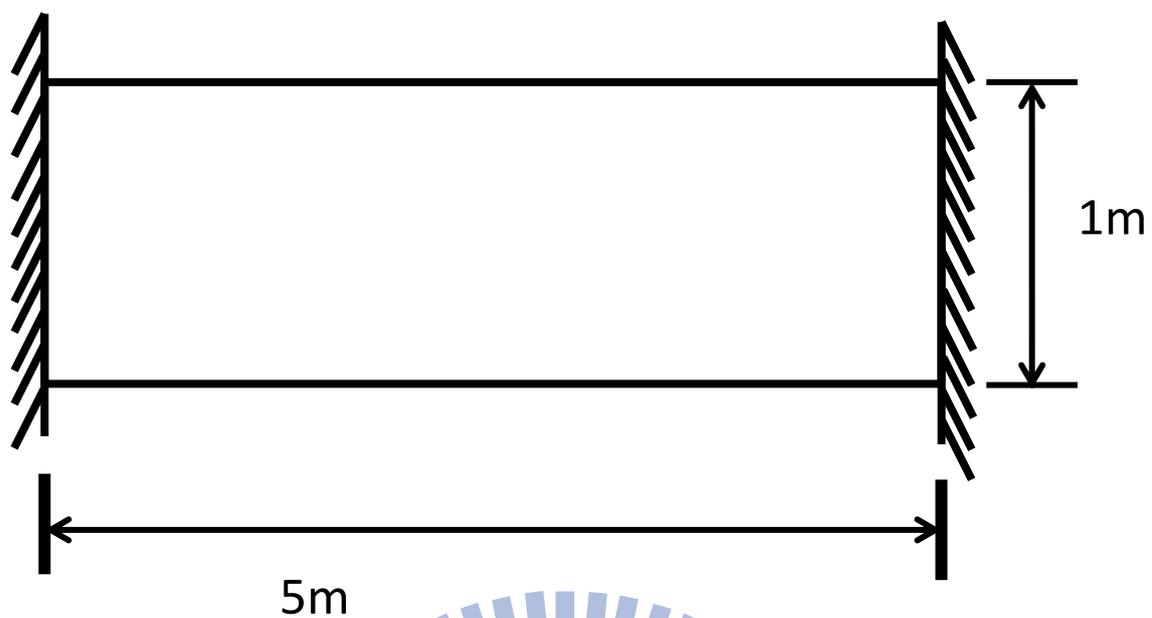


圖 4-1 案例一-短梁

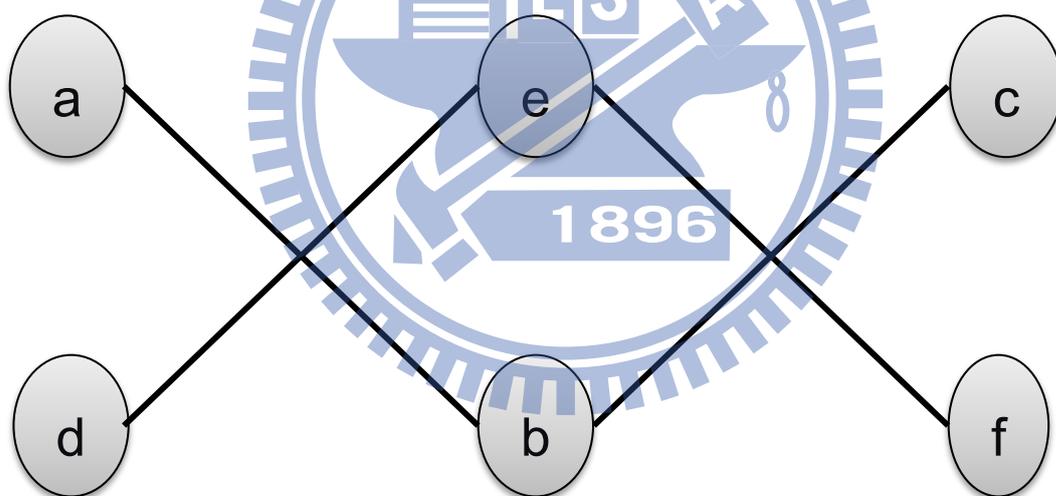


圖 4-2 圖形表示案例一

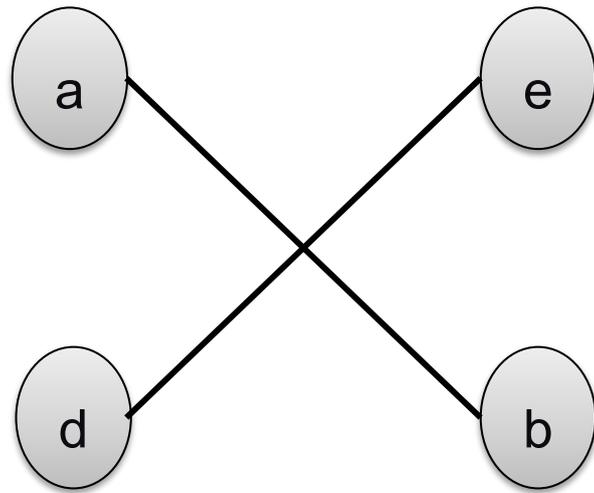


圖 4-3 左右對稱取半分析示意圖

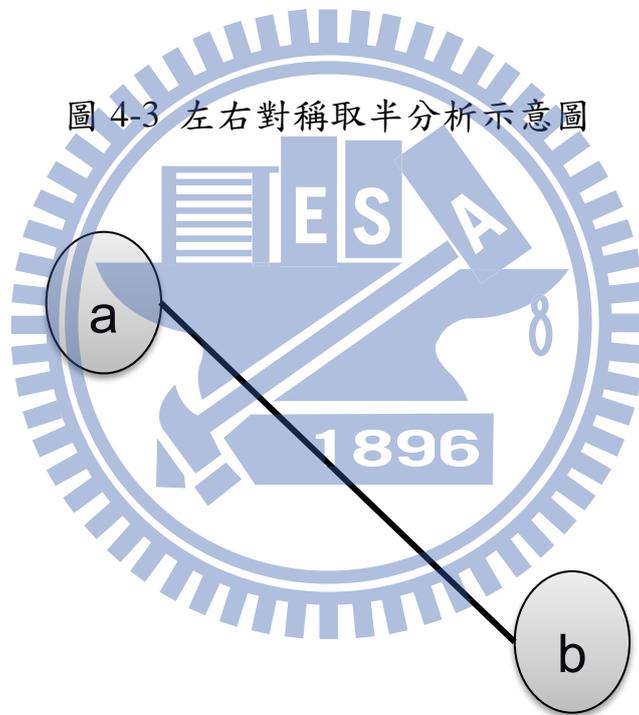


圖 4-4 上下對稱取半分析示意圖

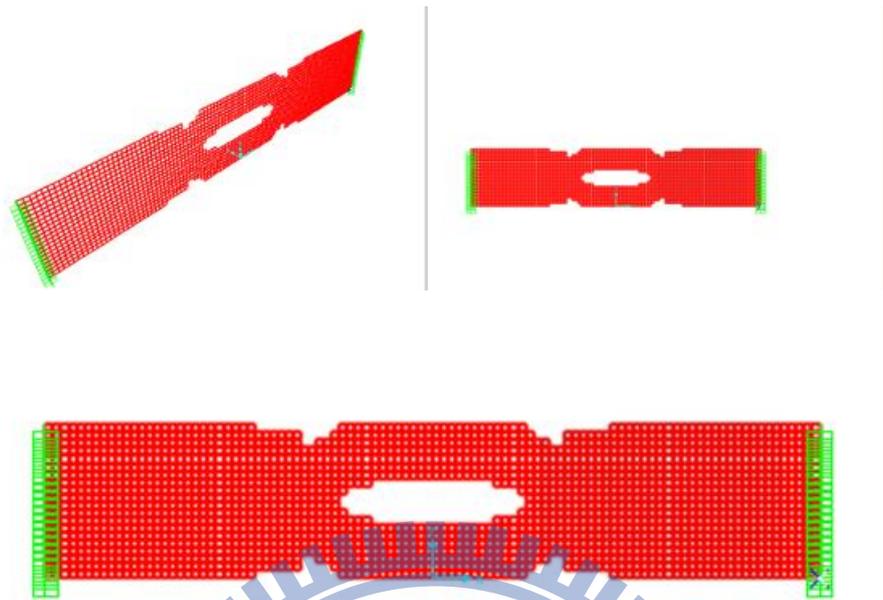


圖 4-5 案例一-有使用準初始隨機族群策略之結果

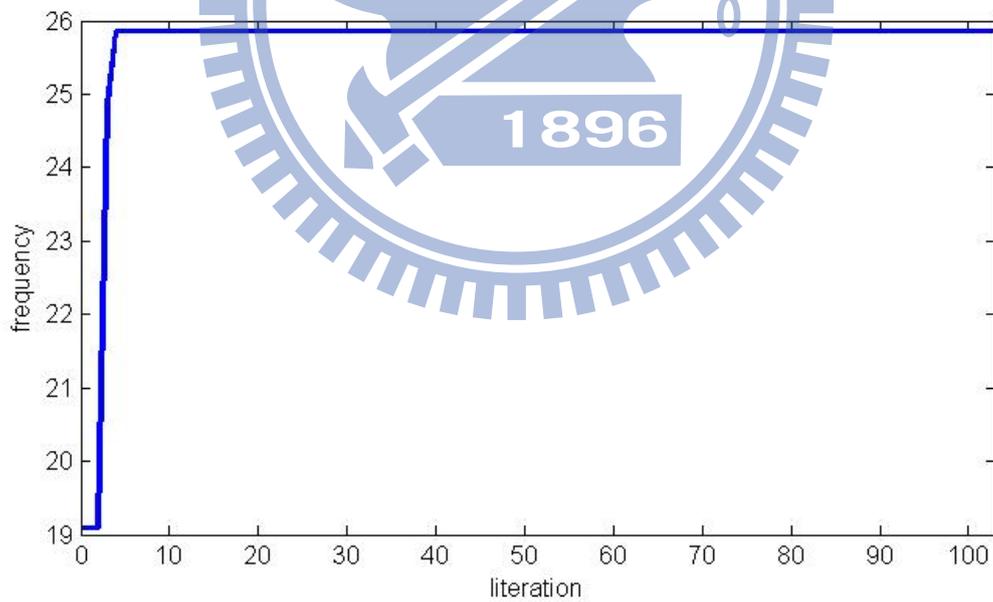


圖 4-6 案例一-有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖

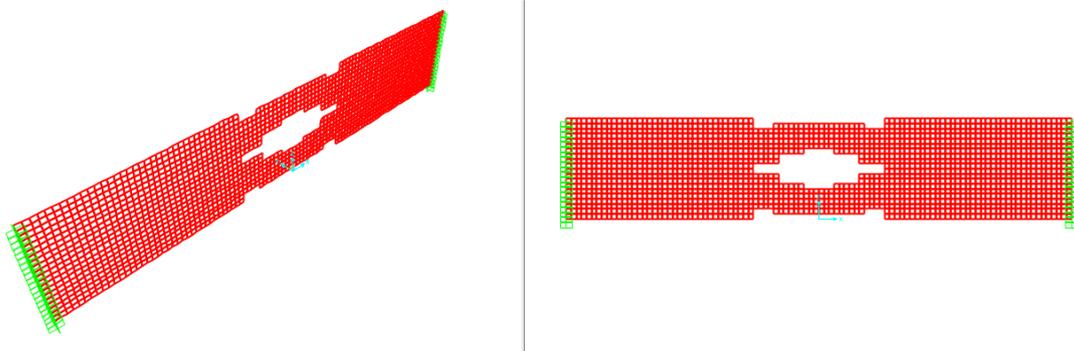


圖 4-7 案例一-沒有使用準初始隨機族群策略之結果

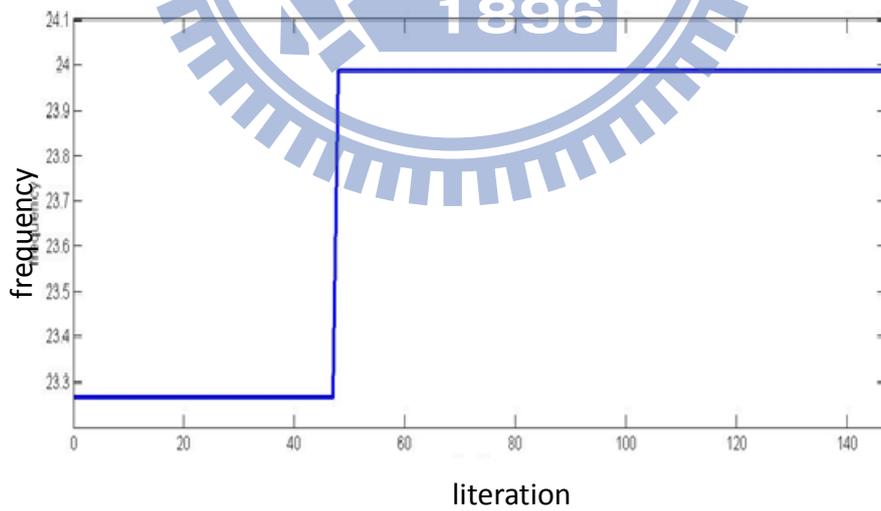


圖 4-8 案例一-沒有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖

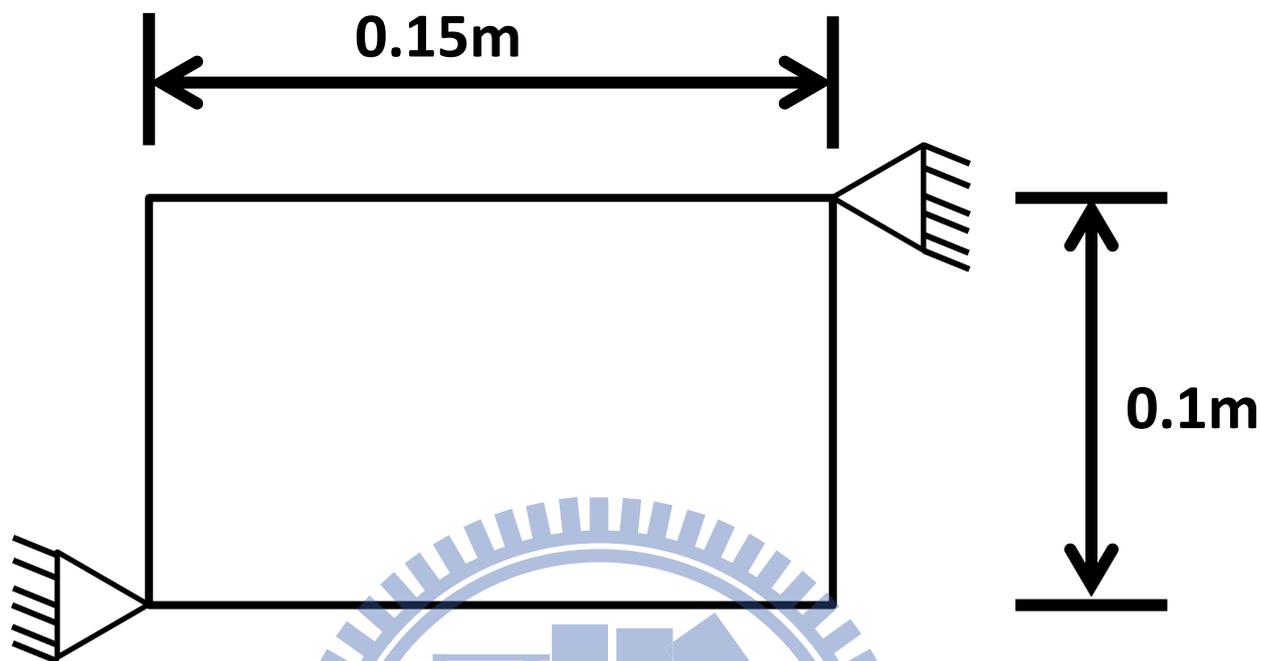


圖 4-9 案例二-矩形平面

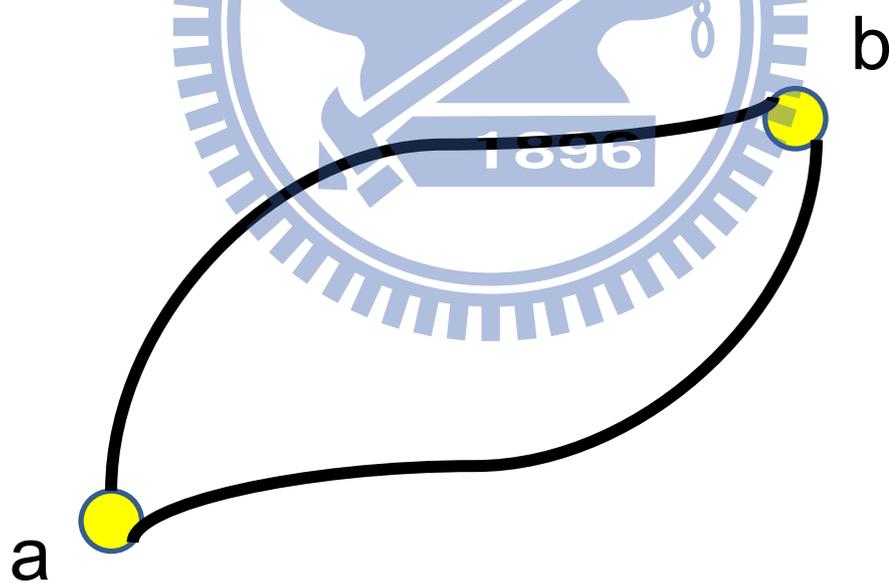


圖 4-10 圖形表示案例二

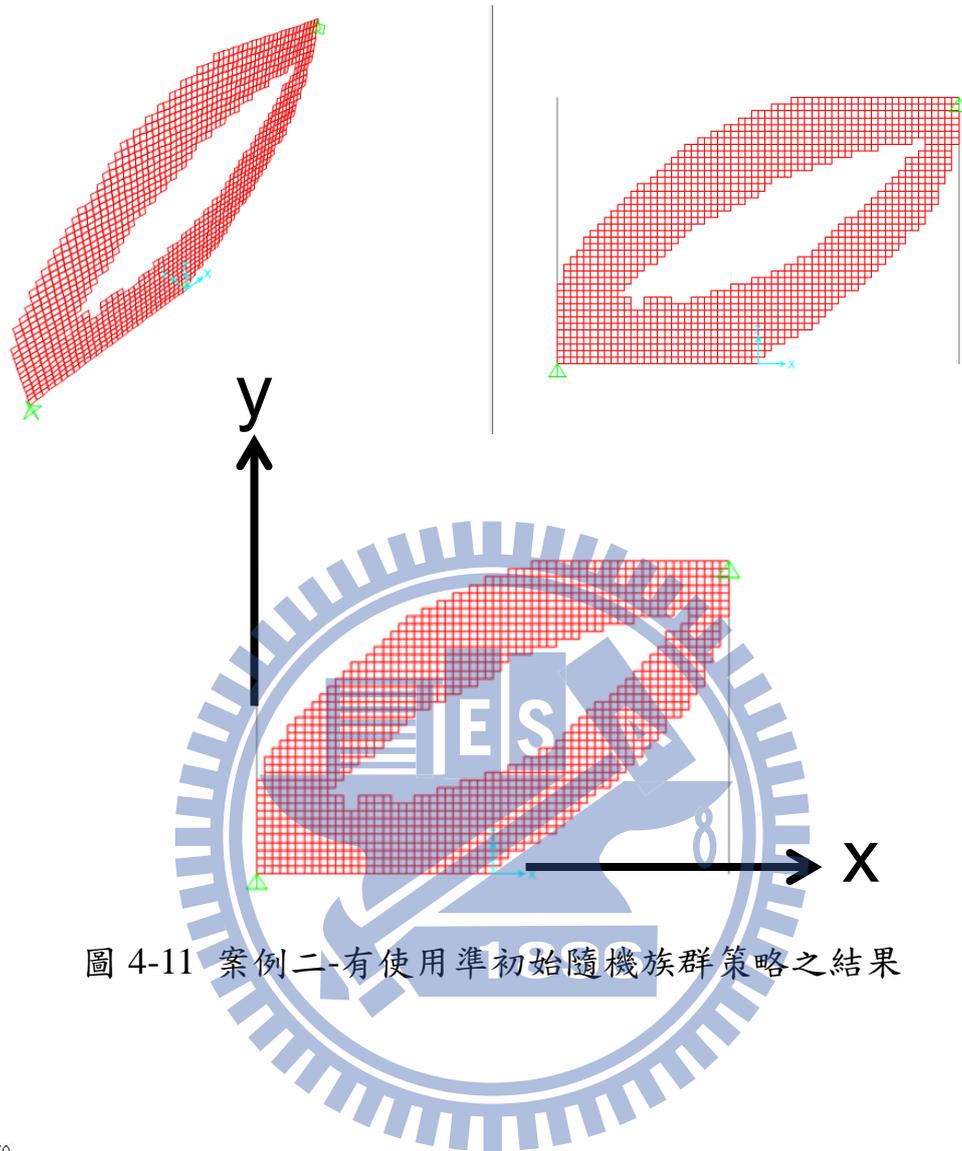


圖 4-11 案例二-有使用準初始隨機族群策略之結果

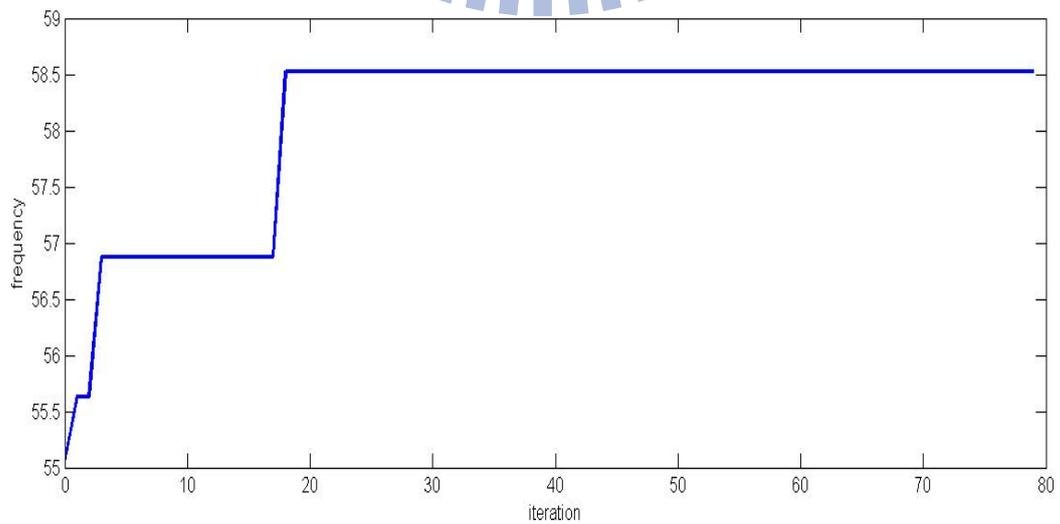


圖 4-12 案例二-有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖

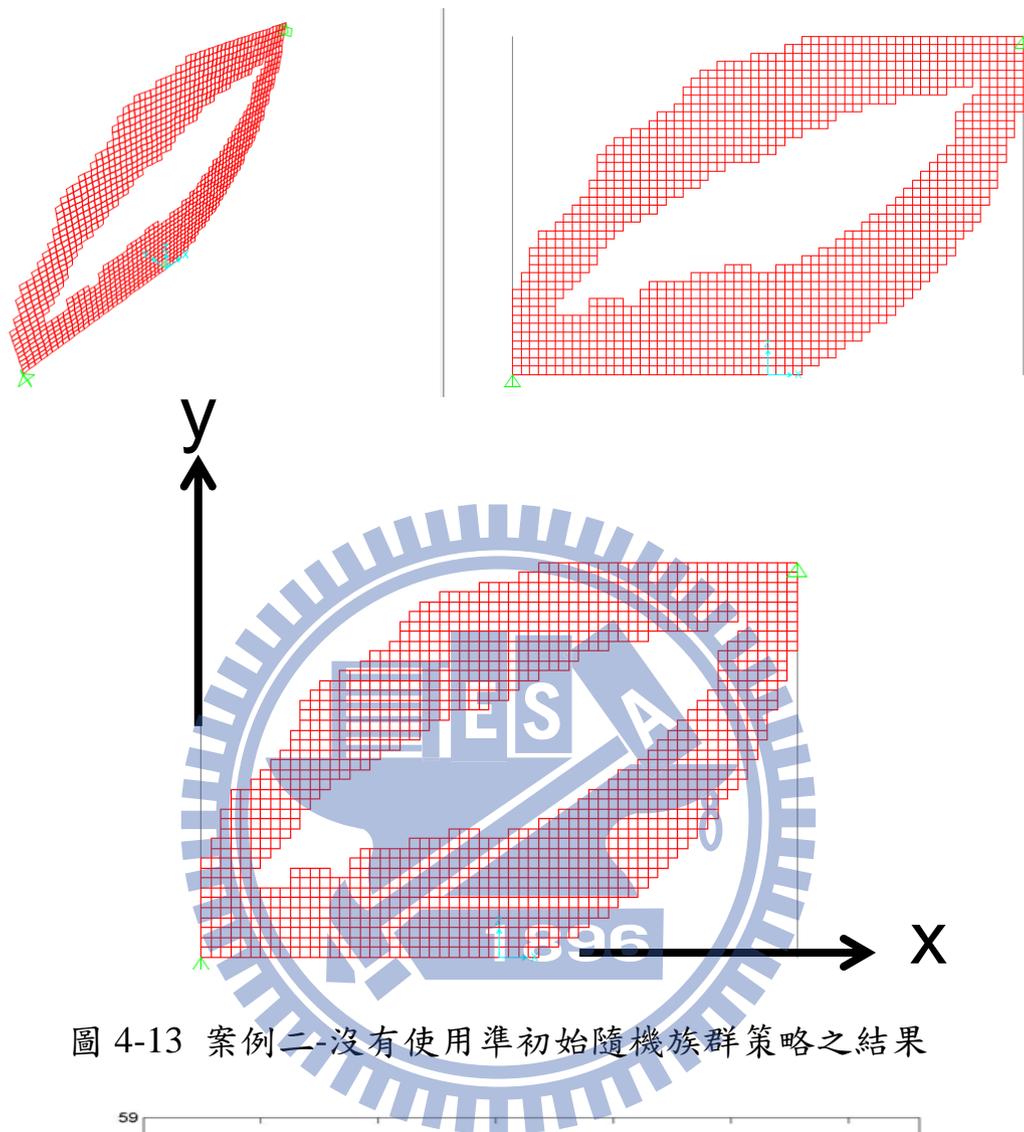


圖 4-13 案例二-沒有使用準初始隨機族群策略之結果

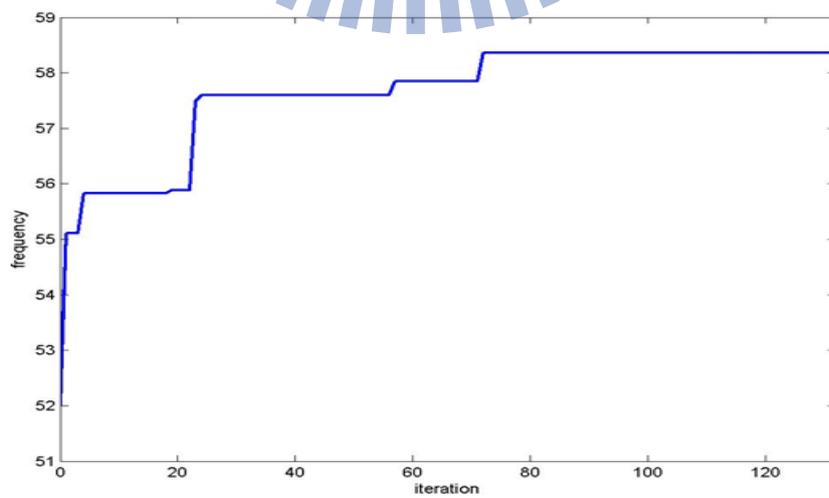


圖 4-14 案例二-有使用準初始隨機族群策略之頻率與迭代次數圖

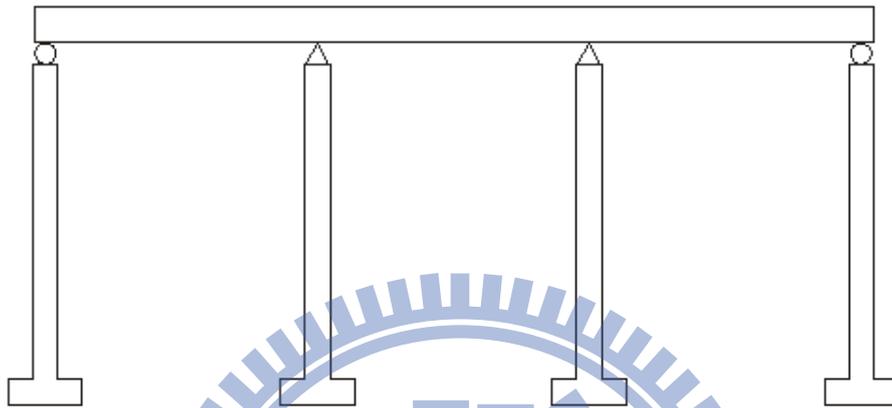


圖 4-15 三跨簡支橋原始圖

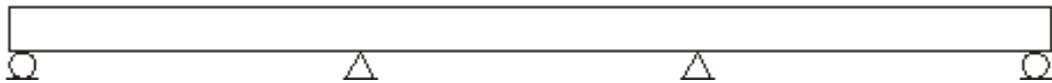


圖 4-16 取上部橋梁做分析

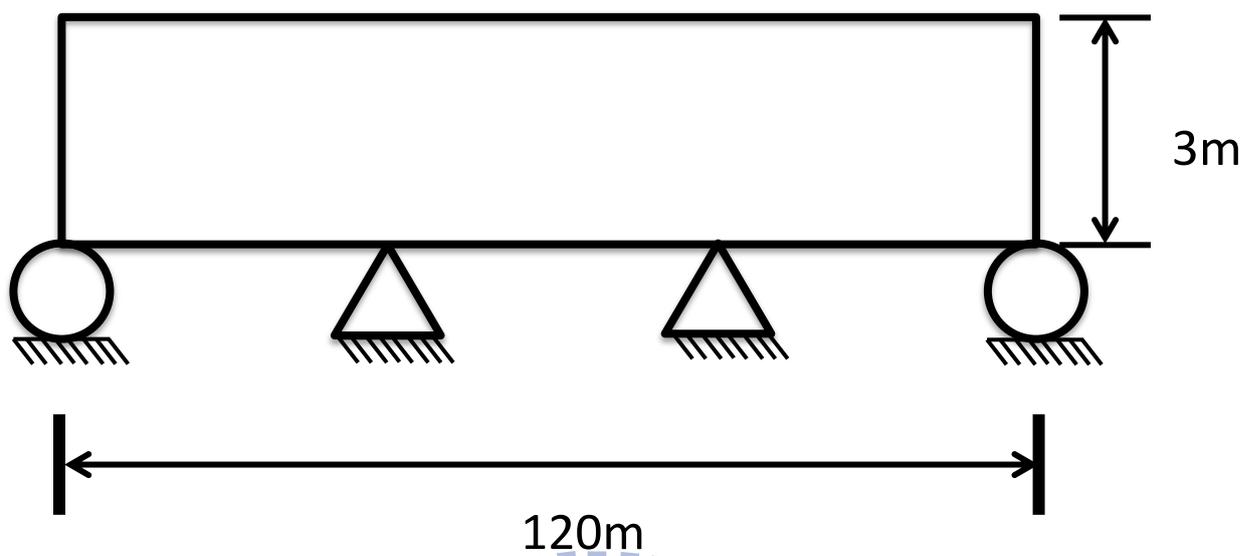


圖 4-17 三跨簡支橋圖

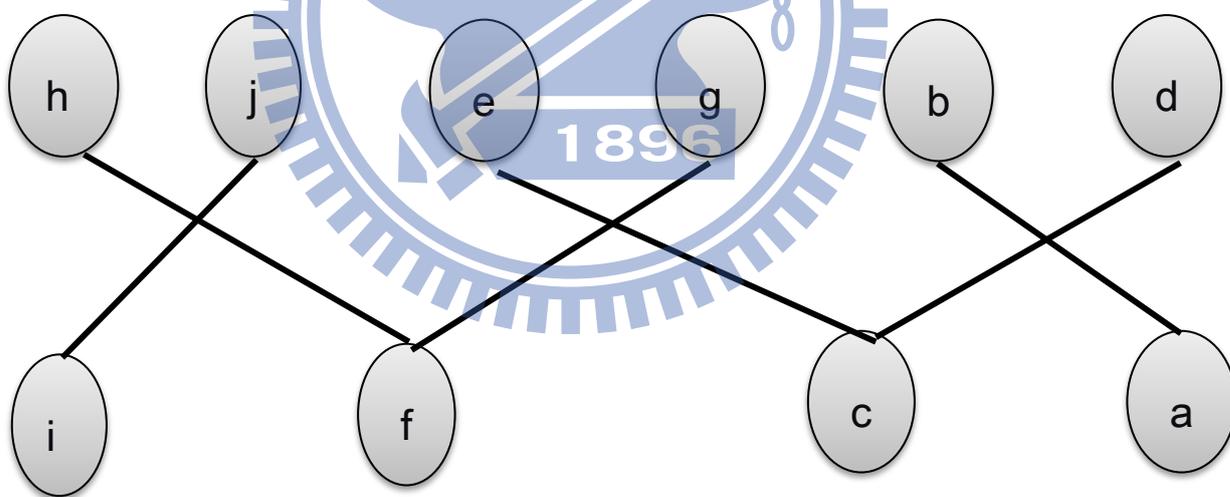


圖 4-18 圖形表示案例三

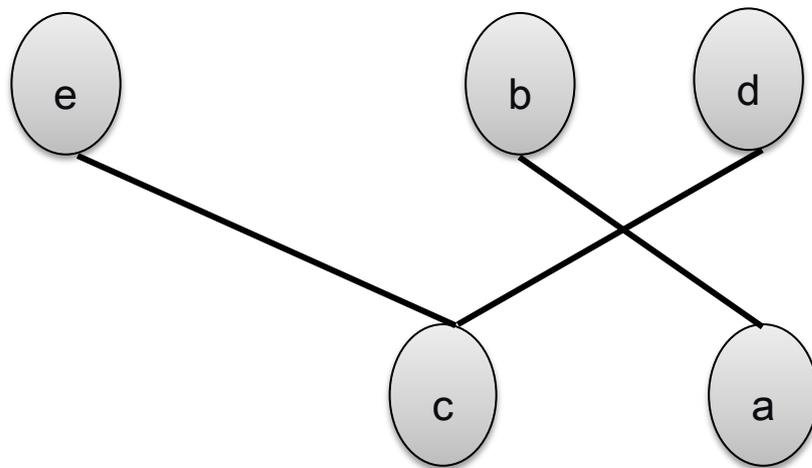


圖 4-19 左右對稱取半分析示意圖



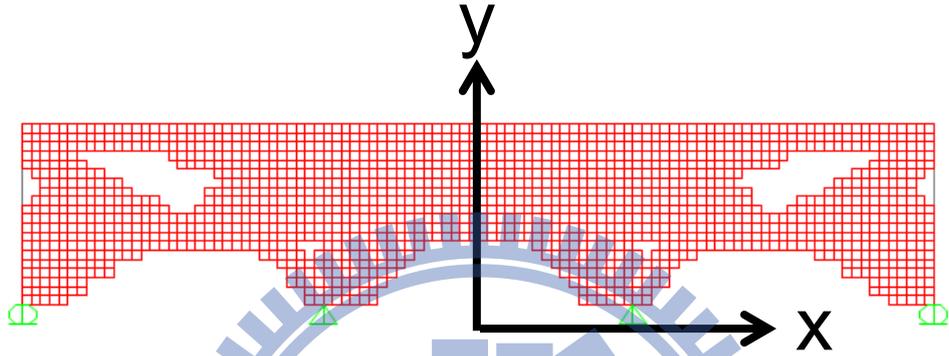


圖 4-20 案例三-原始圖與示意圖

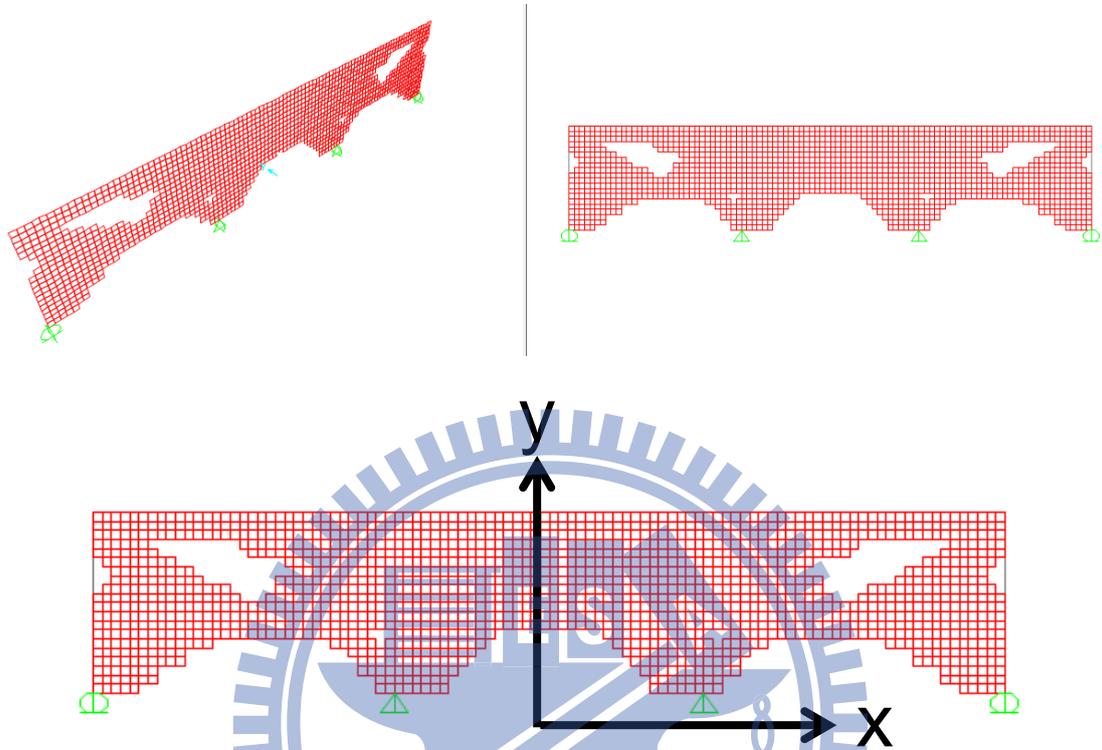


圖 4-21 案例三-最佳化結果

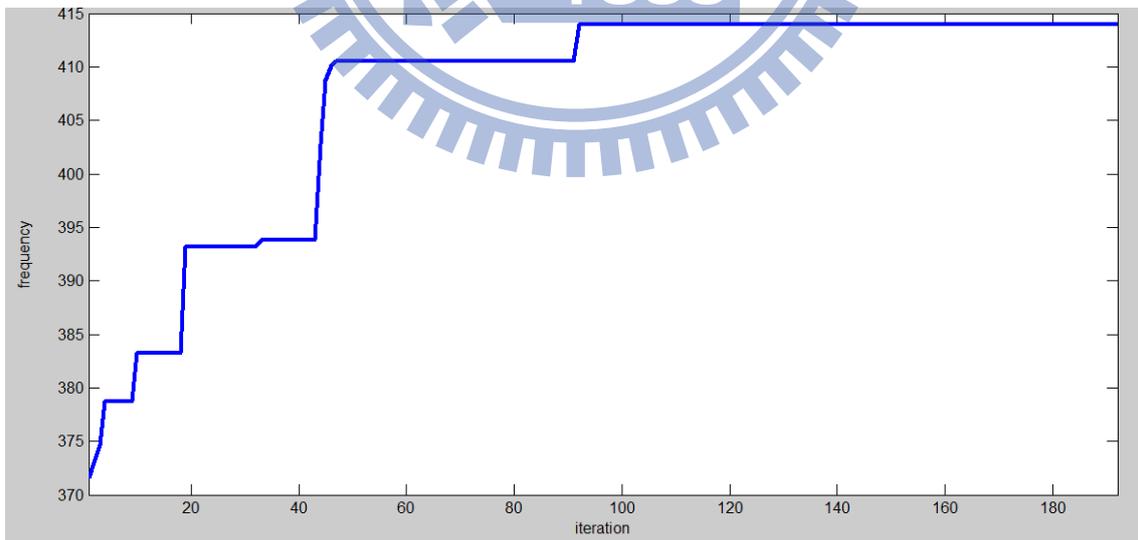


圖 4-22 案例三-頻率與迭代次數圖

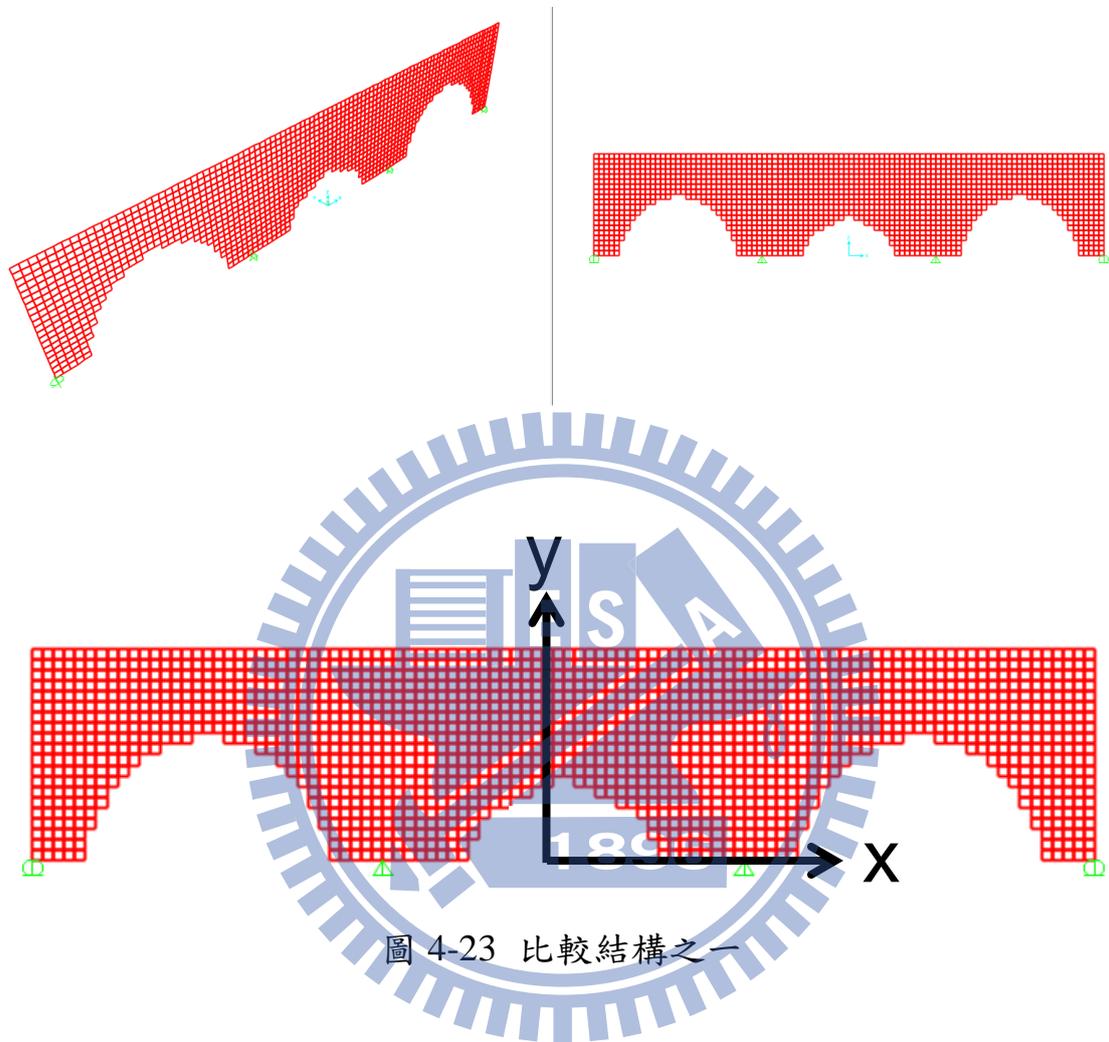


圖 4-23 比較結構之一

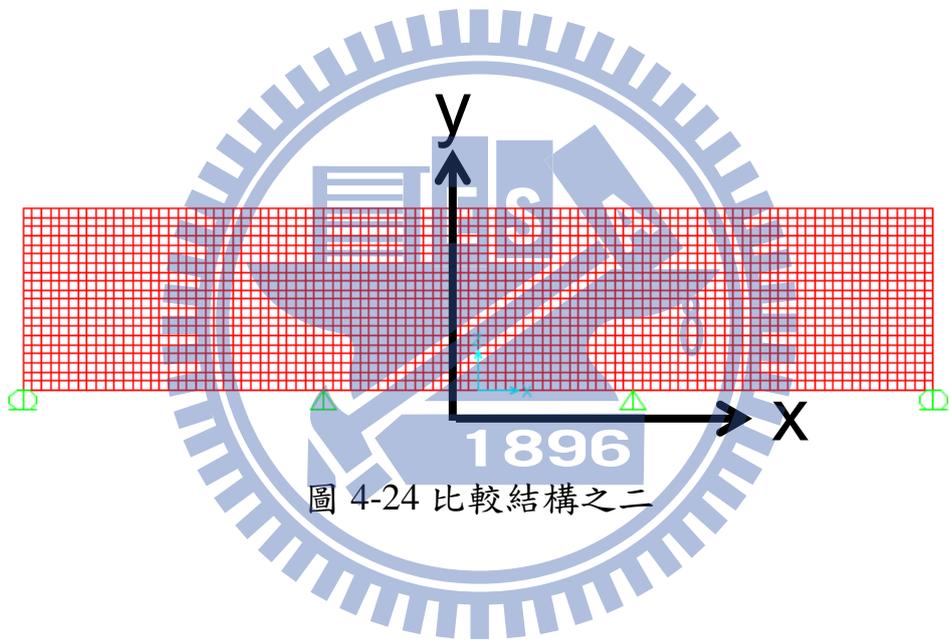
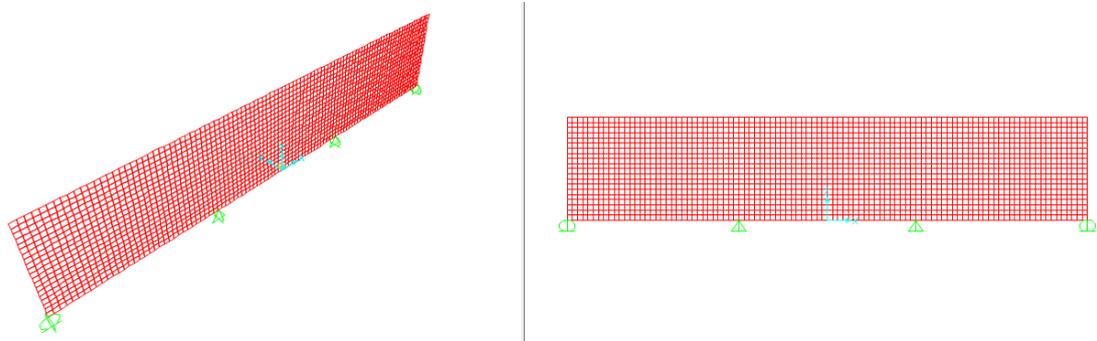


圖 4-24 比較結構之二

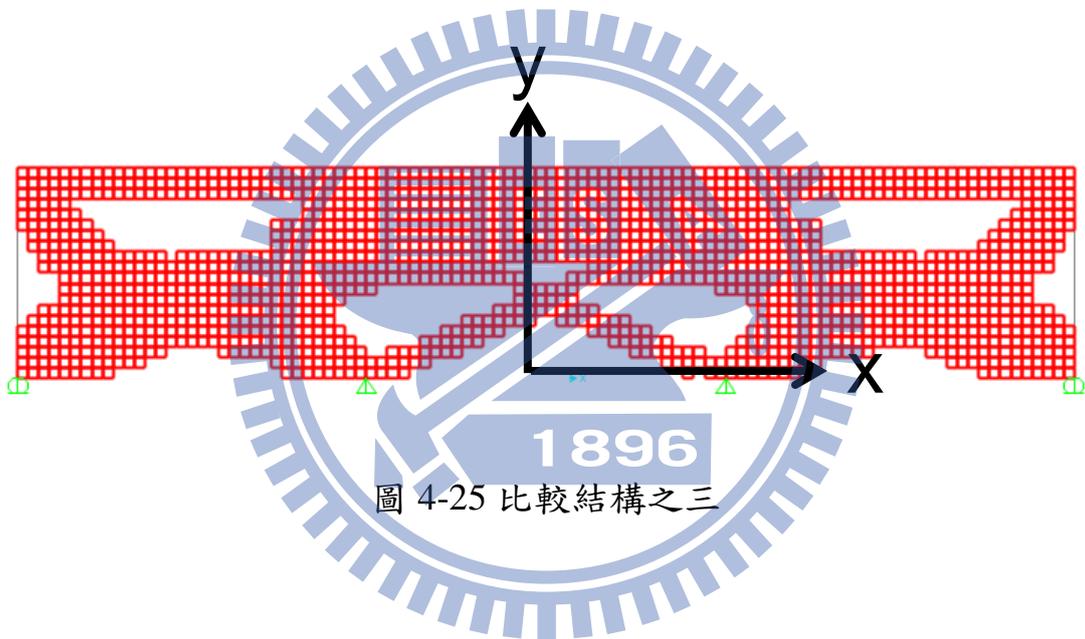
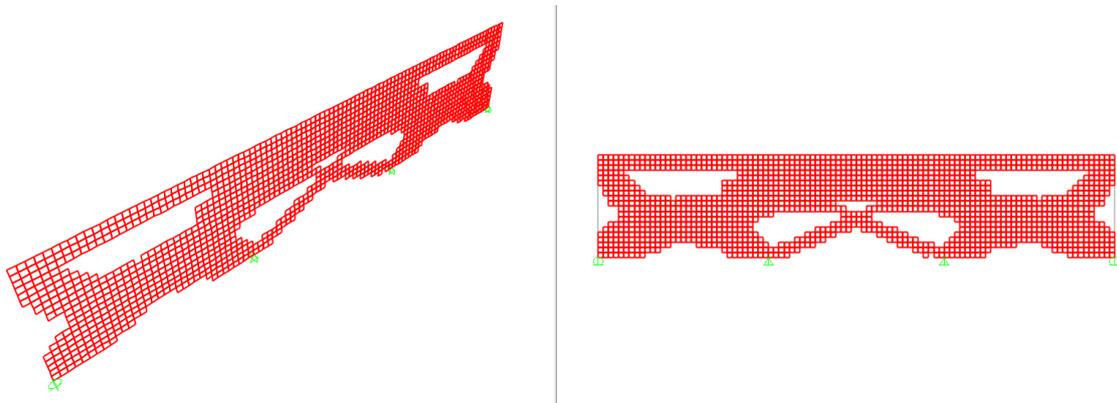


圖 4-25 比較結構之三

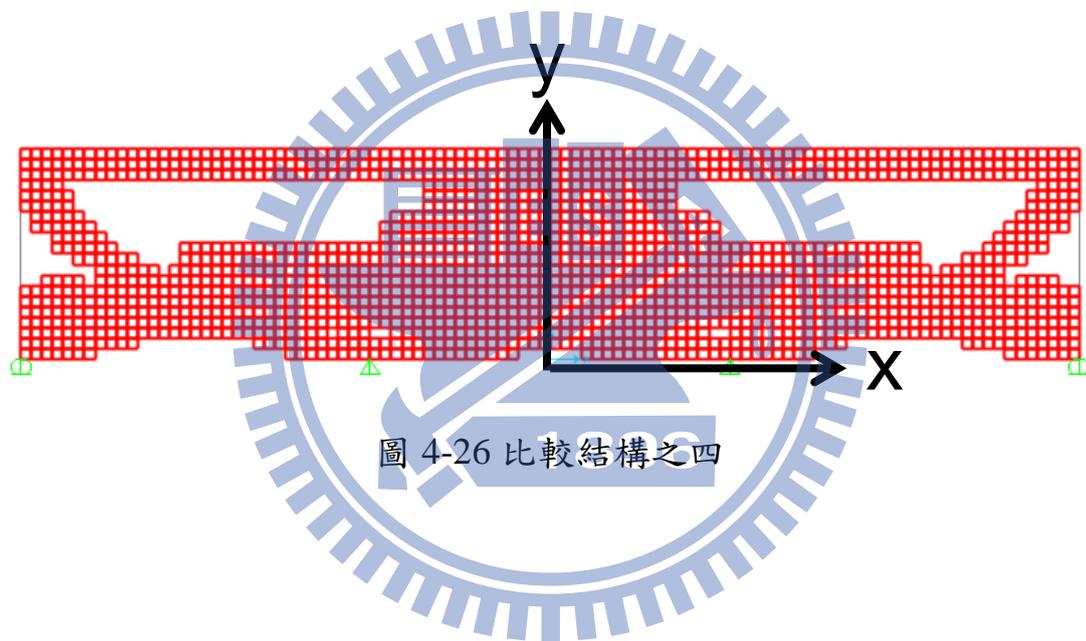
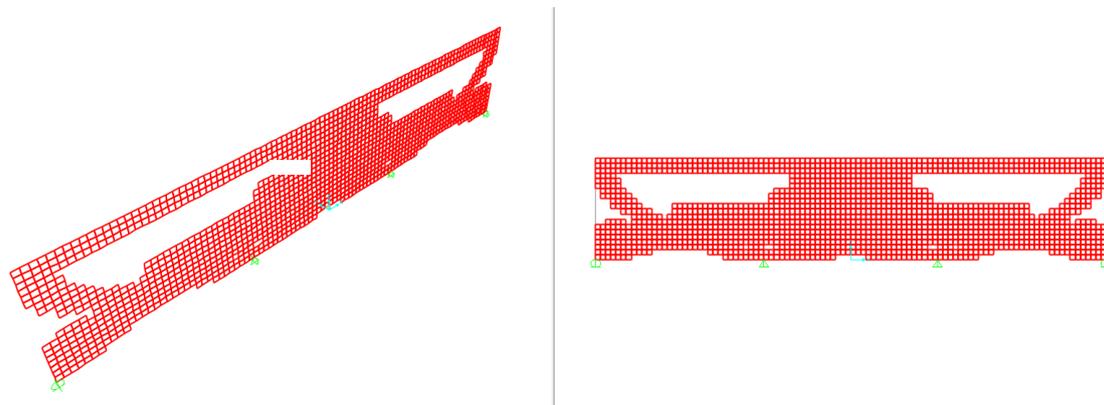


圖 4-26 比較結構之四

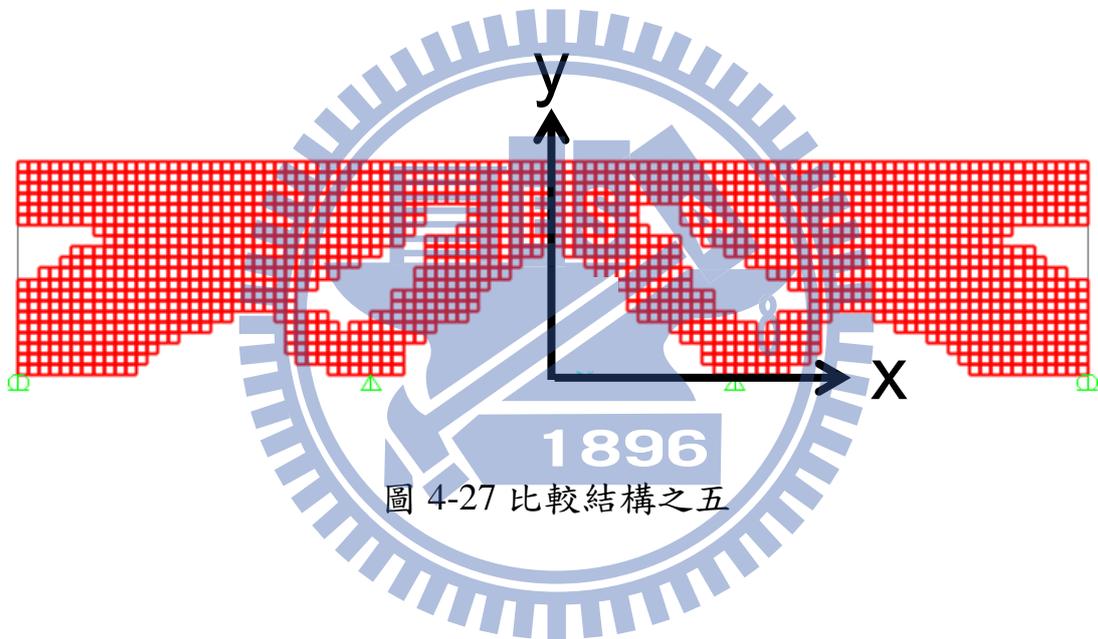
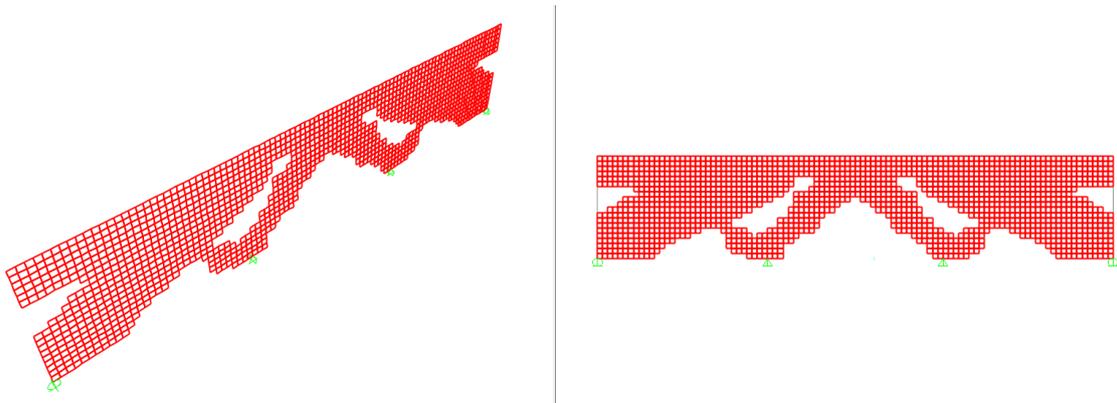


圖 4-27 比較結構之五

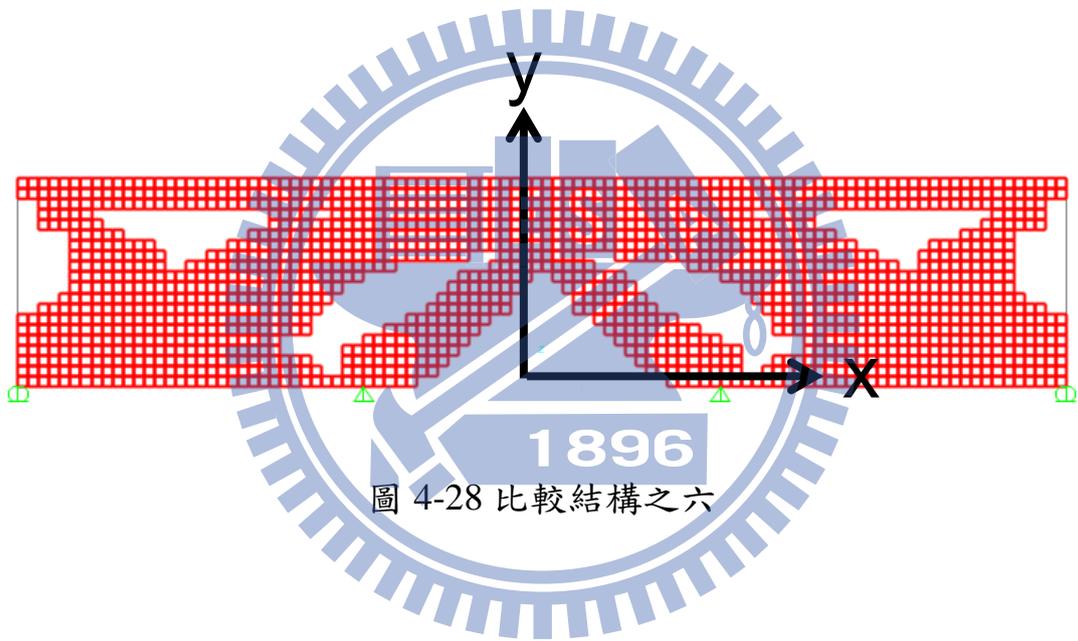
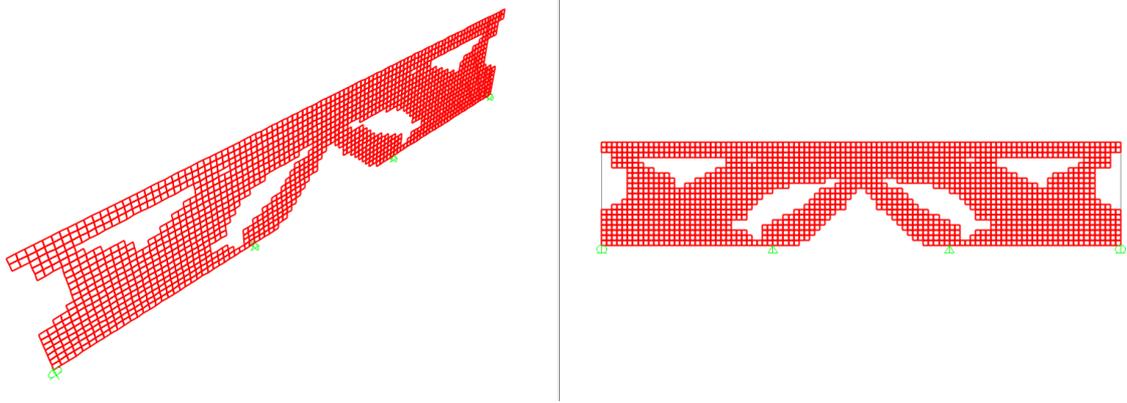


圖 4-28 比較結構之六

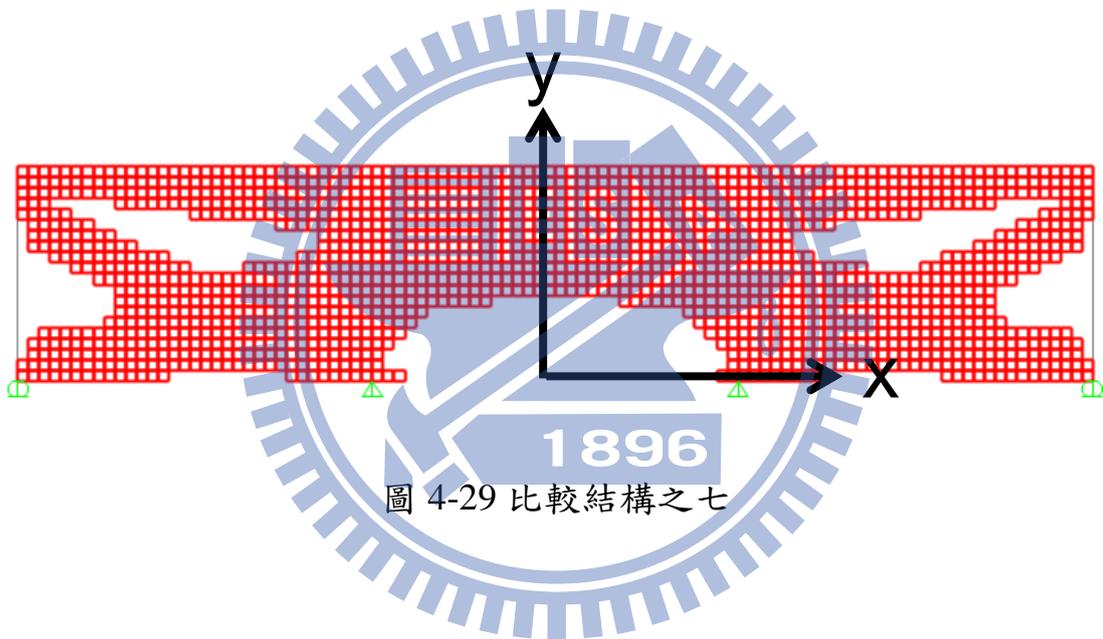
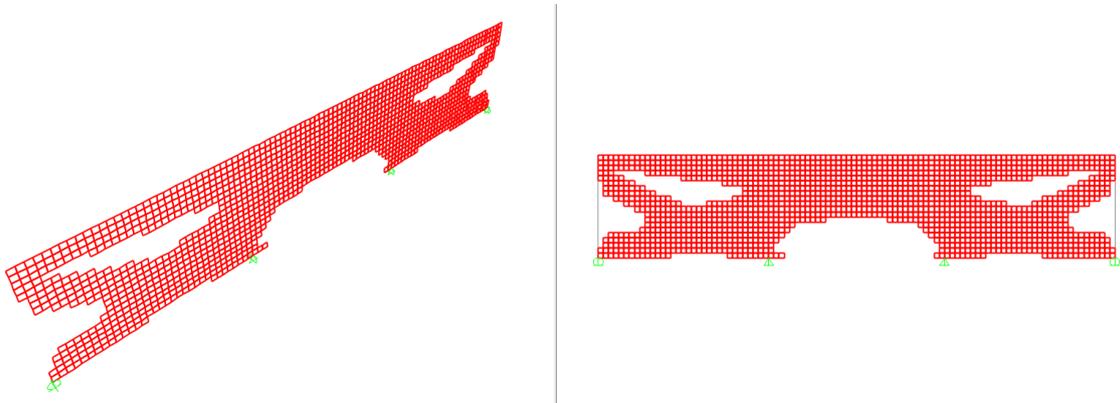


圖 4-29 比較結構之七

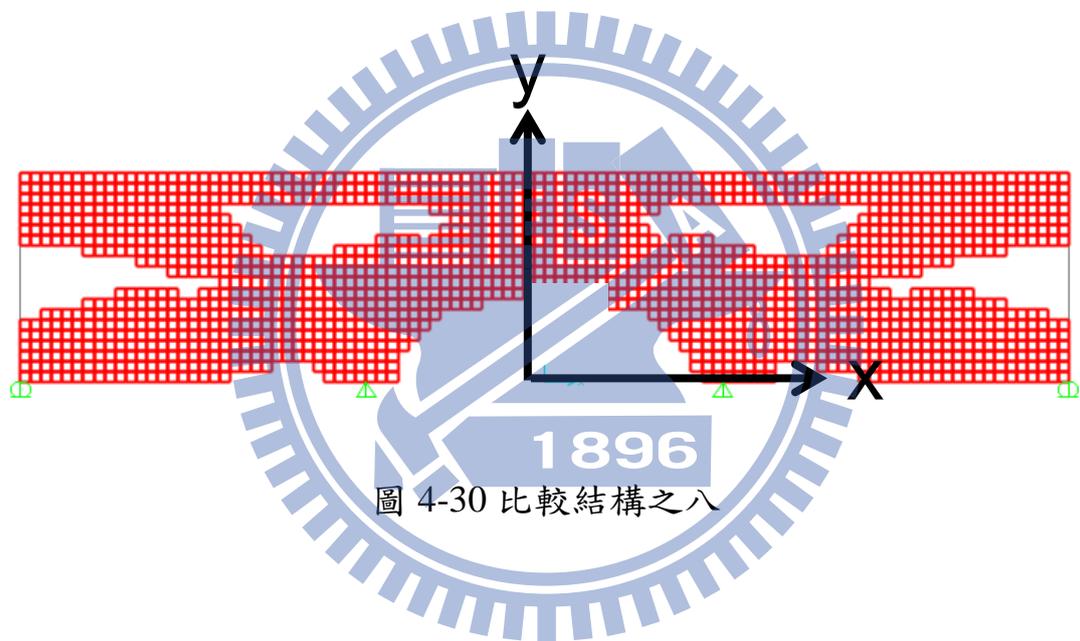
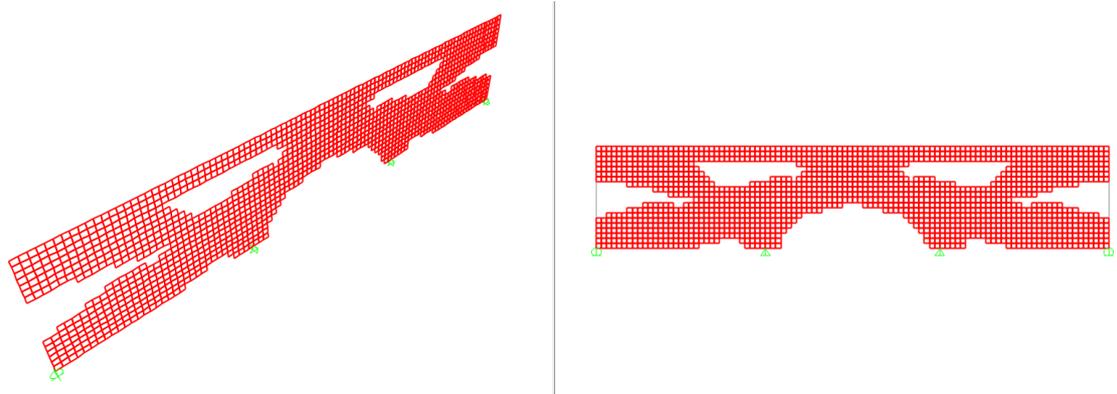


圖 4-30 比較結構之八

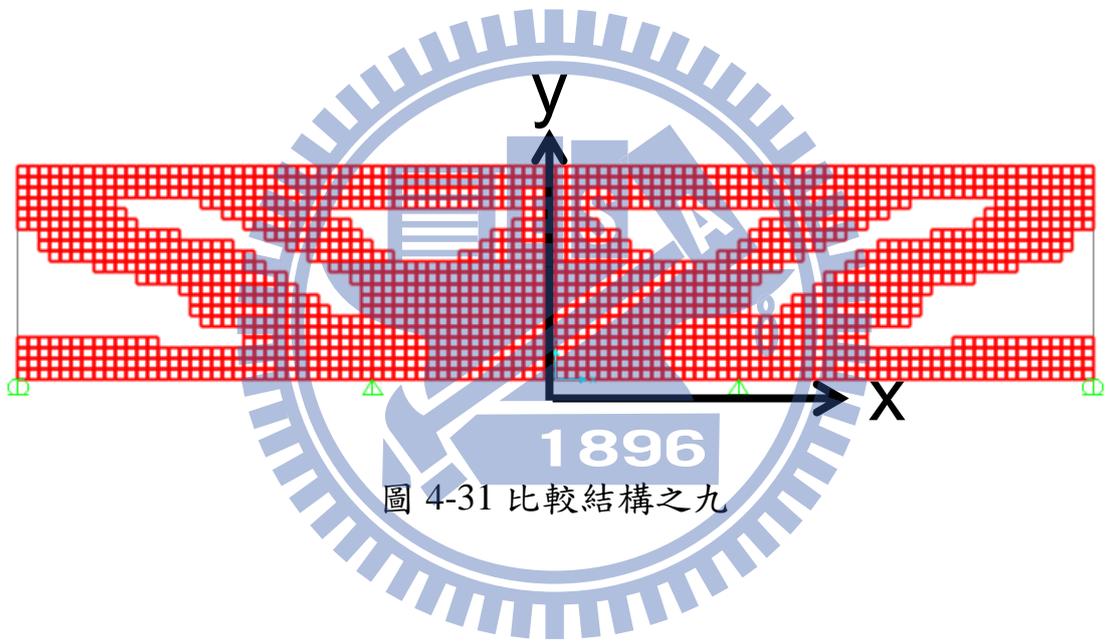
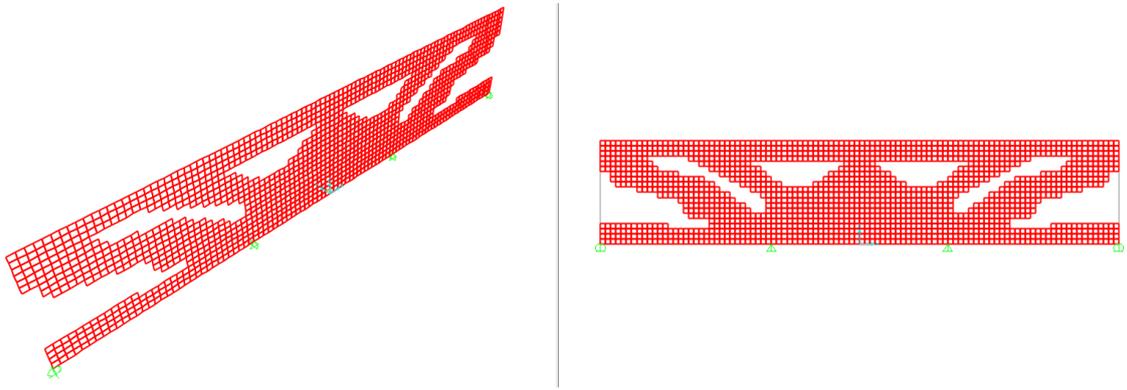


圖 4-31 比較結構之九

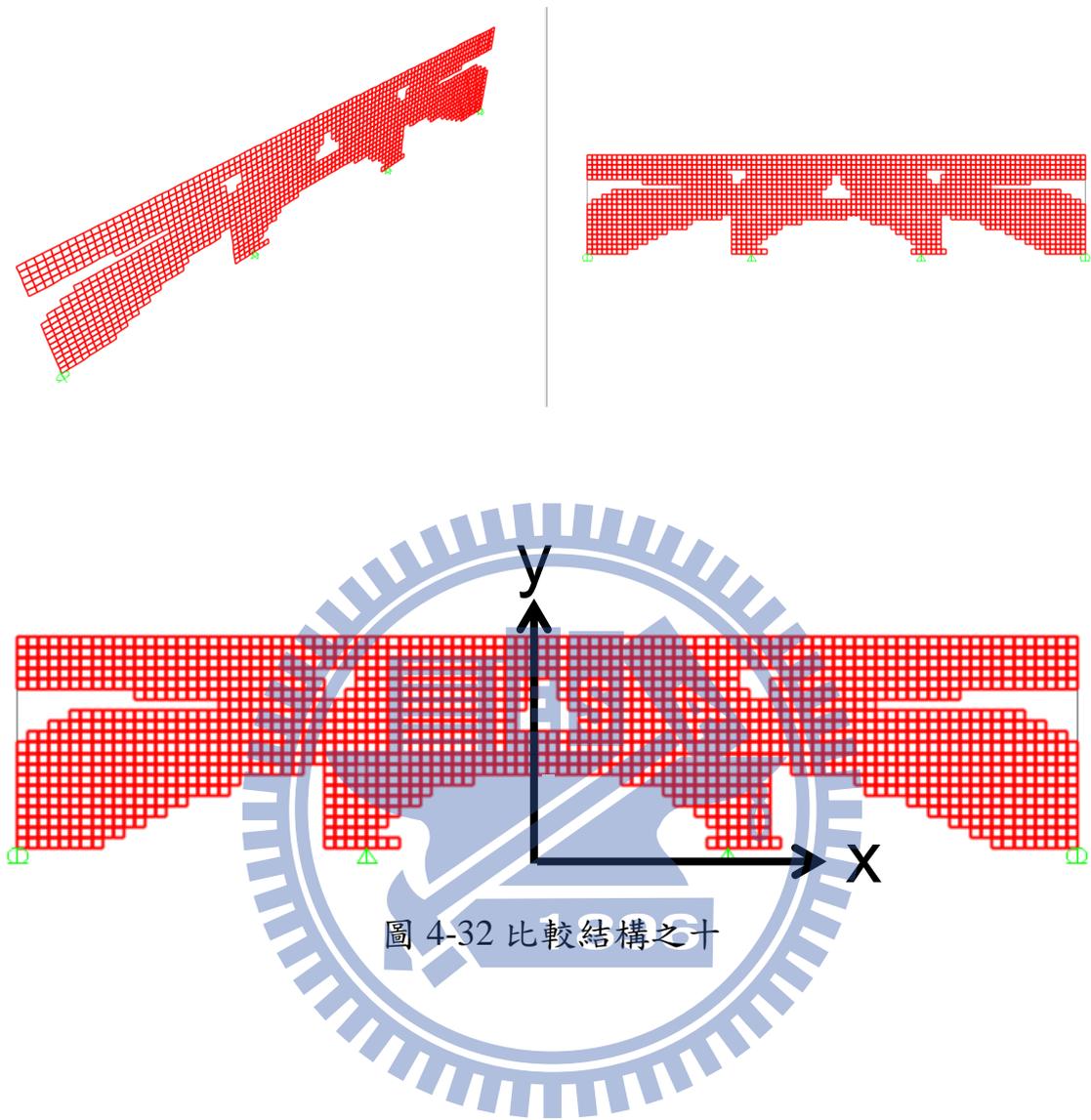


圖 4-32 比較結構之十