

國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩士論文

動態幾何軟體融入小組合作教學法與討論教學法
對國中學生二度空間概念學習成效之研究

The Effects of Integrating Student's Team Achievement Division
and Discussion Method with GSP on Junior High School Students'
Learning of 2D Spatial Concept

研究生：朱有聖

指導教授：袁媛 教授

李榮耀 教授

中華民國一〇二年六月

動態幾何軟體融入小組合作教學法與討論教學法
對國中學生二度空間概念學習成效之研究

The Effects of Integrating Student's Team Achievement Division and
Discussion Method with GSP on Junior High School Students' Learning
of 2D Spatial Concept

研究生：朱有聖

Student：Yu-Sheng Chu

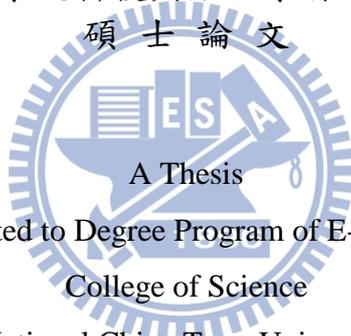
指導教授：袁媛

Advisor：Yuan Yuan

李榮耀

Jong-Eao Lee

國立交通大學
理學院科技與數位學習學程
碩士論文



Submitted to Degree Program of E-Learning
College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

June 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇二年六月

摘要

本研究旨在探討 GSP 融入不同教學模式(小組合作教學法、討論教學法)，對國中八年級學生學習二度空間概念之影響。主要的目的有三項：(一) 發展以 GSP 為工具融入旋轉概念之教材，並探討其對提升學生二度空間能力的教學成效。(二) 探究不同數學學業成就的國中八年級學生在 GSP 融入不同教學模式下之二度空間能力表現差異。(三) 探究不同性別的國中八年級學生在 GSP 融入不同教學模式下之二度空間能力表現差異。

本研究採用準實驗不等組前後測研究設計，研究對象為新竹市竹竹國中八年級學生，研究對象為研究者所任教的兩班八年級學生，並隨機分派為實驗一組(GSP 融入小組合作教學法的二度空間旋轉概念教學)、實驗二組(GSP 融入討論教學法的二度空間旋轉概念教學)。實驗教學前，對所有研究對象施以「二度空間能力測驗」前測，確保兩組的研究對象在實驗教學前的二度空間能力一致，接著二度空間旋轉概念教學，教學完畢後接著施以後測，後測一個月後再進行延後測，將所得的資料以成對樣本 t 檢定、二因子單變量的統計方法進行分析。分析結果如下：

- (1)GSP 的融入教學能有效提升國中八年級學生的二度空間能力。
- (2)GSP 融入「小組合作教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學後，學生在「平移」、「旋轉 1」、「空間」能力的學習上都有達到顯著的效果，且對整體二度空間能力具有立即成效與保留成效。
- (3)GSP 融入「討論教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學後，學生在「對稱」能力的學習上有達到顯著的效果，且對整體二度空間能力具有立即成效與保留成效。
- (4)不同數學學業成就與接受不同教學模式的學生，在二度空間能力表現上沒有顯著的交互作用。主要效果分析發現，高成就與中成就學生的後測成績優於低成就的學生；在延後測方面，高成就學生優於低成就學生。
- (5)不同性別與接受不同教學模式的學生，在二度空間能力表現上沒有顯著的交互作用。不管是立即成效還是保留效果，男生與女生在二度空間能力的學習成效都一樣好。

最後綜合上述研究結果，分別從教學、教材與未來研究等三部分，提出具體建議。

關鍵字: 國中學生、空間能力、小組合作、GSP

Abstract

This study aimed to investigate the integration of different teaching models (Student's Team Achievement Division and discussion method) of GSP and study its effect on eighth graders' learning of 2D spatial ability. Three research purposes are listed as follows: (1) Using GSP as a tool to develop instructional materials for the learning of rotating; (2) Exploring if performance differences of 2D spatial ability exist among students with different math achievement levels in different teaching models of GSP .

This study adopted a nonequivalent groups pretest – posttest quasi – experimental design to examine the experiment effect. Two eight-grade classes from the same junior high school in Hsinchu county were selected as participants. The research randomly assigned students to experimental group 1 (Integrate GSP into Student's Team Achievement Division), and experimental group 2 (Integrate GSP into discussion method). Before the experiment intervention, subjects are given the pretest of 2D spatial ability in order to ascertain no performance difference between two groups. .

Research results are as follows:

1. Students' 2D spatial ability can be effectively improved by the intervention of integrating GSP into teaching.
2. After the intervention, the immediate effect and maintenance effect were found in the experiment 1. Moreover, students improved their performance on the subtests of "translation", "rotation 1", and "3D Space".
3. After the intervention, the immediate effect and maintenance effect were found in the experiment 2. Moreover, students improved their performance on the subset of "symmetry".
4. No interaction effect exists between math achievement levels and teaching models. Students with higher math achievement performed better than those with lower achievements.
5. No interaction effect exists between gender and teaching models. And there is no performance difference between female and male students.

Based on the results, we propose suggestions for mathematic teaching and future study.

Key Words : junior high students, spatial ability, Student's Team Achievement Division , discussion method

誌 謝

打從進入研究所開始，這兩年來邊工作邊讀書還要兼顧家庭的日子著實不為外人所道。曾經以為自己一帆風順的背後是因為自己有著聰慧過人的頭腦，而進入研究所後一切現實的挫敗與衝擊在這兩年中讓人不得不重新省思自己，百感交集。所幸，家中長輩與上司無條件的支持與鼓勵，總是讓我在萌生退意之時又悄悄燃起一線生機。更感恩的是上帝引領我在這過程中找到能並肩同行且相守一生的伴侶，每每在夜深人靜的時刻，陪伴著我挑燈苦讀毫無怨尤；也總是在一堂又一堂的人生課題中，扶持著我一同學習一同前行。我想，生命中若少了這些人中的任何一個，我恐怕都無法在今日今時表達我最真誠的感謝。

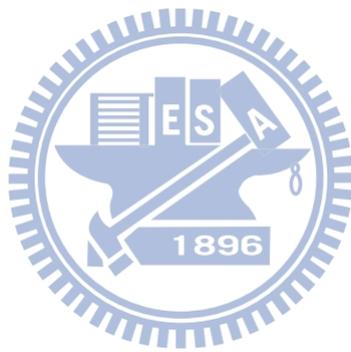
然而這份論文的完成，我想最由衷感謝的還是恩師袁媛教授的悉心指導與鼓勵。從文獻探討、研究方向的選擇、觀念架構之建立、實驗之設計，直到最後論文的撰寫，若非袁媛教授不斷地惠以指導與啟迪，並不吝惜提供資源給予最多的協助，那麼我想我大概還停留在懵懂無知的階段，面對浩瀚文海不知從何提筆。更感謝袁媛教授在這兩年中總不厭其煩地幫忙將論文逐字斧正，並在每次的論文研討中適時地給與回饋與建議，才能讓我研究中的每一步，走來格外順遂。如此浩瀚師恩，學生只能永銘五內。

此外，承蒙口試老師李榮耀教授、孫之元教授許多寶貴的建議與指正，讓我的論文與研究能更加嚴謹與完備，在此謹致以最深的謝意表達心中的感念。也謝謝這一路相伴學習成長的研究夥伴佩錦、泓葆與弘昌，因為有你們常在左右，研究的這條路我才能更走得更加穩健。

朱有聖 謹識

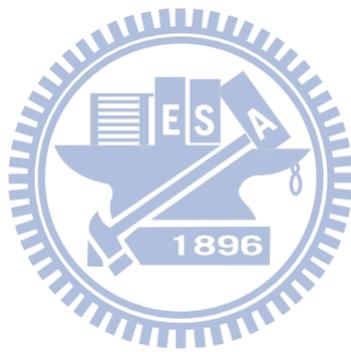
于 交通大學理學院碩專班 中華

民國一〇二年六月



目次

第一章 緒論	1
第一節 研究背景與研究動機	1
第二節 研究目的與待答問題	4
第三節 名詞釋義	5
第四節 研究範圍與限制	6
第二章 文獻探討	9
第一節 空間能力的探究	9
第二節 空間能力的相關研究	16
第三節 合作學習的相關研究	19
第三章 研究設計與實施	23
第一節 研究設計與架構	23
第二節 研究流程	26
第三節 研究對象	30
第四節 研究工具	31
第五節 資料處理與分析	39
第四章 研究結果與討論	41
第一節 探究 GSP 融入的教學對二度空間概念學習之影響	41
第二節 探討不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力表現的交互作用影響	50
第三節 探討不同性別與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力表現的交互作用影響	54
第五章 結論與建議	57
第一節 結論	57
第二節 建議	58
參考文獻	
中文部分	61
英文部分	67
附錄	
附錄一 二度空間能力測驗試題	71
附錄二 學習單	87
附錄三 課程活動時間計畫表	89

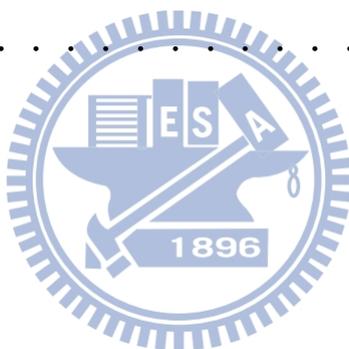


表次

表 3-1-1	研究設計模式	24
表 3-1-2	兩組學生在二度空間能力測驗前測成績之 t 統計考驗摘要表	24
表 3-3	實驗一組及實驗二組男女人數分配表	30
表 3-4-1	專家教授與專家教師建議修正內容	33
表 3-4-2	「二度空間能力」測驗試題難度與鑑別度分析表	34
表 3-4-3	學習單意見與修正	36
表 3-5	實驗假設與所使用的統計方法	40
表 4-1-1	實驗一組在二度空間能力各子測驗的後測-前測成對 t 考驗摘要表	42
表 4-1-2	實驗二組在二度空間能力各子測驗的後測-前測成對 t 考驗摘要表	43
表 4-1-3	實驗一組與實驗二組前測、後測各個子測驗答對率	45
表 4-1-4	實驗一組在二度空間能力各子測驗中延後測-前測成對 t 考驗摘要表	47
表 4-1-5	實驗二組在二度空間能力各子測驗的延後測-前測成對 t 考驗摘要表	48
表 4-2-1	不同數學學業成就學生在二度空間能力測驗後測成績表現分配表	50
表 4-2-2	數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力後測成績之二 因子變異數分析摘要表	51
表 4-2-3	不同數學學業成就學生在二度空間能力測驗延後測成績表現分配表	52
表 4-2-4	數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力延後測成績之 二因子變異數分析摘要表	52
表 4-3-1	不同性別學生在二度空間能力後測成績表現分配表	54
表 4-3-2	性別與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力後測成績之二因子變異數 分析摘要表	55
表 4-3-3	不同性別在二度空間能力延後測成績表現分配表	55
表 4-3-4	性別與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力延後測成績之二因子變異 數分析摘要表	56

圖次

圖 3-1	研究變項關係圖	25
圖 3-2	研究流程圖	29
圖 3-4-1	旋轉概念之教材圖	37
圖 3-4-2	旋轉圖自行旋轉	37
圖 3-4-3	旋轉概念解說	38
圖 3-4-4	學習單中的旋轉討論	38
圖 3-4-5	mathmagic 的操作頁面	39
圖 4-1-1	二度空間能力測驗第 12 題題目	45
圖 4-1-2	二度空間能力測驗第 16 題題目	46
圖 5-2-1	學生誤觸 GSP 介面說明圖	58
圖 5-2-2	生活中的圖形	59



第一章 緒論

國內學者黃敏晃（2005）在漫談幾何與空間能力一文中曾經提到：國中小學生的數學能力弱點除了眾所皆知的計算能力之外，更值得大家深思與探究的是學生貧乏的幾何學習，尤其是在空間能力這一塊。綜觀國內外的研究，無一不強調空間能力是幾何課程的重要核心，因此更觸發研究者想要一窺國內國中生幾何能力的真實面貌。本章共分成四個小節，第一節為研究背景與動機：主要說明國內外學者對於空間能力研究的結果與研究者在教學現場所面臨的問題；第二節為研究目的與待答問題：根據研究者所欲研究的目的以及欲探討問題加以詳細說明；第三節為名詞釋義：在本研究中所出現關於空間能力以及GSP動態幾何軟體等相關名詞作進一步的界定；最後第四節為研究範圍與限制：主要說本研究的可能範圍與限制。

第一節 研究背景與研究動機

幾何是一門探討空間關係與邏輯推理的數學藝術（左台益、梁勇能，2001），因為幾何的概念與表徵是數學與真實世界連結溝通的重要橋樑，舉凡生活中所見的建築、橋樑、構圖，甚或是服裝的設計，無一不可見幾何的存在與應用。因此，許多國家都將幾何列為學生學習數學必要的基本元素。以中國新的「初中數學課程標準」（2011）來說：國中階段幾何學習目標之一為豐富對空間圖形的感受與認識並學習空間變換中：平移、旋轉、對稱的基本特性。而在美國方面，2000年數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics，簡稱NCTM）的學校數學綱領與標準也明述需將幾何形體及其關係、變換、幾何的模式化與空間推理等概念，包含於學校幾何課程中。綜觀上述國家的數學課程規範，我們不難發現國內外都將幾何列為中學數學課程不可或缺的重要元素之一。

研究者在教學現場中發現大多數中學生幾何概念的學習與表現均不佳，歸咎其原因是因為過度強調演繹推理，卻忽略空間關係的分析。因此學生要學好幾何，應該要先從強化空間能力下手，因為空間能力其實是瞭

解與熟悉幾何概念所需的先備知識 (Freudenthal, 1973)。Nilges 與 Usnick (2000) 曾在其相關研究中指出：許多數學教育家特別強調空間能力的發展，那是因為他們相信孩子擁有較強的空間能力，才能替學習幾何 (geometry)、測量 (measurement) 和數概念 (number concepts) 做最好的準備。許多的國外學者也同時指出，空間能力與數學學習表現之間有顯著的正相關 (Battista, 1990; Casey, Nuttall, & Pezaris, 1997; Seng, Chan, 2000; Quaister-Pohl, Lehmann, 2002)。無獨有偶，國內學者的研究中也曾提及，學生的空間能力、幾何思考層次與空間幾何問題解決能力皆呈現高度的正相關 (左台益、梁勇能, 2001)。總括而言，國中生的空間能力與數學學習成就之間是具有一定程度的相關性 (吳文如, 2004)。因此，空間能力在數學學習領域中是一種不可或缺的能力。

關於「空間能力」這個名詞，許多學者都曾對它下過不同的定義，Thurstone (1938) 指出：能在心中記住一個空間圖像，並在腦海中扭轉、移轉或者旋轉這個圖像至一個新的位置，再將此變動過的圖像與研究者所提供的圖像進行比對，就是所謂的一種空間能力。另外國外學者 Macnab 與 Johnstone (1990) 認為：個體能將平面圖形轉換成立體圖形的能力，並能經由旋轉、移動等方式將正確的形狀、位置、方向變換出來，就可以稱之為一種空間能力。而國內學者廖焜熙 (1997) 也曾說過：對於物體在二度與三度空間的辨認能力，以及二度與三度空間之間移動、轉動、旋轉等轉換歷程的能力，就可以視為一種空間能力的表徵。總結這些中外學者所言，我們可以簡單地下一個結論：能將圖象經由平移、旋轉、對稱、縮放至一個新的位置，即為具有空間變換的表現能力。

反觀國內的九年一貫數學學習領域課程綱要當中，數學領域被分成五大主題，分別是數與量、幾何、機率與統計、代數與連結 (教育部, 2003)。其中幾何部分的教材中包含了圖形與空間概念的學習；但在空間變換所對應的能力指標中，目前國內的教材卻只編列線對稱與縮放，唯獨缺漏國外皆強調的旋轉及平移的能力。

以研究者在教學現場所觀察到的現況來說，旋轉這概念常常是學生最易產生混淆的地方，以 K 版本的習作為例：此題也為 91 年基測試題

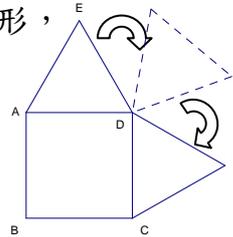
(<http://www.bctest.ntnu.edu.tw/exam/9101/9101m.pdf>)，四邊形 $ABCD$ 為邊長 6

公分的正方形， $\triangle ADE$ 、 $\triangle FDC$ 皆為正三角形，

若 $\triangle ADE$ 以 D 點為圓心，以順時針轉至與

$\triangle FDC$ 重疊，則 E 點所經過的路線為

多少公分？



此題的正解為 7π 公分，但學生的答案多數為 5π 公分，後來仔細去探究原因，原來是學生誤以為 E 點轉過去為 F 點，學生會這樣想是因為缺乏了旋轉概念，心中的概念只有圖像相對位置。對學生而言， E 點是三角形中不與四邊形相連的點，因此學生很自然的會直覺認定旋轉後的 E 點，應該也會是不與四邊形相連的 F 點。由此可知學生的旋轉概念非常薄弱，多半都是仰賴圖形對應的觀點解題，並非真正具有能夠在腦海中旋轉的意象。追本溯源，是因現行九年一貫的數學課程中獨漏旋轉概念，這也更促使研究者想進一步發展旋轉課程來完備學生的空間概念，以拓展學生的空間能力、以及幾何思考層次。

Hoffer (1983) 指出：學習幾何概念與改進視覺知覺間的連結是會彼此交互作用影響的，所以如果我們能在學習時增強視覺知覺能力，那麼將對學習幾何概念有所助益。而電腦所產生的圖像能對學生的視覺產生刺激，因此在學生的視覺化發展上是一項很有利的工具 (Bishop, 1989)。許多研究更不約而同的指出：多媒體電腦輔助教學確實比傳統教學更能提升學生的學習成就與引起學生的學習動機 (許翰濃, 1997; 溫嘉榮, 1998; 董家莒, 2000)，所以當教師適切地使用電腦多媒體教材作為教學與學習工具時，不僅能進一步提升教學效率，更能夠兼備學習個別化的需求 (董家莒, 2000)。除此之外，電腦隨時可創造模擬情境，也讓學生親身動手操弄幾何形體，並協助學生在腦海中建構心像 (李俊儀, 2004)。無庸置疑，透過電腦以及多媒體輔助學習幾何，更能鷹架學生在幾何概念上的學

習與發展。

國內學者張國恩(1999)曾在其研究中佐證：在數學學習領域當中，若能將抽象化的教材透過資訊融入轉化成視覺化的教材，是相當有利於學生學習的。因此當我們運用 GSP 進行教學時，能將抽象的概念作有系統的視覺化呈現，所以可以減輕學生的認知負荷，也更容易引起學生的學習興趣。而所謂的 GSP 其實是動態幾何(Geometer's Sketchpad)的簡稱，因為有了這個軟體的開發，使得數學教學可以從較直觀的、動態的圖形著手。曾有研究證實(楊子賢,2011;尤冠龍,2007;郭昭慧,2004)，在 GSP 的介入下輔助教學，學生在學習幾何圖形時的學習成效有顯著提升。因此，研究者在本研究中將採用 GSP 輔助教學模式進行幾何變換的教學，提供精確的幾何圖形，讓學生的學習可以從觀察、實驗、猜測、歸納動態連續變換的圖形中，完備其空間變化概念。

第二節 研究目的與待答問題

本研究主要想利用 GSP 發展一套空間能力教材以提升學生的旋轉能力，並探討不同教學模式對於學生學習空間概念的成效，根據此動機，研究者將研究目的分述如下：

- 一、發展以 GSP 為工具融入旋轉概念之教材，以提升學生二度空間能力。
- 二、探究 GSP 融入小組合作教學與討論式教學模式對二度空間能力學習之影響。
- 三、探究數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對國中八年級學生在二度空間能力表現的交互作用影響。
- 四、探究性別與 GSP 融入不同教學模式對國中八年級學生在二度空間能力表現的交互作用影響。

根據本研究的研究目的，研究者列出以下幾點待答問題，希望透過研究者所設計的準實驗法，能夠瞭解國中八年級學生的二度空間能力現況並提升學生的二度空間能力。本研究的待答問題如下：

- 一、 透過以 GSP 為工具融入旋轉概念之數位教材進行教學後，學生的空間能力是否有顯著提升？
- 二、 探討不同數學學業成就的國中八年級學生在二度空間能力表現是否因 GSP 融入不同教學模式而有所不同？
- 三、 探討不同性別的國中八年級學生在二度空間能力表現是否因 GSP 融入不同教學模式而有所不同？

第三節 名詞釋義

本小節將針對研究者在研究中所使用的相關專有名詞作解釋與定義上的描述，本小節將分成三個部分作說明：第一部分是與空間能力有關的名詞，包含了文中所提及的「二度空間能力」；第二部分是與 GSP 動態幾何軟體有關的介紹；第三部分是根據小組合作教學作相關的定義解釋；第四部分是討論教學法的定義解釋；第五部分是數學學業成就的說明。

一、 二度空間能力：

本研究中研究者將空間能力定義為一種具有空間辨識能力、空間定位與空間視覺能力三部分。簡單的說，空間辨視能力是指個體在空間中經過平移、對稱、旋轉、縮放後能夠經由保留並正確的辨識與比較的能力（張哲豪，2011）；空間定位能力是指空間中的圖像或是物件改變方位後，個體依舊能夠從不同的定位點去想像物體的形狀並作正確的辨認判讀；空間視覺能力則是指物體在空間中的相對位置改變時，個體能夠在心中進行平移、旋轉、對稱、縮放、組合等心理轉換的能力。

二、 GSP 動態幾何軟體：

所謂的 GSP 動態幾何軟體其實是 The Geometer's SketchPad 動態幾何軟體的縮寫。而這套軟體本身是由美國 Swarthmore College 及 Key Curriculum Press 在 NSF 官方與資方合作下所生產的視覺幾何研究計畫產品。簡單地說，GSP 動態幾何軟體是一套在視窗環境下將物件導向動態連結的幾何軟體，其本身的工具中就有平移、對稱、旋轉及縮放等四種功能物件存在。

三、 小組合作教學:

根據認知心理學與符號互動理論的觀點，透過溝通討論以及與他人相互辯證的過程可以幫助自我反省與調適，對於概念的澄清及擴展會有很大助益（陳淑娟，2001）。而所謂小組合作教學的模式，是強調在彼此接納、尊重的前提下，給予學生表達自己意見、辯駁澄清的機會，讓學生透過溝通討論更具有參與感，更可以幫助學生瞭解數學的內涵並且發展其數學的語言（王千倬，1997）。

本研究所界定的小組合作教學係指採異質性分組，根據前測的結果採S型分組，並請小組成員一起討論問題、完成學習單，並互相訂正錯誤等，以共同完成學習目標。

四、討論教學法:

討論教學法(discussion method)是最能在課堂上表現出師生雙向互動的教學法，在本研究中所採用的討論方式為全班同學共同參與討論，學生在老師所設計的情境與學習單中自由發表其想法，而當某位同學發表完畢後，接著由另一位同學加以講述或表示其意見，教師則需在過程中適時引導與仲裁，並在最後歸納與延伸學生的見解（陳文典，2002）。

五、數學學業成就

本研究所定義的數學學業成就，指的是研究對象七年級時的六次段考數學平均，並且以平均落在前三分之一者定為高成就學生，中間三分之一者定為中程就學生，最後三分之一者定為低成就學生。

第四節 研究範圍與限制

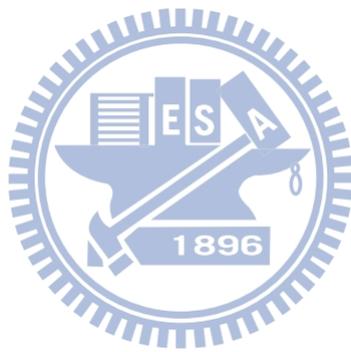
一、研究主題:

從古至今，空間能力的定義有許多種，而本研究所採用的二度空間能力為平移、對稱、旋轉、縮放，因研究的人力、時間、學生程度的限制下而無法涵蓋所有的空間能力，因此，是否能推論到其它的空間能力特質上，有待將來的研究者進一步驗證。

二、研究對象：

本研究對象為研究者所任教的新竹市竹竹國中八年級學生，因此對象具有地域的特性，故研究所得到的數據結果未必能推論到一般學生之中。





第二章 文獻探討

本章節將針對研究內容，依序彙整討論與本研究相關之文獻，並分為三個面向進行相關文獻探究。本章分為三個小節，第一節為「空間能力的探究」，主要探討空間能力的存在與發展、意義與內涵；第二節為「空間能力的相關研究」，主要探索不同性別及數學學業成就與空間能力的對應關連；最後第三節為「合作學習的相關研究」，主要針對合作學習的意涵與特徵，以及合作學習的實徵性研究做兩方面的文獻探討。

第一節 空間能力的探究

在第一小節主要係對空間能力進行探究，並分別針對「空間能力在智力理論的探討與發展」以及「空間能力的意義與類型」，作兩部分層次的陳述與探討。

一、 空間能力在智力理論的探討與發展：

「智力」(intelligence) 在時代的變換及不同心理與測驗學家觀點解讀之下，不斷有新的定義與類型區分。從最早期的「二因論」、「群因論」、「智力結構論」到認知學派的「多元智能論」，無一不將智力視為一種多項能力的組合。而「空間能力」在人類智力中則為一個不同於其他能力的獨特智力 (Linn & Petersen, 1985)。因此為了更瞭解空間能力，我們將分別針對空間能力在不同的智力因素結構中所存在之地位，作深入的探究與分析討論。

(一) Spearman 的二因論：

智力二因論 (two-factor theory of intelligence) 簡稱二因論，是英國學家 Charles Spearman 於 1904 年根據測驗統計的分析結果所提出的一種智力理論，這也是最早提出除了遺傳學之外觀點的智力理論。根據 Spearman

智力二因論的要義，人類的智力內涵包含了兩項主要因素：一個為普通因素（general factor，簡稱g因素），另一個為特殊因素（specific factor，簡稱s因素）。依照 Spearman 的闡釋，普通因素指的是一般的心智能力，而這樣的能力來自於先天的遺傳，主要表現在一般生活性的能力當中。而特殊因素則是代表個體在某方面優於別人的能力，這樣的能力只與少數特定的活動有關，例如：空間能力就是智力在一般因素上所表現出來的特殊能力（蔡崇建，1991）。正因 Spearman 提出如此不同於過往的智力二因論，進而促使其他研究者開始注意到特殊能力的存在，分別展開了智力的因素分析。

（二）Thurstone 的群因論：

繼英國學家 Spearman 之後，美國學者 Thurstone（1938）突破了過去智力理論的框架，設計並針對大學生進行 56 個相關測驗，運用因素分析法而提出了群因論（group-factor theory）：Thurstone 認為個體的基本心智能力可區分為幾種不同的基本能力因素，將這些基本能力因素作不同的搭配便勾勒成每個不同的整體智力，而這七項基本能力皆經由它的因素特質來作命名，分別為：

- （1）語文理解能力（verbal comprehension）：理解語詞涵義的能力
- （2）數字運算能力（number）：迅速正確計算的能力
- （3）機械性記憶（rote memory）：聯想記憶的能力
- （4）知覺速度（perceptual speed）：以知覺辨認事物異同的能力
- （5）空間關係（space）：運用視覺進行方位辨別與空間關係判斷的能力
- （6）語文流暢（word fluency）：語言迅速反應的能力
- （7）一般推理（general reasoning）：根據經驗歸納推理的能力

依據 Thurstone 的理論來說，他認為各項能力之間並不是獨立的而是互有其交互作用的關係存在，並且認為數學中的一般推理能力與空間關係能力是兩種不同的能力，但它們同樣都是人類基本的心理能力。

(三) Guilford 的智力結構論：

智力結構論 (structure-of-intellect) 是美國心理學家 Guilford 在 1959 年所提倡的一種智力理論，他認為人類的智力是一種思考的表現，而整個思考的心理活動當中，則是包含了思考的內容 (content)：引起思維的材料；思考的運作 (operation)：進行思維的心理活動；以及思考的產物 (product)：整體思維的結果，三種心理向度，由這三種心理向度組成一個立體的結構，就稱為智力結構(張春興，1996)。其中內容向度包含：圖形的、符號的、語意的、行為的 (4 種)；運作向度包含：認知、記憶、聚斂思考、擴散思考、評鑑 (5 種)；產物向度包含：單位、類別、關係、系統、轉化、應用 (6 種)。而其中圖形 (內容) × 認知 (運作) × 轉化(產物)其實就是一種圖形轉換的認知能力，而這樣的能力無疑就是空間能力的一種定義 (引自蔣家唐，1995)。

(四) Gardner 的多元智能論：

多元智能理論是美國哈佛大學教育研究院的心理發展學家 Gardner 在 1983 年所提出。Gardner 從研究腦部受創傷的病人發覺到他們在學習能力上的差異，他認為過去心理學家對智力的定義太狹窄，未能正確反映一個人的真實能力。Gardner 也認為人的智力應該是一個量度他解題能力 (ability to solve problems) 的指標。而根據這個定義，他在《心智的架構》(Frames of Mind, Gardner, 1983) 這本書裡便提出，人類的智能至少可分成七個範疇(後來增加至八個)：

- (1) 語文 (Verbal/Linguistic) 能力
- (2) 邏輯 (Logical/Mathematical) 能力
- (3) 空間 (Visual/Spatial) 能力
- (4) 肢體運作 (Bodily/Kinesthetic) 能力
- (5) 音樂 (Musical/Rhythmic) 能力
- (6) 人際 (Inter-personal/Social) 能力
- (7) 內省 (Intra-personal/Introspective) 能力

(8) 自然探索 (Naturalist, Gardner 在 1999 年補充) 能力

Gardner 將空間能力視為智力領域的其中一種，並認為智力並不是一種單一能力或是所有能力的總和，每個人也不見得要同時兼有這八種智力，這些智力彼此之間是獨立卻有相關性地存在著，但彼此之間卻又沒有主要與次要的區別。Gardner 也認為只要在某一領域中擁有傑出的能力，那麼就可以在該領域中有相當的成就表現（引自蔣家唐，1995）。

二、空間能力的意義與內涵：

人類發現「空間能力」是起源於心理學家在研究智力時，所觀察到一項有別於其他智力的特殊能力，而對於空間能力的定義則因其測驗操作性不同而眾說紛紜。起初 Spearman (1904) 在進行人類智力研究時主張空間能力為智力普通因素中的一環，就如同語言能力 (verbal ability) 隸屬於智力普通因素一般，並非一種單純存在的能力。接著 Thurstone 在 1938 年的研究中提出了與 Spearman 截然不同的空間能力定義：Thurstone 認為所謂的空間能力，是指能夠將空間圖像記在腦海裡，並將圖像進行翻扭、平移或是旋轉到一個新的位置後，再將這個變動過的圖像和原本圖像進行交叉比對的能力。因為 Thurstone 給了空間能力一個嶄新且明確的定義，往後便開啟了其他學者對於空間能力的研究大門。除此之外，在 Thurstone 的群因論裡頭，他將空間能力視為一種「空間與視覺的能力」，並將空間能力視為構成個人智力的基本要素之一。這樣的研究結果，除了再次肯定空間能力的「存在性」和「獨立性」外，也引發後來學者覺察到空間能力本身有別於一般智力，應將其獨立出來進行探究的重要性。這樣無心插柳柳成陰的結果，恐怕也是當初所有心理學者在研究智力時所無可預期的成果（李琛玫，1996）。

自此而後，國內外學者對於空間能力的定義常會因研究者本身所秉持論點以及分析層面的不同，而有其各自的定義與詮釋，導致對於空間能力

的意涵時有其創見，始終很難取得一個共識。因此，要為「空間能力」找出一個明確的定義，是相當困難的事，甚至不可能有一個真正的空間能力定義能夠完全服膺於所有研究者的論述(蔣家唐，1995)。因此研究者只能整理各家研究之空間能力定義，從中釐清本研究之空間能力的定義。

一、國內學者：

蔣家唐(1995)將空間能力視為一種「轉換」的能力，這是指個體必須將二度空間中的平面圖形或三度空間的立體圖像在腦海中做想像性轉換，轉換的原則可能是視點的變化，可能是圖形定位的移動，也可能是二度與三度空間的互換，而較簡易的記憶、複製、觀察、配對等認知能力，是複雜困難轉換能力之基礎。簡言之，在蔣家唐的空間能力觀點中，他認為空間能力主要區分為兩大能力，分別是圖形的辨視(recognition)以及圖形的操控(manipulation)：

(一) 圖形的辨識：個體在圖形複製、圖形鑲嵌、視覺記憶、圖形完成與圖形平移等五種測驗的表現。

(二) 圖形的操控：個體在積木計數、積木旋轉、紙張摺合、圖像拆解與空間定位等五種測驗的表現。

李琛玫(1996)在其研究中將空間能力定義為能夠正確的辨識、觀察、透視圖形後，將圖形記憶在心底並經由一種「想像性」的操弄去進行變換圖形的能力。而這種「想像性」的心理操弄能力其實是一種動態的轉化能力(transfer)，必須讓圖形在心中具備動的能力，才能在心理進行移動、旋轉、摺疊或是拆解的活動。

鍾瑞國(2001)則是將李琛玫的空間能力定義做進一步延伸，他認為空間能力除了要能夠正確辨識觀察透視圖形並記憶在腦海的短期記憶區外，還要能夠在心中透過想像操弄圖形並作「位移」或「旋轉」的能力。而這樣的論點也服膺了戴文雄(1998)所提出的看法，皆認為空間能力都

是需要透過揣想或思考，並依據圖解想像，作物體旋轉、移動、改變方向和位置的一種抽象能力。

吳煥昌（2001）則是由空間圖像訊息的處理歷程，將空間能力的內涵分為辨視：經由視覺接觸一物體或圖案後形成平面心像，在將此心像轉換成立體物像從而能讀出其體積與材料的能力；以及操控：個體能夠移動旋轉物像進而以另一個心像呈現的能力。隨後，康鳳梅與吳煥昌又在 2002 年將空間能力的內涵再度作更詳細的能力區分，分別是：

- （一）空間知覺：觀察以及辨識物體而能精確成像的能力
- （二）旋轉與操控：將圖像旋轉操控的旋轉能力
- （三）空間知覺應用能力：將立體圖形展開成平面圖形的能力

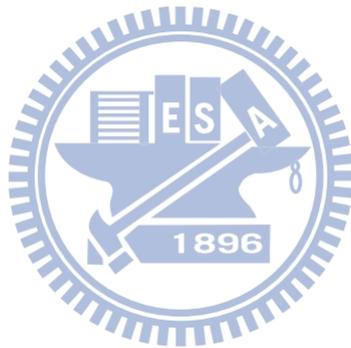
二、國外學者：

研究者在研讀與空間能力相關的國內外論文時都發現，許多專家學者在談到空間能力演變的時候，均分別參考了 Guildford 和 Lacey（1947）、French（1951）、Thurstone（1950）、以及 Zimmerman（1954）等專家學者的研究（林浚傑，2007）。這些學者在為空間能力的內涵下定義時，都認為空間能力應該包含了三大類：空間關係與定位（spatial relations and orientation）、視覺化（visualization）和動態心像（kinesthetic imagery）；而往後學者所提出的空間能力類型也均與這些學者相距不遠。例如：McGee（1979）將空間能力分為兩大類：空間方位與空間視覺化；Bishop（1980）認為空間能力指的是能夠作 IFI（解讀圖像資訊能力）以及 VP（視覺處理能力）；Linn 和 Petersen（1985）則是認為空間能力可以細分為空間知覺、心靈旋轉、以及空間視覺化三大類項。

關於空間能力的內涵與向度雖然百家爭鳴，但卻也有不少英雄所見略同之處，因此根據各家學派與學者的見解，我們不難歸納出關於空間能力的兩大指標性向度：

1. 空間方位與關係：這是一種靜態圖形的辨識與描述空間關係的能力。
2. 空間視覺化：這是一種動態的空間能力，涉及了在心中操控心像翻轉、旋轉、移動、摺疊、放大、縮小等動作。

因此根據這些論點，在本研究中研究者將空間能力定義為一種具有空間辨識能力、空間定位與空間視覺能力三部分。簡單的說，空間辨視能力是指個體在空間中經過平移、對稱、旋轉、縮放後能夠經由保留並正確的辨識與比較的能力（張哲豪，2011）；空間定位能力是指空間中的圖像或是物件改變方位後，個體依舊能夠從不同的定位點去想像物體的形狀並作正確的辨認判讀；空間視覺能力則是指物體在空間中的相對位置改變時，個體能夠在心中進行平移、旋轉、對稱、縮放、組合等心理轉換的能力。



第二節 空間能力的相關研究

幾何能力對於普羅大眾而言一直富有其神秘的色彩，而對於許多研究者來說更是愛不釋手的研究方向，不管是國內研究或是國外研究，其中關於空間能力的研究更是為數眾多。但是研究者在拜讀相關文獻的時候卻發現，不分內外對於空間能力的研究多半集中在小學階段，對於初次領略幾何之美的國中生做空間能力研究的反而少之又少，這更引發了研究者的好奇心想一窺究竟。在本章節中，研究者將依據本研究所欲探討的方向，分別針對國中八年級的學生探討：不同性別八年級學生的空間能力差異、不同數學學業成就八年級學生對空間能力的差異這兩大部分作綜合性的整理比較，使得研究者在二度空間能力與各種變相之間能夠有更通盤性的理解。

一、不同性別學生的空間能力差異研究：

曾有專家學者這麼說過：在心理學當中，性別差異在認知能力表現中的影響是相當重要的一環，而空間能力中的性別差異則是所有性別差異在認知能力當中最大也可信賴的一部分（Crawford, Chaffin & Fitton, 1955）。而國內也有不少學者呼應著這樣的說法，他們認為空間能力是性別差異中最明顯的一種能力，同時也是與性別差異有關的認知活動中最難以詮釋的一種能力（許燕、張厚燾，2000）。因此，不管在哪種領域的研究當中，性別上的差異一直是被關注的重要變項之一。而這樣的差異化也在洪蘭（2000）「腦內乾坤：男女有別，其來有自」的一書中指出：性別差異對於空間能力的影響是來自於先天生理構造上的不同，同時男性的賀爾蒙會增加男性的視覺空間能力，但女性的女性荷爾蒙卻是會削弱女性的視覺空間能力。因此，根據這些學者的理論，男生在空間能力上的表現應該是遠遠優於女生的表現。可是，當有更多的學者投入這樣相關性的研究時卻發

現結果並未全然相同，多數研究發現性別與空間能力並不如前述所言，甚至有大相逕庭的情況出現。

研究者發現：關於性別差異在空間能力上的影響，似乎會伴隨著研究的主題、年齡與研究身分的不同而有所差異，單憑以上的研究著實也難以定論究竟在性別上何者會在空間能力中佔有較大的優勢。而造成這些差異的因素總歸可以區分成兩大類：環境因素（包含經驗、空間活動與社會化）以及生物因素（包括基因、賀爾蒙與演化），而這樣的歸納也與國外學者 Jordan, Wüstenberg, Peters 和 Jäncke (2002) 的說法不謀而合。事實上，透過這些研究我們可以發現並不是在所有空間能力項目中男生的表現都會明顯的優於女生，能展露出顯著差異的多半是在較複雜的空間視覺化問題當中，而這樣的空間視覺化旋轉能力恰好是本研究的重點之一，因此性別差異也將成為本研究的重要目的之一。

二、不同數學學業成就學生的空間能力差異研究：

根據空間能力內涵以及類型的討論中我們可以發現個體對於空間的空間能力被視為是一種相當重要的思考能力，也有許多學家將它定義成為智力的一種類型。然而空間能力與數學學業之間是否真存在著所謂的關聯性，便成為一個值得思考與深入探討的問題。因此，研究者在進行研究之前也將空間能力與數學學業成就相關的論文稍做整理，將分別敘述如下：

（一）國外學者方面：

Fennema 和 Sherman (1977) 對 1233 名 9~12 年級的學生進行了解決幾何問題的相關研究，在此研究當中發現了空間視覺化的能力與數學的學習有高度正相關。同年 Guay 和 McDaniel 對國小學童進行空間能力的研究時也有相同的發現，這些學者都認為：能夠解決較為複雜數學問題的學童比起無法順利解決複雜數學問題的孩童，在空間能力上有更好的表現。

Battista (1990) 則是以高中生為對象進行空間能力的研究，他發現空間能力中的空間視覺能力，著實影響著學生在幾何學習以及幾何解題的過程。而 Donelson (1990, 引自戴文雄、康鳳梅, 2001) 也同樣以 37 位高中生為研究對象，並將這 37 位高中生分為高學業成就與低學業成就者，他發現高成就者在空間能力問題的資訊處理過程與空間思考能力會遠優於低成就者。而 Casey, Nuttall 和 Pezaris (1997) 則是以大學生為研究對象，結果發現學生的旋轉心像與數學能力的表現亦呈現高度相關。

(二) 國內學者方面：

左台益和梁勇能 (2001) 以台北縣市國中八年級學生進行空間能力與 Van Hiele 幾何思考層次的相關研究，他們在研究中探討兩者的交互影響性以及國中八年級學生的空間能力解題策略。在研究中進行實驗研究以及半結構式的訪問，結果發現國中八年級學生的空間能力、幾何思考層次以及幾何空間的問題解決能力都呈現正相關。

魏春蓮 (2005) 也針對國小四年級學生進行資訊科技融入立體圖形展開圖的教學研究，並分析學童在前、後測以及延後測的相關結果，發現數學學業高成就與中成就的學童在空間立體圖形的學習成效也顯著優於低成就學童。凌久原 (2007) 則是以台南市某國中的 73 位八年級學生為研究對象，其研究結果發現在進行數學學習時，高空間視覺能力的學生適合動態的多重表徵學習環境，而低空間視覺能力的學生則是適合靜態的多重表徵學習環境。國內研究者蔡曜宇 (2010) 更指出，國中學生的數學學業成就可以經由視覺空間工作記憶和空間能力來進行預測。因此，當學生有較良好的空間能力時，我們可以推測學生也會有較好的數學學業成就表現。

綜合國內外學者的研究結果，我們不難發現空間能力與數學學習之間似乎有其關連性存在，且空間能力的表現似乎也會受到數學學習成就的影響，因此研究者在本研究中也將依此變項做更深入的觀察與探討。

第三節 合作學習的相關研究

本小節將針對合作學習的意涵與特徵以及合作學習的實徵性研究做兩方面的文獻探討。

一、合作學習的意涵與特徵：

合作學習在近幾年來一直是一種受人矚目且稱道的教學方式，因為它的中心思想是以學生為主體的學習方式，強調學生彼此之間由單純的競爭模式轉為相互扶持合作的模式，也鼓勵學生在民主平等的狀態底下接受小組同儕間不同的思維，有見賢思齊之效。曾有許多學者對合作學習下了有志一同的定義：他們認為兩人或兩人以上相互配合做某件事情或共同完成某件事情就稱之為合作，而簡單地說，所謂的合作學習其實就是一種學生在同質或是異質的分組當中，透過同儕互動與學習，共同完成一項任務的教學策略（黃政傑、吳俊憲，2006；許桂英，2004）。而歸納 Slavin(1995)、Johnson & Johnson(1994)與王金國（2003）的論點，研究者將合作學習的五點特徵分述如下：

（一）異質分組學習：

依據學生的性別、學習能力、社經背景等條件將學生隨機分派到不同的小組當中，透過異質性的分組讓學生彼此學習相互的尊重與包容，同時學會接納不同的聲音與思考模式，並藉此結合不同的多元的觀點，達成小組合作教學的目標。而小組的人數沒有一定的限制，可以兩人一組，也可以三人或三到六人，但最多不超過八人，而本研究中所採用的人數為三到四學生為一組。

（二）合作技巧的訓練：

合作技巧的訓練包含了工作分配的技巧與社交溝通的技巧，所謂的工作技巧指的是學生能在有限的時間內掌握學習內容並完成有效的學習（許桂英，2004）；而社交溝通的技巧指的是在團體當中個人與他人進行互動與協調的能力（邱瓊瑩，2003）。因此若要使小組合作教學能發揮最大效

用，小組成員間的技巧運用越純熟、信賴度越高、解決問題衝突的能力越佳，那麼就能更增進小組合作的學習(許桂英，2004)。

(三)正向互賴行為促進學習：

正向互賴行為是指在同一團體中的成員彼此能有目標互賴、信任互賴、資源互賴、角色互賴、獎賞互賴的一種依存關係(林秀玉，2003)。而這樣的互賴行為會促使團隊間的成員更有共同的默契與感覺，彼此之間的互動會更加的積極，也就更能夠完成小組的目標。而這樣互賴的正向行為也是進行合作學習的一種原動力，才能創造出一個互相鼓勵與支持的學習環境，反之，若缺乏這樣的正向互賴行為，那麼就不會有合作學習的發生(Johnson & Johnson，1987；Slavin，1990)。

(四)個人責任與評量

在小組合作教學當中，每個人都應體認自己的學習責任，也必須清楚自己對小組的貢獻，因為小組要達到學習的成效，必須依賴每個成員的學習表現(Slavin，1995)。因此，在小組透過合作學習之後，教師需適時的加入評量，透過評量的結果，才能檢核小組成員的貢獻與學習成效(林佩璇、黃政傑，1996)。

(五)團體歷程

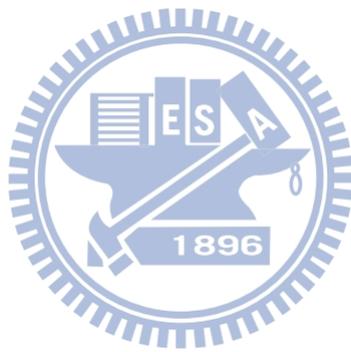
團體歷程指的是探討團隊成員在團體內互動的行為，藉此來分析小組的學習成效，並做為日後改進的方向(陳逸芬，2003)。有研究指出有實施團體歷程的合作學習會比沒有團體歷程的合作學習成就來得更高(許桂英，2004)。

二、合作學習的實徵性研究：

近年來國內外有不少學者專家都針對合作學習進行相關性的實徵性研究，Duin(1984)更在其研究指出：有至少 800 篇以上的實徵性研究證實，將合作學習融入於教學與學習策略當中，較以往個別競爭模式學習下的學生有更好的學習動機與學習表現。國內也有不少學者在其研究中表示：合作學習模式不管對哪一種年齡層的學生而言，在數學學習的動機上都有正

面的激勵作用，除提高學習動機外，更能激勵學生主動學習，並讓學生更加有效的理解數學（廖雪華，2003；羅幸宜，2008；張喬閔，2012）。而這樣的研究結果也與國外學者 Ross（1995）相互呼應：合作學習除了可以增進學生的互動之外，同時也能提高學生的數學學習動機以及數學學習興趣，而透過有效的合作學習教學策略更能提升學生的課堂參與度與其數學學習成效（范聖佳，2001；廖雪華，2003）。綜合以上研究結果可知，有許多研究者都肯定合作學習是一種有效的教學策略，不管是在數學學習動機亦或是在數學學習成效上都有顯著的正面影響，因此，在研究者的研究當中也將加入合作學習做為自變項討論。

在本研究的實驗設計當中，研究者所採用的小組合作教學模式是依據 Slavin 在 1978 年發展的學生小組成就區分法（Student's Team Achievement Division），它是在教學現場中最容易實施的一種方法，因為它所使用的內容、標準和評鑑均與傳統方法沒有太大的差異。而在實驗當中所施行的程序分別為：研究者先針對全班進行團體授課，接著是進行異質性分組學習的部分，以同儕學習的方式精熟學習單元互相討論發現並釐清問題，最後再進行測驗來評鑑學習成果。



第三章 研究設計與實施

本研究旨在利用GSP發展一套二度空間旋轉教材，以提升學生二度空間能力，並探究國中八年級學生在二度空間能力之表現與其數學學業成就、性別之相關情形。本章將分別從：（一）研究設計及架構；（二）研究流程；（三）研究對象；（四）研究工具；（五）資料處理與分析等五方面，說明本研究之研究設計及實施。

第一節 研究設計與架構

基於研究目的，本研究將採用測驗問卷調查國中八年級學生之二度空間能力，研究者以新竹市國中八年級學生為母群體，為達到樣本自變項變因之控制差異為最小，因此選取研究者所任教的新竹市竹竹國中為樣本學校，並以該校八年級兩班的學生為此研究的樣本學生。在進行自編測驗問卷調查前，研究者已先蒐集有關國內外「空間能力意義與類型」的相關文獻，並根據空間概念所延伸出來的四種能力，與指導教授及專家教師共同編修符合本研究目的之二度空間能力試題，經由前測來進行分析與探討樣本學生之空間能力概況。在九年一貫數學學習領域的課程綱要中因缺漏了旋轉的部分，故研究者除了採用自編測驗問卷量化分析八年級學生的空間能力之外，在本研究中也將根據空間能力所定義的旋轉意義以GSP軟體發展出一套適合學生學習的旋轉概念教材，並進一步探討該教材的教學成效。

本研究將採用準實驗研究法中的不等組前測-後測實驗設計，從研究者所任教的竹竹國中八年級學生的兩班級選取為實驗對象。其中一班為實驗一組，並以小組合作教學法來進行研究者自編之二度空間旋轉教材教學；另一班為實驗二組，也進行本研究者自編之二度空間旋轉教材教學，採用討論教學法，其餘皆相同，藉此這兩班作為對照，才能比較出是否因

為旋轉教學的介入而使學生的整體的空間能力變好，並比較是否多了小組合作學習法使得整體空間能力上升更多。表3-1-1為此研究設計：

表3-1-1 研究設計模式

組別	前測	實驗處理	後測	延後測
實驗一組	T1	XT	T2	T3
實驗二組	T1	XD	T2	T3

T1:表示前測

T2:表示後測

T3:表示延後測

XT:表示以小組合作教學法來進行二度空間旋轉教材教學

XD:表示以討論教學法來進行二度空間旋轉教材教學

此實驗設計步驟如下：

- 1、在進行二度空間能力旋轉教學前，先對實驗一組及實驗二組實施二度空間能力的前測T1，利用前測成績進行獨立樣本 t 考驗(如表3-1-2)，資料分析結果發現 t 值未達顯著($t=-.486, p=.628 > .05$)，即兩組學生在教學實驗前之二度空間能力是相同的，因此可以說兩組學生在實驗教學前具有相同的起點能力。

表 3-1-2 兩組學生在二度空間能力測驗前測成績之 t 統計考驗摘要表

組別	人數	平均數	標準差	t 值	p
實驗一組	31	110.32	21.249	-.486	.628
實驗二組	31	112.58	14.712		

- 2、對實驗一組採用小組合作教學法來進行二度空間旋轉教材教學(XT)；對實驗二組則採用討論教學法進行二度空間旋轉教材教學(XD)。
- 3、實施二度空間旋轉教學後隔天，對實驗一組及實驗二組進行空間概念的後測T2，並觀察其立即成效為何。
- 4、實施後測一個月後，再對實驗一組及實驗二組進行二度空間能力的延後測驗 T3，並觀察保留成效為何。

依據實驗設計、研究目的、待答問題及文獻探討的資料所訂定出本研究之自變項、依變項如圖 3-1 。

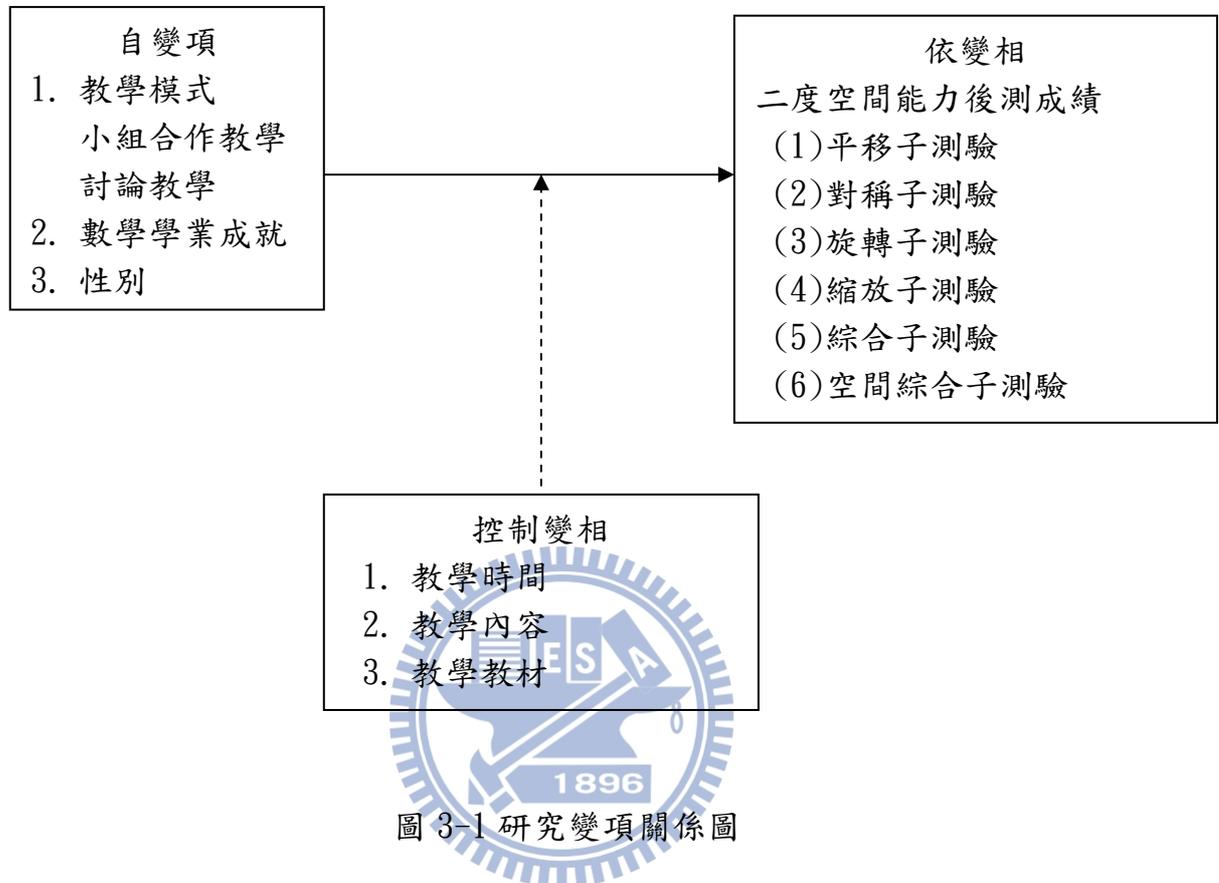


圖 3-1 研究變項關係圖

第二節 研究流程

本研究主要研究目的在於探討國中八年級學生數學學業成就、性別與二度空間能力的相關性，並利用多媒體教材 GSP 發展一套針對學生迷思概念所設計的二度空間旋轉能力教材，依據杜威 (Dewey, 1910) 科學研究方法的精神，研究者將本研究的研究步驟與流程區分為三階段；第一階段為準備階段：首先確立研究方向並蒐集相關文獻研究，其次確立二度空間能力的意義與類型並編製相關研究工具隨後進行預試，並根據預試結果發展研究教材；第二階段為實驗階段：正式實施二度空間能力前測，進行教學實驗，並在教學後實施後測及延後測；第三階段為分析階段：彙整研究數據並加以分析撰寫成文。詳細研究流程圖見圖 3-2，以下研究者將分別依照研究三個階段做詳細描述：

一、準備階段：

(1) 確定研究方向：

根據研究者過去的教學經驗發現，國中學生在現二度空間旋轉能力之薄弱，及許多專家學者的研究結果也指出學生在旋轉這方面相對較弱，加上國內課程沒有這個部分學習內容，因此決定發展出一套二度空間概念旋轉教材來進行教學。

(2) 蒐集相關文獻與探討

研究者於 2012 年 3 月起就針對本研究主題開始著手蒐集國內外相關文獻，並與指導教授定期進行研討，以確定本研究的理論與範疇。

(3) 發展研究工具

依據 2012 年 3 月至 7 月蒐集到的國內外相關文獻及研究對象的資料，於 2012 年 8 月至 9 月間進行二度空間能力試題的編製，並請指導教授與數學專家教師針對研究者自編的二度空間能力試題進行專家效度的檢核，最後根據教授及數學專家教師的意見修改，修正之後成為二度空間能力測驗試題初版。



為了使測驗試題的難易度適中、試題題意的明確性及了解所需充裕的作答時間，研究者於 2012 年 9 月間挑選新竹市竹竹國中八年級某班，此班非實驗一組及實驗二組的班級，並在此班中選取數學成就高、中、低各一位學生來進行施測，施測完畢後，統計時間及詢問作答情況，並根據此結果修定試題二版及訂定測驗時間為 25 分鐘。

(4) 進行預試及試題修正

為了使試題更加的適切，研究者再次挑選新竹市竹竹國中八年級某兩班(非實驗一組及實驗二組的班級)來進行試題的預試，施測二版試題及規定作答時間為 25 分鐘，施測完畢後，以統計軟體 SPSS 來分析試題信度、效度、難易度，並與指導教授及數學專家教師共同討論，挑選適切的試題後，完成本研究正式施測工具。

(5) 發展研究教材

根據國內外二度空間相關文獻及預試結果，發展出一套針對學生迷思概念所設計的教材並搭配 GSP 軟體來呈現。

二、實施階段

(1) 前測與實驗組分組

於 2013 年 10 月中旬，在進行實驗教學之前，實驗一組及實驗二組都實施二度空間能力前測試題測驗，施測時間為 25 分鐘。前測結束後，根據前測成績將實驗一組的學生按照前測成績進行 S 形分組，並分成 8 組，其中一組為三人，其餘組別每組 4 人。

(2) 進行教學

實驗一組學生分組結束後，於 2012 年 10 月下旬開始，由研究者擔任教學者，對實驗一組及實驗二組進行兩堂課的 GSP 融入實驗教學，上課內容、上課教材及上課時間都相同，唯一不同地方為實驗一組採用小組合作教學法，而實驗二組則採用討論教學法。

(3) 進行後測

實驗教學完畢後隔日，立即對實驗一組及實驗二組進行後測，以

了解此實驗教學的立即成效為何。

(4) 進行延後測

實施後測完畢一個月後，於 2012 年 11 月底進行實驗一組及實驗二組的延後測，以了解此實驗教學的保留成效為何。

三、資料分析階段

(1) 資料整理與分析

於 2012 年 12 月初開始，統整實驗一組及實驗二組的二度空間能力測驗之前、後、延後測之成績，並以 SPSS 及 EXCEL 軟體進行統計分析，以了解透過 GSP 融入的實驗教學是否能明顯提升學生的二度空間能力，並探討二度空間能力與不同數學學業成就、不同性別之間的關聯性。

(2) 撰寫論文

研究者於 2013 年 1 月到 2013 年 5 月底完成各項研究分析及研究結果整理，並歸納結論與提出建議，撰寫成文。



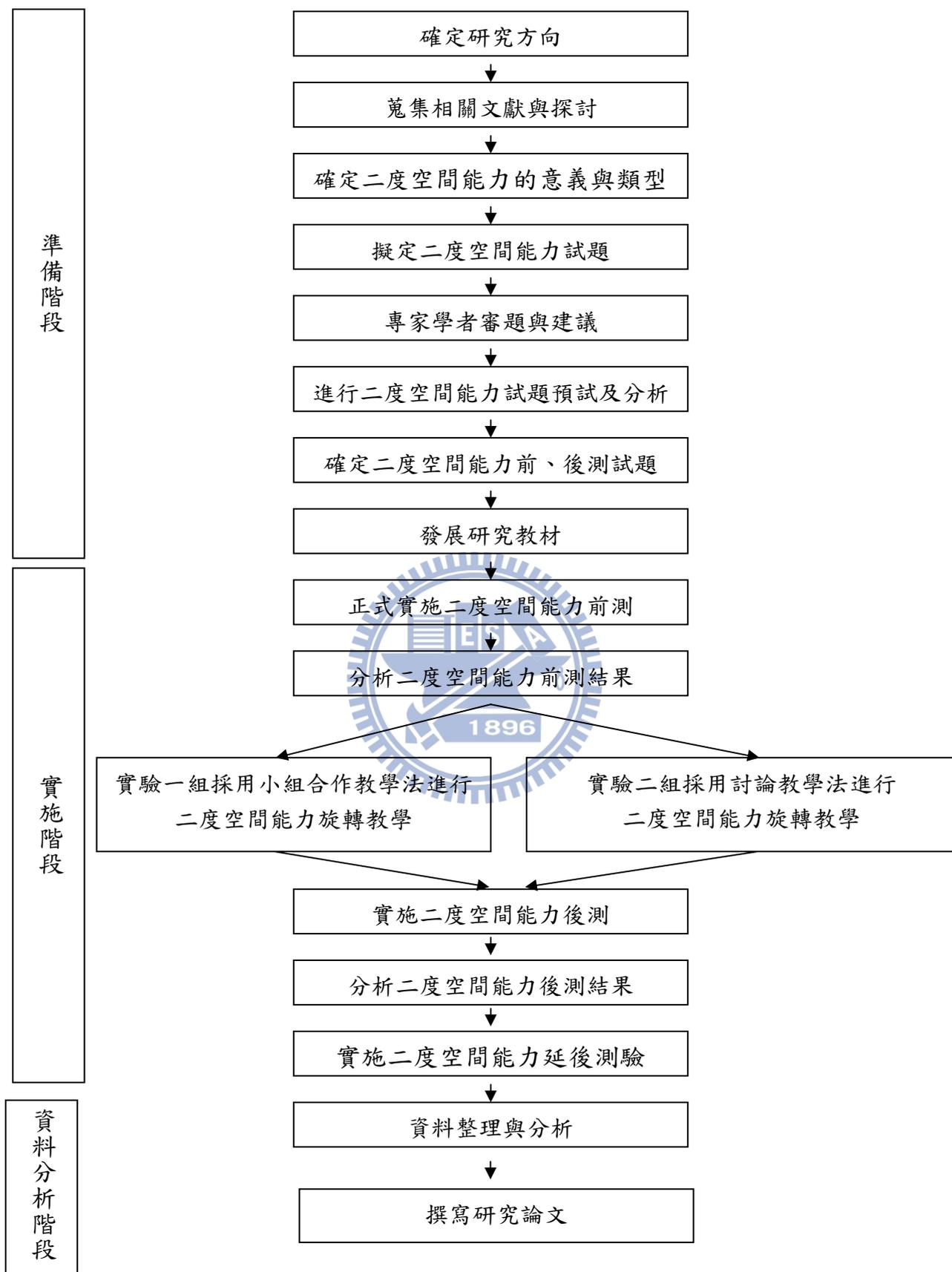


圖 3-2 研究流程圖

第三節 研究對象

在時間、資源及人力有限的情況下，研究對象選自於研究者所服務的竹竹國中八年級學生，並取研究者所任教的兩個班級作為正式研究對象（一組為實驗一組、另一組則為實驗二組）。以下就研究對象的學校背景、正式研究對象分別敘述。

一、學校背景：

竹竹國中位於新竹市東區，校齡 57 年，歷史悠久，目前三個年級共計 75 個班，教職員工約有 200 人左右，屬於大型學校，且竹竹國中為新竹市明星國中，所以多數學生都是跨學區就讀，家長社經背景都在一定水準之上，而校內老師各個都積極認真教學，校風多元活潑，因此學生程度都比一般學生來得好。而竹竹國中的八年級共有 25 個班級，平均每班約 31 人，男女比率約為 1：1。

二、正式研究對象：

選取研究者在竹竹國中八年級所任教的兩個班作為正式研究對象，此正式研究對象中的學生為常態編班的學生，因此學生程度不一，普遍都有達到中上，也有數學程度低落的學生，人數約 8 人左右（約四分之一），而此次教學實驗中的實驗一組為此兩班隨機抽選一班，則另一班級作為實驗二組。以下為實驗一組和實驗二組的班級學生男、女人數，如表 3-3。

表 3-3 實驗一組及實驗二組男女人數分配表

組別	男生人數	女生人數	組人數
實驗一組	17	14	31
實驗二組	16	15	31
合計	33	29	62

第四節 研究工具

本研究欲利用 GSP 發展一套二度空間旋轉教材，以提升學生二度空間能力，並探究國中八年級學生二度空間能力與其數學學業成就、性別之相關情形，因此本小節所要說明有二：第一部分為二度空間能力測驗試題，本測驗的編制是依據文獻探討和國內實證研究之結果與相關研究之問卷所設計而成，參考問卷內容有：林浚傑(2007)、呂潔筠(2009)、黃守怡(2010)、張哲豪(2011)等人的研究工具，以下將針對本二度空間能力測驗試題的編製過程、效度分析、預試與修正說明等三項加以說明。第二部分將針對 GSP 軟體所設計的二度空間概念旋轉教材及學習單加以說明。

一、二度空間能力測驗試題

(1) 測驗試題的編製過程

本研究要了解數學學業成就與空間能力之間的相關性，然而八年級的學生所接觸的幾何圖形不多，且幾乎都為平面圖形，因此本測驗試題前五部分針對平面(二度空間)來設計，最後一部分為三度空間試題，再來研究者根據第二章文獻探討，將二度空間能力變換定為平移、對稱、旋轉、縮放此四大類，而幾何圖形的基本變換也是此四大類(國立教育研究院籌備處，2006)，所以測驗試題前四大部分為平移子測驗、對稱子測驗、旋轉子測驗、縮放子測驗，第五部分為綜合子測驗，而最後一部分為空間綜合子測驗。

研究者在編測二度空間能力試題時，參照吳明清(2002)問卷編制原則：1. 施測時間不宜過長，以免學生產生厭惡感而影響測驗結果；2. 問卷題數不宜過多以免作答不完整；3. 問卷題型說明應淺顯易懂；4. 各類形題數應儘量相同。綜合上述四點，研究者針對各個子測驗設計了 4 小題，其中旋轉子測驗設計了 8 小題，原因是旋轉為學生較弱的部分且不在正式課程內容中，因此需測驗較多層面的試題，故此二度空間能力試題總題數為 28 題，所有試題皆為四選一的單選題，如附錄一。

實施本測驗的主要目的是測驗學生二度空間能力而非學習成就，因此研究者參照張哲豪(2011)的二度空間能力測驗，在每個子測驗的一開始都有簡短的說明及範例，即使完全不懂平移、對稱、旋轉、縮放的學生也能根據題意作答，故學生所測出來的結果，將取決於本身二度空間能力的強弱，並不會因本身數學成就高低受影響。

(2) 效度分析

在二度空間能力測驗試題初稿設計完成後，再請八年級某班學生數學學業成就高、中、低三種程度各一位學生進行試閱，其中在試閱時所挑選的高、中、低成就學生，是以其七年級數學學期總成績之等第（高＝優等；中＝乙等；低＝丁等）作為篩選標準，合計共三位學生，進行二度空間能力測驗試閱，作答完畢後，研究者對此三位學生逐一詢問每一子測驗內容，並詢問有沒有看不懂的說明內容、有沒有看不懂的圖形、有沒有不懂題意在問什麼，以保證每位學生都能清楚閱讀本測驗，來確保此二度空間能力測驗的表面效度，除此之外，也藉此試閱來預估本測驗的所需時間，其中高、中、低程度學生完成時間分別為15、19、22分鐘，為避免學生作答不完，將測驗時間定為25分鐘，讓學生有足夠充裕的作答時間。

本測驗的表面效度確認無誤後，再請指導教授與三位專家教師對本測驗題目進行檢核，並提出修正意見(如表3-4-1)，專家教師A為公立學校導師兼數學教師，教學經驗有8~10年，對學生的學習狀態及課綱演變有相當的了解；專家教師B為公立學校導師兼數學教師，教學經歷有5年，時常帶領學生參與JHMC與HCMC等多項數學競賽都能榮獲佳績，尤其是在幾何與空間能力方面更有所長；專家教師C為公立學校導師兼數學教師，正攻讀研究所科技數位教學相關科系，故對問卷設計與多媒體教材有所專精。透過這些專家教師與指導教授所給予的意見與建議，以及研究者觀察試閱學生有疑問處與圖形不明確之試題，再予以修改。經過此修正步驟後，本實驗中的二度空間能力測驗預試試題才算初步定稿，並同時確立其表面效度與專家效度，接著才實施預試。

表 3-4-1 專家教授與專家教師建議修正內容

問卷內容修正意見	修改及調整
學生填寫數學定期成績組別	不須調查，直接利用學生的學籍成績資料即可。
豐富旋轉類型題目	增加第 16 題，方塊旋轉類型 增加第 18 題，立體旋轉類型
附屬子測驗名稱不適宜 題幹說明尚須清晰明瞭	改以"空間綜合子測驗"稱呼 多處進行語意調整，並強調旋轉 0 度之觀念與縮放 1 倍之觀念強化
修正第 11 題選項	將選項(B)的圖形作修改，避免一眼看出為對稱圖形
	
修正第 12 題選項	將選項(B)的圖形作修改，避免跟選項(C)太相似。
	

(3) 預試與修正說明

經過以上修正完成二度空間能力測驗試題定稿後，以研究者所任教的學校中，排除樣本學生之外，隨機選取樣本學校八年級學生中的兩個班級學生進行預試，合計共 62 名學生，其中男學生有 32 名、女學生有 30 名。本測驗試題可分為七大部分，第一部分為第 1 至 2 題的基本資料題，不予計分，第二部分為第 3 至 6 題的平移子測驗，第三部分為第 7 至 10 的對稱子測驗，第四部分為第 11 至第 18 的旋轉子測驗，第五部分為第 19 至 22 的縮放子測驗，第六部分為第 23 至 26 的綜合子測驗，第七部分為第 27 至 30 的空間綜合子測驗。施測時間為 25 分鐘，於 2012 年 10 月 13 日早自修時段統一進行施測，並於同時間回收測驗卷。

二度空間能力測驗經預試後收回統計，對一題得五分，錯一題得零

分，總分為140分，將測驗原始分數以SPSS 統計套裝軟體來進行試題分析(難度、鑑別度)，研究者整理二度空間能力測驗預試結果，如表3-4-2所示。

表 3-4-2 「二度空間能力」測驗試題難度與鑑別度分析表

題號	高分組答對率	低分組答對率	難度(P)	鑑別度 (D)
平移 3	1	0.7	0.85	0.3
平移 4	1	0.65	0.825	0.35
平移 5	0.9	0.75	0.825	0.15
平移 6	1	0.7	0.85	0.3
對稱 7	1	0.85	0.925	0.15
對稱 8	1	0.65	0.825	0.35
對稱 9	1	0.7	0.85	0.3
對稱 10	1	0.85	0.925	0.15
旋轉 11	0.85	0.35	0.6	0.5
旋轉 12	0.95	0.25	0.6	0.7
旋轉 13	1	0.5	0.75	0.5
旋轉 14	0.95	0.4	0.675	0.55
旋轉 15	1	0.45	0.725	0.55
旋轉 16	0.95	0.45	0.7	0.5
旋轉 17	0.9	0.55	0.725	0.35
旋轉 18	1	0.6	0.8	0.4
縮放 19	0.9	0.35	0.625	0.55
縮放 20	0.8	0.5	0.65	0.3
縮放 21	0.95	0.65	0.8	0.3
縮放 22	1	0.65	0.825	0.35
綜合 23	1	0.55	0.775	0.45
綜合 24	0.75	0.6	0.675	0.15
綜合 25	0.9	0.35	0.625	0.55
綜合 26	0.95	0.6	0.775	0.35
空間 27	0.6	0.2	0.4	0.4
空間 28	0.9	0.5	0.7	0.4
空間 29	0.8	0.55	0.25	0.675
空間 30	0.8	0.1	0.45	0.7

經過預試後所分析的 Cronbach α 信度為 .819，在效度方面則是採取專家內容效度，其難度值在 0.25~0.925 之間，而鑑別度則介於 0.15~0.7。根據國外測驗學者 Ebel 與 Frisbie(1991)的觀點論述：當鑑別度在.40 以上，則試題判斷標準為非常優良；當鑑別度在 .30~ .40 之間時，則試題的判斷列為優良，若要使鑑別度提高可能需要做細部的修改；倘若鑑別度在 .20~.30 之間，則試題判斷只有尚可，此時試題便需要大幅度的修改；最後當鑑別度未達 .20，則此試題判斷為不佳，需要刪除或重新調整修改(吳明隆、涂金堂，2009)。在本研究的預試中，雖然部分題目(如：平移 3.4.5.6、對稱 7.8.9.10、旋轉 18、縮放 21.22)難度值過高，部分題目(平移 5、對稱 7.10、綜合 24)鑑別度值略低，但由於本實驗的目的主要在於檢測國中八年級學生之旋轉能力是否會在教學後有所提升，因此仍保留這些試題，以拓展問卷之廣度。

二、二度空間概念教材

(1) GSP 軟體

本研究中所採用的二度空間概念旋轉教材是利用 GSP 動態幾何軟體所開發，所謂的 GSP 動態幾何軟體其實是 The Geometer's SketchPad 動態幾何軟體的縮寫。而這套軟體本身是由美國 Swarthmore College 及 Key Curriculum Press 在 NSF 官方與資方合作下所生產的視覺幾何研究計畫產品：簡單地說，GSP 動態幾何軟體是一套在視窗環境下將物件導向動態連結的幾何軟體。在本研究中研究者之所以選用 GSP 為教學輔助媒體是因其操作簡易、並能適切提供動態且豐富的圖形變化幾何學習環境，因此 GSP 最適宜做為幾何學的研究與教學的輔助工具(楊子賢，2011；尤冠龍，2007；郭昭慧，2004)，除上述特性之外，GSP 動態幾何軟體在本身的工具中就有平移、對稱、旋轉及縮放等四種功能物件存在，所以即便第一次使用的人也能在操作上倍加得心應手，因此在研究中使用也能讓學生迅速進入學習教材中，不會因為不熟悉軟體操作影響其相關學習成效。

(2) 學習單

研究者在本研究中所自編的學習單內容主要分為二大部分，第一部分是讓學生清楚了解何謂平移、對稱、縮放、旋轉，並探討這些二度空間變換前後圖形的差別；第二部分為問題與討論，主要所探討的問題都環繞在旋轉部分，而這些題目的設計都來自於學生常犯的錯誤迷思概念。

經過多次與指導教授及三位專家教師的討論後，最後定稿如附錄二，下表為修正內容，如表 3-4-3

表 3-4-3 學習單意見與修正

研究團隊建議	修正結果		
將第一部分，書寫一樣與不一樣的地方修改成教大的方塊區，讓學生有足夠的空間可以作答	一樣：_____ 不一樣：_____		
	修改 ↓		
	<table border="1"><tr><td>一樣：</td><td>不一樣：</td></tr></table>	一樣：	不一樣：
一樣：	不一樣：		
應讓學生了解旋轉點在圖形上與不在圖形上的差別。	新增問題一： 請問旋轉中心位於圖形內部和外部之間的相同特徵為何？不同特徵為何？		
在團隊討論中，應以更加清楚扼要的描述來引導學生作答，避免過於開放性問題，宜適時在題幹中加以引導，才不會導致答非所問。	在 GSP 教學時，應該強調何謂”特徵”，可以作一些示範說明，比如物體經過平移後，它的形狀、大小、位置等，有哪些改變，經過這樣一次說明後，接下來學生較能掌握住回答重點。		

(3)二度空間概念教材設計

依據教育部所頒行的國小數學課程，至現今所施行的九年一貫幾何教材均是參照 van Hiele 的幾何思考層次理論來編寫(朱建正,1996;莊月嬌、張英傑,2006;洪珮芬,2009)。由此可知，van Heile 的幾何思考理論在幾何教育中扮演舉足輕重的角色。

因此本教材的設計將參照 van Hiele(1986)所提出的「五階段學習模式」(five-phase learning model)，分別為:學前諮詢(information)、引導學習方向(guided orientation)、解說(explicitation)、自由探索(free orientation)、統整(integration)。

(一)學前諮詢:

透過二度空間概念前測的結果，了解學生易錯且混淆的觀念，並找尋預試的學生來詢問其問題所在，根據這些學生迷思概念來設計教材。

(二)引導學習方向:

教師引導學生操作 GSP，並透過 GSP 的幾何動態呈現，帶領學生觀察理解何謂平移、對稱、旋轉、縮放的基本概念，以旋轉概念教學為例如圖 3-4-1，當按下「原始圖繞旋轉點旋轉」時，圖形將會自行的旋轉如圖 3-4-2，並於左上角顯示其選轉角度，此用意是要先讓學生初步了解何謂旋轉。

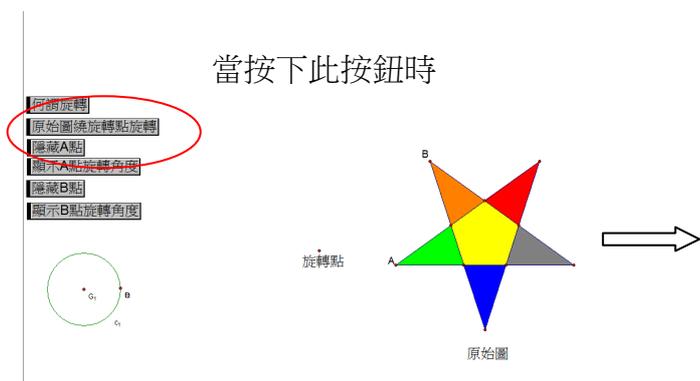


圖 3-4-1 旋轉概念之教材圖

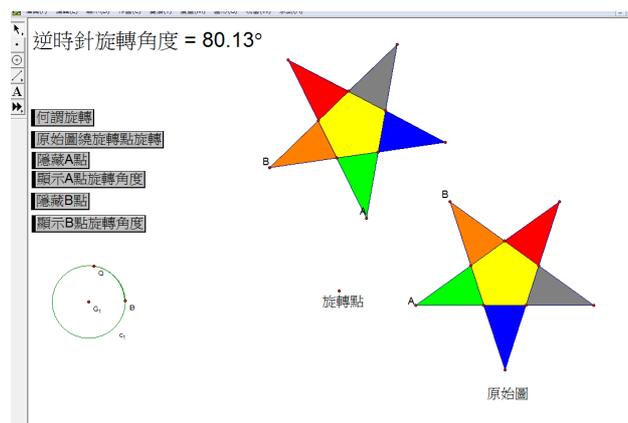


圖 3-4-2 旋轉圖自行旋轉

(三)解說:

當學生觀察完基本圖形變換之後，將正式介紹其基本定義，以旋轉概

念教學為例，當學生按下「何謂旋轉」按鈕時，右上角將會出現旋轉的文字介紹如圖 3-4-3，此時，正式介紹何謂旋轉，並帶領學生更深入的觀察與探討。

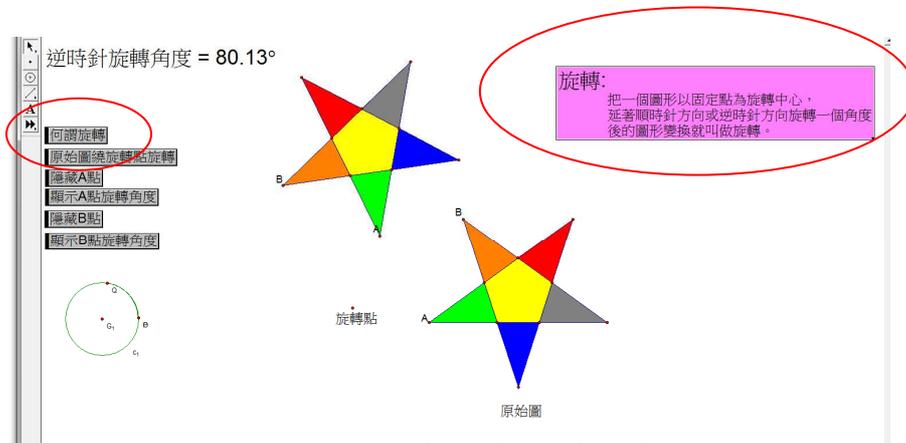


圖 3-4-3 旋轉概念解說

(四)自由探索:

當學生更為了解二度空間概念時，將給學生自由時間再去探索其圖形的變換關係，以旋轉為例，學生此時可以自由重複操作、觀察 GSP 幾何動態的圖形變換，並於學習單上完成討論事項如圖 3-4-4；在此刻討論的部分，實驗一組的學生採取小組合作的方式進行，實驗二組的學生則透過與教師討論的方式進行。

(4)旋轉:-
 何謂旋轉: _____
 旋轉過後的圖形與旋轉前的圖形有哪些特徵一樣? 有哪些特徵不一樣?
 一樣:- _____ 不一樣:- _____

圖 3-4-4 學習單中的旋轉討論

(五)統整:

當所有二度空間概念學習完畢之後，學生將完成學習單後面的一些綜合性討論問題，如附錄 3 學習單中的問題與討論，接著學生將進行統整平移、對稱、旋轉、縮放四個概念的操作性活動，此時將給學生自由操作一軟體(mathmagic)，當學生按下此軟體會自行創造一個圖形出來，此時學生

必須透過左邊的按鈕(平移、對稱、旋轉、縮放)來完成所要求的圖形如圖 3-4-5；此刻，實驗一組的學生採取小組合作競賽方式進行，實驗二組則採用自行操作的方式進行。



將黑色的小鳥，透過左邊的按鈕來變成藍色的小鳥。

圖 3-4-5 mathmagic 的操作頁面

綜合上述五階段教學模式所設計出來的活動時間分配表如附錄三。

第五節 資料處理與分析

本研究採取不等組前後測的準實驗設計，在實驗前進行前測、實驗後隔天進行後測及實驗後一個月實施延後測，此三份試卷皆為同一份試題，為避免同一份試題而影響研究數據，於是在實施測驗完畢後不公佈正確答案，並告知學生這只是老師想了解他們的二度空間能力，以作為二年級下學期幾何課程的參考，所以不用急著與同學討論，且將來會統一公佈正確答案及測驗結果。

本研究之資料蒐集與分析所使用的軟體為「Excel 2003」與「SPSS 18.0」，Excel 2003 主要進行資料之彙整，將學生的資料背景、學期成績及作答情形進行統整，並進行簡單之數據分析如答對率、難度、鑑別度；SPSS 18.0 則將Excel 2003 之資料匯入後，進行統計分析的工作，研究

者利用獨立樣本 t 考驗(t -test)、成對樣本 t 檢定($paired\ t$ -test)、二因子單變量分析(Two-Way ANOVA)，等相關統計程式進行量化資料分析，藉以瞭解國中八年級學生二度空間能力之現況及進行二度空間變換教學後學生是否有顯著進步，並以 .05為顯著水準，茲將實驗研究假設與所使用的統計方法敘述如表3-5:

表 3-5 實驗假設與所使用的統計方法

虛無假設	資料分析方法
1. 在應用 GSP 融入不同的教學模式(小組合作教學法、討論教學法)後，兩組學生在各個子測驗的表現沒有顯著的學習成效。	分別以實驗一組、實驗二組之後測-前測成績及延後測-前測成績做為教學成效成績，並進行兩組成對樣本 t 檢定，檢定兩組各個子測驗的立即及保留成效。
2. 數學學業成就(高、中、低)與 GSP 融入不同教學模式對學生在二度空間能力後測、延後測表現上沒有顯著的交互作用。	以學生數學學業成就(高、中、低)與不同教學模式(小組合作教學法、討論教學法)表現為自變項，後測、延後測成績為依變項，進行二因子單變量分析。
3. 性別(男、女)與 GSP 融入不同教學模式對學生在二度空間能力後測、延後測表現上沒有顯著的交互作用。	以學生性別(男、女)與不同教學模式(小組合作教學法、討論教學法)表現為自變項，後測、延後側成績為依變項，進行二因子單變量分析。

第四章 研究結果與討論

依據本研究的待答問題，本章共分為三小節，第一節為探究以 GSP 融入的教學對二度空間概念學習之影響，第二節為探討不同數學學業成就與不同教學模式對二度空間能力測驗的交互作用影響，第三節為探討不同性別與不同教學模式對二度空間能力測驗的交互作用影響。

第一節 探究 GSP 融入的教學對二度空間概念學習之影響

本研究的首部分主要探討以動態軟體 GSP 融入二度空間能力教學的成效，研究者將分為立即成效與保留成效兩方面作探討：

一、立即成效探討：

研究者欲探討 GSP 融入不同教學(小組合作教學法、討論教學法)其成效，本實驗之研究工具共分六大子測驗，依序為平移、對稱、旋轉、縮放、綜合與空間，實驗一組與實驗二組的學生經過二度空間能力教學之後，並針對 GSP 融入不同的教學分別進行前測-後測成對樣本 t 考驗，檢定結果如表 4-1-1 及表 4-1-2。

從表 4-1-1 中的數據我們可以推知，實驗一組在二度空間能力各個子測驗中的後測成績平均值都比前測平均值高或相等，最後整體進步了 8.22 分，且達到顯著差異($t=4.45$, $p=.000 < .05$)，並根據 Cohen(1988) 指出淨 η^2 大於 .138 屬高效果量，介於 .059 至 .138 屬中效果量，介於 .010 至 .059 屬低效果量；而實驗一組的淨 η^2 值為 .398 > .138，屬高效果量，而各個子測驗中，平移($t=2.40$, $p=.023 < .05$)、旋轉 1($t=4.81$, $p=.000 < .05$)、空間($t=2.83$, $p=.008 < .05$)的部分都達到顯著差異，從效果量來看，平移的淨 η^2 值為 .161 > .138、旋轉 1 的淨 η^2 值為 .435 > .138、空間的淨 η^2 值為 .211 > .138，都屬於高效果量，這表示實驗一組的學生在平移、旋轉 1、空間三部分都具有顯著的立即成效，而其餘的子測驗都未達顯著效果。

表 4-1-1 實驗一組在二度空間能力各子測驗的後測-前測成對 *t* 考驗摘要表

配對變項	人數	平均數	標準差	<i>t</i> 值	<i>p</i>	淨 η^2
二度空間能力測驗						
前測	31	110.32	21.25	4.45	.000***	.398
後測	31	118.54	17.33			
平移						
前測	31	18.87	2.80	2.40	.023*	.161
後測	31	19.67	1.24			
對稱						
前測	31	18.87	2.48	.44	.662	—
後測	31	19.19	2.91			
旋轉 1						
前測	31	14.19	4.84	4.81	.000***	.435
後測	31	17.09	3.82			
旋轉 2						
前測	31	17.09	5.12	.84	.403	—
後測	31	17.74	3.37			
縮放						
前測	31	16.61	4.89	.00	1.000	—
後測	31	16.61	4.54			
綜合						
前測	31	14.19	5.33	1.97	.057	—
後測	31	15.80	4.67			
空間						
前測	31	10.48	6.10	2.83	.008**	.211
後測	31	12.41	5.60			

* $p < 0.05$ ** $p < 0.01$ *** $p < 0.001$

研究者同樣對實驗二組學生的前測與後測成績進行成對樣本 *t* 檢定分析，結果如表 4-1-2，發現實驗二組在二度空間能力各個子測驗中的後測成績平均值都比前測平均值高或相等，唯獨縮放的部分是後測成績低於前測成績，最後整體進步了 5.8 分，且達到顯著差異($t=2.95$, $p=.006 < .05$)，而各個子測驗中，只有對稱($t=2.47$, $p=.019 < .05$)的部分達到顯著差異，從效果量來看，平移的淨 η^2 值為.170>.138 屬於高效果量，即表示實驗二組的學生在對稱部分具有顯著的立即成效，而其餘的子測驗都未達顯著效果。

表 4-1-2 實驗二組在二度空間能力各子測驗的後測-前測成對 t 考驗摘要表

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p	淨 η^2	
二度空間能力測驗							
平移	前測	31	112.58	14.71	2.95	.006**	.225
	後測	31	118.38	15.18			
對稱	前測	31	19.19	2.27	.00	1.00	—
	後測	31	19.19	1.86			
旋轉 1	前測	31	18.06	3.80	2.47	.019*	.170
	後測	31	19.83	.89			
旋轉 2	前測	31	14.67	5.31	1.22	.229	—
	後測	31	15.80	5.17			
縮放	前測	31	17.09	4.03	.77	.442	—
	後測	31	17.74	4.25			
綜合	前測	31	18.06	3.33	-1.53	.136	—
	後測	31	17.09	3.59			
空間	前測	31	14.67	4.22	1.27	.213	—
	後測	31	16.12	4.46			
空間	前測	31	10.80	6.06	1.82	.078	—
	後測	31	12.58	5.60			

* $p < 0.05$ ** $p < 0.01$

從表 4-1-1 與 4-1-2 中不難發現，整體而言以 GSP 融入二度空間能力的教學是有效提升學生的二度空間能力，這與國內多位學者在進行以 GSP 融入平行四邊形單元教學時的發現不謀而合：透過動態幾何軟體 GSP 的教學介入，能夠適時的提供學生具體的圖形轉換能力以及視覺化互動的機會，因此能夠有效提升學生在幾何當中的認知思維（尤冠龍，2007；凌久原，2007；葉進安，2010；楊子賢，2011）。除此之外，透過動態幾何 GSP 的教學介入，能夠提高學生學習的注意力、提升學生的幾何解題策略，並幫助學生釐清幾何概念也在論文中多有所聞（凌久原，2007；葉進安，

2010;楊子賢,2011)。而這樣的研究發現也在研究者的表 4-1-1 與表 4-1-2 中可以窺得一二：實驗一組與實驗二組的 $p < 0.05$ 有達到顯著效果，表示透過 GSP 融入教學的介入，的確有助於提升學生二度空間能力的提升。

根據荷蘭教育學家 van Hiele 夫婦在 1957 年以完形心理學的結構及 Piaget 的認知理論，提出一套幾何思考發展模式，其中主張經由教師適切的引導，其幾何思考層次可由較低的層次逐步提升到較高的層次(van Hiele, 1986)，此理論正與本研究結果一致：不管透過何種教學模式，只需要經過教師的引導都會達到進步的效果。

一般來說，教師教學與學生學習方法，都會影響學生幾何思考層次的提升。而在各層次之間的學習，主要依靠教學組織與方法，於是教學活動扮演極為重要的角色。研究者相信教師若能改進目前的教材教法，在設計幾何教材時，依據 van Hiele 五階段學習理論的架構依序鋪陳教材，對於學生的幾何學習將有幫助。所以研究者在本研究的教學設計中採用 van Hiele 的五個階段學習理論，並融入 GSP 動態軟體發展一套二度空間能力的幾何教材，探討學生在教學後的二度空間能力學習成效。從表 4-1-1、4-1-2 中可知，實驗一組與實驗二組在經過研究者所依 van Hiele 五階段學習理論所設計的二度空間概念教學後，其二度空間能力的學習成效都有達到顯著的效果，這表示動態幾何軟體的融入有助於學生學習二度空間能力，且教學後具有立即成效，此結果正與梁勇能(2000)和呂潔筠(2009)相符合。

從上述的討論中我們不難發現，整體來說以 GSP 融入不同教學模式的教學對學生二度空間能力的提升是有其顯著效果的。但若細窺其各子測驗中的表現，卻不一定都有如此良好成效。研究者將實驗一組與實驗二組在各分項子測驗中的答對率整理如表 4-1-3：

表 4-1-3 實驗一組與實驗二組前測、後測各個子測驗答對率

實驗 一組	前測	後測	成長 幅度	實驗 二組	前測	後測	成長 幅度
平移	94%	98%	4%	平移	95%	95%	0%
對稱	94%	95%	1%	對稱	90%	99%	9%
旋轉 1	70%	85%	15%	旋轉 1	73%	79%	6%
旋轉 2	85%	88%	3%	旋轉 2	85%	88%	3%
縮放	83%	83%	0%	縮放	90%	85%	-5%
綜合	70%	79%	9%	綜合	73%	80%	7%
空間	52%	62%	10%	空間	54%	62%	8%

本研究所採用的研究工具是參考張哲豪（2011）探討八年級學生的二度空間能力的調查研究中所使用的測驗試題。由表 4-1-3 中我們可以觀察到幾個很有趣的現象，研究者將其可能的原因探討如下：

1. 在前測的結果當中，實驗一組與實驗二組在旋轉 1 的答題表現都遠不如在旋轉 2 的答題表現，而這樣的研究結果與張哲豪（2011）的調查結果（旋轉 1 與旋轉 2 皆為 7 成答對率）並不完全相同。研究者探究其原因可能為試題設計上的不同所導致，如圖 4-1-1 與圖 4-1-2 所示：

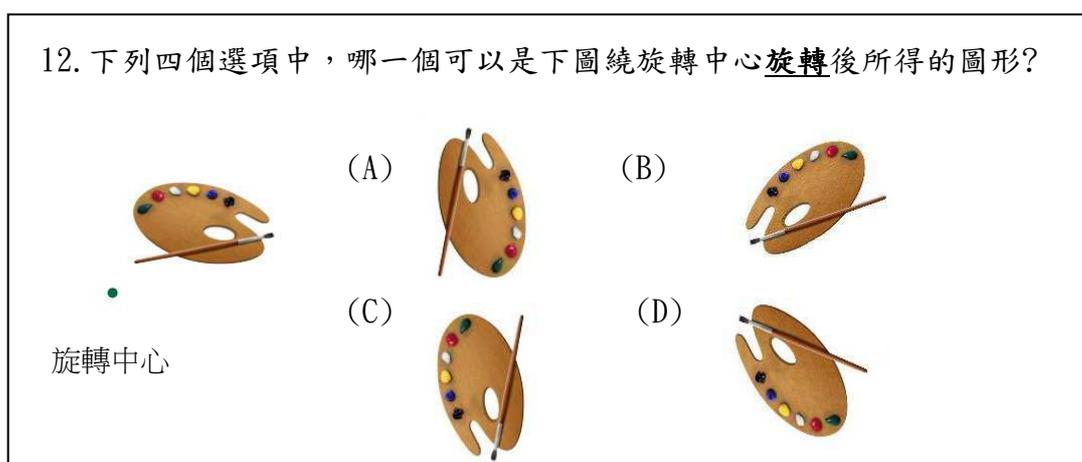


圖 4-1-1 二度空間能力測驗第 12 題題目

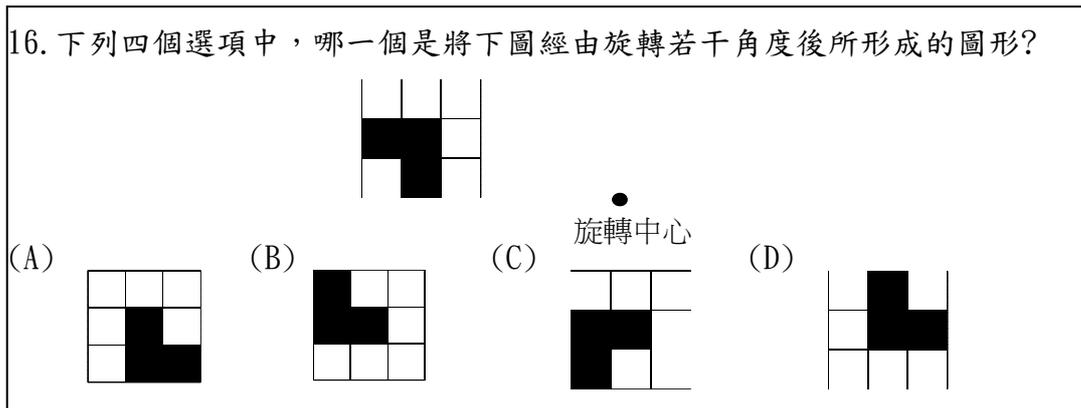


圖 4-1-2 二度空間能力測驗第 16 題題目

圖 4-1-1 為生活中常見的圖形，但是其形體較為不規則，且由兩樣物品組成（水彩筆與畫盤），因此在旋轉中除了要考慮筆的方向之外，也要考慮畫盤的調色區與缺口改變的一致性，因此學生在作旋轉的判斷時要考慮的條件反而比圖 4-1-2 單純由方格所組成的幾何圖形來得多，所以旋轉 1 生活中常見圖形的答對率反而會較由幾何線條與幾何圖形所組成的旋轉 2 來的低。這似乎也說明了教學時雖然使用生活中的例子會較為有趣，但是其需要考慮的細節也會相對變多，因此對學生來說不見得就會較容易。

2. 在研究者的教學設計當中，不管是哪一種教學模式都是以旋轉為主要教學內容，其他的二度空間能力都是略提帶過，因此在前後測的比較當中，兩組的旋轉子測驗都有明顯的提升。而實驗二組的整體學習成效雖然不如實驗一組，但是其對稱子測驗卻達到顯著的差異，且答對率高達 99%，這樣的研究結果既不同於實驗一組也不在研究設計當中，因此令研究者感到十分好奇卻也無法解釋其原因，只能留待後續對學生二度空間能力有興趣的研究者繼續加以探究。

3. 在二度空間能力測驗的空間子測驗當中，不管是實驗一組或實驗二組，其在前測或後測的答對率都遠比其它子測驗來得低，研究者猜測其原因是此部分的題型包含了展開圖以及繞軸旋轉的三度空間能力測驗，因此學生更難以掌握，但經過教學實驗後，實驗一組的學生前、後測達到了顯著的差異，表示小組合作教學法的融入能有效提升學生從二度空間旋轉能力類推到三度空間能力。

二、保留成效探討：

本研究除探討二度空間能力教學後的立即成效外，亦想探討學生透過 GSP 介入教學後的保留成效。由表 4-1-4 的數據顯示，實驗一組在二度空間能力各個子測驗中的延後測成績平均值都比前測平均值高或相等，最後整體進步了 8.87 分，且達到顯著差異($t=3.93, p=.000<.05$)，而各個子測驗中，只有空間($t=4.99, p=.000<.05$)的部分達到顯著差異，從效果量來看，空間的淨 η^2 值為 .454 > .138，屬於高效果量，表示實驗一組的學生在空間具有顯著的保留成效，而其餘的子測驗都未達顯著效果。

表 4-1-4 實驗一組在二度空間能力各子測驗中延後測-前測成對 t 考驗摘要表

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p	淨 η^2	
二度空間能力測驗							
平移	前測	31	110.32	21.24	3.93	.000***	.340
	延後測	31	119.19	17.79			
對稱	前測	31	18.87	2.80	1.71	.096	—
	延後測	31	19.67	1.24			
旋轉 1	前測	31	18.87	2.48	.46	.645	—
	延後測	31	19.19	2.91			
旋轉 2	前測	31	14.19	4.84	1.22	.229	—
	延後測	31	15.32	6.57			
縮放	前測	31	17.09	5.12	.00	1.000	—
	延後測	31	17.09	4.79			
綜合	前測	31	16.61	4.89	.895	.378	—
	延後測	31	17.41	3.12			
空間	前測	31	14.19	5.33	1.58	.125	—
	延後測	31	15.80	4.10			
空間	前測	31	10.48	6.10	4.99	.000***	.454
	延後測	31	14.67	4.98			

*** $p<0.001$

同樣地，實驗二組學生前測與延後測成績的成對樣本 t 檢定，結果如表 4-1-5：實驗二組在二度空間能力各個子測驗中的延後測成績平均值比前測平均值高或相等，唯獨縮放部分是延後測成績低於前測成績，最後整體進步了 7.25 分，且達到顯著差異($t=3.32, p=.002 < .05$)，而各個子測驗中，綜合($t=2.23, p=.025 < .05$)、空間($t=3.17, p=.003 < .05$)的部分達到顯著差異，從效果量來看，綜合的淨 η^2 值為 .156 > .138、空間的淨 η^2 值為 .252 > .138，兩部分都屬於高效果量，即表示實驗二組的學生在綜合、空間部分具有顯著的保留成效，而其餘的子測驗都未達顯著效果。

表 4-1-5 實驗二組在二度空間能力各子測驗的延後測-前測成對 t 考驗摘要表

配對變項	人數	平均數	標準差	t 值	p	淨 η^2
二度空間能力測驗						
前測	31	112.58	14.71	3.32	.002**	.269
延後測	31	119.83	18.81			
平移						
前測	31	19.19	2.27	.57	.572	—
延後測	31	19.35	1.70			
對稱						
前測	31	18.06	3.80	1.88	.070	—
延後測	31	19.19	1.86			
旋轉 1						
前測	31	14.67	5.31	1.87	.071	—
延後測	31	16.12	4.78			
旋轉 2						
前測	31	17.09	4.03	.19	.845	—
延後測	31	17.25	4.97			
縮放						
前測	31	18.06	3.33	-1.09	.280	—
延後測	31	17.29	4.03			
綜合						
前測	31	14.67	4.64	2.23	.025*	.156
延後測	31	16.45	3.46			
空間						
前測	31	10.80	6.06	3.17	.003**	.252
延後測	31	14.35	5.43			

* $p < 0.5$ ** $p < 0.01$

綜觀上述，GSP 融入小組合作教學法與討論教學法都有助於學生學習二度空間能力概念，不管是在立即成效上還是保留成效上，都有達到顯著效果。



第二節 探討不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對 二度空間能力表現的交互作用影響

根據本研究第三個研究目的即探究不同數學學業成就(高、中、低)的八年級學生，在二度空間的表現是否會因接受不同的 GSP 融入教學模式而有所差異。本節將分為兩部分來探討：一為不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力測驗的交互作用影響。二為不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力延後測驗的交互作用影響。

一、不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力測驗的交互作用

為了探究不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力表現的交互作用影響，研究者先蒐集兩組學生一年級上、下學期的數學段考成績，取其平均作為分組依據，平均於前 1/3 者分類為「高學業成就」，平均於中間 1/3 者分類為「中學業成就」，平均於後 1/3 者分類為「低學業成就」，三組學生在二度空間能力測驗的後測成績表現如表 4-2-1。其次，在二度空間能力前測測驗分析中，將實驗一組與實驗二組的學生前測成績去做獨立樣本 t 檢定($p=0.628>0.05$)，未達到顯著差異，故本研究以學生在二度空間能力教學後進行二因子單變量變異數分析，分析摘要表如表 4-2-2。

表 4-2-1 不同數學學業成就學生在二度空間能力測驗後測成績表現分配表

學業能力	教學模式	人數	平均數	標準差
高學業能力	實驗一組	10	130.00	7.45
	實驗二組	10	124.50	7.97
	總和	20	127.25	8.02
中學業能力	實驗一組	10	116.00	16.63
	實驗二組	10	125.50	8.95
	總和	20	120.75	13.88
低學業能力	實驗一組	11	110.45	19.80
	實驗二組	11	106.36	17.76
	總和	22	108.40	18.47
總和	實驗一組	31	118.54	17.32
	實驗二組	31	118.38	15.18
	總和	62	118.46	16.15

表 4-2-2 數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力後測成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	P	事後比較	淨 η^2
數學成就	3872.617	2	1936.30	9.543	.000	高、中>低	.254
教學模式	.014	1	.01	.000	.993	—	—
數學成就* 教學模式	694.142	2	347.07	1.711	.790	—	—
誤差	11362.273	56	202.89	—	—	—	—
全體	886075.000	62	—	—	—	—	—

從表 4-2-2 中得知，不同數學學業成就與不同教學模式在二度空間能力測驗的表現上沒有達到顯著的交互作用($F=1.711, p=.790 > .05$)，未達顯著水準，但在個別因子的「主要效果」中，不同數學學業成就的主要效果之 F 值等於 9.543($p=.000 < .05$)，達顯著水準；而不同教學模式其主要效果之 F 值等於 0.000($p=.993 > .05$)，未達顯著水準。

從邊緣平均數及事後比較發現，不同數學學業成就的學生表現差異為高成就($M=127.25$) 顯著優於低成就($M=108.40$)，且中成就學生($M=120.75$) 顯著優於低成就學生($M=108.40$)，從效果量來看，不同數學學業成就表現的淨 η^2 值為 .254 > .138，屬高效果量。簡而言之，數學學業高成就的學生在

學習二度空間教材之後的表現顯著優於數學學業低成就的學生，這與過去國內不少學者的研究結果大致相同：不管在哪一個年級當中，數學學習高成就的學生在空間能力的後測表現上皆明顯優於數學學習低成就的學生（魏春蓮，2005；馮雅慧，2005；廖雅如，2006；黃惠薇，2008；呂潔筠，2009）。

二、不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式對二度空間能力延後測的交互作用

根據表 4-2-2 的檢定結果發現不同數學學業成就與不同教學模式的學生在後測表現上沒有顯著的交互作用，接著探討不同數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力延後測上是否有顯著的交互作用。在實驗教學後一個月，兩組學生進行延後測，並以延後測的成績進行二因子單變量變異數分析，三組學生在延後測驗的成績如表 4-2-3，二因子單變量變異數分析摘要表如表 4-2-4。

表 4-2-3 不同數學學業成就學生在二度空間能力測驗延後測成績表現分配表

學業能力	教學模式	人數	平均數	標準差
高學業能力	實驗一組	10	128.00	9.18
	實驗二組	10	127.50	9.50
	總和	20	127.75	9.10
中學業能力	實驗一組	10	119.50	17.86
	實驗二組	10	124.50	10.65
	總和	20	122.00	14.54
低學業能力	實驗一組	11	110.90	20.83
	實驗二組	11	108.63	25.69
	總和	22	109.77	22.85
總和	實驗一組	31	119.19	17.79
	實驗二組	31	119.83	18.81
	總和	62	119.51	18.16

表 4-2-4 數學學業成就與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力延後測成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	P	事後比較	淨 η^2
數學成就	3567.870	2	1783.93	6.087	.004	高>低	.179
教學模式	8.526	1	8.52	.029	.865	—	—
學業能力* 教學模式	148.207	2	74.10	.253	.777	—	—
誤差	16412.955	56	293.08	—	—	—	—
全體	905750.000	62	—	—	—	—	—

從表 4-2-4 的結果中發現不同數學學業成就與不同教學模式在二度空間能力延後測的學習效果上沒有達到顯著的交互作用($F=.253$, $p=.777 > .05$)，但在個別因子之「主要效果」中不同數學學業成就主要效果之 F 值等於 $6.087(p=.004 < .05)$ ，達顯著水準；而教學模式方面，其主要效果之 F 值等於 $.029(p=.865 > .05)$ ，未達顯著效果。

從邊緣平均數及事後比較發現，不同數學學業成就的學生表現差異為高成就($M=127.75$)顯著優於低成就($M=109.77$)，從效果量來看，學業表現的淨 η^2 的值為 $.179 > .138$ ，屬高效果量，簡而言之，數學學業高成就的學生在學習二度空間能力之後的延後測表現顯著優於數學學業低成就的學生，但是中成就的學生並未顯著優於低成就的學生。

第三節 探討不同性別與 GSP 融入不同教學模式對二度空間 能力表現的交互作用

本小節要探究的是不同性別學生在二度空間的表現是否會因接受不同的 GSP 融入教學模式而有所差異，根據研究目的及待答問題，本小節要探討兩部分：一、不同性別與 GSP 融入不同的教學模式對二度空間能力後測的交互作用。二、不同性別與 GSP 融入不同的教學模式對二度空間能力延後測的交互作用。

一、不同性別與 GSP 融入不同的教學模式對二度空間能力後測的交互作用

本研究假設以二度空間能力後測成績當作依變數，並於教學實驗後進行後測，不同性別在兩組的二度空間能力後測成績如表 4-3-1，隨後進行二因子單變量變異數分析，其分析摘要表如表 4-3-2。

表 4-3-1 不同性別學生在二度空間能力後測成績表現分配表

性別	教學模式	人數	平均數	標準差
男生	實驗一組	17	118.82	20.88
	實驗二組	16	123.12	11.81
	總和	33	120.90	16.97
女生	實驗一組	14	118.21	12.49
	實驗二組	15	113.33	17.07
	總和	29	115.68	14.98
總和	實驗一組	31	118.54	17.32
	實驗二組	31	118.38	15.18
	總和	62	118.46	16.15

表 4-3-2 性別與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力後測成績之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
性別	417.005	1	417.005	1.593	.212
教學模式	1.294	1	1.294	.005	.944
性別* 教學模式	325.022	1	325.022	1.242	.270
誤差	15183.911	58	261.792	—	—
全體	886075.000	62	—	—	—

從表 4-3-2 中發現，不同性別與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力後測上沒有達到顯著的交互作用($F=1.242$, $p=.270 > .05$)，而從個別因子「主要效果」中探討，不同性別的主要效果之 F 值等於 $1.593(p=.212 > .05)$ ，未達顯著水準，表示男、女學生在經過二度空間能力教學之後，其表現都一樣好，而不同教學模式已在第二小節中探討過，此處不再多著墨。

二、不同性別與 GSP 融入不同的教學模式對二度空間能力延後測的交互作用

研究假設以二度空間能力延後測成績當作依變數，並於後測一個月後進行延後測，探究不同性別(男、女)在 GSP 融入不同的教學模式(小組合作教學法、討論教學法)下，是否有達到顯著的交互作用，其二度空間能力延後測成績如表 4-3-3，其二因子單變量變異數分析摘要表如表 4-3-4。

表 4-3-3 不同性別在二度空間能力延後測成績表現分配表

性別	教學模式	人數	平均數	標準差
男生	實驗一組	17	118.23	21.20
	實驗二組	16	123.43	17.48
	總和	33	120.75	19.36
女生	實驗一組	14	120.35	13.22
	實驗二組	15	116.00	20.01
	總和	29	118.10	16.92
總和	實驗一組	31	119.19	17.79
	實驗二組	31	119.83	18.81
	總和	62	119.51	18.16

表 4-3-4 性別與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力延後測成績之二
因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
性別	108.921	1	108.921	.321	.573
教學模式	2.753	1	2.753	.008	.929
性別* 教學模式	352.253	1	352.253	1.039	.321
誤差	19666.211	58	339.073	—	—
全體	905750.000	62	—	—	—

從表 4-3-4 中發現，不同性別與 GSP 融入不同教學模式在二度空間能力延後測上沒有達到顯著的交互作用($F=1.039$ ， $p=.321 > .05$)，而從個別因子「主要效果」中探討，不同性別的主要效果之 F 值等於.321($p=.573 > .05$)，未達顯著水準，表示男、女在經過教學一個月之後的保留成效一樣好，而不同教學模式已在第二小節中探討過，此處不予討論。

由以上的研究結果可以發現，不同性別的八年級學生在二度空間能力的表現沒有顯著差異，而這樣的研究結果與國內多位學者所作的研究相符：不管哪一種年齡層的男女生在二度空間能力的學習表現一樣好（梁勇能，2000；吳文如，2004；馮雅慧，2006；張秋雁，2007；林浚傑，2007；呂潔筠，2009；張哲豪，2011）。這或許也是因為二度空間能力中包含的許多層次變項的問題，因此男女生的表現才會沒有顯著差異（呂潔筠，2009）。此外，雖然國內多數學者認為學生的二度空間能力不因其性別而有所差異，但若細探其中旋轉部分的能力卻有男優於女的差異性存在（張哲豪，2011）。而在本研究當中，八年級男生在前、後測旋轉子測驗中的答對率雖然都比女生來得高，但是並沒有達到顯著差異，因此，對於男女生在旋轉部分的表現是否真的男生會優於女生，這是需要後續研究者再深入探討的。

第五章 結論與建議

本研究旨在探討以 GSP 融入不同的教學模式進行二度空間旋轉能力教學後，八年級學生二度空間能力的影響。本章節共分為兩小節：第一節為結論，主要是根據研究問題與研究結果提出結論；第二小節為建議，主要是針對本研究結果，提供教師在教學、課程安排以及對此主題有興趣的研究者在未來研究上的相關建議。

第一節 結論

根據本研究第四章的研究結果與討論，作出以下的研究結論：

- 一、GSP 的融入教學對兩組學生學習二度空間能力均有成效，顯示 GSP 融入教學的確能有助於學生學習二度空間概念。
- 二、GSP 融入「小組合作教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學後，學生在「平移」、「旋轉 1」、「空間」能力的學習上都有達到顯著的效果，且對整體二度空間能力具有立即成效與保留成效。
- 三、GSP 融入「討論教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學後，學生在「對稱」能力的學習上有達到顯著的效果，且對整體二度空間能力具有立即成效與保留成效。
- 四、不同數學學習成就與接受不同教學模式的學生，在二度空間能力的表現上沒有顯著的交互作用。主要效果分析發現，高成就學生與中成就學生就其後測成績優於低成就學生，但高成就學生未優於中成就學生；在延後測方面，高成就學生優於低成就學生，但原先的中成就學生未優於低成就學生。
- 五、不同性別與接受不同教學模式的的學生，在二度空間能力表現上沒有顯著的交互作用。主要效果分析發現，不管是立即成效還是保留效果，男生與女生在二度空間能力的學習成效都一樣好。

第二節 建議

本小節根據研究者的研究歷程以及研究結果提供教師在未來教學與課程編排上一些相關建議，並提供對於此主題有興趣的研究者，未來做類似研究時需要注意的研究建議：

一、對教學的建議：

- 1、本研究結果顯示，以「GSP 動態軟體」融入二度空間能力教學確實能夠有效提升八年級學生的二度空間能力。因此，研究者建議教師在進行幾何相關課程的時候，可以提供學生觀察幾何性質的多媒體教材，更能強化學生的幾何概念。
- 2、本研究結果顯示，透過有效的教學可以明顯提升八年級學生在二度空間中的旋轉概念能力。除此之外，也連帶提升八年級學生在三度空間中旋轉能力的表現，如圖形繞軸及展開圖的部分，而此部分的能力正好與九年級「生活中的立體圖形」課程相符，所以建議九年級教師未來在進行生活中立體圖形教學時，可以先加入二度空間旋轉能力的教學。
- 3、研究者在教學時發現，學生會時常誤觸 GSP 左邊工具欄的部分如下圖 5-2-1 所示，以至讓學生自行操作時，會時常拉出新的圖形出來干擾學習，因此建議將來在進行 GSP 教學前，可以先讓每組的組長來學習基本操作，一方面可以協助教師處理同學 GSP 操作基本問題，二方面也可以指導進度落後的同學。



圖 5-2-1 學生誤觸 GSP 介面說明圖

二、對教材設計的建議：

- 1、本研究發現：經過二度空間能力旋轉教學後，八年級學生在生活中圖形的旋轉有達到顯著的學習效果，而幾何圖形部分卻未達到顯著效果，也許是因為學習單上的設計有探討生活中的圖形旋轉部分，如圖 5-2-2，但學生似乎無法自行類推至幾何圖形上，因此建議將來的教材中也該加入幾何圖形的探討。

問題三：(圖一)的恐龍是否可經過旋轉的方式轉成(圖二)的樣子？
如果可以的話請問該如何轉？如果不行的話，請說明為什麼。



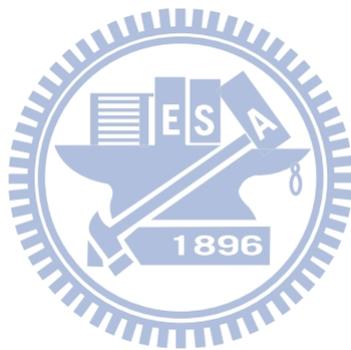
圖 5-2-2 生活中的圖形

- 2、從本研究中結果發現，綜合子測驗的部分只差一些就達到顯著的差異建議將來在進行最後活動 mathematic magic 結束之後，應再設計一個包含平移、旋轉、對稱、縮放的綜合性問題，讓學生來一同探討如何不透過實際操作而將原本圖形在內心操作變換成另一種圖形。
- 3、所謂的全等圖形其實是將原本圖形在二度空間中經由旋轉、平移及對稱後能完全疊合的圖形。而在本研究中發現，經過 GSP 二度空間能力教學後學生的旋轉有顯著的成長，因此，研究者建議在全等圖形的課程編排之前應先加入旋轉概念的教學，以強化學生對於全等意義的理解。

三、未來研究建議

- 1、根據本研究結果顯示，GSP 融入「討論教學法」進行二度空間能力旋轉概念教學後，學生在各個能力中都未達顯著效果，唯獨在「對稱」能力的學習上有達到顯著的效果，是否此種教學法對學習「對稱」的能力上有特殊的學習成效，這有待將來的研究者去更進一步探討。

- 2、本研究以教學模式、數學學習成就與性別當作變項來探討八年級學生在學習二度空間能力旋轉概念後，對其二度空間概念學習的影響，然而，影響學生學習二度空間概念的因素應該還有很多，如：學生本身的舊經驗、學生家長的社經地位高低、城鄉差距的影響等，而本研究無法一一納入考量，因此，建議將來的研究可以深入探討這些相關變項的影響。
- 3、本研究採取方便抽樣，樣本選取為本研究者所任職的國中八年級學生，所以研究結果未必也可以推論至其它地區，建議將來的研究對象可擴充至其它區域，了解不同區域的學生是否會有不同的結論產出，方能使研究結果更完備。



參考文獻

中文部分

- 王千偉(1997)。合作學習。師友，364，34-38。
- 王金國(2003)。國小六年級教師實施國語科合作學習之研究。國立高雄師範大學教育學系研究所博士論文，未出版，高雄市。
- 尤冠龍(2007)。幾何繪圖軟體GSP融入國中數學教學對學生學習成就與態度影響之研究。國立彰化師範大學科學教育碩士班碩士論文，未出版，彰化縣。
- 左台益、梁勇能(2001)。國二學生空間能力與van Hiele 幾何思考層次相關性研究。師大學報：科學教育類，46(1,2)，1-20。
- 北京師範大學出版社(2011年6月30日)。初中課程標準教材【部落格文字資料】。取自<http://www.100875.com.cn/>
- 朱建正(1996)。造型活動在國小幾何教學中的地位。國立嘉義師範學院八十四學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編，180-186。
- 吳明清(2002)。教育研究—基本觀念與方法分析。台北市：五南書局。
- 吳煥昌(2001)。高工機械製圖科學生空間能力與展開圖學習成就之相關研究。國立台灣師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 吳文如(2004)。國中生空間能力與數學成就相關因素之研究。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 吳明郁(2004)。國小四年級學童空間能力學習的研究：以立體幾何展開圖為例。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 吳明隆、涂金堂(2009)。SPSS 與統計應用分析。台北市：五南書局。
- 李琛玫(1996)。資優生空間能力之相關研究。資優教育季刊，59，21-24
- 李俊儀(2004)。資訊科技融入數學教學模組之開發與研究—以國中平面幾何基礎課程教學示例。國立交通大學理學院網路學習碩士專班碩士論文，未出版，新竹市。

- 李岳峰(2010)。國小四年級魔術方塊教學與空間能力及推理能力之實證研究。淡江大學教育科技學所碩士論文，未出版，台北縣。
- 沈佳興(2008)。從五連方拼圖遊戲中探討不同工具對國小學童空間能力的影響。國立中央大學網路學習科技研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 呂潔筠(2009)。空間旋轉的診斷教學研究—以國小五年級學童為例。國立臺北教育大學數理教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 邱瓊瑩(2003)。社交技巧訓練團體對國小兒童社交技巧與人際關係之影響研究。國立新竹師範學院輔導教學碩士班碩士論文，未出版，新竹市。
- 林佩璇、黃政傑(1996)。合作學習。台北：五南。
- 林逸農(2006)。五連方幾何積木課程對國小學童視覺空間能力的影響。國立台灣科技大學技職教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 林浚傑(2007)。國小學童之平面視覺空間能力研究。國立新竹教育大學應用數學系碩士論文，未出版，新竹市。
- 林秀玉(2003)。小組合作教學在醫學校院大一生物科教學實施之成效。國立台灣師範大學科學教育研究所博士論文，未出版，台北市。
- 洪蘭(2000)譯。安妮·莫伊爾(Anne Moir)，大衛·傑塞爾(David Jessel)著。腦內乾坤：男女有別，其來有自。台北市：遠流出版社。
- 洪珮芬(2009)。線對稱概念的 vanHiele 層次及其 S-P 表分析結果之研究—以國小五年級學童的實作評量為例。國立臺中教育大學教育測驗統計研究所碩士論文，未出版，臺中市。
- 范聖佳(2001)。國中數學教師試行合作學習之行動研究。國立彰化師範大學科學教育研究所碩士班碩士論文，未出版，彰化市。
- 凌久原(2007)。動態多重表徵對於國中生幾何單元學習成效之影響。國立成功大學教育研究所碩士論文，未出版，台南市。
- 國立教育研究院籌備處(2006)。國小數學教材分析—幾何。台北縣：教育部台灣省國民學校教師研習會。

教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程綱要。取自：

<http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site>

郭昭慧(2004)。國中三角幾何GSP輔助教學之學習成效研究。私立義守大學資訊管理學系碩士班碩士論文，未出版，高雄市。

許翰濃(1997)。國中生多媒體電腦輔助學習影響因素之研究。國立高雄師範大學工業科技教育研究所碩士論文，未出版，高雄市。

許燕、張厚祭(2000)。小學生空間能力及其發展傾向的性別差異研究。心理科學，23(2), 160-164。

許桂英(2004)。合作學習應用於國小三年級數學領域學習成效之研究。國立高雄師範大學教育研究所碩士論文，未出版，高雄市。

陳采穗(1998)。虛擬實境在加強空間能力學習之研究。國立政治大學資訊研究所碩士論文，未出版，台北市。

陳文典(2002)。自然與生活科技學習領域課程研習手冊，13-94。台北：教育部暨國立教育研究院籌備處。

陳逸芬(2003)。非同步討論中帶領者風格與互動技巧對於小組團體歷程影響之研究。國立東華大學教育研究所碩士論文，未出版，台東縣。

陳淑娟(2001)。國小教師進行數學數學討論活動困難之探討。教育研究資訊，9(2)，125-146。

梁勇能(2000)。動態幾何環境下，國二學生空間能力學習之研究。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文，未出版，臺北市。

康鳳梅、鍾瑞國、劉俊祥、李金泉(2002)。高職機械製圖科學生空間能力差異之研究。師大學報：科學教育類，47(1)，55-69。

莊月嬌、張英傑(2006)。九年一貫課程小學幾何教材內容與份量之分析。臺北教育大學學報，19(1)，33。

張國恩(1999)。資訊融入各科教學之內涵與實施。資訊與教育，72，2-9。

- 張秋雁(2007)。國小學童空間能力現況之探討。國立新竹教育大學人資處數學教育碩士班碩士論文，未出版，新竹市。
- 張哲豪(2011)。桃園縣國中學生二度空間能力之研究—以平移、對稱、旋轉、縮放為例。私立中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 張喬閔(2012)。共同學習策略融入互動式電子白板在數學學習成效之研究—以「點、直線、圓」概念學習為例。國立台南大學教育學系科技發展與傳播碩士班碩士論文，未出版，台南市。
- 黃守怡(2010)。台北縣國小六年級學童空間對稱能力調查之研究。國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 黃敏晃(2005)。幾何漫步—漫談幾何與空間能力。科學研習，44(6)，4-26。
- 黃政傑、吳俊憲(2006)。合作學習發展與實踐。台北市：五南。
- 黃惠薇(2008)。資訊科技融入教學對國小六年級學童在空間旋轉能力之研究。國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，臺北市。
- 馮雅慧(2005)。空間能力與數學幾何成就相關之探究。國立臺中教育大學數學教育學系在職進修教學碩士班碩士論文，未出版，臺中市。
- 溫嘉榮(1998)。多媒體電腦輔助學習理論模式實證研究。國立高雄師大學報，9，263-287。
- 葉進安(2010)。GSP 融入數學教學對於國中生幾何單元學習成效之研究。國立政治大學應用數學系數學教學碩士在職專班碩士論文，未出版，臺北市。
- 董家苕(2000)。「問題解決」為基礎之電腦輔助教學成效。國立臺灣師範大學地球科學研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 楊子賢(2011)。幾何動態軟體融入教學的模式對國中學生學習平行四邊形的影響研究，中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園縣。
- 廖焜熙(1997)。有機立體化學成就影響因素及解題模式之研究。國立臺灣師範大學科學教育研究所博士論文，未出版，台北市。

- 廖雪華(2003)。國中數學科教師試行合作學習之行動研究。國立彰化師範大學科學教育研究所在職進修專班碩士論文，未出版，彰化市。
- 廖雅如(2006)。國小六年級學童立體剖面圖學習之研究。國立臺北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 蔣家唐(1995)。視覺空間認知能力向度分析暨數理-語文資優學生視覺空間認知能力差異研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告(編號：NSC 84-2511-S-018-004)。
- 劉岫堯(2007)。國小高年級學童空間旋轉能力之調查-以宜蘭縣為例。國立台北教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 蔡曜宇(2010)。國中學生視覺空間工作記憶、空間能力與數學學習表現之關係研究。高雄師範大學教育學系碩士論文，未出版，高雄市。
- 蔡崇建(1991)。智力的評量與分析—魏氏兒童智力量表及比西智力量表。台北市：心理。
- 賴良助(2010)。電腦立體模型模擬動畫教學對國中學生空間能力提升之研究。國立彰化師範大學工業教育與技術所碩士論文，未出版，彰化縣。
- 戴文雄(1998)。不同正增強回饋型式電腦輔助學習系統對不同認知型態與空間能力高工學生機械製圖學習成效之研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告，NSC 86-2516-S-018-010-TG。
- 戴文雄、康鳳梅(2001)。高工學生正投影空間能力與問題解決能力提昇之研究。行政院國家科學委員會補助專題研究計畫。計畫編號NSC-89-2511-S-018-036。
- 鍾瑞國(2001)。高工學生立體圖空間能力與問題解決能力提昇之研究。國科會補助專案研究計畫報告，NSC90-2516-S-018-007。
- 魏春蓮(2005)。資訊科技融入國小四年級學童立體展開圖學習之研究。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。

羅幸宜(2008)。強化數學溝通的教學對高年級學童數學成就及態度影響之探討。國立花蓮教育大學數學系碩士班碩士論文，未出版，花蓮縣。



英文部分

- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education-A review. *Educational Studies in Mathematics, 11*, 257-269.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 11*(1), 7-16.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and differences in high school geometry . *Journal for Research in Mathematics Education , 21*(1),47-60.
- Casey, M. B., Nuttall, R. L., & Pezaris, E. (1997). Mediators of gender differences in mathematics college entrance test scores: a comparison of spatial skills with internalized beliefs and anxieties. *Development Psychology, 33*(4), 669-680.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.)*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Crawford, M., Chaffin, R., & Fitton, L. (1995). Cognition and social context. *Learning and Individual Differences, 7*(4), 341-362.
- Duin, A. H. (1984). Implementing cooperative learning groups in the writing curriculum: What research shows and what you can do? (ERIC Document Reproduction Service No. ED251849).
- Dewey, J. (1910). *How we think. In John Dewey, The Middle works(1899-1924) vol.6, 1910-1911. IL: The Southern Illinois University Press.*
- Ebel, R. L. & Frisbie, D. A. (1991). *Essentials of educational measurement. New Jersey: Prentice-Hall.*
- French, J. W. (1951). Description of aptitude and achievement tests in terms of rotated factors. *Psychometric Monograph, 5.*
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.*

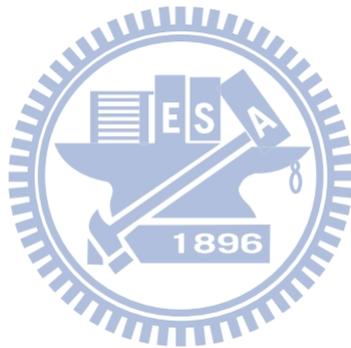
- Fennema, E. (1974). Mathematics learning and the the sexes: a review. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5(3), 126-139.
- Fennema, E., & Sherman, J. (1977). Sex - related differences in mathematics achievement ,spatial visualization , and affective factors. *American Educational Research Journal* ,14(1) , 51-71.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple inetlligence*. New York: Bearly.
- Gardner, H. (1999). *Intelligence reframed: multiple intelligence for the 21st century*.New York: Basic Books.
- Guilford, J. P., & Lacey, J. I. (1947). *Printed Classification Tests, A.A.F. Aviation Psychological Progress Research Report*, No. 5, Washington, DC: US Government Printing Office.
- Guilford, J. P. (1959). *Personality*. New York: McGraw Hill.
- Guay, R. B., & McDaniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 211-215.
- Hoffer, A. (1983). Geometry and visual thinking. In R. Lesh & T. R. Post(Eds.), *Teaching mathematics in grades K-8*(pp.232-261). Boston, MA : Allyn and Bacon, Inc.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1987). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning* (2nd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1994). *Learning together and alone: cooperative, competitive and individual learnin* (4th ed.). Needham Heights, Massachusetts: Allyn & Bacon.

- Jordan, K., Wüstenberg, T., Heinze, Hans-Jochen, Peters, M., & Jäncke, L. (2002). Women and men exhibit different cortical activation patterns during mental rotation tasks. *Neuropsychologia*, 40(13), 2397-2408.
- Linn, M. C. & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Macnab, W., & Johnstone, A. H. (1990). Spatial skills which contribute to competence in the biological sciences. *Journal of Biological Education*, 24(1), 37-41.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Nilges, L., & Usnick, V. (2000). The role of spatial ability in physical education and mathematics. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance*. Reston, 71(6), 29-33.
- NCTM. (2000). The principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.
- <http://www.usi.edu/Science/math/sallyk/Standards/document/chapter3/geom.htm>
- Newcombe, N. S. (2002). Is sociobiology ready for prime time? *Chronicle of Higher Education*, 49(16), 10-12.
- Quaister-Pohl, C., & Lehmann, W. (2002). Girls' spatial ability: Charting the contributions of experience and attitudes in different academic groups. *British Journal of Educational Psychology*, 72(2), 245-260.
- Ross, J. A. (1995). Students explaining solution in student-directed groups : cooperative learning and reform in mathematics education. *School Science and Mathematics*, 95(8), 411-416.

- Seng, S., & Chan, B. (2000). *Spatial ability and mathematical performance : gender differences in an elementary school* . ERIC/SMEAC, (ERIC No ED438937).
- Spearman, C. (1904). 'General intelligence', objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 15, 201-293.
- Slavin, R. E. (1978). Student teams and achievement divisions. *Journal of Research and Development in Education*, 12, 39-49.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: theory, research, and practice* (2nd ed.) .Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Slavin, R. E. (1990). *Cooperative learning: Theory and research, and practice*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.
- Thurstone, L. L. (1938). *Primary mental abilities*. Chicago, IL: The University of Chicago Press.
- Thurstone, L. L. (1950). *Some primary abilities in visual thinking* (Rep. No. 59) (Vol.). Chicago IL: University of Psychometric Laboratory.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Zimmerman, W. S. (1954). The influence of item complexity upon the factor composition of a spatial visualization test. *Educational and Psychological Measurement*, 14, 106-119.

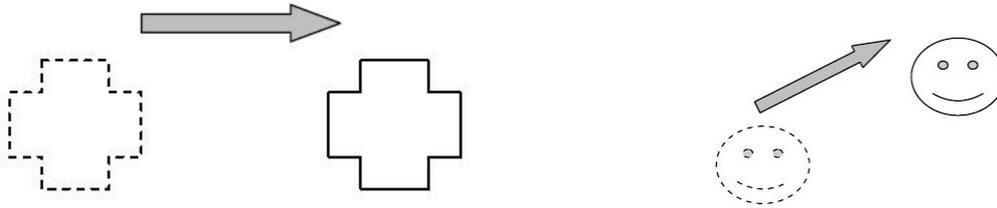
《第一部分》基本資料題

1. 你(妳)的性別為： 男生 女生
2. 你(妳)的班級為：_____年_____班



《第二部分》 平移子測驗說明

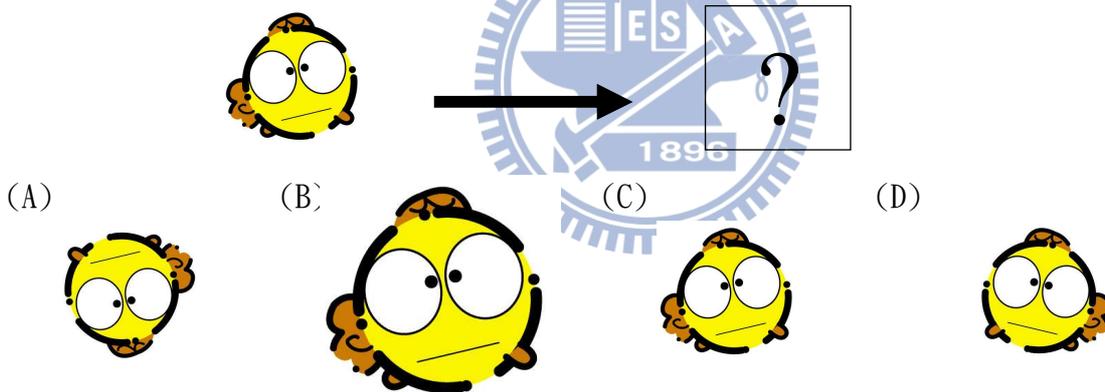
將一個圖形沿著某個方向移動一定的距離，這樣的圖形運動叫做平移，此運動除了上、下、左、右移動外，斜的移動也是可以的。如下圖所示，虛線的圖形(原始位置)均沿著箭頭方向移動若干距離，可形成實線的圖形(平移後的位置)。



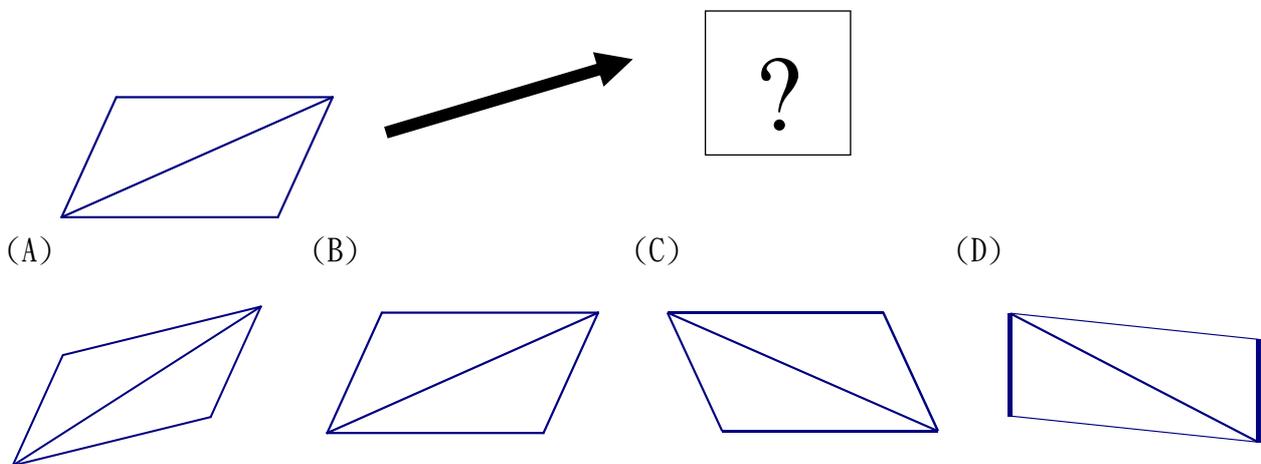
請你記住上面圖形變化模式的特性，試著回答下列測驗題目，並仔細作答，共有四小題，每題皆為單選題，請把答案直接劃記在答案卡第 7 至 10 題上。

平移子測驗試題：

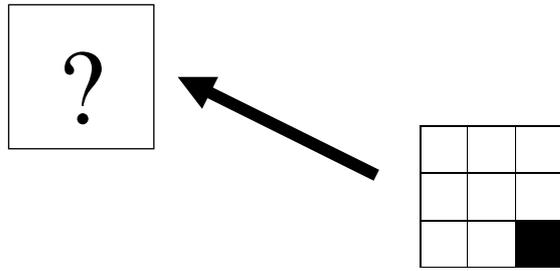
3. 下面四個圖形選項中，哪一個是左圖沿著箭頭方向平移後所產生的圖形？



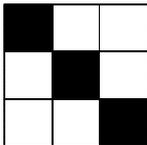
4. 下面四個圖形選項中，哪一個是左圖沿著箭頭方向平移後所產生的圖形？



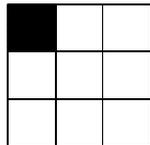
5. 下面四個圖形選項中，哪一個是右圖沿著箭頭方向平移後所產生的圖形？



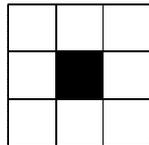
(A)



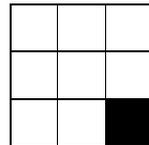
(B)



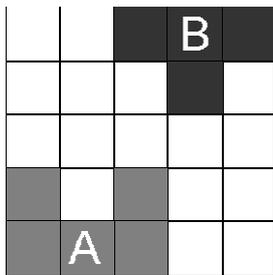
(C)



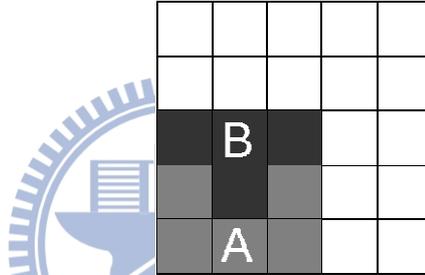
(D)



6. 在5x5方格紙中將(圖一)中的圖形B平移後的位置如(圖二)所示。下列四個選項中，哪一個是正確的平移方法？



(圖一)

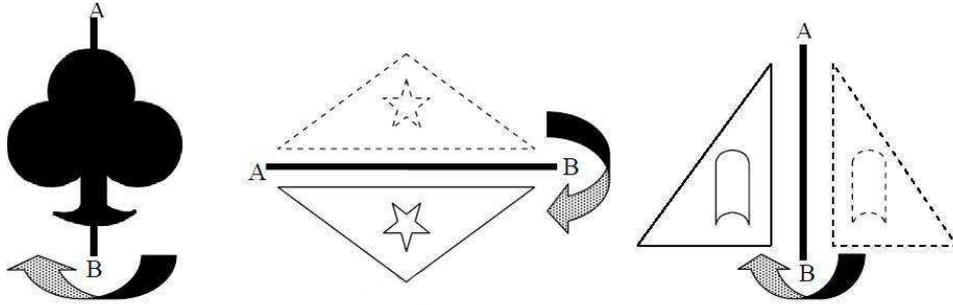


1896 (圖二)

- (A) 先向左移動 2 格，再向下移動 2 格 (B) 先向左移動 2 格，再向下移動 1 格
 (C) 先向左移動 1 格，再向下移動 2 格 (D) 先向左移動 1 格，再向下移動 1 格

《第三部分》對稱子測驗說明

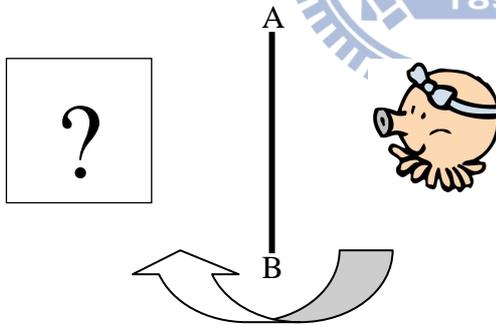
一個圖形在沿著一條直線對摺後，若直線兩側的圖形能夠完全重合，則這個圖形就是對稱圖形。如下圖所示，梅花圖形沿著 \overline{AB} 對摺後，其右半邊的圖形可以與左半邊完全重合。此外也可以經由對稱現象形成另外一個圖形，如虛線的圖形沿著 \overline{AB} 對摺後，產生新的實線圖形，這個圖形稱為以 \overline{AB} 為對稱軸的對稱圖形。

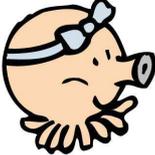


請你記住上面圖形變化模式的特性，試著回答下列測驗題目，並仔細作答，共有四小題，每題皆為單選題，請把答案直接劃記在答案卡第 11 至 14 題上。

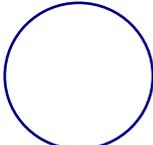
對稱子測驗試題：

7. 下列四個圖形選項中，哪一個是右圖以 \overline{AB} 為對稱軸產生的對稱圖形？

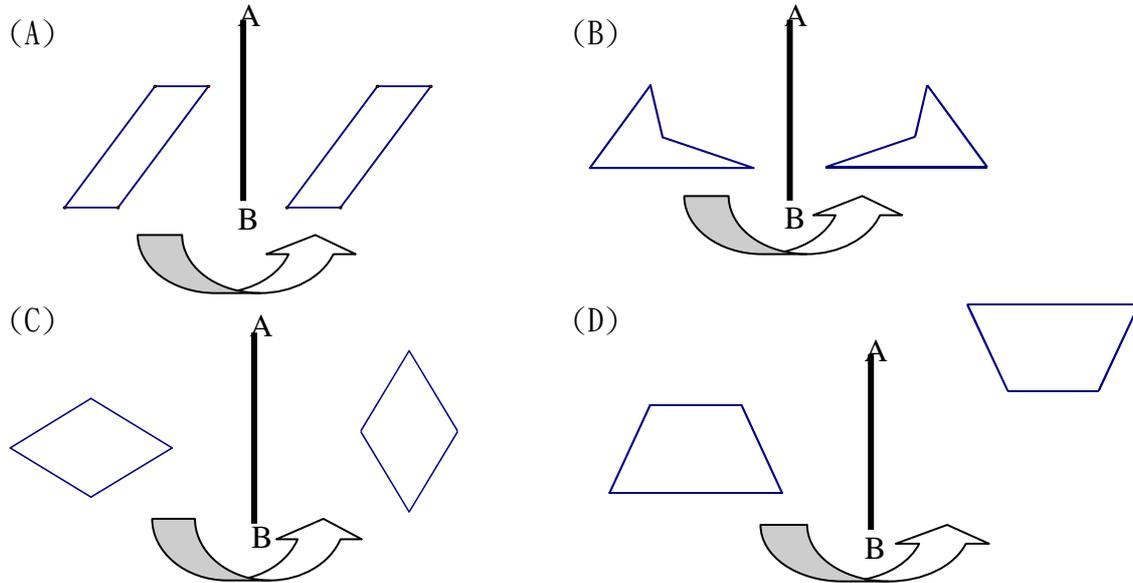


- (A)  (B)  (C)  (D) 

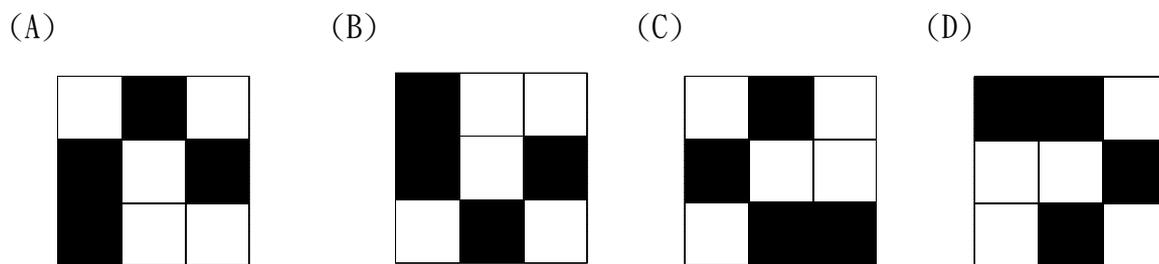
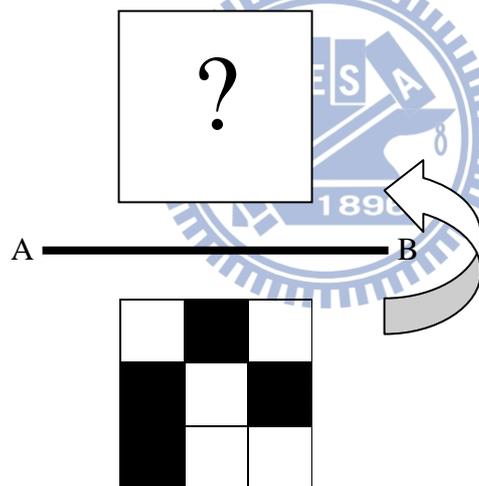
8. 下列四個選項中，哪一個不是對稱圖形？

- (A)  (B)  (C)  (D) 

9. 將左圖以 \overline{AB} 為對稱軸所形成的對稱圖形為右圖。請問下列四個選項中，哪一個的對稱圖形是正確的？

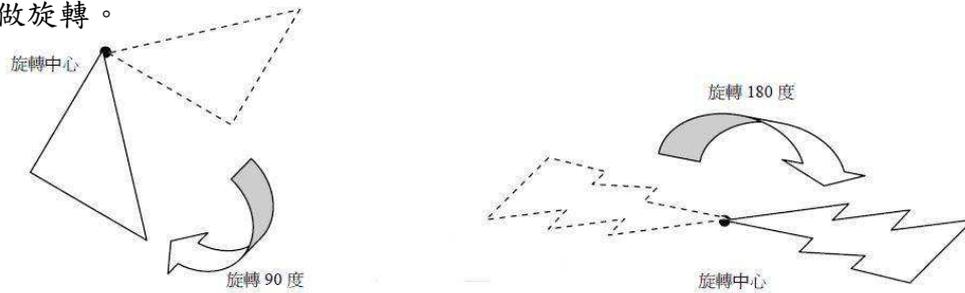


10. 將下面的圖形以 \overline{AB} 為對稱軸對摺後，所產生的對稱圖形為何？



《第四部分》旋轉子測驗說明

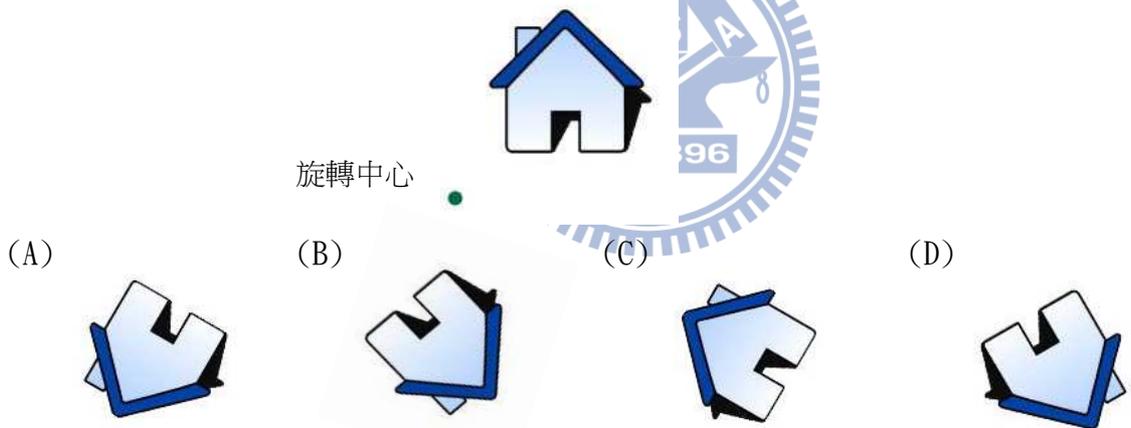
把一個圖形以固定點為旋轉中心，延著順時針方向或逆時針方向旋轉一個角度後的圖形變換就叫做旋轉。如下圖所示，虛線的圖形(原始位置)均以固定點為旋轉中心，沿著箭頭方向旋轉若干角度，可形成實線的圖形(旋轉後的位置)。注意：旋轉一定要轉若干角度，因此旋轉0度不能叫做旋轉。



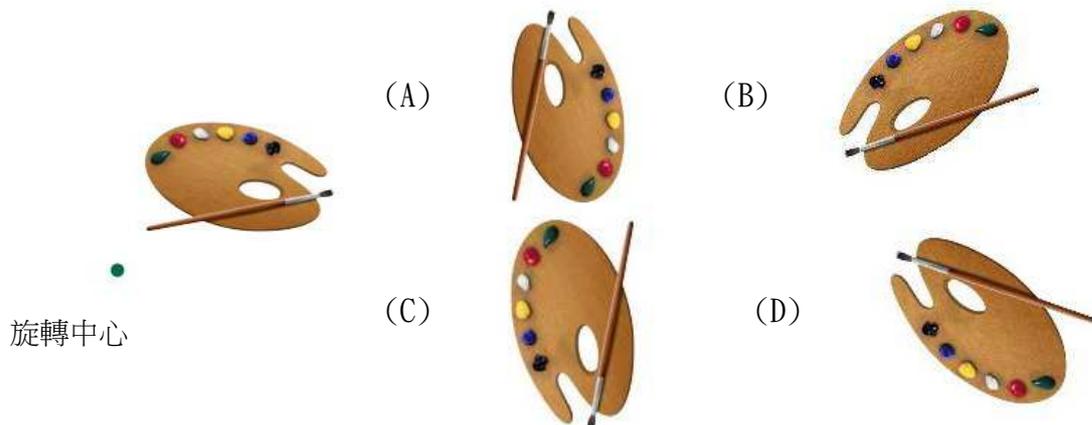
請你記住上面圖形變化模式的特性，試著回答下列測驗題目，並仔細作答，共有六小題，每題皆為單選題，請把答案直接劃記在答案卡第15至20題上。

旋轉子測驗試題：

11. 下列四個選項中，哪一個可以是下圖繞旋轉中心順時針旋轉 150°後所得的圖形？



12. 下列四個選項中，哪一個可以是下圖繞旋轉中心旋轉後所得的圖形？



13. 下列四個選項中，哪一個可以是下圖繞旋轉中心旋轉後所得的圖形？



(A)



(B)



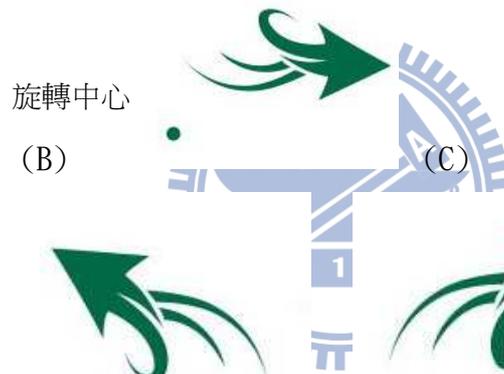
(C)



(D)



14. 下列四個選項中，哪一個可以是下圖繞旋轉中心順時針旋轉 120°後所得的圖形？



(A)



(B)



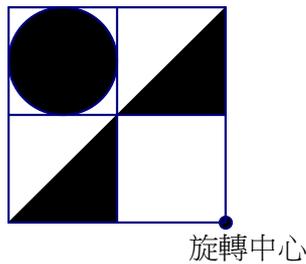
(C)



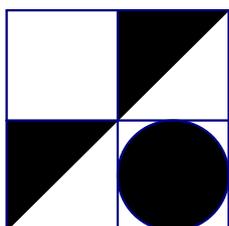
(D)



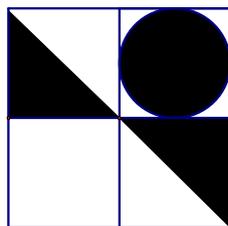
15. 下列四個選項中，哪一個可以是下圖繞旋轉中心旋轉後所得的圖形？



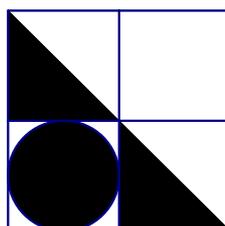
(A)



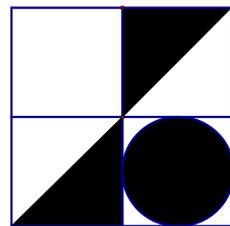
(B)



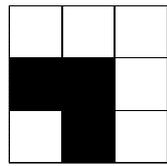
(C)



(D)

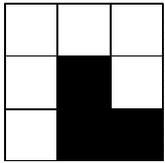


16. 下列四個選項中，哪一個是將下圖經由旋轉若干角度後所形成的圖形？

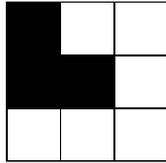


●
旋轉中心

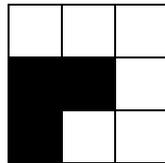
(A)



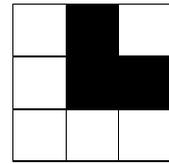
(B)



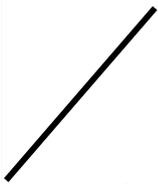
(C)



(D)



17. 下列四個選項中，哪一個可以是下圖繞旋轉中心旋轉後所得的圖形？



●
旋轉中心

(A)



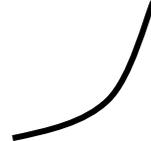
(B)



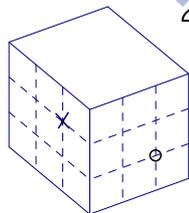
(C)



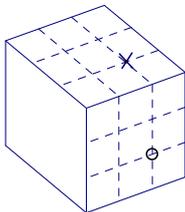
(D)



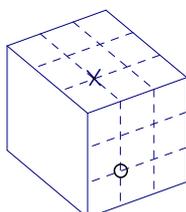
18. 下列四個選項中，哪一個是將下圖正立方體向右旋轉之後所形成的圖形？



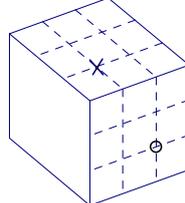
(A)



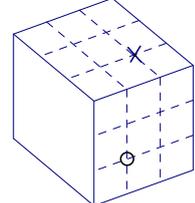
(B)



(C)

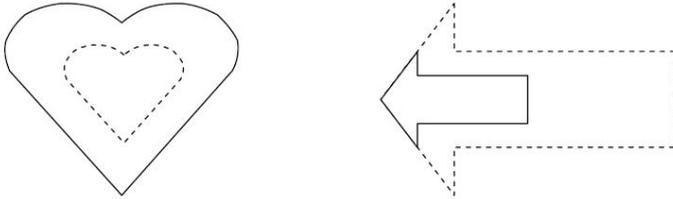


(D)



《第五部分》縮放子測驗說明

一個圖形經由放大或縮小後，新圖形沒有變形，也就是說新圖形與原來圖形長得一模一樣，只是變大或變小而已，這樣的圖形變換叫做縮放。如下圖所示，虛線圖形變成實線圖形，圖形形狀一模一樣，只是變大或變小的差別而已。注意：與原圖形相等時，不是放大一倍，也不是縮小一倍。



請你記住上面圖形變化模式的特性，試著回答下列測驗題目，並仔細作答，

共有四小題，每題皆為單選題，請把答案直接劃記在答案卡第 21 至 24 題上。

縮放子測驗試題：

19. 請問下列四個選項中，何者可由下圖經放大後形成？

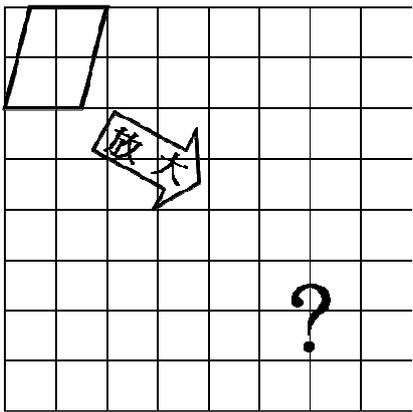
(A)

(B)

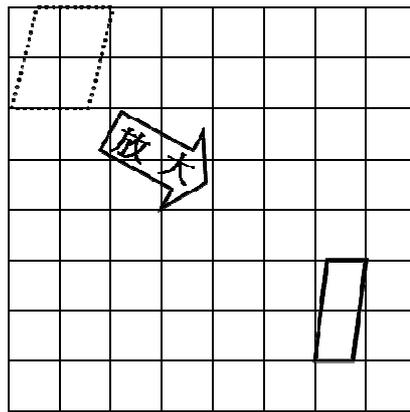
(C)

(D)

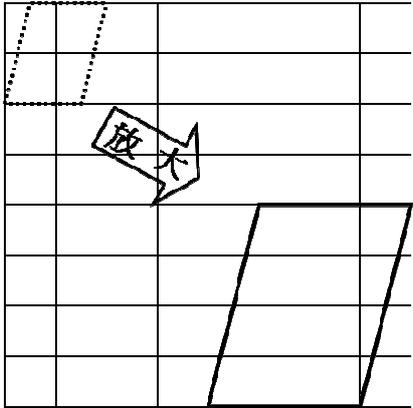
20. 請問下列四個選項中，何者可由下圖經放大後形成？



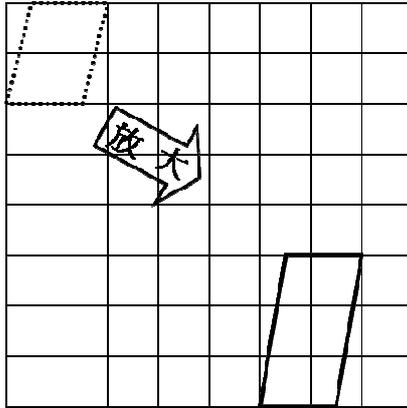
(A)



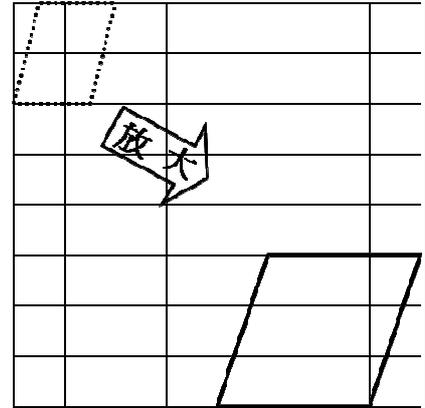
(B)



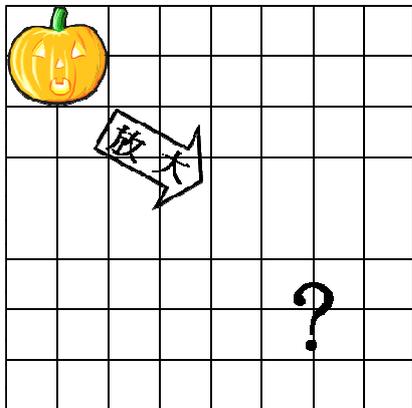
(C)



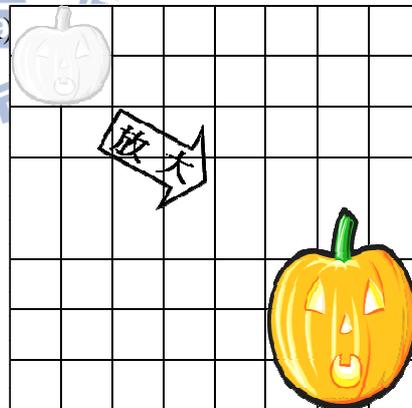
(D)



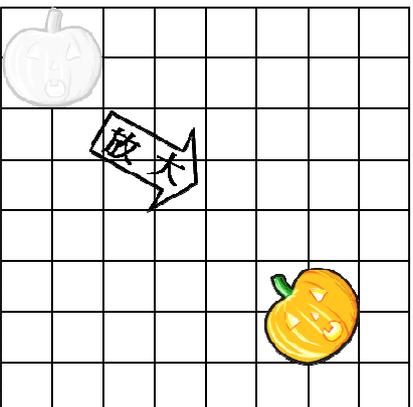
21. 請問下列四個選項中，何者可由下圖經放大後形成？



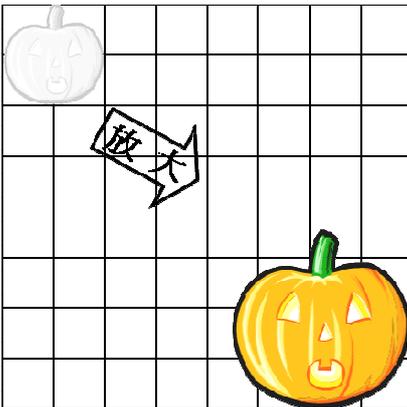
1 (A)



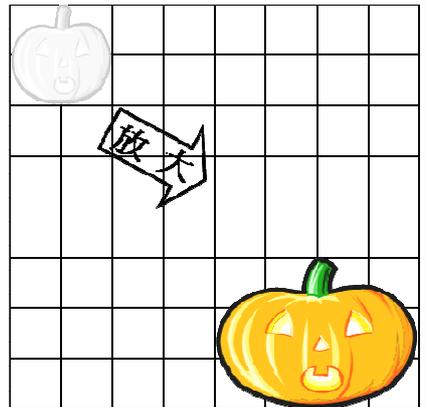
(B)



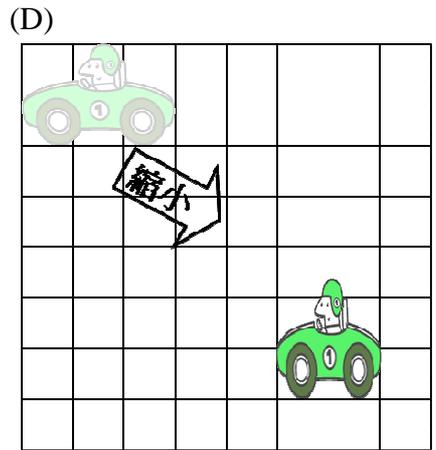
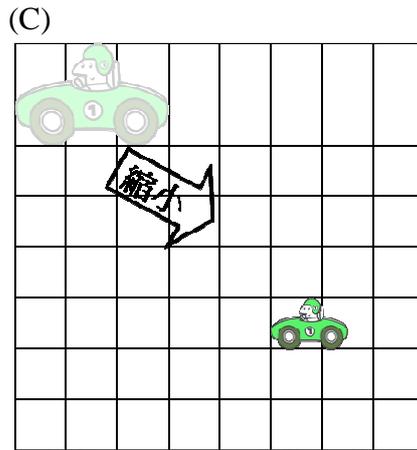
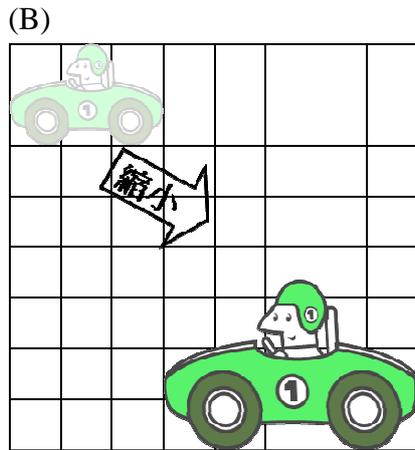
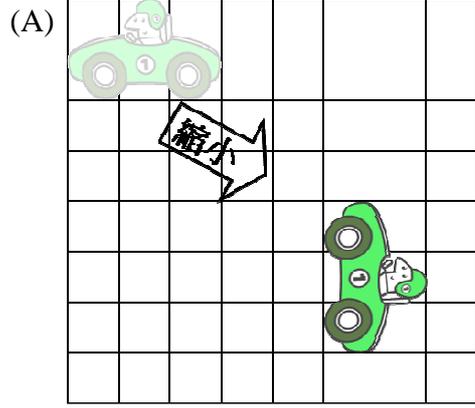
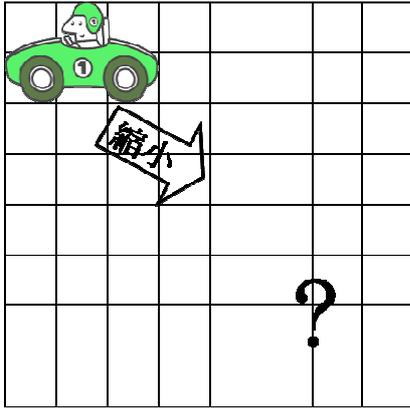
(C)



(D)



22. 請問下列四個選項中，何者可由下圖經縮小後形成？



【第六部分】綜合子測驗說明

請你記住平移子測驗、對稱子測驗、旋轉子測驗、縮放子測驗的圖形變化模式特性，並利用此特性試著回答下列測驗試題，請仔細作答，共有四小題，每題皆為單選題，請把答案直接劃記在答案卡第 25 至 28 題上。

綜合子測驗試題：

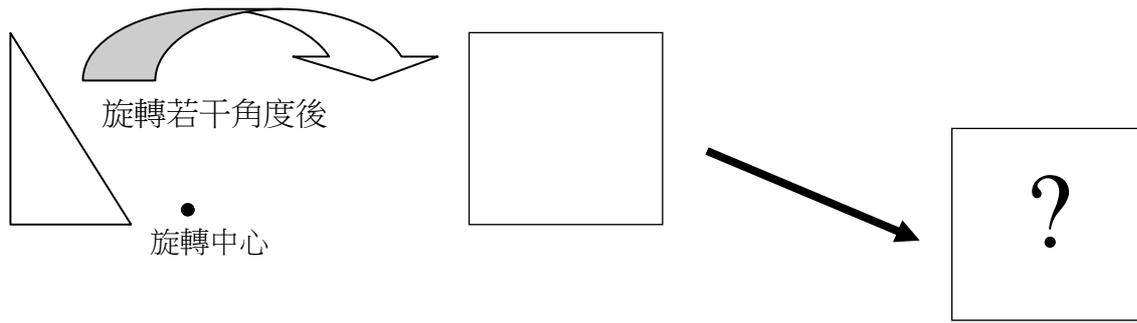
23. 將左圖以 \overline{AB} 為對稱軸產生的對稱圖形，再沿著箭頭方向平移，試問哪一個選項為完成此兩階段變換後所產生的圖形？

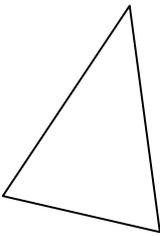
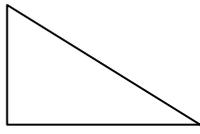
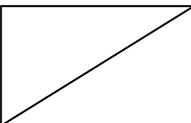
(A) (B) (C) (D)

24. 先將左圖旋轉若干角度後，再以 \overline{AB} 為對稱軸所產生的對稱圖形，試問下列哪一個選項為完成此兩階段變換後所產生的圖形？

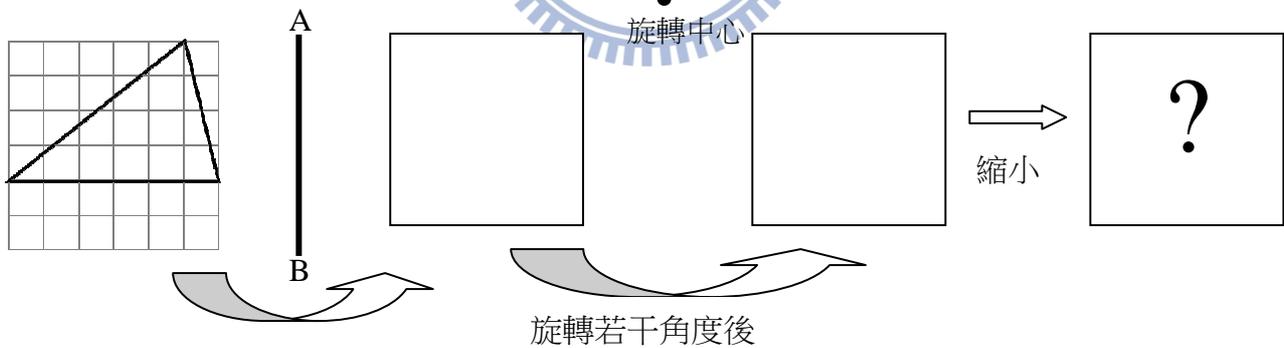
(A) (B) (C) (D)

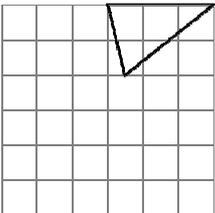
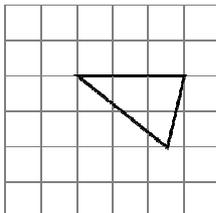
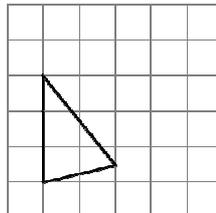
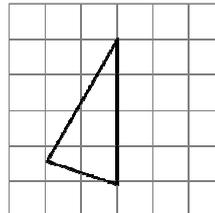
25. 將左圖旋轉若干角度後，再沿著箭頭方向平移後，試問哪一個選項為完成此兩階段變換後所產生的圖形？



- (A)  (B)  (C)  (D) 

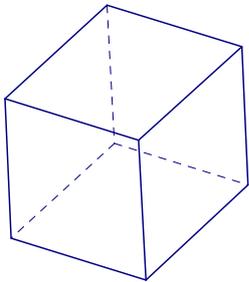
26. 將左圖格線上的三角形以 \overline{AB} 為對稱軸所產生的對稱圖形，再旋轉若干角度之後，最後在進行圖形的縮小，試問哪一個選項為完成此三階段變換後所產生的新圖形？(格線僅用來量測三角形大小，不用跟著對稱、旋轉、縮小)



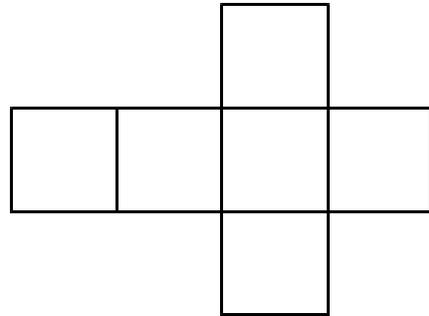
- (A)  (B)  (C)  (D) 

【第七部分】附屬子測驗說明

在空間立體圖形中，沿著某些邊將其剪開並完整攤開來，我們則稱此攤開來的圖形為原立體圖形的展開圖。



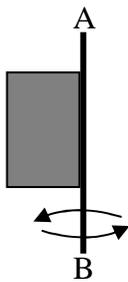
沿著某些邊剪開



正方體的立體圖形

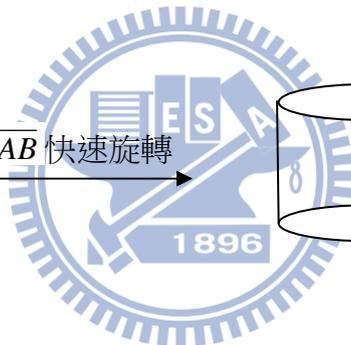
正方體展開圖

將左邊的紙片，在三度空間中，繞著 \overline{AB} 快轉一圈後的軌跡，會形成右邊的立體圖形。



繞軸旋轉

繞著 \overline{AB} 快速旋轉



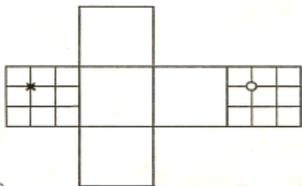
請你記住上面圖形變化模式的特性，試著回答下列測驗題目，並仔細作答，此共有四小題，每題皆為單選題，請把答案直接劃記在答案卡第 29 至 32 題上。

附屬子測驗試題：

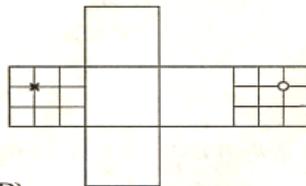
27. 將右圖正方體的相鄰兩面上各畫分成九個全等的小正方形，並分別標上 \circ 、 \times 兩符號。

若下列有一圖形為此正方體的展開圖，則此圖為何？

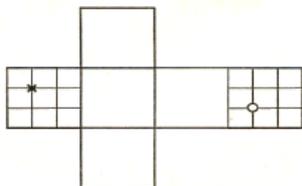
(A)



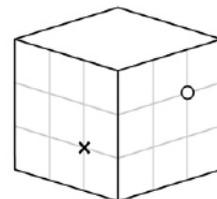
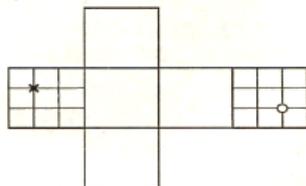
(B)



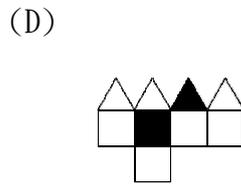
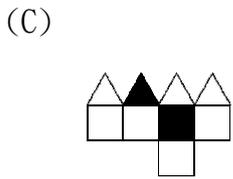
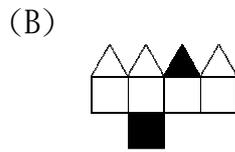
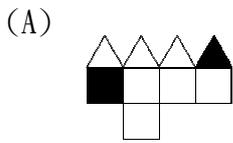
(C)



(D)



28. 圖(一)是由白色紙板拼成的立體圖形，將此立體圖形中的的兩面塗上顏色，如圖(二)所示。下列四個圖形中哪一個是圖(十一)的展開圖？

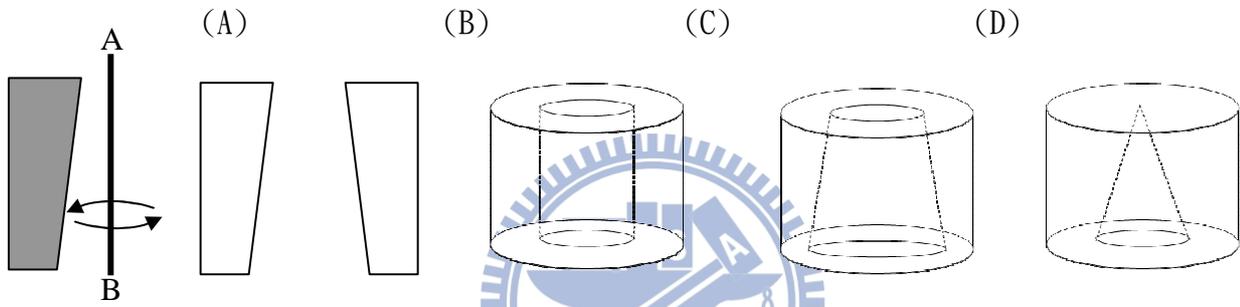


圖(一)



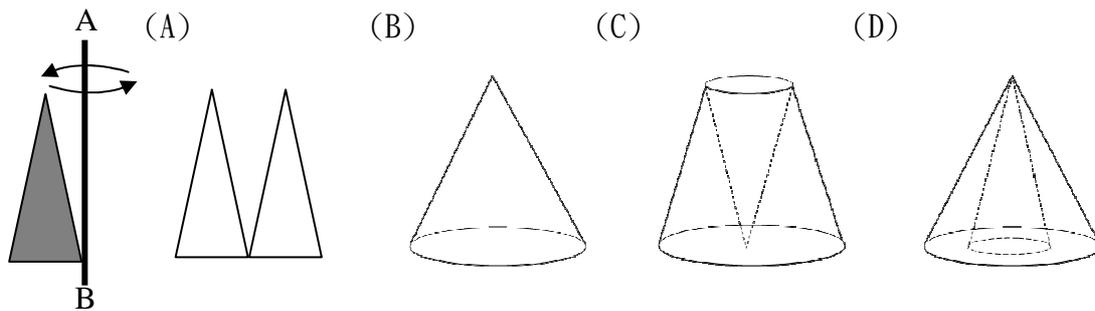
圖(二)

29. 將左邊的紙片，在三度空間中繞著 \overline{AB} 快速旋轉一圈後，會變成右邊哪一個物體？



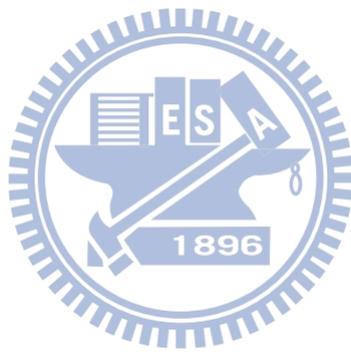
繞軸旋轉

30. 將左邊的紙片，在三度空間中繞著 \overline{AB} 快速旋轉一圈後，會變成右邊哪一個物體？



繞軸旋轉

【試題結束，請檢查有沒有漏答試題，謝謝您的耐心作答】



二度空間能力學習單

(1) 平移：

何謂平移：_____

平移過後的圖形與平移前的圖形有哪些特徵一樣？有哪些特徵不一樣？

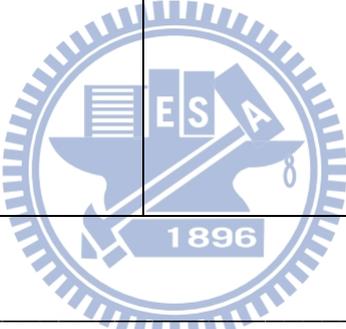
一樣：	不一樣：
-----	------

(2) 對稱：

何謂對稱：_____

對稱過後的圖形與對稱前的圖形有哪些特徵一樣？有哪些特徵不一樣？

一樣：	不一樣：
-----	------



(3) 縮放：

何謂縮放：_____

縮放過後的圖形與縮放前的圖形有哪些特徵一樣？有哪些特徵不一樣？

一樣：	不一樣：
-----	------

(4) 旋轉：

何謂旋轉：_____

旋轉過後的圖形與旋轉前的圖形有哪些特徵一樣？有哪些特徵不一樣？

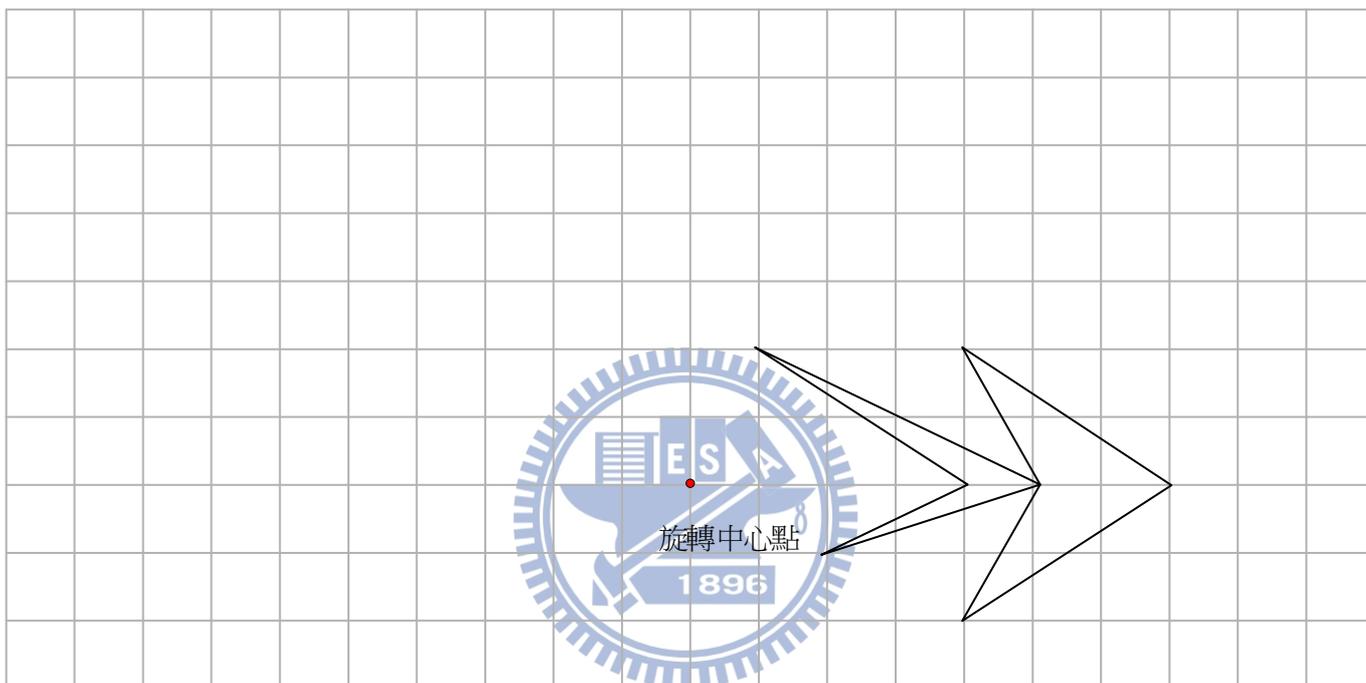
一樣：	不一樣：
-----	------

問題與討論：

問題一：請問旋轉中心位於圖形內部和外部之間的相同特徵為何？不同特徵為何？

答：

問題二：請畫出下圖逆時針旋轉 90 度及 180 度之後的圖形。



問題三：(圖一)的恐龍是否可經過旋轉的方式轉成(圖二)的樣子？
如果可以的話請問該如何轉？如果不行的話，請說明為什麼。



(圖一)



(圖二)

附錄三

實驗一組	實驗二組
平移(10 分鐘)	
(1)透過 GSP 動態呈現平移，讓學生體會平移時物體是如何移動。 (2)教師正式介紹何謂平移。 (3)學生自行操作。 (4)小組討論學習單平移的問題 (5)各組起來發表其小組所觀察到的平移特徵。	(1)透過 GSP 動態呈現平移，讓學生體會平移時物體是如何移動。 (2)教師正式介紹何謂平移。 (3)學生自行操作。 (4)自行完成學習單平移的問題。 (5)全班同學共同討論平移的特徵。
對稱(10 分鐘)	
(1)透過 GSP 動態呈現對稱，讓學生體會對稱後的圖形與對稱前的不一樣。 (2)教師正式介紹何謂對稱。 (3)學生自行操作。 (4)小組討論學習單對稱的問題 (5)各組起來發表其小組所觀察到的對稱特徵。	(1)透過 GSP 動態呈現對稱，讓學生體會對稱後的圖形與對稱前的不一樣。 (2)教師正式介紹何謂對稱。 (3)學生自行操作。 (4)自行完成學習單對稱的問題。 (5)全班同學共同討論對稱特徵。
縮放(10 分鐘)	
(1)透過 GSP 動態呈現縮放，讓學生體會縮放後的圖形變化。 (2)教師正式介紹何謂縮放。 (3)學生自行操作。 (4)小組討論學習單縮放的問題 (5)各組起來發表其小組所觀察到的縮放特徵。	(1)透過 GSP 動態呈現縮放，讓學生體會縮放後的圖形變化。 (2)教師正式介紹何謂縮放。 (3)學生自行操作。 (4)自行完成學習單縮放的問題 (5)全班同學共同討論縮放的特徵。
旋轉(15 分鐘)	
(1)透過 GSP 動態呈現旋轉，讓學生體會旋轉過程中圖形的變化。 (2)教師正式介紹何謂縮放，並帶領學生觀看物體在旋轉時角度的變化。 (3)學生自行操作。 (4)小組討論學習單旋轉的問題 (5)各組起來發表其小組所觀察到的旋轉特徵。	(1)透過 GSP 動態呈現旋轉，讓學生體會旋轉過程中圖形的變化。 (2)教師正式介紹何謂縮放，並帶領學生觀看物體在旋轉時角度的變化。 (3)學生自行操作。 (4)自行完成學習單旋轉的問題 (5)全班同學共同討論旋轉的特徵。

問題一(10 分鐘)	
<p>(1)透過 GSP 動態呈現，讓學生觀看旋轉中心不在物體上與在物體上的差異為何。</p> <p>(2)學生自行操作。</p> <p>(3)小組合作完成問題一的題目。</p> <p>(4)各組起來發表其小組所觀察到的旋轉中心特徵。</p>	<p>(1)透過 GSP 動態呈現，讓學生觀看旋轉中心不在物體上與在物體上的差異為何。</p> <p>(2)學生自行操作。</p> <p>(3)自行完成問題一的題目。</p> <p>(4) 全班同學共同討論旋轉中心特徵。</p>
問題二(10 分鐘)	
<p>(1)每位同學先自行作問題二的題目。</p> <p>(2)接著組內同學共同討論、互相指導。</p> <p>(3)公佈正確答案，並說明該如何作圖。</p>	<p>(1)每位同學先自行作問題二的題目。</p> <p>(2) 公佈正確答案，並說明該如何作圖。</p>
問題三(5 分鐘)	
<p>(1)小組先共同討論並完成問題三。</p> <p>(2)各組起來發表其小組答案。</p>	<p>(1)自行完成問題三。</p> <p>(2)全班共同討論問題三。</p>
Mathmagic 活動(25 分鐘)	
<p>(1) 每位同學先自行完成平移、對稱、旋轉、縮放的活動。</p> <p>(2) 小組同學互相指導學習。</p> <p>(3) 老師隨機出題，小組間則互相競賽誰可以透過最少變換步數來達成老師的圖形，最快那一組答對可以得一分。</p> <p>(4) 統計最後得分結果，最高分那組全組同學加數學平時成績。</p>	<p>(1) 每位同學先自行完成平移、對稱、旋轉、縮放的活動。</p> <p>(2) 老師隨機出題，同學之間則互相競爭，看誰可以透過最少變換步數來達成老師的圖形，最快完成的同學則可以加數學平時成績(答過著不行再參與搶答，除非沒有其他同學答對)。</p>