

國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩士論文

虛擬教具融入討論教學法與自學輔導法
對國中學生二度空間概念學習成效之研究



The Effects of Integrating Discussing Strategy and Supervised
Study with Virtual Manipulatives on Junior High School
Students' Learning of 2D Spatial Concept

研究生：何泓葆

指導教授：袁媛 教授

李榮耀 教授

中華民國一〇二年六月

虛擬教具融入討論教學法與自學輔導法
對國中學生二度空間概念學習成效之研究

The Effects of Integrating Discussing Strategy and Supervised Study with
Virtual Manipulatives on Junior High School Students' Learning of 2D
Spatial Concept

研究生：何泓葆

Student：Hung-Bau He

指導教授：袁媛

Advisor：Yuan Yuan

李榮耀

Jong-Eao Lee

國立交通大學
理學院科技與數位學習學程

碩士論文

A Thesis

Submitted to Degree Program of E-Learning
College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

June 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇二年六月

摘要

本研究旨在探討虛擬教具融入討論教學法與自學輔導法，對國中學生學習二度空間概念的影響。是否因不同的數學學業表現及不同的性別而有不同之影響。

本研究採不等組前後測準實驗研究設計，研究對象新竹地區某國中九年級學生，研究者將任教的兩個三年級班級隨機分派為實驗一組(接受虛擬教具融入討論教學法的二度空間旋轉概念教學)、實驗二組(接受虛擬教具融入自學輔導法的二度空間旋轉概念教學)。實驗教學前，對所有研究對象進行「二度空間能力測驗」前測，確認兩組在實驗教學前的能力一致，故實驗效果將以二度空間能力測驗後測及延後測成績為依變數進行分析。

經教學後本研究的主要發現如下：

- (一)數學學業表現較高學生的二度空間概念立即效果及保留效果優於數學學業表現較低學生，故數學學業表現較高的學生經教學後會有較高的空間能力表現及空間概念保留效果。
- (二)虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生二度空間概念的學習效果都一樣好。
- (三)虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生二度空間概念的保留效果都一樣好。
- (四)虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對於男女生二度空間概念的學習效果都一樣好。
- (五)虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，男女生二度空間概念的保留效果都一樣好。
- (六)虛擬教具融入「討論教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生在「綜合」能力的學習上具有立即成效；「三度空間」能力的學習上具有保留成效。

最後，研究者根據研究結果，提出具體建議，以做為未來研究、教案設計與數學教學的參考。

關鍵詞：中學生、空間能力、虛擬教具、討論教學法、自學輔導法

Abstract

The study aims to explore the effects of discussing strategy and supervised study integrated with virtual manipulatives on junior high students' learning 2D spatial concept. We also attempt to examine the influences of diverse mathematic learning achievements and different gender.

The study adopts a pretest posttest quasi-experimental design and the subjects are junior high students recruited from a certain school in Hsin-chu. The subjects are divided into two groups, one of which receives the 2D spatial rotation concept instruction of discussing strategy integrated with virtual manipulatives, and the other of which receives the 2D spatial rotation concept instruction of supervised study integrated with virtual manipulatives. Before instruction, subjects are given the pretest of 2D spatial ability in order to ascertain that the abilities between two groups are of an even state. As for the experimental effects, we make an analysis based on two dependent variables, 2D spatial ability posttest and delayed posttest.

After instruction, our findings are as follows:

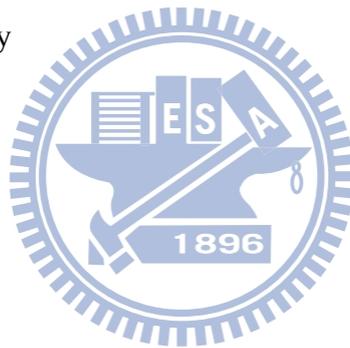
1. As for immediate effect and maintenance effect, the subjects having better mathematic learning achievements are superior to those having lower achievements. In other words, the subjects of higher mathematic achievement have better performance of spatial ability and higher maintenance effect of spatial concept.
2. As for the 2D spatial rotation concept instruction of discussing strategy or supervised study integrated with virtual manipulatives, the data show no significant difference between the two groups in the learning effect of 2D spatial concept.
3. As for the 2D spatial rotation concept instruction of discussing strategy or supervised study integrated with virtual manipulatives, the data show no significant difference between the two groups in the maintenance effect of 2D spatial concept.
4. As for the 2D spatial rotation concept instruction of discussing strategy or supervised study integrated with virtual manipulatives, the data show no significant difference between male and female subjects in the learning effect of

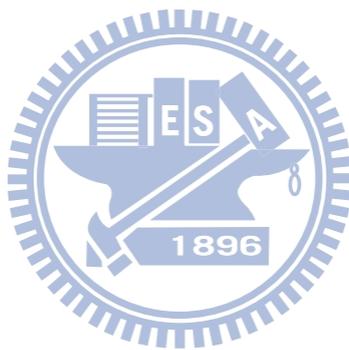
2D spatial concept.

5. As for the 2D spatial rotation concept instruction of discussing strategy or supervised study integrated with virtual manipulatives, the data show no significant difference between male and female subjects in the maintenance effect of 2D spatial concept.
6. As for the 2D spatial rotation concept instruction of discussing strategy integrated with virtual manipulatives, the data show that the discussing strategy exerts a great immediate effect on students' learning of integrated ability and a great maintenance effect on students' learning of 3D spatial ability.

Based on the result of the experiments, we propose a concrete suggestion for future study, teaching plan and mathematic teaching.

Key Words: junior high students, spatial ability, virtual manipulatives, discussing strategy, supervised study





誌謝

兩年的碩班生活，終於到了要提筆寫下最後一篇文章的時候了。回憶兩年的在職專班生活，雖然工作忙碌之餘仍得到校上課、做研究，但其中獲得的學識與回憶，回想起來是非常值得的。

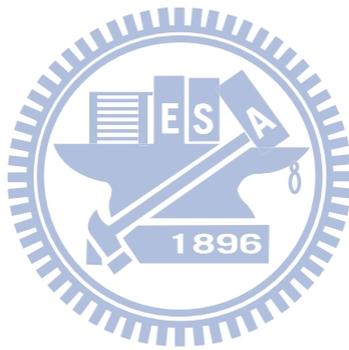
首先要感謝的是袁媛老師，願意帶領茫然空白的我，從論文的選材，到論文一步一步成形，其中教材、測驗的修改，都跟隨著老師嚴謹的精神與耐心，才能順利在計畫內完成論文，真的萬分感謝老師願意花這麼多時間給予指導與一一解惑，對您的感謝真的不是言語所能表達的。

再來感謝指導教授李榮耀老師，感謝您願意在論文研討細心聽我報告論文，並給予許多寶貴的意見給予修正，其深厚的數學功力與見解，都令教學現場的我獲益良多。

接著感謝孫之元老師，感謝您在口試的時候提出了許多的建議，讓我從我的研究中跳脫，更能了解到論文中缺乏的地方或是需要加強註解處，在在都為了讓這篇論文更盡善盡美。

再來是一起攻占碩士的同事兼朋友弘昌、有聖與佩錦，回想起一年級下學期辛苦的在下班後仍要到中原大學求學的階段，雖然一起塞車、大霧、等電車...等非常之辛苦的過程，但有大家一起互相鼓勵、一起打拚，最棒的是最後大家都可以一起攜手準時畢業，真是完美的大結局！

最後，感謝幸福國中的同事還有身邊的家人朋友們與阿毛的支持，過程中也許我因為壓力太大脾氣常有起伏，但轉眼間看到你們的鼓勵，似乎又有用不完的力氣向前邁進了！最後最後，感謝口試當天專姐的代課與彤曲熬夜的英文摘要協助，身邊的貴人真的太多了，沒有提到的，相信我，我都一一放在心上了，有你們真好！



目次

第一章 緒論.....	1
第一節 研究背景與動機.....	1
第二節 研究目的與待答問題.....	3
第三節 名詞釋義.....	4
第四節 研究範圍與限制.....	5
第二章 文獻探討.....	7
第一節 空間能力的內涵.....	7
第二節 國中數學課程幾何空間能力教材內容分析.....	16
第三節 空間能力的實徵性研究.....	23
第三章 研究設計與方法.....	29
第一節 研究設計與架構.....	29
第二節 研究流程.....	31
第三節 研究對象.....	34
第四節 研究工具.....	35
第五節 資料處理與分析.....	45
第四章 研究結果.....	47
第一節 探討不同型態的教學模式與數學學業表現對二度空間能力 測驗的交互作用.....	47
第二節 不同型態的教學模式與性別對二度空間能力測驗的交互 作用.....	52
第三節 接受二度空間能力旋轉概念教學後，兩組學生(接受討論 教學法及自學輔導法)在二度空間子概念的學習成效.....	55
第五章 結論與建議.....	61
第一節 結論.....	61
第二節 建議.....	62
參考文獻.....	66
一、中文文獻.....	66
二、英文文獻.....	72

附錄.....	75
附錄一 二度空間能力測驗(初稿版).....	75
附錄二 二度空間能力測驗(正式版).....	90
附錄三 二度空間概念學習單(初稿第一版).....	105
附錄四 二度空間概念學習單(初稿第二版).....	111
附錄五 二度空間概念學習單(正式版).....	122



表次

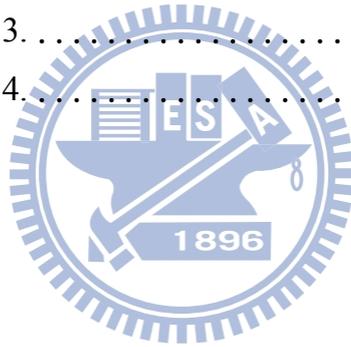
表 2-1	空間能力定義表.....	8
表 2-2	空間能力類型表.....	12
表 2-3	九年一貫數學學習領域幾何主題能力指標一覽表.....	18
表 2-4	國中九年一貫數學學習領域教科書與空間能力有關教材單元 一覽表.....	21
表 3-1	不等組前後測準實驗設計.....	29
表 3-2	兩組學生在二度空間能力測驗前測成績之 t 統計考驗摘要表...	30
表 3-3	研究樣本人數統計表.....	35
表 3-4	專家教授與專家教師建議修正內容.....	36
表 3-5	「二度空間能力」測驗試題難度與鑑別度.....	37
表 3-6	第一次學習單意見及修正表.....	44
表 3-7	第二次學習單意見及修正表.....	45
表 3-8	實驗假設與所使用的統計方法.....	46
表 4-1	不同數學學業表現學生在二度空間能力測驗後測成績的表現 分配表.....	47
表 4-2	不同型態的教學模式與數學學業表現之間在二度空間能力後測 成績之二因子變異數分析摘要表.....	48
表 4-3	不同數學學業表現學生在二度空間能力延後測驗成績的表現 分配表.....	49
表 4-4	不同型態的教學模式與數學學業表現之間在二度空間能力延後 測驗成之二因子變異數分析摘要表.....	50
表 4-5	不同性別學生在二度空間能力測驗後測成績的表現分配表....	52
表 4-6	不同教學模式與不同性別在二度空間能力測驗後測成績之 二因子變異數.....	53
表 4-7	不同性別學生在二度空間能力延後測驗成績的表現分配表....	54
表 4-8	不同教學模式與不同性別在二度空間能力延後測驗成績之 二因子變異數分析摘要表.....	54
表 4-9	實驗一組(討論教學法)在二度空間子測驗的前測-後測成對 樣本 t 考驗.....	56

表 4-10 實驗二組(自學輔導法)在二度空間子測驗的前測-後測成對 樣本 <i>t</i> 考驗.....	57
表 4-11 實驗一組(討論教學法)在二度空間子測驗的前測-延後測成對 樣本 <i>t</i> 考驗.....	58
表 4-12 實驗二組(自學輔導法)在二度空間子測驗的前測-延後測成對 樣本 <i>t</i> 考驗.....	59



圖次

圖 3-1	研究架構圖.....	31
圖 3-2	研究流程圖.....	34
圖 3-3	Transformations - Rotation 操作說明 1.....	38
圖 3-4	Transformations - Rotation 操作說明 2.....	39
圖 3-5	Transformations - Rotation 操作說明 3.....	39
圖 3-6	Transformations - Rotation 操作說明 4.....	40
圖 3-7	Transformations - Rotation 操作說明 5.....	40
圖 3-8	Transformations - Rotation 操作說明 6.....	41
圖 3-9	學習單說明 1.....	41
圖 3-10	學習單說明 2.....	42
圖 3-11	學習單說明 3.....	42
圖 3-12	學習單說明 4.....	43





第一章 緒論

第一節 研究背景與動機

對學生來說，空間概念是很難學習和理解的課程內容，甚至連老師也覺得是很難以教學的單元。事實上，空間概念時常應用在我們的生活中，而且也是隨處可見的，如：在我們生活中的各項物品或建築物；出遊時使用的相機，鏡頭經由拉近拉遠或者改變角度後所拍下的照片，都是空間概念在生活中的應用。

空間概念的學習，對學生的數學能力的提升是很重要的。吳文如(2004)提到國中生的空間能力與數學成就有中度相關存在，國內外許多學者在不同學習階段也提出相同的看法(馮雅慧，2006；蔡曜宇，2007；Guay & McDaniel, 1977; Quaiser-Pohl & Lehmann, 2002)，皆認為數學能力與空間能力存在相關。因此，空間能力提升的不僅是數學在幾何方面的相關能力，連帶對學生在整體數學能力的提升也有顯著影響。

參考 Thurstone (1938) 對空間能力下的定義：能在心中記住一個空間圖象，並在腦中扭轉、旋轉或移轉到一個新的位置。全美數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) 的學校數學綱領與標準中也將幾何形體及其關係、變換、幾何的模式化與空間推理等觀念包含於學校的課程中。中國新的「初中數學課程標準」(2011版)中提及：第三學段(7~9年級)的空間與圖形有“圖形與變換”的學習內容所下的四個具體目標 1. 圖形的軸對稱，2. 圖形的平移，3. 圖形的旋轉，4. 圖形的相似。綜合上述，對於空間能力我們大致分為：平移、旋轉、翻轉、對稱及縮放等概念。

研究者於國中二年級下學期的課堂教學後，發現以前舊教材中的點對稱都刪除了，對稱的部份只剩下線對稱！查閱以前舊教材國編版，發現民國六十四年、民國七十六年的課程版本中編有線對稱與點對稱教材，而在八十二年版中刪除了點對稱的教材，只留下了線對稱的部份(林秀瑾、張英傑，2005)。研究者翻閱「國民教育階段九年一貫課程綱要」(教育部，2003)後發現，對應的能力指標僅有(S-2-06)「能理解平面圖形的線對稱關係」而已。而在最新的「國民教育階段九年一貫課程綱要」(教育部，2008)中，修定後則有(S-3-03)「能理解平面圖形的線對稱關係」、(S-4-08)

「能理解線對稱圖形的幾何性質，並應用於解題和推理」、(S-4-14)「能理解圖形縮放前後不變的幾何性質」，雖然增加了兩項與空間能力相關之能力指標，加強了對稱與縮放的部份，但對於空間能力來說，尚有平移以及旋轉能力並未提及與在教材中出現。

全美數學教師協會 (NCTM) 對幾何課程與教學的重視也深受專家學者的支持 (Kilpatrick, Martin, & Schifter, 2003)。於國際數學與科學教育成就趨勢調查 (Third International Mathematics and Science, 簡稱 TIMSS) 中，更將「對稱、全等與相似」列為幾何內容架構的兩大項目之一。新加坡、芬蘭、英國、中國大陸、美國等國均特別訓練學生對圖形的翻轉、平移、旋轉、放大與縮小等能力 (徐偉民、林美如, 2009; 洪雅齡, 2005; 姜志遠, 2005; 翁婉珣, 2005; 彭惠群, 2010)。當世界各國均將幾何變換視為重要課程，並將幾何變換課程向下提前到小學四年級即開始接觸時，我國的課程綱要中卻只有平移和縮放等概念，明顯感受到相關課程的缺乏。林碧珍和蔡文煥 (2003) 指出，台灣學生在 TIMSS2003 中幾何項目表現較差的原因之一，是因為台灣的課程中較晚進行幾何方面教學。而我國學生雖然在 TIMSS2003、2007 中表現突出，但比較不同內容領域後發現，評量項目中以「幾何」的表現較差 (Mullis, Martin, & Foy, 2008; Mullis, Martin, Gonzales, & Chrostowski, 2004)。綜合上述，令研究者陷入思考，我國的幾何變換課程是否足夠且適時？

正當研究者陷入思考之際，國內剛好有一篇關於國中學生二度空間能力的調查研究。張哲豪 (2011) 提出有關桃園縣國中學生二度空間能力的調查，測驗內容包括平移、對稱、旋轉、縮放及綜合等五個子測驗，而研究當中發現學生以旋轉和綜合的能力表現最差。而這個部分又剛好是我國課程綱要中最為缺乏的部份，不禁使人產生聯想，是不是因為這個原因造成我國國中生旋轉方面的幾何變換知識不足？是研究者想要積極去了解及證實的。

男女生性別差異在數學方面的成就一直是熱門的研究題材，國內也有許多相關的研究 (郎亞琴、陳彩卿, 2008; 黃幸美, 1995; 黃國清, 2008; 蔡慧真, 2010; 盧雪梅、毛國楠, 2008)，但其結果不盡相同; Moir 和 Jessel (1989) 也針對二度空間能力提到，認為空間能力是男女性別最大的差異。因此對於男女生，令研究者好奇在幾何變換的課程中，不同性別是否會使學生在學習過相關的數位幾何變換課程後而造成學習成效的差異？

是研究者想要去查證的。

幾何對許多學生來說是個惡夢，覺得自己沒有任何圖形或是空間中的幾何細胞。而對老師而言，幾何單元在課堂上的呈現也十分困難，光是透過傳統的黑板演示或是再三講述依舊讓學生難以想像或是理解。所以往往需要耗費許多的時間準備實體教具，或是帶學生觀看實際物品才能區分清楚其差別。可是課堂的時間是有限的，並非每個的單元或是每堂課都有時間進行這樣的課程。因此，虛擬教具在課程上的使用越來越被重視。全美數學教師協會（NCTM）指出虛擬教具可幫學生發展實體經驗藉此讓學生的數學演算發法更為成熟(NCTM, 2000)。國外許多學者也指出虛擬教具是有潛力的數學工具，具有立即回饋和互動等優點(Highfield & Mulligan, 2007; Moyer, Salkind, & Bolyard, 2008; Suh, 2005; Steen, brooks, & Lyon, 2006)。國內也有不少關於使用虛擬教具進行課堂教學的研究，都一一的證明了虛擬教具於教學上的幫助(方淑美, 2008; 李政憲, 2007; 沈佳興, 2008; 陳敏慧, 2010; 張玉琪, 2009; 楊惠文, 2010)，藉由各種不同類型的虛擬教具進行課堂教學，如:AMA、NLVM、Flash、萬用揭示板等，都發現虛擬教具的使用與學習成效具有顯著相關。

基於上述，使研究者想要針對空間能力中的旋轉概念發展數位教材，來加強學生在這個地方觀念的不足。於教學前後分別進行二度空間能力測驗，比較虛擬教具融入不同教學型態，對學生二度空間能力各項概念學習上的影響。並且探討不同教學模式與不同性別，以及不同教學模式與不同數學學業表現的學生對二度空間能力學習的交互作用影響，並期許以此研究結果做為以後政府編撰國中教材時，考慮的教學目標參考之用。

第二節 研究目的與待答問題

本研究主要之研究目的，利用國家虛擬教具圖書館(National Library of Virtual Manipulatives，簡稱NLVM)的Transformations-Rotation教具，發展一套空間旋轉能力之教材，以期提升學生之空間旋轉能力。主要之研究目的如下述：

- 一、探討不同的教學模式與數學學業表現，對學生二度空間概念學習的交互作用影響。
- 二、探討不同的教學模式與性別，對學生二度空間概念學習的交互作用影響。

三、探討接受虛擬教具融入不同教學模式組別，對學生二度空間各子概念學習的影響。

基於上述之研究目的，本研究之待答問題有：

- 1、接受不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與數學學業表現(高、中、低)的學生，在二度空間能力測驗上是否有交互作用存在？
- 2、接受不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與數學學業表現(高、中、低)的學生，在二度空間能力延後測驗上是否有交互作用存在？
- 3、接受不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與性別(男、女)的學生，在二度空間能力測驗上是否有交互作用存在？
- 4、接受不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與性別(男、女)的學生，在二度空間能力延後測驗上是否有交互作用存在？
- 5、接受完二度空間能力旋轉概念教學後，是否能提升兩組學生(接受討論教學法及自學輔導法)在二度空間各子概念的學習成效？

第三節 名詞釋義

以下就本研究相關之名詞作解釋或界定：

一、虛擬教具

虛擬教具為新式之教學輔具，結合現代科技到教學中。使用者可以透過鍵盤、滑鼠進行操控，使虛擬教具裡的物件可像實體教具一樣被移動、翻轉、滑動、旋轉(江玉玲，2010；林佳貞，2008)。學生可以藉此利用電腦虛擬建構出的環境進行虛擬操作而模擬真實情境中的動作，如傳統教具般建構數學知識，但可以呈現真實教具中不易呈現之效果。

二、二度空間能力

本研究所指之二度空間能力為檢測個體辨識和操控圖形的能力，個體將物體之圖像概念建構於腦海中，並將此圖像作平移、對稱、旋轉、放大與縮小等想像性操弄的能力，在達成轉換或類化後，仍能理解及掌握物件之間關係的能力。本研究之研究工具"二度空間能力測驗"，包含六大子概念：平移、旋轉、縮放、對稱、綜合及三度空間等六大主題。

三、點對稱

以一點為對稱中心，將圖形旋轉 180° 後，仍可以和原圖形完全疊合在一起，我們將此圖形稱為「點對稱圖形」。對稱中心把兩個對應點的連線，平分成兩半；也可以說，兩個對應點連成的直線段，會以對稱中心為中點。如：正方形、圓形、平行四邊形、正偶數多邊形等，均為點對稱圖形。

四、數學學業表現

本研究所定義的數學學業表現是指依研究對象前一學期兩次數學定期平均來分為高分組、中分組及低分組，每組的人數大約占三分之一的研究對象人數。

五、討論教學法

一種存在於老師與學生之間或學生與學生之間進行討論而形成的教學法，其理論基礎建立在社會建構論，藉由彼此之間的互動中，達到知識共享的目的。其進行的方式可分為：教師引導或是丟出問題引發班級或是小組進行討論、辯證，而這種教學方式的用意在於藉由師生間的討論、發表、辯證和一定的引導中，來達到一定的學習成效。

六、自學輔導法

自學輔導法(Supervised Study)是學生在教師指導下，進行自學的一種教學的方法。這種方法可在正課施行，亦可在自修時間或自修室採用。自學輔導法的用意在於適應學生的個性與特質進行學習。本研究是採取虛擬教具結合學習單進行操作與學習連結的教學設計，並藉由最後引導問題，作教學概念思考連結，激發學生個人操作後的概念組織，以達到學習成效。

第四節 研究範圍與限制

本研究的範圍與限制可以從以下四點加以說明：

一、研究主題

因為空間能力的主題涵蓋廣大，本研究僅分類成平移、對稱、旋轉、縮放、綜合及三度空間等六大測驗主題，因研究的人力、時間等限制下，無法涵括所有主題，因此，是否能推論到空間能力其它特質上，有待其它研究進一步驗證。

二、研究設備

本研究於電腦教室進行，每位學生必須操作一台電腦，且為掌控課堂之順利進行，必須具備廣播切換功能之電腦教室進行，且因本研究教學工具採取線上虛擬教具，因此也必須具備流暢的網路以供使用。

三、研究對象

為了考慮研究的時間限制及便利性，研究對象是採取新竹市幸福國中(化名)九年級兩班學生做為研究對象，對象具有地域特性，故研究所得到的結果不宜推論到其它地區。

四、研究工具

本研究研究工具與同研究室之朱有聖共同編輯而成，因此預試對象為八年級學生，但本研究實驗對象為九年級學生，因此有預試對象與實驗對象不為相同年級之限制。



第二章 文獻探討

本研究旨在透過虛擬教具之介入，進行二度空間旋轉概念之教學，並比較兩種不同教學型態(討論教學法與自學輔導法)之學習成效差異。因此，藉由蒐集國內外之空間能力相關研究資料文獻，深入探討空間能力以建構本研究之主軸，利於發展相關教學內容以及問卷，建構本研究之理論基礎。再者，了解國內二度空間能力之教材發展，增添課程與教材之密切性，也能針對課程綱要缺少的部分加強。本章共分成三節，依序為「空間能力的內涵」、「國中數學課程空間能力教材內容分析」、「空間能力的實徵性研究」，各節內容分述如下。

第一節 空間能力的內涵

空間能力一直是一個熱門的研究課題，早期的研究幾乎都是心理學家在探究，歸納分析智力的定義與類別，而到七十年代開始，才漸漸有數學學者使用有系統的方式來鑽研此項特殊能力的定義與類別。儘管到現在，研究空間能力的學者依舊不在少數，甚至跨足到更多不同相關的領域，如：「國中一般生與學習障礙生之視覺空間工作記憶、空間能力與數學幾何學習表現之相關研究」、「空間能力之性別差異：眼動分析研究」、「發展以動畫為主的月相盈虧課程並探討學生的空間能力對學習成效與認知負荷的影響」、「評估空間能力對容量判斷影響之研究、3D 電腦影像對機械製圖空間能力的影響」、「評估空間能力對容量判斷影響之研究」...等，與特教、資訊科技、企業管理、材料...等，皆有不少的相關研究，顯示空間能力對我們生活影響層面有多廣泛(吉同凱，2012；吳彥瑾，2012；陳暉婷，2011；蔡少詠，2013；蔡思涵，2012；謝博仁，2012)。但，究竟空間能力是什麼？又分為哪些種類？雖然眾家學者的說法紛紜，但是否存在其共通性？以下是研究者僅針對蒐集到的國內外文獻，試著將空間能力做一整理分析，為本研究之理論依據。

一、空間能力的定義

表 2-1

空間能力定義表

研究者(時間)	定義
吳煥昌(2001)	空間能力是指個體能觀察物體且精確成像及辨識的空間感觀能力和將二度或三度空間物體操控旋轉知能力，以及個體將幾何形體展開成平面或組合並判斷其交線之空間感觀能力。
簡慶郎(2001)	一個圖案或物體經視覺進入腦中形成一個平面的心像，記住此心像，轉換成立體物像，並能對此立體物像移動或旋轉，而且能以另一個新的心像呈現的能力。
陳鎮濂(2003)	個體透過觀察，將物體轉換成圖像顯現在腦海中，並透過想像的操弄，將腦中的圖像進行旋轉、位移以及操控的能力。
林佳蓉(2004)	空間能力是個體能正確辨識、透視以及觀察，並將物體以圖像方式於腦海中進行操作、思考或轉換的能力。
劉再興(2004)	個體對本身身處環境之空間知覺，及在空間中操弄形體，並將物體以圖像方式經記憶、感官、邏輯思考等方式，於腦海中轉化思考的能力。
羅雅薇(2005)	個體將二度或三度空間中的形體，經心理移動、旋轉、操弄或轉換的能力。
莊振中(2005)	物體特徵經視覺傳遞後在腦中形成圖像，能判斷物體經平移或旋轉後正確相關位置的能力。
魏春蓮(2005)	空間能力是將形體在二度或三度空間進行觀察、辨識，使其能在心理上做不同方位展開、摺合、翻轉或位移的能力。
林信全(2005)	個體將物體轉換成圖象記憶於腦海中，並且能針對圖象作大小、位置、形狀、比例、旋轉等抽象思考能力。
馮雅慧(2006)	將立體圖像在腦海中進行想像性圖像操作之能力。

(接下頁)

(續上頁)

研究者(時間)	定義
林逸農(2006)	空間能力指個體能將心像中的刺激物做有效的控制，當個體可以正確控制心像中的刺激物時，表示個體可將刺激物在空間上的關係作翻轉、旋轉或移位的能力。
陳世玉(2006)	空間能力指個體可以觀察、辨識物體，將其圖像記憶於腦海中，並可藉由想像的方式，在 2D 與 3D 中任意進行移動、翻轉或旋轉，展現再認、保留與回憶圖像的能力。
劉岫堯(2007)	空間能力是指個體能在二度或三度空間進行辨識、觀察、透視物體之外，並能將形體以圖像方式在腦海中轉換後，仍能掌握物件間關係的能力。
黃惠薇(2008)	空間能力要能辨識、操控以及轉換二維或三維的圖像物件。當物件改變位置、角度、方向或進行旋轉、組合、拆解時，個體能進行心理操作或轉換圖象，並以語言或圖象說明呈現。
黃煥文(2009)	空間能力是能將實際形體在心中產生心象並記憶下來，依照所求將形體進行翻轉、旋轉、展開或摺合等操弄，進行透視或不同角度觀察的能力。
呂潔筠(2009)	將具體的二維或三維圖形想像成一個抽象的心象，並能針對這個心象作移動、旋轉、拆解、摺合、展開等操作的能力。
蔡曜宇(2009)	個體經觀察、記憶和辨識的過程後，對於平面和立體圖像訊息進行處理與轉換的能力。
施幸玟(2010)	心智操作的能力，經由翻轉、旋轉、位移、操弄、感官、記憶等方式，將三維以及二維的物體圖象作正確而有效的控制，瞭解物體位置改變的能力。

(接下頁)

(續上頁)

研究者(時間)	定義
陳桓長(2010)	個體對於外在環境或物體，經由視覺或心理操作的能力，此能力並非能百分之百無誤的建構出內心想像的圖象，而是個體本身對於空間問題而能進行猜想、推理、思考、記憶、創作思考等的一項能力。
吳春進(2010)	一個人對某個圖案或物件在三度空間中做心理移動、旋轉或改變位置方向的抽象思考能力。
張哲豪(2011)	個體辨識和操作圖象的能力，經由感官、記憶、辨識以及思考處理後，將二度空間之形體以圖像記憶於腦海中，並且在圖象經由平移、旋轉、對稱以及縮放後仍能掌握圖象間的關係的能力。
李嘉瑋(2011)	個體能在心中對平面或立體圖像，進行操控或轉換的能力。
林郁芬(2011)	在腦海中形成、操控平面或立體心像的能力。

資料來源：本研究整理

空間能力的定義隨著「智力」的發展而有不同的涵義，而智力隨著智力學者的智力理論和心理學者編製的智力測驗而發展出更多元化的內容與面相。從早期智力二元論、群因論，到後來的智力多元理論，空間能力為智力一環的想法逐漸被認同，而心理測驗中對應到空間能力的題目也越來越多，卻也發展出各種對空間能力不同的解釋，以下是研究者對空間能力定義文獻的整理。

一開始對空間能力的釋義，多以「對視覺進入的圖像，能夠進行心理操作。」(El-Koussy, 1935; French, 1951; Kelly, 1928; Pellegrino & Hunt, 1991; Shepard & Metzler, 1971)，強調對於藉由感官進入腦海中的圖像，能夠進行簡單心理層面的操作的能力；Thurstone(1938)則是提到「空間能力是將心中的圖像進行移轉、旋轉或扭轉，並能夠與變動後的圖象進行比對的能力」，從這當中，不僅開始試圖描述心理操作的具體化行為，還強調要包括與變動前的圖像"比較"的能力；Lohman(1984)則在此時提出「空間能力並不是單一一項能力」，也揭開了接下來空間能力解釋多方向的發展；

Guilford 和 Lacey(1947)提出「空間能力除了圖像在心理上的操作之外，還包括了平面與立體圖形之間的展開與摺合」，強調二維圖形與三維立體間的轉換，此與吳煥昌(2001)、呂潔筠(2009)、黃煥文(2009)、魏春蓮(2005)的定義相符合；Moir 和 Jessel(1989)提到「空間能力是將圖像記憶於腦海中，並能對形狀、位置、地理位置、大小比例轉換」，引入了不同於以往的看法，從相對位置與不同角度定位點來對心中的圖像進行操作，此與吳春進(2010)、林信全(2005)、黃惠薇(2008)、黃煥文(2009)、孫士雄(2001)的看法相雷同；林佳蓉(2004)提到「空間能力除了將物體以圖像方式於腦海中進行操作思考外，尚能正確辨識、透視圖形的能力」，強調了透視圖形的能力，能從少數獲得的視覺訊息中推理出完整的立體圖形，此與黃煥文(2009)及劉岫堯(2007)的看法相雷同；康鳳梅、和戴文雄(2001)提到「空間能力超越了一般如複製、技藝或配對的基本認知能力，還包括邏輯思考或創造性的空間思考能力」，顛覆了一般對空間能力的看法，此則與陳桓長(2010)的看法相同，強調猜想、推理與創作思考的能力。

經由上述整理國內外近遠期的文獻發現，隨著研究方向與層面的不同，對空間能力的解釋也不盡相同，但仍有其共通之處，早期的研究多視空間能力為智力的一部分，著重於概念的解釋，透過心理操作察覺圖象關係的能力；而近期的研究，則是不約而同的將空間能力視為心理操作方面能力，強調在心理能將圖象進行操作以及轉換方面的能力。所以研究者認為二度空間能力即是將實際的形體或是視覺上的圖象，經由感官的方式進到腦海中，並能夠進行轉換成心中的圖象，使其即使經由平移、旋轉、對稱以及縮放後，仍能辨識判斷其相對關係的能力。但對應國民中學九年一貫數學課程綱要，卻發現國中數學教材中，僅提及「縮放」和「對稱」，完全沒有針對「平移」以及「旋轉」等能力的教材進行教學，使研究者倍感好奇，如此是否會對學生在二度空間方面能力造成影響？欲進一步進行探究。

二、空間能力的分類

欲了解空間能力的內涵，就一定要從文獻中探討空間能力的種類。從中，我們可以了解到空間能力的演變，進而瞭解各個時期對於空間能力不同的解釋。

表 2-2

空間能力類型表

研究者(時間)	空間因素項目	定義
蔣家唐(1995, 引自李琛玫, 1996)	1. 圖形辨識能力	分為複製圖形、鑲嵌圖形、視覺記憶、圖形完成、圖形平移等能力
	2. 圖像操控能力	分為積木計數、積木旋轉、紙張摺合、圖像拆解、方位透視等能力
李琛玫(1996)	1. 空間關係及定位	於二度空間中運作的能力, 操作靜態、簡單的辨識能力
	2. 視覺化	於三度空間中運作的能力, 操作較為複雜、動態、非速度的能力
王克蒂(1998)	1. 視覺因子	想像平面展開圖摺疊、立體圖形展開所呈現出的樣貌, 或圖形反轉、扭轉和旋轉時所呈現樣貌的能力
	2. 定向因子	觀察元素間排列規則的能力, 並且在元素改變方向後, 依舊能夠辨識的能力
吳煥昌(2001)	1. 空間知覺	個體能觀察物體並在心中形成圖像及正確辨識的能力
	2. 旋轉與操控	將平面圖形或立體圖像於心中進行旋轉或操控的能力
	3. 空間知覺應用能力	將立體圖形於心中展開成平面的能力

(接下頁)

(續上頁)

研究者(時間)	空間因素項目	定義
洪志盈(2003)	1. 辨認觀察能力	對於二度空間圖像或是三度空間物體進行組合或分解的能力
	2. 轉換拆摺能力	對於觀察到的物體能進行摺疊或展開的能力
	3. 移動旋轉能力	對於觀看到的二度空間平面圖形或三度空間立體圖形能在心理轉換成圖像並將物體移動、旋轉和改變位置及方向的能力
	4. 空間推理能力	對於二度空間圖像或三度空間立體圖形能關係推理或透視圖像特性的能力
吳明郁(2004)	1. 空間視覺化	一種複雜、較為動態的能力，能將二維或三維圖像在心中進行想像、操作的能力
	2. 空間導向	一種簡單、較為靜態的能力，觀察物體所呈現的方位或空間輪廓改變時，依舊能掌握和理解物件間的關係的能力
楊博源(2006)	1. 靜態空間能力	觀察並辨識圖形的能力
	2. 動態空間能力	於心理操作想像性重組物件的能力
陳世玉(2006)	1. 空間視覺	個體將觀察到的物體在腦中形成心像，且可進行轉換的能力
	2. 空間定位	個體能想像出不同的角度物體的樣貌，去判斷景物或物件
	3. 空間知覺	個體能運用本身身體定義出空間關係，正確判斷空間圖形並能回應符合視覺的圖形刺激物

(接下頁)

(續上頁)

研究者(時間)	空間因素項目	定義
宋嘉恩(2007)	1. 空間移動旋轉能力	記憶與辨識二度或三度空間的圖形，即使物體被改變方位後，依舊能正確辨識的能力
	2. 空間視覺想像能力	利用推理能力透視圖形特性或想像其關係推理的能力
	3. 空間方位辨識能力	辨識出物體的相對位置或是基本方位的能力
	4. 空間方位應用能力	解決日常生活中空間方位問題的能力
張裕中(2008)	1. 空間定位	個體從不同定位點想像物體的形狀，或將物體經平移或旋轉後，依舊能正確且快速辨識的能力
	2. 空間視覺	平面或立體圖形在經過展開或摺合後，個體能想像空間中相對位置改變的能力
張哲豪(2011)	1. 空間辨識能力	個體在空間中經對稱、縮放、平移和旋轉後依舊能正確辨識、比較、保留、擷取空間物件或圖像的能力
	2. 空間定位能力	個體對空間中的物件或圖像改變方向後，依舊能從不同定位點去想像物體的形狀並辨識
	3. 空間視覺能力	物體在空間中改變相對位置後，個體可以在心中操弄物件或圖像，如：扭轉、翻轉、組合、展開或平移及旋轉

資料來源：研究者自行整理

空間能力發展的歷史悠久，從早期五十年代的國外文獻開始，雖然各個學者提出不同的分類與分類名稱，但將其統整後發現，提到的觀念都與Thurstone(1950)提出的 S1 與 S3 相雷同，S1 指的是個體能夠以不同的角度或定位點來想像物體；S3 指的是個體能將物體轉換成圖像記憶於腦海中，並進行心理操作，此兩項分類與之後的大多數學者重疊比例最高(French, 1951; French et al., 1963; Guilford & Lacey, 1947; Lohman, 1979; McGee, 1979; Pribyl & Bodner, 1985)，早期這些學者都認為空間能力應包含個體在感官收錄到物體的部分資訊後，結合心理層面的運作，能夠想像從不同的角度觀看物體的樣貌。此與數學題型中，"挖掉部分方塊的正立方體，請計算剩餘的單位方塊數？"題目雷同，個體要能夠去從不同定位點想像物體每一面所包含的方塊數量；數學單元"生活中立體圖形"，計算不同大小圓柱體重疊厚表面積的題目，解題技巧中，個體也需想像從上方俯視後大小底面重疊成一個完整大的圓形的觀念，在在的都使用到此項空間能力。第二項學者們雷同的空間能力分類提到的是，個體能將感官收錄到的物體資訊，先記憶到腦海中並轉換成圖像資訊，接著能夠進行移動、旋轉、翻轉之類的心理層面操作，並能夠輸出圖像進而辨識與原本物體的不同之處。此與數學題型中，"在正方形一邊連接一相同邊長之正三角形，將正三角形一頂點固定後，正三角形以這頂點作旋轉至另一邊重合後停止，求正三角形另一重疊頂點的移動路徑長？"，此題型學生必須在心中想像正三角形會如何做旋轉，以及頂點經過旋轉後產生的路徑，牽涉到空間能力中心理層面的操作，與上述學者陳述的相雷同。

而 Guilford 和 Lacey(1947)也提出"空間透視"的分類概念，其中雖然包括了很多不同的概念，當中最特別的是提到了平面圖形與立體圖形的展開與摺合轉換，指的是個體感官收錄到物體二維的訊息後，可以在腦海中運作，轉換成三維的立體圖形，亦或收錄到三維的立體圖形資訊後，可以在腦海中將其展開成二維的平面圖形。此與國中基測數學考題中，"將一平面三角形或長方形進行繞柱旋轉後，計算其表面積或體積？"與"給許多不同的平面單位方塊組合展開圖，試問哪一個可以組合成單位立方體？"，此兩個題型則牽涉到上方空間透視的能力，將平面圖形與立體圖形轉換的心理層面操作，此與 Lohman (1979)提到的想像透視相雷同。

結合近年國內學者的看法得知，雖然隨著研究的領域與主題面向的不同，而產生不同的空間能力分類項度及內容，但是互相比較之後，發現學

者們的看法內總有不少相似之處，大致上可分為兩類：「空間方位或關係」和「空間視覺化」(呂潔筠，2009)。前者偏靜態圖形的觀察，能從不同角度定位點來判別圖像之間的關係；後者則偏心理上的動態操作，能將觀察到的物體轉換成圖形，並將此圖像在心中操作移動、旋轉、翻轉、展開、組合...等動作。由於本研究的研究工具主要參考張哲豪(2011)的研究工具，以及研究者於近年基測所接觸到的空間能力相關題型，結合上述國內外文獻中分析中常見的空間能力分類，將空間能力種類分為「空間知覺能力」、「空間定位能力」、「空間透視能力」等三大類。「空間知覺能力」是指當個體觀察完物體，能將所觀察到的物體轉換成腦海中的心像後，進行心理操作如：移動、翻轉、旋轉、放大、縮小、對稱...等，依舊可以正確表達出操作完的圖像，並正確判斷物件之間關係的能力；「空間定位能力」是指個體觀察完空間的物體後，可以從不同角度定位點去想像物體的形狀和樣貌，不會混淆不清的能力；「空間透視能力」是指個體能將觀察到的二維的平面圖形或三維的立體圖形後，能在心中進行展開或組合的操作，並正確判斷其對應關係的能力。此分類與 Lohman(1979)、吳煥昌(2001)、洪志盈(2003)相雷同，而將這三項分類作為研究工具發展的基準，以切合本研究的目的。

基於上述討論，本研究之研究工具擬從「平移」、「對稱」、「旋轉」、「縮放」等四個面向設計問題，雖然本研究之教學是針對學生之「旋轉」能力加以強化，但依舊可以探討其它的空間面向是否因此也發生改變。此外，研究工具中更加進近年國中基測中較常出現的題目，關於空間能力中「空間知覺能力」的考題，考驗學生是否在進行空間能力的旋轉教學後，是否也能有所提升。以上都令研究者十分好奇，亟欲在接下來的研究中探究之。

第二節 國中數學課程幾何空間能力教材內容分析

根據教育部九年一貫 97 數學學習領域課程綱要揭示，數學之所以被納入國民教育中是因為：1. 數學是人類最重要的資產之一；2. 數學是一種語言；3. 數學是人類天賦本能的延伸。故數學對於我們來說，不僅是一種歷史資料的傳承，更是與世界接軌、發展未來的一門學問，都讓我們了解學習數學的重要性。而在 97 課程綱要中，將數學領域分成「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題，其中，本研究所關注的空間能力係屬幾何主題，而研究者發現，幾何領域約占國中數學課程的 22 個章

節中僅 6 個章節。然而，由於研究者本身為國中數學教育現場教師，發現所有國中數學領域中，數學幾何範圍的學習對學生是最難理解與接受的，甚至因此而對學習數學萌生放棄的念頭。不禁讓研究者產生疑問：是不是因為我國的幾何部分教材在國小或國中的不足，或是來的太慢，使得學生在建構本身數學思維時無法將整體學習融會貫通，而導致學生學習數學的困難呢？基於上述想法，故本小節中，研究者將從整理教育部的九年一貫課程綱要幾何階段能力指標與各個教材中的幾何單元，從中探討空間能力的比例與內容是否足夠。

一、數學領域幾何階段能力指標

能力指標為教育部訂定出，針對各科領域及主題教學後，學生應明確具備的能力和評量標準，故為各級學校老師所奉行的準則。以下是我國九年一貫數學學習領域幾何主題的所有能力指標，整理如表 2-3 所示。



表 2-3

九年一貫數學學習領域幾何主題能力指標一覽表

階段	能力指標	
二下	8-s-01	能認識生活中的平面圖形（三角形、四邊形、多邊形及圓形）。
	8-s-02	能認識並定義簡單幾何圖形的點、線、角（含符號： \cdot 、 \angle ）。
	8-s-03	能認識圓形的定義及相關名詞（圓心、半徑、弦、直徑、弧、弓形、圓心角、扇形）。
	8-s-04	能認識尺規作圖。
	8-s-05	能利用直角定義兩直線互相垂直，以及利用垂直於同一直線定義兩直線互相平行。
	8-s-06	能具體說明兩平行線間距離處處相等。
	8-s-07	能熟練基本尺規作圖。
	8-s-08	能認識平行線的基本性質。
	8-s-09	能以最少性質辨認三角形。
	8-s-10	能理解平面圖形線對稱的意義。
	8-s-11	能理解特殊三角形的定義。
	8-s-12	能理解三角形的基本性質。
	8-s-13	能理解特殊三角形的性質。
	8-s-14	能以尺規作圖理解兩個三角形全等的意義。
	8-s-15	能理解三角形的全等性質。
	8-s-16	能理解三角形邊角關係。
	8-s-18	能理解特殊四邊形的定義。
	8-s-19	能作出正方形及平行四邊形的圖形。
	8-s-21	能理解平行線截線性質：兩平行線同位角相等；同側內角互補；內錯角相等。
	8-s-22	能理解平行線的判別性質。
	8-s-23	能理解平行四邊形的意義與性質。
	8-s-24	能理解平行四邊形的判別性質。

(接下頁)

(續上頁)

階段	能力指標	
二上	8-s-25	能理解平行四邊形的面積公式。
	8-s-26	能理解梯形的意義與性質(包含梯形中線性質)。
	8-s-27	能利用三角形內角和為180度的性質,解決多邊形內角和、與外角和定理的問題。
	8-s-28	能辨識一個敘述及其逆敘述間的不同。
	8-s-29	能利用平面圖形的性質解決周長問題。
	8-s-30	能利用圓的性質解決扇形面積問題。
二下	8-s-31	能描述複合平面圖形構成要素間的可能關係。
	8-s-32	能計算複合平面圖形的周長及面積問題。
	8-s-33	能以最少性質辨認立體圖形。
	8-s-34	能描述複合立體圖形構成要素間的可能關係。
	8-s-35	能計算柱體表面積的問題。
	8-s-36	能計算簡單複合立體圖形的體積及表面積問題。
三上	9-s-01	能根據平行線截線性質作推理。
	9-s-02	能對簡單的相似多邊形指出對應邊成比例、對應角相等性質。
	9-s-03	能理解三角形的相似性質。
	9-s-04	能理解平行線截比例線段性質。
	9-s-05	能利用相似三角形對應邊成比例的觀念,應用於實物的測量。
	9-s-06	能理解直線與圓及兩圓的關係。
	9-s-07	能理解圓的相關性質。
	9-s-08	能理解三角形外心的定義和相關性質。
	9-s-09	能理解三角形內心的定義和相關性質。
	9-s-10	能理解三角形重心的定義和相關性質。
	9-s-11	能以三角形和圓的性質為題材來學習推理。

資料來源：教育部 97 年國民中小學九年一貫課程綱要(教育部，2008)

比較各國幾何教材（洪雅齡，2005；姜志遠，2005；翁婉珣，2005；徐偉民、林美如，2009；彭惠群，2010），卻發現各國無不將幾何主題視為重點方向去做加強。而在此時，再細觀我國 97 課程綱要幾何主題的能力指標卻發現，其中與研究者所探究的空間能力分類「平移」、「對稱」、「旋轉」和「縮放」相關的能力指標僅有「8-s-10 能理解平面圖形線對稱的意義。」、「9-s-2 能對簡單的相似多邊形指出對應邊成比例、對應角相等性質。」、「9-s-3 能理解三角形的相似性質。」和「9-s-5 能利用相似三角形對應邊成比例的觀念，應用於實物的測量。」四項而已，僅僅只有提及「對稱」與「縮放」，完全沒有任何能力指標提及到「平移」以及「旋轉」，反觀新加坡、芬蘭、英國、中國大陸、美國等國均特別訓練學生對圖形的翻轉、平移、旋轉、放大與縮小等能力（洪雅齡，2005；姜志遠，2005；翁婉珣，2005；徐偉民、林美如，2009；彭惠群，2010）。其中又以中國大陸對空間能力的部分最為重視，例如於「對稱」方面，中國大陸於第一階段（小學 1~3 年級）和第三階段（中學 7~9 年級）以循序漸進的方式進行教學，且其對於相似和幾何證明的部分也遠比我國課程綱要的琢磨較多，都在在的顯示我國課程中在空間能力部分教材的不足。

二、康軒、翰林與南一版數學學習領域教科書與幾何相關單元名稱整理

教育部訂定之國中數學學習領域幾何主題教學目標為「幾何方面要學習三角形及圓的基本幾何性質，認識線對稱與圖形縮放的概念，並能學習簡單的幾何推理。」，使用簡單的一句話帶過國中數學幾何學習的方向。於是研究者整理現行最常使用之康軒、翰林和南一版與幾何主題相關之單元和章節名稱，依年級不同整理如表 2-4，以方便研究者了解究竟現行各科教科書針對教學目標所發展出的教材為何。

表 2-4

國中九年一貫數學學習領域教科書與空間能力有關教材單元一覽表

版本	康軒		翰林		南一	
年級	章節單元名稱		章節單元名稱		章節單元名稱	
二下	第 2 章 幾何圖形與尺規作圖		第 2 章 幾何圖形		第 2 章 簡單幾何圖形	
	2-1	生活中的平面圖形	2-1	平面圖行	2-1	平面圖行
	2-2	垂直、平分與線對稱圖形	2-2	立體圖形	2-2	垂直平分與線對稱
	2-3	尺規作圖	2-3	垂直、平分與尺規作圖	2-3	尺規作圖
	2-4	生活中的立體圖形	第 3 章 三角形的基本性質		2-4	生活中的立體圖形
	第 3 章 三角形的基本性質		3-1	內角與外角	第 3 章 三角形的性質	
	3-1	三角形的內角與外角	3-2	三角形的全等	3-1	三角形的內角與外角
	3-2	三角形的全等性質	3-3	三角形的邊角關係	3-2	三角形的全等性質
	3-3	三角形全等性質的應用	第 4 章 平行與四邊形		3-3	三角形的邊角關係
	3-4	三角形的邊角關係	4-1	平行線與截角性質	第 4 章 平行與四邊形	
	第 4 章 平行		4-2	平行四邊形	4-1	平行線
	4-1	平行	4-3	梯形	4-2	平行四邊形
	4-2	平行四邊形與梯形			4-3	特殊的平行四邊形與梯形

(接下頁)

(續上頁)

版本	康軒		翰林		南一	
年級	章節單元名稱		章節單元名稱		章節單元名稱	
三上	第 1 章 相似形		第 1 章 相似形		第 1 章 比例線段與相似形	
	1-1	相似形	1-1	相似形與比例線段	1-1	比例線段
	1-2	相似三角形	1-2	三角形的相似性質	1-2	相似形
	1-3	相似三角形的應用	1-3	相似三角形的應用	第 2 章 圓的性質	
	第 2 章 圓		第 2 章 圓形		2-1	點、直線、圓之間的關係
	2-1	點、直線、圓之間的位置關係	2-1	點、線、圓	2-2	圓心角、圓周角與弦切角
	2-2	圓心角、圓周角與弦切角	2-2	圓心角、圓周角與弦切角	第 3 章 幾何證明	
	第 3 章 幾何與證明		第 3 章 三角形的心		3-1	學習幾何證明
	3-1	幾何推理	3-1	幾何推理	3-2	三角形的心
	3-2	三角形的外心、內心、重心	3-2	三角形的心		

資料來源：研究者自行整理

由表 2-4 可知，各科教科書均將幾何課程編於國中二年級下學期與三年級上學期中進行，其單元也幾近大同小異，大致上主題為「幾何圖形」、「三角形的基本性質」、「平行四邊形」、「相似形」、「圓形」與「三角形的三心」等六個單元。但研究者依舊發現：

1. 內容大部分以基本平面圖形為主，如：三角形、平行四邊形、圓形，幾近就占了國中幾何六個單元中的五個單元。
2. 針對空間能力部分，一如前面所探討之能力指標所示，對應的章節少得可憐，僅存在二年級的「垂直、平分與線對稱圖形」小節中的一個主題與三年級第一章「相似形」中。

現行的我國教科書中，均從國二下才開始接觸幾何主題的學習。然而研究者認為，無論是幾何中的平面圖形或是空間能力，都習以為常的存在我們生活中，舉凡：「定位」、「平面圖形」、「立體圖形」、「旋轉」、「對稱」、「縮放」...等，從影印、相機、建築、地圖、飲食...等元素中都一一可見，並不是一門高深莫測而遠不可及的學問。參考中國大陸將旋轉教材編列在國小課程中，而我國九年一貫課程綱要中卻不見「旋轉」面向所對應的能力指標，更是令研究者難以理解？針對國內課綱中所規劃的空間能力課程，對我國學生在這方面的學習是否足夠？國內國中學生空間能力表現的現況變成為研究者第一個要探討的目標。也因此決定將空間能力旋轉教材視為本研究的中心主題，利用美國國家虛擬教具(NLVM)搭配研究者設計之二度空間旋轉能力教材，進行旋轉主題的教學，試圖檢視學生之二度空間能力是否能因此而有所成長？而這樣的空間旋轉教材是否可以在國中階段引入課程中，學生的接受度如何？也是研究者積極想要研究的方向。期許能以此研究成果，建議往後之教學綱要能夠有所調整，加入旋轉方面教材，以強化我國學生在二度空間概念上之能力，使學生在國中階段結束後能具備更完整更多元的數學能力。

第三節 空間能力的實徵性研究

由於本研究係針對當下學生為實驗對象，研究主題係屬二度空間能力中的旋轉面向，因此，了解目前各方學者所調查相關於二度空間能力的研究，將有助於研究者了解學生不足與需要加強的方向，以便研究者在發展課程及教材時能更切合重點，而達到研究目的。

一、空間能力現況之研究

張哲豪(2011)以桃園縣國中學生為研究對象進行調查研究，有效樣本共 1452 份，針對國中學生二度空間能力之研究，研究結果發現：1. 桃園縣國中生在平移、旋轉、對稱、縮放與綜合五項子測驗中的結果彼此之間具有中度正相關；2. 旋轉子測驗中得分最高分為 8 分、最低分為 0 分，全

體學生平均分數為 5.67 分、答對率 70.88%、標準差 2.02，標準差是五個子測驗中最大的，代表學生之空間能力中以旋轉能力表現差異最大。從張哲豪(2011)的研究中我們得知，各項空間能力之間其實存在某種程度上的相關指數，雖然本研究的主軸著重在空間旋轉能力的加強，但是否能藉由旋轉概念的學習而對學生其它能力有所影響，也是本研究的目標之一，因此，本研究之研究工具參考張哲豪(2011)的研究工具，將其分為原本的平移、對稱、旋轉、縮放、綜合五項子測驗外，另外加入空間綜合子測驗，以基測或教科書中常出現的題型，測驗學生是否具備這方面的能力。

從張哲豪(2011)的研究數據當中，我們發現不同級別的學生之間空間能力是有顯著差異的，九年級高於八年級，而八年級也高於七年級，顯示空間能力的發展與級別是存在相關的，此與李嘉瑋(2011)、張秋雁(2007)的研究相吻合。本研究中的研究對象以研究者任教的兩個九年級學生為研究對象，所以應具有一定的空間能力水準。

從張哲豪(2011)的研究中，我們得知桃園縣國中生在空間能力的表現，各項子測驗答對率以綜合能力(64.75%)最低，而以平移能力(88.63%)，屬於中等以上的表現，此與吳文如(2004)以高雄市國中生為研究對象的結果相同，梁勇能(2000)以大台北國二學生為對象認為學生有中等程度的空間能力也相似。但此時，研究者產生了疑問，此項結果是否能套用在現今的國中生？又能否因為介入空間旋轉能力教學後能對學生的空間能力有所助益，變成為本研究的目標。

國小學生的空間能力表現不理想，國中學生的空間能力屬於中等或中等以上的表現，但目前情況是否依舊如此？其中，空間能力又以旋轉能力的表現為最差，亦有許多學者針對旋轉問題的錯誤類型與策略進行研究（梁勇能，2000；劉岫垚，2007；黃惠薇，2008；呂潔筠，2009），顯示旋轉能力對學生來說並不容易，因此更增進了研究者選擇空間能力中的旋轉類別為研究主題，進行教學實驗，檢視是否能夠藉此增進學生空間旋轉能力。

二、空間能力與數學學習成就的關係

數學為科學之母，眾多應用科學皆需要數學當作統計分析的工具還有進行複雜嚴謹的運算，所以數學被視為重要的學科之一。如果學生之數學學習成就與空間能力存在正相關，那我國教材中規畫的空間能力教材是否

足夠以應付未來學習各項高階科學的能力呢?就成為研究者需要探討的一部分。

空間能力與數學表現的研究大多數以國小的為主，僅有少部分以國中生為對象。吳文如(2004)以高雄市某國中一、二、三年級學生為對象進行研究，針對國中生數學成就與空間能力相關因素進行研究，研究結果發現：國中生的空間能力與數學成就呈現中度相關，分為"空間知覺能力"、"空間組織能力"、"空間整體能力"、"二度空間旋轉能力"與"三度空間旋轉能力"五個面向與數學成就進行統計分析，其中又以"空間整體能力"面向的相關性最高，此與蔡曜宇(2007)的研究結果相呼應，蔡曜宇(2007)甚至提出學生的數學表現可藉由空間能力與視覺空間工作記憶來預測之，預測率可達 76.5%，由此可見，空間能力與數學的密切相關之處。而較多於國小的研究則是認為學生的數學表現與空間能力於小學一到四年級存在正相關，而五到六年級存在中度相關以上的表現(林浚傑，2007；張秋雁，2007；馮雅慧，2006)。

綜合上述研究，學者們均認為空間能力與數學成就達一定程度的相關，也就是數學學習與空間能力息息相關。好的空間能力，可能促進數學學習的速度；而數學能力好的學生，其空間能力的表現可能更傑出。而研究者產生的問題是，是否正因為我國國小和國中教材中空間能力教材的不完整，而導致學生在學習數學時，因缺少部分的空間知識架構，而導致教師和學生間的教與學產生間隙，造成老師不懂為何學生無法接受？而學生也不懂該如何問起的情境，故而學生覺得數學很難，產生令人想放棄的念頭。空間能力並不是一門高深的學問，甚至可以從國小就開始融入課程中學習，根據蔡曜宇(2010)指出，國中學生其數學學習之表現可以經由視覺空間工作記憶和空間能力來預測。因此，好的空間能力可以預測學生也會有好的數學學習成就。所以應在教材中多加進空間能力的接觸與訓練，相信數學能力與空間能力是可以互相相輔相成，進而減少學生遇到的學習無助感。

虛擬教具在教學上的幫助，一直是無庸置疑的，虛擬教具可以提供給學生具體的學習經驗，易於分享、上傳與課程上容易呈現，都是優於傳統實體教具教學的地方(袁媛、陳國龍、張世明，2007)。除此之外，楊子賢(2011)更提到，同樣都是使用動態幾何軟體融入的教學，若能搭配合宜的教學法，如此的模式將更適合國中階段的學生。因此，本研究結合美國國

家虛擬教具圖書館(NLVM)的 Transformations - Rotation 工具，研究結合不同的教學策略(討論教學法與自學輔導法)，搭配研究者發展的學習單，探討教學後學生二度空間能力改變的情形？研究虛擬教具結合適宜的教學法下，對於學生之二度空間能力是否能夠有所提升？期待對學生的學習能夠有所幫助。

三、空間能力的性別差異

男女性別差異一直是研究的熱門話題，在空間能力上的研究更是不勝枚舉。洪蘭在 2000 年翻譯 Moir 和 Jessel 所著的「腦內乾坤-男女有別，其來有自」中，更是從大腦中的組成以及實際案例探討男女性別差異的產生原因。也令研究者好奇性別差異是否對空間能力也所有影響，因而進行探討。

統整近年國內的關於空間能力的研究關於性別方面，整理如下：

1. 男優於女：

李嘉璋(2011)、施幸玟(2010)、梁勇能(2000)、劉岫堯(2007)、蔡曜宇(2010)

2. 男女沒有差別：

吳文如(2004)、宋嘉恩(2007)、林浚傑(2007)、梁勇能(2000)、張秋雁(2007)、張哲豪(2011)、黃惠薇(2008)、馮雅慧(2006)、黃煥文(2009)

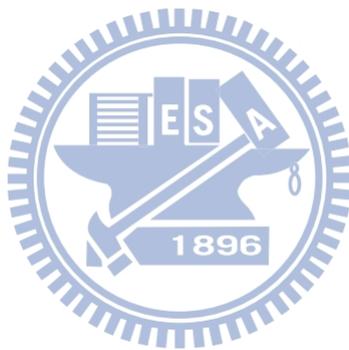
3. 女優於男：

呂潔筠(2009)

綜合上述研究，男女生的性別差異在空間能力範疇上的研究結果不一，根據研究的主題，甚至細分到分層的種類，都不盡相同；然而有些研究也根據不同年級、不同背景、不同空間能力項目，因而造成不同的研究結果。根據洪蘭在 2000 年翻譯 Moir 和 Jessel 所著的「腦內乾坤-男女有別，其來有自」中認為，男女生性別差異最大的部分就是"空間能力"，並根據心理學家蘭瑟爾(Dr. Herbert Lansdell)的研究發現，說明男女空間能力的差異是因為：男人的空間能力全權由右腦負責掌管，右腦只掌管空間視覺訊息；而女人的左腦和右腦則都有掌管視覺空間的能力，左右腦都用。故男人的大腦因為功能都是特定的區域負責，所以不會因為大量湧入的訊息而分心。書中也提到另一位大腦性研究者魏托生(Sandra Witleson)也持相同意見，因為大腦組織的不同，女人的空間能力因為受到兩個腦半球的控制，

在處理空間能力作業時，可能同時因為要處理其它訊息而分心，因而表現不好。從上述的敘述中，我們了解到男女生空間能力不同表現的先天性原因，但實際情形是否如此呢？且前述的研究大多是針對國小學童為對象，而在國中階段學生在性別上的差異表現是否相同？都是令研究者好奇，因而將男女性別的變項加入研究中，作為後續數據統計分析的討論部分來探討之。





第三章 研究設計與方法

本研究透過美國國家虛擬教具圖書館(NLVM)的虛擬教具和研究者所設計的學習單，進行二度空間旋轉概念的教學，探討並比較兩種不同教學模式(討論教學法與自學輔導法)對學生學習空間概念的影響。由於實驗學校採取常態編班且男女合班的模式教學，考量到學校課表不易變動的問題，故本研究採取不等組前後測之準實驗設計，以對學生正常課業最小之影響性下進行研究。本章共分為五節探討研究設計與方法，第一節為研究設計與架構，第二節為研究流程，第三節為研究對象，第四節為研究工具，第五節為資料處理與分析。

第一節 研究設計與架構

基於研究目的，挑選研究者所任教的兩個三年級班級，隨機選取一班為實驗一組，另一班則為實驗二組，實驗設計如表 3-1。

表 3-1
不等組前後測準實驗設計



自變項	前測	實驗處理	後測	延後測
實驗一組	T1 T2	X D	T3	T4
實驗二組	T1 T2	X I	T3	T4

註：T1：為學生上學期前兩次數學定期評量平均

T2：為二度空間能力測驗(前測)

T3：為二度空間能力測驗(後測)

T4：為二度空間能力測驗(延後測)

X D：融入討論教學法的二度空間旋轉概念教學

X I：融入自學輔導法的二度空間旋轉概念教學

實驗設計的步驟說明如下：

- 一、實驗進行前，先調查實驗一組與實驗二組三年級上學期前兩次數學定期評量平均分數，藉此作為數學學業表現分組依據，區分高、中、低

組；因兩個班級屬於常態分班，基本上兩班的能力相當，但為確保兩班在實驗教學前的能力是否一致，因此於教學實驗進行前一天進行二度空間能力測驗(前測)，利用這些成績先進行獨立樣本 t 考驗(如表 3-2)，資料分析結果發現 t 值未達顯著($t=-.297$ ， $p=.768 > .05$)，即兩組學生在教學實驗前之二度空間能力是相同的，因此可以說兩組學生在實驗教學前具有相同的起點能力，故實驗效果將以二度空間能力測驗後測及延後測結果為依變項進行分析。

表 3-2

兩組學生在二度空間能力測驗前測成績之 t 統計考驗摘要表

組別	人數	平均數	標準差	t 值	p
實驗一組	32	23.00	4.399	-.297	.768
實驗二組	33	23.30	3.820		

二、實驗一組接受融入討論教學法的二度空間旋轉概念教學活動；實驗二組接受融入自學輔導法的二度空間旋轉概念教學活動。實驗教學時會控制兩組教學活動時間一致。

三、兩組於教學活動後隔天上數學課時段進行後測。

四、後測結束一個月後，實驗一組與實驗二組於同一日上數學課時段一起進行延後測。

茲將本研究之研究架構說明如圖 3-1。

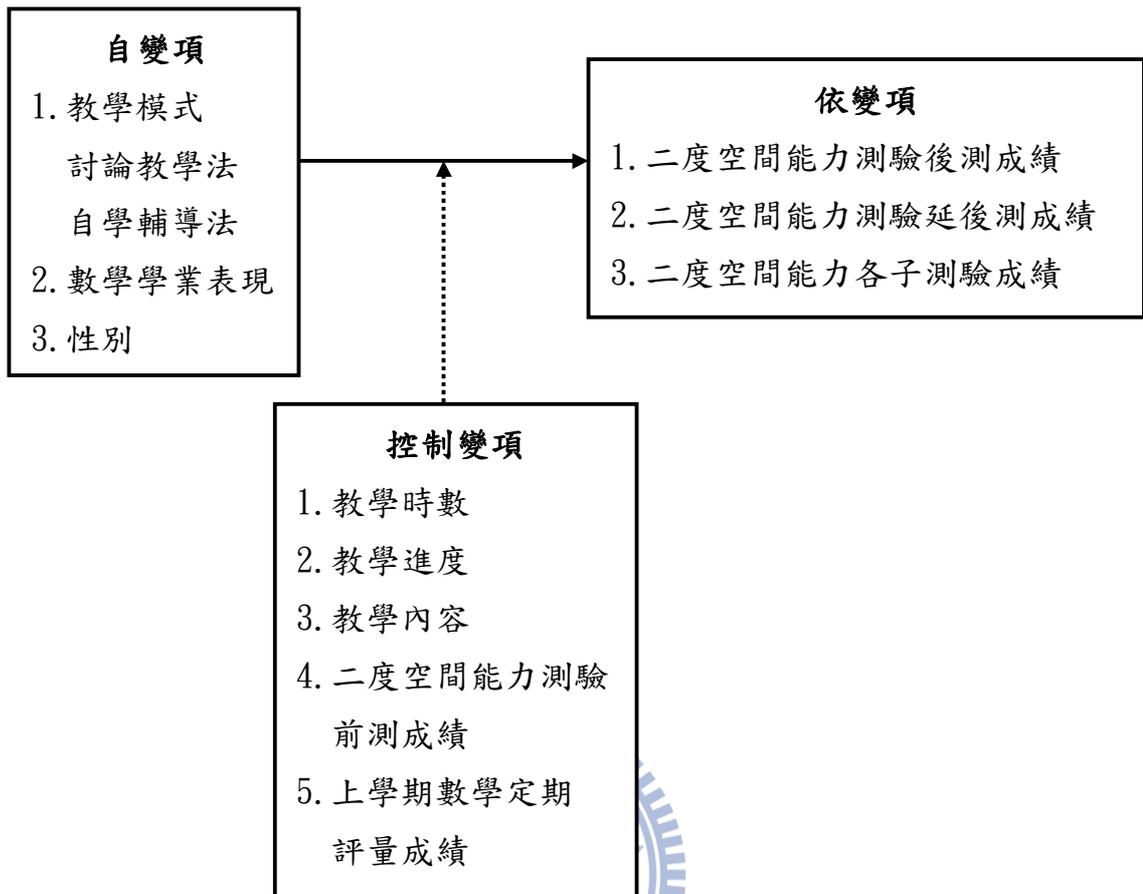


圖 3-1 研究架構圖

本實驗研究之控制變項包括教學時數(2 節課)、教學進度、教學內容、二度空間能力測驗前測的成績及前一學期數學定期評量成績；自變項為探討應用虛擬教具融入不同教學模式對學生二度空間概念學習成就之影響、不同數學學業表現與性別；而依變項為二度空間能力測驗後測、延後測成績及二度空間能力各子測驗的成績。

第二節 研究流程

本研究之研究流程分成準備預試階段、正式實驗階段與結果分析階段。各階段說明如下：

一、準備預試階段

自民國 101 年 3 月至 11 月，研究者開始收集相關資料以及閱讀文獻，確定研究主題後，即進行更深入之文獻閱讀以及教材之設計並規劃設計期程，主要工作情形如下：

(一)收集相關資料並閱讀文獻資料

研究者先以實務性的虛擬教具為範疇，收集相關學者研究閱讀，隨後和指導教授討論後，確定研究主題，並定期和指導教授討論研究內容，以確定本研究之方向與理論支持。

(二)發展測驗工具

研究者於 2012 年 7 月至 2012 年 10 月間發展測驗工具，先以張哲豪 (2011)所發展之「二度空間能力測驗」為依據，搜集相關測驗之研究，進行題目之編輯，並請少數學生進行試題的試做，以確定試題有沒有任何文意和閱讀上問題。

(三)教材及學習單設計

本研究使用美國國家虛擬教具圖書館之教學資源，搭配設計之學習單，其內容包括：二度空間名詞介紹、教具操作說明、紀錄方法說明以及例題練習。設計過程中，與指導教授討論呈現方式與文字上的修正，以及如何引導學生作思考及討論的引導，如附錄 1。

(四)進行預試

為了掌握測驗工具之信度、難度、題意之明確性以及掌握所需時間，於 2012 年 10 月以研究者所任教之學校中，隨機選取兩個國中八年級班級共 60 個學生為對象進行預試，預試完成後，以統計軟體 SPSS 進行分析，確定題目適切性後，正式完成本研究測驗工具之編修。

二、正式實驗階段

(一)選定研究對象

由於考量教學風格不同造成的影響以及降低因研究對學生正常課程學習的影響，故研究對象挑選研究者所任教的兩個國中九年級班級，因研究者均為數學課授課教師，故學生應無熟悉教師之問題存在。本研究隨機挑選一個班為實驗一組，另一個班則為實驗二組。

(二)實施前測

本研究於 101 年 12 月進行教學實驗，於實驗前一堂課進行「二度空間能力測驗」。

(三)教學實驗

本研究於學校電腦教室進行，實驗一組與實驗二組均實施兩堂課之教學實驗：實驗二組第一堂課主要為二度空間名詞之解說，並進行相關操作

說明，第二堂課則為自行創作圖形並紀錄以及填寫學習單；實驗一組第一堂課也進行二度空間名詞之解說，並進行相關操作說明，第二堂課於自行創作題目後，進行討論教學法活動，引導學生進行思考以及討論分享發現。藉此探討虛擬教具融入教學的活動是否因討論活動的介入而有更好的成效。

(四)實施後測

為了解實驗一組及實驗二組在有無實施討論教學法對學習成效的影響，於教學實驗完隔天各組上數學課時段，兩組再次進行相同之「二度空間能力測驗」後測。

(五)實施延後測

教學實驗結束一個月後，為了解實驗一組和實驗二組學生之學習保留性，故進行「二度空間能力測驗」延後測。本研究為確實了解學生進步情形，故前測、後測及延後測採同一份問卷，但實驗後即回收試卷並告知學生不要討論避免學生因討論或練習而造成影響後面測驗結果之情形。

三、結果分析階段

自 101 年 12 月至 102 年 2 月，研究者將研究期間所蒐集到的資料、數據加以整理以及分析，進行本論文的撰寫工作，並依據研究結果定期和指導教授討論，進一步提出研究結論與未來研究建議。本研究的實驗流程列於圖 3-2。



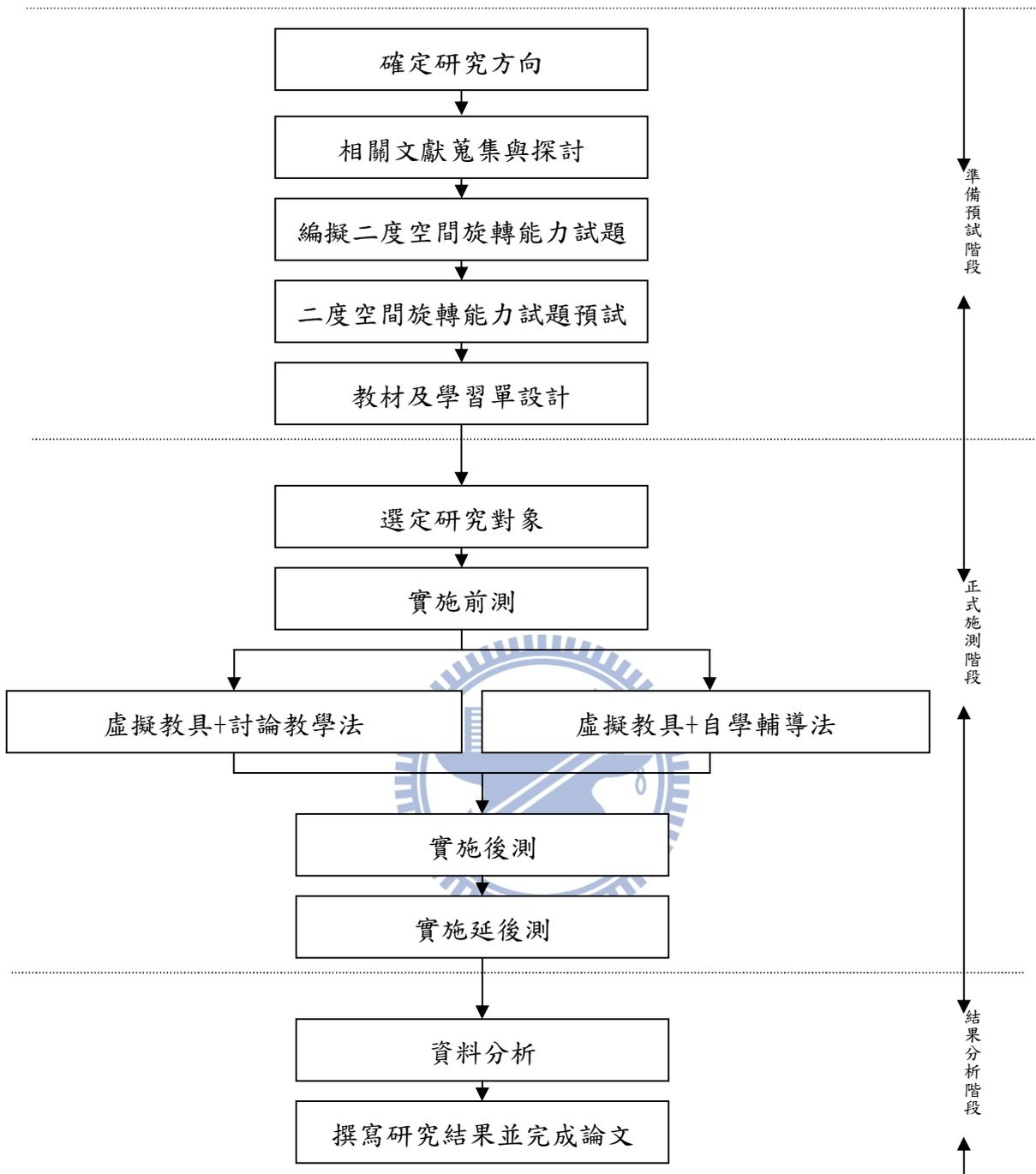


圖 3-2 研究流程圖

第三節 研究對象

由於本研究的教學內容並未包括在九年一貫課程綱要中，因此並沒有哪一年級適用的問題，在以不影響學校課程為原則，本研究選擇研究者所任教的新竹市幸福國中(化名)九年級學生，其中兩個班作為研究對象，由於學校採取常態編班且男女合班的模式教學，因此研究者從所任教的兩個

班級中隨機選取一個為實驗一組，另一個班級為實驗二組。以下為實驗一組和實驗二組的班級學生人數和男女學生人數，如表 3-3。

表 3-3

研究樣本人數統計表

組別	男生人數	女生人數	總人數
實驗一組	17	15	32
實驗二組	19	14	33
合計	36	29	65

本實驗研究教學教師即為研究者本人，研究者目前是第四年任教於國中，平時擔任導師的工作，並教授數學課程。研究者就讀科技與數位學習相關系所，課程內容包含虛擬教具的使用與製作，對虛擬教具具有一定的了解，且多次於課堂中結合電子書資源，教學操作沒有問題。研究對象的實驗一組學生與實驗二組學生均為研究者任課班級，因此應無教學風格問題產生。

第四節 研究工具

本研究之研究工具包括：自編之「二度空間能力」測驗、旋轉變換工具、自編二度空間概念學習單。分別陳述如下：

一、自編之「二度空間能力」測驗

(一) 測驗目的

本測驗為研究者與同研究室之朱有聖共同編製完成。本測驗欲了解學生之二度空間能力發展，以及不同模式之二度空間概念教學前後，是否影響學生之二度空間能力。

(二) 編製依據

本測驗的目的在於測驗出學生之二度空間能力。研究者根據文獻探討，參考國內相關研究之問卷設計，包括：呂潔筠(2009)、張哲豪(2011)、施幸玟(2010)等研究者之問卷，將研究測驗分為七大部分，依序為：基本資料題、平移子測驗、對稱子測驗、旋轉子測驗、縮放子測驗、綜合子測

驗、三度空間綜合子測驗等，主要探討學生之平移、對稱、旋轉以及縮放等能力。

(三) 預試與修正

本測驗之編修初稿(如附錄 1)完成後，即與專家教授(袁媛教授)、新竹縣某國中數學教師(兼任資料組長)以及多位同校數學教師進行討論，提出針對本測驗內容之建議與修正意見，如表 3-4。

表 3-4
專家教授與專家教師建議修正內容

問卷內容修正意見	修改及調整
玩電腦、上網時間太為廣泛	針對單純玩電腦的時間
學生填寫數學定期成績組別	不須調查，直接調資料即可
調查學生對數學的態度	改以請學生以一種食物形容數學
豐富旋轉類型題目	增加第 18 題，方塊旋轉類型 增加第 20 題，立體旋轉類型
附屬子測驗名稱不適宜	改以"空間綜合子測驗"稱呼
題幹說明尚須清晰明瞭	多處進行語意調整，並強調旋轉 0 度之觀念與縮放 1 倍之觀念強化

問卷經由上述意見修改後(如附錄 2)，研究者委請學校之同事進行八年級數學學習成就高中低學生各三位進行試閱，確定閱讀上沒有問題，故測驗具有表面效度；試閱結束後，另委請八年級某班學生進行預試，試題分析結果見表 3-5，並藉此進行估計測驗時間，大約 23 分鐘可完成測驗，因此測驗時間訂為 25 分鐘，學生具有充足的時間可完成測驗。

表 3-5

「二度空間能力」測驗試題難度與鑑別度

題號	高分組答對率	低分組答對率	難度(P)	鑑別度 (D)
平移 7	1	.7	.85	.3
平移 8	1	.65	.825	.35
平移 9	.9	.75	.825	.15
平移 10	1	.7	.85	.3
對稱 11	1	.85	.925	.15
對稱 12	1	.65	.825	.35
對稱 13	1	.7	.85	.3
對稱 14	1	.85	.925	.15
旋轉 15	.85	.35	.6	.5
旋轉 16	.95	.25	.6	.7
旋轉 17	1	.5	.75	.5
旋轉 18	.95	.4	.675	.55
旋轉 19	1	.45	.25	.55
旋轉 20	.95	.45	.7	.5
旋轉 21	.9	.55	.725	.35
旋轉 22	1	.6	.8	.4
縮放 23	.9	.35	.625	.55
縮放 24	.8	.5	.65	.3
縮放 25	.95	.65	.8	.3
縮放 26	1	.65	.825	.35
綜合 27	1	.55	.775	.45
綜合 28	.75	.6	.675	.15
綜合 29	.9	.35	.625	.55
綜合 30	.95	.6	.775	.35
三度空間 31	.6	.2	.4	.4
三度空間 32	.9	.5	.7	.4
三度空間 33	.8	.55	.25	.675
三度空間 34	.8	.1	.45	.7

預試後分析的 Cronbach α 信度為 .819，效度採取專家內容效度，難度值介於 0.25~0.925，鑑別度介於 0.15~0.7。美國測驗學者 Ebel 與 Frisbie(1991)的觀點：鑑別度在.40 以上，試題判斷標準為非常優良、鑑別度在.30 以上，未達.40，試題判斷為優良，可能需要細部修改、鑑別度在.20 以上，未達.30，試題判斷為尚可，可能要大幅修改、鑑別度未達.20，試題判斷為不佳，需刪除或重新修改(引自吳明隆、涂金堂，2009)。雖然部分題目(如:平移 7.8.9.10、對稱 11.12.13.14、旋轉 22、縮放 25.26)難度值過高，部分題目(平移 9、對稱 11.14、綜合 28)鑑別度值略低，但由於本實驗的目的主要在於檢驗學生之旋轉能力是否有所提升，因此仍保留試題，以保留問卷問題之廣度。

二、旋轉變換工具

本實驗之研究工具使用美國國家虛擬教具圖書館中 (<http://nlvm.usu.edu/>)，幾何領域(Geometry)國小六年級到國中八年級(6-8)之旋轉變換工具(Transformations Rotation)，以下為本研究教學工具與學習單使用及搭配說明：

(一)基本操作介面

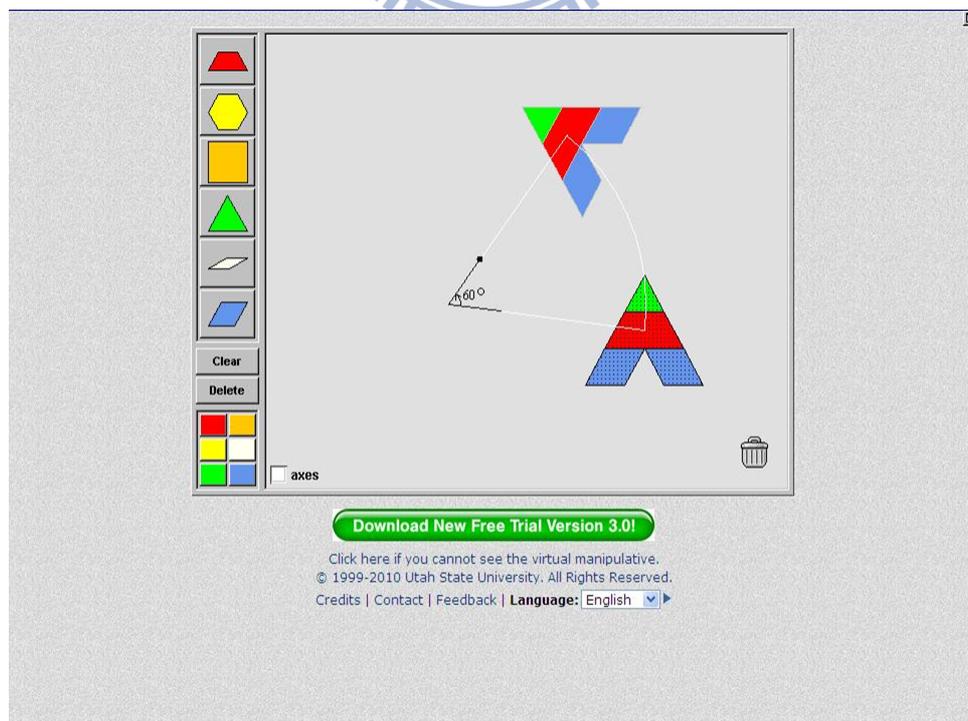


圖 3-3 Transformations - Rotation 操作說明 1

(二) 中間頂點可以控制旋轉的角度

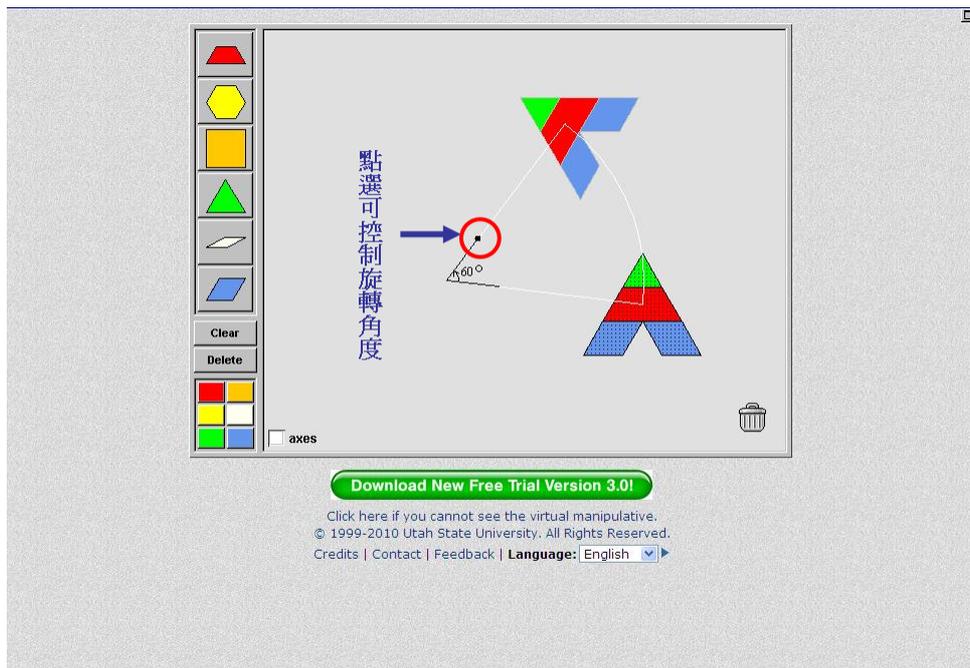


圖 3-4 Transformations - Rotation 操作說明 2

(三) 原始圖形可以經由滑鼠選取移動，點選頂點可以旋轉圖形

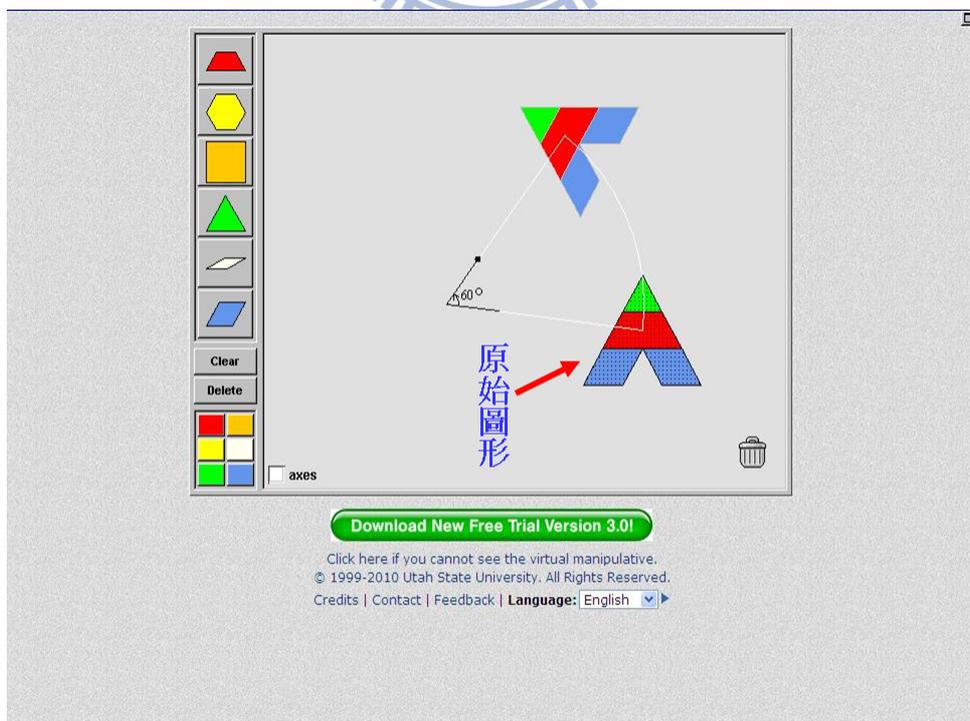


圖 3-5 Transformations - Rotation 操作說明 3

(四) 點選左上方幾何圖形，可加入不同的幾何圖形

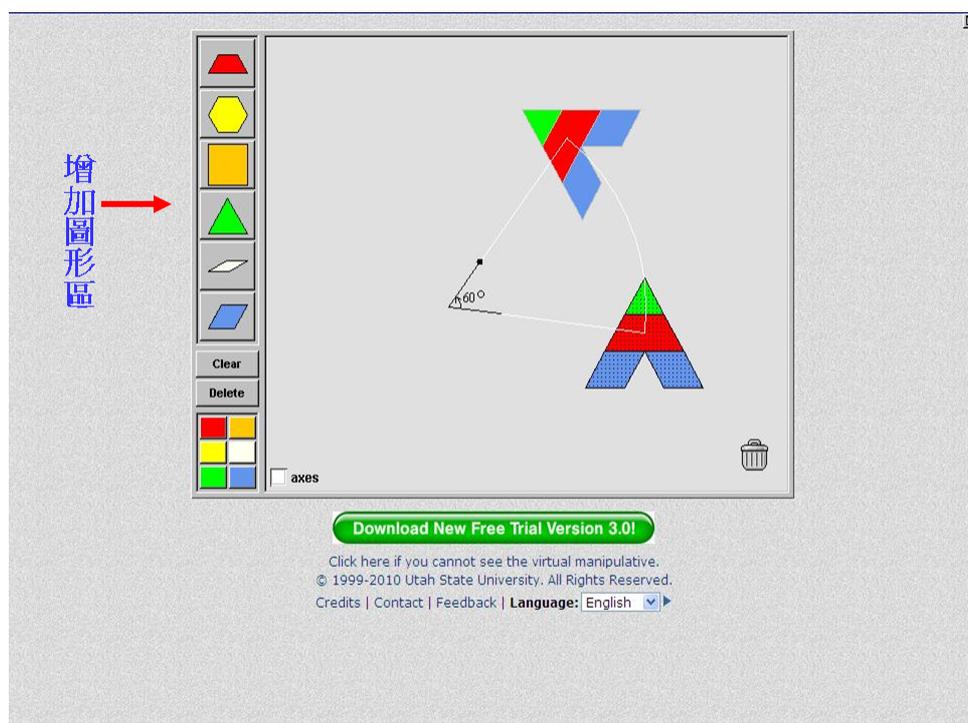


圖 3-6 Transformations - Rotation 操作說明 4

(五) 點 **Clear** 按鈕可以一次清除全部圖形或使用滑鼠選取後丟垃圾桶
點 **Delete** 按鈕可以清除剛加圖形或使用滑鼠選取圖形後點選 **Delete**

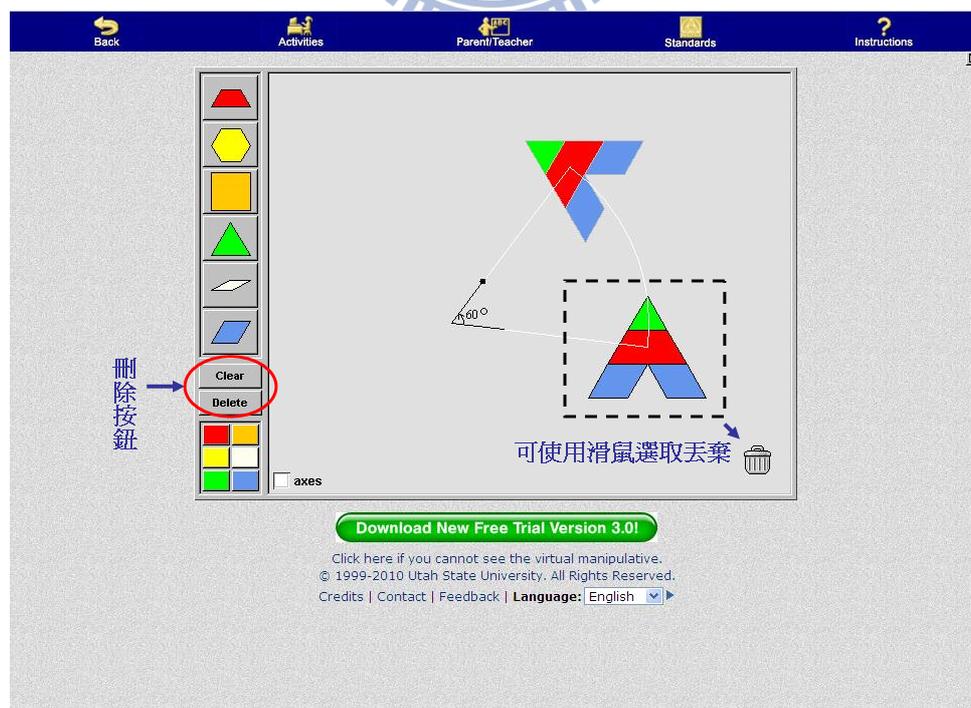


圖 3-7 Transformations - Rotation 操作說明 5

(六) 使用左下方的按鈕可以改變點選圖形的顏色

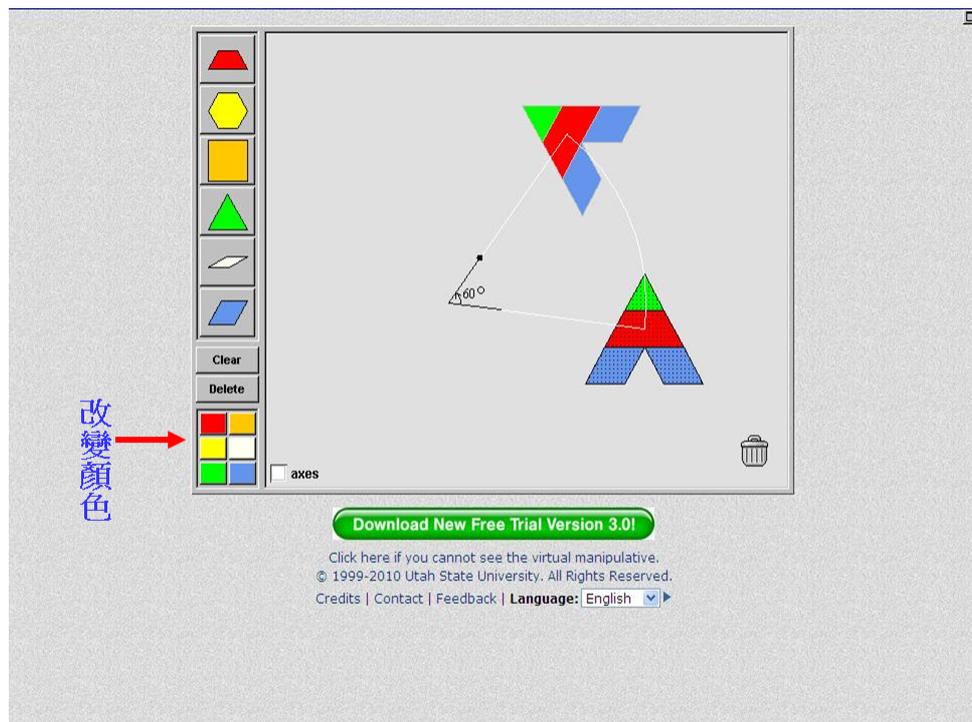


圖 3-8 Transformations - Rotation 操作說明 6

(七) 介紹二度空間基本概念與操作說明後，開始由學生自行操作虛擬教具，並記錄下操作後之結果

參、學習單紀錄說明

請使用 NLM 做出下方圖形，依指定角度旋轉後將結果記錄下來。



90 度
180 度

圖 3-9 學習單說明 1

(八)加強練習非 90 度倍數角之角度操作與紀錄

壹、30 度倍數角作圖

請使用 NLVM 做出下方圖形，依指定角度旋轉後將結果記錄下來。

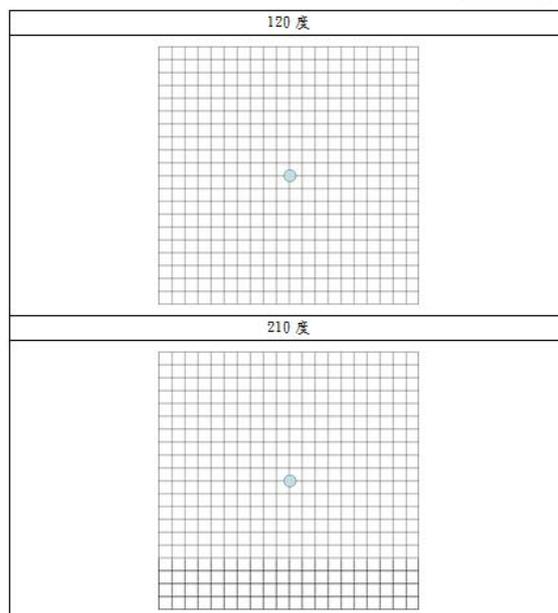
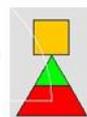


圖 3-10 學習單說明 2

(九)學生自行發揮創意創作幾何圖形，並記錄下指定角度的旋轉後的結果

貳、自行創作區

1. 請使用 NLVM 自行設計圖案，並完成下列指定角度旋轉後將結果記錄下來。

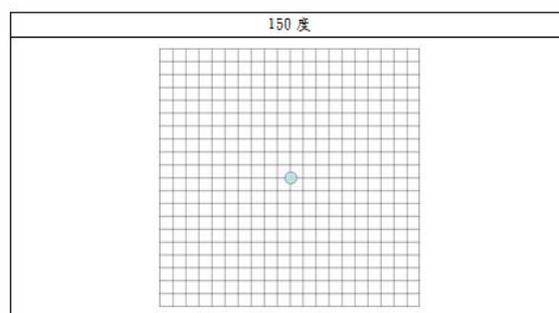
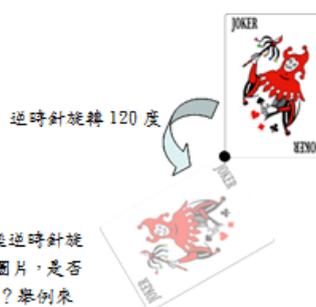


圖 3-11 學習單說明 3

(十)學習單最後一部分為設計學生討論之內容或需自行完成的問題，並可藉由虛擬教具的操作來觀察出自己推論的特徵與釐清模糊觀念處

參、團隊討論



上面為撲克牌中的一張鬼牌，右圖為左圖經過逆時針旋轉 120 度後之變化。請你仔細觀察這兩張圖片，是否發現旋轉前後有改變和沒有改變的特徵呢？舉例來說：你是否發現圖片中的“相對位置”並沒有改變，小丑的手杖無論旋轉前後都始終在小丑臉的左邊！而這不就是判斷旋轉圖形的一個好方法。

以下問題大多為開放性問題，先自行觀察自己紀錄之圖形後，再和小組互相討論，儘可能找出最多答案，答案可以使用上方的圖形來陳述你的想法。

1. 請問旋轉中心位於圖形內部和外部，經相同角度之旋轉後，兩個圖形有哪些相同與不同處？(提示：可以使用虛擬教具試試看)

答：

2. 請問一個圖形經過旋轉後，有哪些特徵會改變？

答：(1)

(2)

(3)

(4)

(5)



三、自編二度空間概念學習單

一個優良的虛擬教具，必定搭配適宜的學習單來引導學生學習。因此，有了教學的構想以及優良的虛擬教具後，研究者決定自行設計學習單來搭配上課進度。

(一)第一次修正

學習單初稿(如附錄 3)完成後，即與指導教授進行討論課程進度與學習單是否同步，指導教授給予修改的建議如下：(如表 3-6)

表 3-6

第一次學習單意見及修正表

教師建議	修正結果
旋轉控制角度的教學處，加強引導旋轉點位置。	加上圈圈引導學生滑鼠點選處。
刪除圖形的方法須說明清晰。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 說明使用滑鼠框選圖形直接丟棄垃圾桶的做法。 2. 強調說明 Clear 與 Delete 的方法。 3. 加入圈圈引導學生使用滑鼠點選處。
紀錄方法須修正，須貼近學生使用虛擬教具介面。	將記錄角度類型減少、方格紙變大，以方便學生直接於上方觀察原始圖形與旋轉後需紀錄圖形的相對關係。
給旋轉中心以方便學生思考。	將紀錄單上加上旋轉中心。
第一堂課的第二個例題過於複雜，學習的目標不在刁難學生或是給予難題，而是先練習紀錄的方法與觀察。	將圖形簡化。

(二)第二次修正

經過第一次修正後(如附錄 4)，有大幅度的修改，但與指導老師討論過後，因有許多的觀點並未從學生以及直觀的角度出發，因此又產生不少需要修正的地方。但若能使學習單更完善，相信搭配起虛擬教具，一定能發揮更大的效果。第二次與指導教授的討論如下述：(如表 3-7)

表 3-7

第二次學習單意見及修正表

教師建議	修正結果
將題意文字做更順暢與語意上的修正。	題幹文字的修正。
團隊討論中，期許學生回答的答案為何？是否容易描述以及回答不同類型的答案，也可能會發生模糊不清的形容詞。是否可以避免？	<ol style="list-style-type: none">1. 加入例題，說明"特徵"的意思為何。並請學生可以以例題當作例子來說明自己的觀點。2. 加入"(提示:可以使用虛擬教具試看)"，告知學生可以觀察之前記錄下來的例題或者自行再操作虛擬教具來填寫學習單。3. 去除相同觀念之題目。

(三)第三次細微修正與定稿

慢工出細活，經過前兩次的修正後，學習單內容大致上已底定。最後再與指導教授討論，從頭到尾檢視一次學習單，對於例題的圖形呈現方法再討論修正，終於順利完成定稿(如附錄 5)。上課時間預計為兩堂課，共 100 分鐘。

第五節 資料處理與分析

本研究採取不等組前後測的準實驗設計，在實驗前、後以及實驗後一個月後實施測驗檢檢，三份測驗為同一份，為避免同一份測驗產生學習效果的影響，實施測驗後，不公佈測驗正確答案，並告知學生不要進行討論。

本研究之資料蒐集與分析所使用的軟體為「Excel 2003」與「SPSS 18.0」，Excel 2003 主要進行資料之彙整，加上進行簡單之數據分析；SPSS 18.0 則將 Excel 2003 之資料匯入後，進行統計分析的工作，以 .05 為顯著水準，茲將實驗研究假設與所使用的統計方法整理如表 3-8：

表 3-8

實驗假設與所使用的統計方法

虛無假設	資料分析方法
<p>一、應用虛擬教具融入不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與數學學業表現(高、中、低)，學生在二度空間能力後測表現上沒有顯著的交互作用。</p>	<p>以不同教學模式與學生數學學業表現為自變項，後測成績為依變項，進行二因子單變量分析。</p>
<p>二、應用虛擬教具融入不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與數學學業表現(高、中、低)，學生在二度空間能力延後測表現上沒有顯著的交互作用。</p>	<p>以不同教學模式與學生數學學業表現為自變項，延後測成績為依變項，進行二因子單變量分析。</p>
<p>三、應用虛擬教具融入不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與性別(男、女)，學生在二度空間能力後測表現上沒有顯著的交互作用。</p>	<p>以不同教學模式與學生性別為自變項，後測成績為依變項，進行二因子單變量分析。</p>
<p>四、應用虛擬教具融入不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與性別(男、女)，學生在二度空間能力延後測表現上沒有顯著的交互作用。</p>	<p>以不同教學模式與學生性別為自變項，延後測成績為依變項，進行二因子單變量分析。</p>
<p>五、在應用虛擬教具融入不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)後，兩組學生在各個子測驗的表現沒有顯著的學習成效。</p>	<p>分別以兩組之後測減前測成績及延後測-前測成績做為教學成效成績，進行各組成對樣本 t 檢定，以檢定兩組各別的立即及保留成效。</p>

第四章 研究結果與討論

本研究藉由美國國家虛擬教具(NLVM)融入不同的教學法進行二度空間能力旋轉概念教學，欲了解教學後的學習成效。本章分為三節探討研究的成果，第一節探討不同型態的教學模式與數學學業表現對二度空間能力測驗的交互作用影響；第二節探討不同型態的教學模式與性別對二度空間能力測驗的交互作用影響；第三節探討接受不同型態的二度空間能力旋轉概念教學模式教學後，兩組學生在各空間子概念之學習成效。

第一節 探討不同型態的教學模式與數學學業表現對二度空間能力測驗的交互作用

一、不同型態的教學模式與不同數學學業表現對二度空間能力測驗的交互作用

本研究的第一個目的即探討不同型態的教學模式與不同數學學業表現對二度空間能力測驗的交互作用影響，本節即根據本實驗的研究假設進行分析與討論研究結果。

表 4-1

不同數學學業表現學生在二度空間能力測驗後測成績的表現分配表

學業能力	教學模式	人數	平均數	標準差
高學業能力	實驗一組	11	24.18	3.71
	實驗二組	11	24.36	1.69
	總和	22	24.27	2.81
中學業能力	實驗一組	11	21.64	3.11
	實驗二組	11	25.18	2.09
	總和	22	23.41	3.16
低學業能力	實驗一組	10	20.70	4.81
	實驗二組	11	21.36	3.78
	總和	21	21.05	4.20
總和	實驗一組	32	22.22	4.06
	實驗二組	33	23.64	3.08
	總和	65	22.94	3.64

研究者先蒐集兩組學生三年級上學期前兩次定期評量之成績，取其平均作為分組依據，平均位於前 1/3 者分類為「高學業能力」，平均位於後 1/3 者分類為「低學業能力」，而其餘介於中間的 1/3 者則分類為「中學業能力」，三組學生在二度空間能力測驗的成績表現，如表 4-1。本研究以學生在二度空間能力測驗的成績表現為依變數，並於教學實驗後進行二因子單變量變異數分析，二因子單變量變異數分析摘要表如表 4-2 所示。

從表 4-2 的結果顯示，不同數學學業表現與不同教學模式在二度空間能力測驗的學習效果上沒有顯著的交互作用($F=1.63, p=.205 > .05$)，未達顯著水準，但在個別因子之「主要效果」中不同數學學業表現主要效果之 F 值等於 $5.397(p=.07 < .05)$ ，達顯著水準，；而不同教學模式方面，其主要效果之 F 值等於 $3.122(p=.082 > .05)$ ，未達顯著水準。

從邊緣平均數及事後比較發現，在不同數學學業表現的差異方面，高數學學業能力組($M=24.27$)顯著優於低數學學業能力組($M=21.032$)，從效果量來看，Cohen(1988)指出淨 η^2 介於 .010 至 .059 屬低效果量，介於 .059 至 .138 屬中效果量，大於 .138 屬高效果量，不同數學學業表現的淨 η^2 的值為 .155 > .138，屬高效果量，換言之，數學學業表現較高的學生在二度空間能力測驗的表現優於數學學業表現較低的學生。而中數學學業能力組與低數學學業能力組成績以及高數學學業能力組與中數學學業能力組成績雖有差異，但未達顯著水準。

表 4-2

不同型態的教學模式與數學學業表現之間在二度空間能力後測成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	事後比較	淨 η^2
學業表現	120.206	2	60.103	5.397	.007	高>低	.155
教學模式	34.767	1	34.767	3.122	.082	—	—
學業能力* 教學模式	36.223	2	18.112	1.626	.205	—	—
誤差	657.009	59	11.136	—	—	—	—
全體	35049.000	65	—	—	—	—	—

二、不同型態的教學模式與不同數學學業表現對二度空間能力延後測驗的交互作用

本研究的第二個目的即探討不同型態的教學模式與不同數學學業表現對二度空間能力延後測驗的交互作用影響，根據表 4-3 的檢定結果，不同教學模式的學生在後測的表現上沒有顯著差異。接著探討研究假設是接受不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與不同數學學業表現(高、中、低)的學生，在二度空間能力延後測驗上沒有顯著的交互作用。於教學實驗一個月後進行二度空間能力延後測驗，以二度空間能力延後測驗的成績表現為依變數，進行二因子單變量變異數分析，三組學生在二度空間能力延後測驗的成績表現，如表 4-3，二因子單變量變異數分析摘要表如表 4-4 所示。

表 4-3

不同數學學業表現學生在二度空間能力延後測驗成績的表現分配表

學業能力	教學模式	人數	平均數	標準差
高學業能力	實驗一組	11	26.73	1.27
	實驗二組	11	25.27	1.90
	總和	22	26.00	1.75
中學業能力	實驗一組	11	22.82	3.49
	實驗二組	11	24.36	2.77
	總和	22	23.59	3.17
低學業能力	實驗一組	10	21.00	4.29
	實驗二組	11	20.55	6.99
	總和	21	20.76	5.73
總和	實驗一組	32	23.59	3.96
	實驗二組	33	23.39	4.81
	總和	65	23.49	4.38

從表 4-4 的結果顯示，不同數學學業表現與不同教學模式在二度空間能力延後測驗的學習效果上沒有顯著的交互作用($F=.835$, $p=.439 > .05$)，未達顯著水準，但在個別因子之「主要效果」中不同數學學業表現主要效

果之 F 值等於 9.565($p=.000<.05$)，達顯著水準；而教學模式方面，其主要效果之 F 值等於 .016($p=.091>.05$)，未達顯著水準。

從邊緣平均數及事後比較發現，在不同數學學業表現的差異方面，高數學學業能力組($M=26.00$)顯著優於低數學學業能力組($M=20.76$)，從效果量來看，學業表現的淨 η^2 的值為 .245>.138，屬高效果量，換言之，數學學業表現較高的學生在二度空間能力延後測驗的表現優於數學學業表現較低的學生。而中數學學業能力組與低數學學業能力組成績以及高數學學業能力組與中數學學業能力組成績雖有差異，但未達顯著水準。

表 4-4

不同型態的教學模式與數學學業表現之間在二度空間能力延後測驗成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	事後比較	淨 η^2
學業表現	293.526	2	146.763	9.565	.000	高>低	.245
教學模式	.238	1	.238	.016	.091	—	—
學業能力* 教學模式	25.637	2	12.819	.835	.439	—	—
誤差	905.273	59	15.344	—	—	—	—
全體	37099.000	65	—	—	—	—	—

三、小結

從後測和延後測的二因子單變量變異數分析中得知，不同教學模式介入對學生二度空間能力測驗表現之影響均未達顯著差異，也就是虛擬教具融入討論教學法或是自學輔導法對學生二度空間能力旋轉概念學習的效果一樣好，兩種方法都能有助學生二度空間能力的發展。楊子賢(2011)提到，同樣都是使用動態幾何軟體的融入的教學，若能搭配合宜的教學法，如此的模式更適合國中階段的學生。此外，國內也有許多篇資訊融入教學結合合作學習法的文獻(王永賢，2004；李志賢，2007；許文松，2009)，研究都顯示有顯著的學習成效。在在都顯示，倘若能夠針對不同的課程性質結合適宜的虛擬教具和教學法，對學生的學習上將能夠事半功倍，進而提升學生的學習成效。

然而，從第二章的文獻探討中得知，空間能力的定義和種類繁雜，不同的學者有不同的想法和分類，分類方式少則兩種，多則六、七種。故針對整體二度空間能力測驗為實驗依變數，是否忽略了不同二度空間子概念所造成的影響？因此在本研究的研究假設中，便加入了探討接受虛擬教具融入不同教學模式組別(接受討論教學法及自學輔導法)，對學生二度空間子概念學習的影響，希望能夠藉此釐清兩組學生分別在平移、對稱、旋轉、縮放、綜合以及空間等六個子測驗中學習的改變情形。

而在數學學業表現的檢定結果方面，數學學業表現和空間能力存在著某種程度的相關，即學生的數學學業表現的確影響著學生的空間能力概念發展，此與吳文如(2004)和蔡耀宇(2007)的研究結果相呼應。吳文如(2004)發現國中生的空間能力與數學成就呈現正相關；而蔡耀宇(2007)提出學生的數學表現可藉由空間能力與視覺空間工作記憶來預測之，預測率可達76.5%。而從延後測的結果雖然與後測結果相差不大，但從邊緣平均數及事後比較中得知，不同數學學業表現與空間能力的相關性更密切而效果量也更好。造成此項結果的原因，研究者推論，可能的原因有二：1. 數學學業表現較高的學生，能將所學與過往的經驗做結合，再將這些訊息儲存在長期記憶中，致使其學習的延宕效果可能較佳，因此在延後測的與數學學業表現較低的學生差距增加；2. 在第三次面對相同一份試題時，數學學業表現較高的學生，解題與閱讀題目時具備細心與耐心，能夠重新閱讀題目並學以致用，所以在延後測的表現較數學學業表現較低的學生傑出。

在國小的方面，學生的數學表現與空間能力於小學一到四年級存在正相關，而五到六年級存在中度相關以上的表現(林浚傑，2007；張秋雁，2007；馮雅慧，2006)和研究者的研究相呼應。因此我們得知，數學學業表現和空間能力存在著某種程度的相關，換言之，也就是學生的空間能力的好壞影響著學生的數學學業的表現，而數學學業表現的好壞也決定著空間能力的完整度。張秋雁(2007)也認為數學能力和空間能力具有正相關，而我國目前只有零碎的二度空間概念散布在教材中。與研究者在第二章研究國內課程時，也提到國內空間能力概念對應到的課程綱要與章節與國外比較是略顯不足的相呼應，而是否因為這個原因而造成我國學生在學習數學整體概念上有所落差？則是需要仰賴往後的研究來加以證實。

第二節 不同型態的教學模式與性別對二度空間能力測驗的交互作用

一、不同型態的教學模式與不同性別對二度空間能力測驗的交互作用

本研究的第三個目的即探討不同型態的教學模式與不同性別對二度空間能力測驗的交互作用影響，本節即根據本實驗的研究假設進行分析與討論研究結果。本研究假設以二度空間能力測驗成績作為依變數，兩組學生依不同性別在二度空間能力測驗的成績如表 4-5，並於教學實驗結束後進行二因子單變量變異數分析。本研究以學生在二度空間能力測驗的成績表現為依變數，並於教學實驗後進行二因子單變量變異數分析，二因子單變量變異數分析摘要表如表 4-6 所示。

表 4-5

不同性別學生在二度空間能力測驗後測成績的表現分配表

性別	教學模式	人數	平均數	標準差
男生	實驗一組	17	22.35	4.21
	實驗二組	19	23.47	3.52
	總和	36	22.94	3.85
女生	實驗一組	15	22.07	4.21
	實驗二組	14	23.86	2.48
	總和	29	22.93	3.43
總和	實驗一組	32	22.22	4.06
	實驗二組	33	23.64	3.08
	總和	65	22.94	3.64

從表 4-6 的結果顯示，不同性別與不同教學模式在二度空間能力延後測驗的學習效果上沒有顯著的交互作用($F=.135$, $p=.715 > .05$)，未達顯著水準，但在個別因子之「主要效果」中，因不同教學模式方面已於第一節中討論，故這裡僅針對不同性別因子作討論。不同性別方面，其主要效果之 F 值等於 $.003$ ($p=.958 > .05$)，未達顯著水準。

表 4-6

不同教學模式與不同性別在二度空間能力測驗後測成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
性別	.038	1	.038	.003	.958
教學模式	33.962	1	33.962	2.547	.116
性別* 教學模式	1.797	1	1.797	.135	.715
誤差	813.267	61	13.332	—	—
全體	35049.000	65	—	—	—

二、不同型態的教學模式與不同性別對二度空間能力延後測驗的交互作用

本研究的第四個目的即探討不同型態的教學模式與不同性別對二度空間能力延後測驗的交互作用影響，根據第一節的檢定結果，因為不同教學模式的學生在後測的表現上沒有顯著差異，所以接著探討研究假設是不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)與不同性別(男、女)之間，在二度空間能力延後測驗上沒有顯著的交互作用。以二度空間能力延後測驗的成績表現為依變數，進行二因子單變量變異數分析，兩組學生在二度空間能力延後測驗的成績表現如表 4-7，而二因子單變量變異數分析摘要表如表 4-8 所示。

從表 4-8 的結果顯示，不同性別與不同教學模式在二度空間能力延後測驗的學習效果上沒有顯著的交互作用($F=.956, p=.332 > .05$)，未達顯著水準，但在個別因子之「主要效果」中，因不同教學模式方面已於第一節中討論，故這裡僅針對不同性別因子作討論。不同性別方面，其主要效果之 F 值等於.020($p=.888 > .05$)，未達顯著水準。

表 4-7

不同性別學生在二度空間能力延後測驗成績的表現分配表

性別	教學模式	人數	平均數	標準差
男生	實驗一組	17	24.18	3.78
	實驗二組	19	23.00	6.04
	總和	36	23.56	5.06
女生	實驗一組	15	22.93	4.18
	實驗二組	14	23.93	2.43
	總和	29	23.41	3.43
總和	實驗一組	32	23.59	3.96
	實驗二組	33	23.39	4.81
	總和	65	23.49	4.38

表 4-8

不同教學模式與不同性別在二度空間能力延後測驗成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	P
性別	.397	1	.397	.020	.888
教學模式	.132	1	.132	.007	.935
性別* 教學模式	18.899	1	18.899	.956	.332
誤差	1206.332	65	19.776	—	—
全體	37099.000	64	—	—	—

三、小結

研究結果發現，不同性別對學生二度空間能力的成績表現沒有顯著差異，這個研究結果與吳文如(2004)、宋嘉恩(2007)、林浚傑(2007)、梁勇能(2000)、張秋雁(2007)、張哲豪(2011)、黃惠薇(2008)、馮雅慧(2006)、黃煥文(2009)的研究結果相呼應。吳文如(2004)提到國中男、女生在空間能力的表現上沒有差異；馮雅慧(2006)提到國小六年級不同性別在空間能力的表現上沒有差異；張秋雁(2007)提到不同性別學生的整體空間能力沒有差

異。而是否因為二度空間能力所包含的觀念過多，致使男、女生在整體二度空間能力的差異不顯著？

從文獻整理中得到，林浚傑(2007)提到國小學童的平面視覺空間能力不因不同性別而有所差異，但在旋轉面向卻存在差異；張哲豪(2011)提到桃園縣國中生之二度空間能力不因性別而有所差異，但在旋轉及綜合概念上，男生的表現優於女生表現。然而，當研究者細查各個子測驗的前測成績發現性別在各個子測驗上均沒有顯著差異，結果如下：旋轉($t=1.943$ ， $p=.056 > .05$)、平移($t=.364$ ， $p=.579 > .05$)、對稱($t=-.689$ ， $p=.493 > .05$)、縮放($t=.151$ ， $p=.881 > .05$)、綜合($t=.455$ ， $p=.650 > .05$)及三度空間($t=.833$ ， $p=.487 > .05$)。而造成此種不同研究結果的原因為何？根據文獻探討的部分，性別差異在空間能力研究的部分，也有不少學者提出相反的看法，認為不同性別在空間能力的表現上具有顯著差異(李嘉璋，2011、呂潔筠，2009、施幸玟，2010、梁勇能，2000、劉岫垚，2007、蔡曜宇，2010)，然而空間能力的定義與分類因研究者不同而有所差異，張哲豪(2011)也提到，空間能力包含的概念比想像中複雜，涉及的變項除了張哲豪所分類的平移、對稱、旋轉、縮放以及綜合外，尚有其它的概念。而是否就因為空間能力包含的概念過於廣泛，除了研究者分類的六個概念外尚包含不同的概念，或者在概念之中尚包含其它的次概念，因此影響了研究結果，而實際原因是否如此，必須由之後的研究來加以證實。

第三節 接受二度空間能力旋轉概念教學後，兩組學生(接受討論教學法及自學輔導法)在二度空間子概念的學習成效

本研究的第五個目的在於探討接受虛擬教具融入不同教學模式(接受討論教學法及自學輔導法)的組別，對於二度空間子概念的立即成效以及保留成效。欲探討的研究假設是應用虛擬教具融入不同型態的教學模式(討論教學法、自學輔導法)後，兩組學生在各個子測驗的表現沒有顯著的學習成效。分為以前測-後測以及前測-延後測為配對變項進行成對樣本 t 考驗進行分析，檢定結果如表 4-9、表 4-10、表 4-11 及表 4-12。

一、實驗教學的立即成效

本實驗之研究工具共分為六大主題，依序為：平移、對稱、旋轉、縮放、綜合及空間，分別依每位學生不同主題子測驗分數加總總分為依變數，

針對不同型態的教學模式分別進行前測-後測成對樣本 t 考驗，檢定結果如表 4-9 及表 4-10，欲探討學生在子測驗學習上之立即成效。

從表 4-9 得知，實驗一組學生在綜合子測驗的表現上有顯著差異 ($t=-2.149$, $p=.040 < .05$)，即實驗一組學生在綜合子測驗後測成績 ($M=3.09$) 顯著優於前測成績 ($M=2.50$)，從效果量來看，學業表現的淨 η^2 的值為 $.130 > .059$ ，屬中效果量，換言之，實驗一組學生在綜合子測驗的得分上具有顯著的立即成效，在其餘子測驗則未達顯著水準。

表 4-9

實驗一組(討論教學法)在二度空間子測驗的前測-後測成對樣本 t 考驗

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p	淨 η^2
實驗一組旋轉						
前測	32	6.41	1.79	.481	.634	—
後測	32	6.22	1.84			
實驗一組平移						
前測	32	3.84	.45	-.701	.488	—
後測	32	3.91	.30			
實驗一組對稱						
前測	32	3.81	.59	.841	.407	—
後測	32	3.66	.83			
實驗一組縮放						
前測	32	3.34	.79	.533	.598	—
後測	32	3.25	.92			
實驗一組綜合						
前測	32	2.50	1.19	-2.149	.040	.130
後測	32	3.09	1.03			
實驗一組三度空間						
前測	32	2.50	1.22	-.745	.462	—
後測	32	2.69	1.15			

表 4-10

實驗二組(自學輔導法)在二度空間子測驗的前測-後測成對樣本 t 考驗

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p
實驗二組旋轉					
前測	33	6.61	1.56	-.479	.635
後測	33	6.73	1.10		
實驗二組平移					
前測	33	3.82	.53	.000	1.000
後測	33	3.82	.39		
實驗二組對稱					
前測	33	3.70	.92	-.571	.572
後測	33	3.79	.65		
實驗二組縮放					
前測	33	3.52	.83	1.184	.245
後測	33	3.33	.96		
實驗二組綜合					
前測	33	2.97	1.05	-.154	.879
後測	33	3.00	.97		
實驗二組三度空間					
前測	33	2.70	1.21	-1.247	.222
後測	33	2.97	1.02		

二、實驗教學的保留成效

本實驗之研究工具共分為六大主題，依序為：平移、對稱、旋轉、縮放、綜合及三度空間，分別依每位學生不同主題子測驗分數加總總分為依數，針對不同型態的教學模式分別進行前測-延後測成對樣本 t 考驗，檢定結果如表 4-11 及 4-12，欲探討學生在子測驗學習上之保留成效。

從表 4-11 得知，實驗一組學生在三度空間子測驗的表現上有顯著差異 ($t=-2.784, p=.009 < .05$)，即實驗一組學生在綜合子測驗延後測成績 ($M=3.00$) 顯著優於前測成績 ($M=2.50$)，從效果量來看，學業表現的淨 η^2 的值

為.200>.138，屬高效果量，換言之，實驗一組學生在三度空間子測驗的得分上具有顯著的保留成效，在其餘子測驗則未達顯著水準。

表 4-11

實驗一組(討論教學法)在二度空間子測驗的前測-延後測成對樣本 t 考驗

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p	淨 η^2
實驗一組旋轉						
前測	32	6.41	1.79	-.502	.619	—
延後測	32	6.53	1.80			
實驗一組平移						
前測	32	3.84	.45	.000	1.000	—
延後測	32	3.84	.45			
實驗一組對稱						
前測	32	3.81	.59	.000	1.000	—
延後測	32	3.81	.47			
實驗一組縮放						
前測	32	3.34	.79	-.725	.474	—
延後測	32	3.47	.95			
實驗一組綜合						
前測	32	3.09	1.03	.818	.420	—
延後測	32	2.94	.95			
實驗一組三度空間						
前測	32	2.50	1.22	-2.784	.009	.200
延後測	32	3.00	1.08			

表 4-12

實驗二組(自學輔導法)在二度空間子測驗的前測-延後測成對樣本 t 考驗

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p
實驗二組旋轉					
前測	33	6.61	1.56	.635	.530
延後測	33	6.36	1.95		
實驗二組平移					
前測	33	3.82	.53	.849	.402
延後測	33	3.70	.77		
實驗二組對稱					
前測	33	3.70	.92	.250	.804
延後測	33	3.64	1.03		
實驗二組縮放					
前測	33	3.52	.83	.452	.654
延後測	33	3.42	.79		
實驗二組綜合					
前測	33	2.97	1.05	-1.215	.233
延後測	33	3.21	.93		
實驗二組三度空間					
前測	33	2.70	1.21	-1.677	.103
延後測	33	3.06	.86		

三、小結

從檢定的結果中發現，在二度空間能力的子測驗中，雖然大部分子測驗平均分數均有進步的情形，但僅有實驗一組在綜合子測驗的表現具有顯著差異，具有立即成效。研究者推論，經過虛擬教具融入二度空間旋轉概念教學後，也許對於學生的旋轉概念提升方面有所侷限，但對於學生來說，也許從國小到國中學習過零碎的空間能力概念，但第一次直接接觸到介紹二度空間概念的課程，並能從虛擬教具的操作和討論教學法的過程之中，將其過往經驗與教學中所獲得的概念穿針引線結合在一起，使得學生更能了解各項二度空間概念彼此之間的關係，因此在至少兩種以上空間能

力概念結合的綜合子測驗的表現更為傑出。經過虛擬教具融入討論教學法後，學生更能掌握整體二度空間能力的概念，研究結果與呂潔筠(2009)和梁勇能(2000)利用虛擬教具融入教學後具有立即成效相呼應。而在延後測的檢定結果方面，實驗一組在三度空間子測驗的表現具有顯著差異，具有保留成效。

從各個子測驗前測的答對率而言，旋轉(81.3%)、平移(95.8%)、對稱(93.8%)、縮放(85.8%)、綜合(75.8%)及三度空間(65.0%)，發現以旋轉、綜合以及三度空間子測驗中的表現較差。張哲豪(2011)的調查研究指出，桃園縣國中九年級生在各個子測驗的答對率為：旋轉(75.5%)、平移(89.8%)、對稱(91.4%)、縮放(86.9%)及綜合(69.4%)，以旋轉和綜合的表現較差。以兩個研究相互比較發現，在相同的五個空間概念中，旋轉和綜合表現較差的結果互相呼應。因此得知，國中九年級生的空間子概念中，旋轉及綜合能力是學生較為缺乏的部分。而研究者的研究中也發現，子測驗中的三度空間概念答對率是所有測驗中最低的，需要往後的研究去查證造成的原因為何。

研究者推論：針對較常討論到的空間概念(平移、對稱、旋轉及縮放)而言，旋轉概念是我國國中生二度空間能力中較為缺乏的一環。從第二章的文獻中研究發現，我國九年一貫課程綱要中，並未針對旋轉概念的教學有對應的能力指標，是課程中較為缺乏的一環。國內有許多學者針對旋轉問題的錯誤類型與策略進行研究(梁勇能，2000；劉岫壺，2007；黃惠薇，2008；呂潔筠，2009)，顯示旋轉概念是許多學者認為值得探究或者是學生較為缺乏的部分。而是否就是因為課程的安排導致學生旋轉概念的缺乏？旋轉概念影響二度空間能力的程度有多少？與其它各個二度空間概念又達到何種相關性？則有待往後之研究加以證實。

第五章結論與建議

本研究旨在探討不同的虛擬教具融入教學模式，對學生二度空間子概念學習的影響。本章共分為兩節：第一節根據第四章的研究結果提出本研究的結論；第二節為建議，主要是針對本研究的發現，提供數學教學的建議與未來的研究方向。

第一節 結論

本研究根據第四章的研究結果與討論，作出下列的研究結論：

- 一、數學學業表現較高學生的二度空間概念立即效果及保留效果優於數學學業表現較低學生，故數學學業表現較高的學生經教學後會有較高的空間能力表現及空間概念保留效果。
- 二、虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生二度空間概念的學習效果都一樣好。
- 三、虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生二度空間概念的保留效果都一樣好。
- 四、虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對於男女生二度空間概念的學習效果都一樣好。
- 五、虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，男女生二度空間概念的保留效果都一樣好。
- 六、虛擬教具融入「討論教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生在「綜合」能力的學習上具有立即成效；「三度空間」能力的學習上具有保留成效。

第二節 建議

本研究根據研究結果及研究者在整個研究歷程中的收穫，在教學、教材設計及未來研究上提出幾點建議如下：

一、對教學上的建議

- (一)本研究顯示「數學學業表現高」的學生，經教學後的二度空間概念優於「數學表現低」學生，而且男女生於教學後，在二度空間概念的學習效果一樣好。因此建議教師在進行虛擬教具融入二度空間概念教學時，座位可以事先按照不同數學學業能力與性別交錯安排，一方面學生可因小組內具有不同數學學業表現的學生而互相請益、教導，另一方面因不同性別交錯而較容易控制課堂秩序而順利進行課程，進而達到教學目標。
- (二)本研究發現虛擬教具融入「討論教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學，對學生在「綜合」能力的學習上具有立即成效及「三度空間」能力的學習上具有保留成效。因此，建議未來進行二度空間概念教學時，使用虛擬教具融入討論教學法，可以增加學生不同空間概念間的關係連結，提升學生的二度空間綜合能力與三度空間能力。
- (三)因學習者個別差異，教學過程中也發現部分同學不熟悉操作方式或不熟悉學習單填寫方式。因此，研究者建議：1. 可於課堂前，訓練數位資訊能力較強之學生擔任小老師，熟悉操作以及記錄方式於一旁指導進度落後同學，以便分擔教師人力不足，分身乏術的問題；2. 教師講解課程時，可切換廣播系統以避免學生一心二用，而學生操作時，可由廣播系統中關心學生學習進度。

二、對教材設計上的建議

- (一)本研究使用兩堂課時間進行教學實驗，第一堂課包含概念介紹、學習軟體使用方法及學習單紀錄方式；第二堂課包括例題操作及自學或討論，各部分分配到的時間不多。因此，研究者建議：1. 可於教學實驗前，於傳統教室環境進行概念介紹和軟體操作介面說明，可避免學生分心；2. 可在各例題練習後，即加入引導概念題目供個人或小組進行討論，增加例題操作時與思考問題連結。

- (二)本研究採用的虛擬教具為美國國家虛擬圖書館(NLVM)中的旋轉變換工具，但使用上仍有限制，如：1. 只能進行基本幾何圖形組合之旋轉；2. 無法放大縮小；3. 無法設定範圍捲軸...等。根據文獻探討中得知，尚有許多學者進行不同的虛擬教具融入教學，如：GSP、GGB、PPT...等，各個不同虛擬教具均有其優缺點。因此，研究者認為，教師可針對各個不同單元以及需求，結合各種不同虛擬教具或媒體呈現，甚至搭配實體教具，以期給學生最好的學習方式。例如：GSP的教學檔案輸出後依舊可供使用者因不同使用需求加以編輯、GGB可將設計完之教材以執行檔方式輸出，避免學生因好奇操作介面而無法專心學習課程內容、PTT可搭配教學進度呈現步驟化過程，聚焦上課重點...等。
- (三)本研究採用的虛擬教具搭配研究者設計之學習單，雖然針對內容與語意經過多次編修，但難免會有不完善之處。因此，研究者建議：1. 教材設計應以團隊合作為方式，除教授、同領域教師外，也可考慮不同領域資深教師，可多方面從不同角度、目的來思考教材，以致更盡善盡美；2. 教材設計完成後，可以先預選數位其它班級學生進行實驗教學，許多盲點需從實際教學中發現，並可透過學生回饋而修改教材以及掌握教學時間分配，以利掌握控制變因。
- (四)本研究採用的虛擬教具為美國國家虛擬圖書館(NLVM)中的旋轉變換工具，操作介面簡潔有力且容易上手，但隨使用者因不同目的而有不同需求，因此研究者建議軟體設計團隊能夠擴增軟體操作功能以便因應使用者不同需求而能自行修改或設計，如：除了基本幾何圖形外，加入「插入圖片」功能鍵，點選後可以加入自選圖片，觀察旋轉後的改變、新增「儲存」功能鍵，讓使用者可以儲存所創作之基本圖形、「慢動作重播」功能鍵，提供使用者移動過程之重播，方面慢動作觀察變化情形...等，甚至能將整個設計專案儲存，提供其它人下載和使用，達到資訊共享的精神。

三、對未來研究上的建議

- (一)本研究採用的虛擬教具為美國國家虛擬圖書館(NLVM)中的旋轉變換工具。事實上，其中尚有許多不同年級和數學概念領域的教材可以使用，不僅可以用來融入相關數學單元來幫助學生理解，發揮虛擬教具的特色，更可因此提升學生的學習意願與多樣性。例如：「擲硬幣」

可以用於觀察機率學的大數法則，使學生了解機率的意涵；「代數磁磚」可用於因式分解中所對應到的已知面積求邊長問題，將抽象的因式分解由實際操作中驗證；「全等三角形」可以提供學生各種不同全等三角形條件去動手組合，驗證全等三角形的性質的成立...等，都可結合在教學中，增加學生實際操作上的經驗，以生活化的例子來幫助學生的學習。至於是否對學習成效尚能否有所提升？則有待之後的研究來加以證實。

- (二)本研究發現無論是虛擬教具融入「討論教學法」或融入「自學輔導法」進行二度空間能力旋轉概念教學，並無法區別對學生學習二度空間概念的影響，建議未來研究可多做不同檢驗，找出合適的教學法。尚有許多不同教學法可應用於教學中，如：合作學習法、探究教學法、啟發式教學法、問題導向學習教學法...等，教師應視學生的不同程度與特質加以應用。
- (三)本研究樣本採取便利抽樣，因此以研究者任教學校九年級學生為研究對象，故要將結果推論到其它地區或其它年級時，須更加謹慎。因此，建議未來研究可將對象擴充到其它地區以及其它不同年級，並可比較研究結果，以驗證結論是否具有一致性或因地域年級不同而有所區分。
- (四)本研究因必須借用電腦教室與考慮九年級學生課程進度，故無法進行連續或持久之教學實驗，故只能進行旋轉概念之教學。國中課程中並無安排完整的空間概念介紹。因此，研究者建議若能安排連續的課堂並且進行完整的空間概念教學，檢驗是否能對學生整體二度空間能力能夠有正向的助益。而借調電腦教室問題，根據楊子賢(2011)提到，虛擬教具藉由「教師展示組」的成果優於「學生操作組」。因此，若無法借調到理想場地，提供每位學生操作的實際經驗，教師也能備妥相關教學設備與教材後於教室中進行課程。
- (五)根據文獻探討中得知，空間能力所包含的概念包羅萬象，研究者僅就相關文獻及教學經驗中認為較重要的概念區分為六大子測驗，但隨著研究者不同教學目標與實驗設計，可調整所需的子測驗項目。並可加以探討各項子測驗中的相關性，以便於往後二度空間概念教學時，分配各個空間概念教學時數與訂定相關教學能力指標。

- (六)本研究採用的虛擬教具為美國國家虛擬圖書館(NLVM)中的旋轉變換工具，此工具為線上網頁操作版本，故需保證網路連線之順暢，避免影響教學。因此，研究者建議，往後若需操作線上操作之虛擬教具，可考慮是否具有純執行檔版本或單機版模式，以避免無法預知延遲或斷線情況影響教學進度。
- (七)張哲豪(2011)提到，桃園縣國中學生之旋轉概念因年級不同而有所差異(九年級 $>$ 八年級 $>$ 七年級)，其中九年級學生之二度空間子測驗研究數據與本研究相呼應，除旋轉及綜合子測驗答對率較低外，在大部份的子測驗中都表現良好，至於其它年級的表現是否也如張哲豪的研究一致？便有待之後的研究加以證實。因此，研究者建議未來可針對各年級學生空間能力不同的原因為自變項設計實驗加以探討，例如：
1. 以不同年齡為自變項，探討學生是否因為年齡的關係造成學生空間能力概念的差異；
 2. 以不同空間相關單元(如：垂直、平分與線對稱圖形、相似形...)主題進行研究，探討學生是否某空間相關單元學習後的影響而造成空間能力概念的差異。



參考文獻

中文部份

- 人民教育出版社(2011)。全日**制義務教育數學課程標準**(2011版)。查詢日期：2012年5月8日，檢自：
<http://www.pep.com.cn/czsx/jszx/czsxtbjxzy/czsxkb/>。
- 王克蒂(1998)。數學遊戲教學之效益研究-以國小四年級為例。國立台灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 王永賢(2004)。結合資訊融入教學與合作學習策略於國中數學課之行動研究。國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，彰化縣。
- 方淑美(2008)。應用數位工具探討三角形三心概念的教學成效。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，新竹市。
- 江玉玲(2010)。數學虛擬教具對等值分數概念學習的影響。國立臺灣師範大學資訊教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 吉同凱(2012)。3D電腦遊戲玩家空間能力與尋路策略對地標使用與空間知識之影響。國立交通大學傳播研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 宋嘉恩(2007)。臺北縣國小學童空間能力與推理能力相關因素研究。台北市教育大學自然科學教育學系碩士論文，未出版，台北市。
- 沈佳興(2008)。從五連方拼圖遊戲中探討不同工具對國小學童空間能力的影響。國立中央大學數學研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 呂潔筠(2009)。空間旋轉的診斷教學研究-以國小五年級學童為例。國立臺北教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 李琛玫(1996)。資優生空間能力之相關研究。資優教育季刊，59，21-24。
- 李政憲(2007)。課堂多媒體教材製作與教學運用研究。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，新竹市。
- 李美璇(2007)。思考風格與空間能力對在三維空間搜尋系統中定錨行為之影響。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，未出版，新竹市。
- 李志賢(2007)。團體獎勵在資訊融入合作學習之歷程與成效研究-以數學低成就學童分數加減為例-。國立嘉義大學教育科技研究所碩士論

- 文，未出版，嘉義縣。
- 吳煥昌(2001)。高工機械製圖科學生空間能力與展開圖學習成就之相關研究。國立台灣師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 吳文如(2004)。國中生空間能力與數學成就相關因素之研究。國立臺北教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 吳明郁(2004)。國小四年級學童空間能力學習的研究：以立體幾何展開圖形為例。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 吳明隆、涂金堂(2009)。SPSS 與統計應用分析。台北市：五南書局。
- 吳春進(2010)。電腦遊戲對國小學童空間能力發展影響之研究。亞洲大學資訊工程學系碩士在職專班碩士論文，未出版，台中縣。
- 吳慧詩(2011)。空間能力之性別差異：眼動分析研究。國立臺灣科技大學數位學習與教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 李嘉瑋(2011)。國小學童視覺空間能力與方向辨識能力之評量與相關研究。國立臺中教育大學教育測驗統計研究所碩士論文，未出版，台中市。
- 吳彥瑾(2012)。國中一般生與學習障礙生之視覺空間工作記憶、空間能力與數學幾何學習表現之相關研究。國立臺南大學輔助科技研究所碩士論文，未出版，台南市。
- 林碧珍、蔡文煥(2003)。四年級學生在國際教育成就調查試測的數學成就表現，科學教育（師大），258，2-20。
- 林佳蓉(2004)。幾何空間教學對國小二年級學童空間能力學習之研究。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 林信全(2005)。空間能力與空間認知對三維空間搜尋系統的影響。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，未出版，新竹市。
- 林秀瑾、張英傑(2005)。臺灣地區三十年來國編版小學幾何教材內容範圍分析研究。國立臺北教育大學學報，18(2)，65-92。
- 林逸農(2006)。五連方幾何積木課程對國小學童視覺空間能力的影響。國立台灣科技大學技術及職業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 林浚傑(2007)。國小學童之平面視覺空間能力研究。國立新竹教育大學應用數學系碩士班碩士論文，未出版，新竹市。

- 林佳貞(2008)。虛擬教具教學對國小輕度智能障礙學生 200 以內數的規律概念學習成效之研究。國立新竹教育大學特殊教育學研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 林郁芬(2011)。空間能力、先備知識與表徵順序對七年級概念理解之影響：以人體呼吸單元為例。國立台灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 姜志遠(2005)。臺灣與中國大陸之十二年數學課程比較。國立中央大學數學研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 施幸玟(2010)。桃園市國小高年級學童在空間旋轉能力表現之探究。國立臺北教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 郎亞琴、陳彩卿(2008)。國民中學學生之性別、性別角色、數學自我效能與數學成就之研究—以彰化縣國民中學三年級學生為例。立德學報，6(1)，44-58。
- 洪蘭(2000)譯。安妮·莫伊爾(Anne Moir)，大衛·傑塞爾(David Jessel)著。腦內乾坤：男女有別，其來有自。台北市：遠流出版社。
- 洪志盈(2003)。國小學童空間力量表建構之研究。國立彰化師範大學工業教育學系碩士論文，未出版，彰化市。
- 洪雅齡(2005)。臺灣與日本之十二年數學課程比較。國立中央大學數學研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 翁婉珣(2005)。臺灣與新加坡之十二年數學課程比較。國立中央大學數學研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 袁媛、陳國龍、張世明(2007)。萬用揭示板(Magic Board)-國小特教老師的數學教學好幫手。特教論壇，第三期，1~13。
- 徐偉民、林美如(2009)。臺灣、中國與香港國小數學教科書幾何教材之內容分析。彰化師大教育學報，16，49-75。
- 莊振中(2005)。製圖科學生應用 3D 電腦繪圖軟體學習立體圖在空間能力表現之研究。國立台灣師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 許文松(2009)。資訊融入教學輔以合作學習對國三學生數學學習成就與學習態度之影響。銘傳大學教育研究所碩士在職專班碩士論文，未出版，台北市。
- 教育部(2003)。92 年國民中小學九年一貫課程綱要。臺北市：教育部。

- 教育部(2008)。97年國民中小學九年一貫課程綱要。臺北市：教育部。
- 張秋雁(2007)。國小學童空間能力現況之探討。國立新竹教育大學人資處數學教育碩士班碩士論文，未出版，新竹市。
- 張裕中(2008)。資訊科技融入五年級學童空間能力學習之研究-以柱體與椎體之展開與摺合為例。國立台北教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 張玉琪(2009)。虛擬教具對於國中學生學習鑲嵌圖形之影響。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，新竹市。
- 張哲豪(2011)。桃園縣國中學生二度空間能力之研究-以平移、對稱、旋轉、縮放為例。中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 陳鎮濂(2003)。高工製圖科學生學習立體圖與提升空間能力相關之研究。國立彰化師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，彰化市。
- 陳世玉(2006)。空間能力性向測驗之建模與驗證。國立台灣科技大學技術及職業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 陳敏慧(2010)。以萬用揭示板為教學輔具探討國小三年級面積概念教學成效。中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 陳垣長(2010)。探討指長比與空間能力的關係。高雄師範大學工業設計學系碩士論文，未出版，高雄市。
- 陳暉婷(2011)。評估空間能力對容量判斷影響之研究。明新科技大學企業管理研究所碩士論文，未出版，新竹縣。
- 馮雅慧(2006)。空間能力與數學幾何成就相關之探究。國立臺中教育大學數學教育系在職專班教學碩士論文，未出版，臺中市。
- 彭惠群(2010)。芬蘭國小數學教科書之幾何教材研究-以W版為例。國立屏東教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東縣。
- 曾冠雲(2011)。發展以動畫為主的月相盈虧課程並探討學生的空間能力對學習成效與認知負荷的影響。國立臺灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 黃幸美(1995)。數理與科學性別差異之探討。婦女與兩性學刊，6，95-135。
- 黃國清(2008)。數學學習成就之性別差異研究-以九年一貫課程七年級數學綱要為例。中等教育，59(4)，40-56。
- 黃惠薇(2008)。資訊科技融入教學對國小六年級學童在空間旋轉能力之研究。國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。

- 黃煥文(2009)。不同教學策略對國小五年級學童空間旋轉能力學習成效之研究。國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 楊博源(2006)。虛擬實境介面之逃生訓練系統對高齡者空間能力之影響。義守大學工業工程與管理研究所碩士論文，未出版，高雄縣。
- 楊惠雯(2010)。虛擬教具應用於國中學生學習多項式展開與因式分解之影響。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，新竹市。
- 楊子賢(2011)。幾何動態軟體融入教學的模式對國中學生學習平行四邊形的影響研究，中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 劉再興(2004)。國小六年級幾何教學對空間能力提升之研究：以柱體與錐體為例。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 劉岫堯(2007)。國小高年級學童空間旋轉能力之調查-以宜蘭縣為例。國立台北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 蔡曜宇(2009)。國中學生視覺空間工作記憶、空間能力與數學學習表現之關係研究。高雄師範大學教育學系碩士論文，未出版，高雄市。
- 蔡慧真(2010)。數學學習表現性別差異之後設分析研究。中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 蔡思涵(2012)。移動方式與空間能力對於玩家尋路行為與空間知識建構之影響。國立清華大學資訊系統與應用研究所碩士論文，未出版，新竹市。
- 蔡少詠(2013)。基於擴增實境技術建置互動學習環境-以國小幾何學習為例。國立中正大學資訊工程研究所碩士論文，未出版，嘉義縣。
- 盧雪梅、毛國楠(2008)。國中基本學力測驗數學科之性別差異與差別試題功能(DIF)分析。教育實踐與研究，21(2)，95-126。
- 謝銘祥(2006)。幾何探索軟體的開發與補救教學研究—以三角形三心探索為例。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文，新竹市。
- 謝博仁(2011)。3D電腦影像對機械製圖空間能力的影響。逢甲大學材料與製造工程所碩士論文，未出版，台中市。
- 簡慶郎(2001)。學習正投影對提升高工學生空間能力之研究。國立台灣師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。

- 魏春蓮(2005)。資訊科技融入國小四年級學童立體展開圖學習之研究。國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 羅雅薇(2005)。電腦化空間能力測驗題庫之建置。國立台灣科技大學技術及職業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。



英文部分

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

French, J. W. (1951). *Description of aptitude and achievement tests in terms of rotated factors*. Psychometric Monograph, 5.

Guilford, J. P., & Lacey, J. I. (1947). *Printed Classification Tests, A.A.F. Aviation Psychological Progress Research Report, No. 5*, Washington, DC: US Government Printing Office.

Highfield, K., & Mulligan, J. T. (2007). The role of dynamic interactive technological tools in preschooler's mathematical patterning. In J. Watson & K. Beswick (Ed.), *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Hobart (Vol. 1, pp. 372-381). Adelaide: MERGA.

Kelly, T. L. (1928). *Crossroads in the mind of man*. Stanford: Stanford University Press.

El-Koussy, A. AH. (1935). The visual perception of space. *British Journal of Psychology*, 20.

Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: Individual differences in speed and level* (Tech. Rep. No.9). Stanford, CA: Stanford University, Aptitude Research Project, School of Education. (NTIS No. AD-A075973).

Lohman, D. F., & Kyllonen, P. C. (1984). Individual differences in solution strategy on spatial and change. In S. Koch (Ed.), *Psychology: A study of Science, Vol.3*, pp. 423-75. New York: McGraw-Hill CO.

- McGee, M. G. (1979). *Human spatial ability : Psychometric studies and environmental , genetic , hormonal ,and neurological influence*. Psychological Bulletin, 86(5), 889-918.
- Moir, A., & Jessel, D. (1989). *Brain sex: The real difference between men and women*. New York: Dell Publishing.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzales, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS2003 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Foy, P. (2008) . *TIMSS2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Moyer, P. S., Salkind, G., & Bolyard, J. J. (2008). Virtual manipulatives used by K-8 teachers for mathematics instruction: Considering mathematics, cognitive, and pedagogical fidelity. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(3), 202-218.
- Pribly, J. R. & Bordner, G. M. (1985). *The role of spatial ability and achievement in organic chemistry*. (ERIC Document Reproduction Services NO. ED 255393).
- Pellegrino, J. W., & Hunt, E. B. (1991). *Cognitive Models for Understanding and Assessing Spatial Abilities*. In H. Rowe and J. Biggs (Eds.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.

Quaiser-Pohlm, C. & Lehmann, W. (2002). Girl's spatial abilities-Charting the contributions of experience and attitudes in different academic group. *British Journal of Educational Psychology*, 72, 245-260.

Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171, 701-703.

Suh, J. M. (2005). *Third Graders' Mathematics Achievement and Representation Preference Using Virtual and Physical Manipulatives for Adding Fractions and Balancing Equations*. Unpublished doctoral dissertation, George Mason University, Fairfax, Virginia.

Steen, K., Brooks, D., & Lyon, T. (2006). The impact of virtual manipulatives on first grade geometry instruction and learning. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25(4), 373-391.

Thurstone, L. L. (1938). *Primary mental abilities*. Chicago: University of Chicago Press.

Thurstone, L. L. (1938). *Primary mental abilities*. Chicago: University of Chicago Press. Guay, R. B. , & McDaniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal For Research in mathematics Education*. 8(3), 211-215.

Thurstone, L. L., & Thurstone, T. G. (1949). *Examiner Manual for the SRA Primary Mental Abilities Test (Form 10-14)*. Chicago: Science Research Associates.