

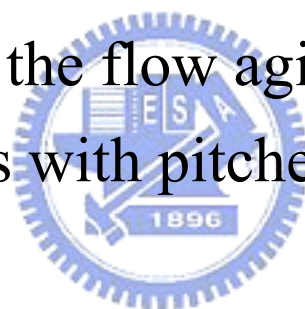
國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

圓盤斜葉渦輪式攪拌槽流場分析

Analysis of the flow agitated by disc  
turbines with pitched blades



研究生：沈詩珍

指導教授：崔燕勇

中華民國九十四年七月

圓盤斜葉渦輪式攪拌槽流場分析  
Analysis of the flow agitated by disc turbines  
with pitched blades

研究生：沈詩珍

Student : Shih-Jhen Shen

指導教授：崔燕勇

Advisor : Yeng-Yung Tsui

國立交通大學  
機械工程學系  
碩士論文



Submitted to Institute of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

July 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

# 圓盤斜葉渦輪式攪拌槽流場分析

研究生：沈詩珍

指導教授：崔燕勇 博士

國立交通大學機械學系

## 摘 要

本研究主要針對圓盤式攪拌器作流場之計算模擬，並且在攪拌葉片具有一傾角。計算的流場為一複雜之三維紊流流場，假設流場為擬似穩態，使用高雷諾數  $k-\epsilon$  紊流模式，並在近壁面的流場使用壁函數作處理。在葉片旋轉區域內與葉片旋轉區域外，分別以旋轉座標系及靜止座標系作計算，由於攪拌槽具有對稱性，因此僅計算半個攪拌槽的範圍，當流體流經此範圍邊界時，流出與流入的通量需相同，此範圍之邊界為週期性邊界，計算網格為非結構性且非交錯式網格。

本研究主要是改變(1)葉片的傾角  $\alpha$ 、(2)攪拌器的葉片中心與攪拌槽底部之間間隙  $C$ 、(3)攪拌器葉輪的直徑  $D$ 、(4)圓盤的直徑  $d$  等四種參數，藉由改變這四種參數來觀察流場的變化。

結果為當葉片的傾角逐漸加大到臨界角度以後，流場型態會由軸向流場改為徑向流場，功率數會快速減少，攪拌數卻是增加，顯示在葉片旋轉區域內的流體由軸向轉為徑向時，流體必須繞過圓盤，因此需耗費更多功率。間隙越小，流場的軸向流動較強烈，因此葉片角度到達臨界角後，流場型態由軸向轉為徑向流動的變化非常明顯，功率數降低的幅度較明顯，反之，間隙大時，流場徑向流動增強，流場型態由軸向轉為徑向流場反而不明顯，功率數的降低幅度也跟著不明顯。葉輪直徑相同情況下，增加圓盤直徑會使得同間隙下的臨界角度減小，功率數降低的幅度會增加，攪拌數增加的幅度也會大幅增加。增加葉輪直徑會使得流場型態由軸向流場改為徑向流場的現象更不明顯，也會使功率數的減少的幅度變小，而攪拌數的變化更為相近。

# **Analysis of the flow agitated by disc turbines with pitched blades**

Student: Shih-Jhen Shen

Advisor: Dr. Yeng-Yung Tsui

Institute of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## **ABSTRACT**

This research is concerned about a complex 3-D turbulent flow agitated by disc turbine with pitched-blade impellers in a tank. The flow is assumed to be quasi-steady and computed by High Reynolds  $k-\varepsilon$  model, and wall function is used to calculate the flow near the wall. The inside and outside flows of the impeller region are computed by rotational and stationary frames, respectively. Due to the tank is geometrically symmetric, an appropriate calculation range is selected as cyclic boundary to reduce the amount of the calculation and unstructured and no staggered meshes are used in this simulation.

Four parameters changed for the stirred tank are: an oblique angle  $\alpha$  of the blade, the clearance  $C$  of between center of the blade and bottom of the tank, diameter of the impeller  $D$  and disc diameter  $d$ .

The result shows that once the oblique angle  $\alpha$  of blade reach to a critical angle, the flow type will be changed from axial flow to radial flow and the power number decreased rapidly and the pumping number increased. The phenomenon of flow type changed from axial flow to radial flow will be more obvious by decreasing the clearance  $C$ , and the decrease of power number also changed rapidly. With increasing the diameter of the impellers, the phenomenon of flow changed from the axial type to the radial type will be unobvious. Again, the decrease of the power numbers also unapparent.



# 誌謝

首先，我要感謝我的老師崔燕勇教授在我研究所兩年的歲月中悉心的指導，不僅僅是課業上的殷切教導，或是做人處世該有的態度都讓我受益良多。感謝口試委員林振德、傅武雄、楊文美教授對本論文細心的審查與撥冗建議。

謝謝我的同學謝崇民與唐宜甫同窗兩年的陪伴，謝謝我的學弟們柯伯翰、林士超與楊晴翔每天提供不同的娛樂，讓我的研究所生活多采多姿，謝謝我的學長吳添成、胡育昌與邱建仁平日的幫忙。特別感謝 George 與胡學長不僅在課業上幫忙，生活上也是非常貼心的幫助我，謝謝你們。

謝謝我最可愛最美麗的兩位室友張粧亭與李思葶，感謝你們兩位每日的陪伴，不管是高興或是難過的事情，都有你們與我分享，讓我在交大的日子感到無限溫暖窩心。

謝謝我的大美女媽媽與天仙般的兩位妹妹，每當我遇到挫折的時候，想到你們就會給我無限的勇氣繼續前進，謝謝我的好友小菁菁與大姊的殷切叮嚀與關心，好愛你們。

最後，我要謝謝一位特別的人，排行老二的老大，謝謝你在我遇到困難時，總是想辦法給予幫助與建議，謝謝你每日聽我傾訴並且幫我加油打氣，讓我的在交大的生活從不感到孤單與寂寞，謝謝你。



# 目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
符號說明	ix
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	3
1.3 研究目的.....	9
第二章 數學模式.....	10
2.1 基本假設.....	10
2.2 多重參考座標系之統御方程式.....	10
2.3 邊界條件.....	13
第三章 數值方法.....	14
3.1 離散化.....	14
3.2 計算面上質量流率.....	18
3.3 壓力修正式.....	19
3.4 邊界條件.....	23
3.5 旋轉座標與靜止座標介面轉換.....	26
3.6 解題步驟.....	27
第四章 結果與討論.....	28
4.1 簡介.....	28

4.2	模擬 Ranade[6]的幾何外形.....	28
4.3	計算網格.....	28
4.4	與 Ranade[6]實驗比較.....	29
4.5	格點測試.....	30
4.6	不同間隙下改變葉片傾角對流場的影響( $d=2D/3$ , $D=T/3$ ).....	30
4.7	圓盤加長對流場的影響( $d=2D/3$ , $D=T/3$ ).....	36
4.8	圓盤加長後，增加葉輪直徑對流場的影響 ( $d=3D/4$ , $D=T/2$ ).....	39
4.9	綜合討論.....	42
第五章	結論.....	45
	參考文獻.....	47



## 圖目錄

圖 1.1	攪拌器種類[1][2] (a)螺杆式，(b)錨框式，(c)螺帶式，(d)直葉式， (e)斜葉式，(f)曲葉圓盤式，(g)平直葉圓盤式，(h)斜葉圓盤式。	49
圖 1.2	流場型態：(a)徑流式流場，(b)軸流式流場	50
圖 2.1	靜止座標系與旋轉座標系	51
圖 2.2	週期性邊界示意圖	52
圖 3.1	over-relaxed approach 法	53
圖 3.2	計算邊界壓力示意圖	54
圖 3.3	計算壁面剪應力示意圖	55
圖 3.4	格點位置示意圖	56
圖 4.1	攪拌槽的幾何外型	57
圖 4.2	攪拌槽的幾何尺寸	58
圖 4.3	計算網格	59
圖 4.4	速度場的徑向分佈( $C=T/2$ ， $D=T/3$ ， $\alpha=90^\circ$ ) (a) $V_r/V_{tip}$ 與 $V_\theta/V_{tip}$ (b) $W/V_{tip}$	60
圖 4.5	不同格點數速度場的徑向分佈比較圖( $C=T/2$ ， $D=T/3$ ， $\alpha=90^\circ$ ) (a) $V_r/V_{tip}$ 與 $V_\theta/V_{tip}$ (b) $W/V_{tip}$	61
圖 4.6	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 在不同角度時的流線圖( $d=2D/3$ )	62
圖 4.7	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖 ( $d=2D/3$ )	63
圖 4.8	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、 效能指標 ( $d=2D/3$ )	64
圖 4.9	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/3$ 在不同角度時的流線圖( $d=2D/3$ )	65
圖 4.10	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/3$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖( $d=2D/3$ )	66
圖 4.11	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/3$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、 效能指標( $d=2D/3$ )	67
圖 4.12	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/4$ 在不同角度時的流線圖( $d=2D/3$ )	68
圖 4.13	葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/4$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖( $d=2D/3$ )	69

圖 4.14 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/4$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=2D/3$ ).....	70
圖 4.15 不同高度時流場變化最大的兩個角度(葉片直徑 $D=T/3$ , $d=2D/3$ ).....	71
圖 4.16 不同高度時的流場變化情形 ( $d=2D/3$ ).....	72
圖 4.17 葉片背風面流場變化情形( $D=T/3$ , $C=T/4$ , $d=2D/3$ ).....	73
圖 4.18 不同高度時葉片背風面流場變化情形 (葉片直徑 $D=T/3$ , 葉片角度皆為 $75^{\circ}$ ) ( $d=2D/3$ ).....	74
圖 4.19 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 在不同角度時的流線圖( $d=3D/4$ ).....	75
圖 4.20 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖( $d=3D/4$ ).....	76
圖 4.21 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ ).....	77
圖 4.22 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/3$ 在不同角度時的流線圖( $d=3D/4$ ).....	78
圖 4.23 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/3$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖( $d=3D/4$ ) .....	79
圖 4.24 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/3$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標( $d=3D/4$ ) .....	80
圖 4.25 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/4$ 在不同角度時的流線圖( $d=3D/4$ ).....	81
圖 4.26 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/4$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖( $d=3D/4$ ).....	82
圖 4.27 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/4$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ ).....	83
圖 4.28 不同高度時流場變化最大的兩個角度(葉片直徑 $D=T/3$ , $d=3D/4$ ).....	84
圖 4.29 不同高度時的流場變化情形 ( $d=3D/4$ ).....	85
圖 4.30 葉片背風面流場變化情形( $D=T/3$ , $C=T/4$ , $d=3D/4$ ).....	86
圖 4.31 不同高度時葉片背風面流場變化情形 (葉片直徑 $D=T/3$ , 葉片角度皆為 $75^{\circ}$ ) ( $d=3D/4$ ).....	87
圖 4.32 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/2$ 在不同角度時的流線圖( $d=3D/4$ ).....	88
圖 4.33 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/2$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ ).....	89
圖 4.34 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/3$ 在不同角度時的流線圖( $d=3D/4$ ).....	90
圖 4.35 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/3$ 流場變化最大的兩個角度的 壓力分佈圖( $d=3D/4$ ).....	91
圖 4.36 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/3$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標( $d=3D/4$ ).....	92
圖 4.37 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/4$ 在不同角度時的流線圖 ( $d=3D/4$ ).....	93
圖 4.38 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/4$ 流場變化最大的兩個角度的	

壓力分佈圖( $d=3D/4$ ).....	94
圖 4.39 葉片直徑 $D=T/2$ 和間隙 $C=T/4$ 在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ ).....	95
圖 4.40 不同高度時流場變化最大的兩個角度(葉片直徑 $D=T/2$ 、 $d=3D/4$ ).....	96
圖 4.41 不同高度時的流場變化情形 ( $d=3D/4$ ).....	97
圖 4.42 葉片背風面流場變化情形( $D=T/2$ ， $C=T/4$ ， $d=3D/4$ ).....	98
圖 4.43 不同高度時葉片背風面流場變化情形 (葉片直徑 $D=T/3$ ，葉片角度皆為 $75^\circ$ ) ( $d=3D/4$ ).....	99
圖 4.44 葉片直徑 $D=T/3$ 且間隙 $C=T/4$ 時的的壓力分佈圖( $d=3D/4$ ).....	100
圖 4.45 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 葉片上的壓力分佈圖( $d=3D/4$ ) (左為迎風面，右為背風面).....	101
圖 4.46 葉片直徑 $D=T/3$ 和間隙 $C=T/2$ 葉片上的流線圖( $d=3D/4$ ) (左為迎風面，右為背風面).....	102
圖 4.47 軸向噴流水平夾角 $\beta$ 示意圖.....	103
圖 4.48 軸向噴流水平夾角在不同間隙下隨著角度改變的情形.....	104
圖 4.49 葉片在不同間隙時的功率數.....	105
圖 4.50 葉片在不同間隙時的攪拌數.....	106
圖 4.51 葉片在不同間隙時的 $\kappa^*$ .....	107
圖 4.52 葉片在不同間隙時的 $\varepsilon^*$ .....	108
圖 4.53 葉片在不同間隙時的攪拌效率.....	109
圖 4.54 葉片傾角 $\alpha = 75^\circ$ 時在不同剖面的流線圖與壓力分佈圖( $D=T/3$ ， $C=T/2$ ， $d=2D/3$ ).....	110
圖 4.55 不同角度下(a)葉片迎風面與背風面平均壓力差(b)功率數( $D=T/3$ ， $C=T/3$ ， $d=2D/3$ ).....	111

## 符號說明

符號	定義
$a_p, a_c$	動量方程式之係數
$a_p^p, a_c^p$	壓力修正方程式之係數
$B$	擋板寬度
$C$	攪拌葉片中心距離容器底部間隙
$d$	圓盤直徑
$D$	攪拌葉輪直徑
$\bar{e}$	單位向量
$F_f$	通量
$H$	攪拌槽高度
$L$	攪拌葉片長度
$\dot{m}$	質量流率
$N_p$	功率數
$N_{Q_p}$	攪拌數
$p$	壓力
$Q_\phi$	源項
$R_e$	雷諾數
$S$	面積向量
$S_f$	控容面之面積向量
$T$	攪拌槽直徑
$U$	速度
$U_g$	網格移動速度

$W$	攪拌葉片寬度
$w_p$	權重因子
$\alpha_\phi, \alpha_p$	鬆弛因子
$\rho$	密度
$\mu$	分子黏滯係數
$\Delta V$	控容體之體積
$\tau$	壁面之剪應力
$\Omega$	旋轉座標角速度

### 下標

$b$	邊界
$C$	控制體積周圍網格之中心格點
$f$	控容面面之中點
$i$	表 $x, y, z$ 三方向
$P$	主格點
$w$	壁面
$\Phi$	變數

### 上標

$c$	對流項
$d$	擴散項
$n$	疊代次數
$p$	壓力
UD	上風差分法
//, $\perp$	平行，垂直邊界



# 第一章 緒論

## 1.1 前言

在生化與化工等工業界方面，常會需要混合兩種或多種以上不同的物質，攪拌槽構造簡單且具有良好的攪拌效果，因此最常被使用來混合物體，主要的功能在於加速質傳的過程，使不同的物質混合，以達到良好的混合過程。攪拌槽性能的優劣會直接影響混合後的產品好壞，因此攪拌槽在攪拌過程中扮演著極為重要的角色。

我們可以藉由提高馬達的性能、提高攪拌性能以產生較佳之產品均勻度、減少攪拌時間以提高效率、提高攪拌葉片與攪拌物質間的能量轉換以降低能量浪費以及降低攪拌時所需消耗功率來提高攪拌器的效能。

攪拌器葉輪的型態對於整個槽內的流場特性影響非常大，因此在不同的環境與不同的產品需求下，攪拌槽的外型與葉片的形狀與材質也會有所不同。依照不同用途的攪拌器選擇是不同的，以下舉幾個常見的攪拌器種類的例子。

依照混合的情況可分為層流式與紊流式兩大類：

1. 層流式攪拌器：此類攪拌器依賴葉片帶動整個攪拌槽中攪拌物質的流動，因此葉片直徑通常接近攪拌槽直徑，內部動量轉換較少，在層流式攪拌器中，擋板的作用不大，反而會降低攪拌效能。

(1)螺桿式攪拌器(Screw Impeller)：此類攪拌器適用於中高粘度液體的混合，可沿著螺旋面從容器頂部到底部產生良好的循環，葉輪直徑通常為槽的直徑的一半，軸向推力大，因此可以將此攪拌器置於偏心位置以改善漩渦打轉的情形，(如圖 1.1(a))。

(2)錨框式攪拌器(Anchor Impeller)：可混合中高粘度液體，葉輪直徑通常為槽的直徑的 95%長，會產生水平環向流，在低速旋轉時，沿著壁面能得到較大的剪切力，可防止沉降及壁面附著，(如圖 1.1(b))

(3)螺帶式攪拌器：此類攪拌器為慢速型攪拌器，常用於層流區，葉輪直徑通常為槽的直徑的 95%長，液體沿著螺旋面上昇或下降形成軸向的上下循環，由於攪拌器直徑大，因此加強了靠近壁面的液體的上下循環，非常適用於中高粘度液體的混合和傳熱等過程，混合效能也是這三種層流式攪拌器當中最好的，(如圖 1.1(c))。

2. 紊流式攪拌器：此類攪拌器內部的能量轉換較好，因此葉片直徑不需太大，一般紊流式攪拌器的葉片約為 1/4~1/2 攪拌槽直徑大小。

(1)直葉渦輪式攪拌器(Straight Blade Impeller)：此類攪拌器在有擋板時以葉片為分界，會形成上下兩個徑向循環流，具有高剪應力與良好的循環能力，適合攪拌固體懸浮物相關的應用，也適用於雷諾數低於 50 的層流攪拌應用，(如圖 1.1(d))。

(2)斜葉渦輪式攪拌器(Pitched Blade Impeller)：此類攪拌器除有徑向流外還有軸向分流，可使用於層流或是紊流的環境，適合攪拌固體懸浮物，並且可以應用於廣泛黏度範圍的流體，(如圖 1.1(e))。

(3)曲葉圓盤渦輪式攪拌器(Bakker turbine Impeller)：此類攪拌器擁有更佳的氣體分散能力，由實驗圖可以發現到此種攪拌器在攪拌時，攪拌槽內的流體充分的被混合，不同於 Rushton Impeller 在攪拌過程中，混合幾乎發生在圓盤上方的循環過程，Rushton Impeller 的槽底的混合反而不夠強烈，而此類攪拌器連槽底都可發現到更加強烈的混合效果，攪拌效果明顯比起其他的圓盤式攪拌器來得好(如圖 1.1(f))。

(4)平直葉圓盤渦輪式攪拌器(Rushton Impeller)：本類攪拌器的轉軸與葉片之間裝有一圓盤，分散效果較良好，具有高剪應力和較大的循環能力，圓盤可以阻擋延著攪拌軸上升而直接通入的流體，形成上、下兩個循環流，而每一片葉片的後方會產生兩個非常強烈的拖曳漩渦，其強大的剪應力不僅可將由攪拌翼下方上升的流體做有效的分散，還可隨著循環流回到攪拌翼再次分散，可提高攪拌效能，氣體在此種圓盤效應下分散

更平穩、均勻、特別適用於高強度要求的氣體分散與吸收操作，此類攪拌器也適用於固、液兩相催化懸浮反應，可將槽底的固體催化劑完全打碎並充分攪起，用途非常廣泛，在油漆、油墨、塗料、塑料、染料、化妝品等行業都可以見到(如圖 1.1(g))。

(5)斜葉圓盤渦輪式:本類攪拌器之斜葉具有一傾角，除了徑向分流外，還有軸向分流。具有優良的綜合性能，適用於各種行業的混合與溶解等攪拌過程(如圖 1.1(h))。

攪拌器的類型還可以依照流場型態分為兩種，一為徑流式流場，即流體會順著葉輪直徑方向流出(如圖 1.2(a))，如平直葉圓盤渦輪式攪拌槽。一為軸流式流場，即流體會順著旋轉軸的方向流出(如圖 1.2(b))，如斜葉渦輪式攪拌槽。

攪拌葉輪在高速旋轉時，常會發生漩渦打轉 (Swirling) 現象，圓柱容器內的液體會以旋轉軸為圓心，作規則的等速圓周運動，以致於降低混合效果。利用以下四種方法可以改善漩渦打轉的現象：(1)側伸：旋轉軸從桶側伸入，可消除漩渦，但容易造成腐蝕而滲漏。(2)偏心：旋轉軸偏離槽內的中心位置。(3)加擋板：在桶內壁等距加裝四~六片擋板。(4)加直立導管在葉輪附近，引導流體上下流動，可避免形成漩渦，特別對懸浮性固體有效。

## 1.2 文獻回顧

文獻回顧分為兩大類，一類是以純實驗量測為主，另外一類不僅包含實驗量測並且有數值模擬分析。

### 1.2.1 以實驗量測為主要內容

VAN 'T RIET and SMITH (1973)[3] 在平直葉圓盤式攪拌槽中放入追蹤粒子且利用同步照相方式藉以觀察葉片旋轉區域的拖曳渦流結構，觀察後指出當葉輪轉動時，葉片後方的內側邊緣處會產生上下兩個對稱的拖拽渦流。漩渦先垂直往葉

片前緣再沿著葉片旋轉方向的切線方向運動，並且發現到此拖拽漩渦流動時的離心力對於攪拌效果有很重要的影響。

YIANNESKIS 等(1987)[4] 利用 LDA 量測方法量測平直葉圓盤渦輪式攪拌槽，並且測試比較三種不同葉片到容器底部的間隙，定義 Power Number，發現在雷諾數到達紊流時 ( $Re \geq 40000$ )，Power Number 會隨著葉片直徑增加，其大小與間隙無關。他們假設拖拽渦流的漩渦中心並不是翼吐出流的中心，而把拖拽渦流的軸心位置看成是徑向和切線方向位置的函數，以軸向速度為零之處來決定。拖拽漩渦隨著距離攪拌葉片的距離增加而衰減消失，而紊流波動(turbulent fluctuations)會隨著距攪拌葉片的距離增加而增大到一定程度，是攪拌槽內紊流波動最強的地方。

WU and PATTERSON(1989)[5] 利用 LDV 量測方法在固定座標下量測平直葉圓盤渦輪式攪拌槽中的紊流因子：紊流強度、自相關函數、紊流尺寸、能量頻譜和紊流能量耗散率。他們發現攪拌葉片周圍有週期性存在，利用自相關函數除去此週期性效應，他們假設可以利用某一函數來代表此週期性的速度波動並計算其對自相關函數的影響，並且假設週期和隨機的波動之間並無關聯以將週期項由自相關函數中減去，由此計算各種攪拌槽中的紊流因子。此研究中提出最大徑向與切線方向紊流強度發生在葉輪中心位置( $z=0$ )，而最大軸向紊流強度發生  $2z/W=0.5$  與  $2z/W=-0.5$ ，其中  $W$  為葉片的寬度，在攪拌翼的附近有強烈的週期性波動存在，並且會隨著徑向距離增加而減小，由量測結果可知經由葉片傳輸的能量有 60% 消耗在葉片掃過的區域，剩下 40% 消耗在容器的其它區域。

RANADE and BOURNE(1990)[6] 利用 LDA 量測方法量測平直葉圓盤渦輪式攪拌器，實驗工作流體為水，有四個檔板(與壁面之間沒有間隙)，圓盤有六個葉片，容器直徑與高度相同，藉由改變攪拌槽的容積直徑與葉輪的直徑來探討對流場的影響，靠近葉輪的水力效能約為 65%，葉輪掃過的區域，能量耗散率約為總輸入功的 30%，文獻中指出攪拌數約為  $0.75 \pm 0.15$ ，實驗得到的攪拌數(Pumping Number)約為 0.75，並在文末提出葉輪容積的直徑對於流場特性並無特別的影響。

YIANNESKIS and WHITELOW (1993)[7] 利用 LDA 量測方法配合光耦合器的定位方式隨著葉片軸同步旋轉量測，以獲得時間解析(time-resolved)和角度解析(angle-resolved)(即對每一角度作整體平均)的速度變化，藉以研究葉片後方的拖曳渦流結構，結果顯示過去將整個  $360^\circ$  的實驗數據平均的處理方法會將紊流擾動項高估 400%以上。最大的紊流動能在靠近翼片處且接近拖曳漩渦的中心處，並且可以利用此數據當作數值模擬時的邊界條件。

MISHRA and JOSHI (1993)[8] 利用 LDA 量測方法量測平直葉圓盤式攪拌器葉片位置和葉片尺寸對流場的影響，另外和其它四種不同徑向流場攪拌器作比較。由實驗結果得知平直葉圓盤式攪拌器比起其他四種攪拌器要耗費較多的功率，攪拌效果與其他四種攪拌器相比極為相近。文中指出當葉輪直徑為  $1/3$  容器直徑且葉輪中心高度在  $1/3$  容器高時，攪拌效果會比較好。

MISHRA and JOSHI(1994)[9] 利用 LDA 法研究多重攪拌器之三維紊流流場，兩種攪拌器同在一根旋轉軸上，研究中比較兩種不同型式之流場：disc turbine-disc turbine(DT-DT) 與 disc turbine-pitched blade turbine(DT-PTD)。當上下兩個攪拌器都是圓盤式攪拌器時(即 DT-DT)，若是兩個圓盤式攪拌器之間間隙  $IC$  小於葉輪的直徑  $D$  時，流場的型態與較大直徑的單一圓盤式攪拌器相似。當葉輪之間間隙  $IC$  小於  $1.5$  葉輪直徑  $D$  時，水力效能與攪拌效果隨著底部間隙  $C$  增大而增加。當葉輪間的距離大於  $1.5$  倍的葉輪直徑  $D$  時，兩個葉輪將會產生獨立的流場，雖然增加葉輪之間的距離可以使攪拌性能變好，但是還是比不上單一的葉輪攪拌器。當上面的攪拌器換成 pitched blade turbine(即 DT-PTD)，而下面的攪拌器仍為圓盤攪拌器時，整體的攪拌效果將會提升。比較 DT-DT 與 DT-PTD 這兩種型態的攪拌器，可以發現 DT-PTD 的攪拌效果會比 DT-DT 要好。

STOOTS and CALABRESE(1995)[10] 利用 LDA 量測儀器並且配合光耦合器之定位系統來量測平直葉圓盤渦輪式攪拌器，因此可以把量測的結果當成是旋轉座標系所量得的結果。他們對三個方向的平面  $r-z, z-\theta, r-\theta$  做量測，得到流場越是靠近攪拌翼附近，越是呈現強烈的不等向性與週期性，利用此三個不同方向的速



度平面圖觀察出拖曳漩渦的存在範圍與結構，並且推論流體是被此拖曳漩渦引入，再沿著漩渦軸射出，並且以平均速度的梯度當作變形速率(deformation rate)來探討對於此漩渦結構的影響，文中並指出經過初步評估，無因次化後的平均速度流場與葉輪的轉速無關。

SCHAFER 等(1997)[11] 利用 LDV 量測方法量測平直葉圓盤渦輪式攪拌槽之流場，並且建立一個詳細完整的資料庫，以作為數值模擬驗證的標準來探討流場的狀態。文中提出紊流尺寸  $L$  約為葉片高的一半，與 Rushton turbine 的作者提出的是一樣的結果。

LU and YANG(1998)[12] 利用 LDA 實驗方法量測不同葉片數之平直葉圓盤渦輪式攪拌槽，探討 2、4、6、8 葉攪拌翼在各轉速與各翼片同功率消耗的不同條件下的流場。發現八葉攪拌翼片距小，無法提供足夠的空間讓漩渦發展，漩渦大部分在攪拌翼外，其結構很快的被強烈的切線流動速度所破壞，而以四葉的拖曳渦流強度最高，氣泡最小，六葉次之，八葉拖曳渦流強度最弱且氣泡也最大，由此可知，氣體是由翼後的拖曳渦流所分散。對標準圓盤攪拌翼來說，拖曳渦流約在一固定範圍內生成，並向外發展，半徑也逐漸增大，但超過葉片尖端後，渦流直徑就沒多大改變。紊流動能主要在攪拌翼翼片處產生，再由拖曳漩渦傳到槽中其他部分。在同轉速與各翼片同功率消耗的基準下，均是以四葉攪拌翼有最佳的拖曳漩渦系統與氣體分散效能；但是在翼泵量的比較上，卻以八葉有較大的翼泵量，也就是說有較佳的混合效果。

LEE and YIANNESKIS(1998)[13] 利用 LDA 實驗方法量測平直葉圓盤渦輪式攪拌槽內的流場速度，論文中利用所定義紊流時間和紊流尺寸來評估紊流能量耗散率，並且發現愈靠近葉片區域，紊流能量與耗散率就愈高，隨著遠離葉片區域，能量與耗散率也隨之降低，且愈靠近葉片區域，流場愈沒有等向性。

DERKSEN 等 (1999)[14] 利用 LDA 實驗方法在  $RE=2.9 \times 10^4$  探討三維的平直葉圓盤渦輪式攪拌槽流場。發現在葉片後方可以清楚的辨識出一拖曳渦流的結構，且在葉輪的附近，許多區域的紊流形式證實為非等向性，而且這些非等向性的區

域大部分有軸對稱的特徵。在垂直方向可以看到一個集中的高動能區域分布在渦流中心的上方，本篇推斷此動能或是部份動能源自於渦流中心不規則的擾動，而不規則的擾動會牽引出更大規模的擾動。

RANADE 等(2001)[15] 利用 PIV 量測方法量測平直葉圓盤渦輪式攪拌槽，並且探討葉片後的拖曳渦流的結構。利用兩種紊流模式：標準  $k-\varepsilon$  模式與 RNG  $k-\varepsilon$  模式來模擬流場，並且與實驗結果做比較。由實驗結果可以發現最大的紊流動能會隨著葉片角度的增加而增加，最大值發生在 40 度的地方，也就是約再拖曳渦流尾端(拖曳渦流消散處)的地方。

ESCUDE 等(2004)[16] 利用 PIV 之實驗方法研究平直葉圓盤渦輪式攪拌器，他們使用一種新的渦度定義，以一張量  $S^2 + \Omega^2$  的特徵值，其中  $S$  為速度梯度張量( $\nabla \otimes u$ )的對稱部， $\Omega$  為非對稱部，來探討與分析兩個連續的葉輪葉片中的拖曳渦流所發生的位置與拖曳渦流的大小。

### 1.2.2 以數值模擬為主要內容

RANADE and JOSHI(1990)[17]以數值方法模擬有擋板之平直葉圓盤渦輪式攪拌槽並與實驗結果作比較，採用的數值方法為標準  $k-\varepsilon$  模式化來模擬流場。在有擋板的容器裡，圓盤會產生一 3D 且複雜的紊流區域。文中提出無滑移邊界條件在不滲透壁面的影響，無滑移邊界條件會導致一明顯的循環流場出現在容器中。

RANADE and BOURNE(1991)[18] 利用實驗所量測數據作為邊界條件並且使用標準  $k-\varepsilon$  模式化方法模擬有擋板之等間距葉片攪拌槽，攪拌器有六個葉片，四片擋板，葉片傾角為  $45^\circ$ ，假設流場為擬似穩態，壁面假設為無滑移邊界條件，並且使用壁函數，將所得結果與實驗比較，與實驗結果相近，並且研究混合時間和比較相關因子，以作為設計新型攪拌器的基礎。

Derksen 等(1999)[19] 利用 LES 數值模擬方法探討平直葉圓盤式攪拌槽，結果顯示離開葉輪的流場呈現不穩定性，並且可以觀察到漩渦的結構明顯產生，靠

近葉輪的流場較一致，葉輪後的尾流可以清楚的辨識，尾流的速度明顯的比葉片尖端的速度來的高，最大的速度總計為兩倍葉輪尖端速度，葉片後的流體強烈的呈現徑向方向。

JENNE and REUSS(1999)[20] 利用實驗所量測的數據作為邊界條件，並且利用不同的紊流模式模擬平直葉圓盤渦輪式攪拌槽，並且和實驗數據作比較。利用量測葉片掃過的區域得到的數據來作為計算模擬的邊界條件，並且期望透過比較以獲得較佳的模擬效果。

VERZICCO 等人(2000)[21] 利用 DNS 與 LES 數值模擬方法探討無擋板之攪拌槽，格點組成分為八分之一圓、四分之一圓以及全圓，並且將數值模擬的結果與實驗數值以及 RANS 數值模擬方法作比較，DNS 的模擬方法在格點組成全圓時得到較佳的模擬結果。DNS 能解的雷諾數很小且能解的幾何形狀也比較簡單，但是比起 RANS 所得到的數值模擬結果來的準確許多，由 DNS 數值模擬所得到的結果可以發現即使是低雷諾數，也可發現到極為強烈的不穩定性以及不同的差異。而 RANS 模式化方法則是把所有速度方面的擾動當成是紊流擾動。

JONES 等人(2001)[22] 使用6種不同的紊流模式化方程式來模擬無擋板攪拌槽，並且與實驗數據作比較。這些模式化方程式包括Rodi與Mansour的低雷諾數  $k-\epsilon$  模式、高和低雷諾數  $k-\epsilon$  模式、RNG  $k-\epsilon$  模式、修正  $k-\epsilon$  模式與  $k-\epsilon$  模式。數值模擬結果大體上來說與實驗結果相符，然而在流場非等向性的區域如葉輪軸的附近以及葉輪掃過的區域卻發現不一致性。

胡育昌(2003)[24] 模擬等間距葉片攪拌槽的流場情況，得知當葉片角度為九十度時，等間距葉片攪拌器的流場結構類似圓盤式攪拌槽，流場為徑向流場，會形成上下兩個循環，且當葉片的中心高度為攪拌槽高度的一半時，流場會呈現上下對稱。改變葉片中心位置的高度，並不會改變流場由葉片區射出的方向，只會將流場結構的中心位置下移。且當葉片角度與水平成一夾角，由葉片區射出的主流場方向為軸向向下且向外射出，而在旋轉軸的下方有一個二次循環。在葉片的下游會產生渦流，且隨著遠離葉片愈往下移動。在擋板的上下游皆有渦流的產



生，而在攪拌槽的上方在接近擋板的附近，在擋板的上游與下游分別有一垂直面循環的渦流。當葉片角度不為九十度時，葉片角度愈大，二次流的範圍也愈大。當葉片角度增加，葉片後的渦流尺寸也會增加，強度也會增強。葉片角度愈大，在葉片下方所產生的軸向射出的速度也愈強，但當葉片大於某個角度時速度又減小。且當葉片角度愈大，葉片所帶動的圓周方向流動也愈強。循環數軸向位置的最大值是在  $z/r_i = 0.2$  的位置，當葉片角度愈大循環數也愈大，但當葉片大於某一角度時循環數的最大值也下降。而旋轉數軸向位置的最大值在葉片中心位置附近的下方，且葉片角度愈大旋轉數也愈大。

邱建仁(2004)[25] 模擬具有傾角的葉輪攪拌槽的流場，結果顯示逐漸改變攪拌葉片的傾角，發現到有一臨界角度，當角度小於臨界角時，流場為軸向流場，角度大於臨界角度時，流場將轉變為徑向流場。攪拌數在臨界角度以後會迅速降低，顯示在葉片旋轉區域範圍內的流體交換速度降低。葉片間隙越小，攪拌數就越大，間隙越大攪拌數則越小。攪拌數在葉片直徑加大後，在臨界角度以後快速減少的幅度變大。不同的葉片間隙有不同的臨界角度，間隙越小，轉為徑向流場的變化越明顯，間隙越大則越不明顯。且由結果可知當葉片直徑增加時，間隙越大臨界角度改變越大，間隙越小臨界角度改變越小。轉速並不會影響流場型態，也不會影響功率數、 $\varepsilon^*$ 、 $\kappa^*$  的大小，對攪拌數的影響也不大。

### 1.3 研究目的

我們利用 SIMPLE 壓力修正法，採用有限容積法離散統御方程式，計算範圍採用非交錯式之非結構性網格，並且以標準線性  $k-\varepsilon$  模式配合壁函數模擬圓盤式攪拌槽的流場。我們改變不同的設計參數，藉由計算分析來了解不同的參數對於攪拌器的攪拌能力及混合程度有何影響。

## 第二章 數學模式

### 2.1 基本假設

本論文所分析的工作流體為液體，我們對此流場做了以下幾項假設：

1. 流場擬似穩態：攪拌槽內的流場呈現週期性變動，因此假設流場為擬似穩態。
2. 流場內維持等溫狀態：流場溫度在攪拌過程中並沒有明顯增加，因此假設為等溫狀態。
3. 流場為三維不可壓縮流並且忽略重力的影響。

### 2.2 多重參考座標系之統御方程式

攪拌容器內可以分為兩種座標系，一為靜止座標系，一為旋轉座標系。葉片旋轉區域內使用旋轉座標系，葉片旋轉區域以外則是使用靜止座標系(如圖 2.1)。

#### 2.2.1 靜止座標系之統御方程式

在葉片旋轉區域外使用靜止座標系，而靜止座標系是採用尤拉(Eulerian)座標系之統御方程式。



$$\text{連續方程式} \quad \frac{\partial(\rho U_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{動量方程式} \quad \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.2)$$

#### 2.2.2 紊流時均化模式—線性 k-ε 模式

本論文所探討的流場為一複雜的三維紊流流場，透過雷諾平均 (Reynolds averaging) 過程，形成時均化方程式，將瞬時速度  $U_i$  分為平均項  $\tilde{U}_i$  與變動項  $U'_i$ ：

$$U_i = \tilde{U}_i + U'_i \quad (2.3)$$

將(2.3)代入(2.1)(2.2)式中並進行時均化過程後可得到

連續方程式 
$$\frac{\partial(\rho\tilde{U}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

動量方程式 
$$\frac{\partial(\rho\tilde{U}_i\tilde{U}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \left( \tilde{U}'_i\tilde{U}'_j \right) \right] \quad (2.5)$$

上式中  $-\rho \left( \tilde{U}'_i\tilde{U}'_j \right)$  為雷諾應力，利用紊流模式以求解。

根據 Boussinesq(1877)的假設，雷諾應力與平均應變率呈線性關係：

$$\tau_{ij} = -\rho \left( \tilde{U}'_i\tilde{U}'_j \right) = 2\mu_t D_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (2.6)$$

其中：

平均應變率 
$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.7)$$

紊流黏滯性 
$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon} \quad (2.8)$$

紊流動能 
$$k = \frac{\tilde{U}'_i\tilde{U}'_i}{2} \quad (2.9)$$

紊流耗散率 
$$\varepsilon = \nu \left( \frac{\partial\tilde{U}'_i}{\partial x_j} \right)^2 \quad (2.10)$$

常數 
$$C_\mu = 0.09$$

(2.6)式等式右邊加入  $\frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}$  項是為了使得  $i = j$  時，等式兩邊能夠成立。

將(2.6)代入(2.5)中，如此動量方程式可重新整理為

$$\frac{\partial(\rho\tilde{U}_i\tilde{U}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \right] \quad (2.11)$$

其中：
$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$$

k 與  $\varepsilon$  的方程式可由 Navier-Stokes 方程式推導得到：

$$\text{k 方程式} \quad \frac{\partial(\rho\tilde{U}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P - \rho\varepsilon \quad (2.12)$$

$$\varepsilon \text{ 方程式} \quad \frac{\partial(\rho\tilde{U}_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.13)$$

$$P \text{ 爲紊流生成項} \quad P = -\rho(\tilde{U}_i \tilde{U}'_j) \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} = \mu_t \left[ \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} \quad (2.14)$$

根據 Launder and Spalding[23] 可知  $C_{\varepsilon 1}=1.44$ ； $C_{\varepsilon 2}=1.92$ ； $\sigma_k=1.00$ ； $\sigma_\varepsilon=1.30$

### 2.2.3 旋轉座標系之統御方程式

攪拌槽內的流場爲週期性變化，因此假設爲擬似穩態(quasi-steady)，不考慮時間變動，在旋轉座標系中加入一個網格移動速度  $\bar{U}_g = \bar{\Omega} \times \bar{r}$ ，動量方程式則須加上葉片旋轉時所產生的物體力(body force)，也就是科氏力與離心力，離心力和科氏力分別爲  $-\rho\varepsilon_{mni}\Omega_m(\varepsilon_{pqn}\Omega_p x_q)$  和  $2\rho\varepsilon_{mni}\Omega_m(\tilde{U}_n - U_{gn})$ ，其中  $\bar{\Omega}$  爲旋轉座標角速度，而  $\bar{r}$  則爲網格中心之位置向量。統馭方程式如下：

$$\text{連續方程式} \quad \frac{\partial[\rho(\tilde{U}_j - U_{gj})]}{\partial x_j} = 0 \quad (2.22)$$

$$\text{動量方程式} \quad \frac{\partial[\rho(\tilde{U}_i - U_{gi})(\tilde{U}_j - U_{gj})]}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial(\tilde{U}_i - U_{gi})}{\partial x_j} + \frac{\partial(\tilde{U}_j - U_{gj})}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right] \\ - \rho\varepsilon_{mni}\Omega_m(\varepsilon_{pqn}\Omega_p x_q) + 2\rho\varepsilon_{mni}\Omega_m(\tilde{U}_n - U_{gn}) \quad (2.23)$$

$$\text{k 方程式} \quad \frac{\partial[\rho(\tilde{U}_j - U_{gj})k]}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P - \rho\varepsilon \quad (2.24)$$

$$\varepsilon \text{ 方程式} \quad \frac{\partial[\rho(\tilde{U}_j - U_{gj})\varepsilon]}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.25)$$

## 2.3 邊界條件

本篇所包含的計算區域為一封閉容器無進出口邊界，固體壁面需要考慮葉片所造成的移動壁面以及容器內壁的固定壁面，為了減少計算量，我們須要選取適當範圍作為週期性邊界。

### 2.3.1 週期性邊界

本文所探討的葉輪攪拌槽具有對稱性，每一個葉片的幾何、環境與假設均相同，因此僅取半個攪拌槽的範圍進行流場分析，而當流體流經此計算範圍時，流出與流入的通量需相同，此範圍之邊界為週期性邊界(如圖 2.2)。

### 2.3.2 壁面條件

流場為非滑移流，槽內有旋轉葉片與容器外壁，所以有移動壁面和固定壁面，由於使用高雷諾數的  $k-\varepsilon$  模式，因此壁面使用壁函數，有關壁函數將在下一張的數值方法中介紹。

1. 固定壁面：容器上蓋，容器底部，容器壁面，擋板皆不動，速度為零  $\bar{U} = 0$
2. 移動壁面：旋轉軸與葉片具有一旋轉速度  $\bar{U} = \bar{\Omega} \times \bar{r}$ ， $\bar{r}$  為葉片所在位置之位置向量。

## 第三章 數值方法

### 3.1 傳輸方程式離散化

由於非結構性網格比結構性網格更能應用於複雜的幾何外型，因此本研究採用非結構性網格，格點安排成非交錯的形式，我們將所需求解的獨立變數及流體的性質均存於控制體積之中心點，利用有限體積法對傳輸方程式進行離散化。根據第二章的 Navier-Stokes 方程式、 $k$  與  $\varepsilon$  方程式，可用以下通式表示：

$$\nabla \cdot [\rho(\vec{U} - \vec{U}_g)\phi] = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + q_\phi \quad (3.1)$$

其中  $\vec{U}_g$  為網格速度。

以下分別就對流項、擴散項及源項分別詳述：



#### 3.1.1 對流項(Convection term)

對流項先藉由高斯散度定理(Gauss divergence theorem)，將體積分轉為面積分，再以中點定理，將面積分化為差分形式：

$$\oint \nabla \cdot (\rho \vec{v} \phi) dV = \iint_S (\rho \vec{v} \phi) \cdot d\vec{S} \quad (3.2)$$

$$\iint_S [\rho(\vec{U} - \vec{U}_g)\phi] \cdot d\vec{S} \approx \sum_f [\rho(\vec{U} - \vec{U}_g)\phi]_f \cdot S_f = \sum_f \dot{m}_f \phi_f = \sum_f F_f^c \quad (3.3)$$

其中下標  $f$ ：表示控制體積之任一面上之中點

$\dot{m}$ ：質量流率(mass flow rate)， $F_f^c$ ：對流通量(flux)

在求解的過程中，對於對流項的處理，是採用一階上風差分(1st order UD)近

似和二階上風差分(2nd order UD)修正之混合方法作運算，如此可使疊代過程穩定易於收斂，並同時保持較高準確度：

$$F_f^C = \dot{m}_f \Phi_f = \dot{m}_f (\Phi_f^{UD} + \gamma \nabla \Phi_f^{UD} \cdot \delta \vec{r}) \quad (3.4)$$

其中： $\Phi_f^{UD}$  為一階上風差分求得之面上值

$\gamma$  為一介於 0 與 1 之值，通常取一接近 1 之值以確保為接近二階準確之上風差分，在程式中  $\gamma$  是設定在 0.9。

重新整理(3.4)式得：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f \Phi_f = & \max(\dot{m}_f, 0) \Phi_P - \max(-\dot{m}_f, 0) \Phi_C \\ & + \gamma \left[ \max(\dot{m}_f, 0) \nabla \Phi_P \cdot \delta \vec{r} - \max(-\dot{m}_f, 0) \nabla \Phi_C \cdot \delta \vec{r} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

上式中前兩項相當於一階上風差分項，置於係數矩陣中，而第三項，也就是括號內之項則置於源項中。



### 3.1.2 擴散項(Diffusion term)

同樣經由高斯散度定理轉換體積分成面積分及中點定理將面積分轉化為差分形式後，對任意變數 $\phi$ 之擴散通量 $F_f^D$  (diffusion flux)可以表示為：

$$F_f^D = \Gamma_f (\nabla \phi)_f \cdot \vec{S}_f \quad (3.6)$$

$$\text{令 } \vec{S}_f = \vec{d} + (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.7)$$

使用 over-relaxed approach 法(如圖 3.1)：

$$\vec{d} \equiv \frac{|\vec{S}_f|}{\vec{e}_d \cdot \vec{e}_s} \vec{e}_d = \frac{|\vec{S}_f|^2}{\delta \vec{r} \cdot \vec{S}_f} \delta \vec{r} \quad (3.8)$$

將(3.7)、(3.8)代入(3.6)中可得：

$$F_f^D = \frac{\Gamma_f |\vec{S}_f|^2}{\delta \vec{r} \cdot \vec{S}_f} (\phi_c - \phi_p) + \underline{\Gamma_f \nabla \phi_f (\vec{S}_f - \vec{d})} \quad (3.9)$$

上式中底線部份以顯項來處理，即使用前一次疊代之值，將它放入源項中。

### 3.1.3 源項(Source term)

對於源項  $q_\phi$  直接進行體積分可得：

$$Q_\phi = \int_{\Delta V} q_\phi dV \approx (q_\phi \Delta V)_p \quad (3.10)$$

以下將各個源項分別加以說明：

在壓力梯度項，由高斯散度定理及中點定理得：

$$\nabla P = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} \nabla P dV = \frac{1}{\Delta V} \iint_s P d\vec{S} \approx \frac{1}{\Delta V} \sum_f P_f \vec{S}_f \quad (3.11)$$

其在  $i$  方向的分量：

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \frac{\partial p}{\partial x_i} dV = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} (\nabla p \cdot \vec{e}_i) dV = \frac{1}{\Delta V} \int_s p \vec{e}_i \cdot d\vec{S} \approx \frac{1}{\Delta V} \sum_f p_f \vec{S}_{fi} \quad (3.12)$$

對於邊界上的壓力  $p_a$ ，我們可下列方式求得，過程如下：

$$p_a - p_p = \nabla p_p \cdot \delta \vec{r} \quad (3.13)$$

其中  $\delta \vec{r}$  代表主格點  $P$  到邊界  $a$  之距離向量(如圖 3.2 所示)，而壓力梯度  $\nabla p_p$  經由以下處理，將邊界上的壓力與其它面上的壓力分開



$$\nabla p_p = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \nabla p dV = \frac{1}{\Delta V} \int_S p \bar{S} = \frac{1}{\Delta V} \sum_f p_f \bar{S}_f = \frac{1}{\Delta V} \left( p_a \bar{S}_a + \sum_{f \neq a} p_f \bar{S}_f \right) \quad (3.14)$$

將(3.14)式代入(3.13)式，經過整理之後可得到邊界上之壓力為：

$$p_a = \frac{p_p + \frac{1}{\Delta V} \sum_{f \neq a} p_f \bar{S}_f \cdot \delta \bar{r}}{1 - \frac{1}{\Delta V} \bar{S}_a \cdot \delta \bar{r}} \quad (3.15)$$

速度梯度項  $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$  可由下式處理：

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} dV = \frac{1}{\Delta V} \int_S U_i \bar{e}_j \cdot d\bar{S} = \frac{1}{\Delta V} \sum_f U_{fi} S_{fj} \quad (3.16)$$

將離心力與科氏力放入源項中

$$\text{離心力：} \int_{\Delta V} -\rho \varepsilon_{mni} \Omega_m (\varepsilon_{pqr} \Omega_p x_q) dV = \left[ -\rho \varepsilon_{mni} \Omega_m (\varepsilon_{pqr} \Omega_p x_q) \Delta V \right]_p \quad (3.17)$$

$$\text{科氏力：} \int_{\Delta V} 2\rho \varepsilon_{mni} \Omega_m (\tilde{U}_n - U_{gn}) dV = \left[ 2\rho \varepsilon_{mni} \Omega_m (\tilde{U}_n - U_{gn}) \Delta V \right]_p \quad (3.18)$$

其中  $\varepsilon_{mni}$  是當 mni 為循環排列由小到大(例 123)，其  $\varepsilon_{mni}$  的值為 1，當 mmi 為循環排列由大到小(例 321)，其  $\varepsilon_{mni}$  的值為-1，其他情況其  $\varepsilon_{mni}$  的值為 0。

### 3.1.4 合併係數

將上述所推得之對流項、擴散項及源項合併可得：

$$a_p \phi_p = \sum_c a_c \phi_c + Q_\phi \quad (3.19)$$

其中 
$$a_p = \sum_c a_c, \quad a_c = \frac{\Gamma_f |\vec{S}_f|^2}{\vec{\delta} \cdot \vec{S}_f} + \max(-\dot{m}_f, 0) \quad (3.20)$$

$$Q_\phi = \sum_f -\gamma \left[ \max(\dot{m}_f, 0) \nabla \Phi_p \cdot \vec{\delta} \bar{r} - \max(-\dot{m}_f, 0) \nabla \Phi_c \cdot \vec{\delta} \bar{r} \right] + \sum_f \Gamma_f \nabla \Phi_f (\vec{S}_f - \vec{d}) + (q_\phi \Delta V)_p \quad (3.21)$$

爲了使疊代過程較穩定，引入一鬆弛因子  $\alpha_\phi$  (under-relaxation factor)，對動量代數方程式之修正如下所示：

$$\frac{a_p}{\alpha_\phi} \Phi_p^{(n+1)} = \sum_c a_c \Phi_c^{(n+1)} + Q_\phi + (1 - \alpha_\phi) \frac{a_p}{\alpha_\phi} \Phi_p^{(n)} \quad (3.22)$$

其中上標  $(n+1)$  代表新值， $(n)$  則代表前一次疊代之值。

令  $\frac{a_p}{\alpha_\phi} = a'_p$  代入(3.22)可得到修正之動量代數方程式：

$$a'_p \Phi_p^{(n+1)} = \sum_c a_c \Phi_c^{(n+1)} + Q_\phi + (1 - \alpha_\phi) a'_p \Phi_p^{(n)} \quad (3.23)$$

在程式中速度的  $\alpha_\phi$  是設定 0.5~0.75， $\kappa$  與  $\varepsilon$  的  $\alpha_\phi$  是設定 0.1。

### 3.2 計算面上質量流率：

爲了滿足連續方程式，必須計算面上之速度。首先找出速度與壓力的關係式，再以線性內插法求得面上的速度與壓力的關係式，可求的所需的質量流率，由(3.22)式中之壓力項單獨自源項中提出，可得主格點之速度與壓力關係式：

$$\bar{U}_p = \bar{H}_p - \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_p \nabla p_p \quad (3.24)$$

控容面上之速度與壓力關係式爲：

$$\bar{U}_f = \bar{H}_f - \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p_f \quad (3.25)$$

$$\text{其中：} \quad \overline{\overline{H}}_f = \overline{\overline{U}}_f + \left( \frac{\overline{\Delta V}}{a_p} \right)_f \overline{\nabla p}_f \quad (3.26)$$

將(3.26)代入(3.25)整理可得：

$$\overline{U}_f = \overline{\overline{U}}_f - \left( \frac{\overline{\Delta V}}{a_p} \right)_f (\nabla p_f - \overline{\nabla p}_f) \quad (3.27)$$

其中：上標“-”表示由主格點 P 及相鄰控容面之 C 格點內插而得， $w_p$  為加權因子(weighting factor)。如下所示：

$$\overline{\overline{U}}_f = w_p \overline{U}_c + (1 - w_p) \overline{U}_p \quad (3.28)$$

$$\left( \frac{\overline{\Delta V}}{a_p} \right)_f = w_p \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_c + (1 - w_p) \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_p \quad (3.29)$$

$$\overline{\nabla p}_f = w_p \nabla p_c + (1 - w_p) \nabla p_p \quad (3.30)$$

如此質量流率可寫為：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f &= \rho_f (\overline{U}_f - \overline{U}_{gf}) \cdot \overline{S}_f = \rho_f (\overline{\overline{U}}_f - \overline{U}_{gf}) \cdot \overline{S}_f - \rho_f \left( \frac{\overline{\Delta V}}{a_p} \right)_f (\nabla p_f - \overline{\nabla p}_f) \cdot \overline{S}_f \\ &\approx \rho_f (\overline{\overline{U}}_f - \overline{U}_{gf}) \cdot \overline{S}_f - \rho_f \left( \frac{\overline{\Delta V}}{a_p} \right)_f (\nabla p_f - \overline{\nabla p}_f) \cdot \overline{d} \\ &= \rho_f (\overline{\overline{U}}_f - \overline{U}_{gf}) \cdot \overline{S}_f - \rho_f \left( \frac{\overline{\Delta V}}{a_p} \right)_f \frac{|\overline{S}_f|^2}{\overline{\delta r} \cdot \overline{S}_f} [(p_c - p_p) - \overline{\nabla p}_f \cdot \overline{\delta r}] \end{aligned} \quad (3.31)$$

其中  $\overline{U}_{gf}$  為旋轉座標系之網格面上的速度，而  $\overline{d}$  之定義如(3.8)所示。

### 3.3 壓力修正式

根據 Patankar 所提的 SIMPLE 法則，將前次疊代的壓力  $P^*$ ，代入動量方程式

中(3.22)式，可解出中心格點 P 之速度  $\vec{V}^*$ ，然而此時速度  $\vec{V}^*$  與壓力  $P^*$  並不滿足連續方程式，因此需再做修正，而修正後的速度及壓力假設為  $\vec{V}^{**}$  及  $P^{**}$ ，根據 Pantankar 之假設，其速度修正量及壓力修正量表示成下面關係：

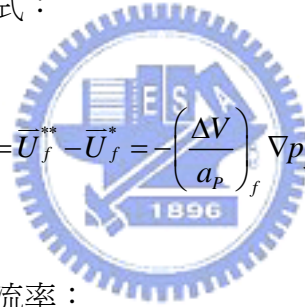
$$\bar{U}'_p = - \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_p \nabla p'_p \quad (3.32)$$

其中  $P'_p = P_p^{**} - P_p^*$

$$\bar{U}'_p = \bar{U}_p^{**} - \bar{U}_p^*$$

同理可得面上速度修正式：

$$\bar{U}'_f = \bar{U}_f^{**} - \bar{U}_f^* = - \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p'_f \quad (3.33)$$



由以上可得修正之質量流率：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f^{**} &= \dot{m}_f^* + \rho_f \bar{U}'_f \cdot \bar{S}_f = \dot{m}_f^* - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p'_f \cdot \bar{S}_f \\ &= \dot{m}_f^* - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p'_f \cdot \bar{d} - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p'_f \cdot (\bar{S}_f - \bar{d}) \\ &= \dot{m}_f^* - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \frac{|\bar{S}_f|^2}{\delta \bar{r} \cdot \bar{S}_f} (p'_c - p'_p) - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p'_f \cdot (\bar{S}_f - \bar{d}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

令修正後滿足連續方程式：

$$\sum_f \dot{m}_f^{**} = 0 \quad (3.35)$$

可得到壓力修正方程式：

$$A_p P_p' = \sum_c A_c P_c' + S_{p1} + S_{p2} \quad (3.36)$$

$$\text{其中 } A_c^p = \rho_f \left( \frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \frac{|\overline{S}_f|^2}{\delta \vec{r} \cdot \overline{S}_f}$$

$$A_p^p = \sum_c A_c^p$$

$$S_{p1} = \sum_f \dot{m}_f^*$$

$$S_{p2} = \sum_f \rho_f \left( \frac{\Delta V}{A_p} \nabla P' \right)_f \cdot (\overline{S}_f - \vec{d})$$

由以上可求得壓力修正量  $P'$ ，可用來修正速度之值及質量流率求得  $\vec{V}^{**}$  及  $\dot{m}_f^*$ 。

### 3.3.1 求解壓力修正方程式

因(3.36)中  $S_{p2}$  項中包含  $P'$ ，考慮此項的效應，可用下列連續修正(successive correction)來近似：

第一步只考慮含  $S_{p1}$  部份，得第一次壓力修正量  $p'^{(1)}$

$$A_p^p p_p'^{(1)} = \sum_c A_c^p p_c'^{(1)} + S_{p1} \quad (3.37)$$

第二步以上式所求得的壓力修正量  $p'^{(1)}$  計算  $S_{p2}$  得第二次壓力修正量  $p'^{(2)}$

$$A_p^p p_p'^{(2)} = \sum_c A_c^p p_c'^{(2)} + S_{p2}^{(1)} \quad (3.38)$$

$$\text{其中 } S_{p2}^{(1)} = \sum_f \rho_f \left( \frac{\Delta V}{A_p} \nabla p_f'^{(1)} \right)_f \cdot (\bar{S}_f - \bar{d})$$

爲了使疊代過程穩定，我們引入一鬆弛因子  $\alpha_p$ ，第一步與第二步壓力修正方程式之修正分別如下：

$$\text{第一步修正} \quad : \quad a_p^{p'} p_p'^{(1)(n+1)} = \sum_c a_c^p p_c'^{(1)(n+1)} + Q_{p1} \quad (3.39)$$

$$\text{第二步修正} \quad : \quad a_p^{p'} p_p'^{(2)(n+1)} = \sum_c a_c^p p_c'^{(2)(n+1)} + Q_{p2} \quad (3.40)$$

$$\text{其中：} \quad a_p^{p'} = \frac{a_p^p}{\alpha_p}$$

在程式中  $\alpha_p$  是設定在 0.9~0.92

解答壓力修正方程式後，求得壓力修正量  $p_p'$ ，可得修正後之壓力  $p_p^{**}$ ：

$$p_p^{**} = p_p^* + p_p'^{(1)} + p_p'^{(2)} \quad (3.41)$$

修正後之速度  $\bar{U}^{**}$  則爲：

$$\bar{U}_p^{**} = \bar{U}_p^* - \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_p (\nabla p_p'^{(1)} + \nabla p_p'^{(2)}) \quad (3.42)$$

質量流率修正由(3.34)經過兩步驟修正如下：

$$\text{第一步修正：} \quad \dot{m}_f^{**} = \dot{m}_f^* - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \frac{|\bar{S}_f|^2}{\delta \bar{r} \cdot \bar{S}_f} (p_c'^{(1)} - p_p'^{(1)}) \quad (3.43)$$

$$\text{第二步修正：} \quad \dot{m}_f^{**} = \dot{m}_f^* - \rho_f \left( \frac{\Delta V}{a_p} \right)_f \nabla p_f'^{(2)} \cdot (\bar{S}_f - \bar{d}) \quad (3.44)$$

## 3.4 邊界條件

### 3.4.1 週期性邊界條件

由於葉片旋轉的緣故，因此週期性邊界之周期性變動為圓柱座標系統。所以週期性邊界網格之對應值是以圓柱座標表示，然而我們是以卡氏座標系分析此一流場，所以對於向量必須經由座標轉換的步驟才可得到週期性邊界上所對應網格的值。但若是純量則不需作特別的處理，只須給定對應網格之純量即可。

以下分別說明週期性邊界上純量與向量之處理方式：

純量：對於壓力、 $\kappa$ 、 $\varepsilon$  等純量因為其不具方向性，所以無需座標轉換，其處理時只要將對應網格之物理量下載即可(圖 2.2)。

$$\phi_1 = \phi_{1'}, \phi_2 = \phi_{2'} \quad (3.45)$$

向量：向量包含了速度向量及各種性質之梯度(壓力梯度、速度分量梯度及  $\kappa$  與  $\varepsilon$  之梯度)，由於此週期性邊界條件之值為圓柱座標系  $r$  與  $\theta$  之分量，但我們處理流場時是使用卡氏座標系(x,y,z)，所以在下載週期性邊界相鄰網格的向量時需先將由卡式座標定義的向量轉換為圓柱座標，並以圓柱座標的向量給定其值，然後再將給定的值轉換為其所在位置之卡氏座標。以網格 2 相鄰之網格 1' 為例：

(1)將網格 1 之向量由卡氏座標系轉換為圓柱座標系：

$$\phi_{r1} = \bar{\phi}_1 \cdot \bar{e}_{r1} = (\phi_{x1} \bar{i} + \phi_{y1} \bar{j} + \phi_{z1} \bar{k}) \cdot (\cos \theta_1 \bar{j} + \sin \theta_1 \bar{k}) = \phi_{y1} \cos \theta_1 + \phi_{z1} \sin \theta_1 \quad (3.46)$$

$$\phi_{\theta 1} = \bar{\phi}_1 \cdot \bar{e}_{\theta 1} = (\phi_{x1} \bar{i} + \phi_{y1} \bar{j} + \phi_{z1} \bar{k}) \cdot (\cos \theta_1 \bar{k} - \sin \theta_1 \bar{j}) = \phi_{z1} \cos \theta_1 - \phi_{y1} \sin \theta_1 \quad (3.47)$$

(2)將對應網格值下載，如(3.45):  $\phi_{r1'} = \phi_{r1}$  ,  $\phi_{\theta 1'} = \phi_{\theta 1}$  (3.48)

(3)最後再將網格 1' 之向量由圓柱座標系轉換為卡氏座標系：

$$\phi_{y1'} = \phi_{r1} \cos \theta_{1'} - \phi_{\theta 1} \sin \theta_{1'} \quad (3.49)$$

$$\phi_{z1'} = \phi_{r1} \sin \theta_{1'} + \phi_{\theta 1} \cos \theta_{1'} \quad (3.50)$$

其中  $\bar{e}$  表單位方向向量，而  $\phi$  為一向量， $\phi$  則是此向量之成份

對於網格 1 之相鄰網格 2' 的情形依此類推。

### 3.4.2 固體壁面邊界條件

#### (a) 壁函數(wall-function)

本研究所使用的紊流模式，為高雷諾數之線性 k- $\epsilon$  模式，但在靠近壁面時性質的變化相當快速，因此高雷諾數的 k- $\epsilon$  模型並不適合。為了處理這種情形，我們採用壁函數來處理相鄰壁面網格的壁面剪應力和 k- $\epsilon$  方程式。

假設在黏性次層以外的流場遵守 logarithmic law。壁面剪應力可表示為：

$$\bar{\tau}_w = \frac{\mu_{eff} |\bar{S}_w|}{\delta n} \delta \bar{U}''$$

其中:

$$\mu_{eff} = \begin{cases} \mu & \text{for } y^+ < 11.63 \\ \frac{\mu y^+}{u^+} & \text{for } y^+ \geq 11.63 \end{cases} \quad (3.51)$$

$$y^+ = \frac{\rho c_\mu^{1/4} k^{1/2} \delta n}{\mu} \quad (3.52)$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3.53)$$

Von-Karmon' s 常數  $\kappa = 0.4187$ ， $E = 9.793$ 。

而 k- $\epsilon$  方程式在相鄰壁面的網格也需要特別的處理。在近壁面，假設紊流動能的耗散與生成達成平衡，可得  $\epsilon$  關係式：

$$\epsilon = \frac{c_\mu \frac{3}{4} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \delta n} \quad (3.54)$$

在相鄰壁面的網格，上面的關係式將取代  $\epsilon$  方程式。對於 k 方程式中的生成項  $P$  與耗散項  $\rho\epsilon$  也需要改變。耗散項的  $\epsilon$  在計算中使用(3.54)對體積取平均值可得  $\bar{\epsilon}$

$$\text{爲: } \bar{\epsilon} = \frac{c_\mu \rho k^2}{\mu_{eff}} \quad (3.55)$$

生成項則近似為：

$$P \approx \tau_w \frac{\delta U''}{\delta n} \quad (3.56)$$



(b) 壁面剪應力(shear stress)

在相鄰壁面之網格，我們計算其壁面剪應力(如圖 3.3 所示)。以  $P$  代表相鄰壁面之主格點， $w$  為壁面， $\vec{S}_w$  為壁面上之面向量， $P$  點之速度為  $\vec{U}_P$ ，壁面之速度為  $\vec{U}_w$ ，壁面朝向格子內之法線向量  $\vec{n}$  為：

$$\vec{n} = -\frac{S_{wx}\vec{i} + S_{wy}\vec{j} + S_{wz}\vec{k}}{|\vec{S}_w|} \quad (3.57)$$

而相鄰壁面之主格點  $P$  與壁面  $w$  速度差為：

$$\delta\vec{U} = \vec{U}_P - \vec{U}_w \quad (3.58)$$

因此，垂直壁面的速度分量為：

$$\begin{aligned} \delta\vec{U}^\perp &= (\delta\vec{U} \cdot \vec{n})\vec{n} = \frac{\delta u S_{wx} + \delta v S_{wy} + \delta w S_{wz}}{|\vec{S}_w|} \frac{S_{wx}\vec{i} + S_{wy}\vec{j} + S_{wz}\vec{k}}{|\vec{S}_w|} \\ &= \frac{1}{|\vec{S}_w|^2} \left[ \delta u S_{wx}^2 + \delta v S_{wx} S_{wy} + \delta w S_{wx} S_{wz} \right] \vec{i} \\ &\quad + \frac{1}{|\vec{S}_w|^2} \left[ \delta u S_{wx} S_{wy} + \delta v S_{wy}^2 + \delta w S_{wy} S_{wz} \right] \vec{j} \\ &\quad + \frac{1}{|\vec{S}_w|^2} \left[ \delta u S_{wx} S_{wz} + \delta v S_{wy} S_{wz} + \delta w S_{wz}^2 \right] \vec{k} \end{aligned} \quad (3.59)$$

可得平行壁面之速度分量為：

$$\delta\vec{U}^\parallel = \delta\vec{U} - \delta\vec{U}^\perp$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{|\bar{S}_w|^2} \left[ \delta u (S_{wy}^2 + S_{wz}^2) - \delta v S_{wx} S_{wy} + \delta w S_{wx} S_{wz} \right] \bar{i} \\
&+ \frac{1}{|\bar{S}_w|^2} \left[ -\delta u S_{wx} S_{wy} + \delta v (S_{wx}^2 + S_{wz}^2) - \delta w S_{wy} S_{wz} \right] \bar{j} \\
&+ \frac{1}{|\bar{S}_w|^2} \left[ -\delta u S_{wx} S_{wy} + \delta v S_{wy} S_{wz} - \delta w (S_{wx}^2 + S_{wy}^2) \right] \bar{k} \quad (3.60)
\end{aligned}$$

所以壁面之剪應力為：  $\bar{\tau}_w = \frac{\mu_{eff} |\bar{S}_w|}{\delta n} \delta \bar{U}''$  (3.61)

其中  $\delta n$  為  $P$  點至壁面  $w$  之垂直距離。

### 3.5 旋轉座標與靜止座標介面轉換

在葉片掃過的範圍內是屬於旋轉座標區，此區域內的速度皆為相對旋轉座標的速度，而在葉片掃過的範圍外則是屬於靜止座標區，此區域內的速度皆為絕對速度，因此在旋轉座標與靜止座標之間需做特別的處理。

格點  $P$  如果位在旋轉座標系內(如圖 3.4(a))，其速度為相對速度，而相鄰格點  $C_s$  位於靜止座標系，因此相鄰格點  $C_s$  速度為絕對速度，所以兩格點之間介面中的源項  $Q_\Phi$  需要修正為  $Q'_\Phi$

$$Q'_\Phi = Q_\Phi - a_c \bar{U}_{gf} \quad (3.62)$$

其中  $\bar{U}_{gf}$  為網格交介面上的速度

而其他相鄰格點，如  $C_{r1}$ ， $C_{r2}$ ， $C_{r3}$  都位於旋轉座標內，因此不必作修正。

當格點  $P$  如果位在靜止座標系內(如圖 3.4(b))，其速度為絕對速度，而相鄰格點  $C_r$  位於旋轉座標系，因此相鄰的格點  $C_r$  速度為相對速度，兩格點之間介面中的源項  $Q_\Phi$  需要修正為  $Q'_\Phi$

$$Q'_\Phi = Q_\Phi + a_c \bar{U}_{gf} \quad (3.63)$$

而其他相鄰格點，如  $C_{s1}$ ， $C_{s2}$ ， $C_{s3}$  都位於靜止座標內，因此不必作修正。

### 3.6 解題步驟

1. 給定一初始速度  $\bar{U}^0$ 、壓力  $p^0$ 、 $k^0$  與  $\varepsilon^0$  及紊流黏性  $\mu_t^0$ 。
2. 求解動量方程式以得到速度  $\bar{U}^*$ 。
3. 計算質量流率  $m^*$ ，由壓力修正方程式解得  $p'$ 。
4. 修正速度、壓力及質量流率，得到  $\bar{U}^{**}$ 、 $p^{**}$  及  $m^{**}$ 。
5. 解答  $\kappa$  與  $\varepsilon$  方程式，得到  $k^*$  與  $\varepsilon^*$ ，計算新的紊流黏性  $\mu_t^*$ 。
6. 將所求得的新值作為初始值，重覆步驟 2~5，直到獲得收斂。



## 第四章 結果與討論

### 4.1 簡介

本研究所探討的圓盤式攪拌槽由四片擋板與一圓盤嵌有六個葉片所組成，(如圖 4.1 所示)。藉由改變四種不同的參數來探討流場的變化與攪拌效果的改變，改變的參數有葉片的傾角  $\alpha$ 、葉片中心高度  $C$ 、葉輪的直徑  $D$  以及圓盤的長度  $d$ ，至於其他的幾何尺寸則是固定不變的。

### 4.2 模擬 Ranade [6]的幾何外型

攪拌槽的幾何尺寸如圖 4.2 所示，六片葉片，四片擋板，攪拌槽直徑  $T$  與高度  $H$  皆為 300mm，圓盤長度  $d$  為 67mm( $2D/3$ )，葉輪直徑  $D$  為 100mm ( $T/3$ )，葉片寬度  $W$  為 20mm ( $D/5$ )，葉片長度  $L$  為 25mm ( $D/4$ )，葉片中心距離容器底部的間隙  $C$  為 150mm ( $H/2$ )，擋板寬度  $B$  為 30mm ( $T/10$ )，容器頂部加蓋，葉輪為逆時針旋轉，轉速 5 rps，雷諾數  $Re = \frac{\rho ND^2}{\mu} = 5 \times 10^4$ ， $\theta$  為沿圓周逆時針方向的角度，以計算範圍的邊界開始  $\theta$  為零度， $\phi$  為從第 2 片葉片中央(即  $\theta = 90^\circ$ )開始為零度，沿圓周順時針方向的角度(如圖 2.1 所示)。

### 4.3 計算網格

攪拌槽由六片葉片與四片擋板組成，因此我們取半個攪拌槽的區域作為模擬時的計算範圍，對稱面則使用前文所描述的週期性邊界來處理，將計算區域分為 84 個區塊，在每一區塊中利用代數方法建立起網格，計算網格如圖 4.3 所示，格點數為 131328。

#### 4.4 與 Ranade[6]實驗比較

將模擬所得的速度場與 Ranade [6]的實驗結果作比較，圖 4.4 顯示 3 種不同方向速度場的徑向分佈，圖中  $v_{tip}$  指的是葉片尖端速度， $R$  為攪拌槽的半徑。圖 4.4(a) 左邊的圖為徑向速度  $v_r / v_{tip}$  的徑向分佈， $z / R = 0.2$  為葉片下方靠近葉片的區域 (高度為 120mm)，而  $z / R = 0.933$  則為靠近容器底部的區域，在  $z / R = 0.2$  的位置，也就是在靠近葉片下方的位置，此  $v_r / v_{tip}$  的值接近於 0。圖 4.4(a) 右邊為圓周方向速度  $v_\theta / v_{tip}$  的徑向分佈，看到旋轉方向皆為逆時針方向，因為其葉片旋轉帶動流場旋轉的緣故，而在愈靠近底部  $v_\theta / v_{tip}$  的值愈小，因為距離葉片愈遠，受到葉片旋轉帶動的影響就愈小。圖 4.4(b) 為軸向速度  $w / v_{tip}$  的徑向分佈，我們可以發現軸向速度逐漸變大，當接近容器底部時，速度變小。

本研究採用線性  $k-\varepsilon$  模式模擬三維且極為複雜的紊流流場，由模擬的結果與實驗做比較，計算結果並未與實驗結果完全相符，可能是因為我們在做數值模擬時，假設流場為擬似穩態，而葉片處於一瞬間的位置，實際上紊流流場為三維非穩態流場，這點跟實際情況不同，因而產生差異。RANADE[6]實驗的量測方式是固定在攪拌槽內某一個位置進行量測，對於非穩態的紊流流場，在不同的位置與不同的時間所量測到的結果也會不同。YIANNESKIS[7]在研究中提出實驗將 360 度範圍內所有量測到的實驗量測平均值與實際紊流波動值相差最大約有 400%，而且擬似穩態的模擬是假設葉片旋轉到某一特定位置，所以除非也是針對此一特定位置，設定一誤差範圍，當葉片旋轉到此誤差範圍內時才進行量測，所得到的實驗數據才有可能與模擬結果接近。

我們所採用的研究方法為  $k-\varepsilon$  時均化方法乃是將流場中的變數因子分為平均項與擾動項，然而實際情況下的流場是呈現非穩態的情形，平均項與變動項皆會改變大小，並且實際的擾動無法分出平均項與變動項的擾動，因此實驗若將平

均項的改變也算在擾動中，就會使擾動變大數倍，因此與模擬計算出來的結果會有所差異。

## 4.5 格點測試

我們選擇五組不同的網格數來做測試，分別為 32550、65352、131328、260352、520344。圖 4.5 即為不同格點數與實驗結果做比較的速度分佈比較圖，我們觀察圖 4.5 可發現不同的格點數的速度分佈相當接近，速度分佈的趨勢也是一樣的，只有格點數 32550 在靠近攪拌槽底部的速度分佈差異性比較大，為了確保模擬結果的精確度，因此我們選用格點數為 131328 的網格數去做模擬分析。

## 4.6 不同間隙下改變葉片傾角對流場的影響( $d=2D/3$ ， $D=T/3$ )

### 4.6.1 葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/2$ )

我們先固定攪拌器葉片間隙為 150mm( $C=T/2$ )，並且改變葉片的傾角  $\alpha$  以觀察流場變化，觀察圖 4.6 中剖面角度  $\Phi$  為 -30 度的垂直剖面 ( $\Phi$  可參考圖 2.1，定義在第二葉片的中心為 0 度，順時針角度為正，逆時針角度為負)，可以看出在葉片傾角  $\alpha$  小於 40 度時，流場為軸向流場，當葉片傾角  $\alpha$  大於 41 度時，流場會由軸向轉為徑向流場。

接下來我們觀察 40° 與 41° 在剖面角度  $\Phi$  為 -30 度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.7)，圖中顯示葉片傾角為 40° 時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯，在容器右下方的壁面會有一高壓區域。葉片傾角為 41° 時，圓盤上方為高壓區域，圓盤下方的低壓區域範圍比葉片傾角為 40° 來得小，並且我們可以發現在容器右方壁面除了角落的高壓區域外，還有一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，觀察圖 4.6 可以發現葉片傾角為 40° 時，攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好在此高壓區域內，而葉片傾角為 40° 時的分離點在壁面區域的變化反而不明顯，此乃因分離點發生的位置正好在攪拌循環最弱的區域，因此壓力分佈變的比較不明顯。

接下來我們參考文獻資料，利用數種指標來探討不同幾何尺寸與角度下的攪拌效能，以下介紹幾種效能指標：

**功率數 (power number)  $N_p$** ：定義為  $N_p = 2\pi N \tau / \rho N^3 D^5$ ， $N$  為葉片轉速， $D$  為葉輪直徑， $\tau$  是攪拌器旋轉時受到正向壓力與剪應力產生的轉矩，正向壓力是計算葉片迎風面與背風面上所受的壓力差，而剪應力是由葉片與圓柱表面上的剪應力組成，計算所得的功率數中，正向壓力大約佔了 99% 的功率數，葉片上的剪應力約佔了 0.9% 的功率數，圓柱表面上的剪應力約佔了 0.1% 的功率數，所以對功率數來說，正向壓力是影響功率數最大的因素，於是我們計算所得的功率數  $N_p$ ，可以作為攪拌器中能量消耗的指標。

**攪拌數 (pumping number)  $N_{Q_p}$** ：定義為  $N_{Q_p} = Q_p / ND^3$ ， $N$  為葉片轉速， $Q_p$  是攪拌溶液流入攪拌葉片的體積流率，其中為了觀察流體在葉片周圍流動的情形，分別在葉片上緣掃過的區域面(upper part)、葉片下緣掃過的區域面(lower part)、葉片尖端掃過的區域面(tip part)，以及葉片內緣掃過的區域面(inner part)，我們先計算此四個區域範圍的攪拌數，最後再計算流出這四個區域範圍的總合體積流率(overall flow)，在此設定質量流率流出為正，流入為負。

$\varepsilon^*$  為將紊流能量耗散率無因次化，其定義為  $\varepsilon^* = \int_v \rho \varepsilon dv / \rho N^3 D^5$ ，將整個槽中的紊流能量耗散率  $\varepsilon$  積分並且無因次化後所得，我們可以將之視為流場中能量消耗的指標。

$\kappa^*$  為將紊流動能無因次化，其定義為  $\kappa^* = \int_v \rho \kappa dv / \rho N^2 D^5$ ，將整個槽中的紊流動能  $\kappa$  積分並且無因次化後所得，我們可以將之視為流場中的動能指標。

$\eta$  為攪拌效率，其定義為  $\eta = \frac{N_{Q_p}}{N_p}$ ，即將所求得的攪拌數除以功率數，我們可以將之視為葉輪在每功率數下的攪拌效率。



我們觀察圖 4.8 可以發現功率數隨著角度的增加而逐漸升高，而  $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  在葉片傾角小於  $40^\circ$  時是隨著角度增加而增大，然而當葉片傾角達到  $41^\circ$  時， $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  突然減小，角度大於  $41^\circ$  後會繼續隨著角度增加而增大，只是增加的趨勢趨於平緩。我們定義質量流率流出為正，流入為負，觀察圖 4.8 的攪拌數分佈圖，我們可以看出當葉片中心高度置於對稱位置  $C=T/2$  時，總合的體積流率隨著角度增大而增加，當葉片傾角小於  $40^\circ$  時，葉片下方的流出量隨著角度增加而增大，當葉片傾角由  $40^\circ$  轉到  $41^\circ$  時，我們可以發現葉片下方流出量迅速降低，當葉片傾角介於  $41^\circ$  與  $60^\circ$  時，葉片下方的流出量隨著角度增加而緩慢的增大，當角度大於  $60^\circ$  時，葉片下方的流出量隨著角度增大而迅速的下降，當角度大於  $75^\circ$  時，葉片下方的流體由流出轉為流入。再來看葉片尖端的質量流率，當角度由  $40^\circ$  轉為  $41^\circ$  時，葉片尖端的流入量突降，當角度大於  $50^\circ$  後，葉片尖端由流入轉為流出，流出量隨著角度增加而增大。觀察葉片內側與上側可知  $30^\circ$  到  $90^\circ$  都為流入，而  $40^\circ$  的流入量都比  $41^\circ$  來得大。觀察圖 4.8 最後一張圖，攪拌效率  $\eta$  隨著角度增加而減小， $40^\circ$  的攪拌效率比  $41^\circ$  來得高。

綜合以上結果我們推測在葉片間隙為  $C=T/3$ ，葉輪直徑為  $D=T/3$  時的臨界角度為  $40^\circ$ 。

#### 4.6.2 葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/3$ )

接下來我們把葉片的中心高度由  $C=T/2=150\text{mm}$  調降為  $C=T/3=100\text{mm}$  來觀察葉片間隙對於流場的影響。

圖 4.9 為當葉片間隙  $C=T/3=100\text{mm}$  時，改變葉片傾角  $\alpha$  的流線圖，我們可以觀察到在  $63^\circ$  以前是軸向流場， $64^\circ$  以後是徑向流場，葉片角度由  $63^\circ$  改為  $64^\circ$  時，流場由軸向轉為徑向流場。

接下來我們觀察流場變化最大的兩個角度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.10)，圖中顯示葉片傾角為  $63^\circ$  時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓

區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯，在容器右下方的壁面會有一高壓區域。葉片傾角為 64 度時，葉片範圍內的圓盤上下方皆有高壓區域，葉片外側上下方皆有一低壓區域，我們同樣的可以在容器右方壁面發現一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，我們可知攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好發生在此高壓區域內。

觀察圖 4.11，功率數、 $\kappa^*$ 與  $\varepsilon^*$ 隨著角度的增加而逐漸升高，然而當角度到達 64 度時，卻都突然劇減，之後在隨著角度增加而升高，只是增加的幅度不如軸向流場明顯。再來觀察攪拌數的變化，再次說明此處質量流率流出為正流入為負，我們可以發現 63 度葉片尖端流體為流入，64 度葉片尖端轉為流出，且 63 度的葉片下方流出量比 64 度多，明顯的可以看出槽內的流場型態在 63 度以前為軸向流場，64 度以後轉為徑向流場，而且 63 度時葉片區域內流體流出的量比 64 度來得大，可以說 63 度時葉片區域內流體交換速度較快，攪拌效率在 63 度以前，隨著角度增加而減小，到了 64 度些微的增加，之後就趨於平緩的降低。

綜合以上結果我們可以得知，流場會隨著攪拌葉片的傾角增加而使流場逐漸的變為徑向流場，63 度和 64 度雖只差一個角度，流場突然地從軸向流場轉為徑向流場，因此我們推測在葉片間隙為  $C=T/3$ ，葉輪直徑為  $D=T/3$  時的臨界角度為 63 度。

#### 4.6.3 葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/4$ )

我們將葉片間隙由 100mm( $C=T/3$ )調降為 75mm ( $C=T/4$ )，比較各角度的流線圖(圖 4.12)，可以發現到在 81 與 82 這兩個角度僅僅只差一度，而流場卻一下子從軸向流場轉為徑向流場，81 度以前為軸向流場，82 度以後就轉為徑向流場。

觀察流場變化最大的兩個角度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.13)，圖中顯示葉片傾角為 81 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯。葉片傾角為 82 度時，葉片範圍內的圓盤上下方

皆有高壓區域，葉片外側上下方皆有一低壓區域，我們同樣的可以在容器右方壁面發現一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，我們可知攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好發生在此高壓區域內。

接下來比較各個角度的功率數與攪拌數(如圖 4.14 所示)，功率數、 $\kappa^*$ 與  $\varepsilon^*$  隨著角度的增加而逐漸升高，然而當角度到 82 度時，卻都突然劇減，之後再隨著角度增加而升高，只是增加的幅度不如軸向流場明顯，觀察攪拌數後可以發現 81 度葉片下方本來為流出但是 82 度卻為流入，葉片尖端的攪拌數在 82 度以後大幅增加，很明顯地在 81 度以前為軸向流場，82 度以後為徑向流場，而 82 度時葉片區域內流體流出的量比 81 度來得大，攪拌效率在 81 度以前，隨著角度增加而減小，到了 82 度突然地增加，之後又隨著角度增加而降低。

綜合以上所述，我們推測在葉片間隙為 75mm( $C=T/4$ )時，葉輪直徑為 100mm ( $D=T/3$ )時的臨界角度為 81 度。

接著我們將三個間隙的臨界角度的速度向量圖列出比較(如圖 4.15)，可以看出當葉片間隙為 75mm 時( $C=T/4$ )時，流場的型態變化最大，軸向流場與徑向流場的區分最明顯，而間隙為 150mm( $T/2$ )時，流場變化最不明顯，不過可以看出流場在 40 度是近似軸向流場，在 41 度時比較接近徑向流場，可得知當葉片與攪拌槽底部間的距離越小，改變葉片角度將使流場由軸向轉為徑向流動的變化最明顯。

由於改變三種間隙後，臨界角度大約介於  $\alpha = 40 \sim 82$  度之間，所以把葉片傾角  $\alpha$  定在 60 度來觀察不同間隙時流場內變化的情形。我們列出三種間隙都是  $\Phi$  為 -30 度的垂直剖面來比較流場結構的變化(圖 4.16)，可以發現間隙越小，軸向流動越強烈，反之，可知當葉片間隙越大，流場的徑向流動越強，因此在間隙為 150mm( $C=T/2$ )的流場徑向流動是三種間隙中最強的，當間隙為 75mm( $C=T/4$ )時的軸向流動較其他兩種間隙明顯。

圖 4.17 為當葉輪直徑為 100mm( $D=T/3$ )且葉片間隙為 75mm( $C=T/4$ )時，兩個流場變化最大角度的葉片背風面的情形，我們可藉此觀察拖曳渦流的移動。圖中的  $\Phi$  是指第二片葉片後方(即葉片背風面)的垂直剖面角度(參考圖 2.1 定義的

$\Phi$ )，我們挑出 4 個變化比較明顯的角度  $\Phi$ ： $0^\circ$ ， $8^\circ$ ， $16^\circ$ ， $24^\circ$ ，其中在葉片區域內橫線的上方部分代表在葉片後方(即葉片背風面)的上半部，橫線的下方部分代表在葉片的前方(即葉片迎風面)的下半部。首先觀察圖 4.17(a)，我們可以發現由於葉片往前移動，因此會在葉片的後方形成一個低壓區域，在葉片外圍的流體便會繞過葉片流進此低壓區，在  $\Phi = 0^\circ$  時可以看到圖中葉片區右上角的部分，流體由葉片外緣流入此區，形成一渦流，而在右下角的部分，流體則向葉片外緣流動準備繞過此葉片。當  $\Phi = 8^\circ$  由圖中可以看出在葉片的後方有一個類似渦流的發展， $\Phi$  增加到  $16^\circ$  時渦流隨著遠離葉片逐漸往下移動，不過到了  $\Phi = 24^\circ$  時，渦流就漸漸消散了。

接著觀察圖 4.17(b)，我們一樣可發現在  $\Phi = 0^\circ$  時，葉片右上角的部分一樣會有一渦流形成，而在右下角的部分，流體一樣會向葉片外緣流動準備繞過此葉片。當  $\Phi = 8^\circ$  由可以發現到葉片的後方有兩個渦流的發展，我們從文獻可知 Rushton turbine 在葉片後方會有兩個拖曳漩渦產生，此兩個強烈的渦流結構正是圓盤式攪拌槽主要的攪拌動力，當葉片角度為  $82^\circ$  時，正好和 Rushton turbine 一樣為徑向流場，因此可發現到與  $81^\circ$  時葉片後方只有一個漩渦不一樣， $82^\circ$  的葉片後方會產生兩個拖曳漩渦。當  $\Phi$  增加到  $16^\circ$  時，渦流隨著遠離葉片逐漸往下移動，到了  $\Phi = 24^\circ$  時，拖曳漩渦就漸漸消散。

接著觀察圖 4.18，這次我們列出三種不同間隙下，葉片角度為  $75^\circ$  時的葉片背風面流場變化的情形，發現三種間隙在葉片角度為  $75^\circ$  時的拖曳漩渦的移動方式非常相似，都是隨著遠離葉片，逐漸的向右下偏移，最後渦流漸漸消散。

#### 4.7 圓盤加長對流場的影響( $d=3D/4$ ， $D=T/3$ )

我們將圓盤的長度  $d$  由原先的  $67\text{mm}(d=2D/3)$  增長為  $75\text{mm}(d=3D/4)$ ，目的是讓圓盤正好嵌在葉片的中心位置，我們一樣改變三個間隙  $C$  來觀察不同角度下的流場的變化，其間隙  $C$  分別為  $T/2$ 、 $T/3$  與  $T/4$ 。

#### 4.7.1 圓盤加長時，葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/2$ )

固定攪拌器葉片間隙為 150mm( $C=T/2$ )，並且改變葉片的傾角  $\alpha$  以觀察流場變化，觀察圖 4.19 中剖面角度  $\Phi$  為-30 度的垂直剖面可以看出在葉片傾角  $\alpha$  小於 28 度時，流場為軸向流場，當葉片傾角  $\alpha$  大於 29 度時，流場會由軸向轉為徑向流場。

接下來我們觀察 28 度與 29 度在剖面角度  $\Phi$  為-30 度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.20)，圖中顯示葉片傾角為 28 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯，在容器右下方的壁面會有一高壓區域，我們可以推測出流體的攪拌在容器下方循環較明顯，我們可以發現葉片下方的壓力分佈梯度與葉片射出流體的方向相同。

接著觀察圖 4.21 可以發現功率數隨著角度的增加而逐漸升高，而  $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  在角度小於 28° 時是隨著角度增加而增大，然而當角度為 29° 時， $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  突然減小，角度大於 29° 後會繼續隨著角度增加而增大。接著看攪拌數的比較圖，我們可發現總合體積流率隨著角度增加而增大，在 29° 時，葉片下方流出量突然減少，攪拌效率隨著角度增加而減小，28° 的攪拌效率比 29° 來得高。

綜合以上敘述，我們推測當圓盤加長( $d=3D/4$ )後，葉輪直徑  $D=T/3=100\text{mm}$  且葉片間隙  $C=T/2=150\text{mm}$  時，臨界角度為 28 度。

#### 4.7.2 圓盤加長時，葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/3$ )

接下來我們把葉片的中心高度由  $C=T/2=150\text{mm}$  調降為  $C=T/3=100\text{mm}$  來觀察葉片間隙對於流場的影響。

圖 4.22 為當葉片間隙  $C=T/3=100\text{mm}$  時，改變葉片傾角  $\alpha$  的流線圖，我們可以觀察到在 59 度以前是軸向流場，60 度以後是徑向流場，葉片角度由 59 度改為 60 度時，流場由軸向轉為徑向流場。

接下來我們觀察流場變化最大的兩個角度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.23)，圖中顯示葉片傾角為 59 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓



區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯，在容器右下方的壁面會有一高壓區域。葉片傾角為 60 度時，葉片範圍內的圓盤上下方皆有高壓區域，葉片外側上下方皆有一低壓區域，我們同樣的可以在容器右方壁面發現一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，我們可知攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好在此高壓區域內。

觀察圖 4.24，功率數、 $\kappa^*$ 與  $\varepsilon^*$ 隨著角度的增加而逐漸升高，然而當角度到達 60 度時，卻都突然劇減，之後再隨著角度增加而升高，只是增加的幅度不如軸向流場明顯。觀察攪拌數的變化，定義質量流率流出為正，流入為負，我們可以發現葉片尖端流出量隨著角度增加而增大，當角度由 59 度轉為 60 度時，葉片尖端的流出量突然增加，葉片下方的流出量反而減少，明顯的可以看出槽內的流場型態在 59 度以前為軸向流場，60 度以後轉為徑向流場。攪拌效率隨著角度增加而減少，在 59 度轉為 60 度時會突然增加，之後在隨著角度加大而減小。

綜合以上結果我們推測圓盤加長( $d=3D/4$ )後，在葉片間隙為  $C=T/3$ ，葉輪直徑為  $D=T/3$  時的臨界角度為 59 度。

### 4.7.3 圓盤加長時，葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/4$ )

我們將葉片間隙固定在 75mm ( $C=T/4$ )來分析流場的改變，比較各角度的流線圖(圖 4.25)，可以發現到在 78 與 79 這兩個角度僅僅只差一度，而流場卻一下子從軸向流場轉為徑向流場，78 度以前為軸向流場，79 度以後轉為徑向流場。

接下來我們觀察流場變化最大的兩個角度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.26)，圖中顯示葉片傾角為 78 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯，在容器右下方的壁面會有一高壓區域。葉片傾角為 79 度時，葉片範圍內的圓盤上下方為高壓區域，葉片外側上下方皆為低壓區域，我們可以發現葉片範圍內壓力分佈變化開始有上下對稱的傾向，在容器右方壁面一樣可以注意到攪拌槽內分離點的高壓區域。

接下來比較各個角度的功率數與攪拌數(如圖 4.27 所示)，功率數、 $\kappa^*$ 與  $\varepsilon^*$

隨著角度的增加而逐漸升高，然而當角度到 78 度時突然劇減，之後再隨著角度增加而升高，比較攪拌數後可以發現 78 度葉片下方本來為流出，79 度轉為流入，葉片尖端流出量由 78 度轉為 79 度時大幅增加，因此很明顯地在 78 度以前為軸向流場，79 度以後為徑向流場，而 79 度時葉片區域內流體流出的量比 78 度來得大，攪拌效率在 78 度以前，隨著角度增加而減小，到了 79 度突然地增加，之後又隨著角度增加而降低。

綜合以上所述，我們推測圓盤加長( $d=3D/4$ )後，在葉片間隙為 75mm( $C=T/4$ )時，葉輪直徑為 100mm( $D=T/3$ )時的臨界角度為 78 度。

接著我們將三個間隙的臨界角度的速度向量圖列出比較(如圖 4.28)，可以看出當葉片間隙為 75mm 時( $C=T/4$ )時，流場的型態變化最大，軸向與徑向流場的區分最明顯，而間隙為 150mm( $T/2$ )時，流場變化最不明顯，可得知當葉片與攪拌槽底部間的距離越小，改變葉片角度將使流場由軸向轉為徑向流動的變化最明顯。

觀察圖 4.29 可以發現間隙越小，軸向流動越強烈，反之，可知當葉片間隙越大，流場的徑向流動越強，因此可知圓盤加長後，間隙為 150mm( $C=T/2$ )的流場徑向流動是三種間隙中最強的，當間隙為 75mm( $C=T/4$ )時的軸向流動較其他兩種間隙明顯。

接著觀察圓盤加長為 75mm( $d=3D/4$ )後，葉輪直徑為 100mm( $D=T/3$ )且葉片間隙為 75mm( $C=T/4$ )時，兩個流場變化最大角度的葉片背風面拖曳渦流移動的情形(圖 4.30)，首先觀察圖 4.30(a)，我們可以發現由於葉片往前移動，因此會在葉片的後方形成一個低壓區域，在葉片外圍的流體便會繞過葉片流進此低壓區。 $\Phi = 0^\circ$ 時，可以看到圖中葉片區右上角的部分，流體由葉片外緣流入此區，形成一渦流，而在右下角的部分，流體則向葉片外緣流動準備繞過此葉片(再次強調，圖中的葉片上半部為背風面，下半部為迎風面)。 $\Phi = 8^\circ$ 時，由圖中可以看出在葉片的後方有一個類似渦流的發展， $\Phi$ 增加到 $16^\circ$ 時渦流隨著遠離葉片逐漸往下移動， $\Phi = 24^\circ$ 時，渦流就漸漸消散了。



接著觀察圖 4.30(b)， $\Phi = 0^\circ$ 時，葉片右上角的部分同樣有一渦流形成，而在右下角的部分，流體一樣會向葉片外緣流動準備繞過此葉片； $\Phi = 8^\circ$ 時，葉片的後方生成兩個渦流； $\Phi$ 增加到 $16^\circ$ 時，渦流隨著遠離葉片逐漸往下移動，到了 $\Phi = 24^\circ$ 時，我們可以發現渦流還停留在葉片的右下方。

觀察圖 4.31，我們列出三種不同間隙下，葉片角度為 75 度時的葉片背風面流場變化的情形，當間隙為  $C=T/4$  時，在 $\Phi = 0^\circ$ 時葉片的右上角有一渦流，並且隨著 $\Phi$ 的角度增加而逐漸往右下方移動，到了 $\Phi = 24^\circ$ 時，渦流就漸漸消散了。當間隙為  $C=T/3$  與  $T/2$  時，我們可以發現到葉片後方的流場變化非常相似， $\Phi = 0^\circ$ 時葉片的右上角可看到一渦流， $\Phi = 8^\circ$ 時，葉片的後方生成兩個渦流， $\Phi$ 增加到 $16^\circ$ 時，渦流隨著遠離葉片逐漸往下移動，到了 $\Phi = 24^\circ$ 時，我們可以發現渦流還停留在葉片的右下方。

## 4.8 圓盤加長後，增加葉輪直徑對流場的影響 ( $d=3D/4, D=T/2$ )

我們將葉輪直徑從原本的 100mm( $D=T/3$ )加長為 150mm( $D=T/2$ )，再從不同的間隙與傾角分析流場的變化。

### 4.8.1 葉片加長時，葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/2$ )

首先我們分析葉片間隙為 150mm( $C=T/2$ )，由流場流線圖(圖 4.32)可以發現即使葉片傾角調降為 25 度，流場的型態改變依然不明顯，仍然為徑向流場，與前面幾節的結果相比較，我們可以得知葉片加長後，徑向流動變的更加強烈，軸向流動變的很不明顯，因此流場變化也不明顯。

觀察圖 4.33 在各個角度的功率數與葉片的攪拌數，功率數、 $\kappa^*$ 與  $\varepsilon^*$ 都是隨著角度的增加而逐漸升高，接著觀察攪拌數，葉片尖端的攪拌數隨著角度增加而增大，攪拌效率則是隨著角度增加而減小。

我們可以發現到葉片加長後，軸向流動變弱，徑向流動增強，流場變化變得很不明顯，因此我們推測在當圓盤增長為  $d=3D/4$ ，葉輪直徑增長為  $D=T/2$ ，葉片間隙為  $C=T/2$  時並無明顯的臨界角存在。

#### 4.8.2 葉片加長時，葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/3$ )

接下來我們把葉片的中心高度由  $C=T/2=150\text{mm}$  調降為  $C=T/3=100\text{m}$  來觀察葉片間隙對於流場的影響。

圖 4.34 為不同葉片傾角的流線圖，我們可以觀察到葉片傾角在 39 度以前是軸向流場，葉片傾角到達 40 度以後是徑向流場，葉片角度由 39 度改為 40 度時，流場由軸向轉為徑向流場。

接下來我們觀察流場變化最大的兩個角度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.35)，圖中顯示葉片傾角為 39 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯。葉片傾角為 40 度時，葉片範圍內的圓盤上下方皆有高壓區域，葉片外側上方為低壓區域，在容器右方壁面發現一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，對照圖 4.34 流線圖可知攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好在此高壓區域內。

觀察圖 4.36，功率數、 $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  隨著角度的增加而逐漸升高，功率數在葉片傾角為 40 度時突然地減少，之後再隨著角度增加而升高。觀察攪拌數的變化，葉片尖端流出量隨著角度增加而增大，當葉片傾角由 39 度轉為 40 度時，葉片尖端的流出量突然增加，葉片下方的流出量反而減少，可以得知葉片傾角在 39 度前為軸向流場，達到 40 度以後就轉為徑向流場，葉片傾角為 39 度時葉片區域內流體總流出的量比 40 度來得大，攪拌效率會隨著葉片傾角角度增加而減小，當葉片傾角由 39 度轉為 40 度時，攪拌效率會突然增加，之後再逐漸減小。

綜合以上所述，我們推測圓盤加長( $d=3D/4$ )後，在葉片間隙為  $100\text{m}(C=T/3)$  時，葉輪直徑為  $150\text{mm}(D=T/2)$  時的臨界角度為 39 度。

#### 4.8.3 葉片加長時，葉片傾角對流場的影響 ( $C=T/4$ )

我們將葉片間隙  $C$  固定在  $75\text{mm}$  ( $C=T/4$ )，觀察圖 4.37 同樣可發現到葉片傾角在 62 度以前流場為軸向流場，63 度以後就轉為徑向流場。

觀察流場變化最大的兩個角度的垂直剖面壓力分佈(圖 4.38)，圖中顯示葉片

傾角為 62 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯。葉片傾角為 63 度時，葉片範圍內的圓盤上下方皆有高壓區域，葉片外側上下方皆有一低壓區域，在容器右方壁面發現一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，我們可知攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好在此高壓區域內，且此高壓區域的位置比較靠近葉片中心位置。

接下來比較各個角度的功率數與攪拌數(圖 4.39)，功率數、 $\kappa^*$ 與  $\varepsilon^*$ 隨著角度的增加而逐漸升高，當角度到 63 度時突然劇減，之後再隨著角度增加而升高，比較圖 4.39 攪拌數的圖可發現 62 度轉 63 度時，葉片下方流出量突然減小而葉片尖端流出量突增，明顯地表示 62 度以前為軸向流場，63 度以後為徑向流場。

綜合以上所述，我們推測葉片加長( $D=T/2$ )後，在葉片間隙為 75mm( $C=T/4$ )時的臨界角度為 62 度。

觀察圖 4.40 與 4.41 可再次證明當葉片間隙越小，改變葉片角度將使流場由軸向轉為徑向流動的變化最明顯。間隙越小，軸向流動越強烈，反之，可知當葉片間隙越大，流場的徑向流動越強。間隙  $C=T/2$  的流場徑向流動是三種間隙中最強的，間隙  $C=T/4$  時的軸向流動較其他兩種間隙明顯。

接下來觀察圖 4.42，圖為葉輪直徑 150mm( $D=T/2$ )且葉片間隙為 75mm( $C=T/4$ )時，兩個流場變化最大角度的葉片背風面拖曳渦流移動的情形，觀察圖 4.42(a)，我們可以發現  $\Phi = 0^\circ$  時，葉片右上角形成一渦流。 $\Phi = 8^\circ$  時，渦流往下移動，到了  $\Phi = 16^\circ$  時，渦流已消散。觀察圖 4.42(b)， $\Phi = 0^\circ$  時，葉片右上角的部分同樣有一渦流形成，而在右下角的部分，流體一樣會向葉片外緣流動準備繞過此葉片， $\Phi = 8^\circ$  時，葉片的後方渦流同樣往下移動， $\Phi$  增加到  $16^\circ$  時，渦流同樣的消散。

觀察圖 4.43，我們一樣列出三種不同間隙下，葉片角度為 75 度時的葉片背風面流場變化的情形，當間隙為  $C=T/4$  時，在  $\Phi = 0^\circ$  時葉片的右上角有一渦流，並且隨著  $\Phi$  的角度增加而逐漸往右下方移動。當間隙  $C=T/3$  與  $T/2$  時，在  $\Phi = 8^\circ$  時，葉片的後方生成兩個渦流，當  $\Phi$  增加到  $16^\circ$  時，渦流隨著遠離葉片逐漸往下移動，到了  $\Phi = 24^\circ$  時，我們可以發現渦流已經消失。

## 4.9 綜合討論

圖 4.44 為圓盤加長為  $d=3D/4$ ，葉輪直徑  $D=T/3$ ，間隙  $C=T/4$  時的壓力分佈比較圖，當葉片傾角為 45 度時，葉片範圍內圓盤上方為高壓區域，圓盤下方為低壓區域，葉片下方的壓力梯度變化非常明顯，在容器右下方的壁面會有一高壓區域，我們可以得知流場在葉片旋轉範圍流動較強烈，在容器底部流體的流動反而不強烈，當葉片傾角為 78 度時，壓力分佈的趨勢與 45 度非常相似，我們可以發現同為軸向流場的壓力分佈趨勢非常相近。接著觀察葉片傾角為 79 度時的壓力分佈，我們可以看到葉片範圍內的圓盤上下方皆為高壓區域，葉片外側為低壓區域，在容器右方壁面發現一個壓力梯度變化明顯的高壓區域，我們可知攪拌槽內流體撞擊壁面產生上下兩個循環的分離點正好發生在此高壓區域內，當葉片傾角為 90 度時，流場完全為徑向流場，因此我們可以發現容器右側壁面上的高壓區域正好在葉片中心位置上，可知分離點即是發生在此範圍內。

接著挑選葉片中心位置正好在對稱位置( $C=T/2$ )上的例子來觀察，圖 4.45 與圖 4.46 為圓盤直徑  $d=3D/4$ ，葉輪直徑  $D=T/3$  且間隙  $C=T/2$  時葉片上的壓力分佈與流線圖，觀察圖中四個葉片傾角可以發現流場變化最大的兩個角度 28 度與 29 度的壓力分佈相當類似，在圓盤的下方皆為低壓區域，當葉片傾角增加為 60 度時，壓力分佈在迎風面上的趨勢逐漸與 90 度時相似，到了 90 度時，我們可以看出迎風面與背風面的對稱性，在迎風面上的壓力分佈由葉片外側往內側遞減，背風面則是在葉片外緣為低壓區，壓力分佈往葉片內部增加。我們觀察圖 4.46 中四個葉片傾角在第二葉片上的流線圖，可以發現 28 度與 29 度在背風面上流場都是由葉片下方往葉片上方流動，迎風面在葉片右上方都有一個渦流，隨著角度變大而往右移動，當葉片傾角到了 90 度後，在迎風面的圓盤上下方各有一渦流，背風面上可觀察到葉片外側上下方有一對稱的漩渦。

觀察軸向噴流的水平夾角  $\beta$  (圖 4.47)，定義此夾角  $\beta$  是從圓盤的頂點與壁面上兩個循環的交界點相連而成的直線與水平直線所夾的角度為軸向噴流的水平

夾角，比較圖 4.48，我們可以發現  $D=T/3$  時， $d=2D/3$  與  $d=3D/4$  的  $\beta$  角度變化非常相似，在臨界角度以前，夾角介於  $60^\circ\sim 80^\circ$  之間，當葉片角度大於臨界角後， $\beta$  角會突然減小，間隙  $C=T/4$  的  $\beta$  夾角甚至低於 10 度。當葉片加長為  $D=T/2$  時，我們可以注意到間隙  $C=T/2$  的臨界角的  $\beta$  夾角降低的幅度比起其他高度來的小很多，且葉片加長為  $D=T/2$  後， $\beta$  夾角明顯的比葉片長  $D=T/3$  來得小。葉片角度大於臨界角度後，軸向噴流的水平夾角會減小很多，此乃因噴流由軸向改為徑向，當角度達 90 度時，三種間隙的夾角都為 0 度，此時流場完全為徑向流場。

圖 4.49 與 4.50 為功率數與攪拌數在不同幾何尺寸參數下的綜合比較，觀察發現間隙  $C$  為  $T/3$  與  $T/4$  時，功率數在臨界角後皆會大幅減小，然而間隙  $C$  為  $T/2$  時，功率數在臨界角的變化反而不明顯，相同葉輪直徑下，圓盤加長後的功率數在臨界角上的降低幅度增加。相同圓盤直徑下，葉片加長後的功率數在臨界角上的變化減小。觀察圖 4.50 可知攪拌數在葉片間隙  $C=T/2$  時，在臨界角度上的變化都不明顯，然而葉輪直徑  $D=T/3$  時，間隙  $C$  為  $T/3$  與  $T/4$  在臨界角後，總流出的質量流率皆會上升，當葉片加長為  $D=T/2$  後，質量流率的變化非常接近。

圖 4.51 與 4.52 為  $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  的綜合比較圖，可以發現不管圓盤與葉片加長與否， $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  的變化趨勢都非常相近，在間隙  $C=T/2$  時， $\kappa^*$  與  $\varepsilon^*$  在臨界角的前後變化並不明顯，然而間隙  $C=T/3$  與  $C=T/4$  在臨界角前後會發生突然減小的情形。

圖 4.53 為攪拌效率  $\eta$  的比較圖，在  $C=T/2$  時，攪拌效率的變化皆不明顯，然而當間隙  $C=T/3$  與  $C=T/4$  時，在臨界角的前後會發生突增的情形，之後再稍微降低，當角度超過臨界角後，攪拌效率會逐漸接近。

圖 4.54 為葉片傾角  $\alpha=75^\circ$  時，葉片直徑  $D=T/3$ ，間隙  $C=T/2$ ，圓盤直徑  $d=2D/3$  下在垂直剖面角度  $\theta$  由  $90^\circ\sim 150^\circ$  的流線圖與壓力分佈圖( $\theta$  定義如圖 2.1)，當  $\theta=90^\circ$  與  $150^\circ$  時，分別為第二片葉片與第三片葉片的位置，因此圓盤上半部的葉片為背風面，圓盤下半部的葉片為迎風面。當  $\theta$  由  $90^\circ$  到  $150^\circ$  時，皆會產生上下兩個循環，分離點靠近葉片的中心高度，在葉片的迎風面為高壓區域，背風面為低壓區域，且在分離點的位置上可觀察到一明顯的高壓區域。



接著探討在葉輪直徑  $D=T/3$ ，間隙  $C=T/3$  且圓盤直徑  $d=2D/3$  時在不同角度下的功率數比例表：

角度	30	45	60	63	64	75	90
正向壓力差的功率數	0.61	1.35	2.21	2.38	2.13	2.63	3.09
葉片剪應力的功率數	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
圓柱剪應力的功率數	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
總功率數	0.62	1.36	2.22	2.39	2.14	2.64	3.09
葉片剪應力所佔比例%	1.71	0.76	0.42	0.38	0.43	0.32	0.24
圓柱剪應力所佔比例%	0.19	0.09	0.07	0.06	0.07	0.07	0.06
正向壓力差所佔比例%	98.10	99.15	99.51	99.56	99.50	99.61	99.70

由上表可知當葉片傾角為 90 度時，正向壓力佔了 99.7% 的功率數，隨著葉片傾角減小，正向壓力所佔的比例逐漸減小，而葉片、圓柱與圓盤所佔的比例會增加，到了 30 度時，正向壓力所佔的比例會減少到 98.1%。觀察圖 4.55(a)與圖 4.55(b)可發現到葉片迎風面與背風面的平均壓力差在不同角度下的變化趨勢與功率數的變化趨勢相似，在臨界角前後都會有降低的趨勢。因此可知葉片迎風面與背風面所產生正向壓力差對於功率數的改變有很大的影響。

在邱建仁[25]模擬斜葉渦輪式攪拌槽(Pitched-Blade Impellers)的研究中提出改變攪拌葉片傾角時，流場會存在一個臨界角度，當角度到達臨界角後，功率數會增加，攪拌數會減少。而本研究所探討的圓盤斜葉渦輪式攪拌槽則是在葉片傾角到達臨界角度後，功率數會大幅減小，攪拌數幾乎為增加。我們推測斜葉渦輪式攪拌槽在流場為軸向流場時，並無圓盤阻擋，因此流體可以順暢的流過葉片，產生軸向循環，當葉片傾角角度增加後，流場轉變為徑向流場時，葉片所受的正向壓力會增加，因此功率數會上升。然而圓盤斜葉渦輪式攪拌槽在流場為軸向流場時，圓盤下方的流體必須繞過圓盤，流體被強迫由軸向轉為徑向，因此反而使得流場在臨界角度由軸向轉為徑向時，軸向流場的功率數反而比徑向流場來得大，也使得臨界角度後的徑向流場的攪拌數增加。

## 第五章 結論

1. 攪拌槽的流場型態會因葉片的傾角不同而改變，傾角越小，流場越接近軸向流場，傾角越大越接近徑向流場，當角度到達 90 度時，流場為完全的徑向流場，並且會以圓盤為中心，在上下產生兩個對稱的循環。
2. 當我們逐漸改變葉片的傾角後找到一臨界角度，當角度小於臨界角時，流場為軸向流場，當葉片傾角大於此臨界角度時，流場將由軸向轉為徑向流場。
3. 不同的葉片中心高度會存在一臨界角度，間隙越小，在臨界角以後流場由軸向流場轉為徑向流場的變化越明顯，間隙越大則越不明顯。間隙越小，軸向流動越強烈，間隙越大，流場的徑向流動越強烈，因此在間隙為 150mm( $C=T/2$ )的流場徑向流動是三種間隙中最強的，當間隙為 75mm( $C=T/4$ )時的軸向流動則較其他兩種間隙明顯。
4. 功率數、 $\varepsilon^*$ 與 $\kappa^*$ 在臨界角度以後有大幅降低的情形，然而當葉片中心高度在對稱位置  $C=T/2$  時，變化不若間隙  $C=T/3$  與  $C=T/4$  明顯。圓盤增長後，功率數在臨界角後降低的幅度增加，葉片直徑增加後，功率數在臨界角前後降低的幅度反而減小，功率數的最大值也跟著減小， $\varepsilon^*$ 與 $\kappa^*$ 也有相同的趨勢。
5. 當間隙  $C$  為  $T/4$  且葉輪直徑  $D$  為  $T/3$  時，葉片傾角為  $82^\circ$  時的流場為徑向流場，我們可觀察到葉片後方有兩個拖曳漩渦的產生，並隨著葉片往前移動而逐漸消散，葉片傾角為  $81^\circ$  時，流場型態為軸向流場，葉片後方只有一個拖曳渦流在葉片的右上方。然而當間隙  $C$  為  $T/4$  且葉輪直徑  $D=T/2$  時，即使葉片傾角為  $63^\circ$  時為徑向流場，葉片後方只有一個拖曳漩渦的產生，因此我們推測拖曳漩渦在葉片傾角大時，會在葉片後方產生上下兩個拖曳渦流，當葉片傾角小時，只會在葉片後方的右上側產生一個拖曳漩渦。
6. 我們觀察葉片上的壓力分佈圖與流線圖，可以發現葉片傾角小於  $90^\circ$  時，葉片背風面與圓盤下方為低壓區域，當葉片傾角為  $90^\circ$  時，葉片的壓力分佈上下對稱，均勻分佈。觀察葉片背風面速度流線圖，我們注意到當葉片傾角為  $90^\circ$



時，葉片背風面會以圓盤為中心，在葉片上下產生兩個對稱的漩渦，葉片傾角角度小的時候，則只會在葉片右上方看到一漩渦的產生。

7. 我們將臨界角整理成如下的表格，可以發現到當葉輪直徑同為  $D=T/3$  時，圓盤加長後，相同間隙下的臨界角的角度會減小。相同圓盤長度下( $d=3D/4$ )，當葉輪直徑增長為  $D=T/2$  時，同一間隙下的臨界角度也會減小。由下表我們可以得知臨界角度會隨著間隙增加而減小，當葉輪直徑為  $D=T/3$  且  $d=2D/3$  時，間隙由  $C=T/4$  加大為  $C=T/2$  時，臨界角度由  $81^{\circ}$  轉為  $40^{\circ}$ ，角度足足差了  $41^{\circ}$ ，圓盤增長為  $d=3D/4$  後，葉片間隙由  $C=T/4=75\text{mm}$  加大為  $C=T/2$  時，臨界角度由  $78^{\circ}$  轉為  $28^{\circ}$ ，角度更是差了  $50^{\circ}$ ，因此我們可以得知圓盤加大，改變間隙會使臨界角的變化大幅增加。

	$D=T/3$ $d=2D/3$	$D=T/3$ $d=3D/4$	$D=T/2$ $d=3D/4$
$C=T/4$	$81^{\circ}$	$78^{\circ}$	$62^{\circ}$
$C=T/3$	$63^{\circ}$	$59^{\circ}$	$39^{\circ}$
$C=T/2$	$40^{\circ}$	$28^{\circ}$	—

8. 軸向噴流的水平夾角  $\beta$  在葉片角度大於臨界角時，軸向噴流的水平夾角會大幅減小，此乃因噴流由軸向改為徑向，當葉片角度到達  $90$  度時，三種間隙的夾角都為  $0$  度，此時流場為徑向流場。

## 參考文獻

- [1] <http://www.chemineer.com/impellers.php>
- [2] <http://www.aaar.com.cn/>
- [3] K. VAN'T RIET and JOHN M. SMITH, "The behavior of gas-liquid mixtures near Rushton turbine blades" , Chemical Engineering Science, Vol. 28, pp.1031-1037, 1973.
- [4] M. YIANNESKIS, Z. POPIOLEK and J. H. WHITELAW, "An experimental study of the steady and unsteady flow characteristics of reactors" , Journal of Fluid Mechanics, Vol. 175, pp. 537-555, 1987.
- [5] H. WU and G. K. PATTERSON, "LASER-DOPPLER MEASUREMENTS OF TURBULENT-FLOW PARAMETERS IN A MIXER" , Chemical Engineering Science, Vol. 44, pp. 2207-2221, 1989.
- [6] V. V. RANADE and J. B. JOSHI, "FLOW GENERATED BY A DISC TURBINE : Part I Experimental" , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 68, Part A, pp. 19-33, 1990.
- [7] M. YIANNESKIS and J. H. WHITELAW, "ON THE STRUCTURE OF THE TRAILING VORTICES AROUND RUSHTON TURBINE BLADES" , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 71, Part A, pp. 543-550, 1993.
- [8] V. P. MISHRA and J. B. JOSHI, "FLOW GENERATED BY A DISC TURBINE : Part III : Effect of Impeller Diameter , Impeller Location and Comparison with Other Radial Flow Turbines" , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 71 , Part A , pp. 563-573, 1993.
- [9] V. P. MISHRA and J. B. JOSHI, "FLOW GENERATED BY A DISC TURBINE : Part IV : Multiple Impellers" , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 72, Part A, pp. 657-668, 1994.
- [10] Stoots, C.M. and R. V. Calabrese, "Mean Velocity Field Relative to a Rushton Turbine Blade" , AIChE JOURNAL, Vol. 41, No. 1, p1-11, 1995.
- [11] M. SCHAFER, M. HOFKEN and F.DURST," DETAILED LDV MEASUREMENTS FOR VISUALIZATION OF THE FLOW FIELD WITHIN A STIRRED-TANK REACTOR EQUIPPED WITH A RUSHTON TURBINE" , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 75 , Part A , pp. 729-736, 1997.
- [12] WEI-MING LU and BING-SHIOU YANG, "Effect of Blade Pitch on the Structure of the Trailing Vortex around Rushton Turbine Impellers" , THE CANADIAN JOURNAL OF CHEMICAL ENGINEERING, Vol. 76, pp. 556-561, 1998.
- [13] K. C. LEE and M. YIANNESKIS, "Turbulence Properties of the Impeller Stream of a Rushton Turbine" , AIChE Journal, Vol. 44, No. 1, pp. 13-24, 1998.

- [14] J. J. DERKSEN, M. S. DOELMAN and H. E. A. VAN DER AKKER, “Three-dimensional LDA measurements in the impeller region of a turbulently tank” , Experiments in Fluids, Vol. 27, pp. 522-532, 1999.
- [15] V. V. RANADE, M. PERRARD, N. LE SAUZE, C. XUEREB and J. BERTRAND, “TRAILING VORTICES OF RUSHTON TURBINE : PIV Measurements and CFD Simulations with Snapshot Approach” , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 79, Part A, pp.3-12, 2001.
- [16] R. ESCUDIE, D. BOUYER, and A. LINE, “Characterization of Trailing Vortices Generated by a Rushton Turbine” , AIChE Journal, Vol. 50, No. 1, pp. 75-86, 2004.
- [17] V. V. RANADE and J. B. JOSHI, “ FLOW GENERATED BY A DISC TURBINE : Part II Mathematical Modeling and Comparison with Experimental Data” , Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 68, Part A, pp. 34-50, 1990.
- [18] V. V. RANADE, J. R. BOURNE and J. B. JOSHI, “FLUID MECHANICS AND BLENDING IN AGITATED TANKS” , Chemical Engineering Science, Vol.46, NO. 8, pp. 1883-1893, 1991.
- [19] J. DERKSEN and H. E. A. VAN DEN AKKER, “Large Eddy Simulations on the Flow Driven by a Rushton Turbine” , AIChE Journal, Vol. 45, No. 2, pp.209-221, 1999.
- [20] M. JENNE, M. REUSS, “A critical assessment on the use of k-  $\epsilon$  turbulence models for simulation of the turbulent liquid flow induced by a Rushton-turbine in baffled -tank reactors” , Chemical Engineering Science, Vol. 54, pp.3921-3941, 1999.
- [21] R. VERZICCO, G. IACCARINO, M. FATICA and P. ORLANDI, “Flow in an impeller tank using an immersed boundary method” Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs 2000, pp.251-261, 2000.
- [22] R. M. JONES, A. D. HARVEY III and S. ACHARYA, “Two-Equation Turbulence Modeling for Impeller Tanks” , Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering, Vol. 123, pp. 640-648, 2001.
- [23] D. B. Spalding and B. E. Launder, “The numerical computation of turbulent flows” , Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3:269-289, 1974.
- [24] 胡育昌, “葉輪攪拌槽中之流場計算” , 國立交通大學機械工程研究所碩士論文 , 2003 .
- [25] 邱建仁, “葉片具傾斜角之葉輪攪拌槽流場分析” , 國立交通大學機械工程研究所碩士論文 , 2004 .

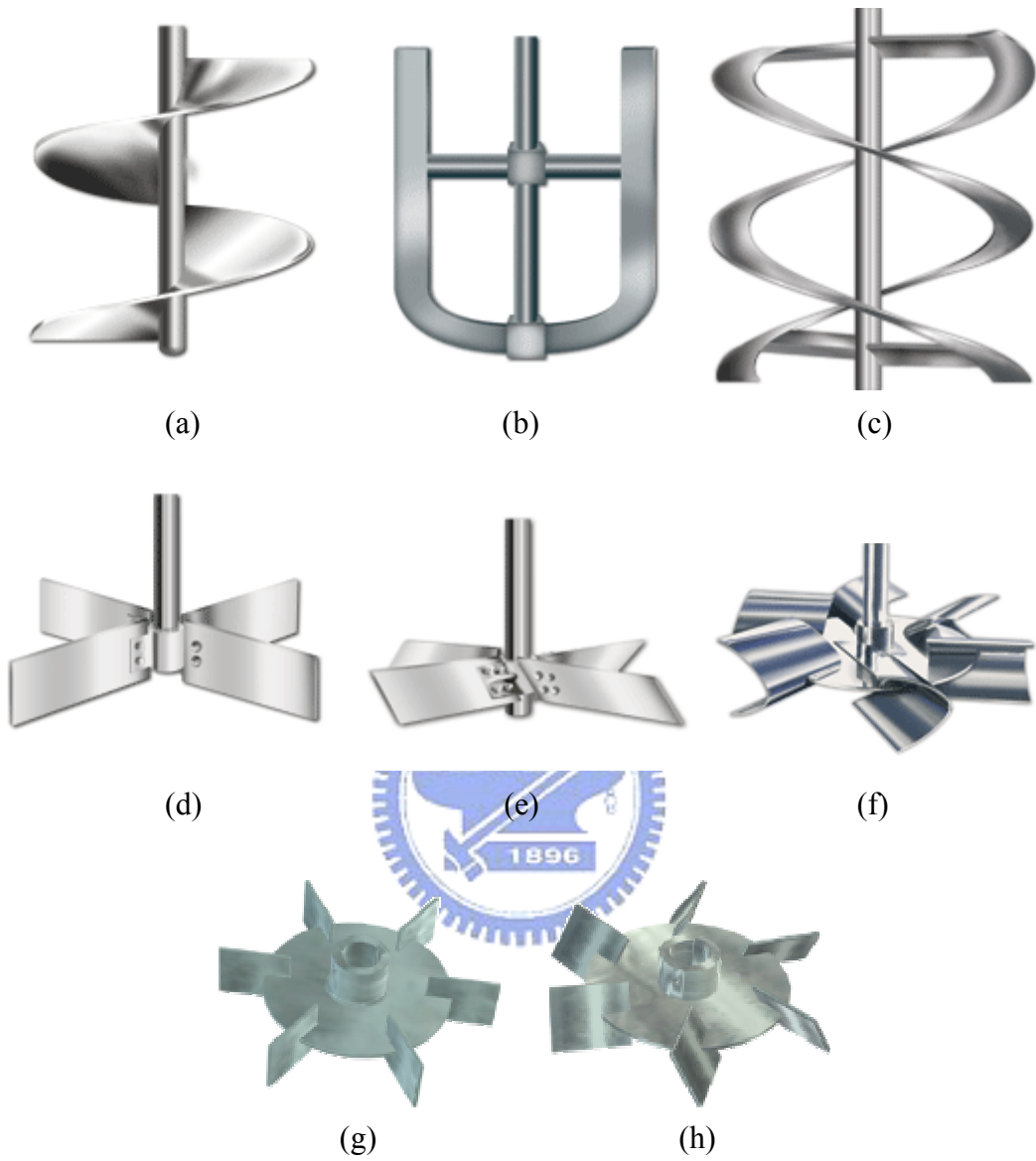
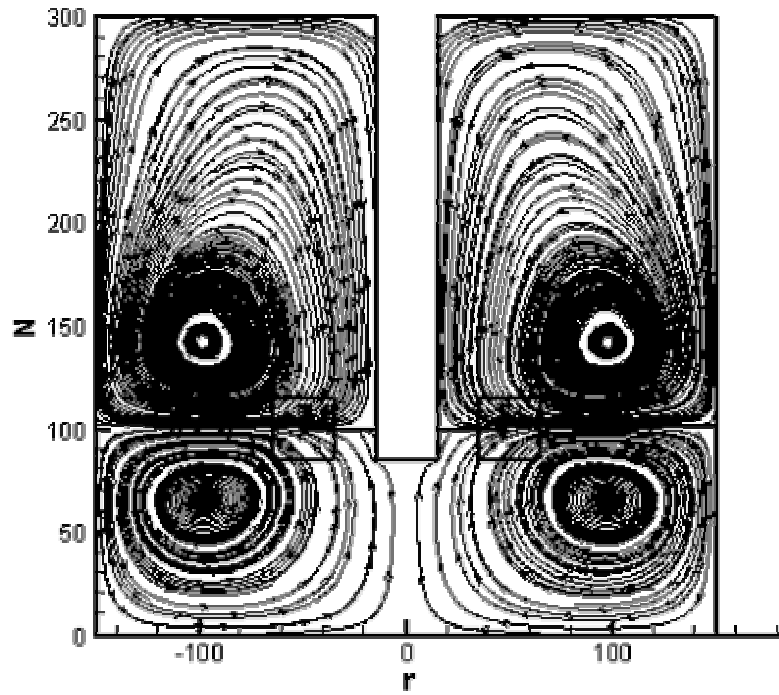
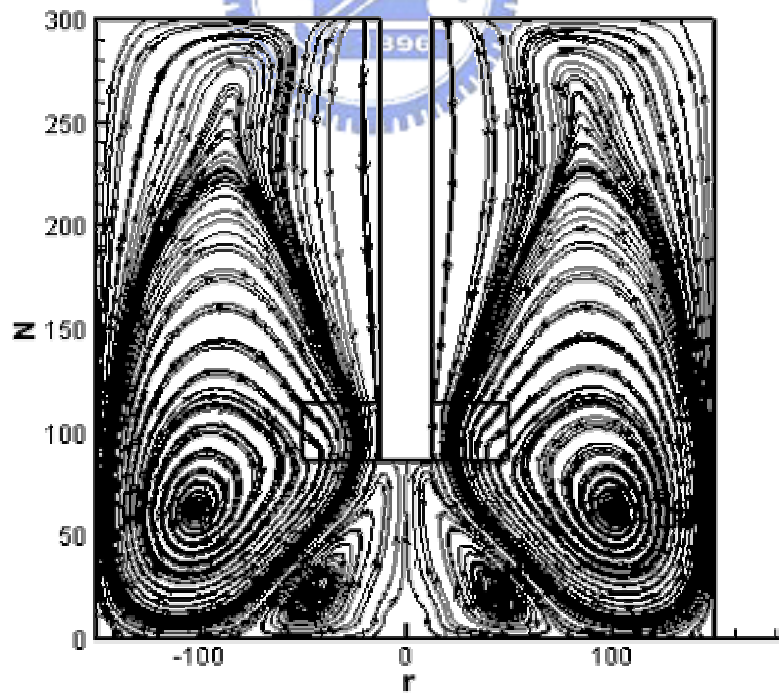


圖 1.1 攪拌器種類[1][2] (a)螺桿式，(b)錨框式，(c)螺帶式，(d)直葉式，  
(e)斜葉式，(f)曲葉圓盤式，(g)平直葉圓盤式，(h)斜葉圓盤式。



(a)



(b)

圖 1.2 流場型態[25]：(a)徑流式流場，(b)軸流式流場

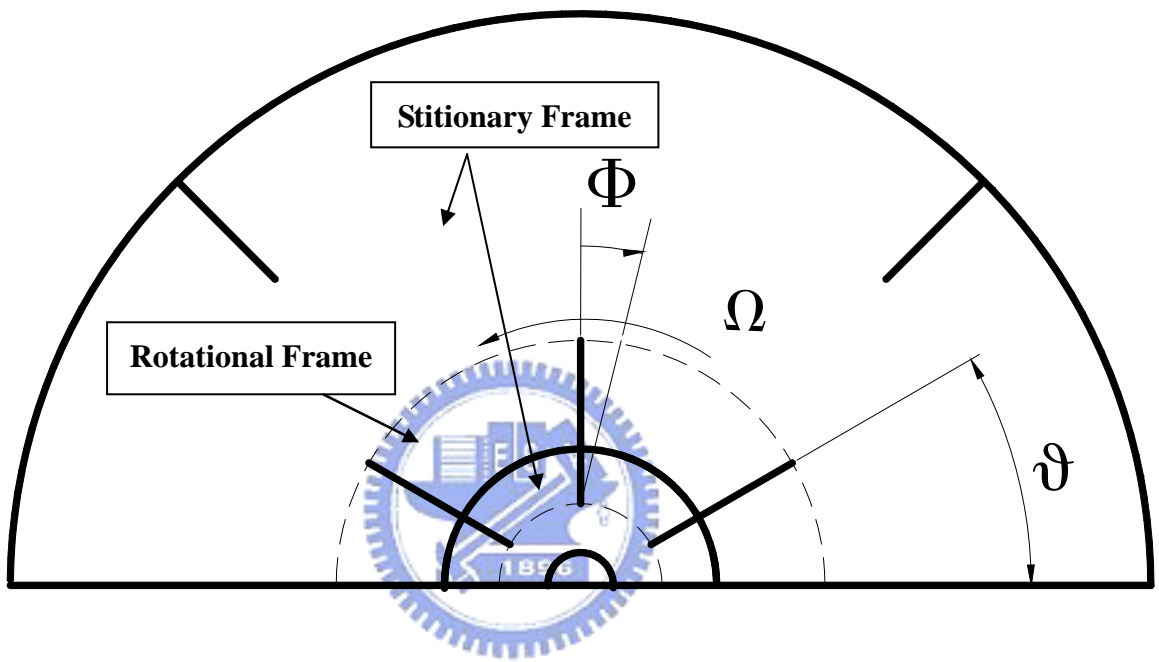


圖 2.1 靜止座標系與旋轉座標系

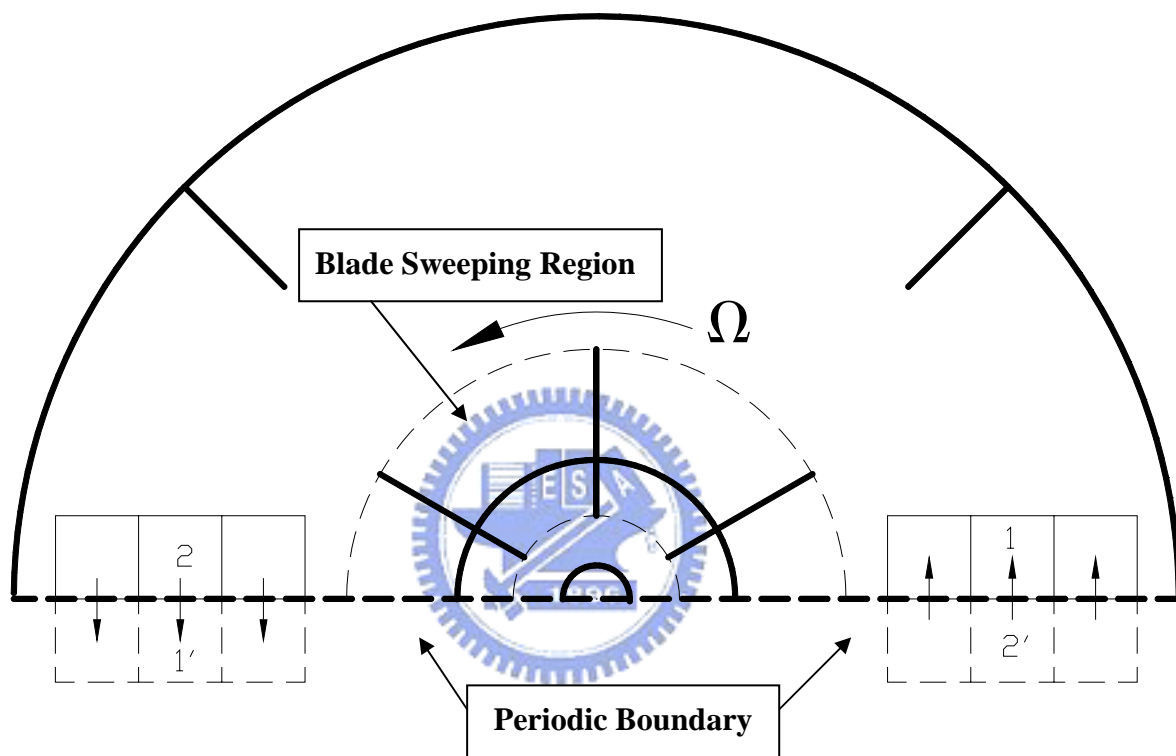


圖 2.2 週期性邊界示意圖



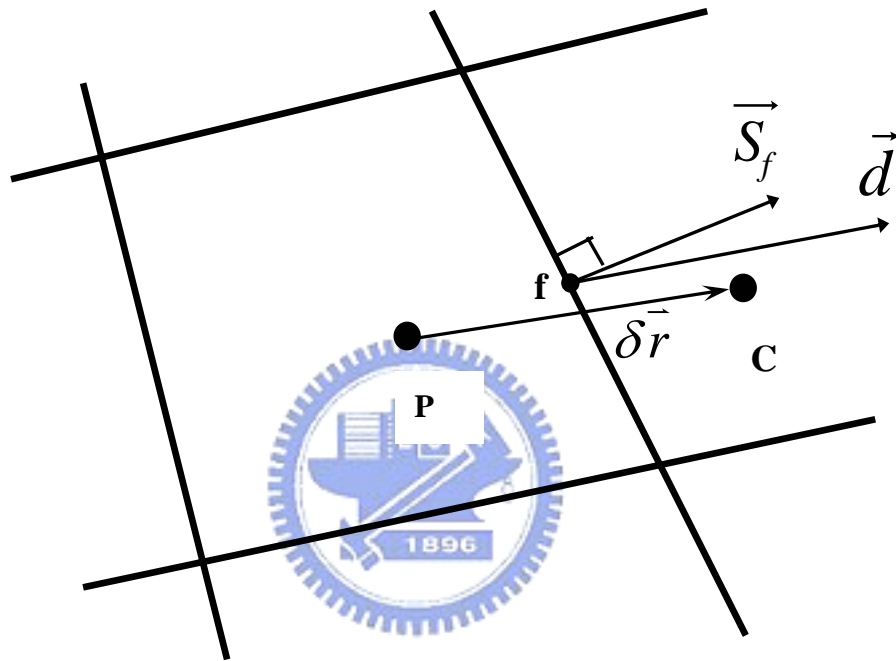


圖 3.1 over-relaxed approach 法

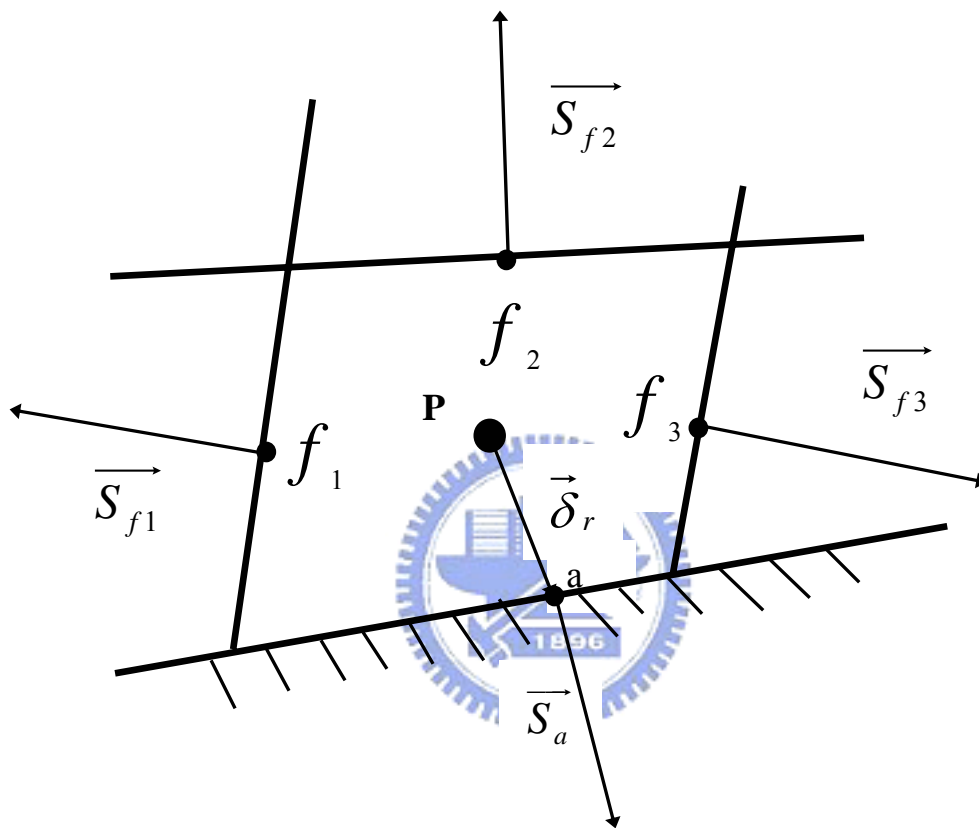


圖 3.2 計算邊界壓力示意圖

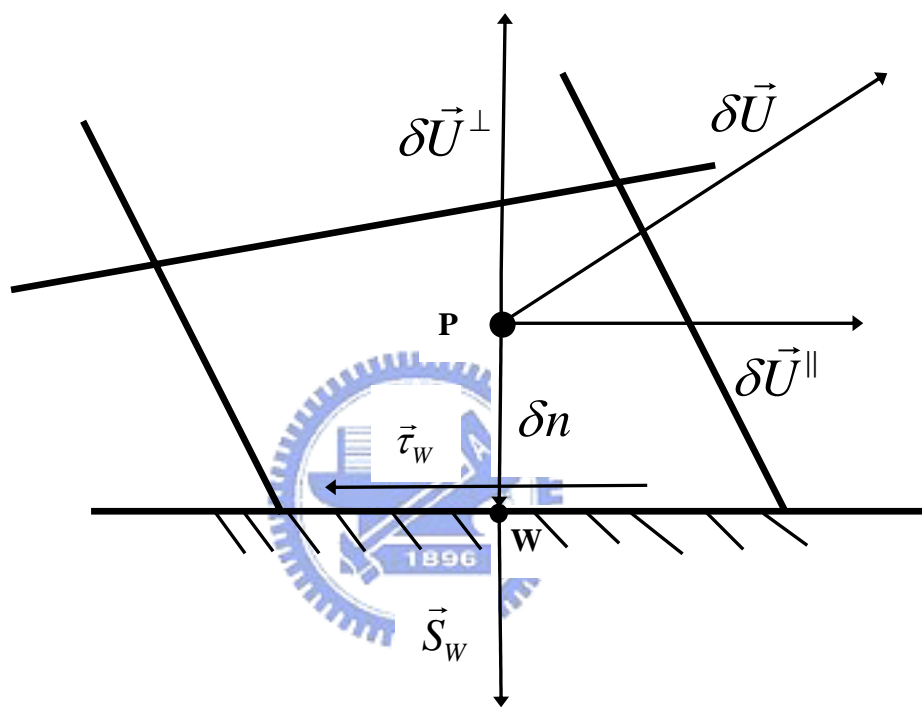
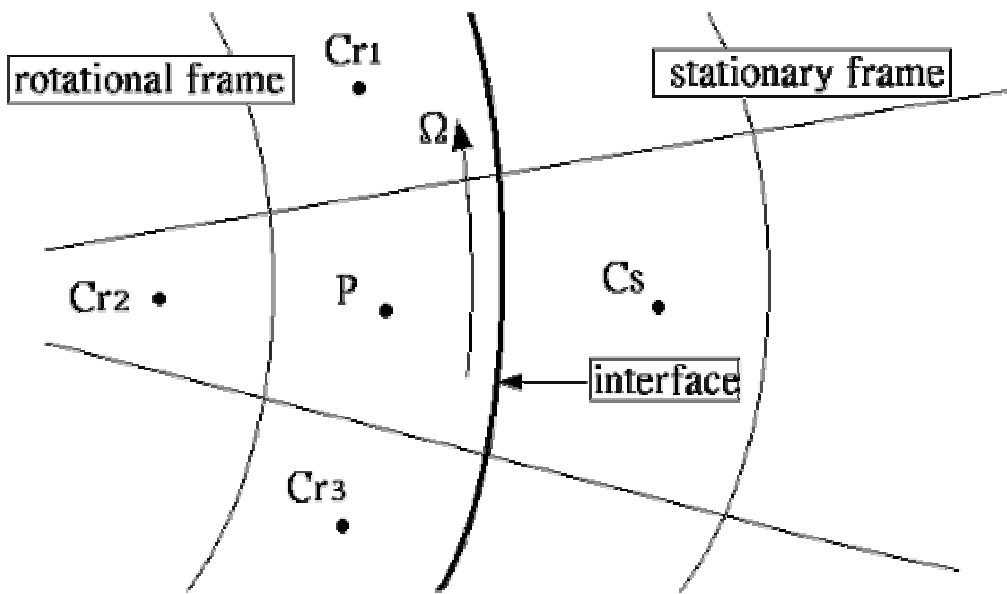
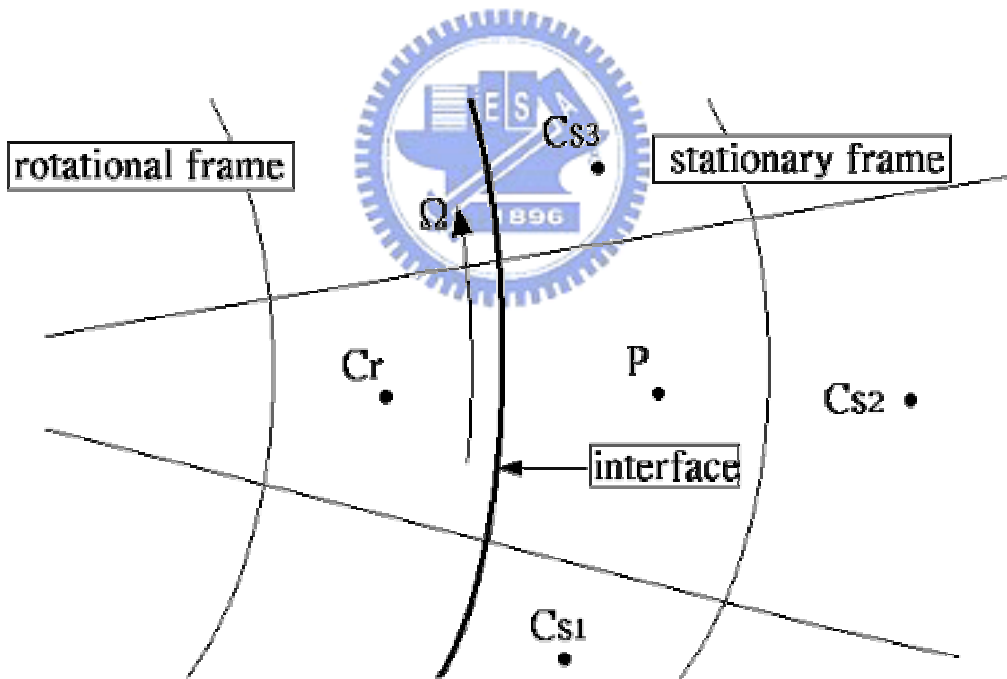


圖 3.3 計算壁面剪應力示意圖



(a) 格點位於旋轉座標系



(b) 格點位於靜止座標系

圖 3.4 格點位置示意圖[25]

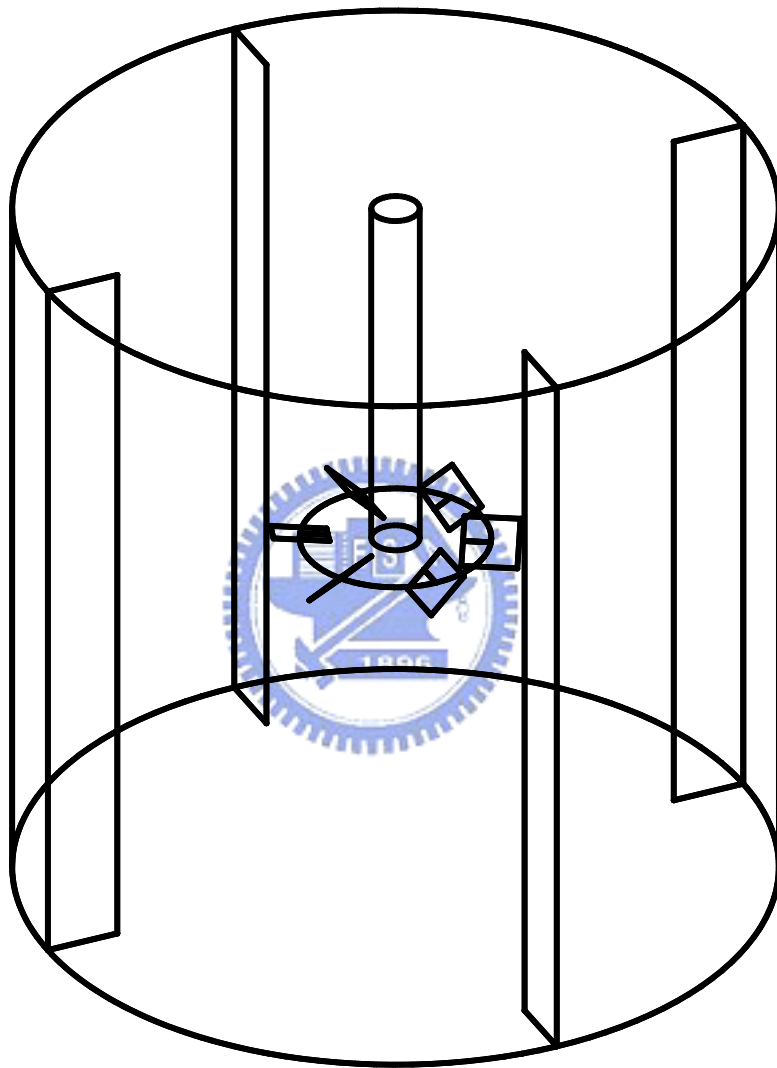


圖 4.1 攪拌槽的幾何外型

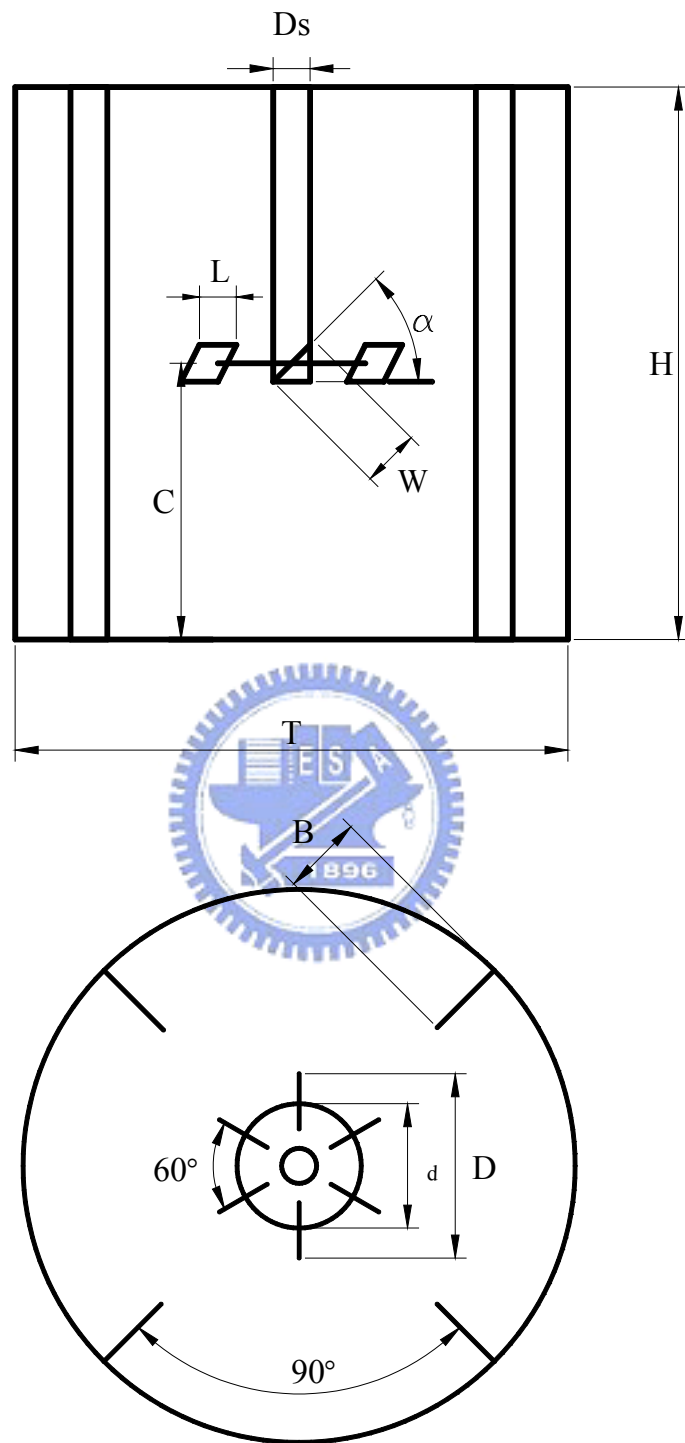


圖 4.2 攪拌槽的幾何尺寸

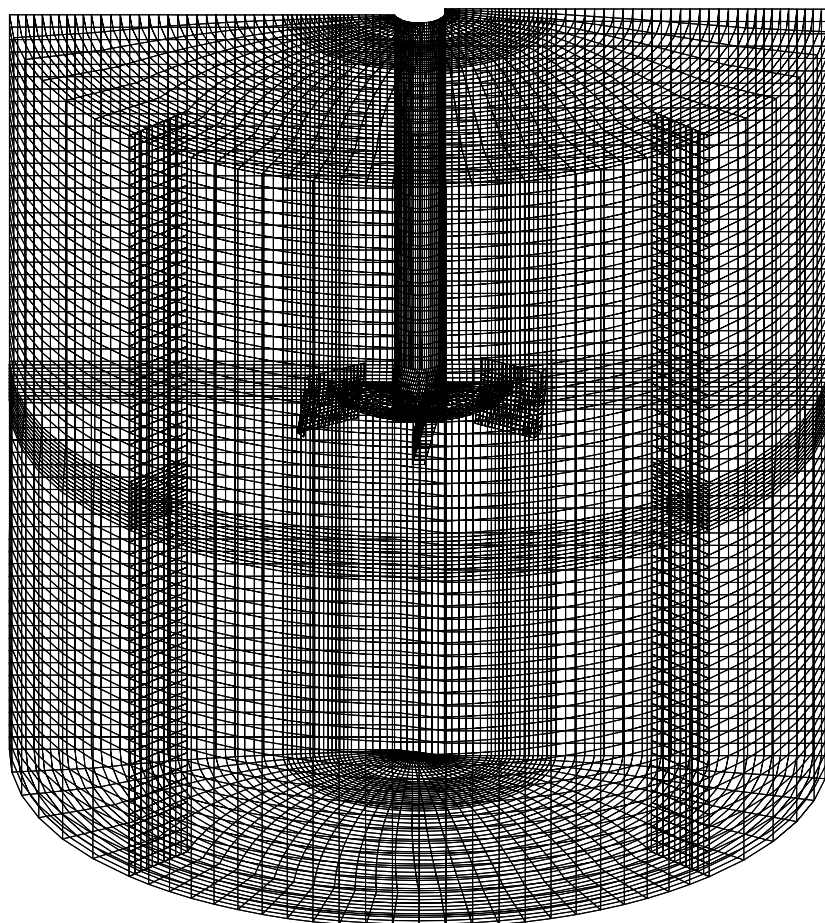
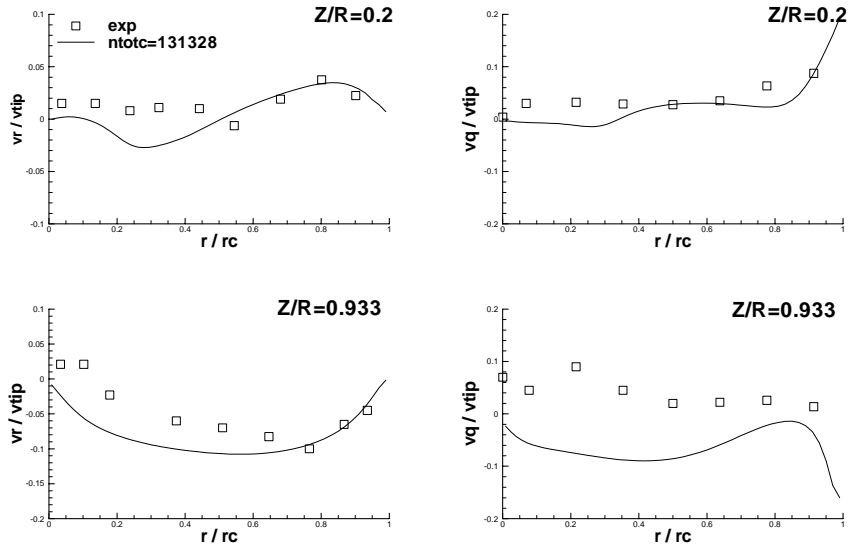
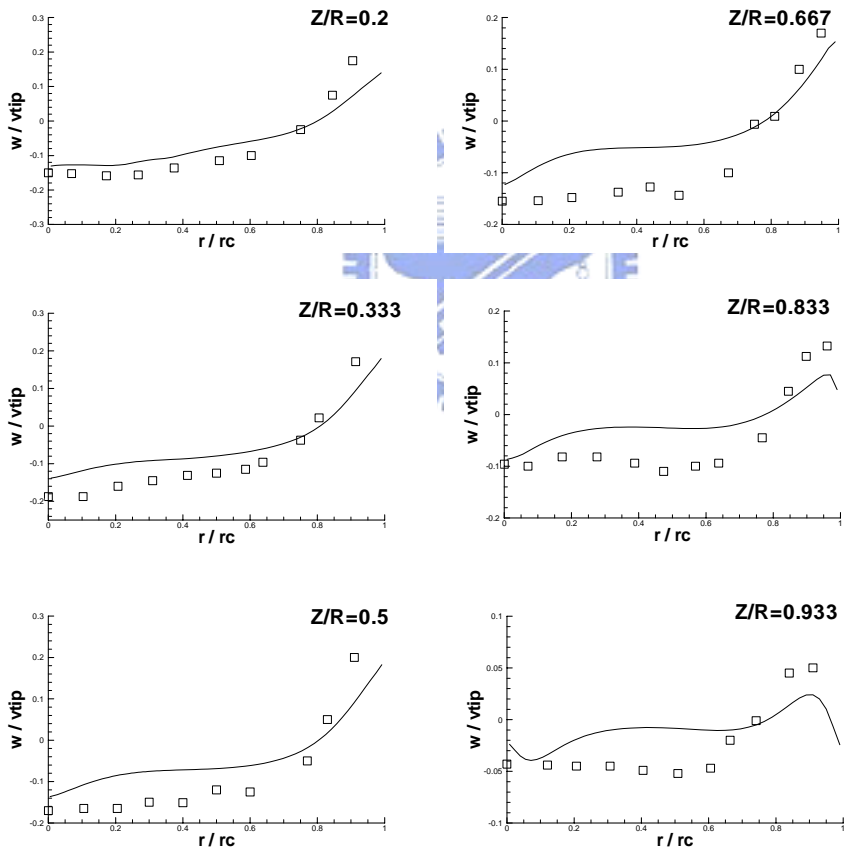


圖 4.3 計算網格





(a)



(b)

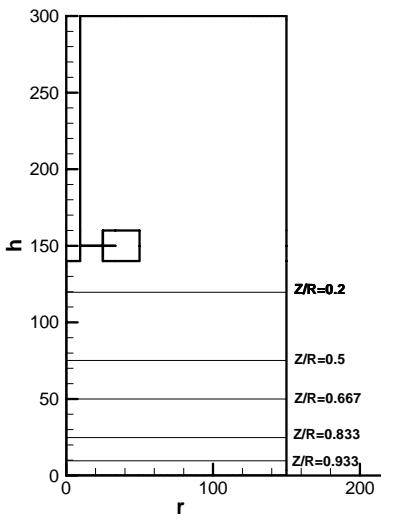


圖 4.4 速度場的分佈圖( $C=T/2$ ,  $D=T/3$ ,  $\alpha=90^\circ$ )  
 (a)  $V_r/V_{tip}$  與  $V_\theta/V_{tip}$  (b)  $W/V_{tip}$

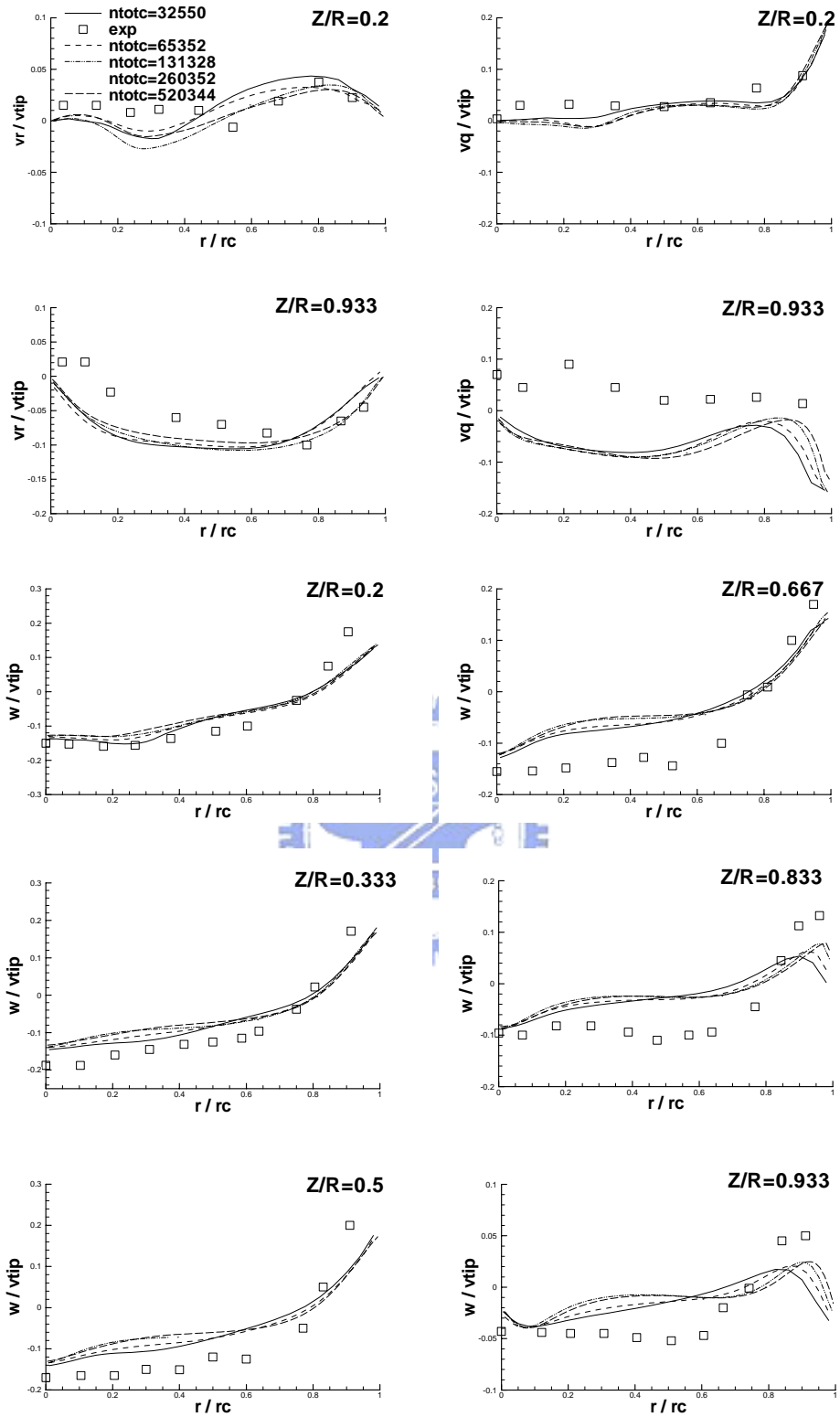


圖 4.5 不同格點數速度場分佈比較圖( $C=T/2$ ,  $D=T/3$ ,  $\alpha=90^\circ$ )

(a)  $V_r/V_{tip}$  與  $V_\theta/V_{tip}$  (b)  $W/V_{tip}$

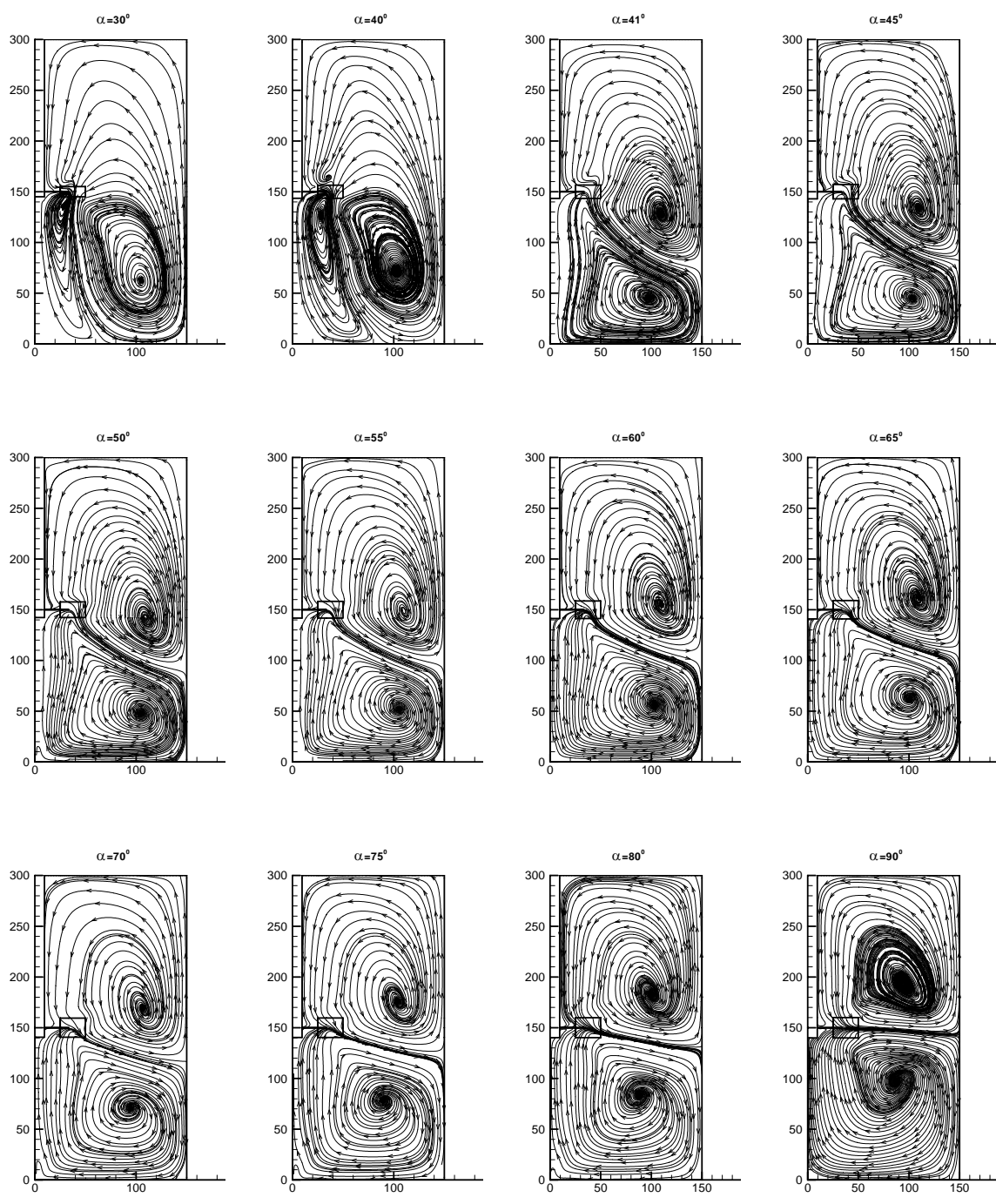


圖 4.6 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  在不同角度時的流線圖 ( $d=2D/3$ )

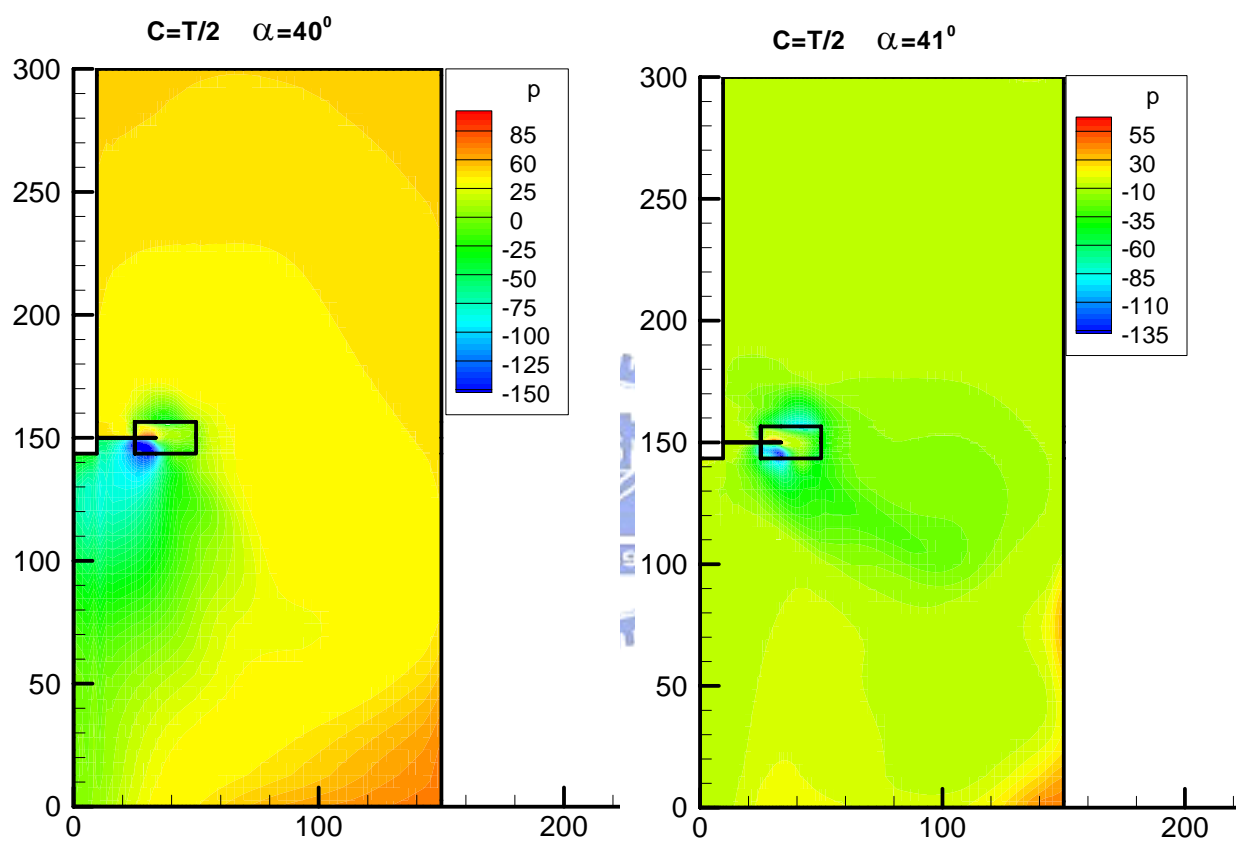


圖 4.7 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖 ( $d=2D/3$ )

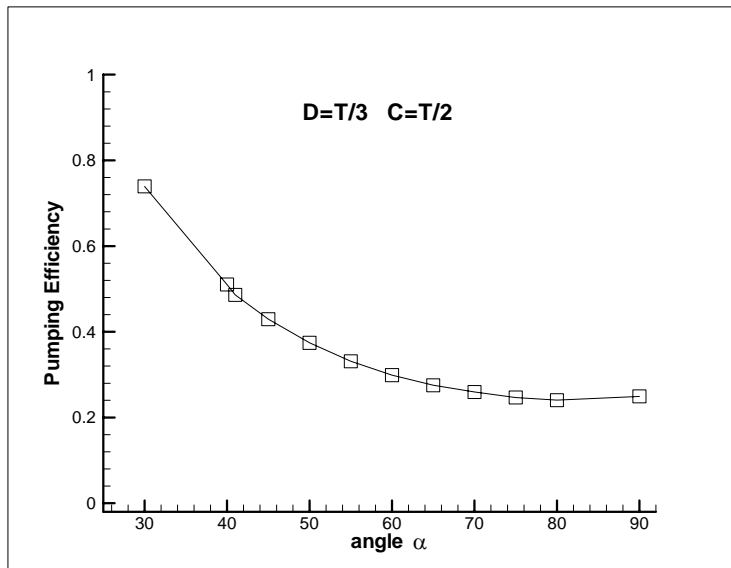
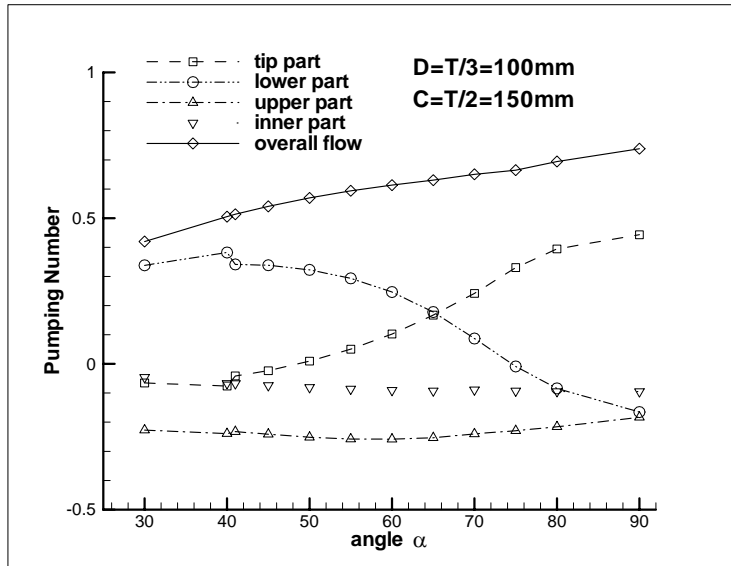
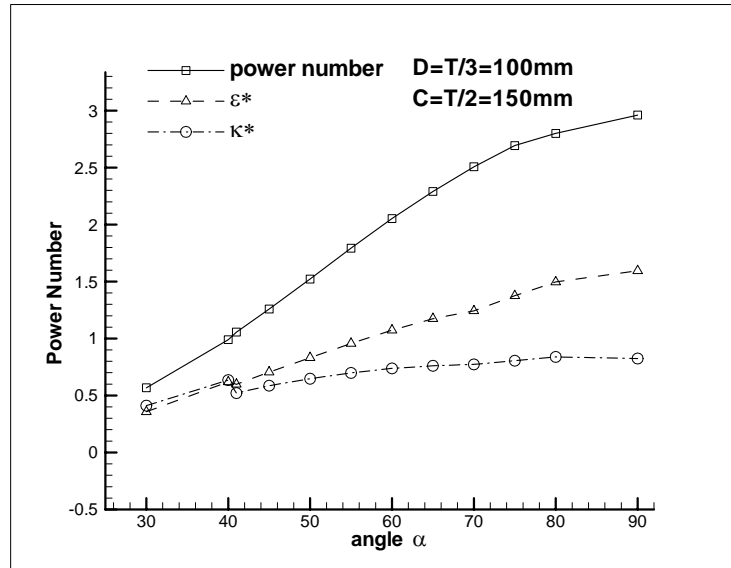


圖 4.8 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=2D/3$ )

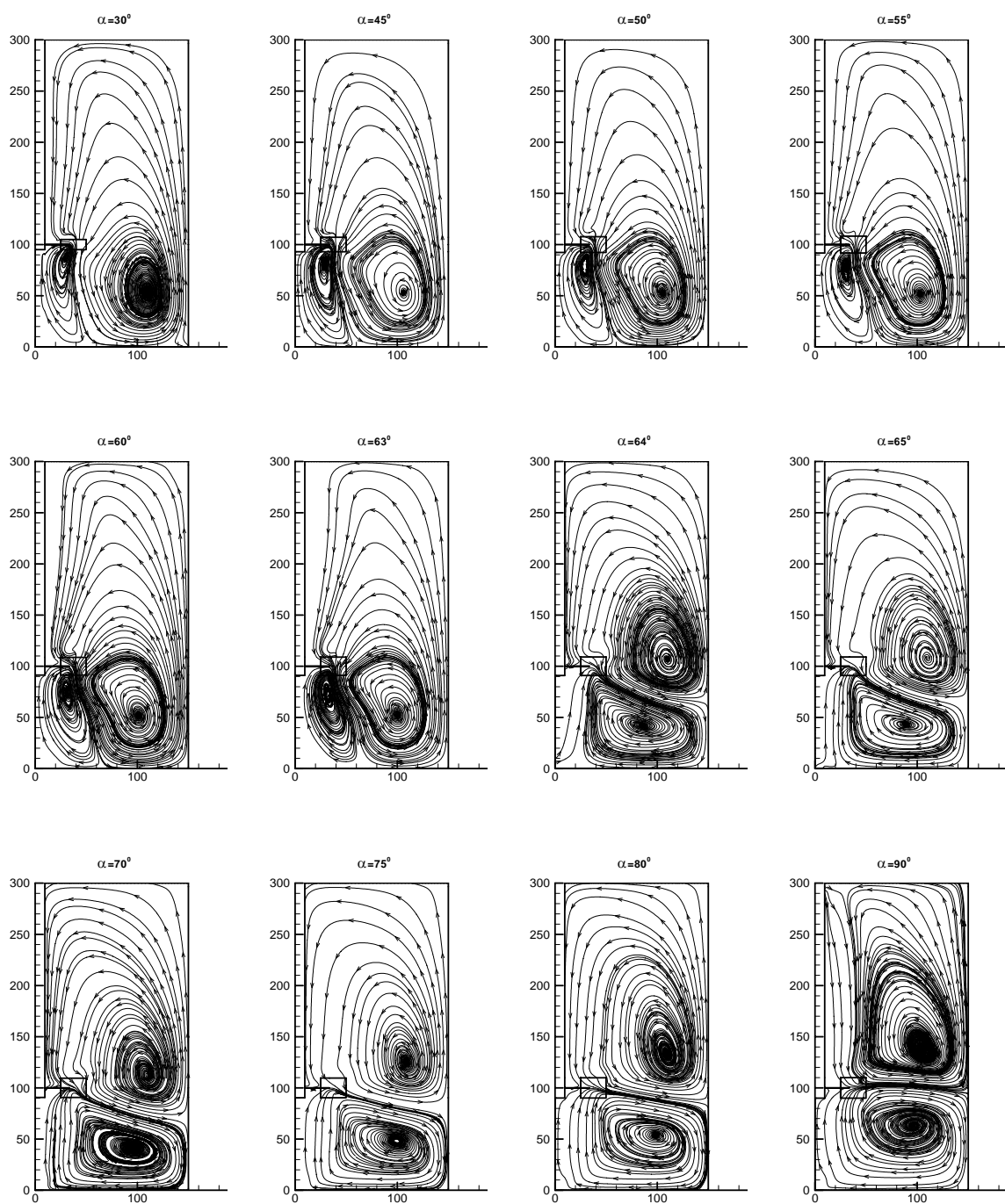


圖 4.9 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/3$  在不同角度時的流線圖 ( $d=2D/3$ )

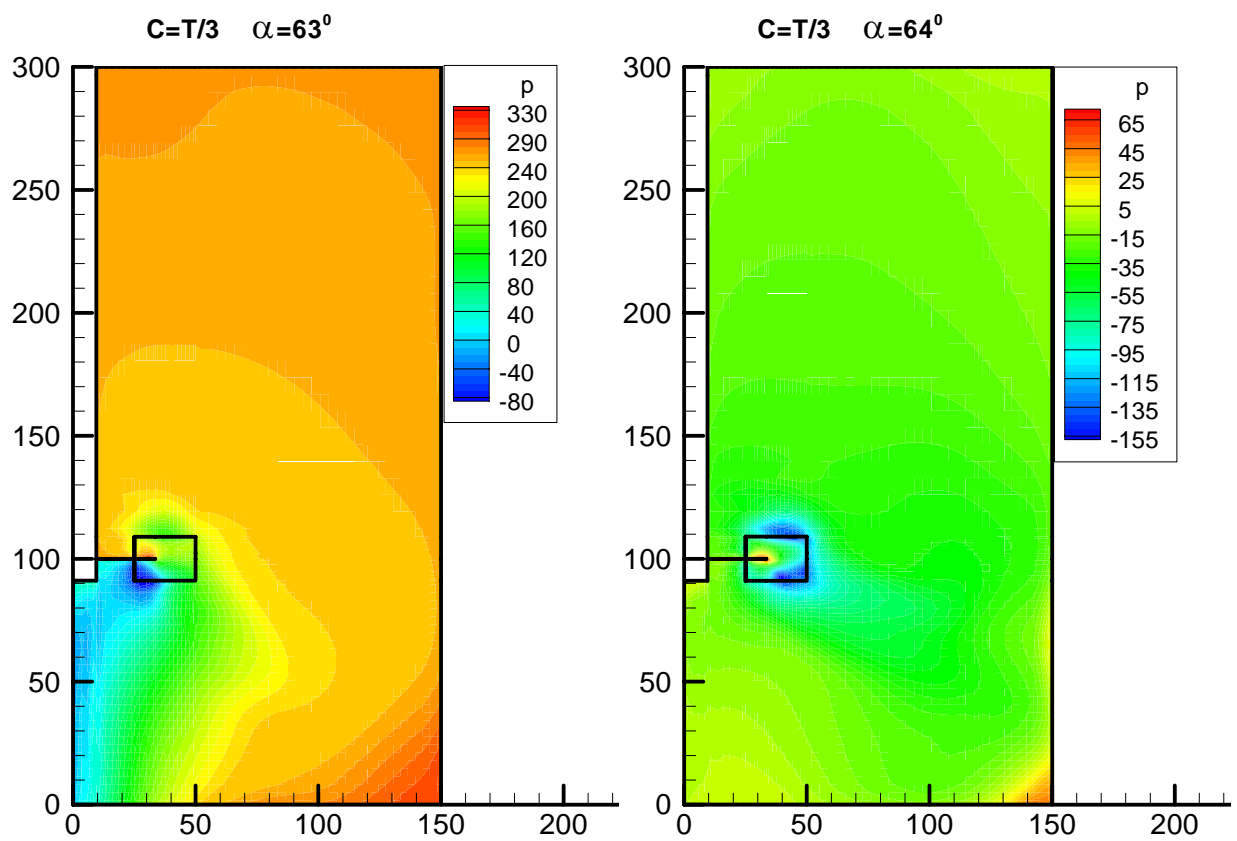


圖 4.10 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/3$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=2D/3$ )



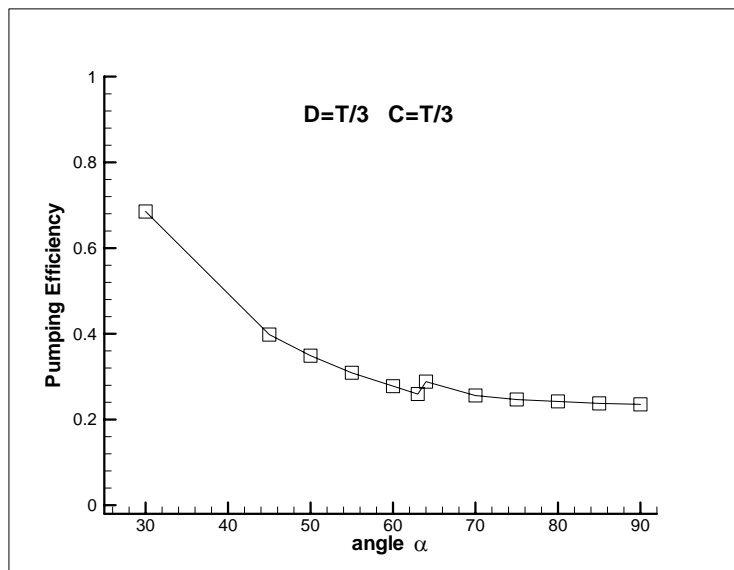
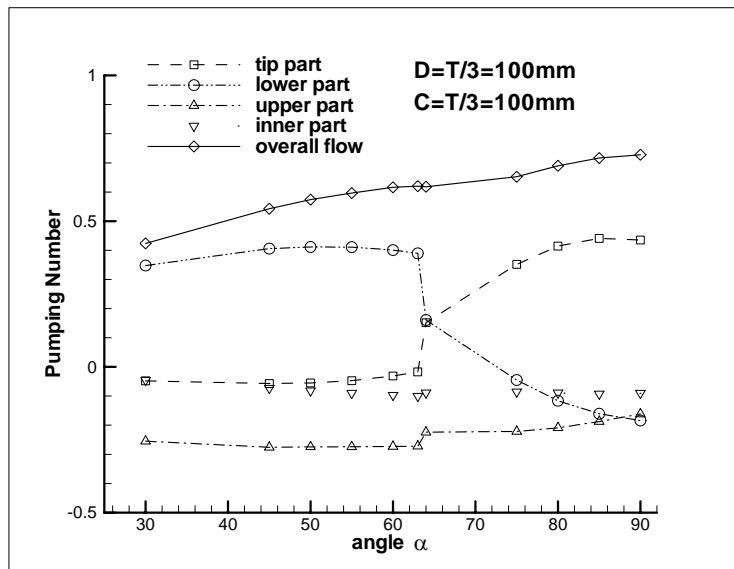
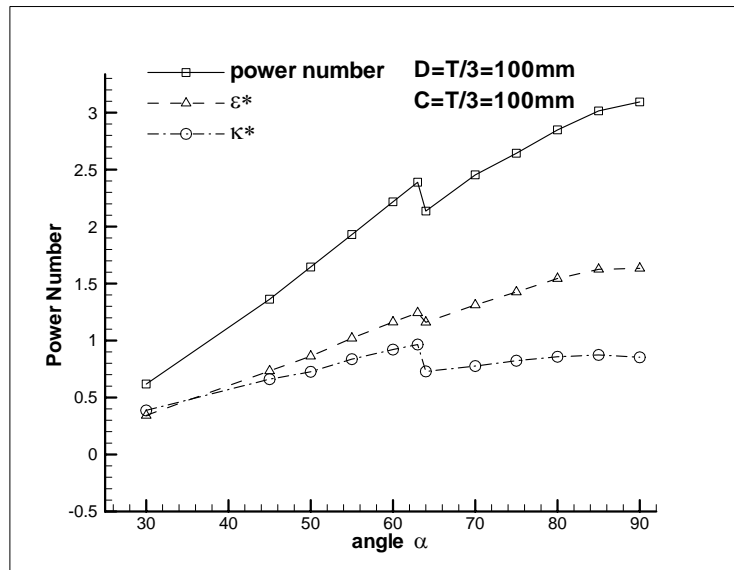


圖 4.11 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/3$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標( $d=2D/3$ )

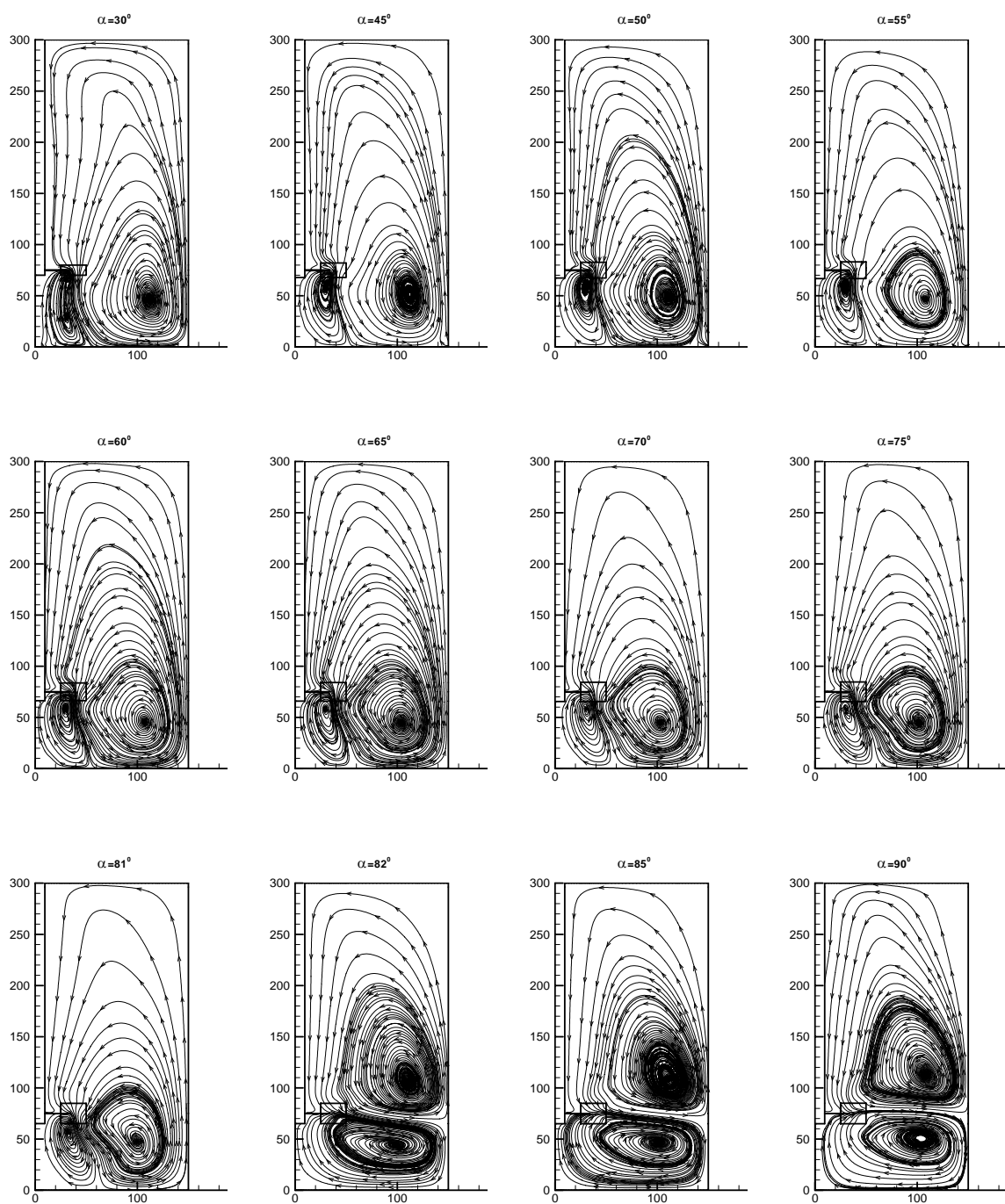


圖 4.12 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/4$  在不同角度時的流線圖 ( $d=2D/3$ )

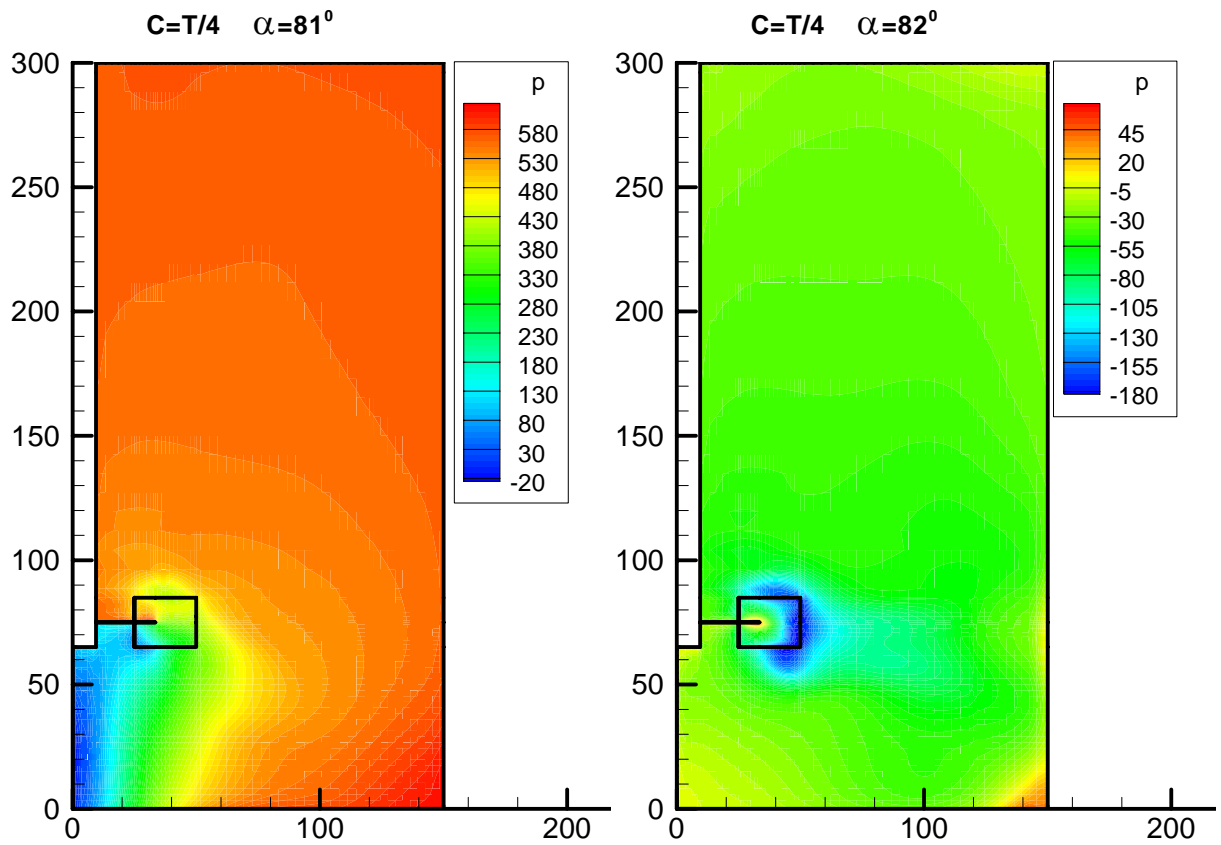


圖 4.13 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/4$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=2D/3$ )

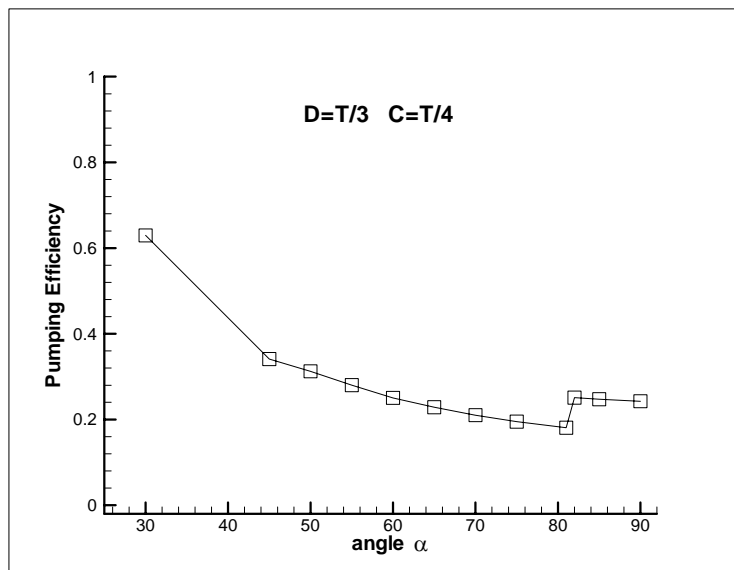
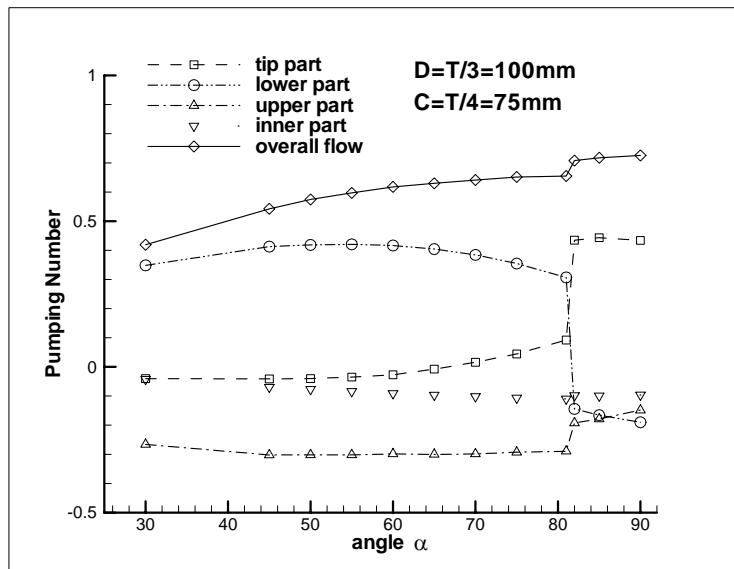
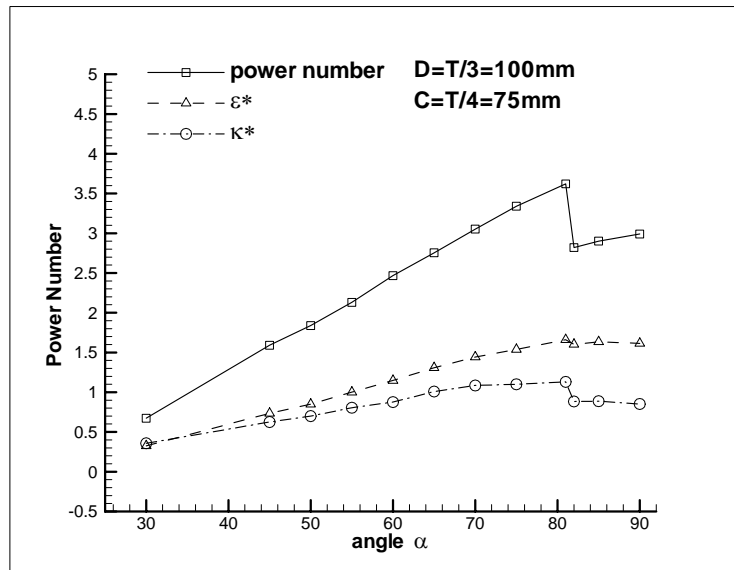


圖 4.14 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/4$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=2D/3$ )

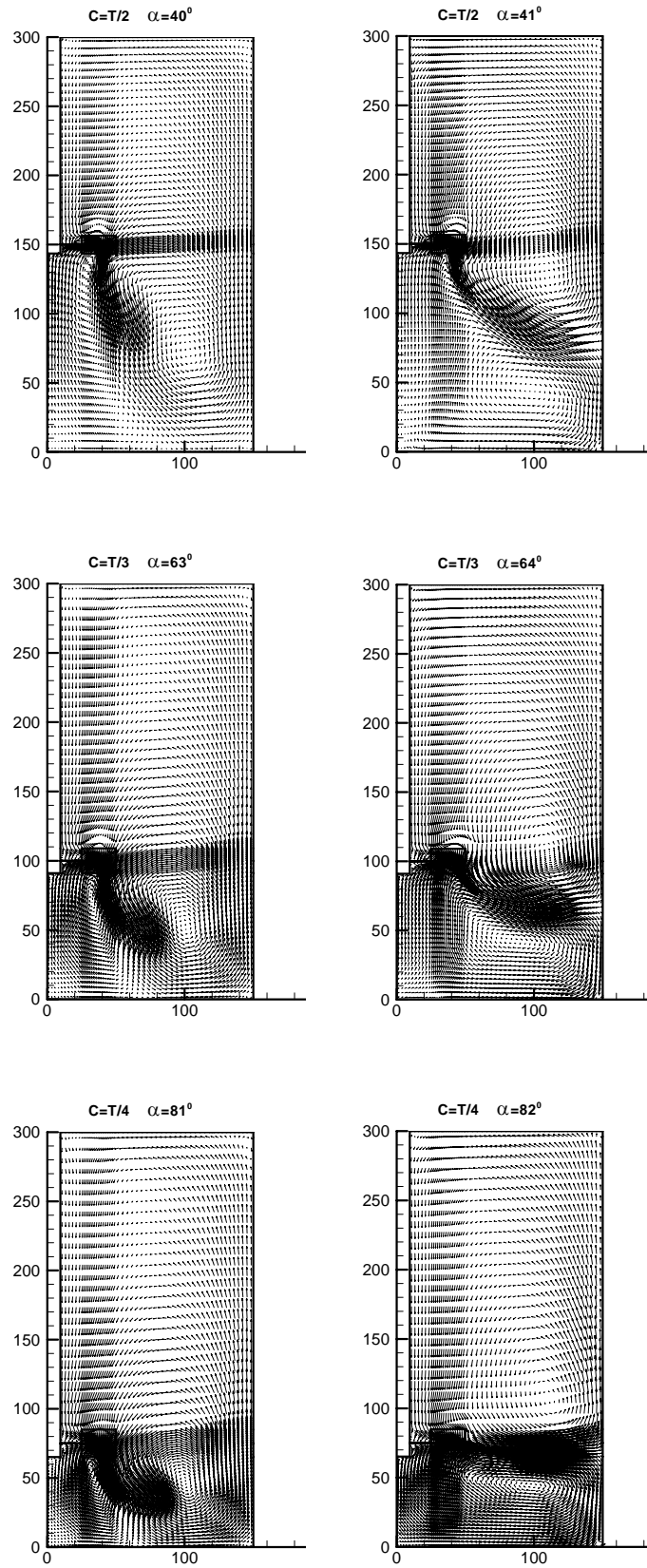


圖 4.15 不同高度時流場變化最大的兩個角度(葉片直徑  $D=T/3$  ,  $d=2D/3$ )

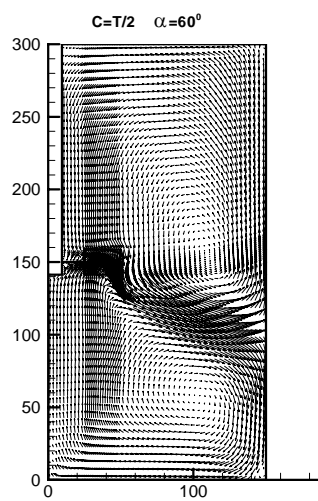
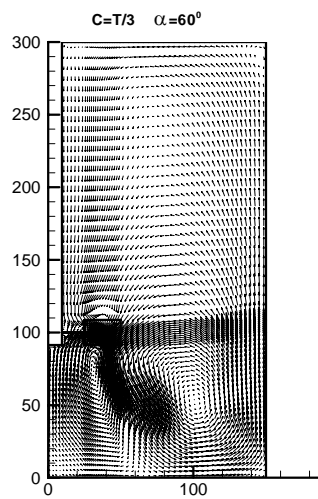
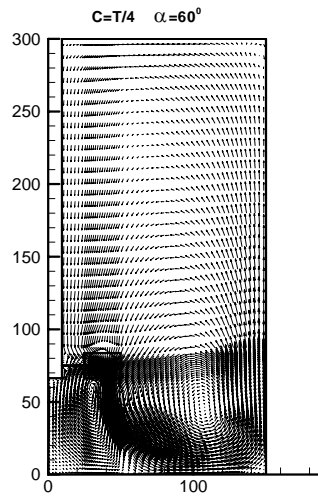


圖 4.16 不同高度時的流場變化情形 ( $d=2D/3$ )

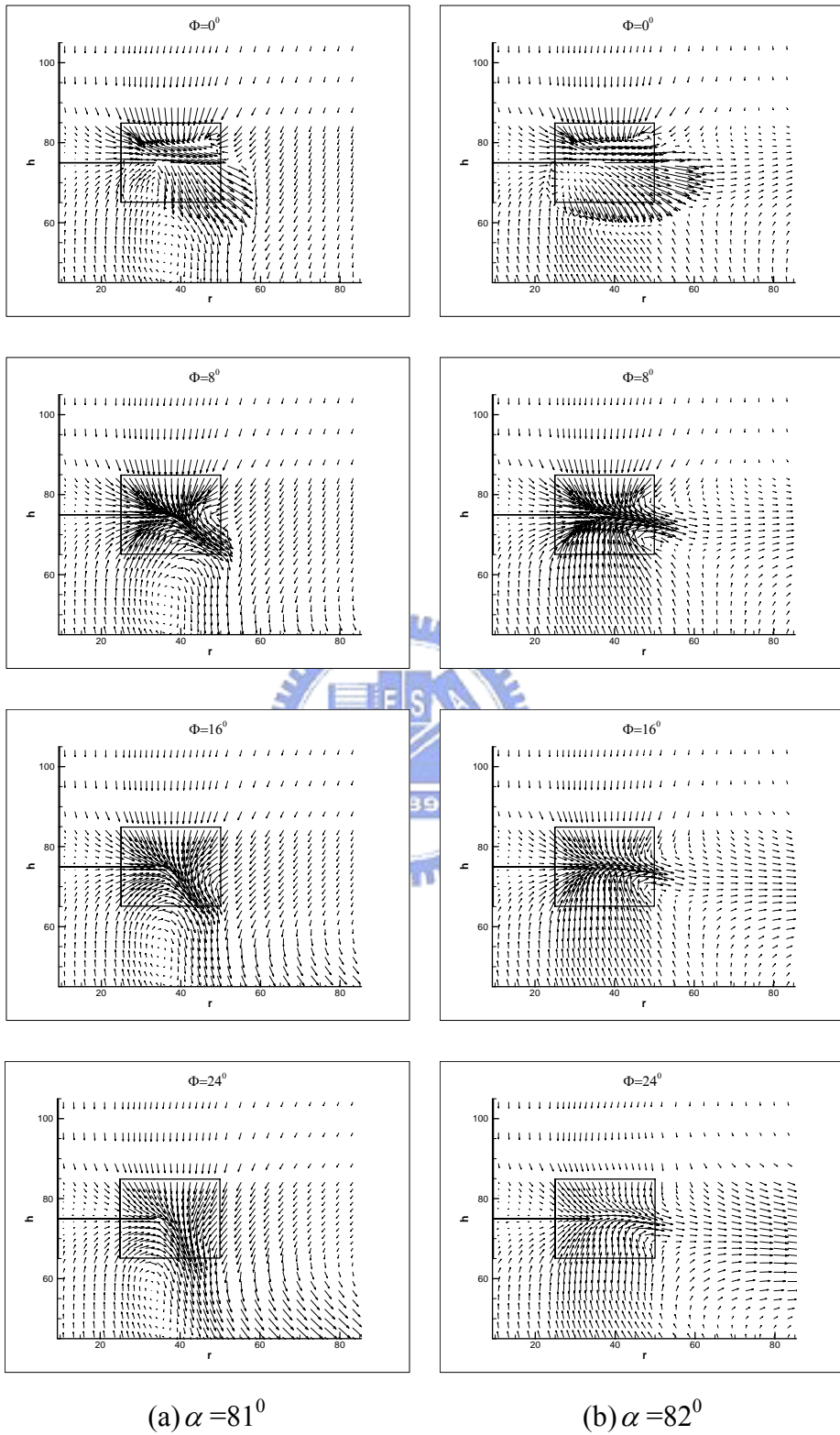


圖 4.17 葉片背風面流場變化情形( $D=T/3$  ,  $C=T/4$  ,  $d=2D/3$ )



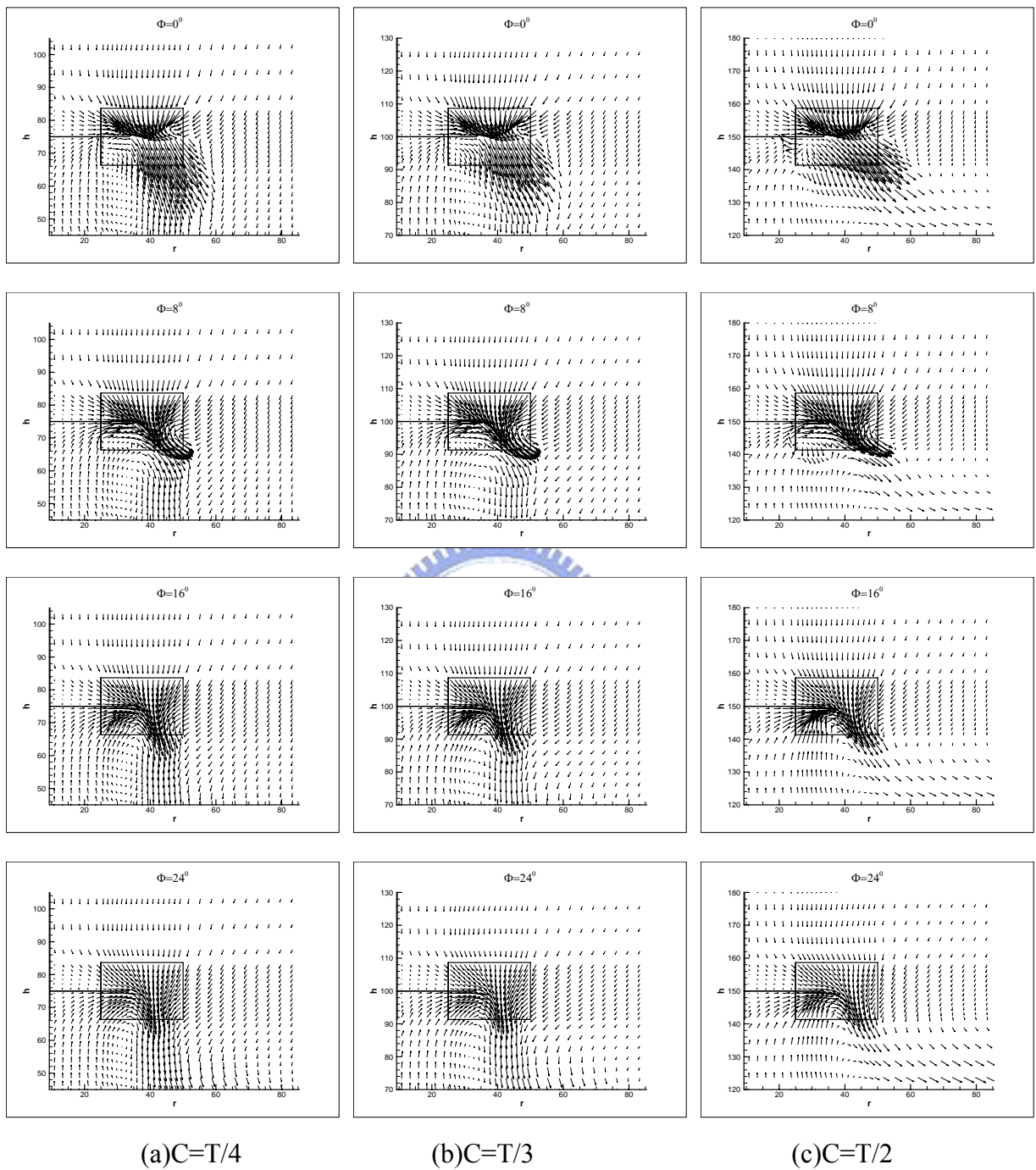


圖 4.18 不同高度時葉片背風面流場變化情形(葉片直徑  $D=T/3$ ，葉片角度皆為  $75^\circ$ ) ( $d=2D/3$ )

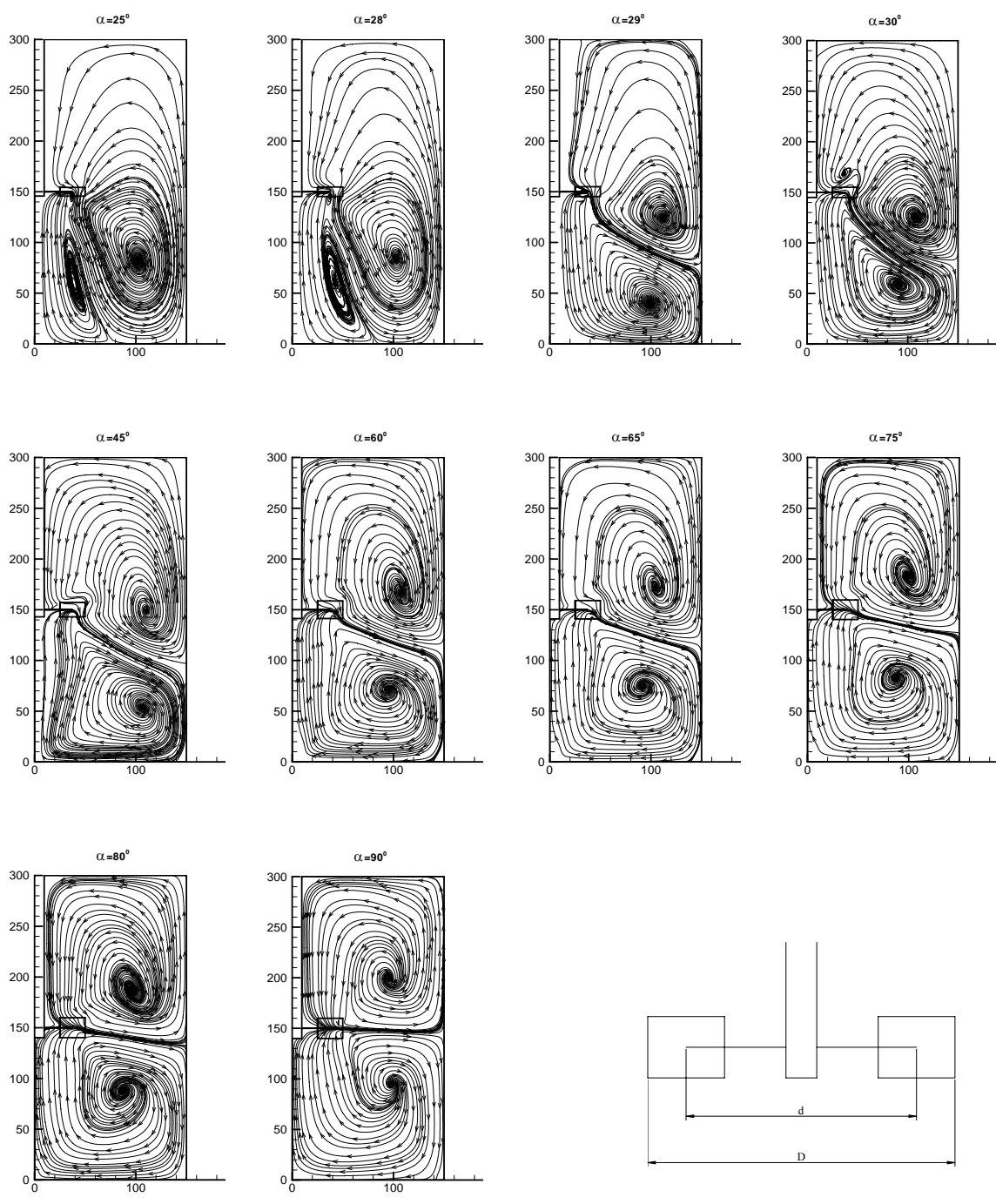


圖 4.19 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  在不同角度時的流線圖 ( $d=3D/4$ )

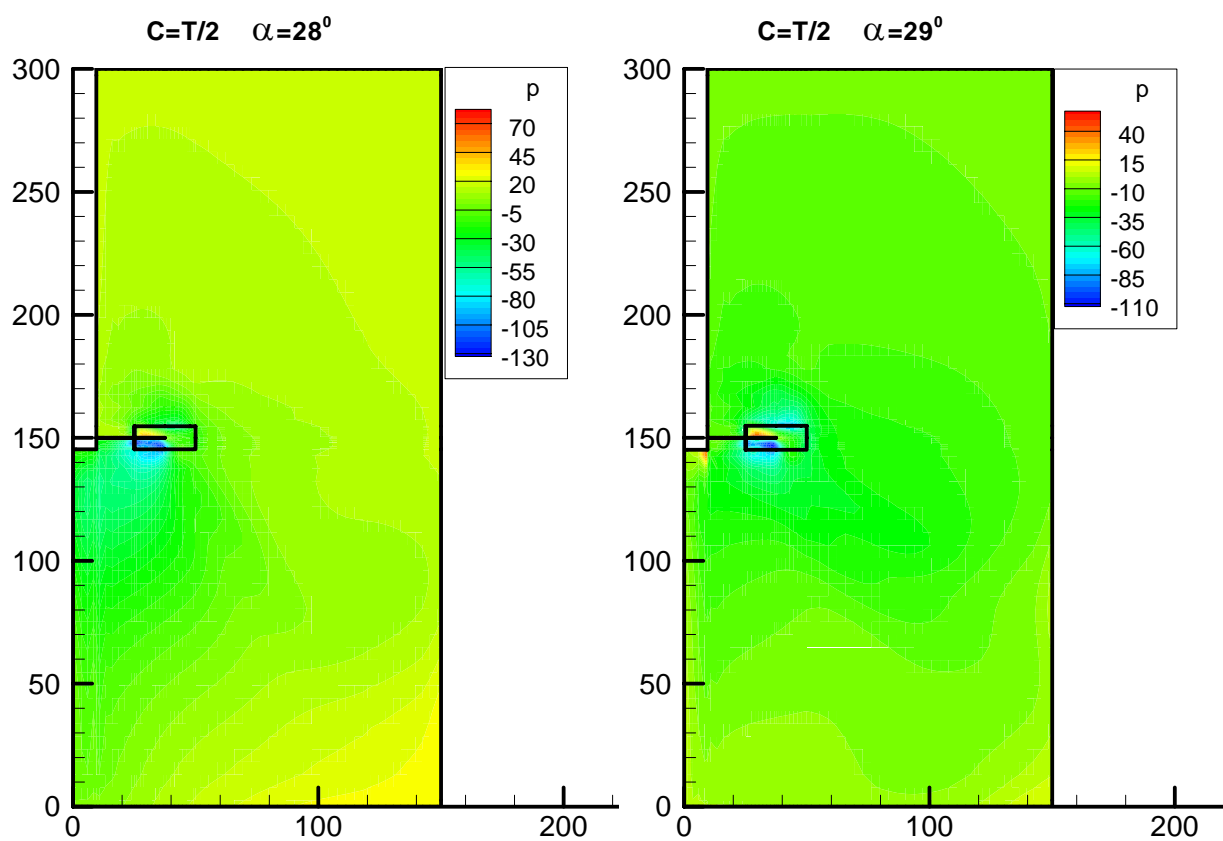


圖 4.20 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )

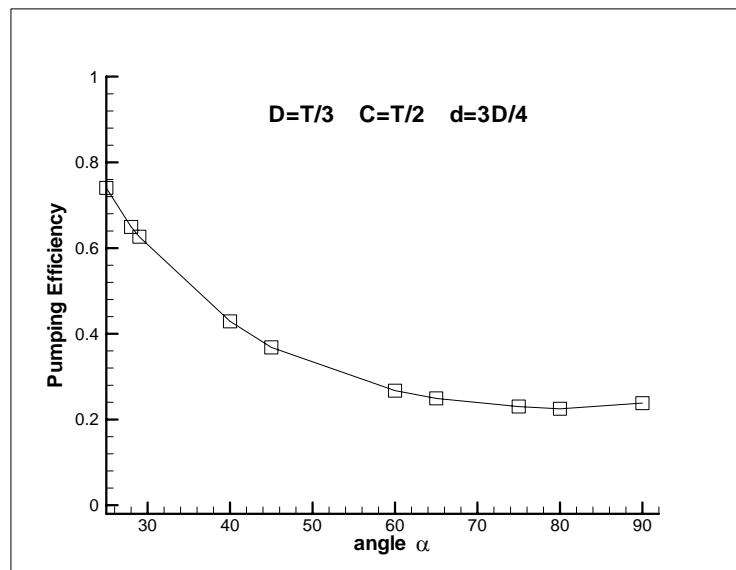
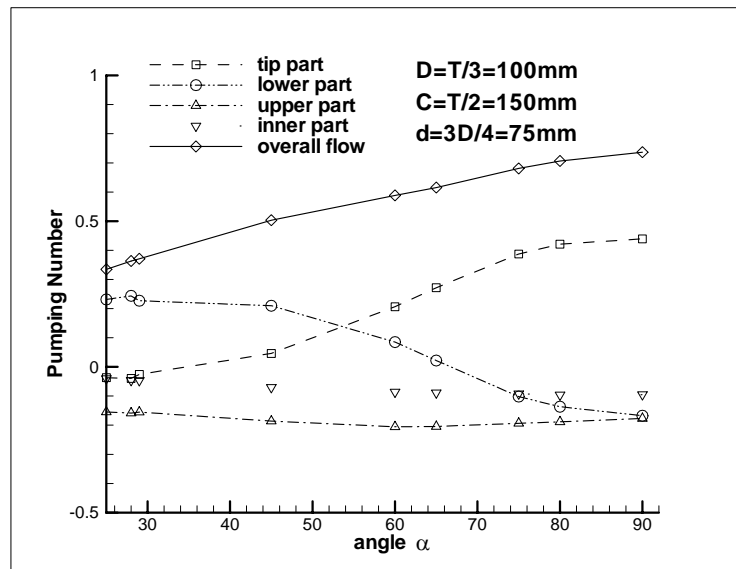
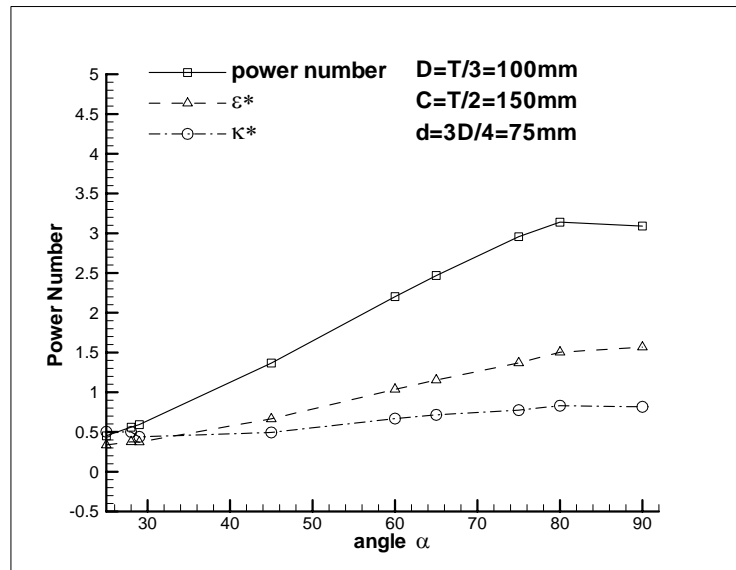


圖 4.21 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ )

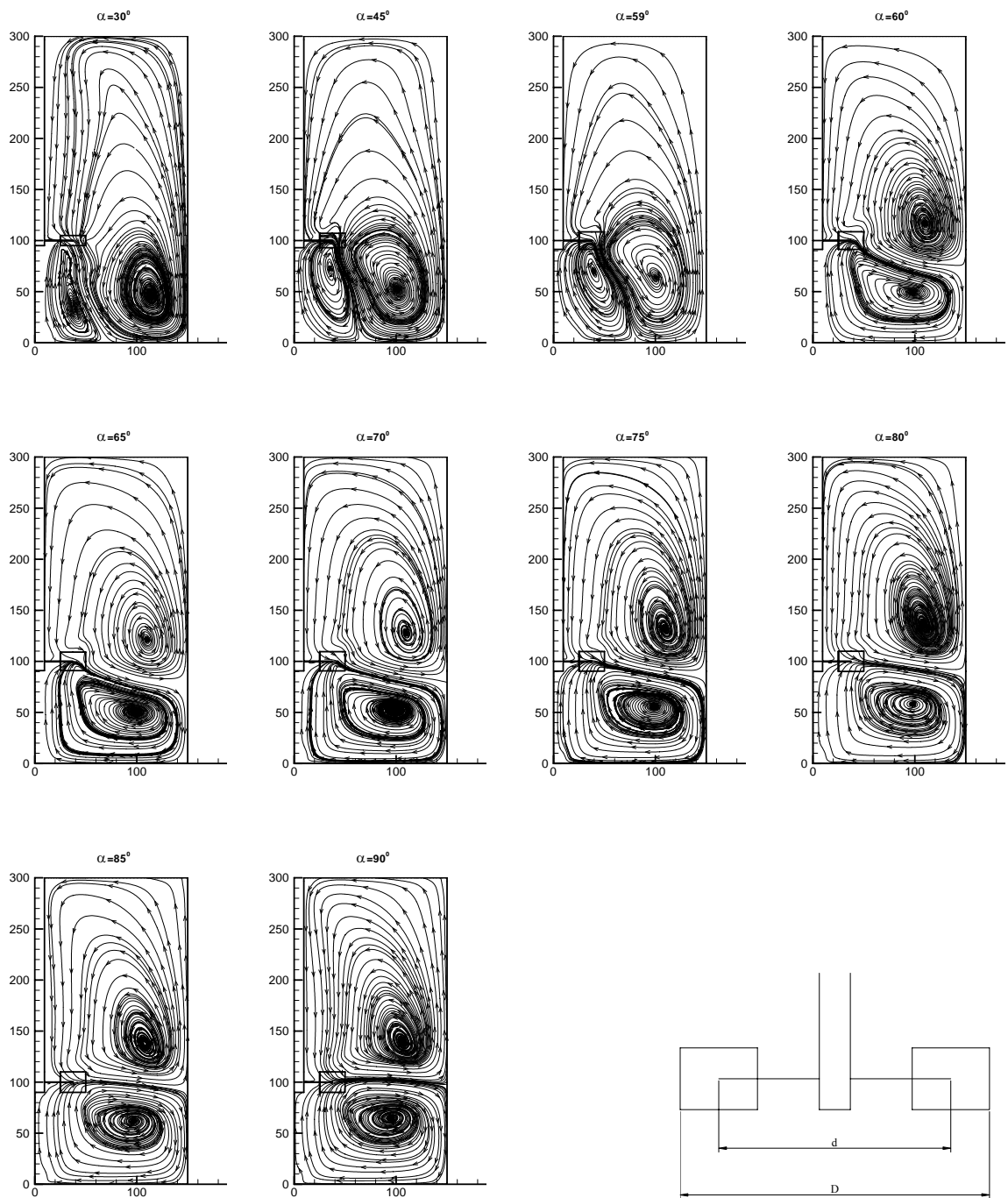


圖 4.22 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/3$  在不同角度時的流線圖 ( $d=3D/4$ )

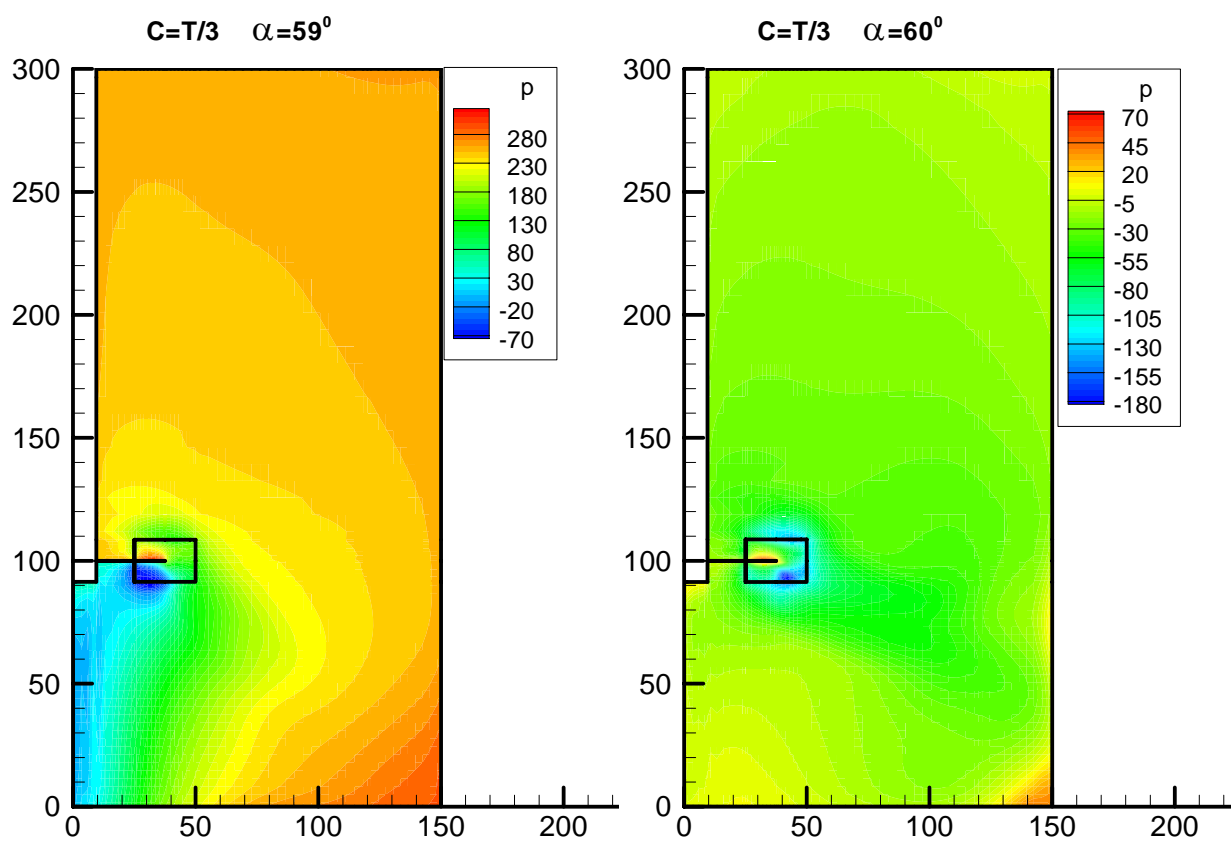


圖 4.23 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/3$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )

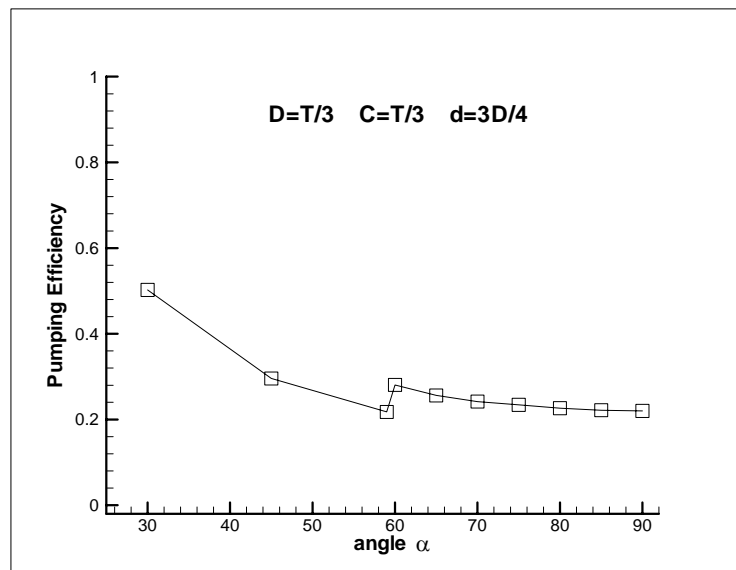
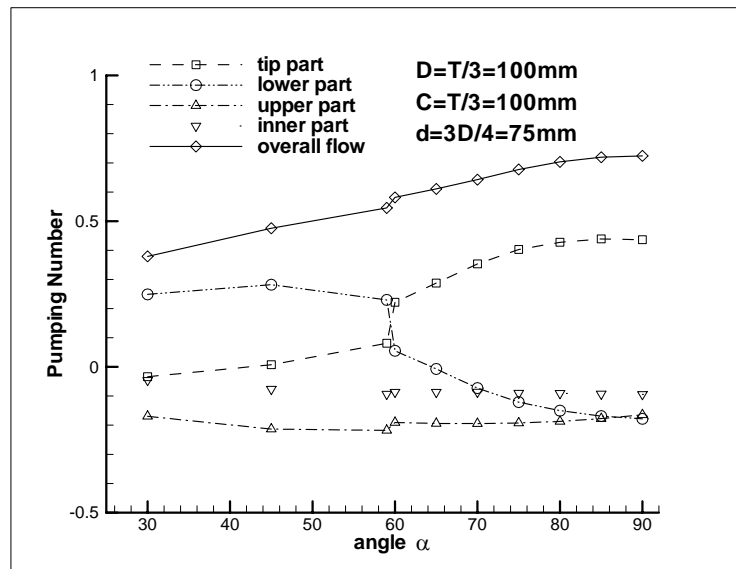
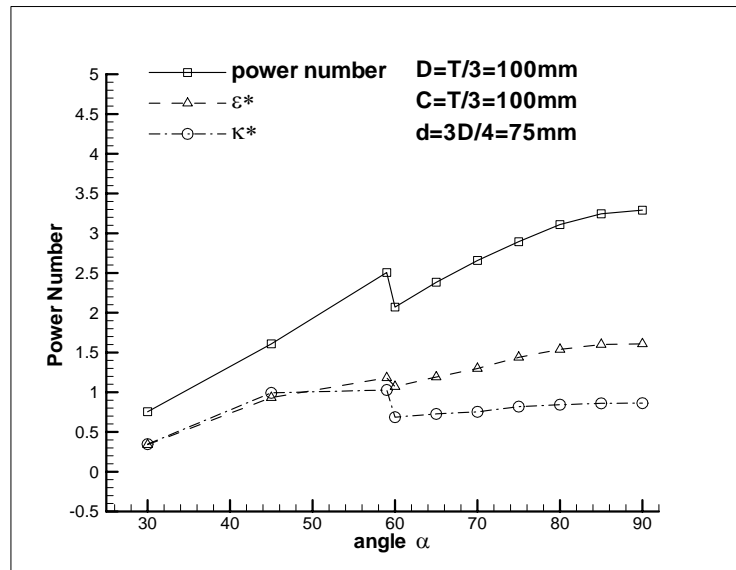


圖 4.24 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/3$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ )



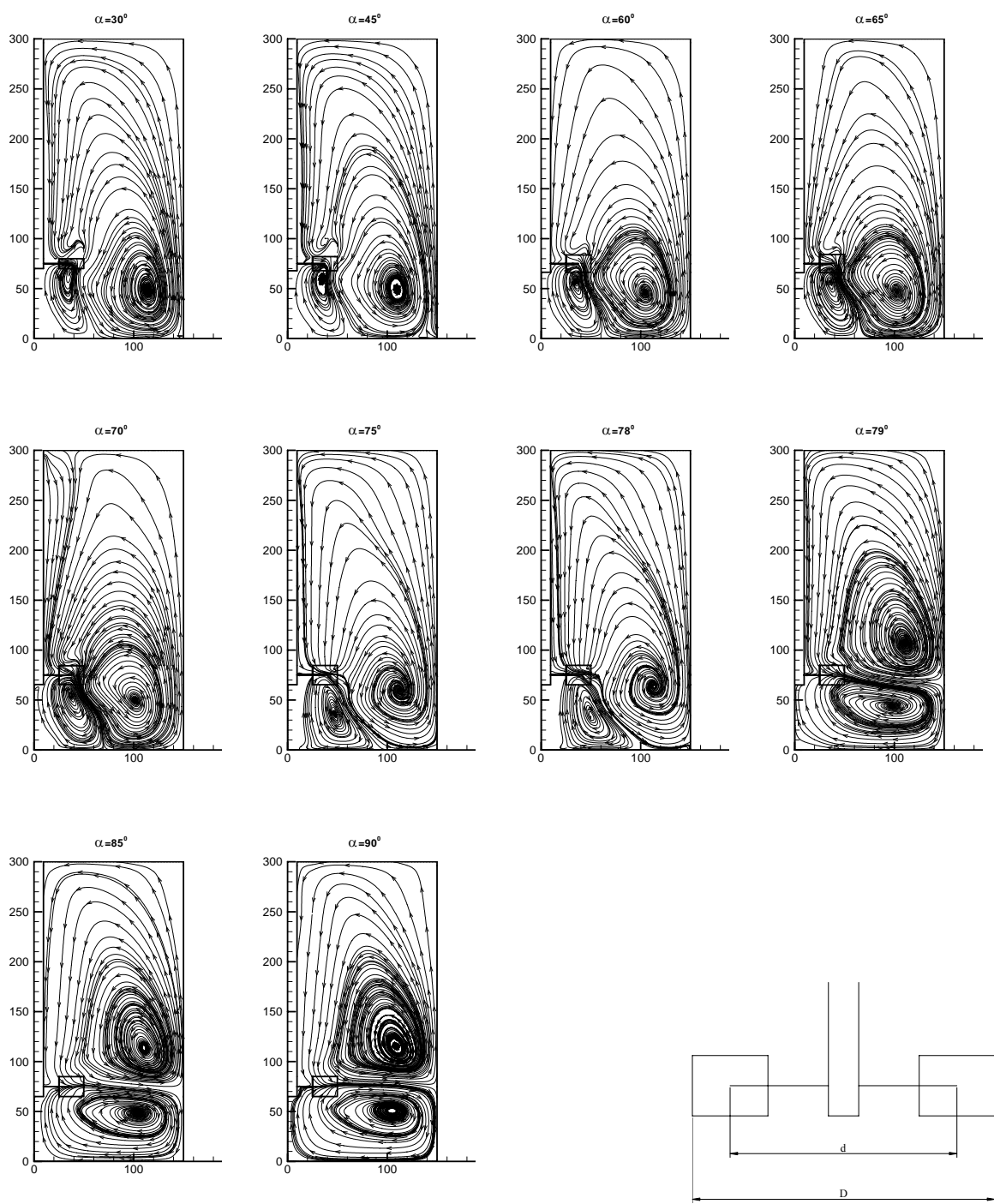


圖 4.25 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/4$  在不同角度時的流線圖 ( $d=3D/4$ )

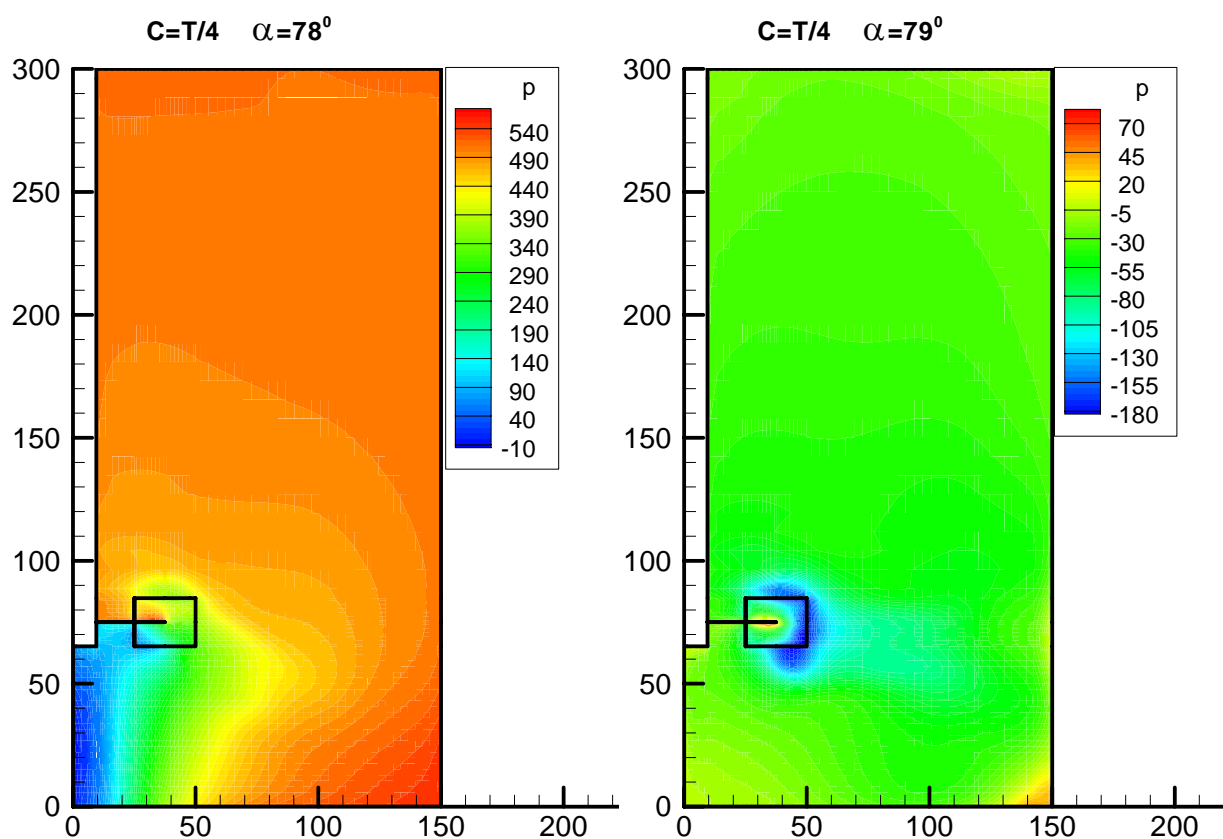


圖 4.26 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/4$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )

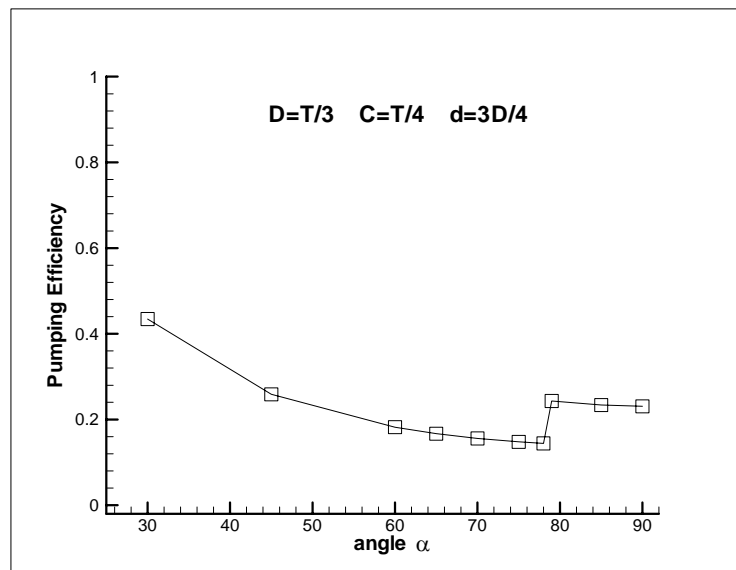
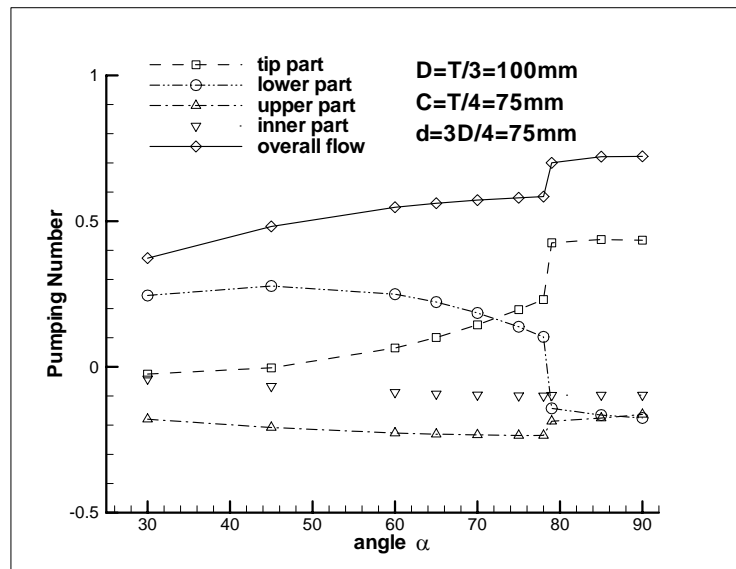
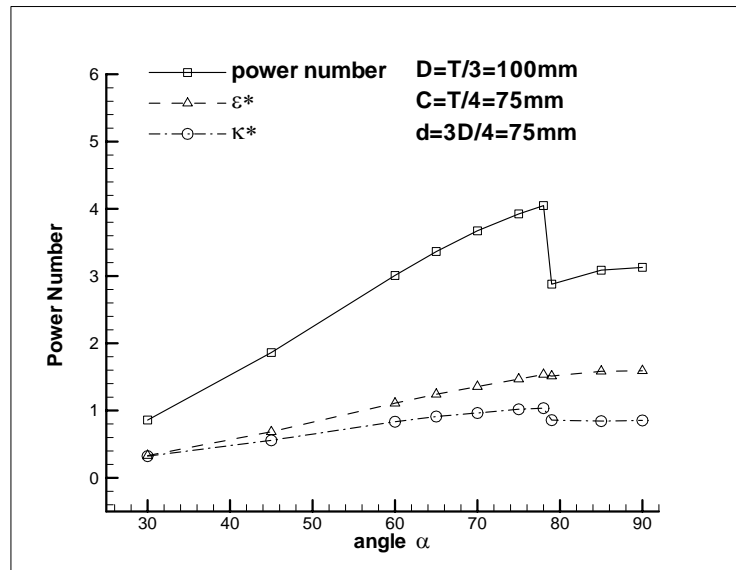


圖 4.27 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/4$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ )

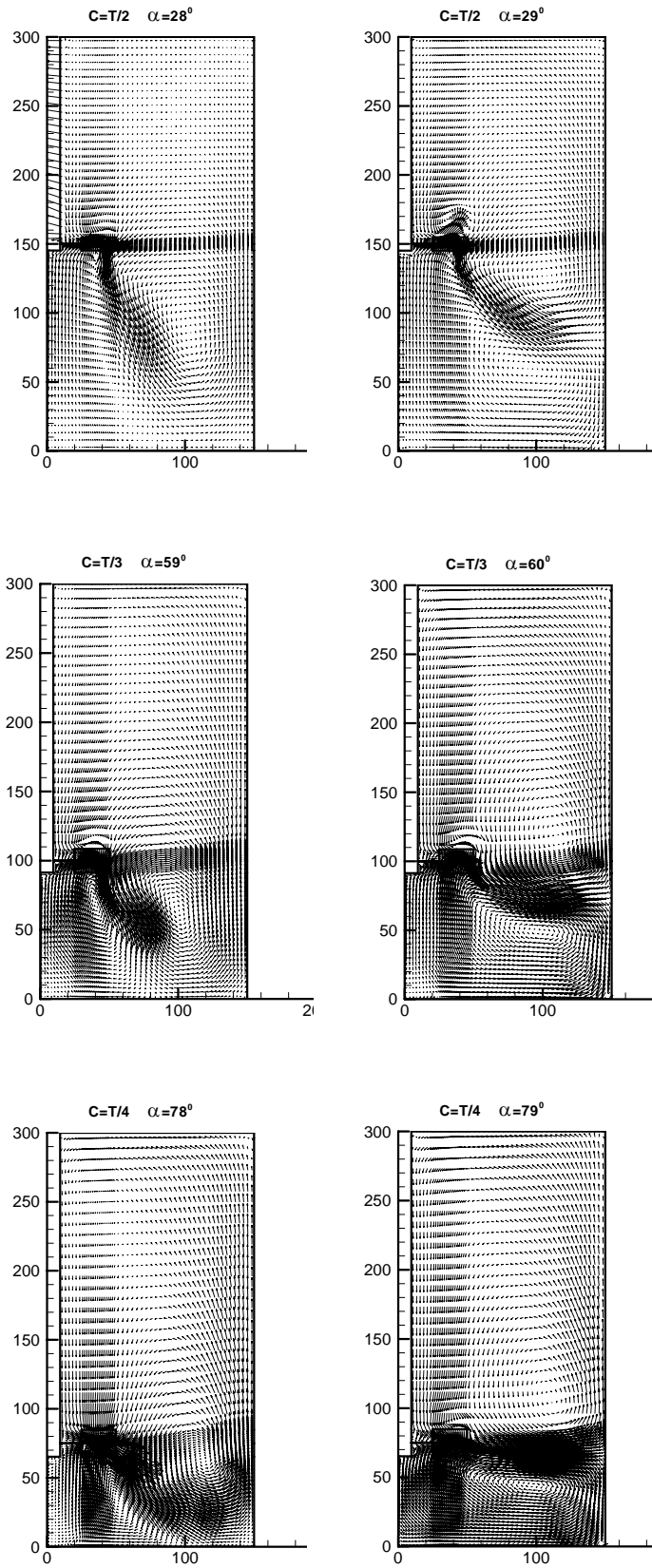


圖 4.28 不同高度時流場變化最大的兩個角度(葉片直徑  $D=T/3$ 、 $d=3D/4$ )

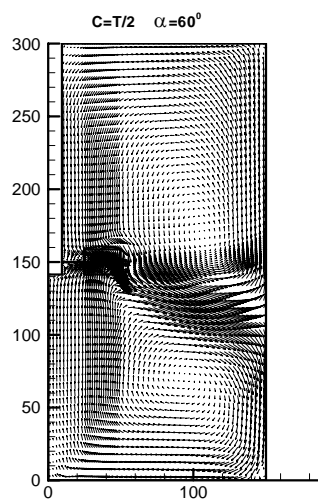
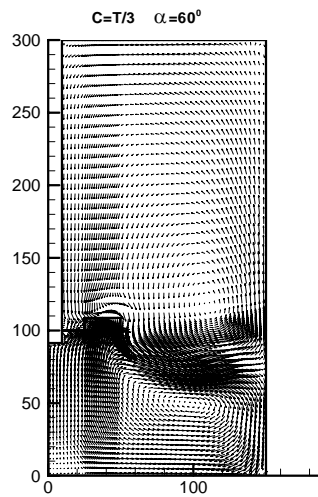
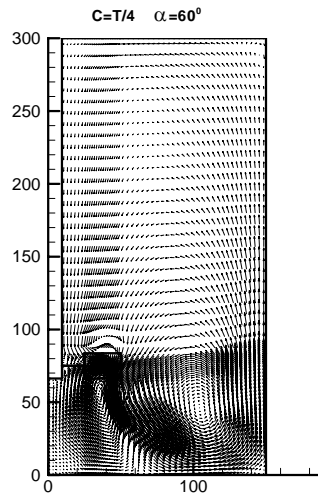


圖 4.29 不同高度時的流場變化情形 ( $d=3D/4$ )

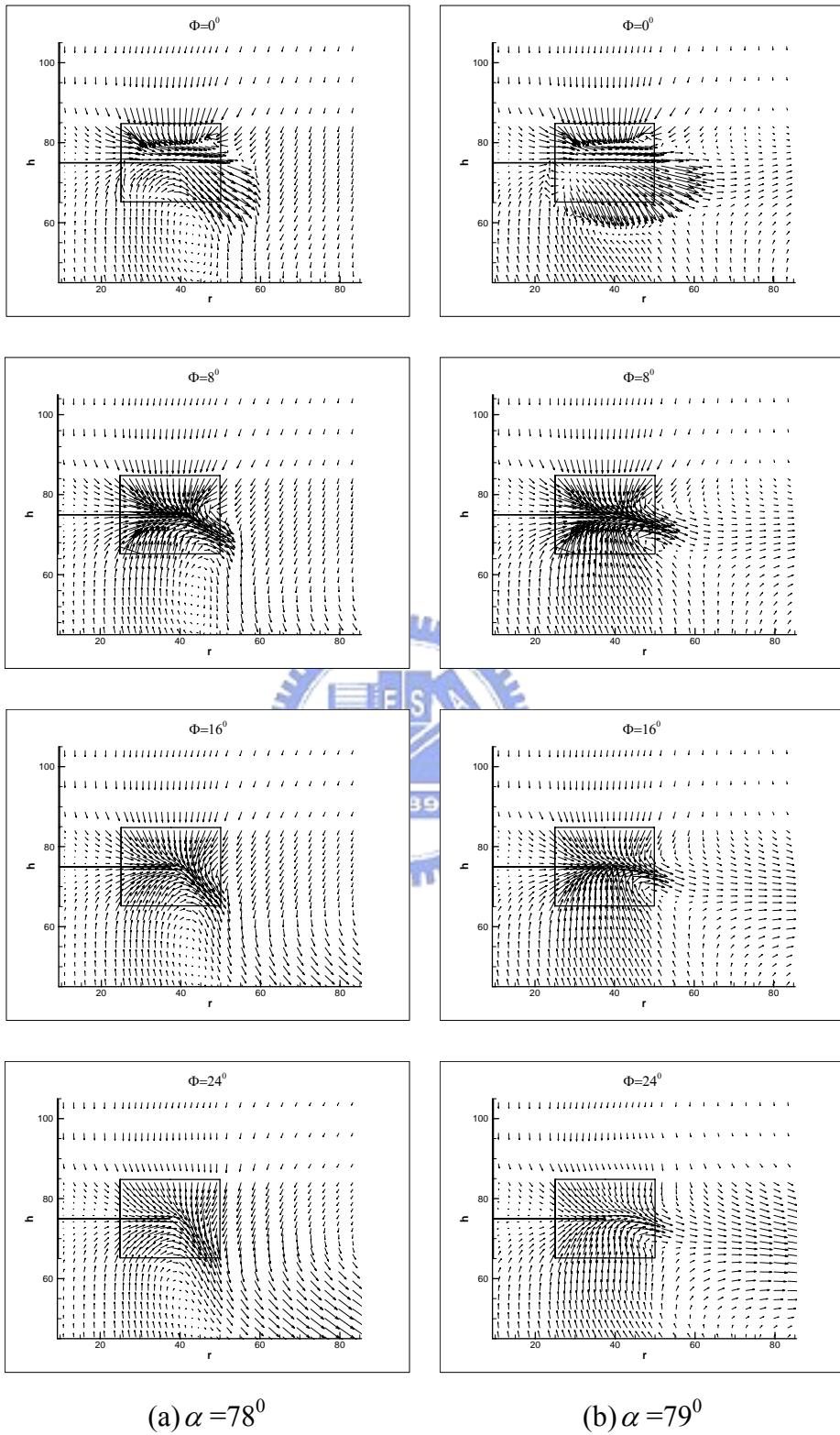
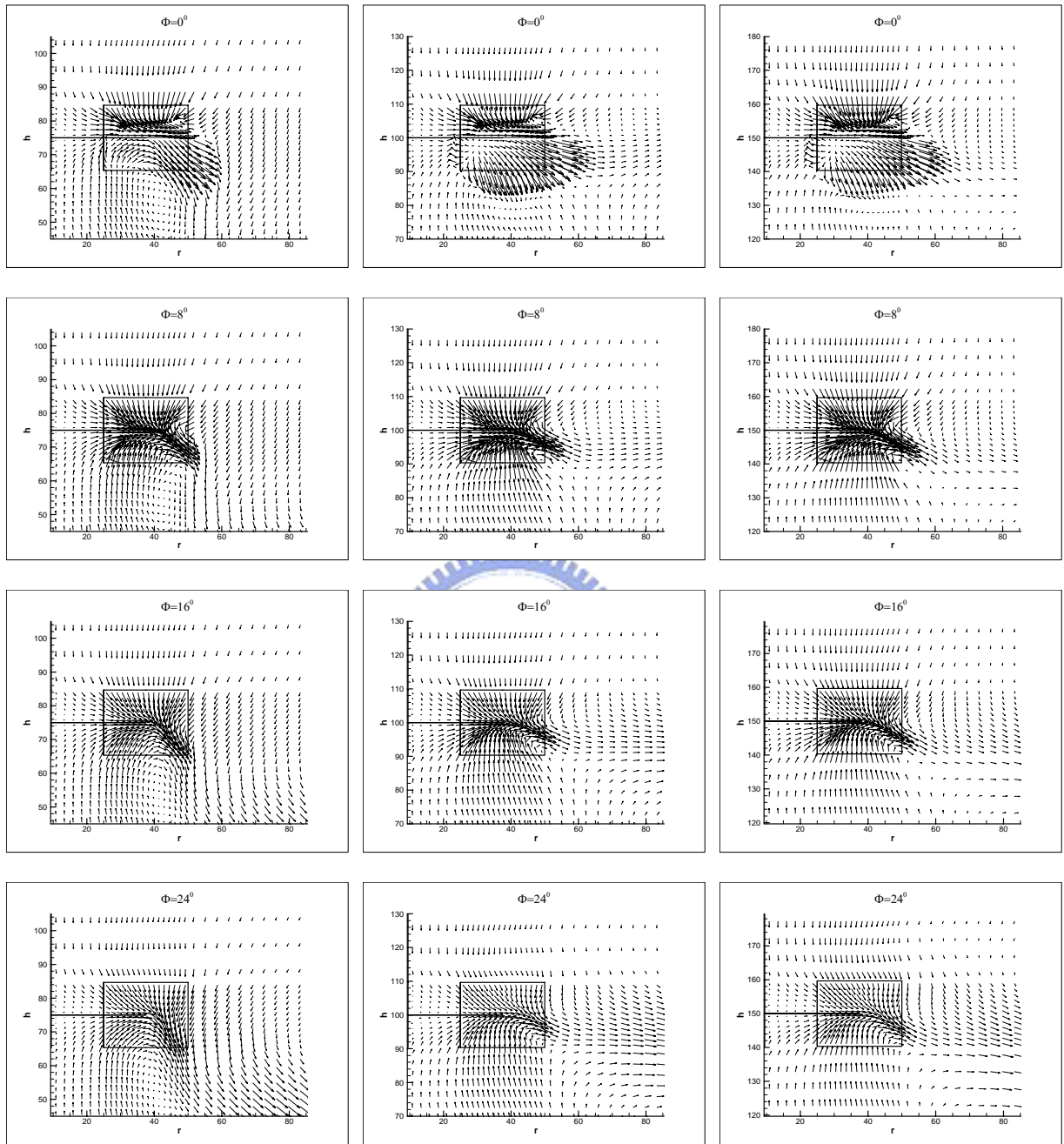


圖 4.30 葉片背風面流場變化情形( $D=T/3$  ,  $C=T/4$ 、 $d=3D/4$ )



(a)  $C=T/4$

(b)  $C=T/3$

(c)  $C=T/2$

圖 4.31 不同高度時葉片背風面流場變化情形(葉片直徑  $D=T/3$ ，葉片角度皆為  $75^\circ$ )

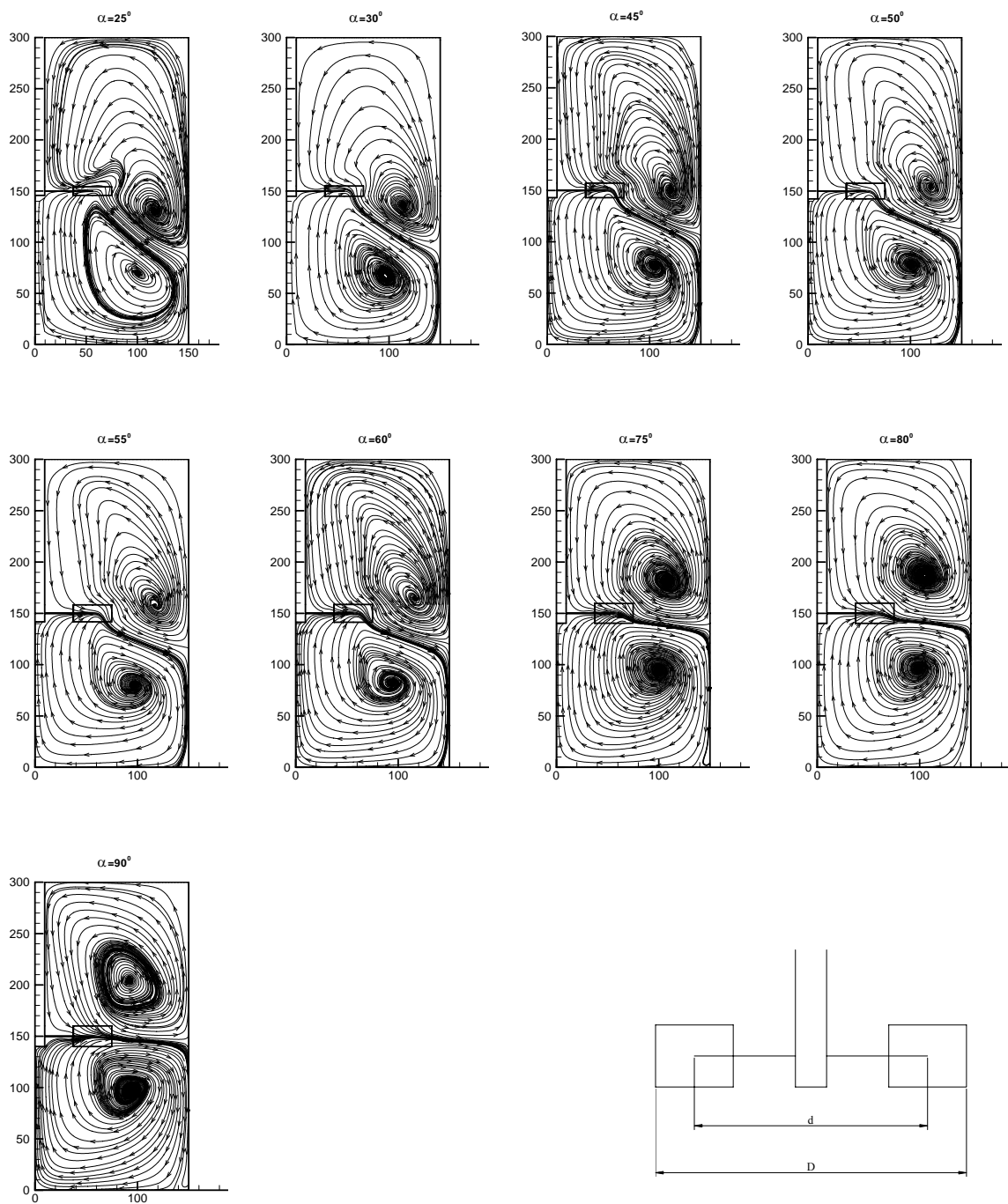


圖 4.32 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/2$  在不同角度時的流線圖( $d=3D/4$ )



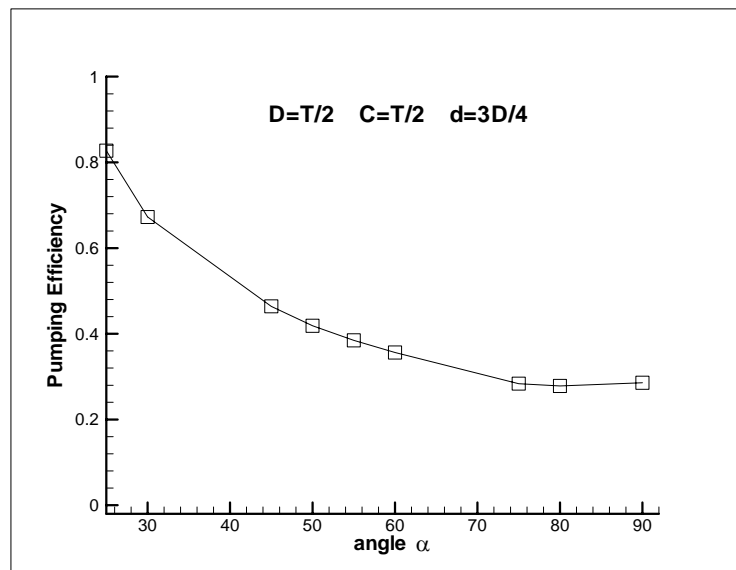
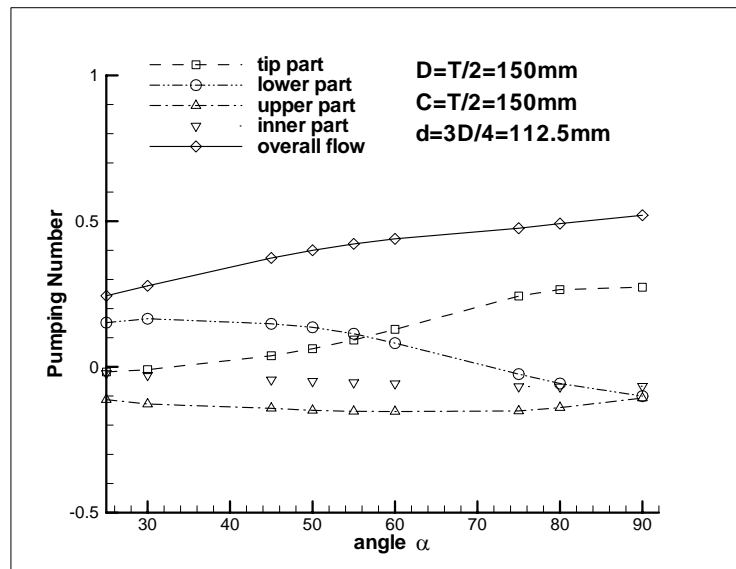
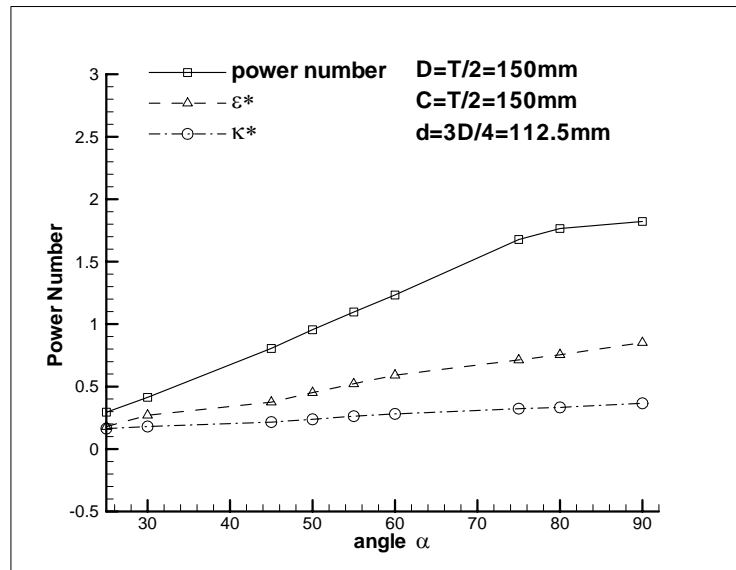


圖 4.33 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/2$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ )

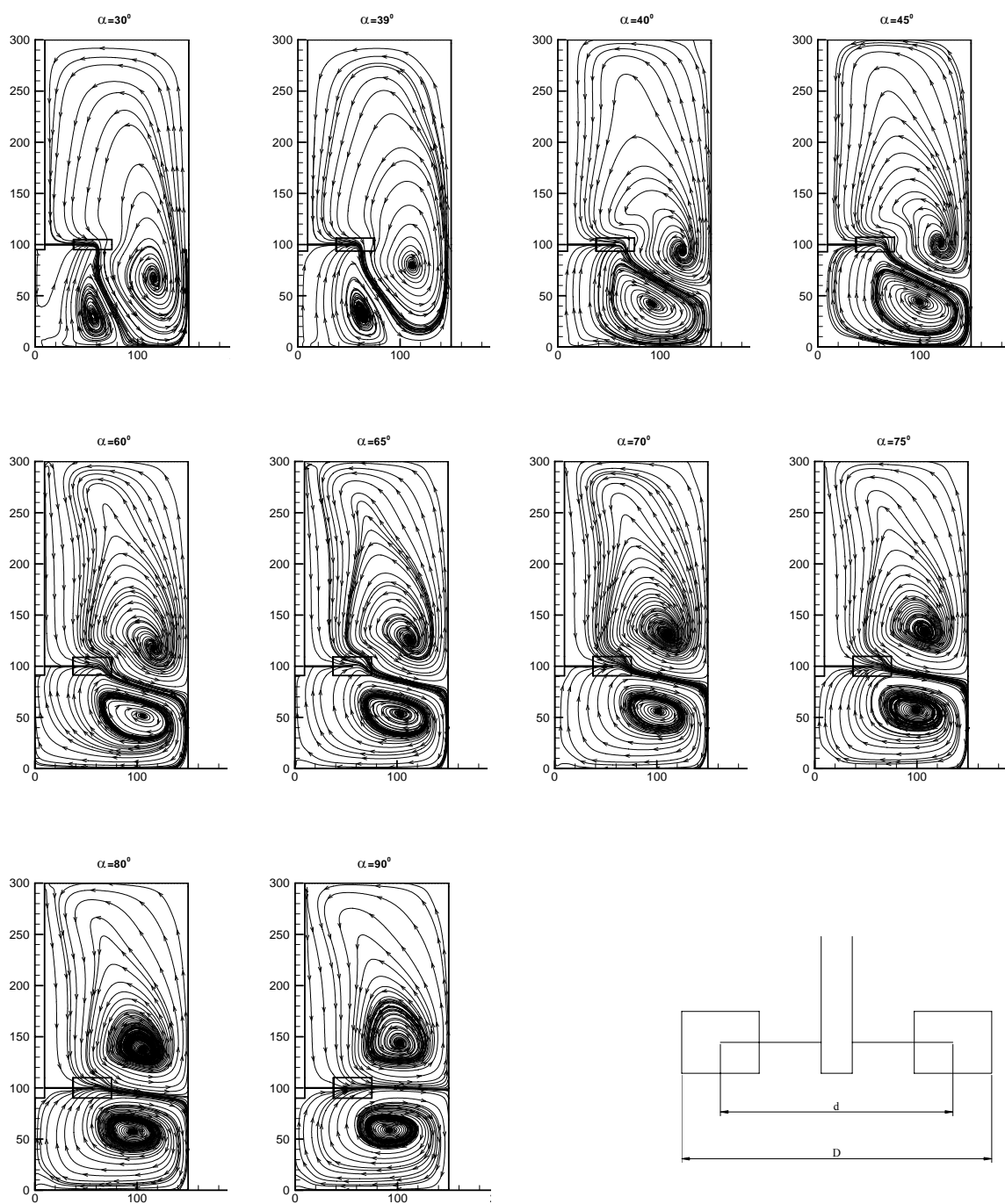


圖 4.34 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/3$  在不同角度時的流線圖 ( $d=3D/4$ )

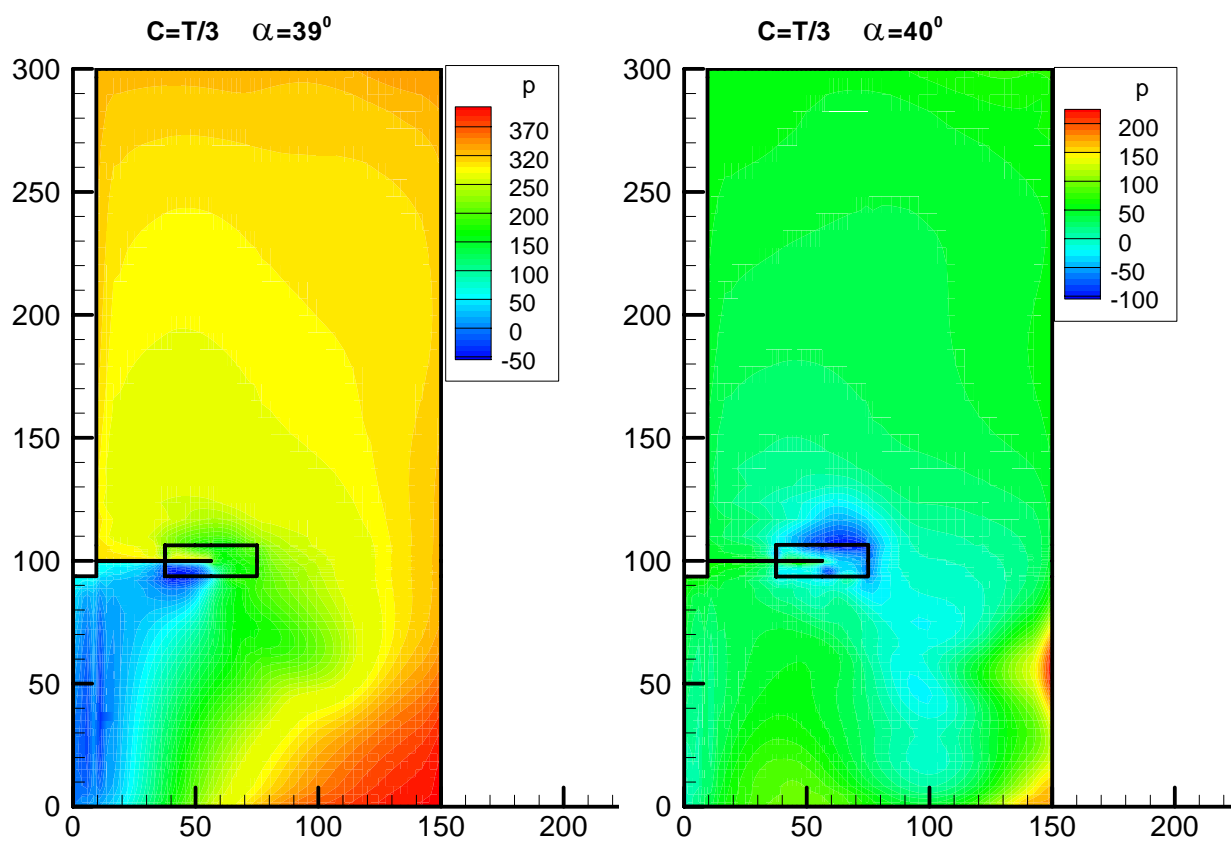


圖 4.35 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/3$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )

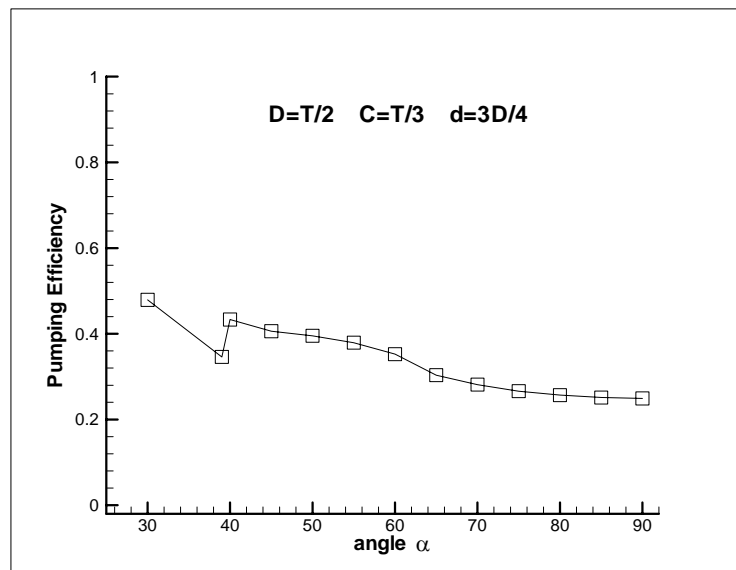
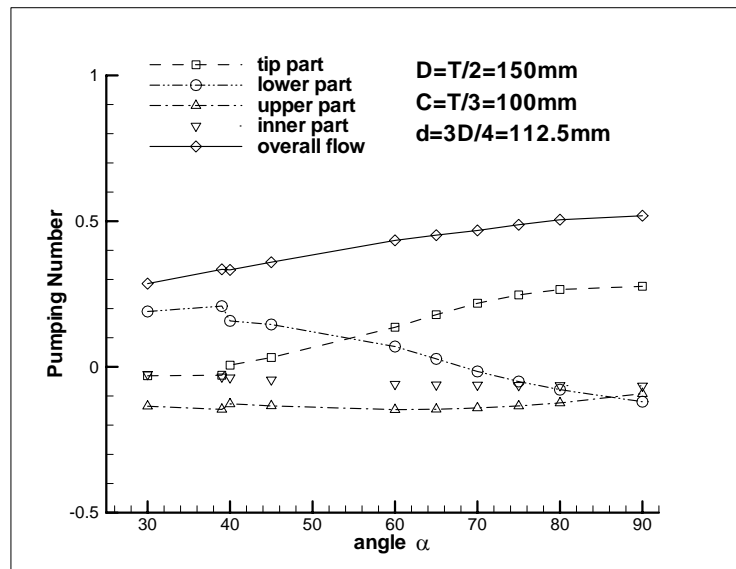
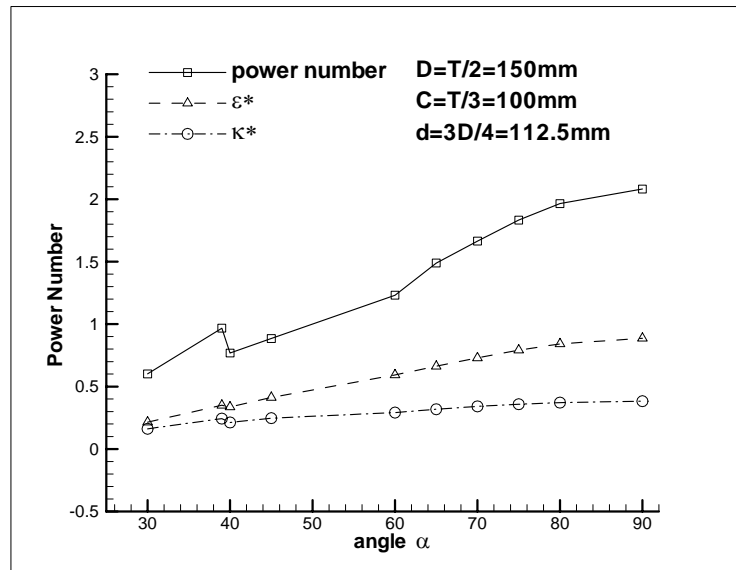


圖 4.36 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/3$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ )

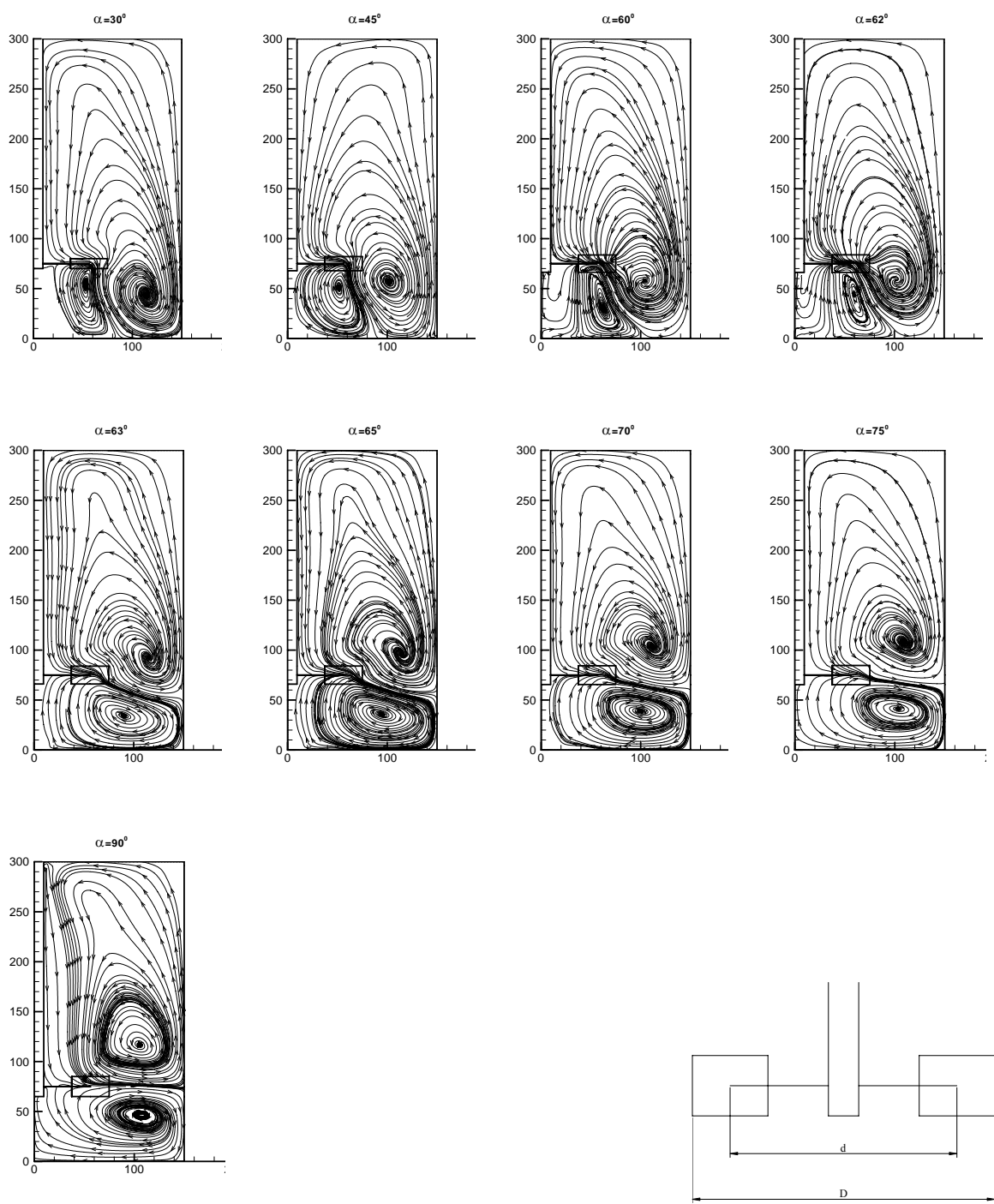


圖 4.37 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/4$  在不同角度時的流線圖 ( $d=3D/4$ )

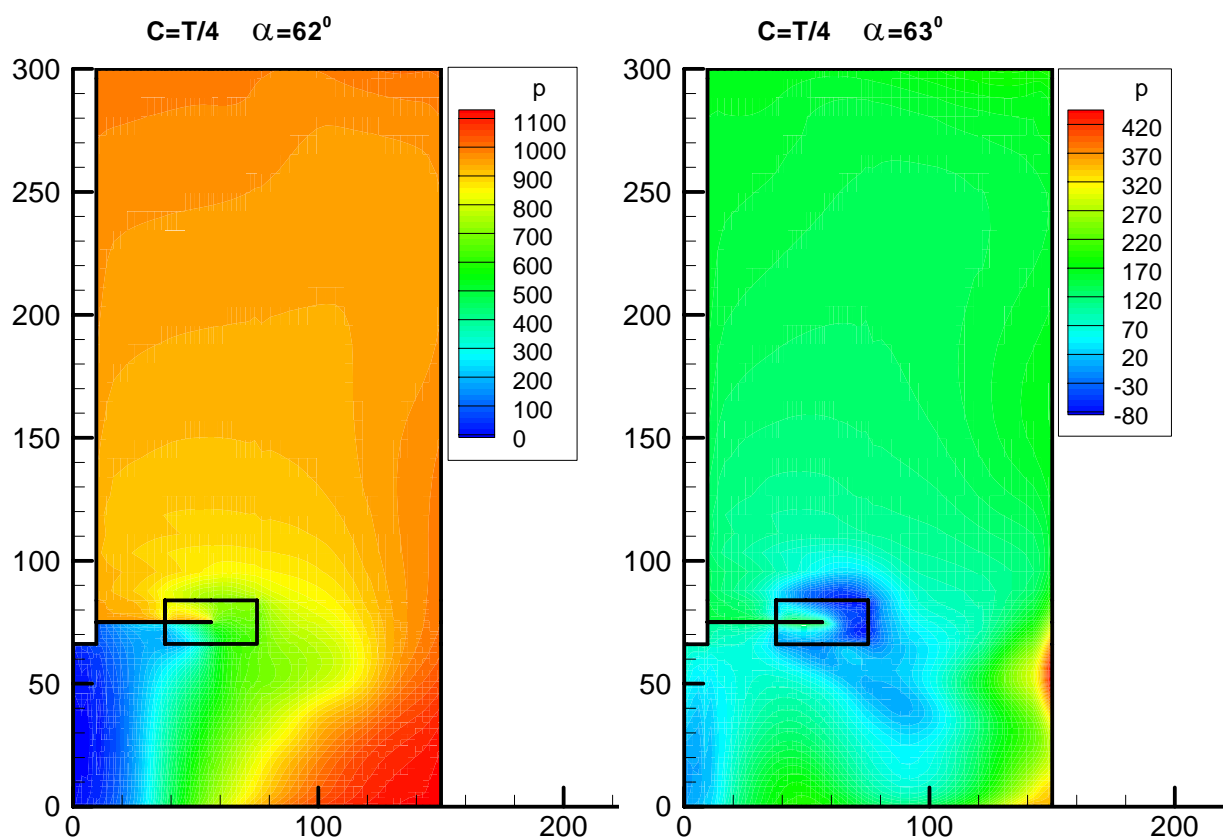


圖 4.38 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/4$  流場變化最大的兩個角度的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )

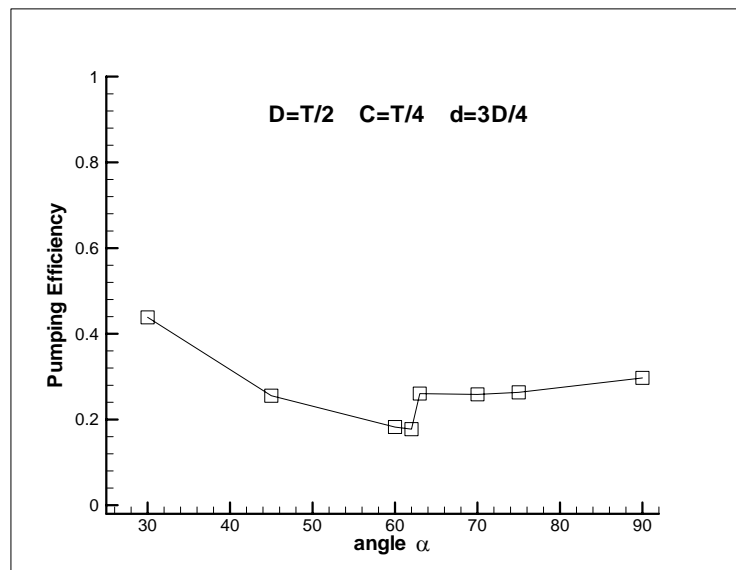
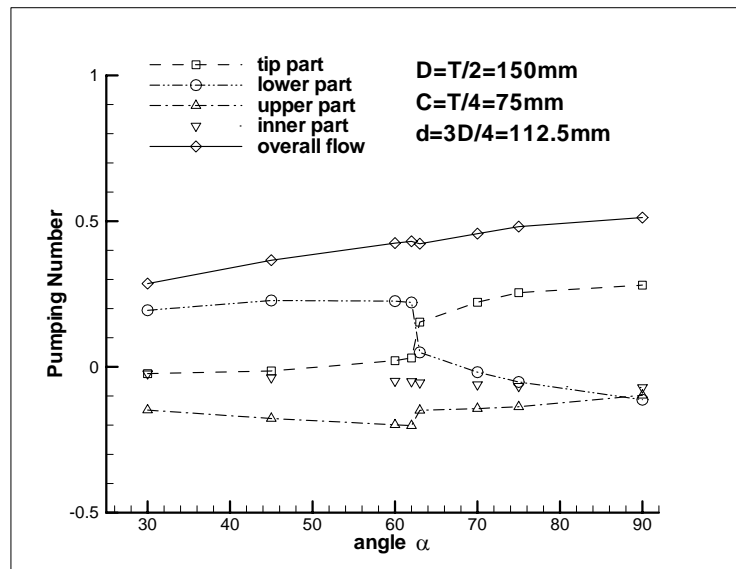
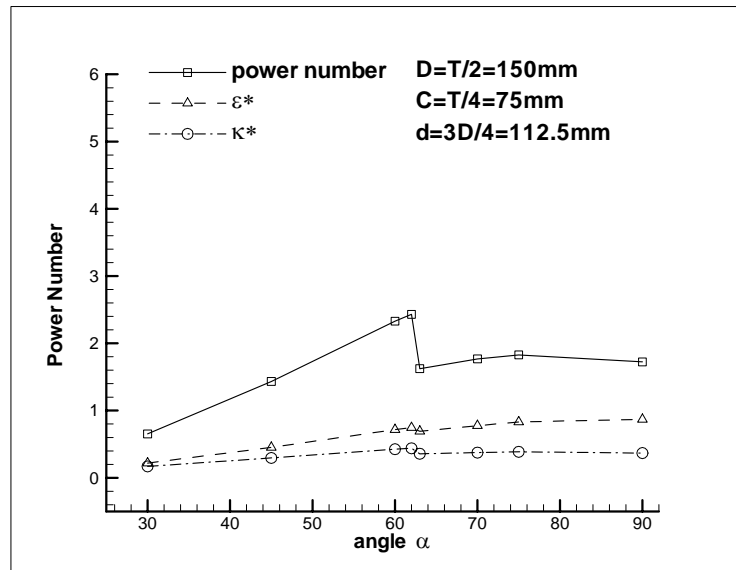


圖 4.39 葉片直徑  $D=T/2$  和間隙  $C=T/4$  在不同角度時的功率數、攪拌數、效能指標 ( $d=3D/4$ )

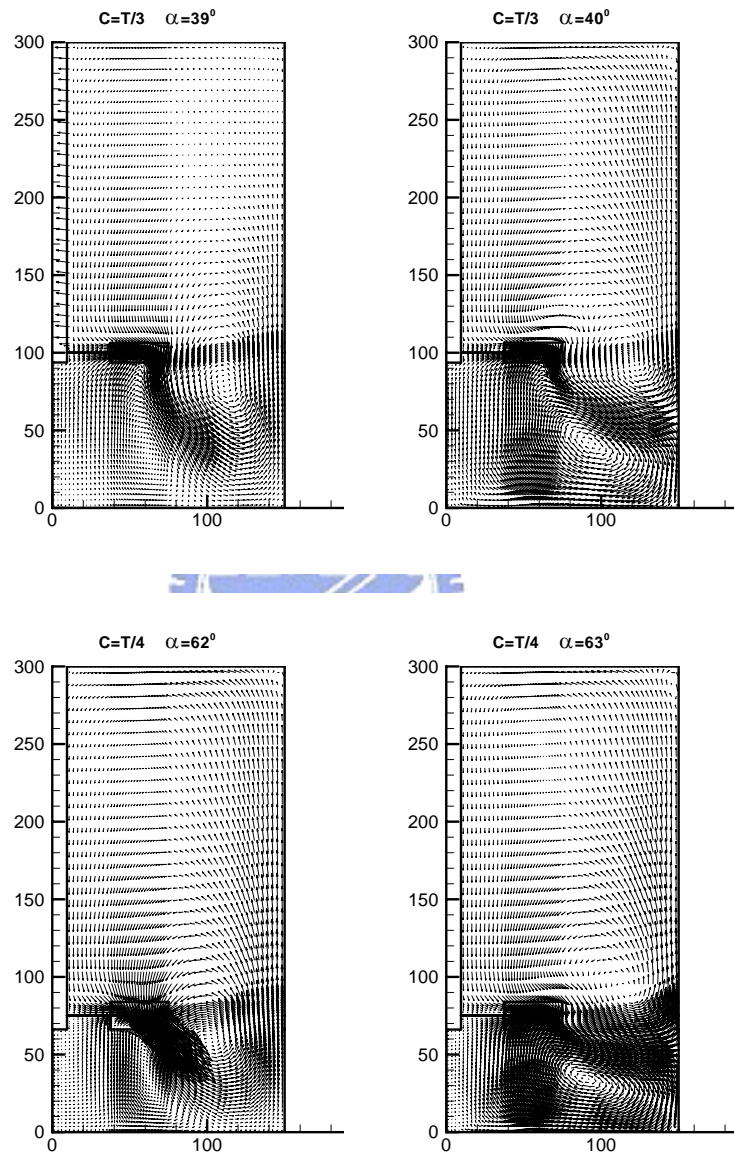


圖 4.40 不同高度時流場變化最大的兩個角度(葉片直徑  $D=T/2$ 、 $d=3D/4$ )



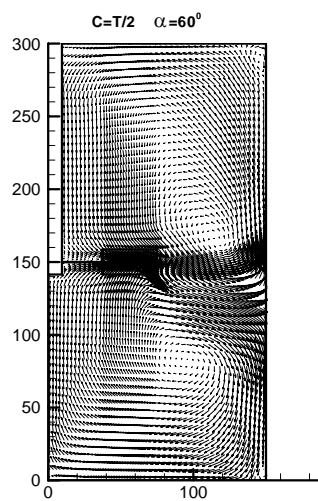
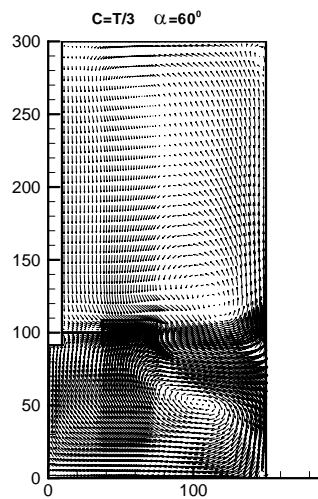
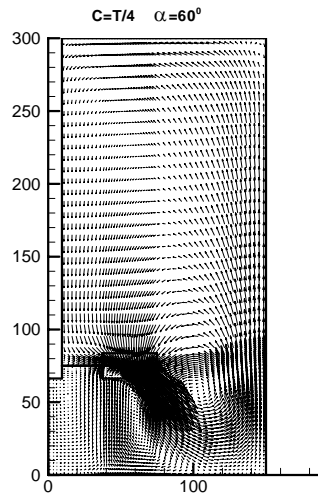


圖 4.41 不同高度時的流場變化情形 ( $d=3D/4$ )

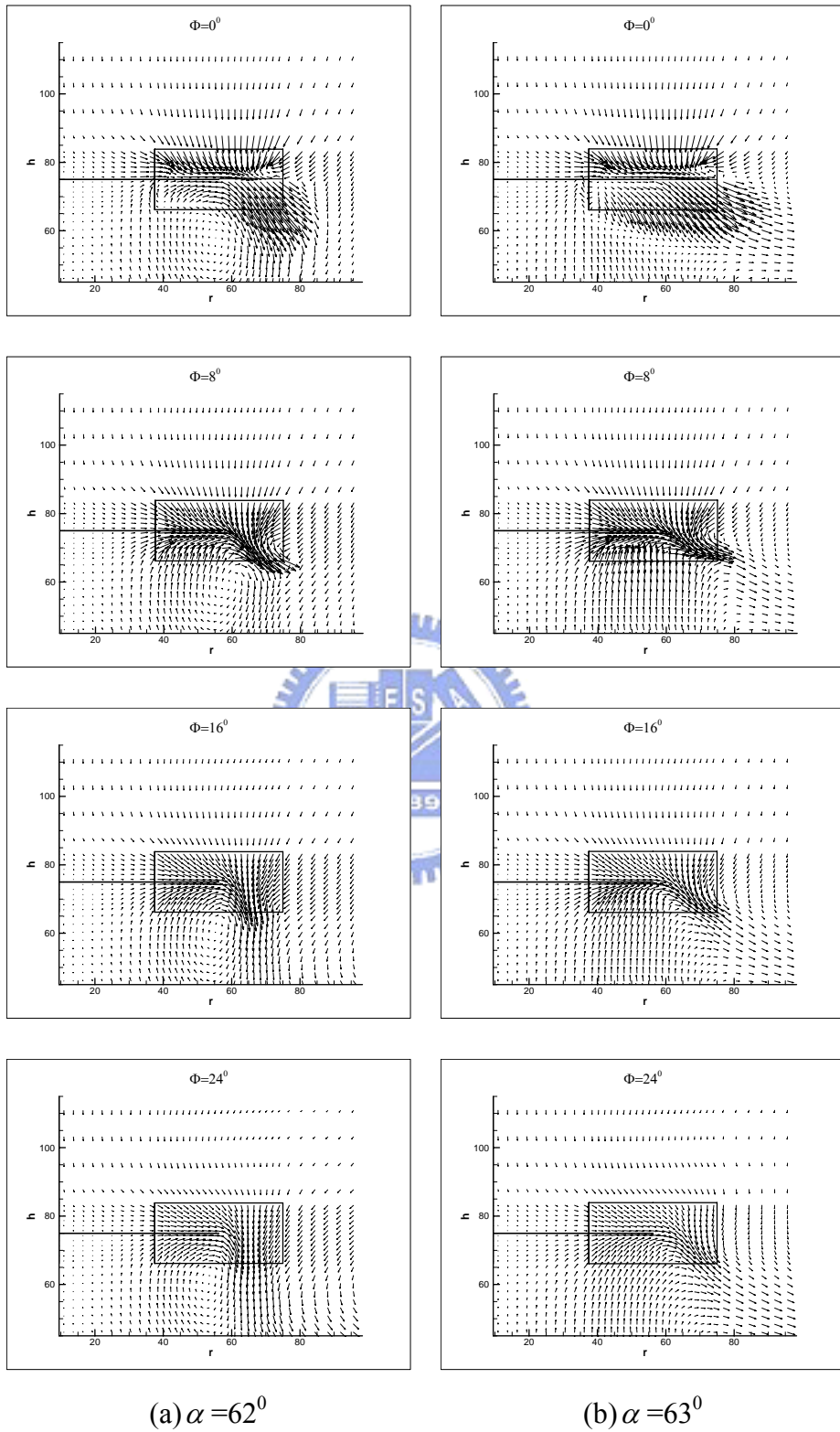
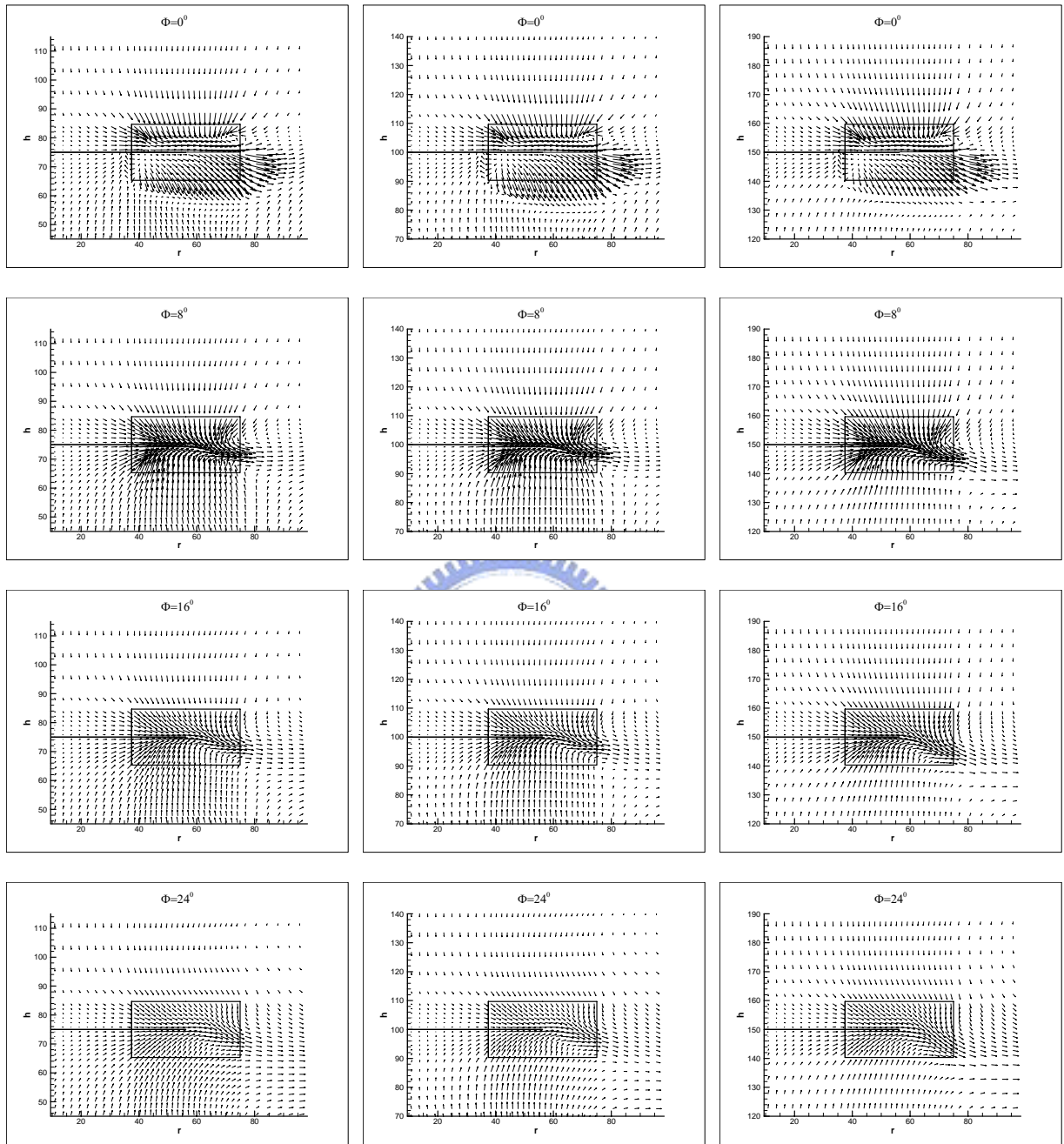


圖 4.42 葉片背風面流場變化情形( $D=T/2$  ,  $C=T/4$  ,  $d=3D/4$ )



(a)  $C=T/4$

(b)  $C=T/3$

(c)  $C=T/2$

圖 4.43 不同高度時葉片背風面流場變化情形(葉片直徑  $D=T/2$ ，葉片角度皆為  $75^\circ$ )

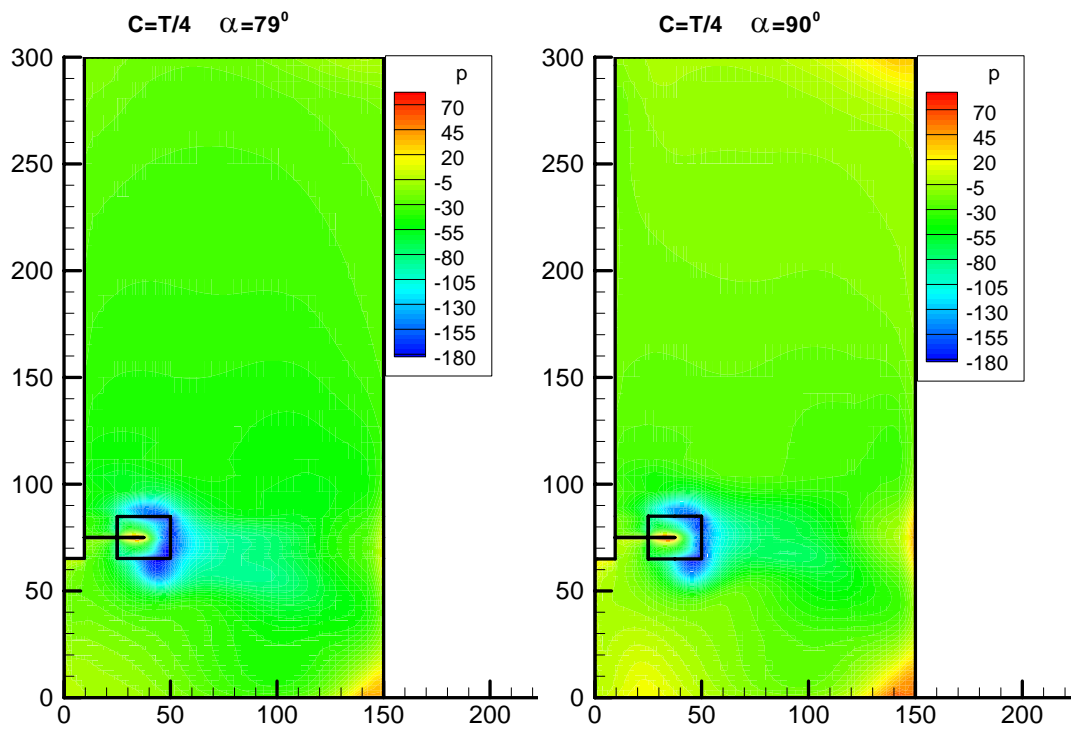
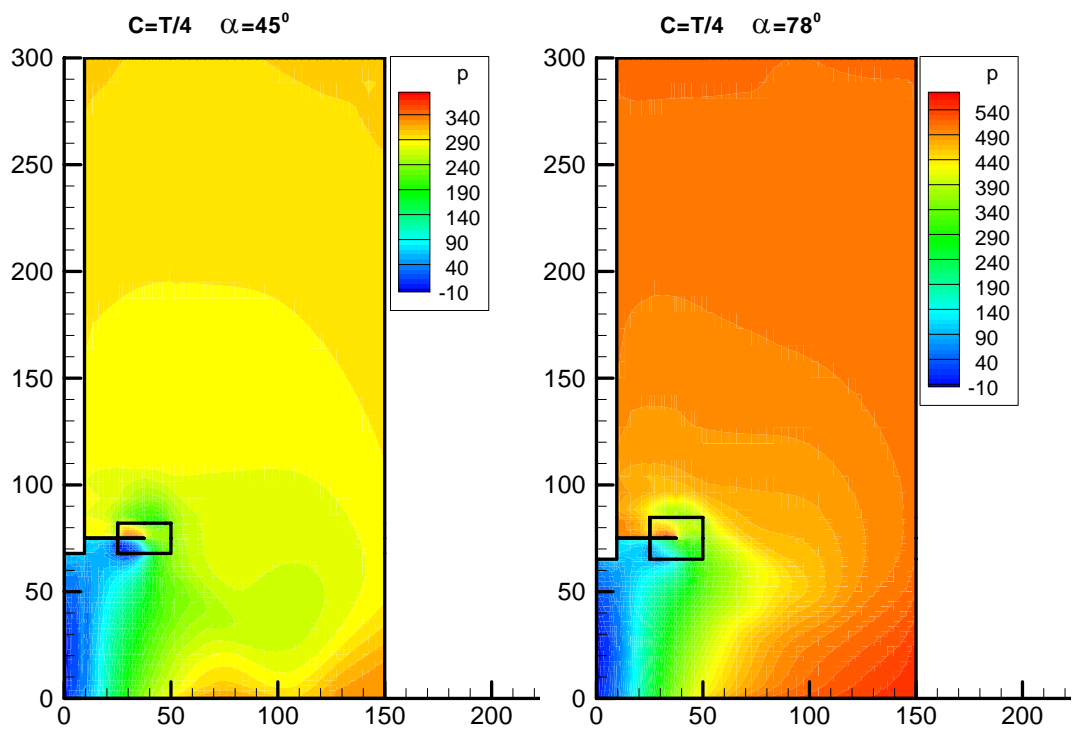


圖 4.44 葉片直徑  $D=T/3$  且間隙  $C=T/4$  時的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )

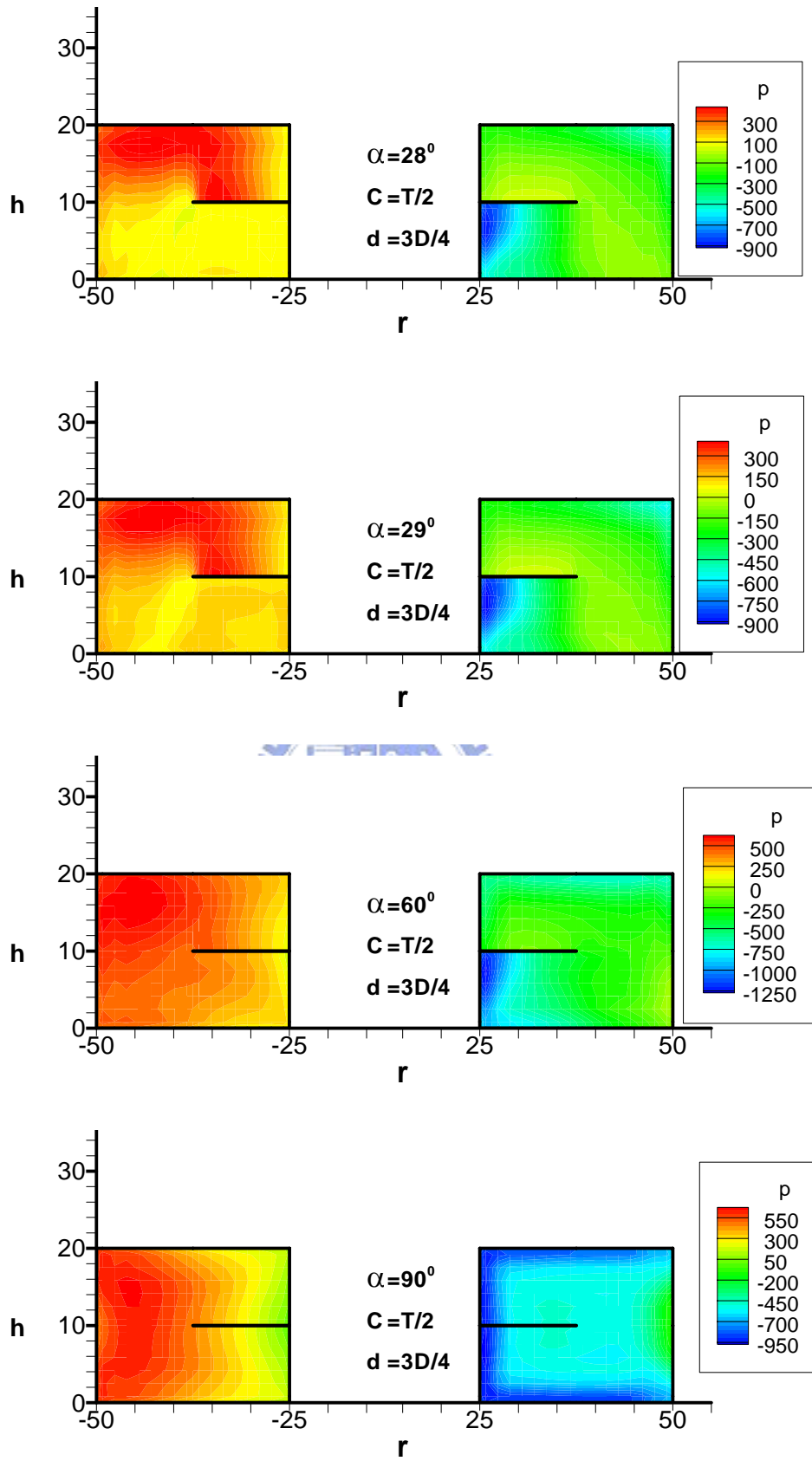


圖 4.45 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  葉片上的壓力分佈圖( $d=3D/4$ )  
(左為迎風面，右為背風面)

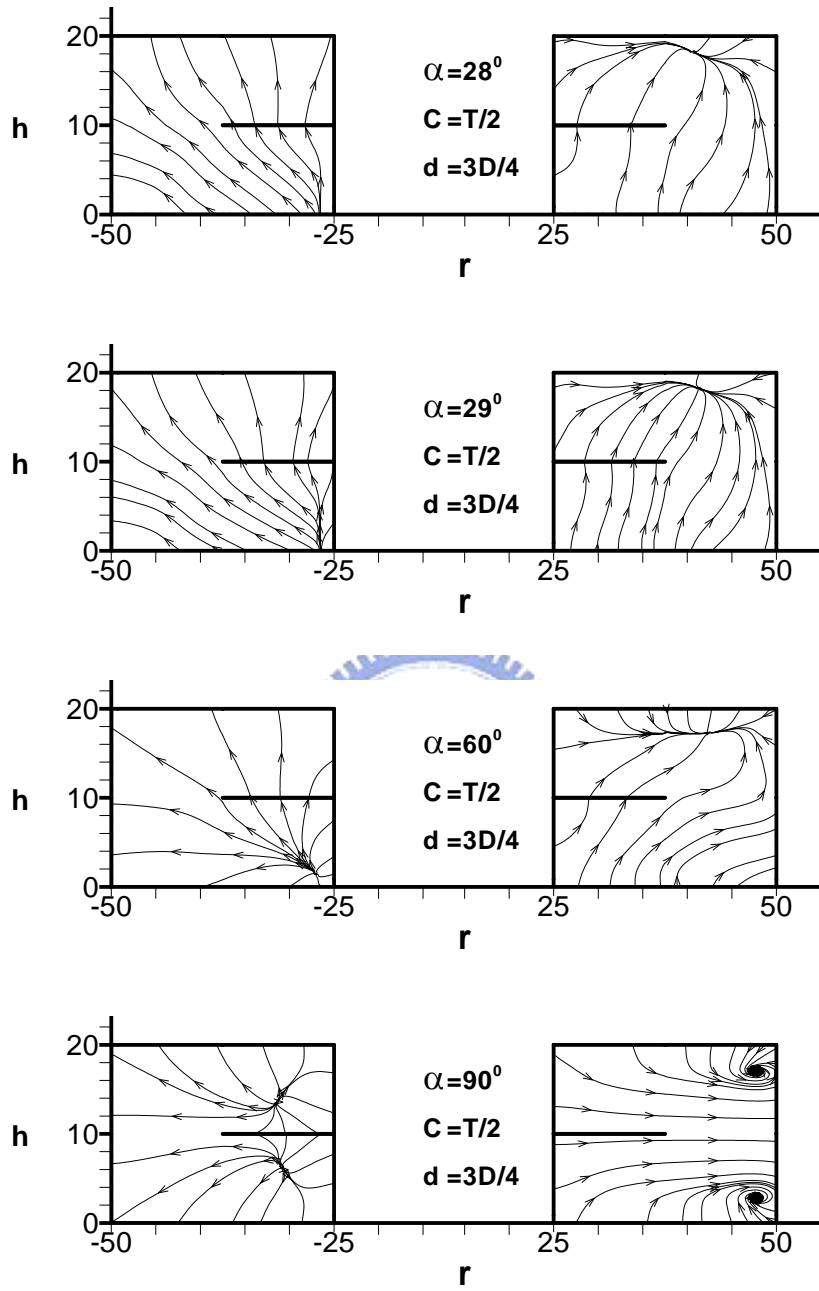


圖 4.46 葉片直徑  $D=T/3$  和間隙  $C=T/2$  葉片上的流線圖( $d=3D/4$ )  
(左為迎風面，右為背風面)

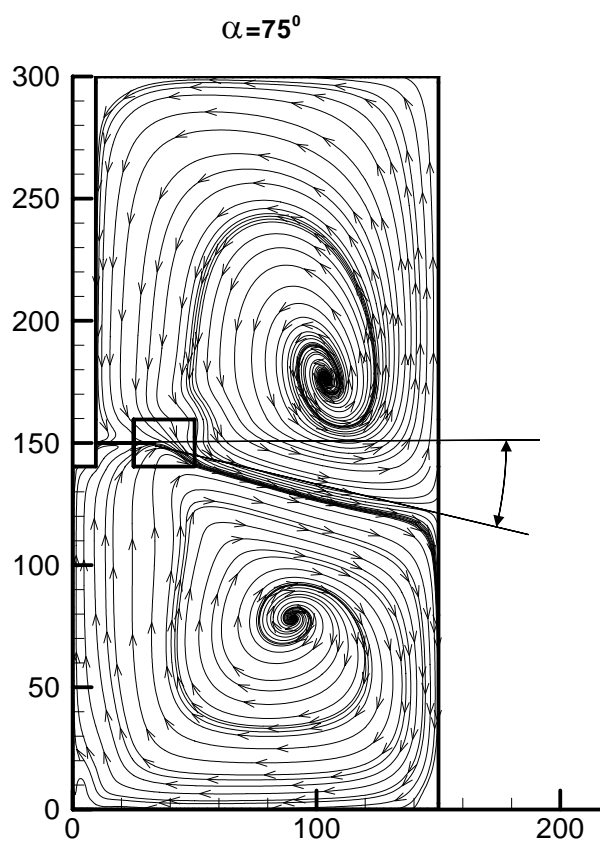


圖 4.47 軸向噴流水平夾角  $\beta$  示意圖

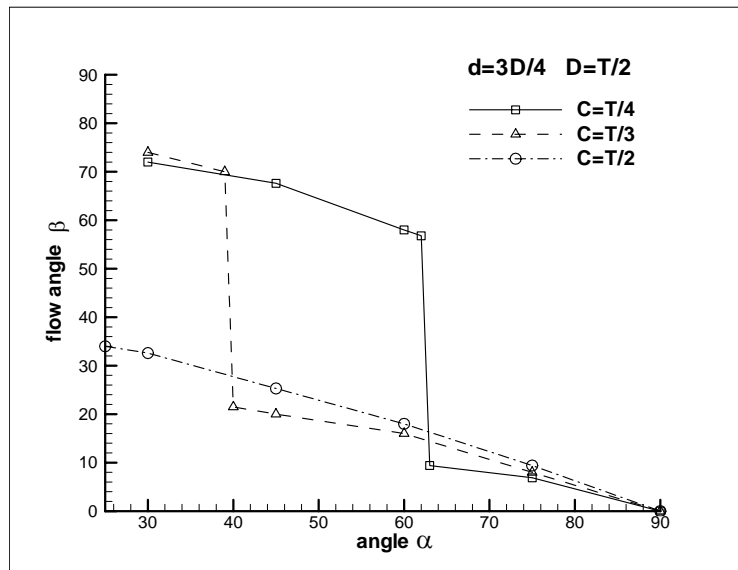
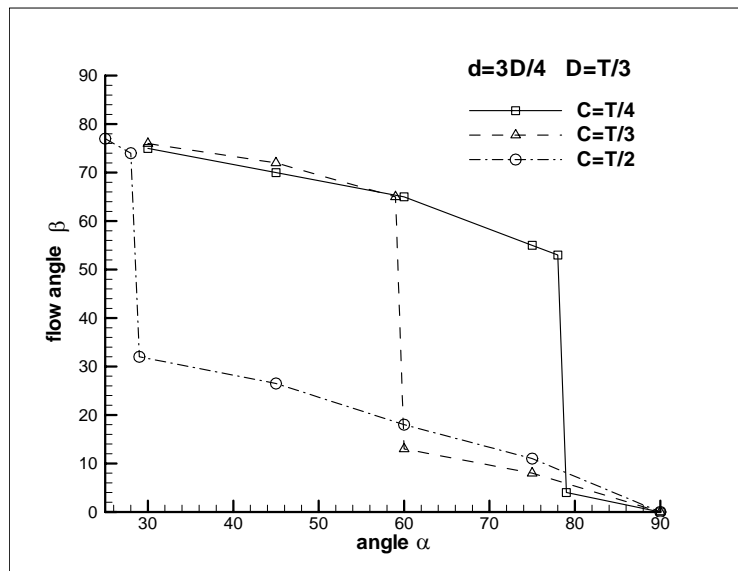
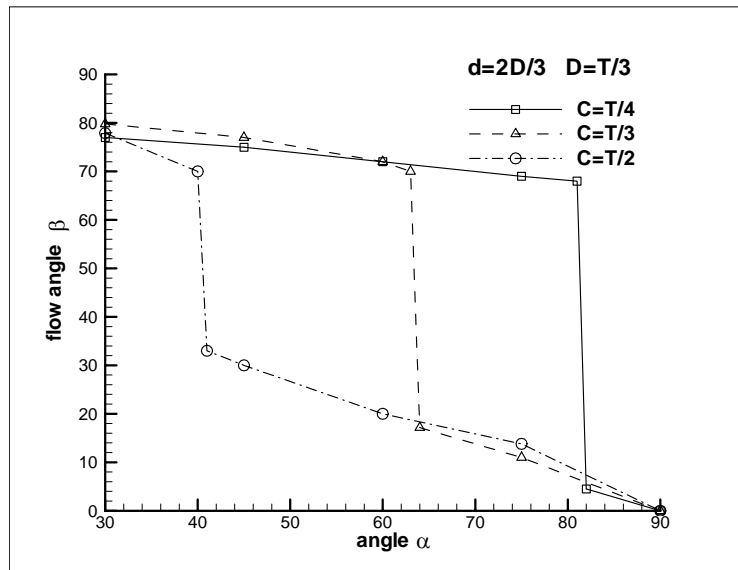


圖 4.48 軸向噴流水平夾角在不同間隙下隨著角度改變的情形



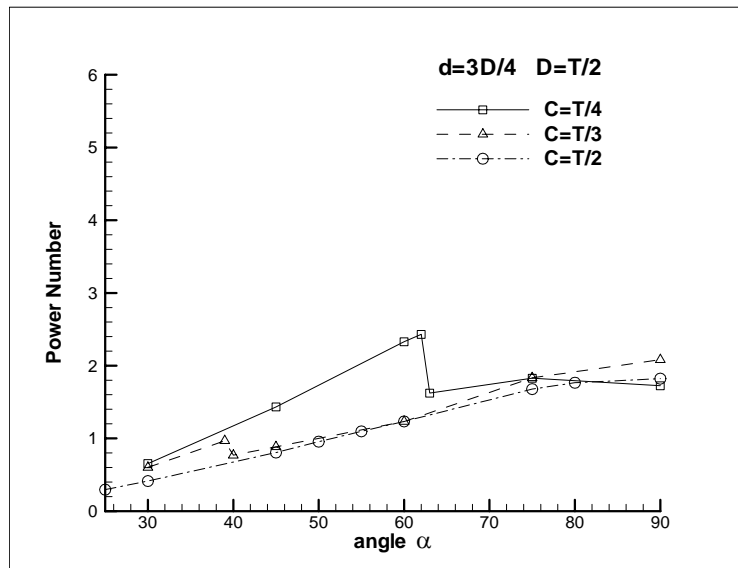
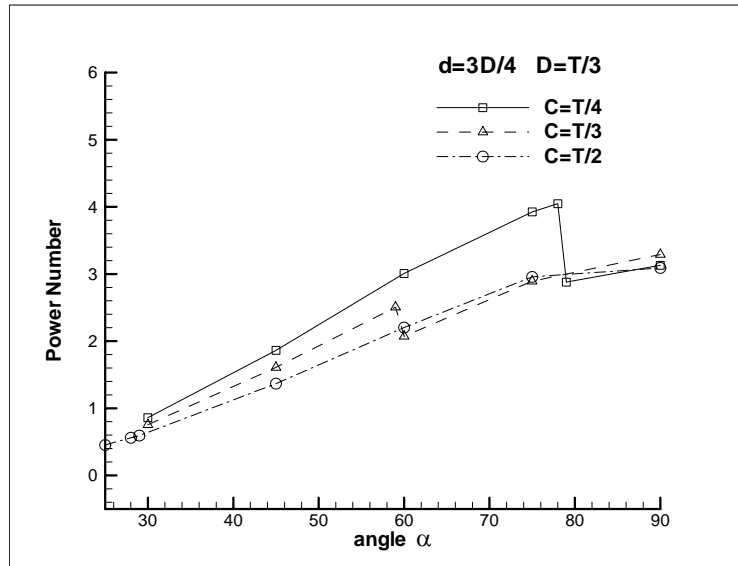
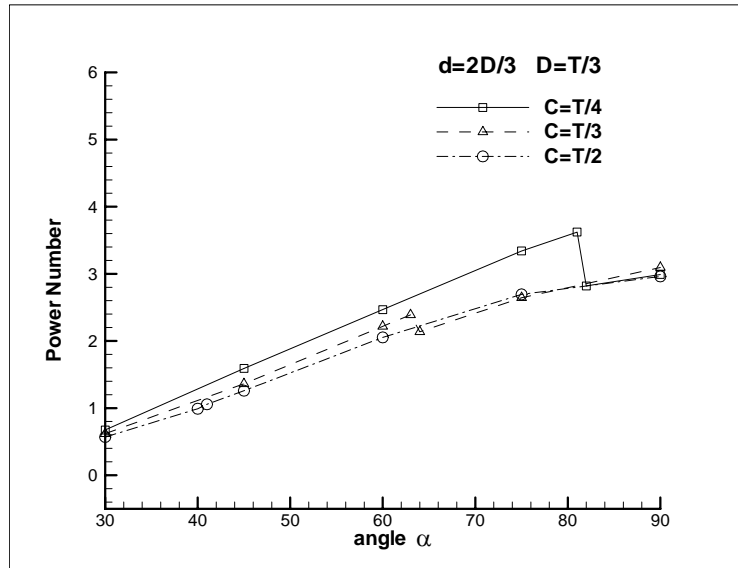


圖 4.49 葉片在不同間隙時的功率數

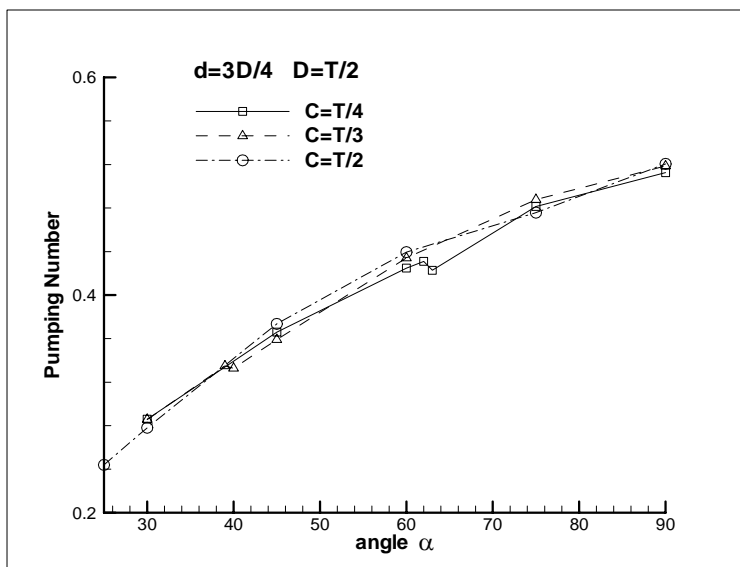
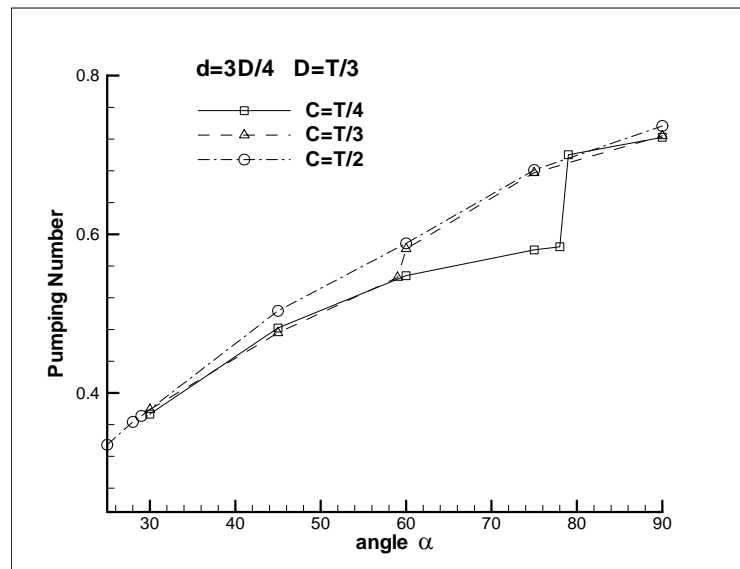
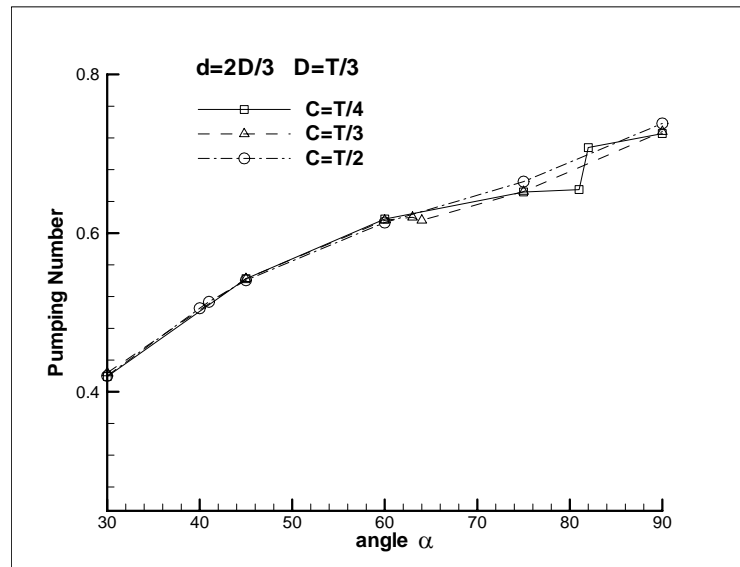


圖 4.50 葉片在不同間隙時的攪拌數

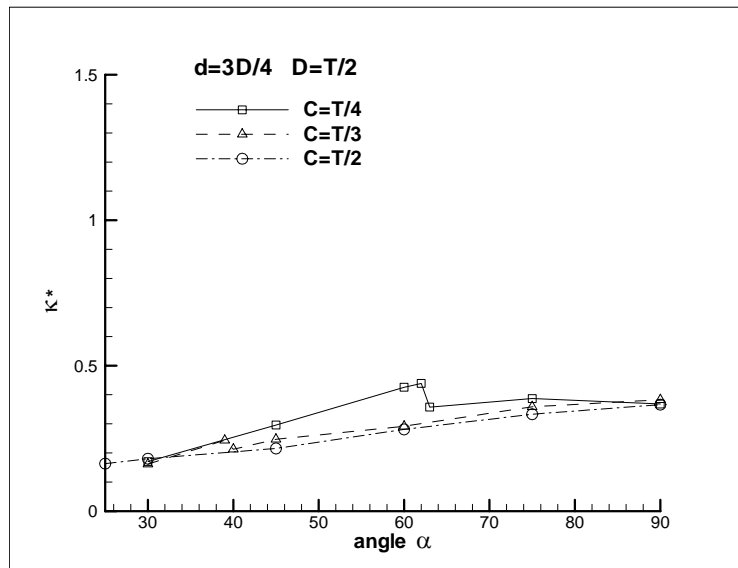
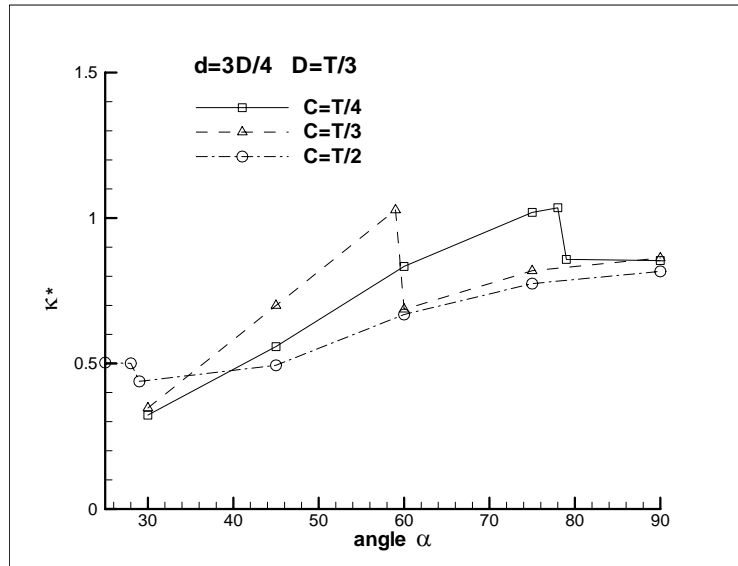
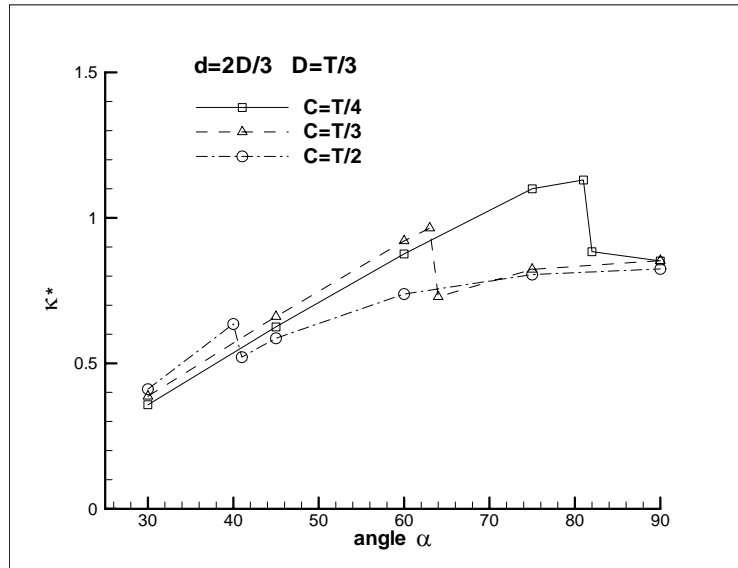


圖 4.51 葉片在不同間隙時的  $\kappa^*$

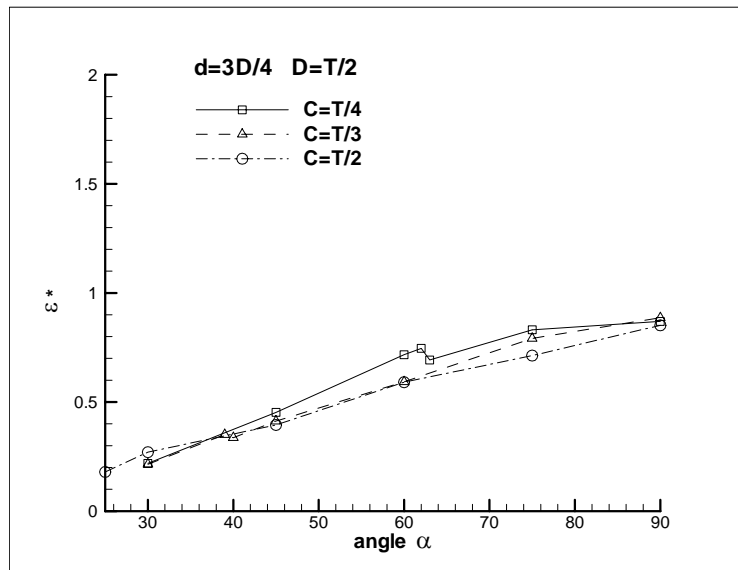
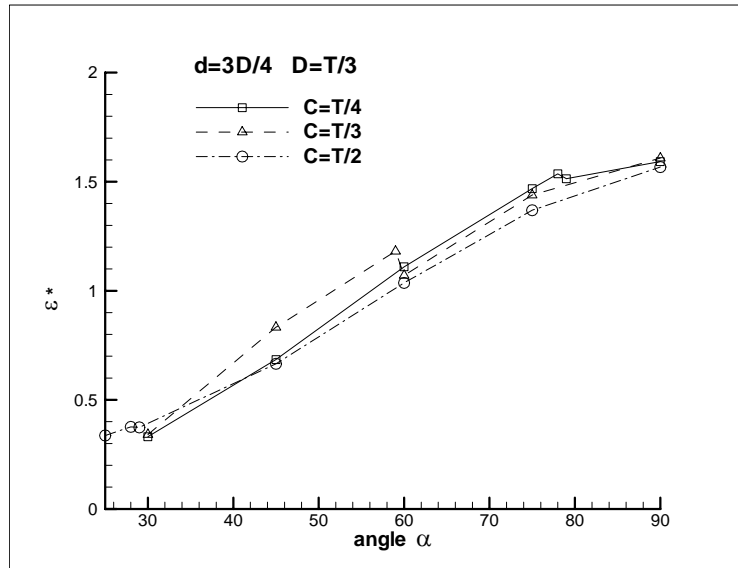
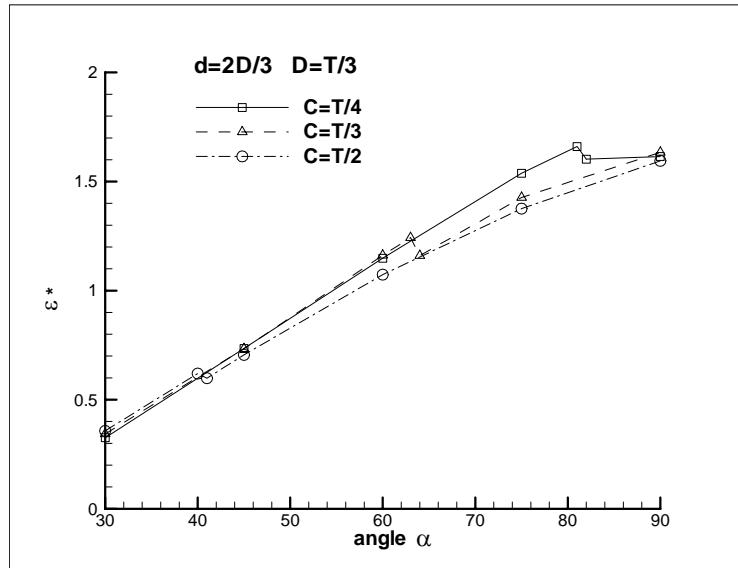


圖 4.52 葉片在不同間隙時的  $\epsilon^*$

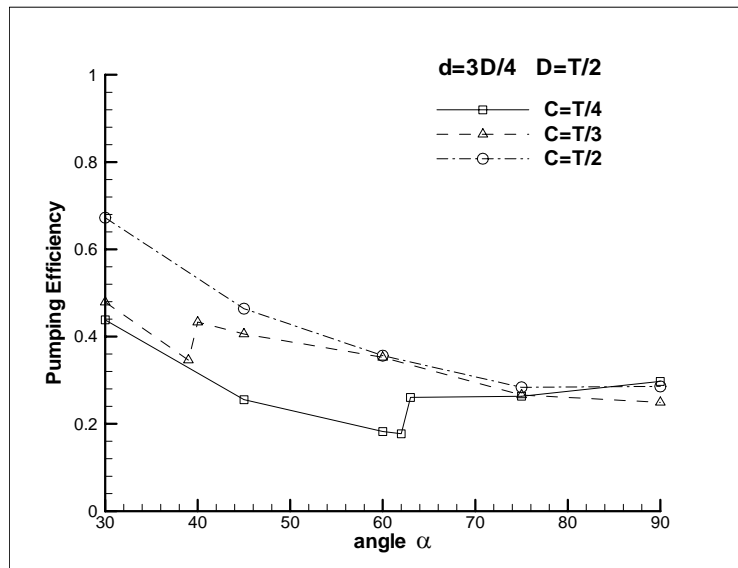
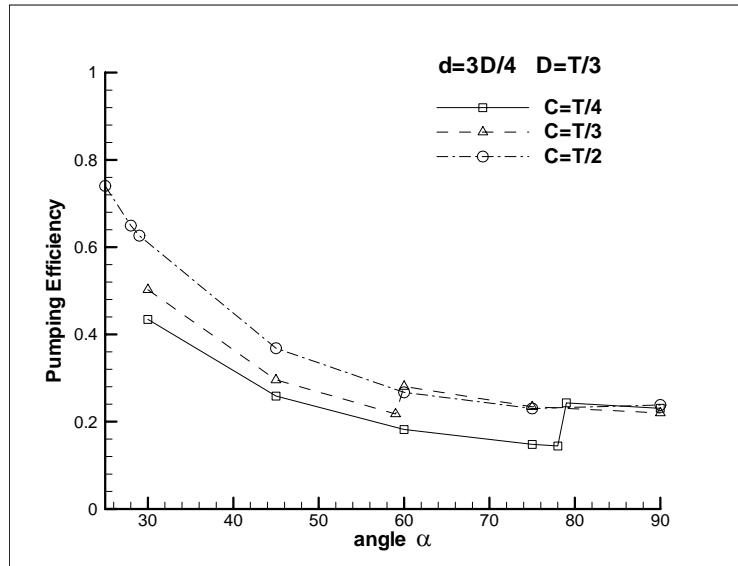
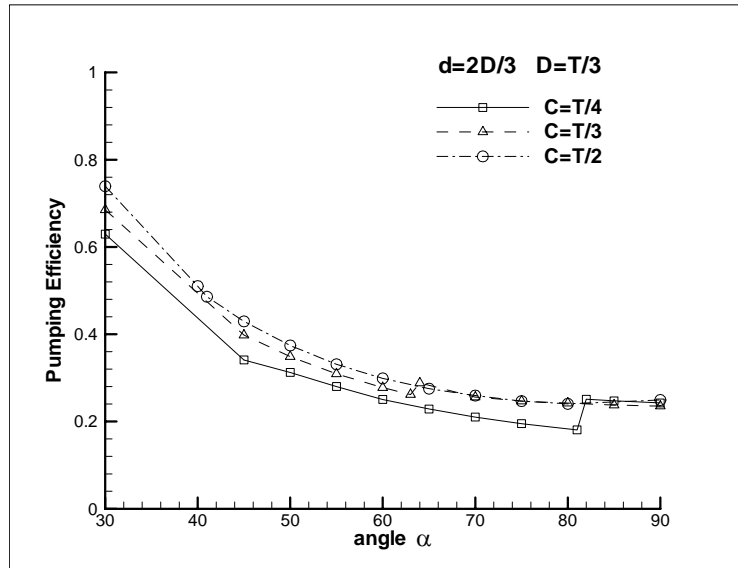


圖 4.53 葉片在不同間隙時的攪拌效率

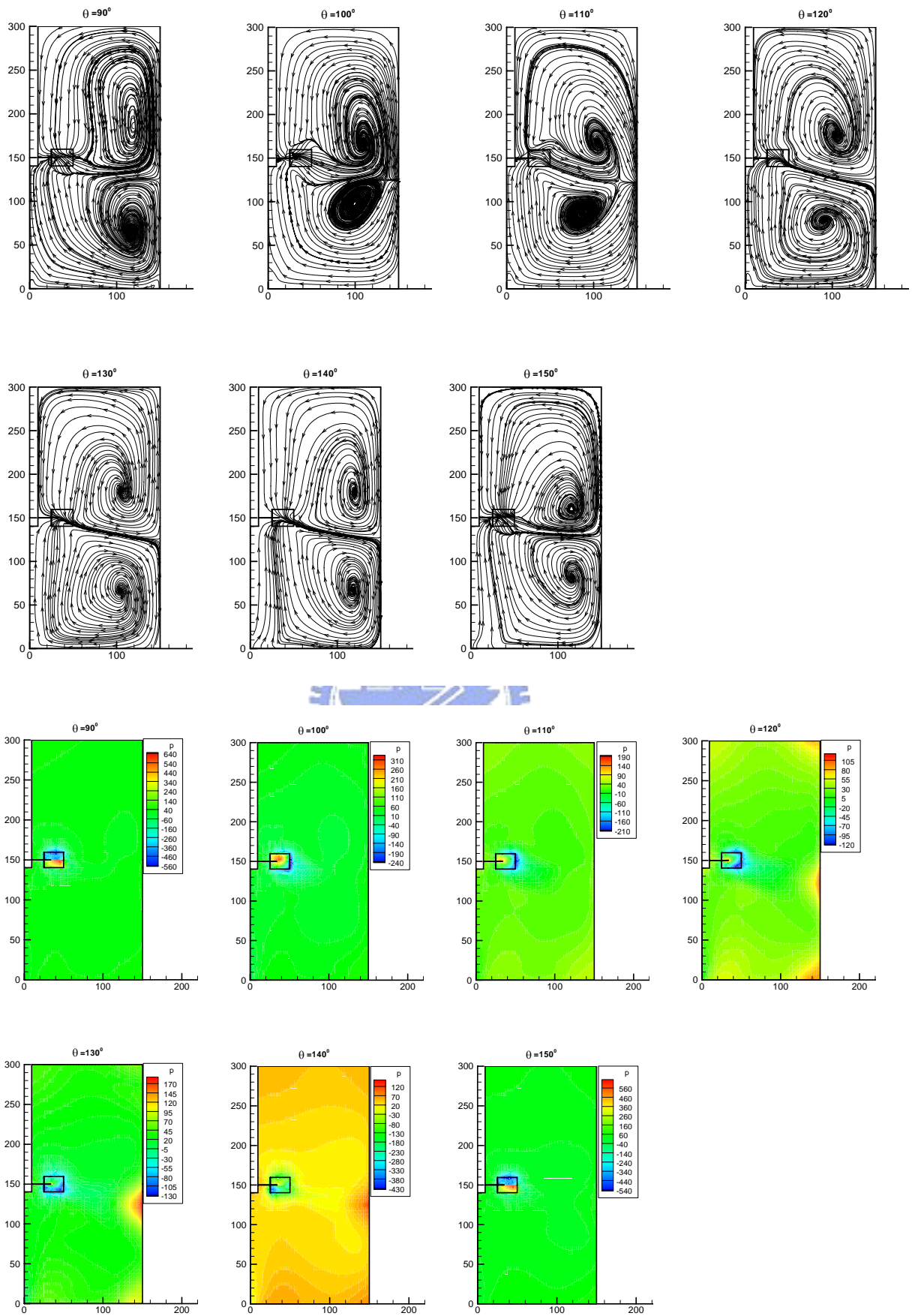
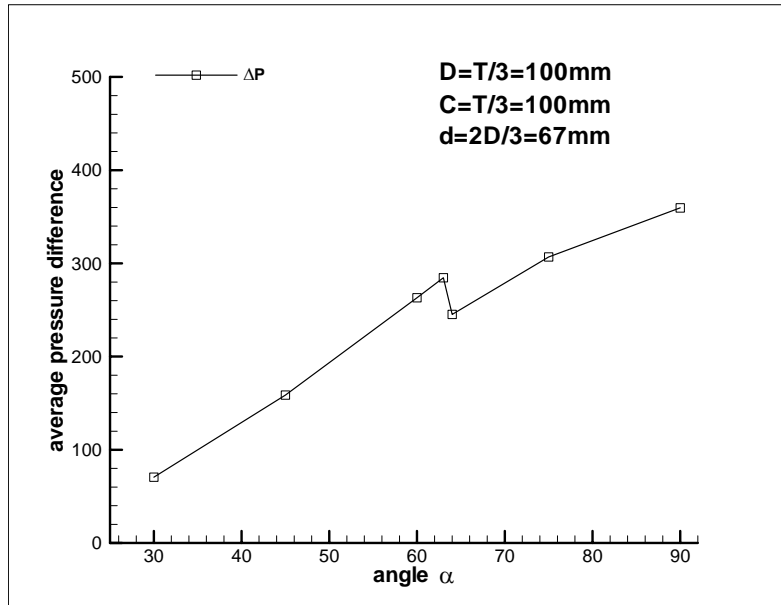
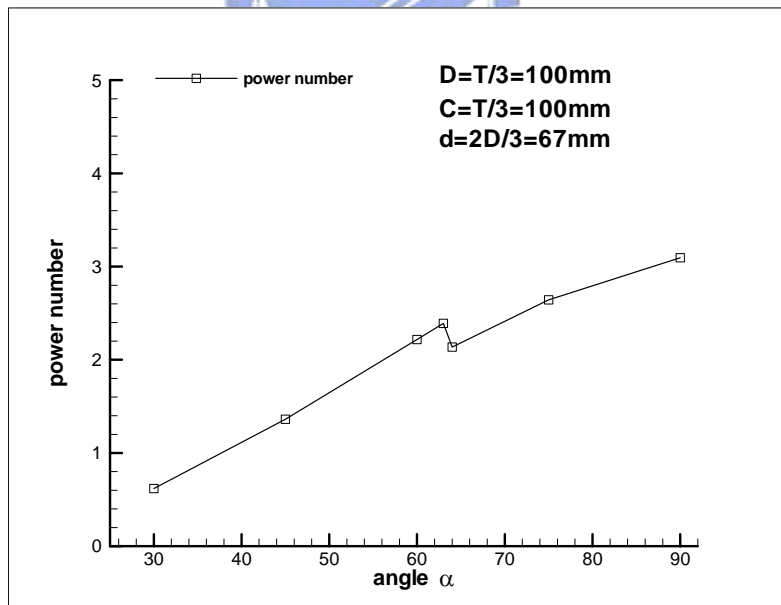


圖 4.54 葉片傾角  $\alpha = 75^\circ$  時在不同剖面的流線圖與壓力分佈圖( $D=T/3$  ,  $C=T/2$  ,  $d=2D/3$ )



(a)



(b)

圖 4.55 不同角度下(a)葉片迎風面與背風面平均壓力差(b)功率數  
(D=T/3 , C=T/3 , d=2D/3)