

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

連續蜿蜒管道微混合器流場分析

Analysis of the flow in micromixers with
wavy channels



研究生：唐宜甫

指導教授：崔燕勇

中華民國九十四年七月

連續蜿蜒管道微混合器流場分析

Analysis of the flow in micromixers with wavy channels

研 究 生：唐宜甫

Student：Yi-Fu Tang

指導教授：崔燕勇

Advisor：Yeng-Yung Tsui

國 立 交 通 大 學
機 械 工 程 學 系
碩 士 論 文



A Thesis
Submitted to Institute of Mechanical Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Mechanical Engineering
July 2005
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

連續蜿蜒管道微混合器流場分析

研究生：唐宜甫

指導教授：崔燕勇 博士

國立交通大學機械工程研究所

摘 要

在微尺度下的管道中，流體受到尺寸的限制只能以層流的形式流動，流體間的混合通常只藉由分子擴散機制來進行混合，必需利用其他機制來提升混合效果，減少管道長度。本文探討在 S 型波狀、方形波狀及三維蜿蜒三種不同幾何結構的管道中流場性質及混合分析，利用管道簡單彎曲的變化，產生二次流場，使介面快速扭曲、拉長，增加接觸面積及減少管道的長度。並且改變雷諾數，觀察流場二次流場及混合效果。由數值模擬結果發現，在低雷諾數($Re < 6$)下，S 型波狀及方形波狀管道中，二次流相當微小，混合由擴散機制主導，混合效果較差，須提升雷諾數增加混合效果。而流場在三維蜿蜒管道中變化大，混合效果最佳。提高雷諾數，相對增加管道中的橫向速度，有助於增加擴散面積，提升混合效果。

Analysis of the flow in micromixers with wavy channels

Student : Yi-Fu Tang

Advisor : Dr. Yeng-Yung Tsui

Institute of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Due to micro-scale channel, the internal fluid is constrained to flow laminar and the mixing mechanism is mostly dominated by molecular diffusion as well. the mixing efficiency is still needed to be improved by utilizing more other mechanisms, due to which the required length of channel is surely shortened. In thesis, the simulation focused on predicting the properties of fluid field and mixing efficiency in the different geometries of channels. We selected three different kinds of geometry of channel: S wave channel, square wave, and 3D serpentine channel. By changing of the channel simple geometries, in order to the interface quickly twists, stretches, and increase the area of contacting and reduce the length of the channel. Furthermore, the changed Reynolds number, to observe the property of secondary flow and mixing efficiency. As the Reynolds number < 6 , however, the mixing process is dominated by molecular diffusion instead of effects of the secondary flow being too small in both S wave and Square wave channels. On the other hand, the best mixing process can be seen in 3D channel of which the geometries is more complicated and causing the interfacial deformation and elongation to enlarge diffusion area. The higher Reynolds number relatively magnifies the intensity of secondary flow and speeds up the velocity as well. The mixing efficiency is undoubtedly improved.

誌謝

衷心感謝崔燕勇教授在我研究所兩年的歲月中，無論在課業中或是論文研究上殷切的指導，使我得以完成這篇論文。同時也要感謝吳添成、胡育昌學長的教導，以及謝崇民、沈昀蓁同學們的幫助，還有林士超、楊晴翔、柯柏翰等學弟們的陪伴，另外也感謝傅武雄教授和林振德教授與楊文美教授在論文上的建議，在此至上謝意。

特別感謝父母親多年的養育，在我碩士生涯中，一直不斷鼓勵著我，沒有他們就沒有今日的我，僅以此小小的成就獻給他們。最後感謝幫助我成長的師長、朋友、同學、伙伴們，謝謝你們。



唐宜甫 2005.7.20

于交大機械研究所 計算流力實驗室

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
符號說明	viii

第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	3
1.3 研究目的.....	8
第二章 數學模式.....	9
2.1 基本假設.....	9
2.2 統御方程式.....	9
2.3 邊界條件.....	12
2.4 混合效率定義.....	13
第三章 數值方法.....	14
3.1 離散化.....	14
3.2 壓力與速度的耦合關係式.....	18
3.3 求解過程.....	23
第四章 結果與討論.....	24
4.1 簡介.....	24
4.2 網格測試及與實驗結果測試.....	24
4.3 S 型波狀管道的流場結構與混合分析.....	25
4.4 方型波狀管道的流場結構與混合分析.....	27

4.5 三維蜿蜒管道的流場結構與混合分析.....	28
4.6 三種管道混合比較.....	30
第五章 結論.....	31
參考文獻.....	32



圖目錄

圖 1.1	熱驅動式氣泡泵混合器[1].....	34
圖 1.2	超音波混合器[2].....	34
圖 1.3	微型噴嘴混合器[4].....	34
圖 1.4	交叉混合系統[5].....	35
圖 1.5	凹槽式的混合器[6].....	35
圖 1.6	蜿蜒混合器[7].....	35
圖 1.7	具交叉結構混合器[8].....	35
圖 2.1	S 型波狀管道幾何外型與網格示意圖： (a)外型示意圖，(b)第一段網格示意圖，(c)週期性網格示意圖.....	36
圖 2.2	方型波狀管道幾何外型與網格示意圖： (a)外型示意圖，(b)第一段網格示意圖，(c)週期性網格示意圖.....	37
圖 2.3	三維蜿蜒管道幾何外型與網格示意圖： (a)外型示意圖，(b)第一段網格示意圖，(c)週期性網格示意圖.....	38
圖 3.1	over-relaxed approach 法.....	39
圖 3.2	計算邊界壓力示意圖.....	39
圖 4.1	90 度彎管示意圖.....	40
圖 4.2	90 度彎管網格示意圖.....	40
圖 4.3	實驗數據網格測試.....	41
圖 4.4	90 度彎管彎曲部分示意圖.....	41
圖 4.5	三種管道網格測試： (a) S 型波狀管道，(b)方型波狀管道，(c)三維蜿蜒管道.....	42
圖 4.6	S 型波狀管道在不同 Re 值之混合效率.....	43
圖 4.7	S 型波狀管道第一段上視圖.....	43
圖 4.8	Re=6,在 $\theta_1=90^\circ$ 及 $\theta_2=90^\circ$ 截面的速度向量及壓力梯度分佈圖.....	43
圖 4.9	Re=6,截面速度向量及濃度分佈圖： (A) $\theta_1=3^\circ \sim \theta_1=180^\circ$ ，(B) $\theta_2=3^\circ \sim \theta_2=180^\circ$	44
圖 4.10	Re=60,截面速度向量及濃度分佈圖： (A) $\theta_1=3^\circ \sim \theta_1=180^\circ$ ，(B) $\theta_2=3^\circ \sim \theta_2=180^\circ$	46

圖 4.11	S 型波狀管道上視圖.....	48
圖 4.12	不同週期的截面濃度分佈圖： Re=1(left), Re=6(middle), Re=60(right).....	48
圖 4.13	不同週期在截面中心上的橫向速度曲線圖.....	49
圖 4.14	方型波狀管道在不同 Re 值之混合效率.....	50
圖 4.15	方型波狀管道第一段上視圖.....	50
圖 4.16	Re=6, 在 Y=2.8b、Y=6.8b 截面的速度向量及壓力梯度分佈圖.....	50
圖 4.17	Re=6 在不同 Y 方向之截面速度向量、濃度分佈圖.....	51
圖 4.18	Re=60 不同 Y 方向之截面速度向量、濃度分佈圖.....	52
圖 4.19	方型波狀管道上視圖.....	54
圖 4.20	在不同 Y 的截面濃度分佈圖： Re=1(left), Re=6(middle), Re=60(right).....	54
圖 4.21	不同週期在截面中心的橫向速度曲線圖.....	55
圖 4.22	三維蜿蜒管道在不同 Re 值之混合效率.....	56
圖 4.23	三維蜿蜒管道第一段上視圖.....	56
圖 4.24	Re=1 在不同 Y 方向之截面速度向量圖.....	56
圖 4.25	Re=1 在不同 Y 方向之截面濃度分佈圖.....	58
圖 4.26	Re=6 在不同 Y 方向之截面速度向量圖.....	59
圖 4.27	Re=6 在不同 Y 方向之截面濃度分佈圖.....	60
圖 4.28	Re=60 在不同 Y 方向之截面速度向量圖.....	61
圖 4.29	Re=60 在不同 Y 方向之截面濃度分佈圖.....	62
圖 4.30	不同 Y 方向之橫向速度曲線圖.....	63
圖 4.31	三維蜿蜒管道上視圖.....	64
圖 4.32	Re=6 不同 Y 方向：(A)濃度分佈圖，(B)質點路徑分佈圖.....	64
圖 4.33	Re=6 不同 Y 方向：(A)濃度分佈圖，(B)質點路徑分佈圖.....	65
圖 4.34	Re=60 不同 Y 方向：(A)濃度分佈圖，(B)質點路徑分佈圖.....	65
圖 4.35	不同管道混合效率：(A)Re=1、(B)Re=6、(C)Re=60.....	66
圖 4.36	方型波狀管道在 Z=0.51 截面速度向量圖(A)、濃度分佈圖(B).....	67
圖 4.37	S 型波狀管道在 Z=0.51 截面速度向量圖(A)、濃度分佈圖(B).....	67

符號說明

符號	定義
A_i	第 i 個格點的面積
a	進口截面寬度
b	進口截面高度
C	濃度
C_o	其中一進口的濃度
C^*	無因次化濃度
\bar{C}	進口平均濃度值
D	擴散係數
d	水利直徑
F	通量
L	管道中心線長度
\dot{m}	質量流率
N	週期性網格總數
P	壓力
Pe	裴立數
Re	雷諾數
Sc	史密特數
S_f	控容面之面積向量
R	曲率半徑
U	X 方向速度分量
u	X 方向之速度項
V	Y 方向速度分量

\bar{V}	入口處的平均速度值
\vec{V}	速度向量
v	Y 方向之速度項
w	Z 方向之速度項
希臘符號	
ρ	密度
μ	黏滯係數
θ	方位角度
Φ	變數
η	混合效率
下標	
b	壁面上中點
C	控制體積周圍網格之中心格點
f	控容面面之中點
P	主格點
上標	
c	對流項
d	擴散項
UD	上風差分法
CD	中央差分法

第一章 緒論

1-1 前言：

微系統(Microsystem)是整合電、機械、流體及光學等物理領域之元件系統，其元件尺寸範圍介於微米(μm)至毫米(mm)之間，由於體積微小化的優勢，可提供降低製程成本、大量生廠及輕量化等優點，目前應用於生物科技、醫療工業、航太工業、消費產品及無線通訊應用上。近幾年來，生物晶片迅速發展，主要利用微系統加工的成熟技術，再加上生醫、化學領域應用，其應用範圍非常廣泛，如基因及蛋白質功能研究、新藥開發、臨床檢驗、菌種檢測及法學檢定等。

生物晶片是結合生物、電腦、機械等領域的研究人員所發展出來的最新生物科技。研究現今仍屬於初期發展階段，依功能用途來區分，主要可分為二大類：

第一類為檢測型晶片(微陣列晶片)，如基因晶片(Genechip，DNAchip)、蛋白質晶片(protein chip，Protein array)。此類晶片主要檢測基因及蛋白質資訊研究，了解人類基因功能的自動化分析。

第二類為處理型晶片，如微流體晶片(Microfluidics) 及微實驗室晶片(Lab-on-a-chip)。此晶片是將微混合器(Micromixer)、微感應器(Microsensor)及微制動器(Microactuation)等元件整合至晶片上，讓液體或氣體在晶片上執行混合、分離、培養、加熱等功能。此晶片相當於傳統生化分析儀器給予微小化，且在生物晶片與傳統大型實驗儀器及分析設備相較之下，生物晶片具備下列優點：

(1) 樣品需求量少：由於微小化，使得量測或檢驗的物品需求量減少，可降低實驗上成本上的花費。

(2) 縮短分析和反應時間：在藥物混合、化學反應方面由於樣品少，可減少反應時間。

(3) 降低成本：可大量製造，降低成本提升市場競爭力。

生物晶片除了元件的微小化之外，縮短分析時間也相當重要。在生物分子反應中，如抗體、酵素及分析液的互相混合產生反應；以及藥物、化學混合的反應中，混合是否完全將嚴重影響整體生物晶片的效率，因此在生物晶片上的微混合器(Micomixer)就是扮演相當重要的角色，設計一個良好的微混合器不僅要考慮整合性，同時也必須考慮到快速混合的目的。

在巨觀尺度的流場中，兩種或多種以上不同的流體進行混合，通常是藉由機械式的攪拌器，使流體產生紊流(turbulent flow)的作用，達到快速混合的效果。

但是在微尺度的流體中，混合兩種或兩種以上的流體，是需要較長的時間，主因是受到尺寸的限制，要將攪拌機制的裝置加入微流體晶片中，是相當困難的，且通常微管道中流體的雷諾數很低($Re < 100$)，流體僅能以層流(laminar flow)的形式移動。在無紊流的作用下，流體間的混合通常只能藉由緩慢的分子擴散

(molecular diffusion)作用，這使得混合器需要較長的路徑來進行混合，導致混合時間緩慢。而混合緩慢嚴重影響到整體晶片的反應效率，若能縮短混合時間相對的可提升晶片反應的效率。因此爲了要達成快速混合的目的，必須發展其他的混

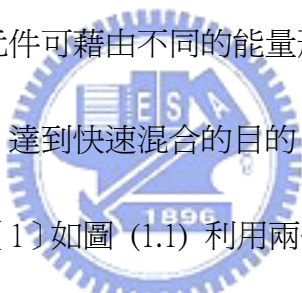
合機制，促使流體產生快速的混合效果及減少混合均勻所需要的路徑，以解決混合緩慢的問題。

1 - 2 文獻回顧：

近年來許多人爲了解決混合緩慢的問題，設計許多不同的混合裝置，這些微型混合器依混合方式可以分爲主動式混合器及被動式混合器兩大類：

1-2-1 主動式混合器 (active mixer)：

主動式混合器是利用驅動器元件(moving parts)來移動混合器中的流體，且裝置在混合室外部的驅動元件可藉由不同的能量形式，來驅動流體使流體在混合室裡產生不穩定的擾動，達到快速混合的目的。



Evans and Liepmann (1997) [1] 如圖 (1.1) 利用兩側的熱驅動式氣泡泵(thermally actuated bubble-pump)產生氣泡，將流體推入混合區，藉由泵給予流場產生擾動來促進混合。**Yang** 等學者(2001) [2] 如圖 (1.2) 利用混合室外加入一個壓電材料(PZT)，然後將壓電材料通電產生超音波，而音波使得混合室產生震動促進兩液體混合。**Oddy** 等學者(2001) [3] 設計一種加電壓式的混合器，利用泵將兩流體推進混合器，然後在混合器左右旁邊施加高電壓，使得混合器的兩流體產生不穩定的擾動。**Miyake** 等人(1993)[4]將一液體佈滿在混合區內，然後藉由 400 個長度 $15\mu\text{m}$ 寬度 $15\mu\text{m}$ 的微型噴嘴將混合液注入混合區，藉由噴嘴，增加兩液體的混合接觸面積，達到快速的變化，如圖 1-4。

1-2-2.被動式混合器 (passive mixer) :

被動式混合器除了使用固定流量驅動流體外，在無其他能量輸入的情況下，利用管道的幾何結構，使流體產生與主流方向垂直的二次流現象，造成兩種不同液體的接觸面積產生扭曲、拉長的現象，並且縮短要達成混合均勻的混合長度。Schwesinger 等學者(1996) [5] 設計一混合系統，利用兩個管道接合後，又在同一面分成兩個管道，持續接合的混合系統。主要利用幾何外型的上下、左右的分合性質，使得兩液體多次分合，而增加兩液體之間的混合接觸面積，達到快速混合，混合系統如圖 1.3 所示。

Stroock 等學者(2002) [6] 在低雷洛數($Re=0.01\sim 10$)下，將水及甘油水在兩種底部凹槽式的混合器進行混合，分別為直斜凹槽微混合器(straight ridges micromixer)、人形凹槽微混合器(staggered herringbone mixer)圖 1-4，藉由幾何外型的凹槽，產生與主流呈垂直方向的橫向混沌流(chaotic flow)，可提升混合效果減少為管道長度。實驗結果，人形凹槽微混合器的混合效果比直斜凹槽微混合器好，且需要完成混合均勻的長度與 $\ln[Pe]$ 成正比(Pe 為 Peclet number $Pe = \bar{V}d/D$ ， D 為擴散係數， d 為水力直徑， \bar{V} 入口平均速度)。

Aubin 等學者(2003) [7] 模擬直斜型凹槽微混合器、人形凹槽微混合器的流場，其結果顯示，在直斜型凹槽微混合器會產生單一螺旋流場，而人形凹槽微混合器則是產生兩個選轉方向相反的螺旋流場。此外，在相同管道長度 $Y=0.01m$ 的質點

路徑分佈圖形中，人形凹槽微混合器比直斜型凹槽微混合器分佈的更均勻。且人形凹槽微混合器的質點分佈圖與 Stroock 等學者〔6〕具有混沌流場的橫向截面相當類似，因此利用質點路徑分佈圖形來進行量化混合效率。

Liu 等學者(2000)〔8〕利用 Silicon 蝕刻出三種混合器分別是矩形直管、方形波形微混合器(square-wave mixer)與三維蜿蜒微混合器(Three-Dimensional serpentine mixer)，如圖 1-5 所示，並且利用酚酞指示劑與氫氧化鈉溶液來觀察混合現象。

結果顯示三維蜿蜒微混合器會比方形波狀混合器混合效果好，流體在三維蜿蜒微混合器中存在著二次流(secondary flow)結合軸流(axial flow)造成液體間的接觸面會拉長和重疊，因此混合接觸面積隨之增加，造成混沌對流現象，提升混合效果，且混合能力會隨著雷諾數的增加而更快均勻。

Liu 等學者(2004) [9] 數值計算水與甘油水兩種液體在三維蜿蜒微混合器與人字型凹槽微混合器的混合狀況。三維蜿蜒混合器在 $Re=1$ 時，因混合單只靠分子擴散作用，所以混合效率隨著甘油的濃度減少而快均勻。在 $Re=10$ 時，因流場的對流效應增，使得混合效率隨著甘油濃度增加而更快均勻。但是在人字型凹槽微混合器的混合狀況中，不管改變 $Re(Re=1、10)$ 及濃度的大小，其混合效率並沒有很明顯的改變。

Mengeaud 等學者(2002)〔10〕計算二維(2-Dimensional) Z 型為混合器，兩流體由 Y 型微管進入，經 Z 型微管道，產生回流現象，達到兩流體的快速混合效果。而幾何外型跟雷洛數均是影響混合效果的重要係數。其結果顯示，在同 Peclet number

($Pe=VL/D$)值下，幾何外型 $s/w=400$ (s 為兩個彎曲間的水平距離， w 為管的寬度)，混合效果最好，主因是流場中產生迴流區域較廣，造成兩流體間的接觸面積拉長，導致提升混合。

Bertsh 等人[11](2001)設計兩種微混合器，其一利用包含左螺旋右螺旋的結構產生液體混合的效果，藉由流體分離原理，將流體的混合介面增加，達成混合效果。

其二分為由交叉管道所構成使流體分離後又接合的微管道混合器，如圖 1-6。

Knigh 等人[12](1998)利用微型噴嘴將液體直接注入與混合液正交方向的液體中，由於擠壓的作用將混合一壓縮起來，藉由介面的擴散作用使得兩液體快速混合。

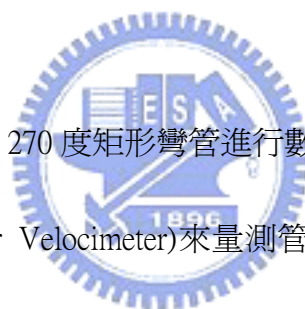
Gobby 等人[13](2001)模擬甲醇與氧氣在 T 行為混合器中的特性，氣體假設為層流可壓縮流及滑移邊界，改變高寬比及進口角度性質，即不同流速值進行混合模擬，結果顯示，混合均勻所需的長度與流速成正比，高寬比增加混合長度成反比，而改變進口型狀為節流閥設計，其混合效果提升。

Schonfeld and Hardt (2004)〔14〕利用模擬軟體分析單壁面斜凹槽管道、雙壁面斜凹槽管道及矩形彎管的二次流大小。結果顯示，在雙壁面凹槽管道與單壁面凹槽管道的相較之下，雙壁面凹槽管道中具有較大的橫向的平均速度。在矩形彎管中，管內的流場因離心力作用造成二次流現象，然而改變 K 值 (Dean number, $K=Re(d/R)^{0.5}$, d 為水利直徑， R 為彎管的彎曲半徑)，可觀察出二次流圖案形式由一對渦流增至兩對。

流體流經彎管會有二次流的產生，且此現象有助於微流體的混合分析，因此

我們將探討彎管內的流場性質，參考不同的重要參數以及幾何外型，作為促進混合效率的機制。

Hille 等學者(1985)〔15〕利用雷射督普勒速度計(laser-Doppler Velocimeter)量測在 180 度矩形彎管中的流體，利用不同的 K (Dean number)參數和方位角度 θ 來觀察流場中的變化。結果發現由於彎管的幾何條外型，離心力的作用下使得 $\theta = 0^\circ \sim 60^\circ$ 動量朝著外側壁面傳輸，而在 $\theta = 45^\circ \sim 108^\circ$ 有部分動量傳輸是朝向內側壁面。在截面高寬比為 1，彎曲率為 6.45 的幾何外型下， K 值在介於 150 至 300 之間，發現截面二次流有第二對渦流在外側壁面附近形成且旋轉方向互相相反，且位置在 $\theta = 108^\circ \sim 127^\circ$ 之間。



Bara 等學者(1992)〔16〕針對 270 度矩形彎管進行數值分析和實驗分析，利用雷射都普勒速度計(laser-Doppler Velocimeter)來量測管道彎曲率 $R/d=15.1$ 的彎管流場。結果發現，當 $K=125$ 時，在方位角 $\theta = 20^\circ \sim 270^\circ$ 之間，截面二次流圖形均由一對旋轉方向相反的渦流構成。當 $K=150$ 時，在 $\theta = 100^\circ \sim 120^\circ$ 之間，截面二次流圖形由一對渦流增至為兩對渦流。且流場在彎管內發展成完全發展流時，觀察 $\theta = 120^\circ \sim 240^\circ$ 以後的截面圖，則二次流的圖形將恢復兩對渦流的現象。其管道的高寬比、彎曲率及流場的雷諾數均是影響二次流的重要參數。

1-3 研究目的：

微管道中流體僅能以層流的形式移動，流體間的混合通常只能藉由分子的擴散作用達成，爲了促進快速混合效果，許多人設計不同的混合裝置，從文獻回顧得知，主動式微混合器的混合效果優於被動式微混合器，但是在晶片上附加驅動器元件，往往產生電能和熱能，容易使得其他整合元件受到傷害，且主動式混合器在製造、控制系統和整合系統上困難度也比被動式混合器高。在成本與製程上的考量下，被動式混合器由於它的製程簡單且容易操控而逐漸被重視。本文研究中將採用非結構性網格，以計算流體力學方式，模擬不同的蜿蜒管道幾何外型，藉由幾何外型的變化，促使混合介面產生扭曲，增加混合擴散面積，改善微尺度下混合緩慢的困擾。



第二章 數學模式

2.1 基本假設

S 型波狀、方形波狀及三維蜿蜒管道均有連續相同的幾何外型，我們爲了避免網格數太過於龐大，減少數值計算的時間，利用週期性網格來計算具有週期性的幾何外型的部份，分段式去進行運算，第一段以圖 2.1(b)所示，具有進出口之網格示意圖，一段網格當中 S 型管道的部份爲週期性網格。其方形波狀及三維蜿蜒管道如圖 2.2(b)(c)、2.3(b)(c)所示。因此邊界條件我們分爲第一段邊界條件和週期性邊界條件。

所分析之方型波狀管道、S 型波狀管道及三維蜿蜒管道，如圖 2.1(a)、2.2(a)及 2.3(a)所示，對本研究的流場我們作以下的假設：

1. 流場爲穩態、層流及不可壓縮流。
2. 流體爲牛頓流體(Newtonian Fluids)。
3. 流場保持恆溫。
4. 不考慮物體力。
5. 壁面是不可滲透性。
6. 流體的性質(如密度、黏滯係數、擴散係數)，不會隨著濃度的變化而改變。

由於假設流體性質不隨著濃度變化而改變，質傳方程不與連續、動量方程聯立解。

2.2 統御方程式(Governing Equation)

由以上的假設，我們可以推得所需的統御方程式如下：

1. 連續方程式：(Continuity Equation)

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

2. 動量方程式 (Navier-Stokes Equation)

$$\text{div}(\rho \vec{V} \vec{V}) = -\text{grad}P + \text{div}(\mu \text{ grad} \vec{V}) \quad (2.2)$$

3. 質傳方程式(Concentration Equation)

$$\text{div}(\vec{V}C) = \text{div}(D \text{ grad}C) \quad (2.3)$$

其中， \vec{V} 為速度， ρ 為密度， P 為壓力， μ 為黏滯係數， C 為溶質在溶劑的濃度， D 為溶質在溶液的擴散係數。

在計算的過程中，我們將上述之統御方程式予以無因次化後，再計算之。而無因次化參數的定義如下：

$$x^* = x/d, \quad y^* = y/d, \quad z^* = z/d, \quad u^* = u/\bar{V}, \quad v^* = v/\bar{V}, \quad w^* = w/\bar{V},$$

$$p^* = p/\rho \bar{V}^2, \quad C^* = C/C_o, \quad \text{Re} = \rho \bar{V} d / \mu, \quad \text{Pe} = \text{Re} * \text{Sc} = \bar{V} d / D$$

其中：

d : Hydraulic diameter, $d = \frac{2ab}{(a+b)}$ ，其中 a 為入口寬度， b 為入口高度。

\bar{V} : 入口處的平均速度值。

C_o : 其中一進口的濃度值。

Re : Reynolds number, $\text{Re} = \rho \bar{V} d / \mu$

Sc : Schmidt Number, $\text{Sc} = \frac{\nu}{D}$

Pe : Peclet number, $\text{Pe} = \text{Re} * \text{Sc} = \bar{V} d / D$

而經過無因次化後的統御方程式如下：

連續方程式：

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (2.5)$$

X 方向動量方程式：

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad (2.6)$$

Y 方向動量方程式：

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad (2.7)$$

Z 方向動量方程式：

$$u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad (2.8)$$

質傳方程式：

$$u^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial C^*}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad (2.9)$$

2.3 邊界條件(Boundary Conditions)

2.3.1 第一段邊界條件

2.3.1.1 流速邊界條件假設

1.入口：為均勻流(uniform flow)， $u^* = w^* = 0$ ， $v^* = 1$ (2.10)

2.出口：假設速度梯度等於零， $\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = \frac{\partial w^*}{\partial x^*} = 0$ (2.11)

3.固定邊界：採用無滑動(No Slip)的邊界條件， $u^* = v^* = w^* = 0$ (2.12)

2.3.1.2 濃度邊界條件假設

1.入口：入口濃度分兩邊：一邊為 $C^* = 1$ ，另一邊 $C^* = 0$

2.出口：濃度梯度為零， $\frac{\partial C^*}{\partial x^*} = 0$ (2.13)

3.固定邊界：垂直壁面濃度梯度為零， $\frac{\partial C^*}{\partial N} = 0$ (2.14)

2.3.2 週期性邊界條件假設

1.入口速度：為前週期(已經過數值方法收斂之)出口速度值。

入口濃度：為前週期(已經過數值方法收斂之)出口濃度值。

2.出口速度：速度梯度等於零， $\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = \frac{\partial w^*}{\partial x^*} = 0$

出口濃度：濃度梯度為零， $\frac{\partial C^*}{\partial x^*} = 0$

3.固定邊界： $u^* = v^* = w^* = 0$ ， $\frac{\partial C^*}{\partial N} = 0$

2.4 混合效率定義

爲了判斷混合的成效如何，因此我們必須定義一個混合效率(Mixing efficiency)，來量化混合成效的好壞。在參考文獻中我們介紹實驗上判斷混合效率的方式，大致可以區分以酚酞酸鹼指示劑與感光染料爲最常見使用的方法，我們將參考 Liu 等學者〔8〕的量化灰階值得方式，其定義混合效率如下所示：

$$\eta = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |C_i - \bar{C}| A_i}{\bar{C} * \sum_{i=1}^n A_i} \quad (4.1)$$

其中： A_i 及 C_i 分別爲第 i 個格點的面積、濃度。

\bar{C} 爲進口平均濃度值($\bar{C}=0.5$)， n 爲截面上的總格點數。

當 η 值越接近 1 時，則混合現象越好， η 反之值越接近 0 時，混合現象越差。

S_c (Schmidt number)重要參數與工作流體的動黏滯係數、擴散係數相關，因此我們參考 Branebjerg 等學者[17]使用酚酞酸鹼指示劑進行混合的擴散係數大約估計

爲 $D = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ 及黏滯係數 $\nu = 1.23 * 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $S_c = \frac{\nu}{D} = 1230$ 爲運算的重要參數。

第三章 數值方法

本章是利用數值方法改寫第二章所提到的統御方程式，說明對流項、擴散項及源項差分時的數值方法，以及求解過程。其章節分爲：3.1 節 處理連續、動量方程式，3.2 節 壓力與速度耦合關係式，3.3 節爲求解過程。

3.1 離散化 (Discretization)

根據第二章的統御方程式，對於動量及質傳方程式，我們以下列通式表示：

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V} \Phi) = \nabla \cdot (\Gamma \text{grad} \Phi) + \vec{q} \quad (3.1)$$

其中 $\nabla \cdot (\rho \vec{V} \Phi)$ 爲對流項， $\nabla \cdot (\Gamma \text{grad} \Phi)$ 爲擴散項， \vec{q} 爲源項。以下就針對對流項、擴散項及源項的離散化分別說明：

3.1.1 對流項 (Convection Term)：

首先利用高斯散度定理(Gauss Divergence Theorem)，將體積分轉成面積分，然後以中點定理(Midpoint Rule)將面積分化成差分形式，所得結果如下：

$$\iiint_{\Delta V} (\nabla \cdot \rho \vec{V} \Phi) dV = \iint_S (\rho \vec{V} \Phi) \cdot d\vec{S} \Rightarrow \sum_f (\rho \vec{V} \Phi)_f \cdot \vec{S}_f = \sum_f \dot{m}_f \Phi_f = \sum_f F_f^c \quad (3.2)$$

其中

F^c ：任一面上的對流通量 (Flux)。

\dot{m} ：質量流率(mass flow rate)。

\vec{S}_f ：面之法向量。

下標 f ：控制體積之任一面上的中點。

在求解的過程中，對於對流項的處理，是此採用以中央差分和上風差分混合之

法，如此可使疊代過程穩定易於收斂，同時保持高準確度：

$$F^C = F^{UD} + \gamma(F^{CD} - F^{UD}) \quad (3.3)$$

上式中 F^{UD} 代表上風差分法所得之對流通量， F^{CD} 代表中央差分法所得之對流通量。而 $0 < \gamma < 1$ ，此 γ 常取接近 1 值以確保接近中央差分法。本研究解動量方程 γ 值一律採用 1 值，解質傳方程 γ 值為 0.8 值。

將(3.3)式重新整理得：

$$F_f^C = \max(\dot{m}_f, 0)\Phi_p + \min(\dot{m}_f, 0)\Phi_C + \gamma[\dot{m}_f(w_f\Phi_p + (1-w_f)\Phi_C) - \max(\dot{m}_f, 0)\Phi_p + \min(\dot{m}_f, 0)\Phi_C] \quad (3.5)$$

上式中前兩項相當於上風差分項，至於係數矩陣中，而最後面的第三項則至於源項中。

3.1.2 擴散項 (Diffusion Term)：

擴散項 $\nabla \cdot (\Gamma \text{grad} \Phi)$ 的處理，我們同樣由高斯散度定理，將體積分轉成面積分，然後以中點定理將面積分化成差分形式，可得：

$$\iiint_{\Delta V} \nabla \cdot (\mu \nabla \Phi) dV = \iint_S \mu \nabla \Phi \cdot d\vec{S} \Rightarrow \sum_f (\mu \nabla \Phi)_f \cdot \vec{S}_f = \sum_f F_f^d \quad (3.6)$$

$$\text{故 } F_f^d \equiv (\mu \nabla \Phi)_f \cdot \vec{S}_f \quad (3.7)$$

其中， F^d ：面上的擴散通量 (Diffusion Flux)。

μ ：黏滯係數。

$$\text{令 } \vec{S}_f = \vec{d} + (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.8)$$

$$\text{則 } F_f^D = \mu_f \nabla \Phi_f \cdot \vec{S}_f = \mu_f \nabla \Phi_f \cdot \vec{d} + \mu_f \nabla \Phi_f \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.9)$$

我們利用 over-relaxed approach(如圖 3.1)[17]來處理 \vec{d} 值，如下：

$$\bar{d} \equiv \frac{|\bar{S}_f|}{\bar{e}_d \cdot \bar{e}_s} \bar{e}_d = \frac{|\bar{S}_f|^2}{\bar{\delta}_r \cdot \bar{S}_f} \bar{\delta}_r \quad (3.10)$$

將(3.9)帶入(3.8)得到

$$F_f^D = \frac{\mu_f |\bar{S}_f|^2}{\bar{\delta}_r \cdot \bar{S}_f} (\Phi_c - \Phi_p) + \mu_f \nabla \Phi_f \cdot (\bar{S}_f - \bar{d}) \quad (3.11)$$

在(3.10)式中經由 over-relaxed 方法所得之第一項具有大的擴散係數，此項將置於係數矩陣中；而第二項則放置在源項中。

3.1.3 源項(Source Term)之離散方程式

源項中之壓力梯度，我們同樣對其進行體積分得壓力梯度：

$$\nabla P = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \nabla P dV = \frac{1}{\Delta V} \iint_s P d\bar{S} \approx \frac{1}{\Delta V} \sum_f P_f \bar{S}_f \quad (3.12)$$

而其在 \bar{e}_i 方向之分量：

$$\frac{\partial P}{\partial x_i} = \nabla P \cdot \bar{e}_i = \frac{1}{\Delta V} \sum_f P_f (\bar{S}_f \cdot \bar{e}_i) \quad (3.13)$$

在求解壓力梯度項時，會需要利用邊界上的壓力值，爲了得到邊界上的壓力，由下列求得：

$$P_b - P_p = \nabla P \cdot \bar{\delta}_r \quad (3.14)$$

其中，b 表示壁面上的中點；而 $\bar{\delta}_r$ 代表 P 到 b 之距離向量，如圖 3.2 所示。而壓力梯度經由以下處理，將邊界上壓力與其他面上的壓力分開

$$\nabla P = \frac{1}{\Delta V} \sum_f P_f \bar{S}_f = \frac{1}{\Delta V} \left(P_b \bar{S}_b + \sum_{f \neq b} P_f \bar{S}_f \right) \quad (3.15)$$

將(3.15)式代入(3.14)式，經過整理後，我們得到了邊界上之壓力爲：

$$P_b = \frac{\left(P_p + \frac{1}{\Delta V} \sum_{f \neq b} P_f \vec{S}_f \cdot \vec{\delta} \right)}{\left(1 - \frac{1}{\Delta V} \vec{S}_b \cdot \vec{\delta} \right)} \quad (3.16)$$

3.1.4 線性代數方程式

將上述對流項、擴散項及源項合併後，可得傳輸代數方程式：

$$A_p \Phi_p = \sum_c A_c \Phi_c + Q \quad (3.17)$$

其中 $A_p = \sum_c A_c$ (3.18)

$$A_c = \frac{\mu_f |\vec{S}_f|^2}{\vec{\delta} \cdot \vec{S}_f} + \max(-\dot{m}_f, 0) \quad (3.19)$$

$$Q = \sum_c \left\{ -\gamma [\dot{m}_f (w_f \Phi_p + (1-w_f) \Phi_c) - \langle \max(\dot{m}_f, 0) \Phi_p + \min(\dot{m}_f, 0) \Phi_c \rangle] \right\} \\ + \sum_f \mu_f \nabla \Phi_f (\vec{S}_f - \vec{d}) + q_p \Delta V \quad (3.20)$$

爲了使疊代過程能穩定的收斂，在此加入一常用之鬆弛因子 α (under-relaxation

factor, $0 < \alpha < 1$)，其對動量代數方程式之修正如下所示：

$$\frac{A_p}{\alpha} \Phi_p^{(n+1)} = \sum_c A_c \Phi_c^{(n+1)} + Q_\Phi + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \Phi_p^{(n)} \quad (3.21)$$

其中上標的(n+1)代表新值。(n)則代表前一次疊代之值。


3.2 壓力與速度的耦合關係式

我們將運用 Patankar 所提的 SIMPLE[18]法則，來求解 Navier-Stokes 方程式。在解動量方程式時得到速度與壓力之修正關係式，將此關係式代入連續方程後，將可得壓力修正方程式，再來運用修正過後的壓力值來修正速度及質量流率詳細過程如下：

3.2.1 計算面上的質量流率

爲了滿足連續方程式，必須先計算質量流率，所以必須計算面上的速度。首先先找出詳細的關係式，再來以內插法求得速度與壓力關係式，最後求得質量流率，過程敘述如下：

將(3.16)式中之壓力項獨自從源項中提出，我們可得主格點之速度與壓力關係式：


$$\vec{V}_p = \vec{H} - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right) \nabla P_p \quad (3.22)$$

$$\text{其中 } \vec{H} = \frac{\sum_c A_c \vec{V}_c + Q'}{A_p} \quad Q' : \text{不含壓力項之源項} \quad (3.23)$$

則網格面上的速度與壓力關係式爲：

$$\vec{V}_f = \vec{H}_f - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f \quad (3.24)$$

$$\text{其中 } \vec{H}_f = \vec{V}_f + \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f \quad (3.25)$$

將(3.25)帶入代入(3.24)式整理得：

$$\vec{V}_f = (\vec{\bar{V}}_f + \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \vec{\nabla} \bar{P}_f) - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \vec{\nabla} P_f \quad (3.26)$$

其中：上標“ $\bar{}$ ”表示由主格點 P 及另一共面 f 相鄰之 C 格點內插而得， w_p 為

加權因子。如下所示：

$$\vec{\nabla} \bar{P}_f = w_p \vec{\nabla} P_C + (1 - w_p) \vec{\nabla} P_p \quad (3.27)$$

$$\vec{\bar{V}}_f = w_p \vec{V}_C + (1 - w_p) \vec{V}_p \quad (3.28)$$

至於 $\left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f$ 則可由下式近似之：

$$\left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_C + \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_p \right] \quad (3.29)$$

則質量流率可表示為：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f &= \rho \vec{V}_f \cdot \vec{S}_f \\ &= \rho_f \vec{\bar{V}}_f \cdot \vec{S}_f - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f (\vec{\nabla} P_f \cdot \vec{S}_f - \vec{\nabla} \bar{P}_f \cdot \vec{S}_f) \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.2.2 壓力修正方程式

求解 3.1 節所述之動量線性代數方程式，所得速度場 \vec{V}^* 及壓力 p^* 仍不滿足連續方程式，因此必須再次修正以滿足連續方程式。利用 \vec{V}^* 與 p^* 值再代入連續方程式，求得壓力修正量 P'_p ，必且再次修正速度與質量流率，其修正後得之速度與壓力為 \vec{V}^{**} 及 P^{**} 。

速度修正量及壓力修正量可表示成下面之關係：

$$\vec{V}'_p = - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_p \nabla P'_p \quad (3.31)$$

$$\text{其中格點中心之壓力修正量 } P'_p = P_p^{**} - P_p^* \quad (3.32)$$

同理，網格面上速度之速度修正式：

$$\vec{V}'_f = \vec{V}_f^{**} - \vec{V}_f^* = - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P'_f \quad (3.33)$$

(假設修正後之速度及壓力為 \vec{V}^{**} 及 P^{**})

由上式可得到修正之質量流率：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f^{**} &= \dot{m}_f^* + \rho_f \vec{V}'_f \cdot \vec{S}_f = \dot{m}_f^* - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P'_f \cdot \vec{S}_f \\ &= \dot{m}_f^* - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P'_f \cdot \vec{d} - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P'_f (\vec{S}_f - \vec{d}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$= \dot{m}_f^* - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \frac{|\vec{S}_f|^2}{\vec{d} \cdot \vec{S}_f} (P'_C - P'_p) - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \nabla P' \right)_f \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.35)$$

令修正後之速度場滿足連續方程式：

$$\sum_f \dot{m}_f^{**} = 0 \quad (3.36)$$

便將(3.35)式代入(3.36 式)可得到壓力修正方程式：

$$A_p P'_p = \sum_C A_C P'_C + S_{p1} + S_{p2} \quad (3.37)$$

$$\text{其中 } A_c = \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \frac{|\vec{S}_f|^2}{\vec{\delta}_r \cdot \vec{S}_f}$$

$$S_{p1} = \sum_f \dot{m}_f^* \quad (3.38)$$

$$S_{p2} = \sum_f \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \nabla P' \right)_f \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.39)$$

3.2.3 求解壓力修正方程式

在(3.39)式中，由於 S_{p2} 中包含 P' ，可以採用兩步驟的連續修正來近似之：

第一步是只考慮含 S_{p1} 部分，以求得第一次壓力修正量 $P^{(1)}$ 修正方程式如下：

$$A_p P_p^{(1)} = \sum_C A_C P_C^{(1)} + S_{p1} \quad (3.40)$$

第二步再以所求得之壓力修正量 $P^{(1)}$ 計算 S_{p2} 部分，並再一次解壓力方程

式，以求得第二次壓力修正量 $P^{(2)}$

$$A_p P_p^{(2)} = \sum_C A_C P_C^{(2)} + S_{p2}^{(1)} \quad (3.41)$$

$$\text{其中 } S_{p2}^{(1)} = \sum_f \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \nabla P^{(1)} \right)_f \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.42)$$

待解答壓力修正方程式後，便可得一新的壓力修正值

因而修正後的新速度 \vec{V}^{**} 為：

$$\vec{V}_f^{**} = \vec{V}_f^* - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P'_f \quad (3.43)$$

質量流率修正由(3.34)式，可求得新的面上質量流率：

$$\text{第一步修正} \quad \dot{m}_f^{**} = \dot{m}_f^* - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \frac{|\vec{S}|^2}{\vec{\delta}_r \cdot \vec{S}} \right)_f (P'_C - P'_P) \quad (3.44)$$

$$\text{第二步修正} \quad \dot{m}_f^{**} = \dot{m}_f^* - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P'_f \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.45)$$



3.3 求解過程

整個解題過程如下所示：

1. 給予初始速度 \vec{V}^0 、壓力 P^* 。
2. 解答動量方程式得到速度場 \vec{V}^* 。
3. 計算質量流率 m^* ，由壓力修正方程式解得 p'
4. 修正速度、壓力及質量流率，得到 \vec{V}^{**} 、 p^{**} 及 m^{**}
5. 將步驟 4 所得新值作為初始值，重覆步驟 2~5，直到獲得收斂解。
6. 將第五步驟已經收斂的 \vec{V}^{**} 值代入質傳方程式中，疊代數次後，獲得收斂 C 值。



第四章結果與討論

4.1 簡介

本文主要模擬 S 型波狀、方形波狀及三維蜿蜒管道三種不同幾何外型的流場結構，並且研究不同雷洛數對流場及濃度變化的影響。其章節分配如下：4.2 節為網格測試及實驗結果測試，4.3 節為 S 型波狀管道的流場結構與混合變化，4.4 節方形波狀管道的流場結構與混合變化，4.5 節三維蜿蜒管道的流場結構與混合變化。

4.2 網格測試及與實驗結果測試

4.2.1 以 Humphrey 等學者[18] 的 90 度彎管作初步的測試

彎管的幾何外型如圖 4.1 所示，使用非結構性網格建立非均勻網格如圖 4.2 所示，其總網格數為 24000，(20X20)為進口截面 X、Z 方向網格數。圖 4.3 為 $Re=790$ ，(Dean number) $K=Re(d/R_i)^{0.5}=588$ ，(d=b 為水利直徑， $R_i=1.8b$ 為彎管內徑的曲率半徑，b 為進口高度)，在不同 θ 方向(分別為 $\theta=0^\circ$ 、 30° 、 60° 、 90°)位置，取 $Z=0.5$ 及 $Z=0.75$ 方向的軸向速度(延著 θ 方向的速度分量)值，以 $\theta=0^\circ$ 的軸向速度曲線為例， $Z=0.5$ 為圖 4.4 中箭頭所指引的截面中心線軸向速度分佈。由圖 4.6 可觀查出流場流經彎管時，在離心力作用下，最大軸向速度傾向於外側。

4.2.2 S 型波狀管及矩形波狀管道網格測試

S 形波狀及方型波狀管道的網格測試中，網格為對稱性網格，在 $Re=6$ 、 $Sc=1230$ 、 $Pe=7380$ 的參數下，分別不同網格數進行混合效率測試。圖 4.5(a)為 S

型波狀管道，選用 $N=24000(20 \times 10)$ 、 $N=96000(40 \times 20)$ 、 $N=180000(50 \times 30)$ ，括號分別為進口截面 X 及 Z 方向的網格數，結果顯示 $N=96000(40 \times 20)$ 與 $N=180000(50 \times 30)$ 混合效率曲線並無太大差異，因此往後計算周期性網格數為 $N=96000(40 \times 20)$ 。方形波狀管道的計算網格網格數則為 $N=192000(40 \times 20)$ 。

4.2.3 以 Liu 等學者〔7〕的三維蜿蜒管道模型測試

在 $Re=6$ 、 $Sc=1230$ 、 $Pe=7380$ 的條件下，如圖 4.5(c)所示，網格數 $N=384000(40 \times 20)$ 與 $N=720000(50 \times 30)$ 無太大差異。圖 4.5(d)為與 Liu 等學者〔7〕混合結果測試，分別在 $Re=6$ ， $Pe=7380$ 及 $Re=35$ ， $Pe=43050$ 的條件下與實驗結果的測試，模擬結果與實驗值差異不大，我們選用 $N=384000(40 \times 20)$ 網格數作為以後模擬的三維蜿蜒網格數。

以下我們將分別探討三種蜿蜒管道，在不同雷諾數($Re=1$ 、 6 、 60)，裴立數($Pe=1230$ 、 7380 、 73800) 的流場性質及混合分析，史密特數($Sc=1230$)為固定參數。

4.3 S 型波狀管道的流場結構與混合分析

S 型波狀管道由五個相同週期 S 型管道所構成，以對稱性網格計算不同雷諾數的流場性質及混合分析。其中雷諾數(Re)分別為 1 、 6 、 60 ，Dean number

($K=Re(d/R)^{0.5}$)分別為 1.15 、 6.9 、 69 (d 為水利直徑， R 為內側壁面曲率半徑)。圖

4.6 S 型波狀管道在不同雷諾數之混合效率， $Re=60$ 混合效率最佳，而 $Re=6$ 混合效率比 $Re=1$ 的混合效率差，此相差值很小。在低雷諾數下($Re<6$)，提升雷諾數，

二次流並無太大的提升，混合介面的扭曲變化也並不明顯。流場在 $Re=1$ 與 6 相較之下， $Re=1$ 在管道中的停留比較久，所以在 $Re=1$ 下的混合受到擴散機制比 $Re=6$ 大，導致混合效率比 $Re=6$ 好，但相差值很小，以下分別探討 S 型波狀管道，在不同雷諾數($Re=1$ 、6、60) 的流場性質及混合分析。

4.3.1 S 型波狀管道流場結構

圖 4.7 為 S 型管道為第一週期上視圖。圖 4.8 為 $Re=6(K\sim6.9)$ ，S 型波狀管道的截面速度向量分佈圖與壓力分佈圖，其圖形底下中心線為對稱面。從截面速度向量圖中，二次流是由一對渦流組成，主要流場流經過一彎管，流場中心的質點受到離心力的作用下，因而往外側壁面推擠並且造成往側壁面的壓力比內側大，而靠進壁面的質點受到壓力梯度的影響往內側流動，造成此二次流的現象。在第一週期 $\theta_1=90^\circ$ 的截面速度向量圖是由逆時針旋轉方向的渦流構成，而在 $\theta_2=90^\circ$ 的截面速度向量圖中，二次流則是由順時針旋轉方向的渦流構成，這是流場在 $\theta_2=90^\circ$ 受到離心力與在 $\theta_1=90^\circ$ 的離心力方向相反所造成的現象。圖 4.9~4.10 為 $Re=6$ 、60，在 $\theta_1=3^\circ\sim\theta_2=180^\circ$ 之間截面速度向量圖，其中 $\theta_1=120^\circ\sim\theta_2=60^\circ$ 二次流由逆時針旋轉方向轉換成逆時針旋轉方向的變化過程，而 V^* 為截面進口平均速度值。在 $Re=60(K=69)$ ，其介面扭曲的變化更加顯著，相對的扭曲現象使得混合接觸面積增加。從 Hille 等學著[15]文獻中，彎管在 $K=150\sim300$ 之間存在第二對渦流的現象。由於在 S 型狀管道的(Dean number) K 相當低，從 $Re=6(K\sim6.9)$ 和 $Re=60(K\sim69)$ 的截面速度向量圖中，二次流均只有一對渦流構成。

4.3.2 S 型波狀管道混合分析

圖 4.11 為 S 型波狀管示意圖，其管道為五個相同 S 型週期管道所構成。圖 4.12 為不同週期的截面濃度分佈圖， $Y=7b$ 截面相當於第一週期的 $\theta_2=90^\circ$ 的截面位置。圖由左至右分別為雷諾數 $Re=1$ 、6 及 60 的濃度分佈圖，其介面扭曲現象以 $Re=60$ 最顯著，且最快達到均勻的效果，而 $Re=1$ 和 $Re=6$ ，其介面扭曲變化很小，混合由擴散機制主導，其混合效率效果較差。圖 4.13 為不同週期位置的橫向速度曲線圖，橫向速度是指在截面中心線上的 x 方向速度分量值，其中 U 為與管道橫向速度， V 為 Y 方向速度分量。由圖可得知 $Re=1$ 與 $Re=6$ ，橫向速度相當微小，而 $Re=60$ 與 $Re=6$ 相較之下，橫向速度值相當大。提高雷諾數，提升二次流的橫向速度，使得混合介面產生扭曲、拉長現象增強，進一步增加混合接觸面積，有助於混合更加均勻。



4.4 方型波狀管道的流場結構與混合分析

方型波狀管道由五個相同週期方型管道所構成，圖 4.14 為方型波狀管道在不同雷諾數之混合效率，其中混合效率隨著雷諾數的提升而增加。

4.3.1 方型波狀管道流場結構

圖 4.15 為方型波狀管道第一週期的上視圖，流體因管道幾何外型彎曲關係產生轉彎現象，其截面的速度向量圖與 S 形波狀管道同樣存在一對渦流的二次流現象，如圖 4.16 所示，且在第一週期 $Y=2.8b$ 的二次流圖形是由逆時針旋轉組成，而在第一週期 $Y=6.8$ 的二次流圖形是由順時針旋轉組成，這種二次流的翻轉現象

也和 S 型波狀管道相同，而轉換的變化比 S 型管道大。圖 4.17、4.18 分別為 $Re=6$ 、 60 速度分佈及濃度分佈圖，在 $Re=6$ 二次流的轉換影響濃度介面扭曲並不明顯，而 $Re=60$ 的截面濃度分佈圖中，混合介面隨著二次流的增強產生劇烈扭曲、拉長的現象，有助於提升混合效果。

4.3.2 方型波狀管道混合分析

圖 4.19 為方型波狀上視圖。圖 4.20 為不同週期的截面濃度分佈圖，圖由左至右分別為 $Re=1$ 、 6 及 60 在不同週期的濃度分佈圖，其中 $Re=1$ ，介面並無明顯扭曲，混合由擴散主導。 $Re=6$ ，介面有少許扭曲，而 $Re=60$ 介面扭曲變化大，介面明顯拉長，增加混合的接觸面積。圖 2.21 為不同週期位置的橫向速度曲線圖，橫向速度是指在截面中心線上的 X 方向速度分量值，其中 U 為 X 方向的速度分量， V 為 Y 方向速度的分量。由圖可得知 $Re=1$ ，橫向速度相當微小，在 $Re=6$ ，橫向速度值有少許的增加，而 $Re=60$ 與 $Re=6$ 相較之下，橫向速度值相當大。提高雷諾數，提升了流場在管道中的對流現象，相對增加橫向速度，有助於混合介面扭曲、拉長現象，因而增加擴散的接觸面積。

4.5 三維蜿蜒管道的流場結構與混合分析

三維蜿蜒管道由 4 個相同週期管道所構成，計算不同雷諾數的流場性質及混合分析。圖 4.22 為三微蜿蜒波狀管道在不同雷諾數之混合效率，其混合效果隨雷諾提高越佳。以下分別探討三維蜿蜒管道流場結構、混合分析及質點路徑軌跡。

4.5.1 三維蜿蜒管道流場結構及混合分析

圖 4.23 為第一週期上視圖。圖 4.24、4.26 分別為 $Re=1$ 、 6 ，第一週期 Y 方向的截面速度向量圖，其截面速度向量除了左右橫向流動，外還兼具有上下流動現象，在 $Y=b$ 的速度向量圖中，流場由右下翻轉至左上的現象，在 $Y=5b$ 流場再由左上翻轉至右下。而流場隨著三維蜿蜒結構，造成轉彎、扭曲變化的有助於混合介面拉長提升，混合效果。圖 4.28 為 $Re=60$ 的截面速度分佈中不僅有上下翻轉的現象，還具有複雜回流。流體在三維的結構中變化相當劇烈，這可能會造成混合介面上的破壞，達成快速混合均勻的效果。圖 4.25、4.27 分別為 $Re=1$ 、 6 在第一週期不同 Y 方向截面的濃度分佈圖，在 $Y=b$ 圖中，混合介面明顯拉長。隨著三維流場的變化，造成介面扭曲、翻轉的現象，這使接觸面積增加，提升混合效果，且在 $Y=6b$ 、 $7b$ 及 $8b$ 的圖中，在 $Re=6$ 介面扭曲的變化明顯比 $Re=1$ 大。



圖 4.29 為 $Re=60$ 在第一週期不同 Y 方向截面的濃度分佈圖，介面隨著複雜的流場變化，造成介面上的破壞，達到快速混合均勻的效果。從圖 4.30，為不同週期位置的橫向速度曲線圖，橫向速度是指在截面中心線上的 X 方向速度分量值，其中 U 為 X 方向速度分量， V 為 Y 方向速度分量。觀察獲得提升諾數，相對的提高橫向速度值。

4.5.3 質點路徑軌跡

利用質點行徑的路徑來觀察在不同截面上的混合狀況。圖 4.31 為三維蜿蜒管上視圖。圖 4.32(a)為同 Y 方向的截面濃度分佈圖。圖 4.32(b)是利用質點截面

路徑分佈觀察混合成效，在 $Y=-50b$ 的位置取 800 個質點，沿著 Y 向取得質點路徑圖，其中 $Y=-50b$ 質點路徑圖為進口濃度分佈圖中濃度值為 1 的區域， $Y=-50b \sim Y=23b$ 中的質點路徑分佈與濃度分佈相當類似，質點逐漸向右分佈，沿著管道繼續觀察質點路徑， $Y=31b \sim 55b$ 的質點分佈逐漸分散，濃度分佈也逐漸均勻。在週期性、層流管道的質點路徑中存在混亂軌跡，圖 4.33(B)為 $Re=6$ ，不同 Y 方向的質點分佈圖，質點分佈均圍繞在固定區域且與濃度分佈圖型相似，而圖 4.34(B)為 $Re=60$ ，不同 Y 方向的質點分佈圖，其分佈圖與 $Re=6$ 相較，更具混亂的現象，由於質點受到三維流場中橫向速度變動和上下流動，造成質點軌跡混沌分佈現象。

4.6 三種管道混合比較

圖 4.35 為三種管道在混合效率，三維蜿蜒管道混合效率最佳，其次方形波狀管道，而 S 型波型管道最差。三維蜿蜒管在 $Re=60$ ，混合效率提升相當快，在第一週期管道中的混合效率已經為 0.82，有很好的混合效果。S 形波狀管道及方形波狀管道，只有在 $Re=60$ 時才有較好的混合效果。圖 4.36、4.37 分別為方型波狀混合器與 S 型波狀混合器在 $Z=0.51$ 的截面速度向量圖(A)與濃度分佈圖(B)，其截面速度分佈圖中，方型波狀管在轉彎處的流場轉換方向的變化明顯比 S 型波狀管道大，此現象將有助於提升混合介面的寬度，增加擴散面積。提高雷諾數，提升了流場在管道中的對流現象，相對增加橫向速度，有助於混合介面扭曲、拉長現象，因而增加混合的接觸面積，使混合更加均勻。



第五章結論

本研究分別探討 S 型波狀、方形波狀及三維蜿蜒三種不同幾何外型的管道，改變雷諾數($Re=1$ 、 6 及 60)的參數，觀察其流場二次流現象，藉由二次流作為提升混合效果的機制。由上述章節模擬的結果與討論，得到下列的結論。

1. 在低雷諾數($Re<6$)條件下，S 型波狀及方形波狀管道中二次流相當微小，其混合由分子擴散主導，需提高雷諾數來提升二次流的現象，使混合介面產生扭曲增加擴散面積，提升混合效果。
2. 在低雷諾數($Re<6$)，三維蜿蜒管道截面速度向量除了左右橫向流動，外還兼有上下流動現象，藉由二次流造成介面扭曲、反轉，使介面延伸拉長增加擴散面積，在低雷諾數以三維蜿蜒管道的混合效果最佳。
3. S 型波狀管道中，由於幾何外型的彎曲，離心力的作用下，二次流圖形由一對渦流組成，且在不同 $\theta_1=90^\circ\sim\theta_2=90^\circ$ 的截面速度向量圖中，其渦流的旋轉方向有反轉的變化，此現象使介面隨著二次流產生扭曲，增加擴散面積，有助於混合效果。
4. 方形波狀管中流場，相同與 S 型管道中存在渦流的旋轉方向有反轉的變化，且流場轉經過彎處的變化比 S 型波狀管大，混合效果比 S 型波狀管道好。
5. 三維蜿蜒管道在 $Re=60$ ，流體在三維的結構中變化相當劇烈，這可能會造成混合介面上的破壞，達成快速混合均勻的效果，由質點軌跡分佈圖中，提升 Re 值，則質點軌跡分佈更加混亂，有助於混合效果。

參考文獻

1. J. Evans, D. Liepmann, Planar Laminar Mixer, Proceeding of the IEEE 10th Annual Workshop of MEMS, Nagoya, Japan, 96-101, (1997).
2. Z. Yang, S. Matsumoto, H. Goto, M. Matsumoto, R. Maeda, Ultrasonic Micromixer for Microfluidic Systems, Sensors and Actuators: A. Physical, 93, 15 pp:266 -272,(2001).
3. M. H. Oddy, J. G. Santiago, J. C. Mikkelsen, Electrokinetic instability Micromixing, Anal.Chem,73, pp:5822-5832, (2001).
4. R. Miyake, S. J. Lammerink, M. Elwenspoek , K. J. Jan, Micro mixer with Fast Diffusion, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems,IEEE,pp.248-253 (1993).
5. N. Schwesinger, T. Frank, H. Wurmus, A Modular micro fluid system with an Integrated micromixer, J.Micromech.Microeng , vol 6, pp: 99-102 ,(1996).
6. A. D. Stroock , S. K. Dertinger, A. Ajdari, I. Mezic, H. A. Stone, G. M. Whitesides, Chaotic Mixer for Microchannels, Science, 295, pp:647-651 ,(2002).
7. J. Aubin, D. F. Fletcher, J. Bertand, C. Xuereb, Characterization of Mixing Quality in Micromixer, Chem..Eng.Technol,26, pp:1262-1270,(2003).
8. H. R. Liu, M. A. Stremler, K. V. Sharp, M. G. Olsen, J. G. Santiago, R. J. Adrian, H. Aref, D. J. Beebe, Passive Mixing in a Three-Dimensional Serpentine Microchannel,Journal of Microelectro-mechanical Systems,9,2,pp:190-197,(2000).

9. Y. Z. Liu, B. J. Kim, H. J. Sung, Two-fluid mixing in a Microchannel, Int. J.Heat.Fluid.Flow,25,pp:986-995,(2004)
10. V. Mengeaud, J. Josserand, H. H. Girault, Mixing Processes in a Zigzag Microchannel: Finite Element Simulations and Optical Study , Anal. Chem. 74, pp:4279-86, (2002).
11. A. Bertsch, S. Heimgartner, P. Cousseau, and P. Renaud, 3D micromixers- downscaling large scale industrial static mixers, IEEE, pp.507-510 ,(2001)
12. J. B. Kight, A. Vishwanath, J. P. Brody and R. H. Austin, Hydrodynamics focusing on silicon chip:mixing nanoliters in micro seconds, Physical Review Letters 80,17,pp:3863 -3866,(1998)
13. D. Gobby, P. Angeli, A. Gavriilidis, Mixing characteristic of T type microfluidic mixer,Journal of Micromechanics and Micro-engineering,11,pp126-132.(2001)
14. F. Schonfeld and S. Hardt, Simulation of Helical Flows in Micro-channels, American Institute of Chemical Engineers, 50, pp:771-778,(2004).
15. P. Hille, R. Vehrenkamp, E. O. schulz-dubios, The development and structure of primary and secondary flow in acurved square duct, J.Fluid Mech.151, pp 219-241(1985).
16. B. Bara, K. Nandakumar, J. H. Masliyah, An Experimental and Numerical Study of the Dean problem: Flow development towards two-dimension multiple solutions, J. Fluid Mech. 244 ,pp:339-376, (1992).
17. J. Branebjerg, P. Gravesen, J. P. Korg, and C. R. Nielsen, Fast Mixing by Lamination, IEEE MEMS workshop,pp:441-446,(1996).
18. J. A. C. Humphrey, A. M. K. Taylor and J. H. Whitelaw, Laminar Flow

in a Square Duct of Strong Curvature, J. Fluid Mech.83.3 pp:509-527.(1977).



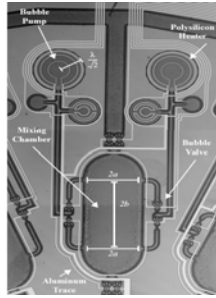


圖 1-1 Evans 等學者[1]設計的熱驅動式氣泡泵混合器

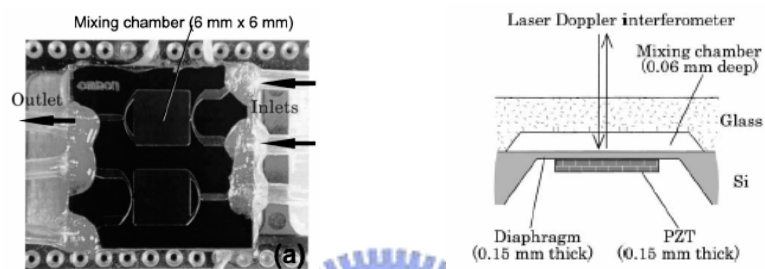


圖 1-2 Yang 等學者[2]設計的超音波混合器

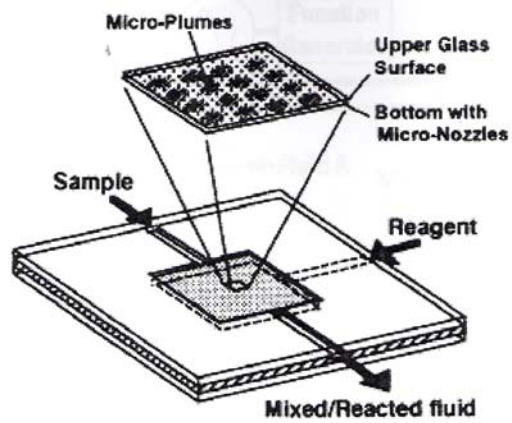


圖 1-3 Miyake 等人 [4]設計的微型噴嘴混合器

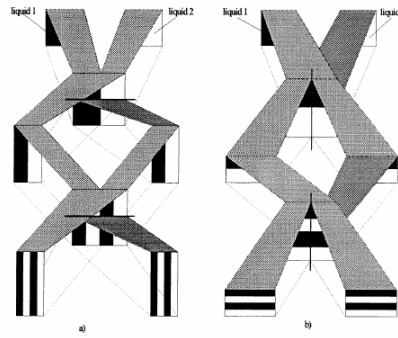


圖 1-4 Schwesinger 等學者[5]設計混合系統

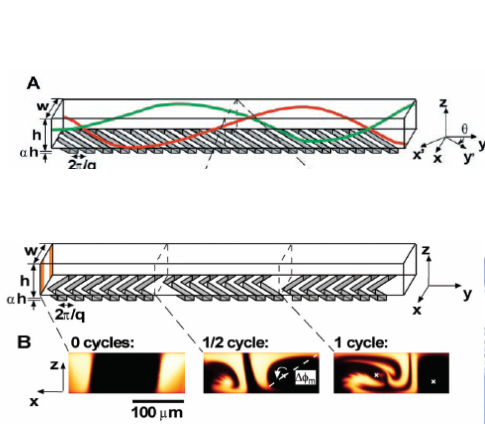


圖 1-5 Stroock 等學者[6]設計兩種凹槽式的混合器

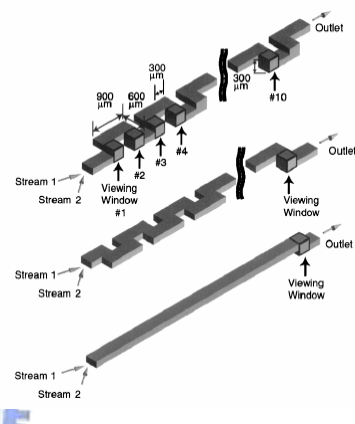


圖 1-6 Liu 等學者[7]設計的混合

(上) 3D Serpentine channel

(中) Square-wave channel

(下) straight channel

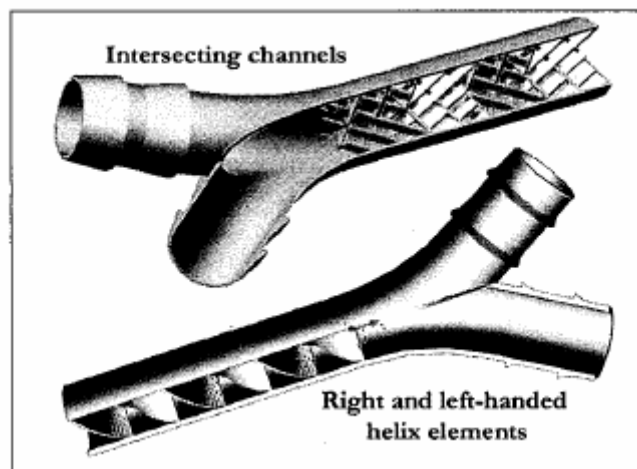
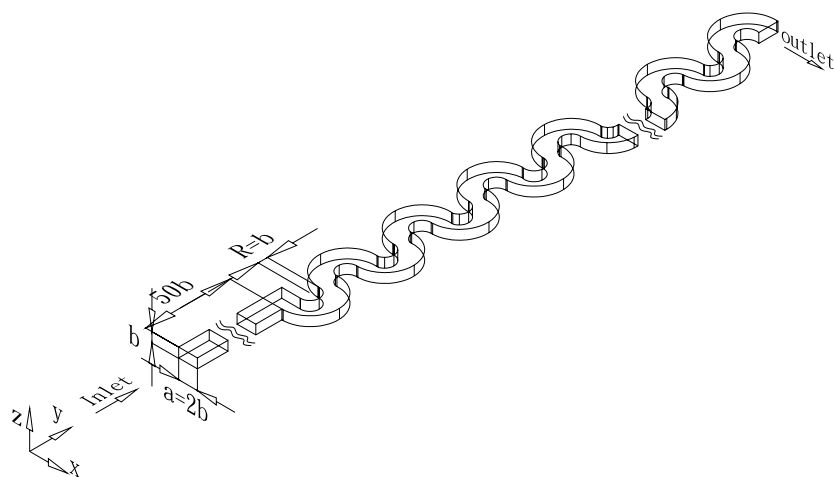
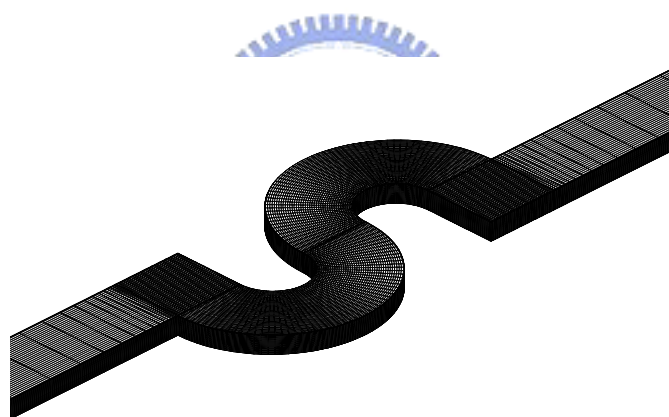


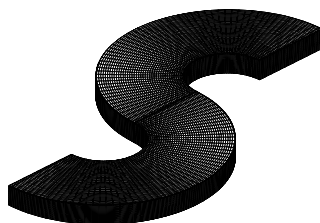
圖 1-7 Bertsh 等人[11]設計的微混合器



(a) S-wave channel 示意圖

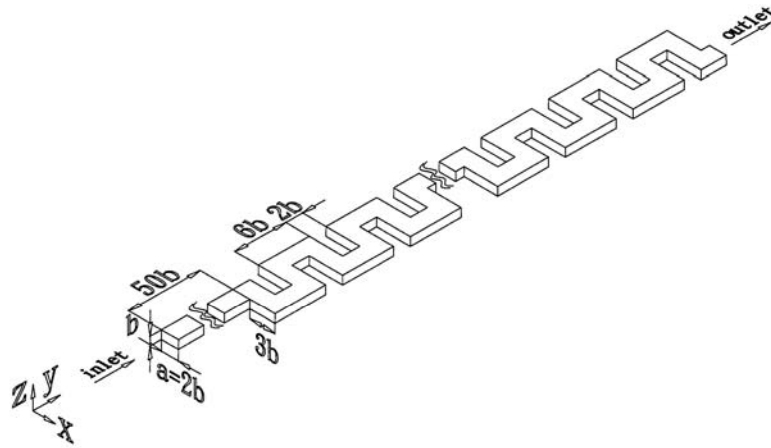


(b) S-wave channel 第一段網格示意圖

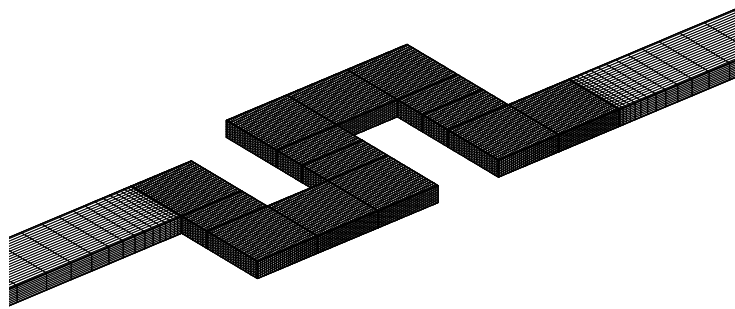


(c) S-wave channel 週期性網格示意圖

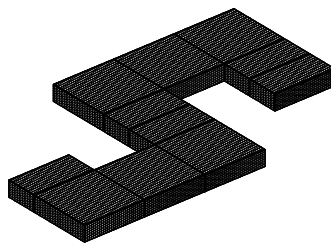
圖(2.1) S-wave channel 幾何外型、網格示意圖



(a) Square wave channel 示意圖

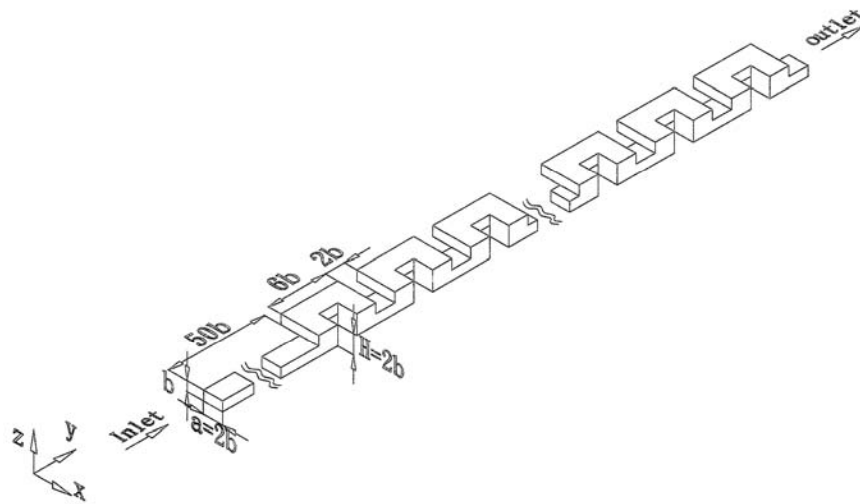


(b) Square wave channel 第一段網格示意圖

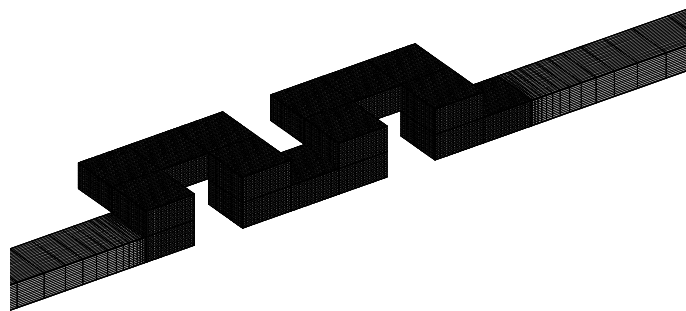


(c) Square wave channel 週期性網格示意圖

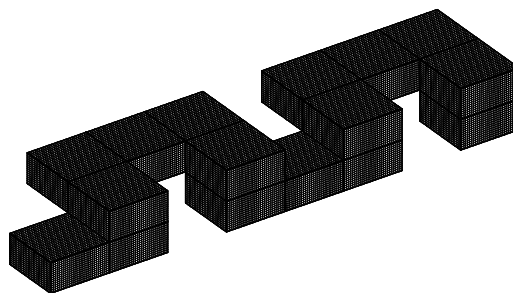
圖(2.2) Square wave channel 幾何外型與網格示意圖



(a) 3D Serpentine channel 示意圖



(b) 3D Serpentine channel 第一段網格示意圖



(c) 3D Serpentine channel 週期性網格示意圖

圖(2.3) 3D Serpentine channel 幾何外型、網格示意圖

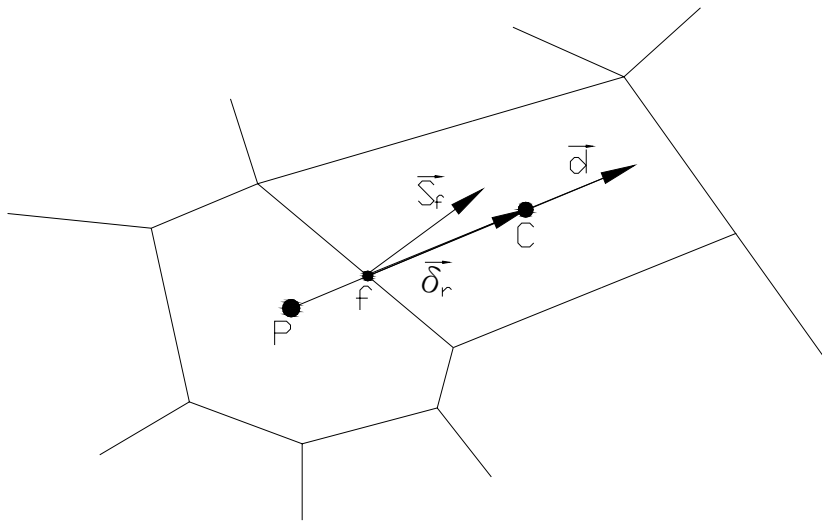


圖 3.1 over-relaxed 方法示意圖

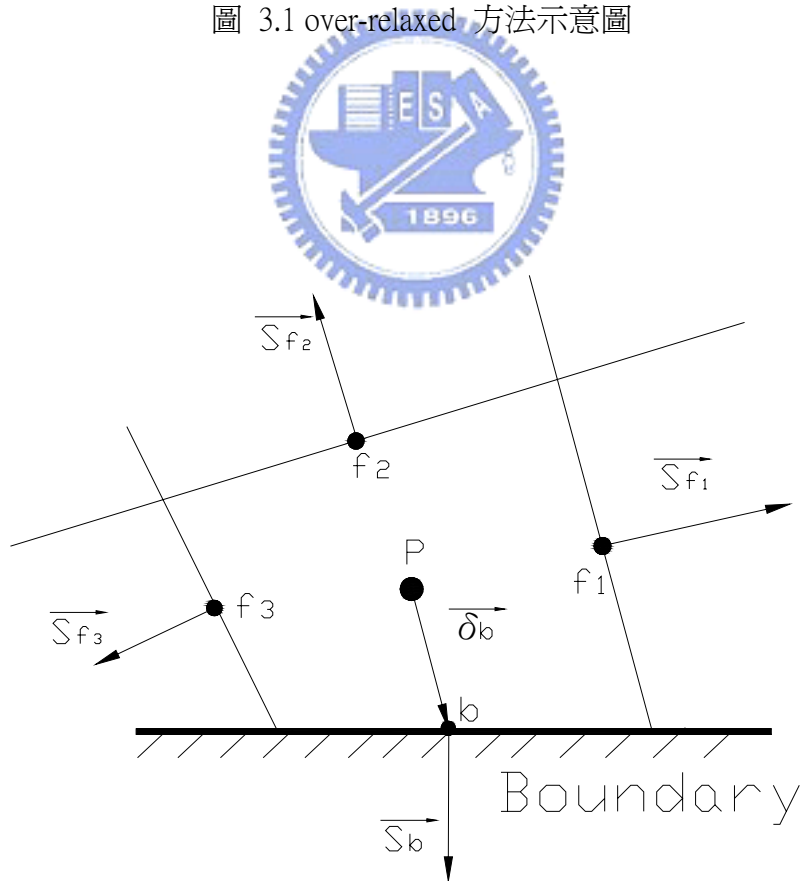


圖 3.2 計算邊界壓力示意圖

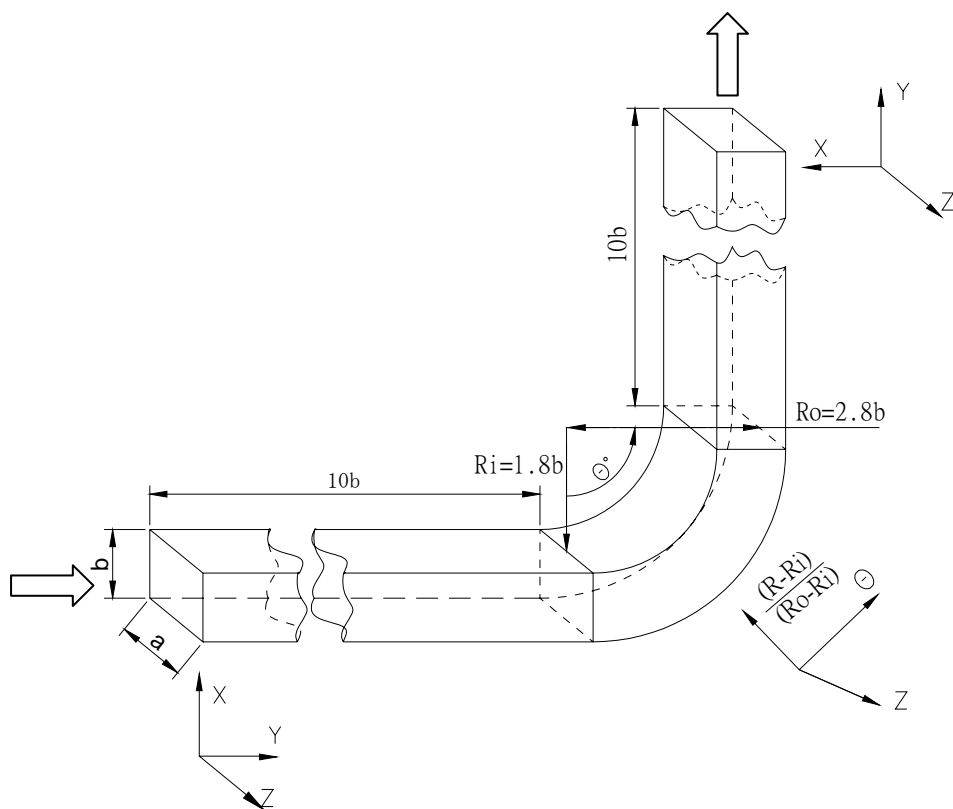


圖 4.1 90 度彎管示意圖

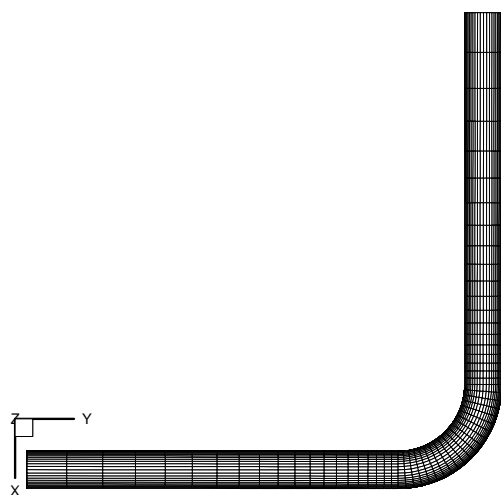


圖 4.2 90 度彎管網格示意圖

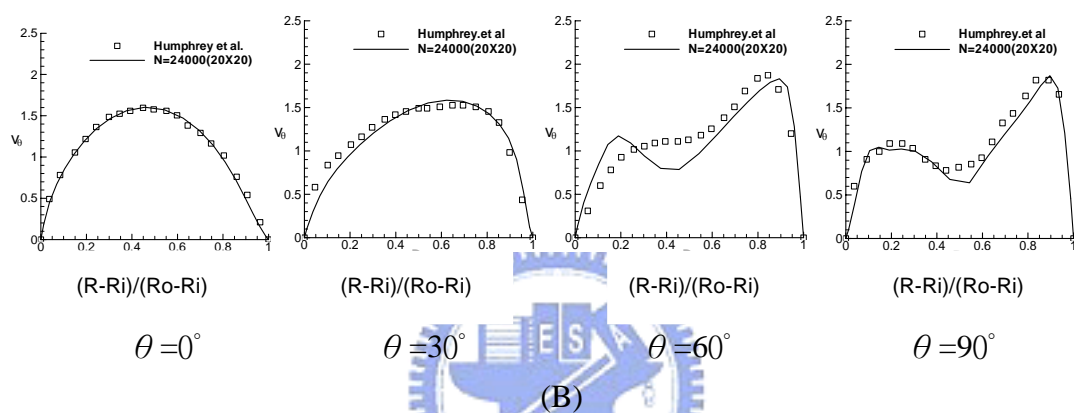
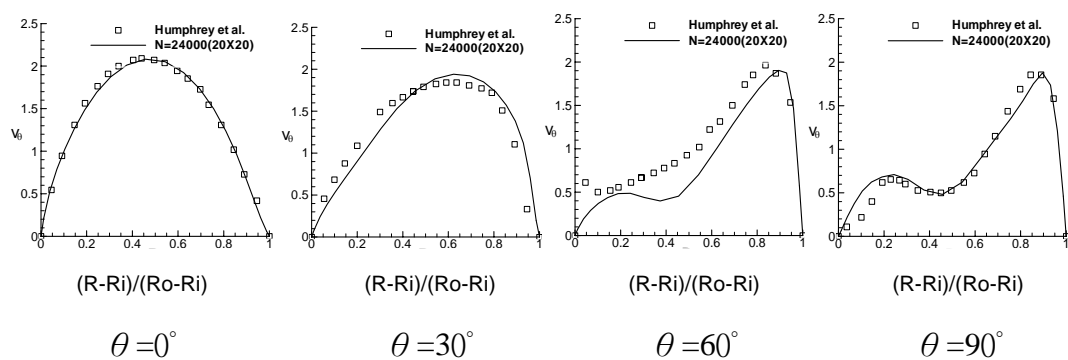


圖 4.3 與 Humphrey 等人[13]實驗數據網格測試(A) $Z=0.5$, (B) $Z=0.75$ 。

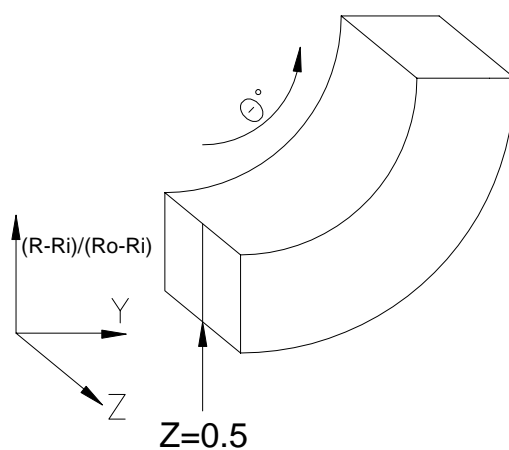
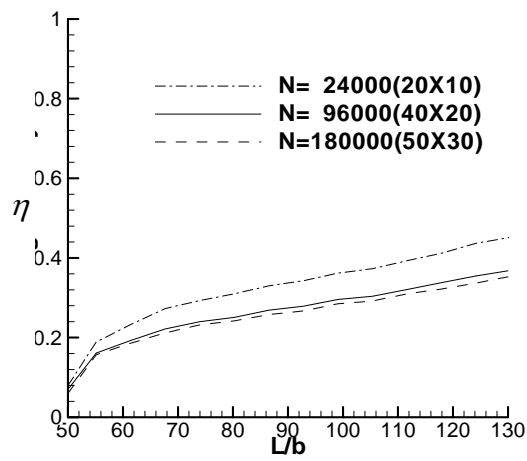
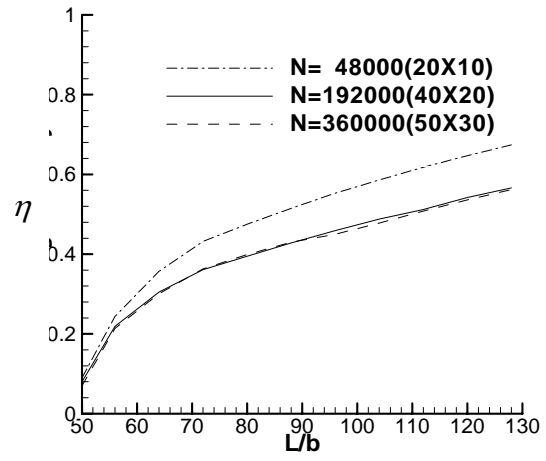


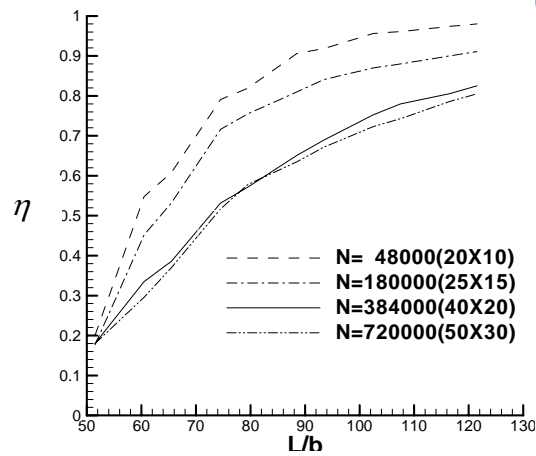
圖 4.4 90 度彎管彎曲部分示意圖



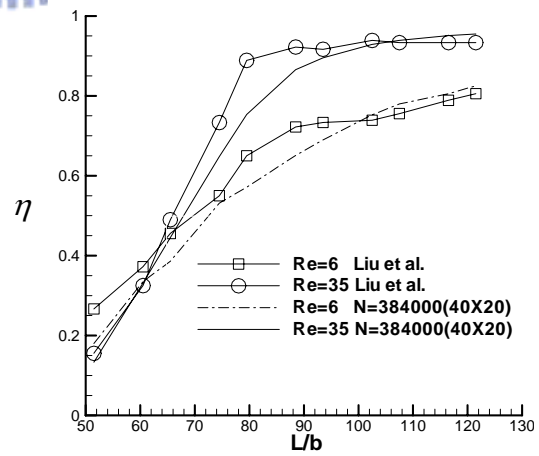
(a) S-wave channel 網格測試



(b) Square wave channel 網格測試



(c) 3D Serpentine channel Re=6 網格測試



(d) 3D Serpentine channel Re=35 網格測試

圖 4.5 三種管道網格測試

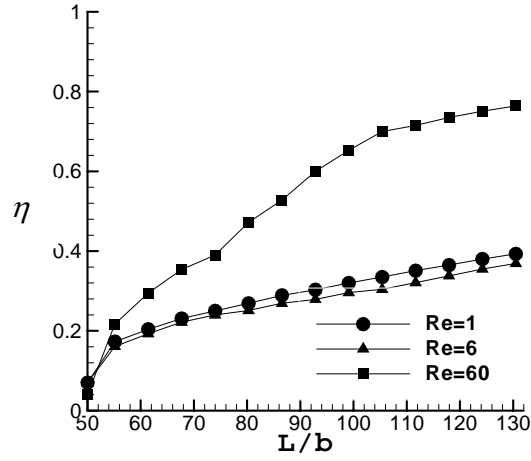


圖 4.6 S-wave channel 在不同 Re 值之混合效率

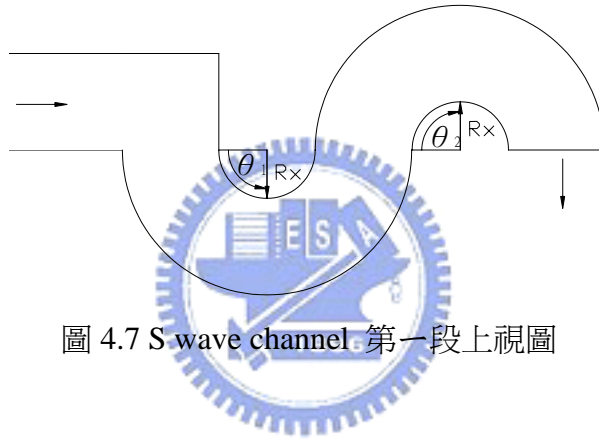


圖 4.7 S wave channel 第一段上視圖

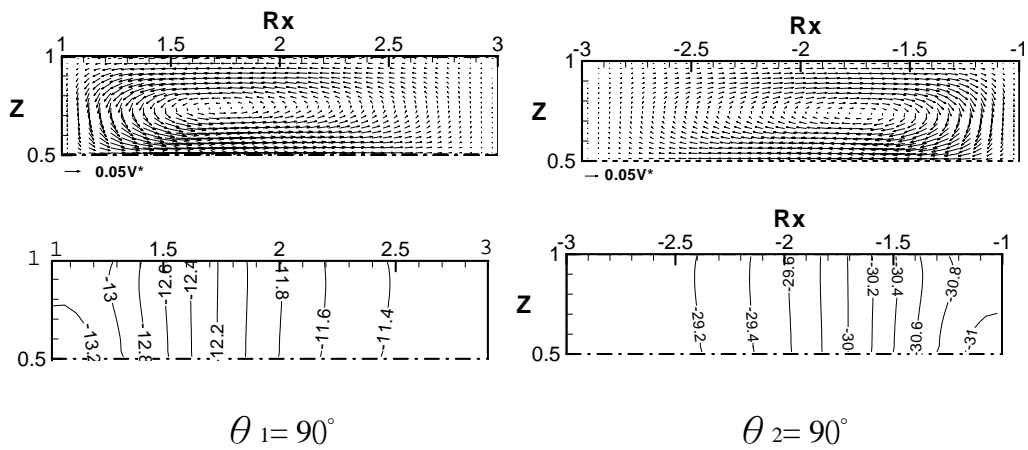


圖 4.8 Re=6，第一段的 $\theta_1=90^\circ$ 及 $\theta_2=90^\circ$ 截面的速度向量及壓力梯度分佈圖

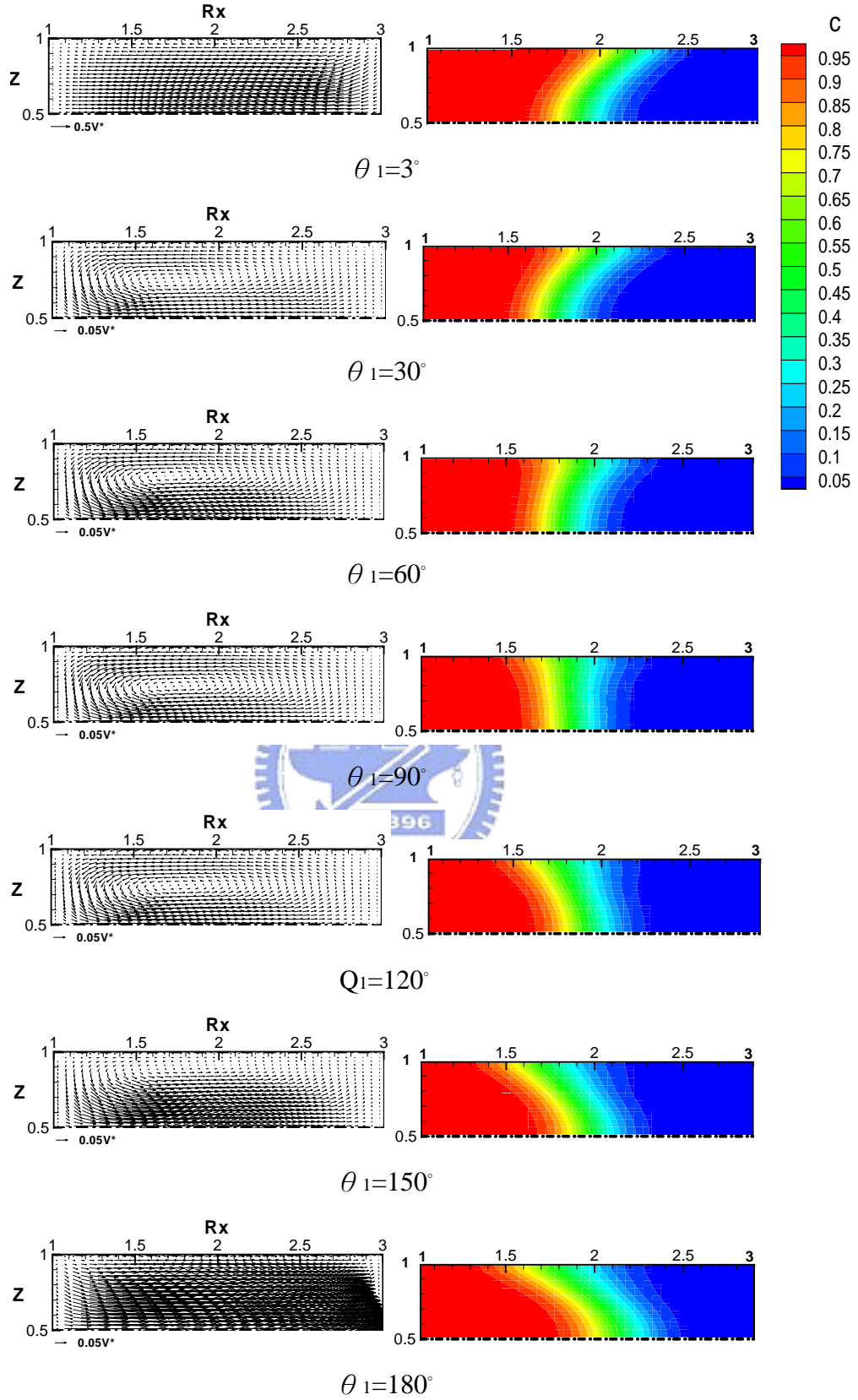


圖 4.9(A) S wave 第一段， $Re=6(K\sim 6.9)$

$\theta_1=3^\circ \sim \theta_1=180^\circ$ 截面速度向量及濃度分佈

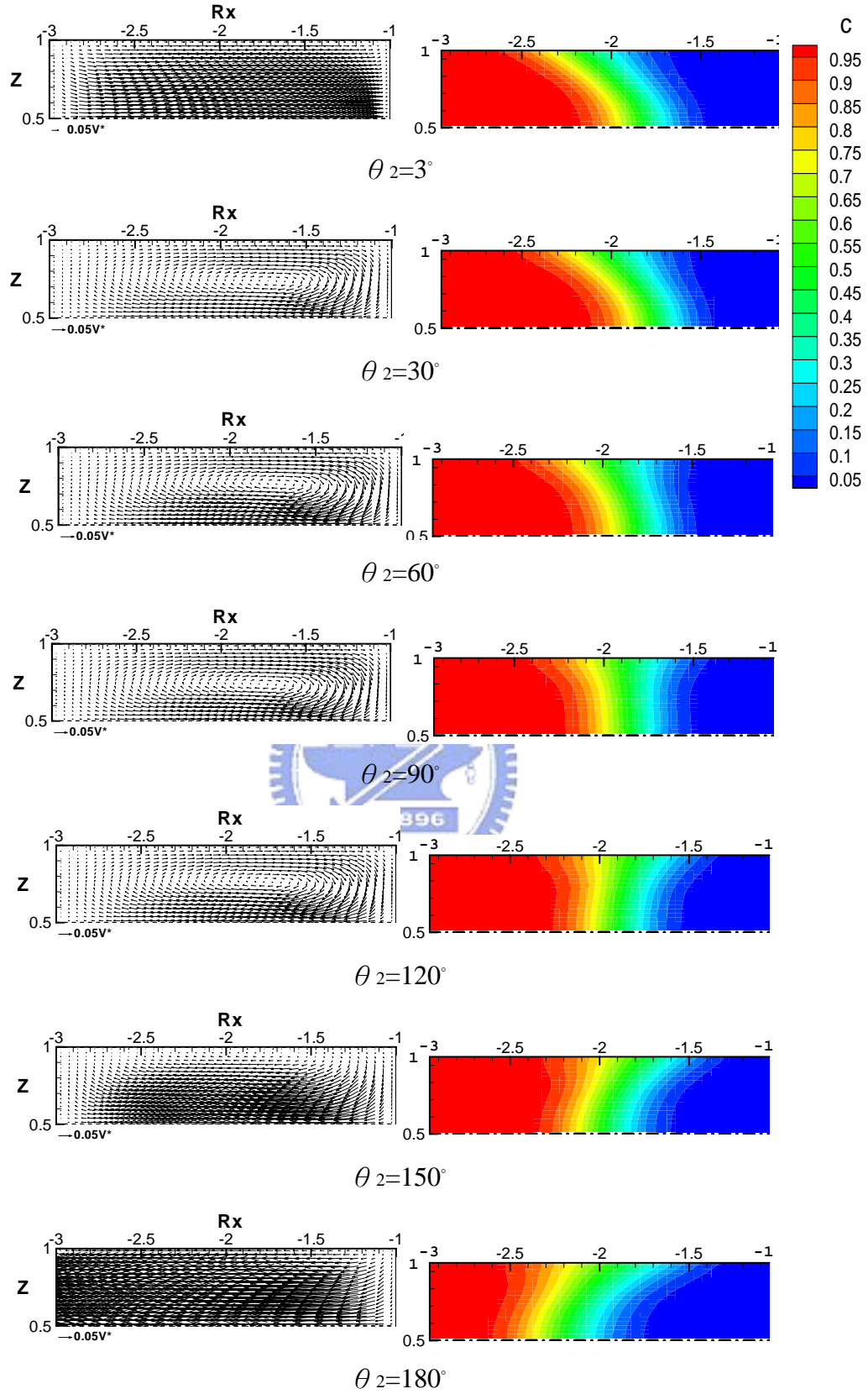


圖 4.9(B) S wave 第一段， $Re=6(K\sim 6.9)$

$\theta_2=3^\circ \sim \theta_2=180^\circ$ 截面速度向量及濃度分佈

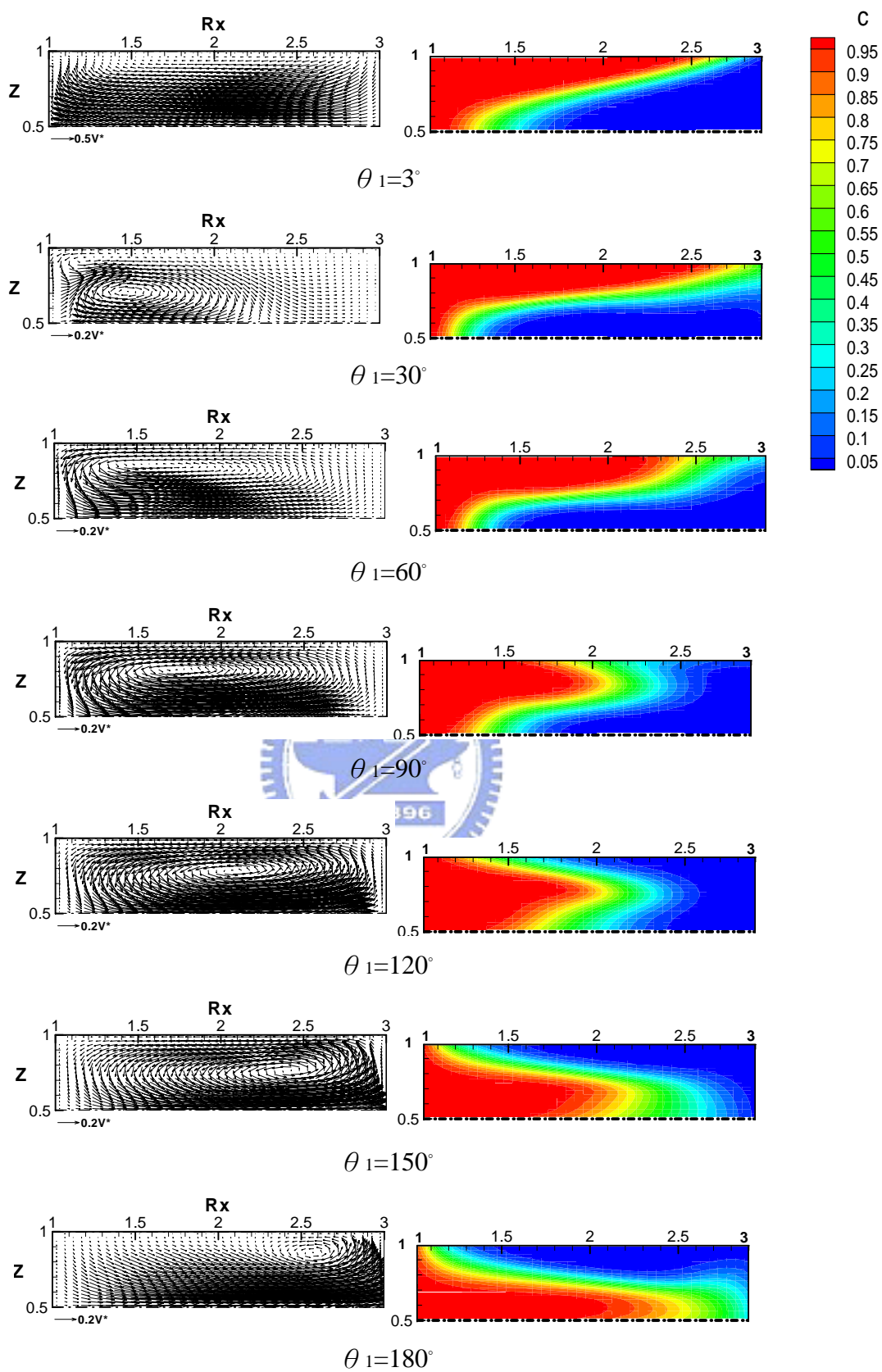


圖 4.10(A) S wave 第一段， $Re=60(K\sim 69)$

$\theta_1=3^\circ \sim \theta_1=180^\circ$ 截面速度向量及濃度分佈

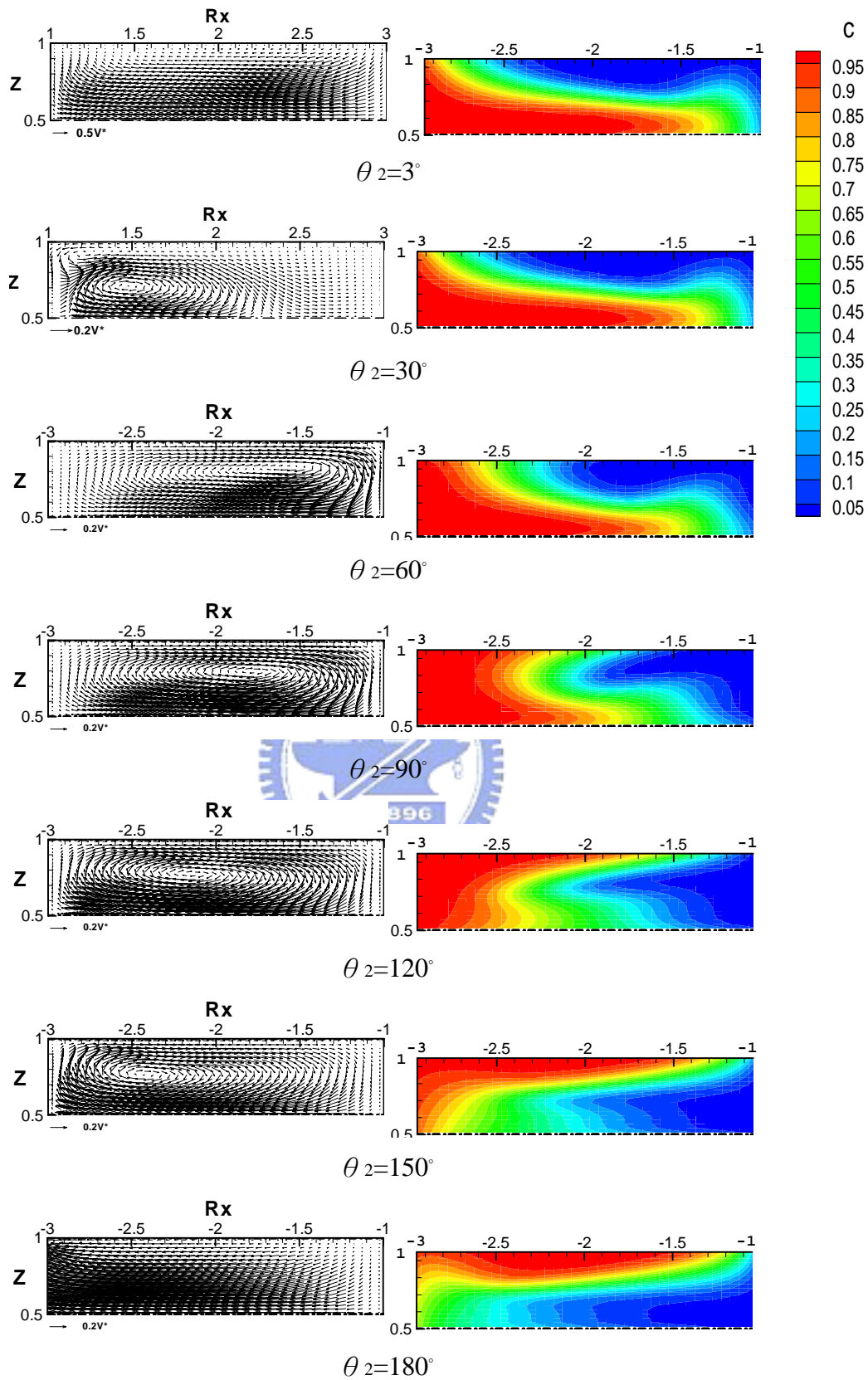


圖 4.10(B) S wave 在第一週期 $Re=60$ ($K \sim 69$)

$\theta_2=3^\circ \sim \theta_2=180^\circ$ 截面速度向量及濃度分佈

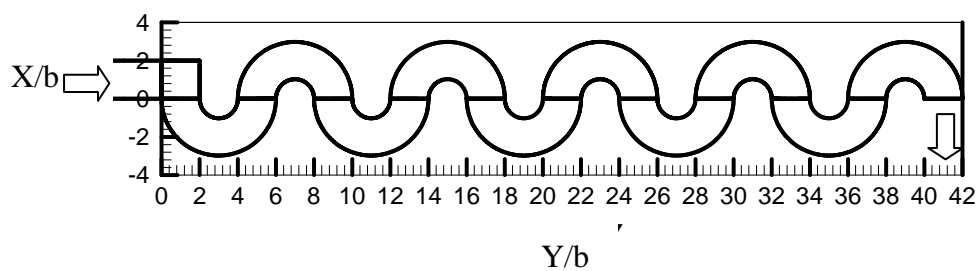


圖 4.11 S wave channel 上視圖

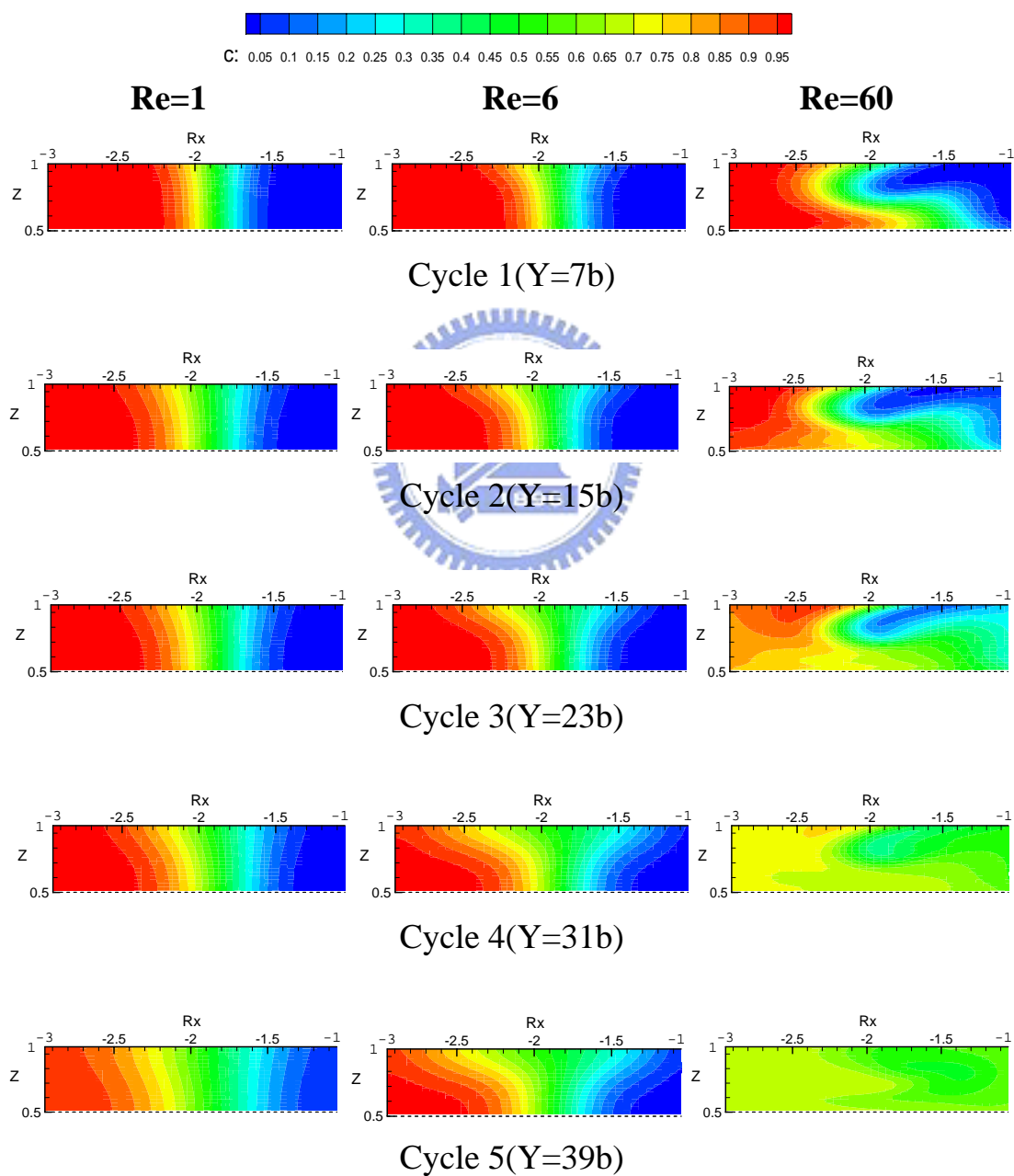
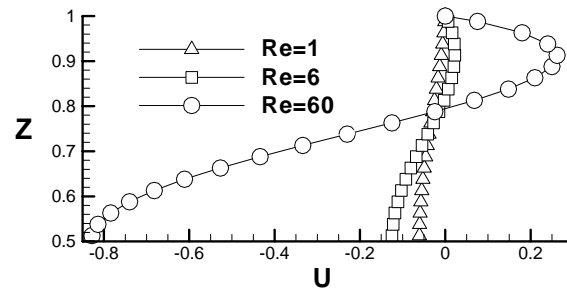
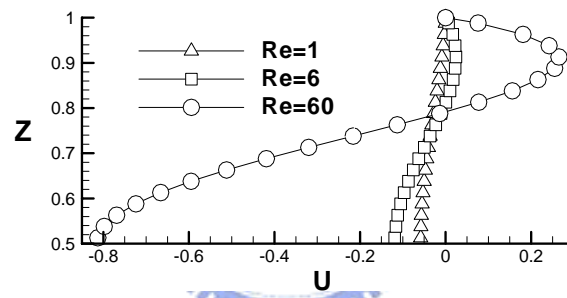


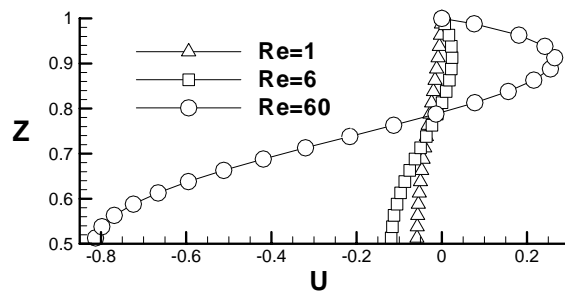
圖 4.12 不同週期的截面濃度分佈圖：Re=1(left)，Re=6(middle)，Re=60(right)



Cycle 1($Y=7b$)



Cycle 2($Y=15b$)



Cycle($Y=39b$)

圖 4.13 不同週期在截面中心上的橫向速度曲線圖

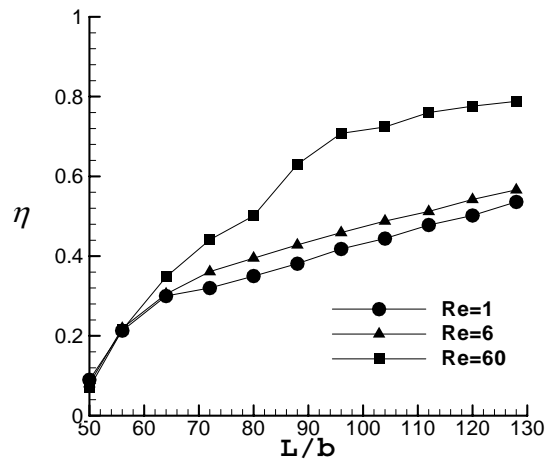
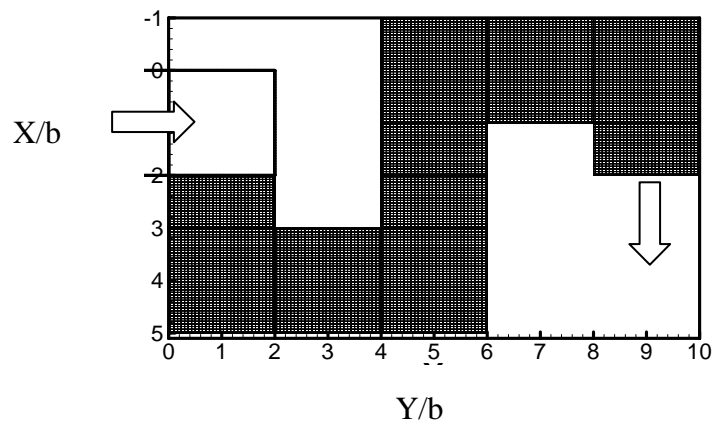


圖 4.14 Square wave channel 在不同 Re 值之混合效率



圖(4.15) square wave 第一段 上視圖

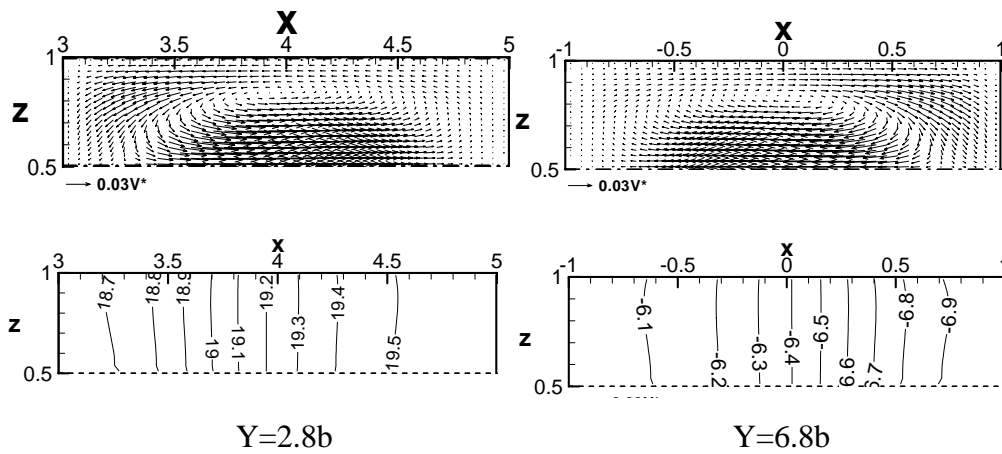


圖 4.16 Re=6，在 Y=2.8b、Y=6.8b 截面的速度向量及壓力梯度分佈圖

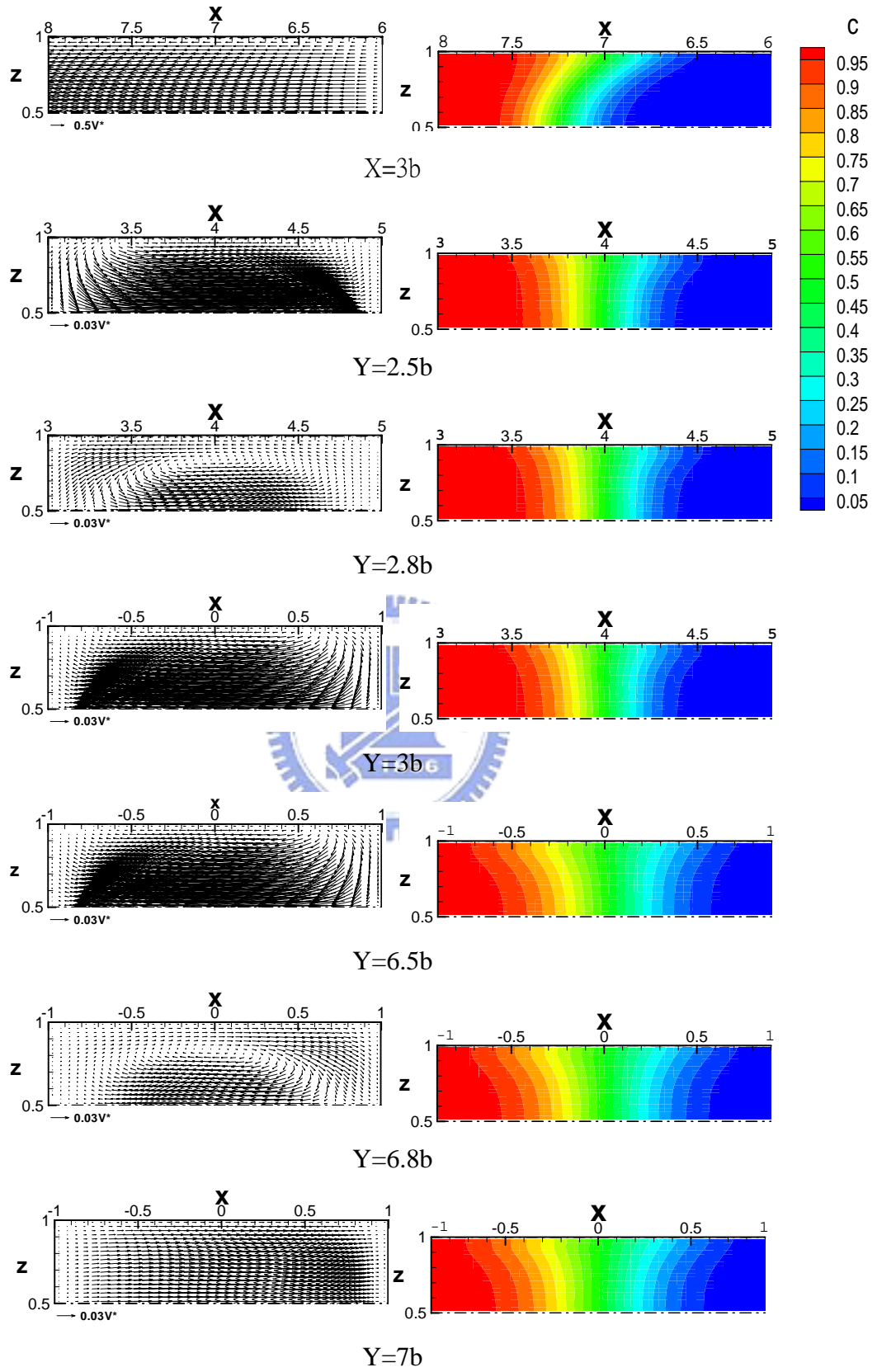


圖 4.17 square wave channel $Re=6$ 在不同 Y 方向之截面速度向量、濃度分佈圖

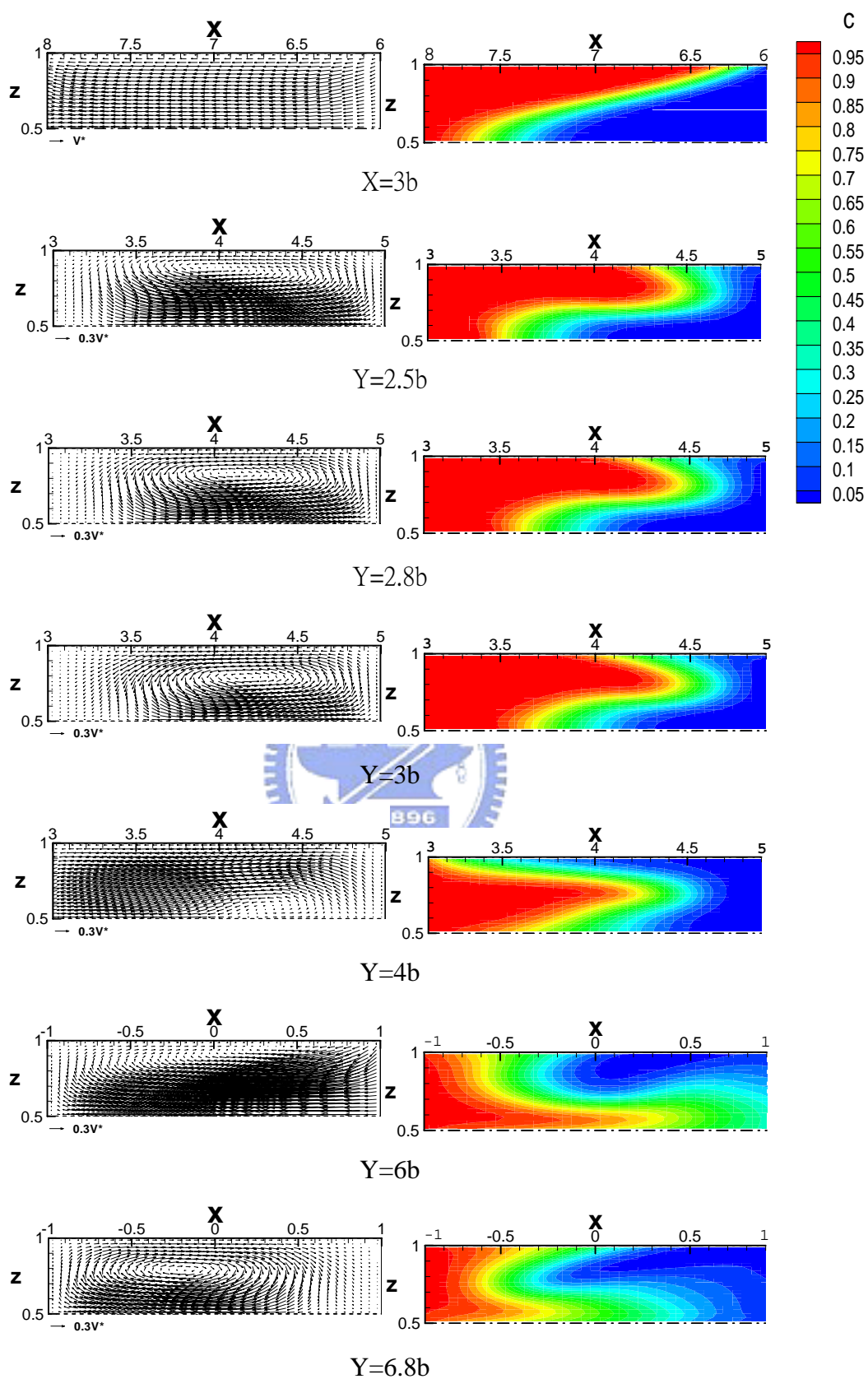
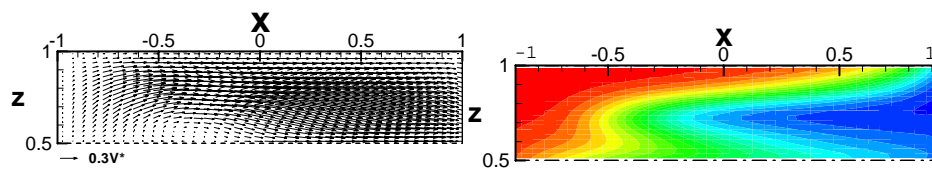


圖 4.18 square wave channel $Re=60$ 不同 Y 方向之截面速度向量、濃度分佈圖



Y=8b

圖 4.18 square wave channel $Re=60$ 不同 Y 方向之截面速度向量、濃度分佈圖(續)



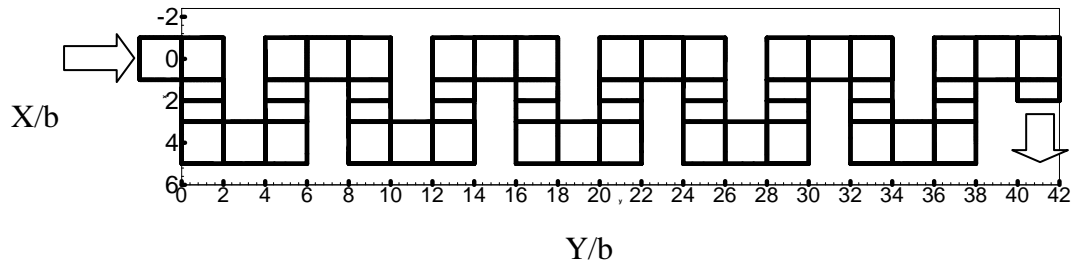


圖 4.19 square wave channel 上視圖

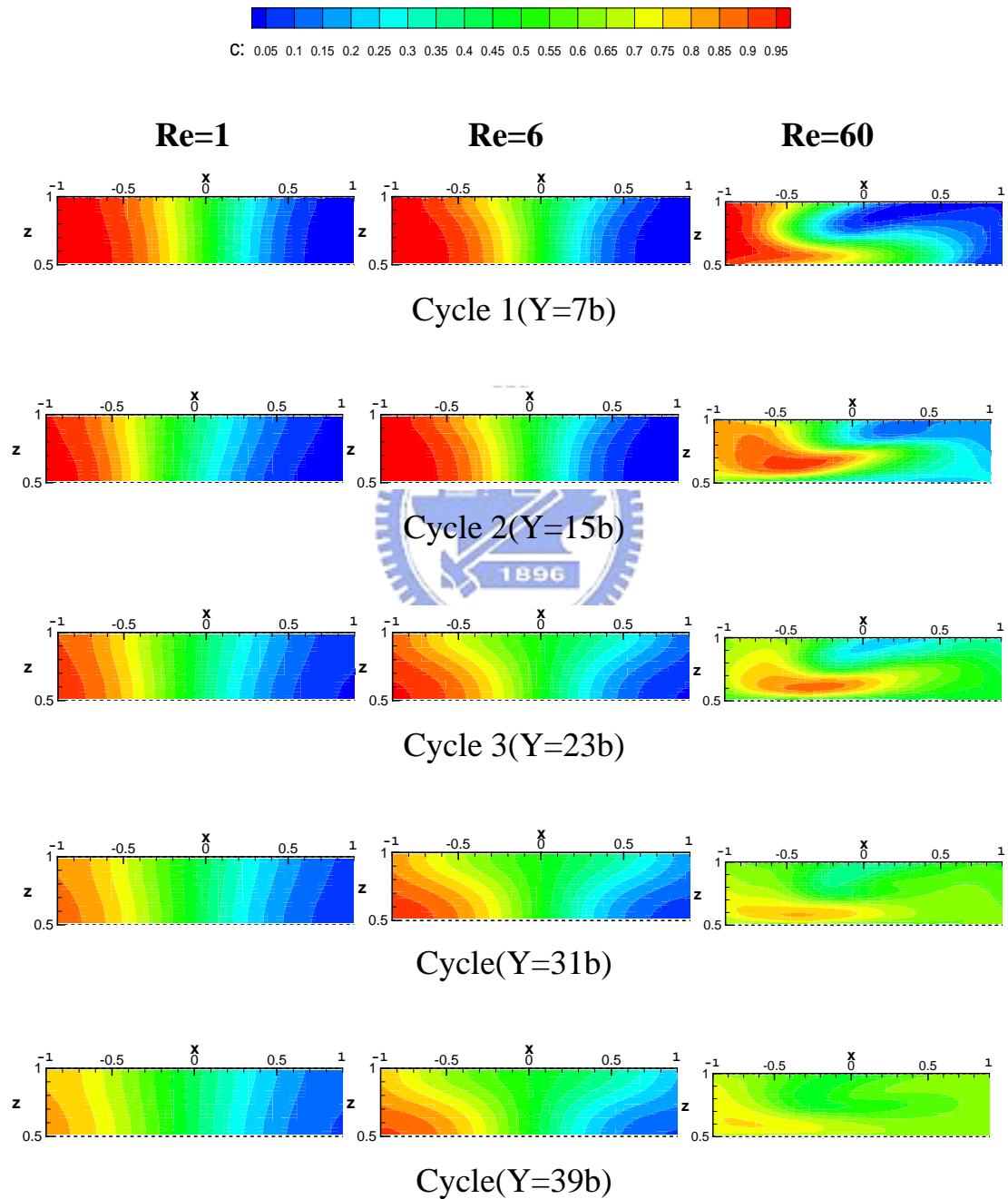
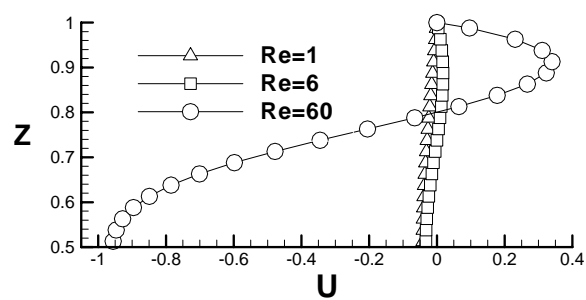
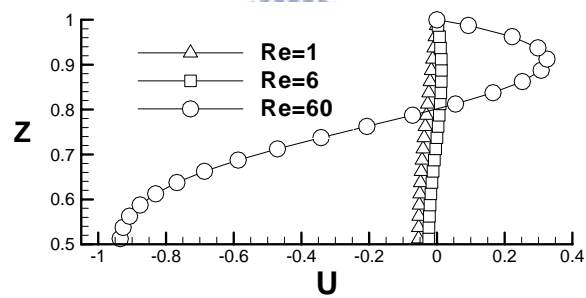


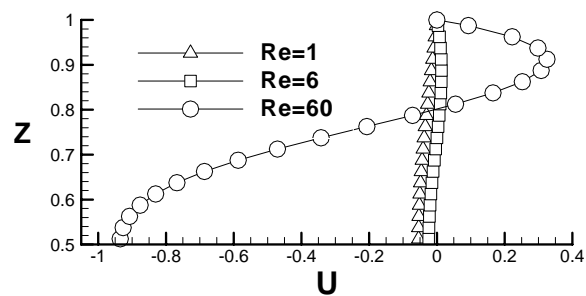
圖 4.20 square wave channel 在不同 Y 的截面濃度分佈圖：
Re=1(left) , Re=6(middle) , Re=60(right)



Cycle 1(Y=7b)



Cycle 2(Y=15b)



Cycle(Y=39b)

圖 4.21 不同週期在截面中心的橫向速度曲線圖

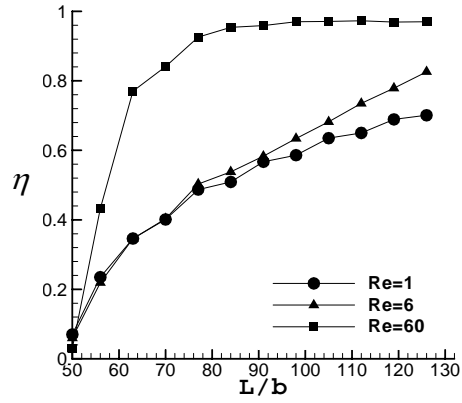


圖 4.22 3D Serpentine channel 在不同 Re 值之混合效率

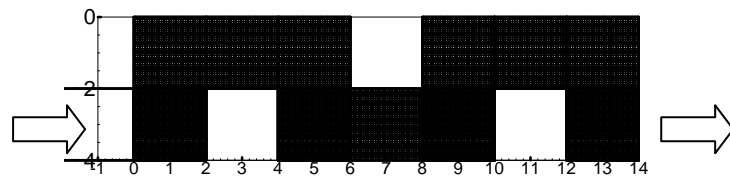


圖 4.23 3-D serpentine channel 第一段上視圖

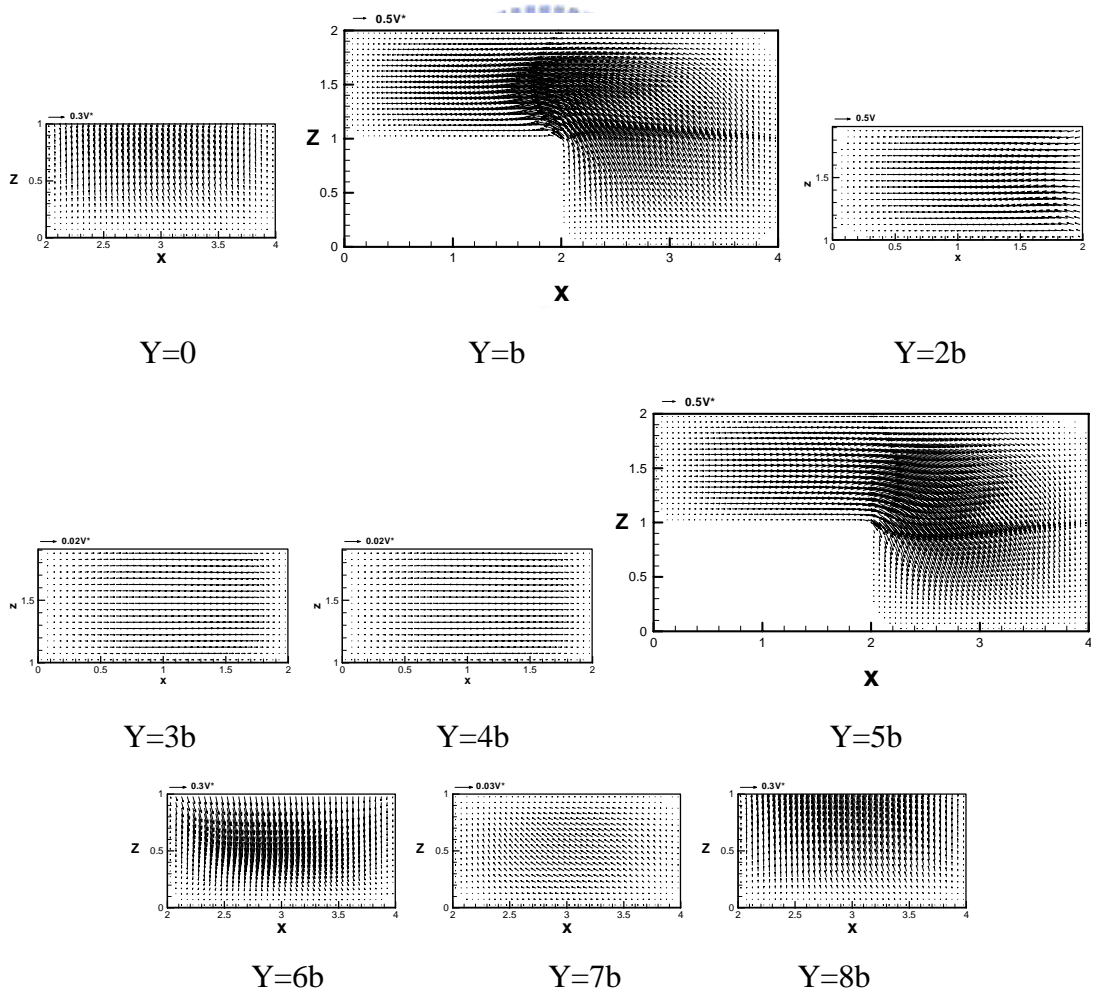


圖 4.24 3-D serpentine channel Re=1 第一週期 不同 Y 方向之截面速度圖

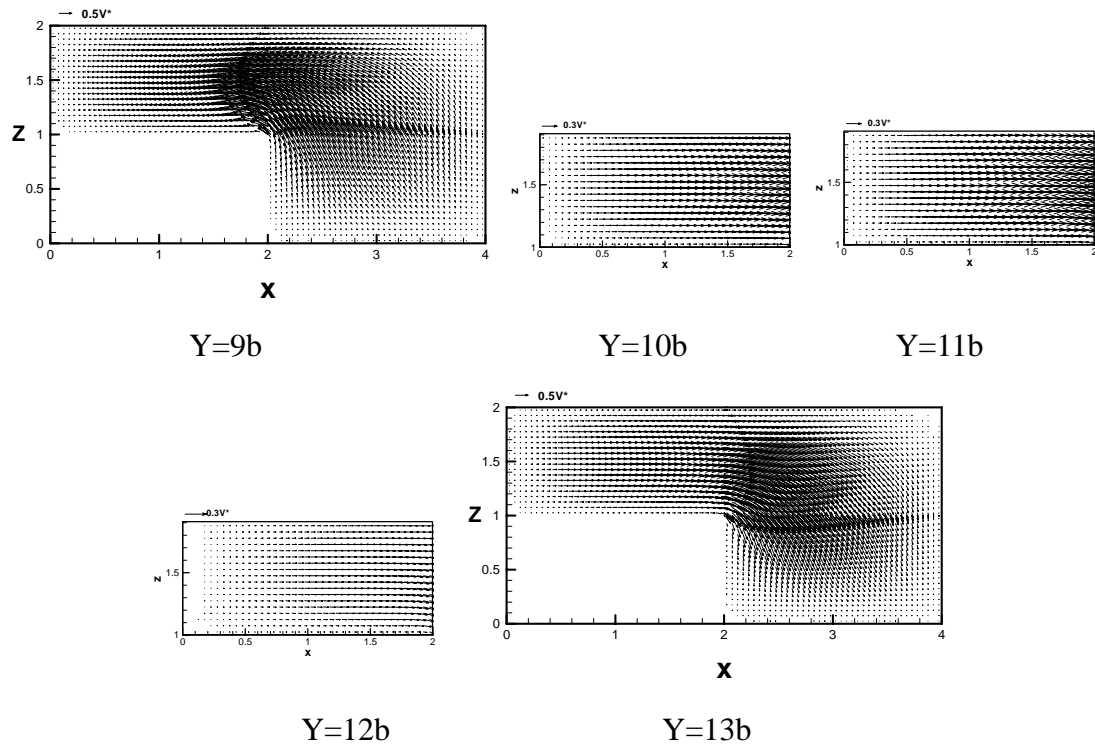


圖 4.24 3-D serpentine channel $Re=1$ 第一週期 不同 Y 方向之截面速度圖(續)



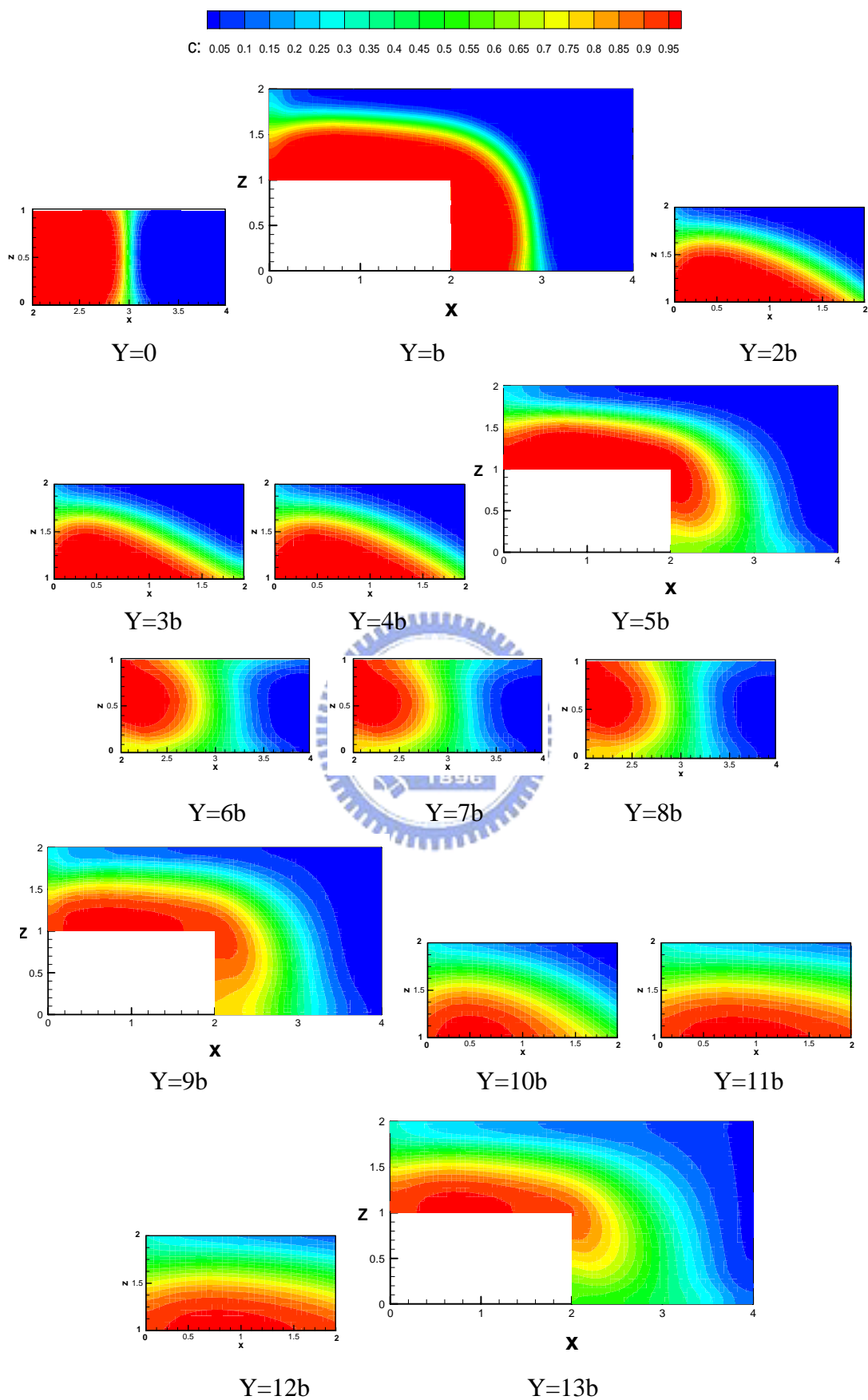


圖 4.25 3-D serpentine channel $Re=1$ 第一段不同 Y 方向之截面速度圖

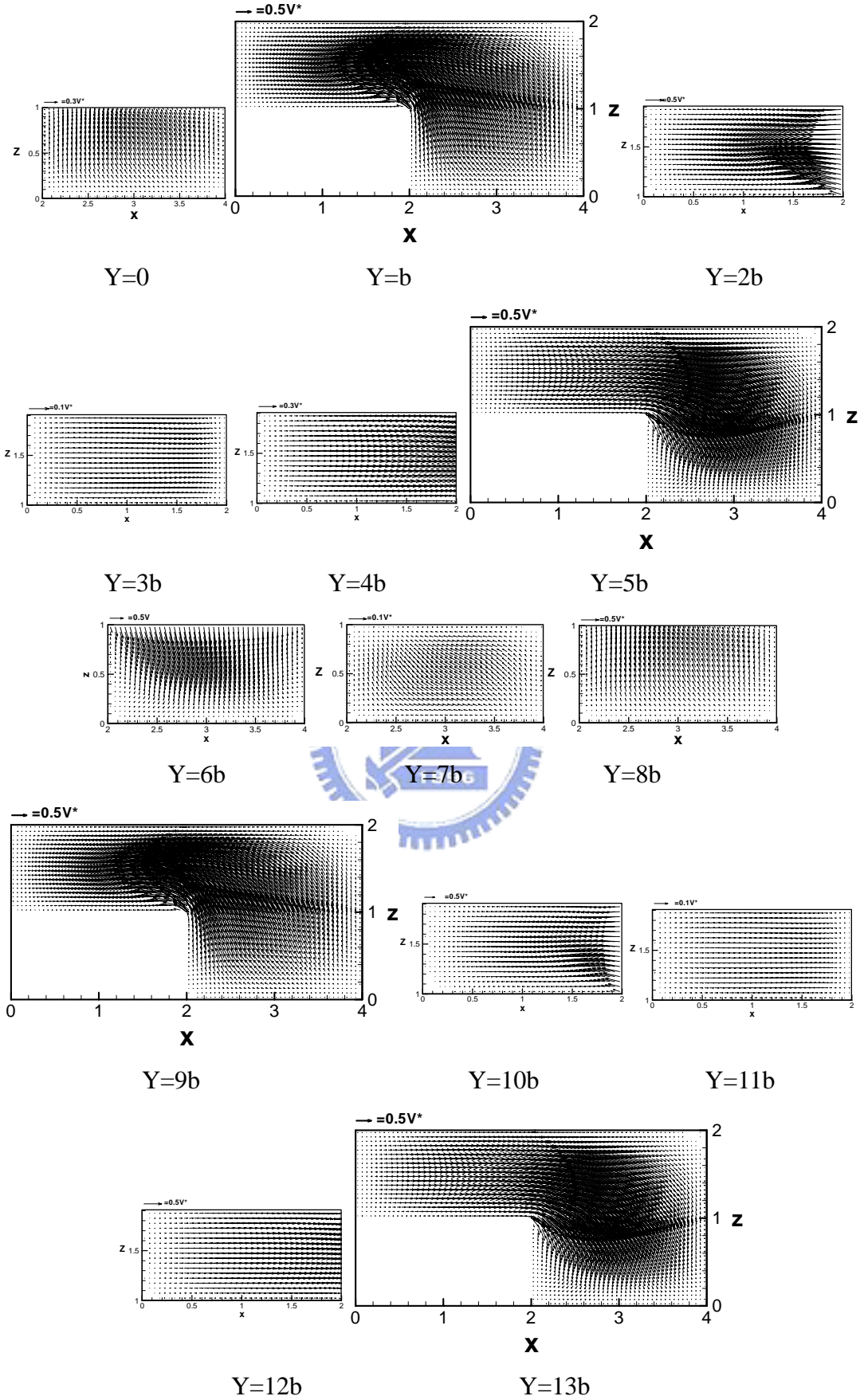


圖 4.26 3-D serpentine channel $Re=6$ 第一段不同 Y 方向之截面速度圖

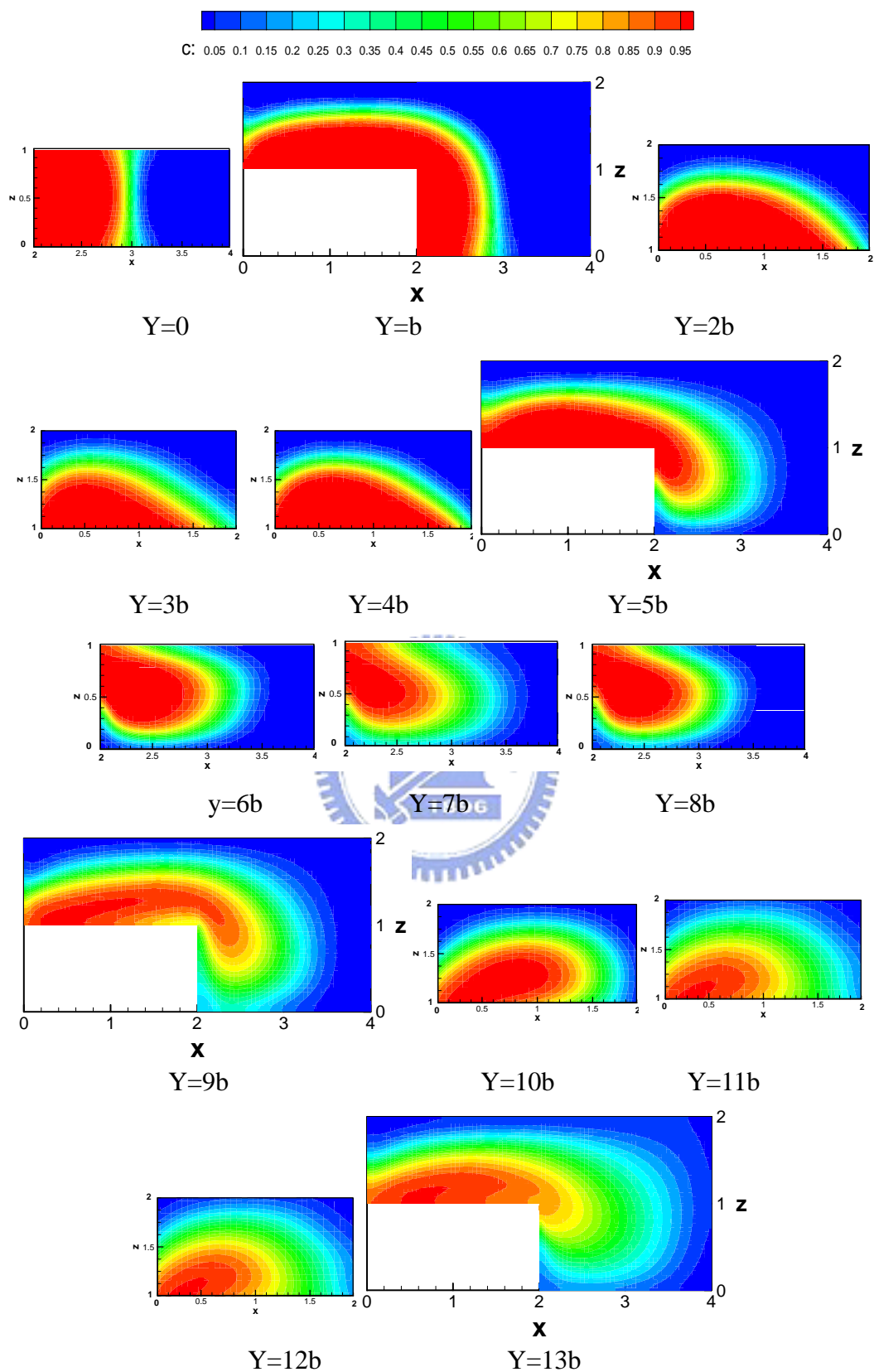


圖 4.27 3-D serpentine channel， $Re=6$ 在第一段不同 Y 方向之濃度分佈圖

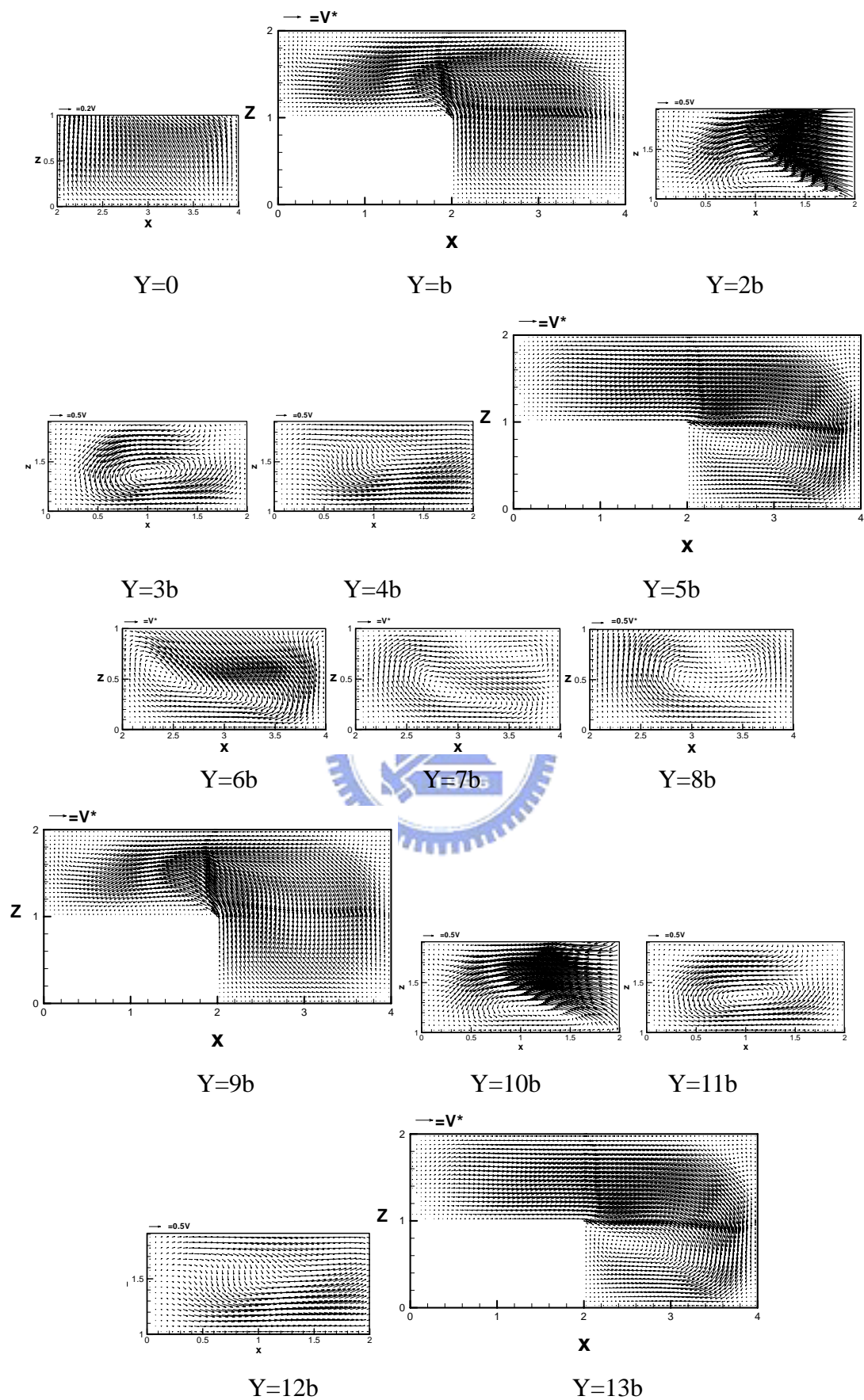


圖 4.28 3-D serpentine channel $Re=60$ 第一段不同 Y 方向之速度向量圖

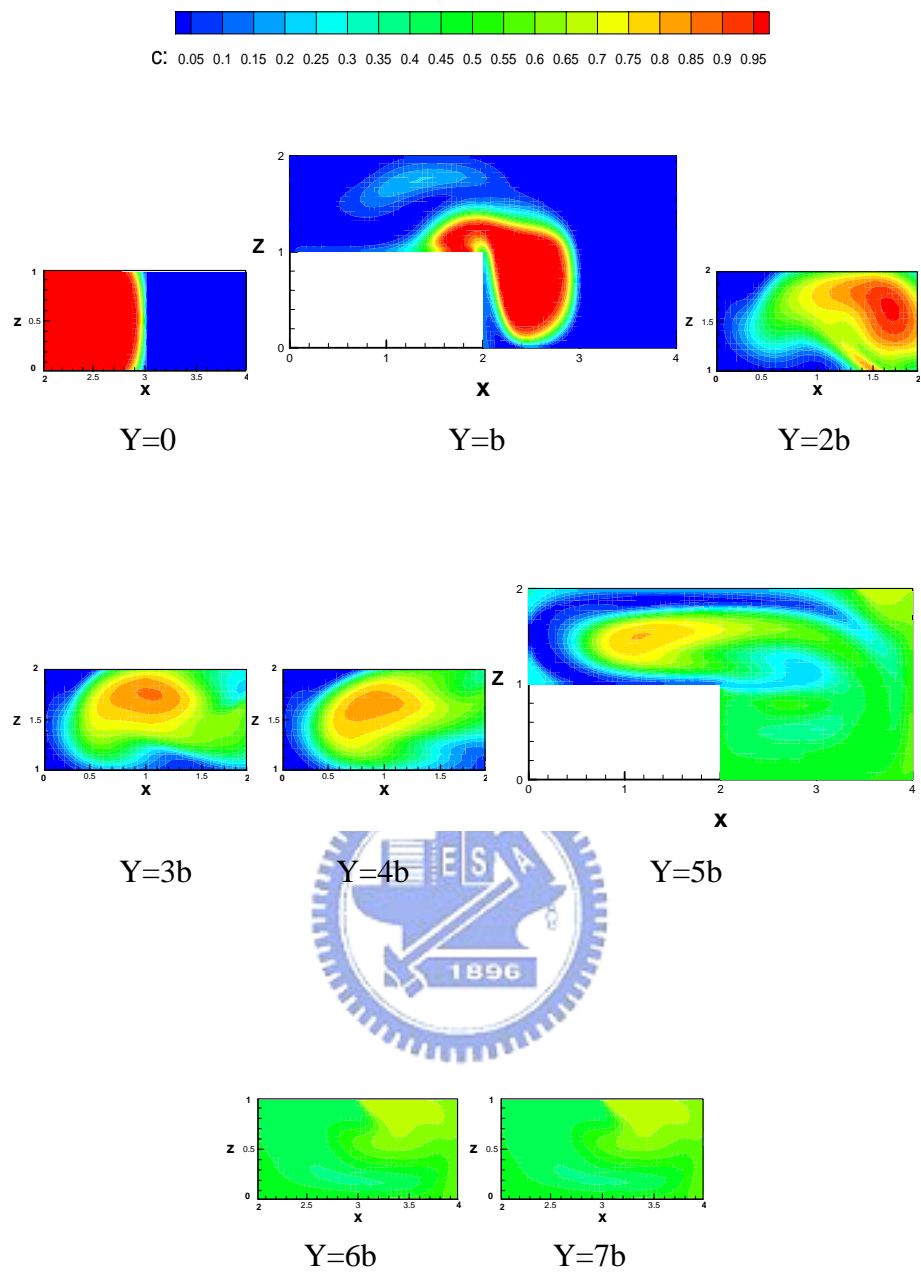
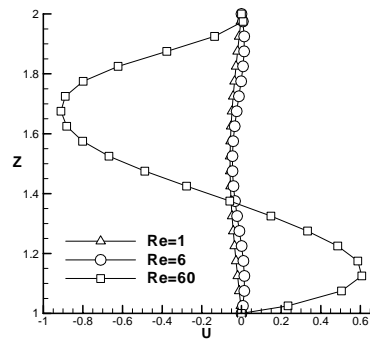
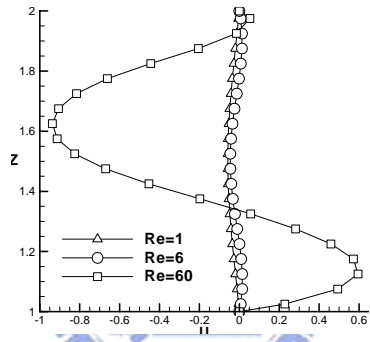


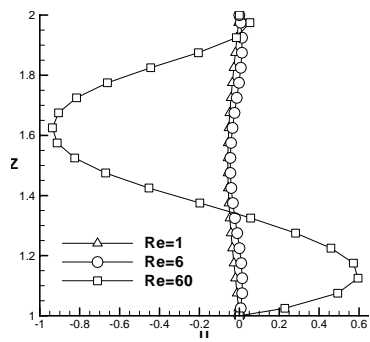
圖 4.29 3-D serpentine channel $Re=60$ 第一段不同 Y 方向之濃度分佈圖



$Y=3b$



$Y=11b$



$Y=19b$

圖 4.30 不同 Y 方向在橫向速度曲線圖

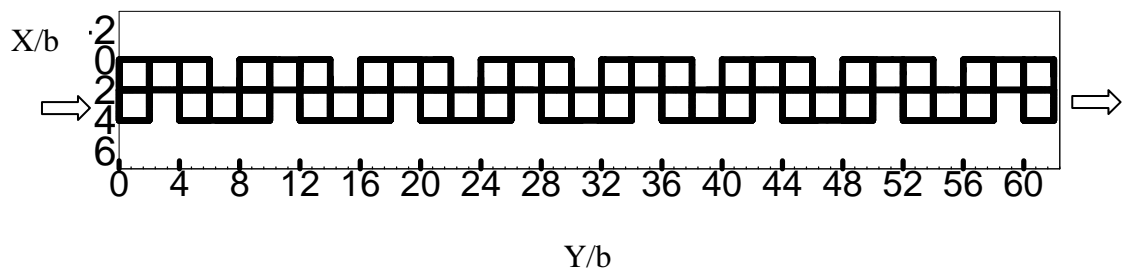


圖 4.31 3D serpentine channel 上視圖

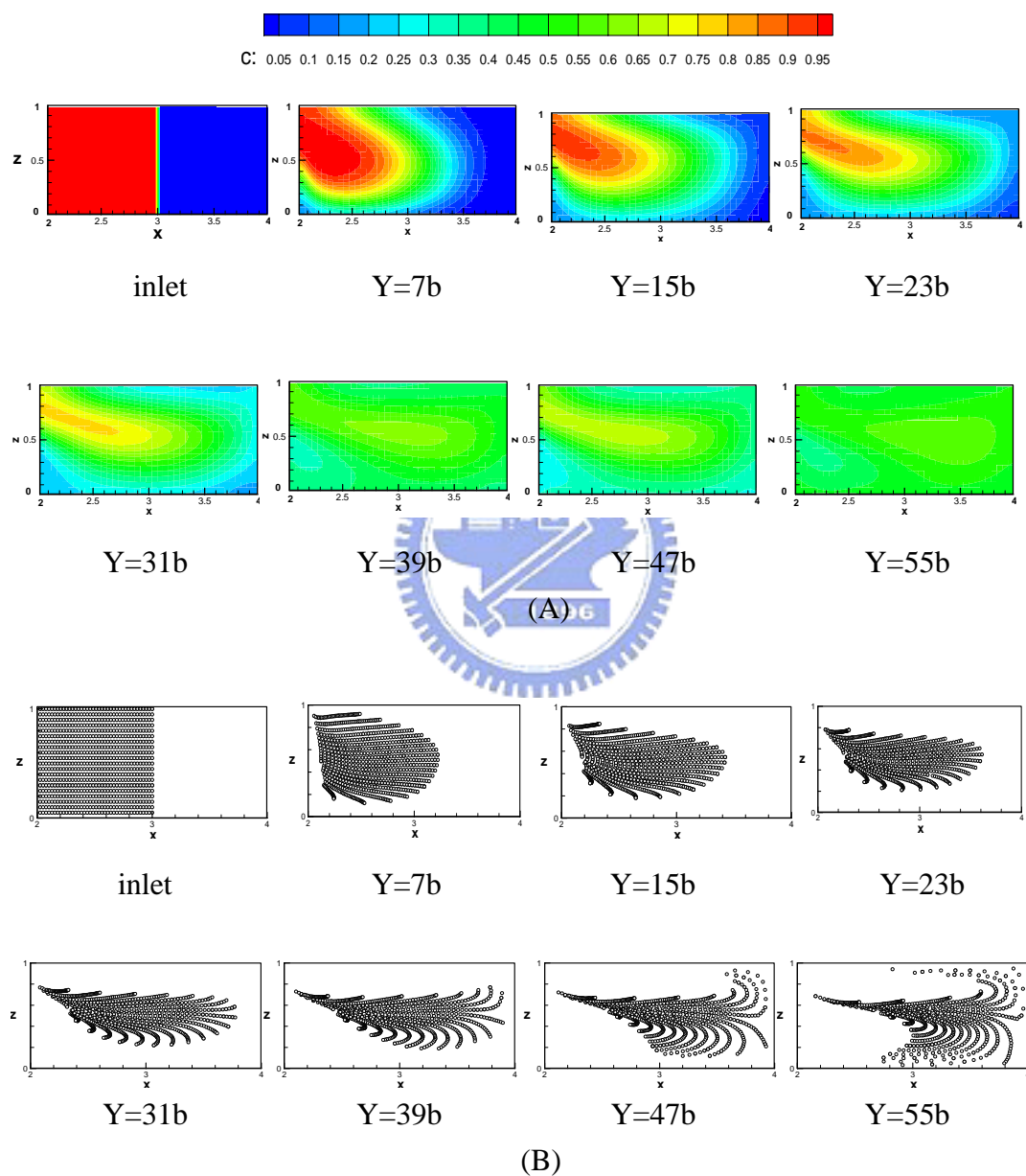


圖 4.32 3-D serpentine channel $Re=6$ 不同 Y 方向：

(A)濃度分佈圖

(B)質點路徑分佈圖

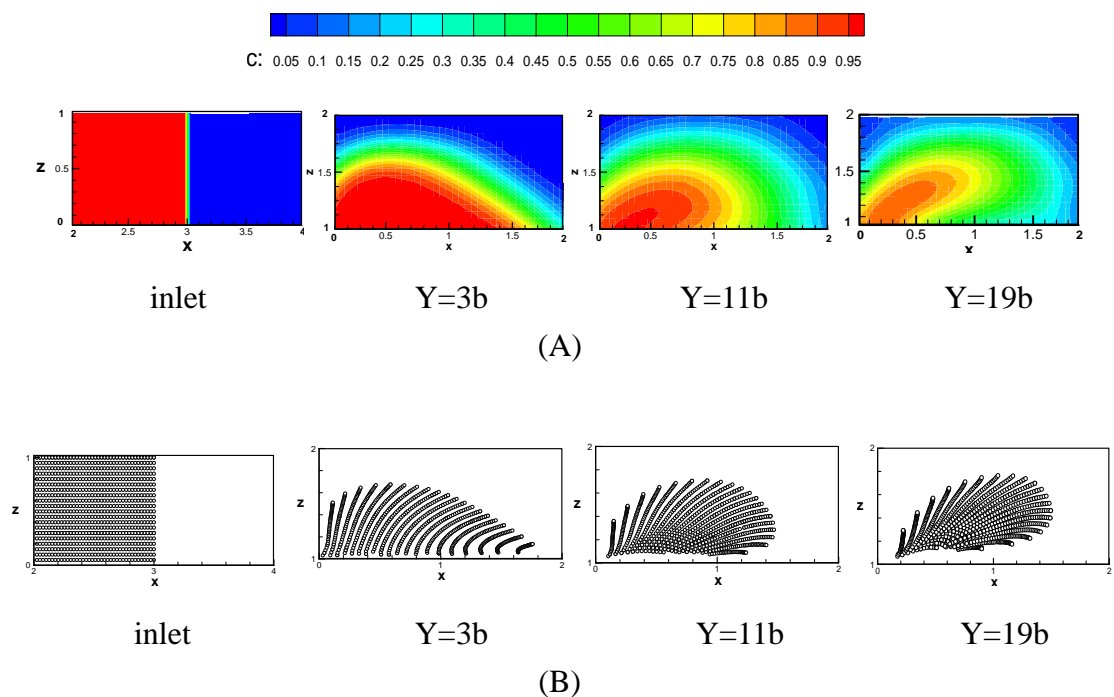


圖 4.33 3-D serpentine channel $Re=6$ 不同 Y 方向：
濃度分佈圖(A)、質點分佈圖(B)

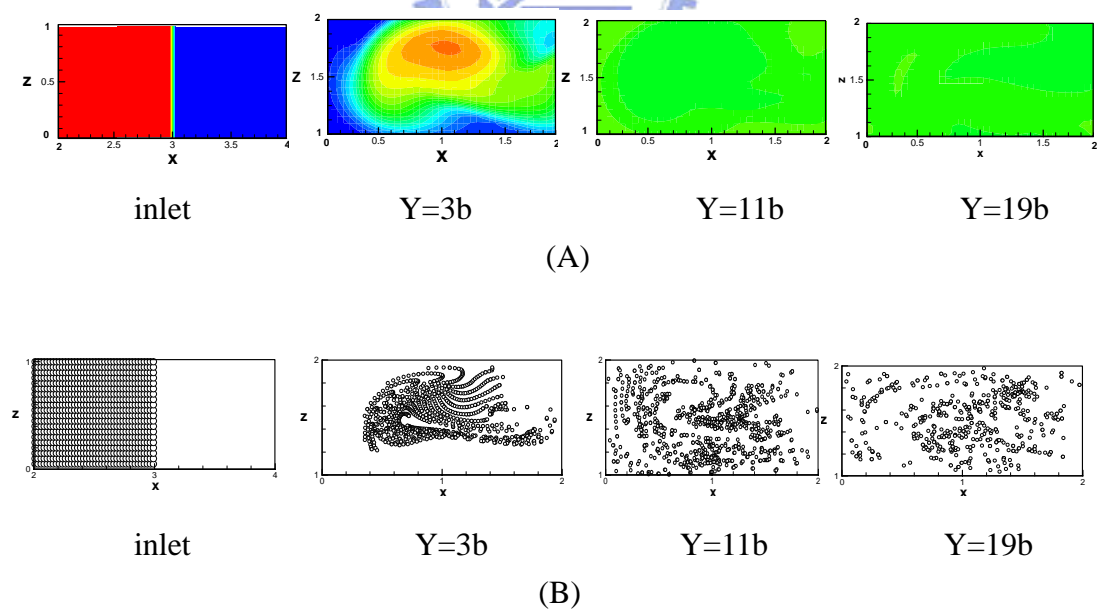
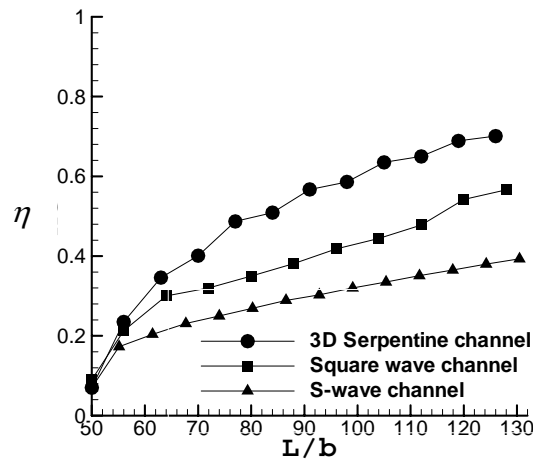
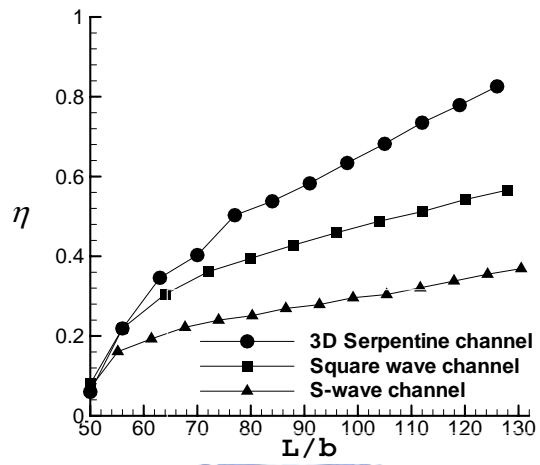


圖 4.34 3-D serpentine channel $Re=60$ 不同 Y 方向：
濃度分佈圖(A)、質點分佈圖(B)



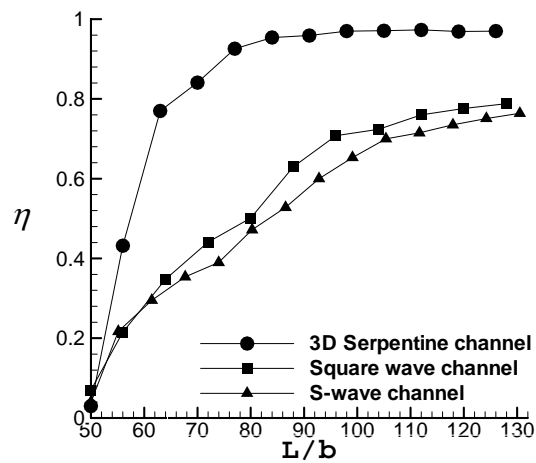
Re=1

(A)



Re=6

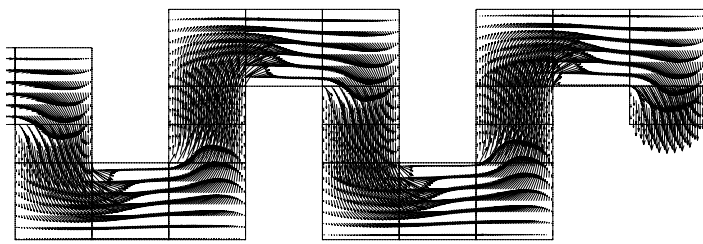
(B)



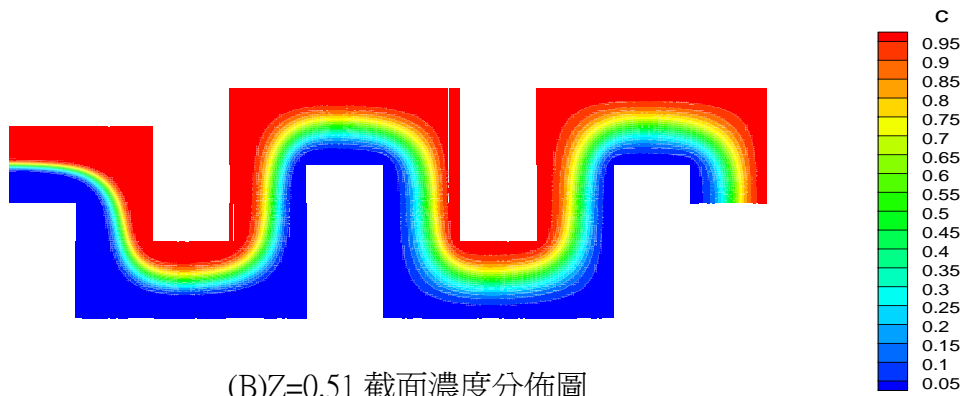
Re=60

(C)

圖 4.35 不同管道混合效率：(A) $Re=1$ 、(B) $Re=6$ 、(C) $Re=60$

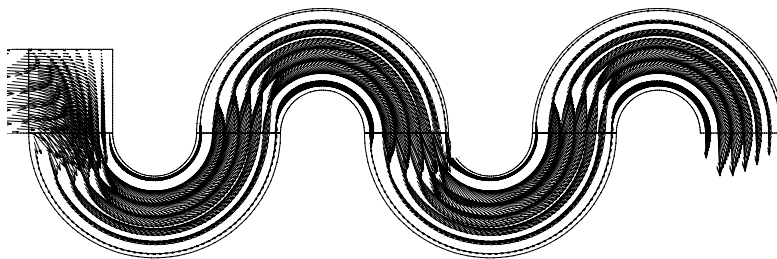


(A)在 $Z=0.51$ 截面速度向量圖

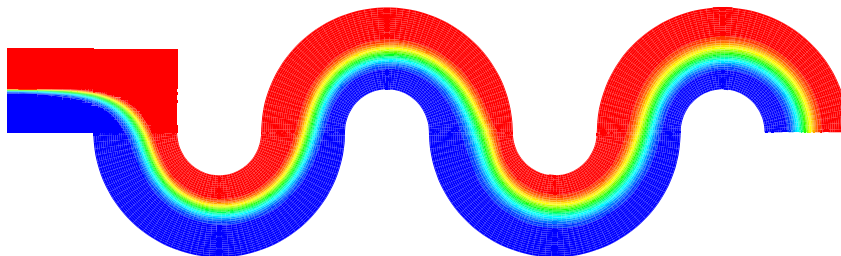


(B) $Z=0.51$ 截面濃度分佈圖

圖 4.36 square wave channel 在 $Z=0.51$ 截面速度向量圖(A)、濃度分佈圖(B)



(A) $Z=0.51$ 截面速度向量圖



(B) $Z=0.51$ 截面濃度分佈圖

圖 4.37 S wave channel 在 $Z=0.51$ 截面速度向量圖(A)、濃度分佈圖(B)