

國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩 士 論 文

教學脈絡與成就水準對基本尺規作圖學習成效之研究

The Effect of Teaching Context and Achievement Level on the
Learning of Ruler and Compass Construction

研 究 生：林士立

指 導 教 授：李俊儀 博士

陳明璋 博士

中 華 民 國 一 百 零 二 年 六 月

教學脈絡與成就水準對基本尺規作圖學習成效之研究

The Effect of Teaching Context and Achievement Level on the
Learning of Ruler and Compass Construction

研究生：林士立 Student：Shih-Li Lin

指導教授：李俊儀 Advisor：Chun-Yi Lee
陳明璋 Ming-Jang Chen



國立交通大學
理學院科技與數位學習學程
碩士論文

A Thesis
Submitted to Degree Program of E-Learning
College of Science
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master

in

Degree Program of E-Learning

Jun 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零二年六月

教學脈絡與成就水準對基本尺規作圖學習成效之研究¹

學生：林士立

指導教授：李俊儀 博士、陳明璋 博士

國立交通大學理學院科技與數位學習學程

中文摘要

本研究以「運用以中垂線為模組之模組化教學脈絡」對照「先教作圖步驟，再以線對稱圖形進行說明之一般教學脈絡」為焦點，旨在探討這兩種教學脈絡在與中垂線有關之四種基本尺規作圖的教學中，對於學生的學習表現以及認知負荷感受的影響。本實驗採用準實驗研究法，以新北市某國中七年級四個常態班共 120 位學生為研究對象，實驗組之教學脈絡為「以中垂線為模組」，對照組之教學脈絡為「線對稱圖形」。以二因子變異數進行實驗資料分析，自變項為教學脈絡與成就水準，依變項為後測表現、延後測表現與認知負荷感受，後測與延後測均區分為總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖四個部分進行分析；以認知負荷量表之花費心力檢測認知負荷感受；另以學習效率與學習投入分數綜合判斷學習情形，以及對於高學習成就學生是否發生專業知識反轉效應。研究結果顯示：(1)教學脈絡與成就水準兩個變項在後測、延後測各部分之表現及認知負荷感受均沒有顯著的交互作用。(2)教學脈絡變項對後測表現的主要效果，在總分、基本作圖與應用作圖達到顯著；成就水準變項對後測表現的主要效果，在總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖均達到顯著。(3)教學脈絡變項對延後測表現的主要效果，在總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖均達到顯著；成就水準變項對延後測表現的主要效果，在總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖均達到顯著。(4)教學脈絡變項對認知負荷感受的主要效果未達顯著差異；成就水準變項對認知負荷感受的主要效果達顯著差異。(5)綜合學習效率與學習投入分數判斷學習情況，實驗組為高投入高效率，對照組為低投入低效率，兩組教材對於高學習成就學生均未產生專業知識反轉效應。

關鍵字：模組化、中垂線、尺規作圖、認知負荷、多媒體學習

¹本論文部分研究成果與國科會專題研究計畫 100-2511-S-009-006- 及 101-2511-S-009-006-MY2 相關。



The Effect of Teaching Context and Achievement Level on the Learning of Ruler and Compass Construction

Student : Shih-Li Lin

Advisor : Chun-Yi Lee, Ming-Jang Chen

Degree Program of E-Learning

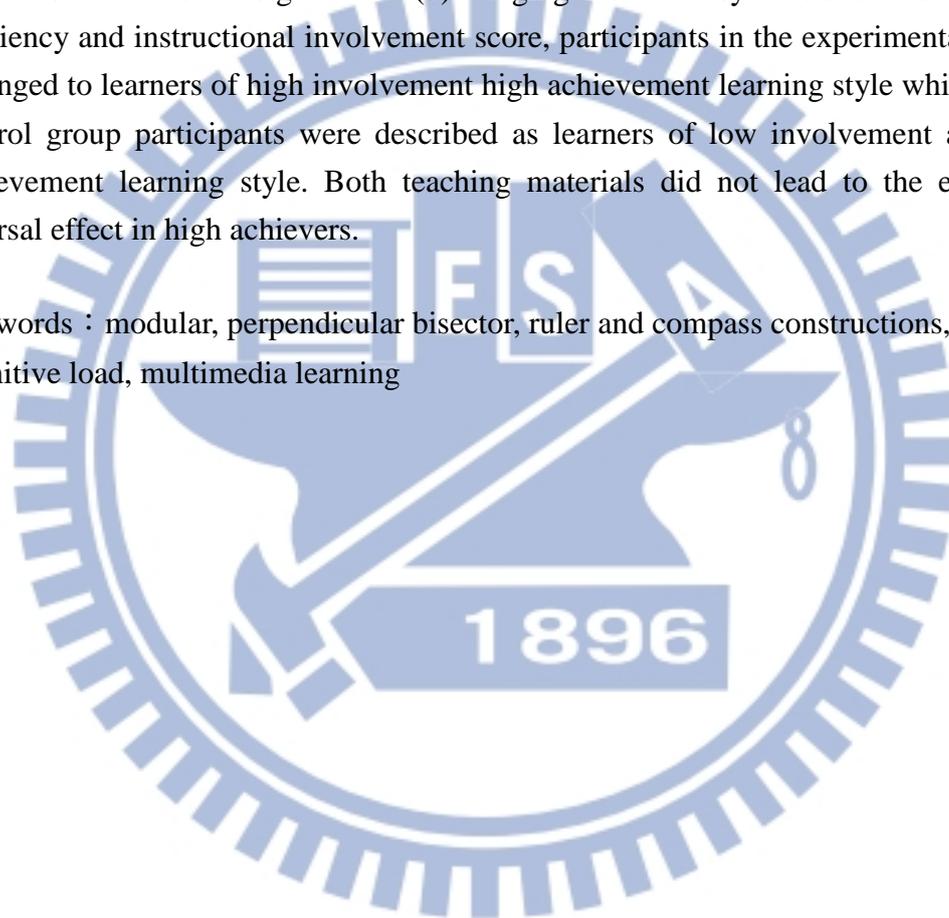
National Chiao Tung University

Abstract

This study focuses on the teaching context using perpendicular bisector module in comparison with the more common teaching context where construction procedures are taught first and then followed by explanation with line symmetric graphs. It is intended to investigate the effect of these two teaching contexts on students' learning achievement and perceptions of cognitive load in the four types of ruler and compass construction instruction concerning perpendicular bisector. The experiment was based on a quasi-experimental design, and the participants were 120 seventh graders from 4 average classes in a junior high school in New Taipei city. The teaching context of the experimental group was based on the perpendicular bisector module while students in the control group were instructed in a line symmetric graph teaching context. The result of the experiment was analyzed through two-way ANOVA, with teaching context and achievement level being independent variables and scores in post-test and delayed post-test and cognitive load being the dependent variables. Scores in both post-test and delayed post-test were analyzed as four individual parts, including total scores, perpendicular bisector concept, basic construction, and applied construction. The participants' perceptions of cognitive load are measured through cognitive load measurement, while scores of instructional efficiency and instructional involvement were used to synthetically determine their learning achievement and whether the expertise reversal effect had been observed in the high achievers. The results of the study showed that : (1) In terms of the individual scores in post-test and delayed post-test as well as the perceptions of cognitive load, there was no significant interaction between the two independent variables, teaching context and learning level. (2) The major effect the variable of teaching context had on scores in post test was found to be significant in total scores, basic construction, and applied construction; the major effect the variable of achievement level had on scores in post test was found to be significant

in total scores, perpendicular bisector concept, basic construction, and applied construction . (3) The major effect the variable of teaching context had on scores in delayed post-test was found to be significant in total scores, perpendicular bisector concept, basic construction, and applied construction; the major effect the variable of achievement level had on scores in delayed post-test was also found to be significant in total scores, perpendicular bisector concept, basic construction, and applied construction. (4) The major effect the variable of teaching context had on scores in perceptions of cognitive load was discovered to be insignificant; however, the major effect the variable of learning achievement had on scores in perceptions of cognitive load was found to be significant. (5) Judging from the synthesis of instructional efficiency and instructional involvement score, participants in the experimental group belonged to learners of high involvement high achievement learning style while in the control group participants were described as learners of low involvement and low achievement learning style. Both teaching materials did not lead to the expertise reversal effect in high achievers.

Keywords : modular, perpendicular bisector, ruler and compass constructions, cognitive load, multimedia learning



誌謝

兩年前抱著到此一遊的想法走進交大參加考試，卻從此展開了一段意料之外的奇幻旅程。兩年後結束旅程，以交大人的身分走出交大。

兩年在專班的日子過得很充實，感謝交大的老師們，充實了我的知識，擴大了我的視野。

感謝李俊儀教授與陳明璋教授，因為您們的指導，我這駑鈍的學生才能完成這本論文；感謝李源順教授、袁媛教授與莊榮宏教授在口試時提出的意見，使本論文更加完備。

感謝振順學長、淑貞學姊、天行、昭吉、蕙璐、威鈞和雅婷，一路上的陪伴與協助，有你們真好。

感謝我的家人，兩年來給予我最大的支持，讓我無後顧之憂。終於，我畢業了，我回來了！



目次

中文摘要.....	i
Abstract.....	iii
誌謝.....	v
目次.....	vii
表次.....	xi
圖次.....	xiii
第一章 緒論.....	1
1-1 研究背景與動機.....	1
1-2 研究目的.....	3
1-3 研究問題.....	4
1-4 研究範圍與限制.....	4
1-5 名詞解釋.....	5
第二章 文獻探討.....	7
2-1 認知負荷理論.....	7
2-1-1 自然訊息處理系統與人類認知架構.....	7
2-1-2 認知負荷類型.....	9
2-1-3 認知負荷效應.....	10
2-1-4 認知負荷理論對本研究的影響.....	20
2-2 多媒體學習理論.....	21
2-2-1 多媒體學習理論的基本假設.....	23
2-2-2 多媒體學習理論的認知負荷.....	23
2-2-3 多媒體學習理論的教學設計原則.....	24
2-2-4 多媒體學習理論對本研究之影響.....	26

2-3 注意力與視覺搜尋.....	26
2-3-1 選擇性注意力.....	27
2-3-2 視覺搜尋.....	29
2-3-3 特徵整合理論.....	31
2-3-4 注意力與視覺搜尋對本研究之影響.....	32
2-4 變易理論.....	32
2-4-1 四種變易模式.....	33
2-4-2 變易理論對本研究之影響.....	34
2-5 尺規作圖.....	35
2-5-1 九年一貫課程綱要中的尺規作圖.....	35
2-5-2 尺規作圖相關研究.....	36
第三章 研究方法.....	41
3-1 研究流程.....	41
3-1-1 準備階段.....	42
3-1-2 實驗階段.....	42
3-1-3 分析階段.....	42
3-2 研究設計.....	42
3-2-1 研究方法.....	42
3-2-2 研究變項與假設.....	43
3-2-3 實驗流程.....	45
3-3 研究對象.....	45
3-4 研究工具.....	47
3-4-1 實驗教材.....	47
3-4-2 前測試卷.....	53
3-4-3 後測試卷.....	53
3-4-4 延後測試卷.....	54

3-4-5 認知負荷量表.....	54
3-5 資料分析.....	54
第四章 研究結果與討論.....	55
4-1 後測及延後測表現分析.....	55
4-2 認知負荷分析.....	73
4-3 學習效率與投入分數暨專業知識反轉效應分析.....	75
4-3-1 整體學生之分析.....	75
4-3-2 各學習成就學生之分析.....	76
第五章 研究結論與建議.....	79
5-1 研究結論.....	79
5-2 建議.....	80
5-2-1 對於教學之建議.....	80
5-2-2 對於未來研究之建議.....	81
參考文獻.....	83
1. 中文文獻.....	83
2. 英文文獻.....	85
附錄一 前測試卷.....	87
附錄二 前測試卷作圖題計分標準.....	89
附錄三 後測及延後測試卷.....	93
附錄四 後測、延後測試卷作圖題計分標準.....	99
附錄五 實驗組教材.....	111



表次

表 1 完成基本作圖題數統計表.....	39
表 2 教學實驗流程表.....	45
表 3 研究對象班級人數及上學期數學科定期評量成績表.....	45
表 4 受試學生高、低學習成就人數分配表.....	46
表 5 兩組學生上學期數學科定期評量平均獨立樣本 t 檢定摘要表	46
表 6 兩組學生前測平均獨立樣本 t 檢定摘要表	47
表 7 實驗組角平分線作圖教材.....	50
表 8 對照組角平分線作圖教材.....	51
表 9 後測及延後測描述性統計摘要表.....	56
表 10 教學策略與成就水準在後測總分之平均數摘要表.....	57
表 11 教學策略與成就水準在後測總分之二因子變異數分析摘要表.....	57
表 12 教學策略與成就水準在延後測總分之平均數摘要表.....	59
表 13 教學策略與成就水準在延後測總分之二因子變異數分析摘要表.....	59
表 14 教學策略與成就水準在後測中垂線概念之平均數摘要表.....	61
表 15 教學策略與成就水準在後測中垂線概念之二因子變異數分析摘要表	61
表 16 教學策略與成就水準在延後測中垂線概念之平均數摘要表.....	63
表 17 教學策略與成就水準在延後測中垂線概念之二因子變異數分析摘要 表.....	63
表 18 教學策略與成就水準在後測基本作圖之平均數摘要表.....	65
表 19 教學策略與成就水準在後測基本作圖之二因子變異數分析摘要表..	65
表 20 教學策略與成就水準在延後測基本作圖之平均數摘要表.....	67
表 21 教學策略與成就水準在延後測基本作圖之二因子變異數分析摘要表	67

表 22 教學策略與成就水準在後測應用作圖之平均數摘要表	69
表 23 教學策略與成就水準在後測應用作圖之二因子變異數分析摘要表..	69
表 24 教學策略與成就水準在延後測應用作圖之平均數摘要表.....	71
表 25 教學策略與成就水準在延後測應用作圖之二因子變異數分析摘要表	71
表 26 教學策略與成就水準在花費心力之平均數摘要表.....	74
表 27 教學策略與成就水準在花費心力之二因子變異數分析摘要表.....	74
表 28 兩組學生之學習效率與投入分數.....	76
表 29 不同學習成就之學習效率與投入分數.....	77



圖次

圖 1 學習效率圖.....	14
圖 2 學習投入分數圖.....	16
圖 3 綜合學習效率與學習投入分數圖.....	16
圖 4 多媒體學習理論的認知模型.....	22
圖 5 早期選擇理論處理流程.....	27
圖 6 晚期選擇理論處理流程.....	28
圖 7 濾器減弱理論.....	29
圖 8 平行搜尋和序列搜尋.....	30
圖 9 結合搜尋.....	31
圖 10 特徵整合理論.....	31
圖 11 研究流程.....	41
圖 12 運用變易理論之「對比」模式呈現教材內容.....	48
圖 13 實驗組教材：中垂線作圖引導.....	49
圖 14 實驗組教材：角平分線、垂線作圖引導.....	49
圖 15 整體學生後測及延後測基本作圖與應用作圖平均分數折線圖.....	72
圖 16 整體學生學習效率與投入分數之視覺化圖像.....	76
圖 17 不同學習成就之學習效率與投入分數視覺化圖像.....	78



第一章 緒論

本章共有五節，分別說明研究背景與動機、研究目的、研究問題、研究範圍與限制、名詞解釋。

1-1 研究背景與動機

尺規作圖為程序性知識，在教科書與網路上有大量的多媒體教學資源，而它們常見的教學脈絡為先教作圖步驟，然後運用各種幾何性質說明或證明所畫出的圖形即為題目所要求的圖形。如果教師只是忠實地按照教科書的教學脈絡進行教學，容易造成學生不清楚每個作圖步驟所代表的幾何意義，於是只好死背作圖步驟，這樣過一陣子之後便容易遺忘，尤其對於學習成就較低的學生而言，甚至連死背作圖步驟也是沈重的負荷。歷年來國中基本學力測驗其測驗題形式均是選擇題，即使是與尺規作圖有關的題目，學生也不需實際作圖，就可以憑藉所學的幾何知識判斷、作答，因此在教學現場常有學生認為尺規作圖麻煩、不會也沒關係，如同許多學生認為只要會計算就好，算式寫不對又何妨，反正只考選擇題。有些學生雖然具備豐富的幾何知識，能做複雜的幾何計算、證明題，但當要求利用尺規作圖畫出圖形時，卻未必能應用幾何知識於尺規作圖畫出圖形。葉福進(2005)發現學生作圖時可能會因為無法與圖形性質連結，以致於常常出現憑直覺作圖的情形；譚克平與陳宥良(2009)發現即使是數學能力較強的學生，當遇到非傳統的作圖題時，有時也會不知道如何入手；Schoenfeld (1985)於一次教學實驗中，要求學生解作圖題「直線 L_1 、 L_2 交於一點 V ， P 點在 L_1 上，作一圓過 P 點且與 L_1 、 L_2 相切」，即便學生在前一個問題已經會做該作圖題有關的證明題，學生在解作圖題時仍然產生一些猜想而忽略了前一個證明題的經驗，雖然前一個證明題的解答仍留在黑板上，學生仍無法將證明與作圖連結起來。

基本尺規作圖乃是所有尺規作圖的基本功，尺規作圖過程中學生必須應用幾何知識，不斷運用基本尺規作圖方能完成，如果不熟悉基本尺規作圖，則必定無法完成其它作圖。尺規作圖中規定直尺只能用來畫線而不能使用直尺上的刻度進行測量，圓規用來畫圓或弧。其獨特的工具使用規定，常令學生感到挫折，因為

學生平常慣用的作圖方式大多無法使用(陳宥良,2009)。尤其是直尺的使用方式,常見學生在尺規作圖時使用直尺上的刻度度量某線段的長度以複製線段,或是用直尺並且藉由視覺目測畫直角或垂直等平常慣用但不符規定的使用方式,例如:中垂線作圖中,常見的錯誤是學生只找出一個交點,接著利用直尺目測垂直畫出中垂線。本研究的教材內容為基本尺規作圖中的「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線外一點作垂線」以及「過線上一點作垂線」,此四個作圖常見的教學脈絡為先教作圖,然後運用等腰三角形、菱形或鳶形的線對稱性質進行說明,部分學生對於這些圖形的線對稱性質常常無法掌握,尤其是學習成就較低的學生,光是這三種圖形之線對稱性質的學習已無法負荷。在研究者的教學經驗中,尤其是菱形與鳶形,甚至有少數中高程度的學生也無法清楚分辨其性質。

近年來教育部積極推動資訊融入教學,教育部民國 98 年之「建置中小學優質化均等數位教育環境計畫」中即提到,適當的使用資訊科技可以促進學生的學習成效,希望各學習領域可以使用資訊科技作為輔助學習之工具,擴展各領域的學習,並提升學生解決問題的能力(教育部,2009b)。教育部民國 90 年公布之「中小學資訊教育總藍圖」中的四年指標即提到,教師於教學活動中,應用資訊科技佔教學總時數應達 20%,讓學生體驗不同的學習方法,提高學習興趣,提升教學品質(教育部,2001)。政府亦陸續投入大量經費,建置相關的軟硬體環境,以研究者服務的新北市為例,於民國 100 年時各市立國中、小學普通班教室配有班級電腦、單槍投影機、有線網路等硬體環境的比例幾近 100%,甚至部分學校還設有昂貴的硬體式互動電子白板。

基礎硬體環境雖已建置完成,但就研究者於服務學校實際觀察教學現場及鄰近學校的資訊組長的交流中,發現國小教師實施資訊融入教學幾乎已成常態,甚至有部分國小教師到了非常依賴的程度,但國中教師實施資訊融入教學以藝能科目為多數,數學領域教師則鮮少採用資訊科技進行教學活動。最重要的數位教材資源之來源上,不論國中小教師,大多數使用的教材來源為教科書廠商所提供之電子書、簡報,或由網路收集而來的多媒體教學資源,使用自製教材的教師佔少數。廠商製作的電子書與簡報通常就是課本內容的電子版,並未針對課堂授課而有特別的版面編排,畫面中的內容除了必要訊息之外,通常充斥著許多冗餘訊息,造成學生無法馬上抓到教材的必要訊息,且常常穿插各式有趣但無關教學的內容(如:插圖),此舉容易造成學生分散注意力;而網路上的多媒體教材品質良莠

不齊，且不一定適用於課堂教學，也不易修改。就研究者自身經驗以及所接觸過的數學領域教師表示，自製教材的困難通常在於教師的資訊能力不足、適用工具不易取得、耗費時間太多等因素。以幾何軟體為例，GSP、Geogebra 是目前較常使用的動態幾何軟體，雖然網路上有相關學習資源可供參考，但對於許多資訊能力普通的數學教師而言，要能利用這類軟體製作數位教材，通常需要可觀的學習時間與相當的熟練程度，使得一般教師學習這類工具的意願始終不高，更遑論難度高上許多的 Flash 了。而數位教材若設計不當，可能更不利於學習，學生的學習成效可能反而更糟。

國立交通大學陳明璋博士所開發的 AMA (Activate Mind Attention) 為在微軟公司的 PowerPoint 簡報軟體上運作的增益集，只要具備基本的 PowerPoint 操作能力即可，其學習門檻並不高，適用於大多數教師。配合多媒體設計原則、認知負荷理論以及視覺搜尋等相關理論，即可製作出適合於課堂授課使用、配合教師引導的數位教材，有助於學生學習。所產出的數位教材易於分享、再製，若結合 Moodle 之類的課程管理平台，即可透過網路輕易的達到教師之間的教材分享交流，以及學生的自主學習。

本研究嘗試依照認知負荷理論與多媒體設計原則呈現多媒體教材，配合教師的口語與適當的視覺引導，引導學生搜尋訊息，使學生能不費力地選取與組織訊息，進而引導學生就訊息元素進行思考。實驗教材內容脈絡以中垂線為模組，引導學生學習「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線上一點作垂線」以及「過線外一點作垂線」等四種基本尺規作圖，期望能產生更好的學習成效。

現今國中小為常態編班，在同一個班級中，學生的程度差異可能很大，對於程度較差的學生，教材內容需要較多的訊息與引導，對於程度較好的學生之學習成效與學習投入程度可能會造成負面影響，產生專業知識反轉效應。因此，本研究透過學習效率與學習投入分數，觀察本研究之教材對於高學習成就學生是否產生專業知識反轉效應。

1-2 研究目的

本研究嘗試使用微軟公司的 PowerPoint 簡報軟體配合 AMA 增益集，依照認

知負荷理論建議的教材設計原則、多媒體設計原則，設計適合於課堂授課的多媒體教材，配合口語與視覺的引導，引導學生搜尋訊息與進行思考，避免不必要的注意力分散，使學生能專注在教材內容。

本研究使用的實驗教材內容包含基本尺規作圖中的「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線外一點作垂線」以及「過線上一點作垂線」，期望透過以中垂線為模組之教學脈絡，引導學生思考，進而產生作圖步驟，而不再只是死背作圖步驟。

綜上所述，本研究欲探討教學脈絡(以中垂線為模組 vs 以線對稱圖形為教學脈絡)與不同成就水準的學生(高 vs 低)在學習表現與認知負荷方面的影響。另外，透過學習效率與學習投入分數，觀察對於高學習成就學生是否產生專業知識反轉效應。

1-3 研究問題

本研究之研究問題如下：

1. 不同教學脈絡與不同成就水準對於後測的交互作用是否顯著？
2. 不同教學脈絡與不同成就水準對於延後測的交互作用是否顯著？
3. 不同教學脈絡與不同成就水準對於認知負荷感受的交互作用是否顯著？
4. 對於高學習成就學生是否產生專業知識反轉效應？

1-4 研究範圍與限制

1. 研究範圍

本研究發展的教材內容以九年一貫八年級課本翰林版為主，以基本尺規作圖中的「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線外一點作垂線」以及「過線上一點作垂線」為研究範圍。

2. 主題限制

本研究僅針對基本尺規作圖中的「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、

「過線外一點作垂線」以及「過線上一點作垂線」討論，因此對於不同的教學主題仍需設計不同的實驗與教材加以印證，無法類推至其它單元。

3. 母群體限制

本研究受限於人力、物力、時間等因素，僅能以研究者服務學校之國中七年級學生四個班做為施測母群體，因為樣本為便利抽樣且樣本數有限，因此研究結果無法推論至其他班級或他校的學生。

4. 受試人員限制

受試樣本雖均為研究者任教之班級，但因授課科目並非數學科，且所講授之內容非教學進度內之內容，學生在知道自身為被研究者的情形下，可能產生不正常表現的情形，以致於影響實驗結果。

5. 施測時間限制

因為現實環境限制，樣本班級的教學與施測時間點稍有不同，可能會間接影響施測結果。

1-5 名詞解釋

1. 模組化(modular)

將教材中部分交互作用元素獨立出來，包含相關的知識基模、程序與方法，包裝形成特定用途之模組，模組化概念即為運用模組的一種教學策略。根據認知負荷理論，模組可以視為有意義的隔離交互作用元素，可降低元素交互性與內在認知負荷。

2. 基本尺規作圖

根據教育部 100 學年度實施之 97 年國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要(教育部，2009a)，其中分年細目「8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖」中的說明，尺規作圖為「只利用直尺(沒有刻度)及圓規製作圖形之方法」，而基本的尺規作圖包含：

- (1) 能以尺規作圖複製已知的線段、圓、角、三角形。
- (2) 能以尺規作圖平分一已知線段。
- (3) 能以尺規作圖作一已知線段之中垂線。
- (4) 能以尺規作圖作一已知角的角平分線。
- (5) 過一直線外的已知點，能以尺規作圖作此直線之平行線與垂直線。
- (6) 過一直線上的已知點，能以尺規作圖作此直線之垂直線。
- (7) 如果已知三個正數滿足任兩數和大於第三數，則可用尺規作圖作出以此三數為邊長之三角形。

本研究的基本尺規作圖包含「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線上一點作垂線」與「過線外一點作垂線」等四個作圖。

3. 以線對稱圖形為教學脈絡的「基本尺規作圖」教學

此種教學脈絡為先教作圖步驟，接著以等腰三角形、菱形與鳶形的線對稱圖形性質加以說明，各種作圖說明所用的性質如下：

- (1) 中垂線作圖：以菱形的對角線互相垂直平分進行說明。
- (2) 角平分線作圖：以鳶形的對稱軸平分一組對角進行說明。
- (3) 過線上一點作垂線：以等腰三角形底邊的高垂直平分底邊進行說明。
- (4) 過線外一點作垂線：以鳶形的對角線互相垂直進行說明。

4. 以中垂線為模組之教學脈絡的「基本尺規作圖」教學

仔細分析「角平分線作圖」、「過線上一點作垂線」與「過線外一點作垂線」三種作圖，發現最後其實都是作中垂線。因此這種教學脈絡為將「中垂線作圖」當作工具，在其他三種作圖的教學中，利用等腰三角形的線對稱性質引導學生找出最關鍵的線段，在實驗教材中稱之為「關鍵線段」，接著運用中垂線作圖作出關鍵線段的中垂線，即可完成其他三種基本作圖。

第二章 文獻探討

2-1 認知負荷理論

根據 Sweller 等人所著的 Cognitive Load Theory (Sweller, Ayres, & Kalyuga, 2011) 一書中所述，認知負荷理論是一種在生物演化框架下，基於人類認知架構發展而來的教學設計理論。將人類認知系統的運作，類比為生物演化系統的運作，因為這兩種系統都是一種自然訊息處理系統，因此對於訊息的處理具有相似的運作機制。了解如生物演化的一般自然訊息處理系統處理訊息的特性，有助於了解關於人類認知處理訊息時的某些主要特性，進而提供教學設計的建議，而這也是認知負荷理論的最終目標。根據認知負荷理論，至今已經產生許多認知負荷效應，提供了許多教學設計建議，這些效應將於後文統整說明。

認知負荷理論的四個假設 (Sweller, Merrienboer, & Paas, 1998)：

1. 工作記憶有限。
2. 長期記憶無限。
3. 知識與技能是以基模 (schema) 形式儲存於長期記憶。
4. 基模運作自動化是建構基模的重要過程。

2-1-1 自然訊息處理系統與人類認知架構

認知負荷理論將人類認知系統類比為生物演化系統，視為一種自然訊息處理系統，處理訊息時具有以下原則 (Sweller et al., 2011)：

1. 訊息儲存原則 (the information store principle)

所有訊息必定儲存在一個容量無限的訊息儲存庫之中。在人類認知系統中，長期記憶扮演訊息儲存庫的角色，而知識以基模的形式儲存於長期記憶中。

2. 借用與重組原則 (the borrowing and reorganizing principle)

大部分新訊息是由他人的訊息儲存庫借用而來，而且大多會與自身

訊息儲存庫中的相關訊息經過某種程度的重整，形成新的訊息而儲存於訊息儲存庫中。在人類認知系統中，新知識大多是由他人的長期記憶中借用而來（透過如書本等媒介），與從長期記憶中提取的相關基模在工作記憶中整合，形成新的基模而儲存於長期記憶。而整合的過程具有隨機性，因此有時會產生迷思概念。

3. 隨機生成原則 (the randomness as genesis principle)

隨機生成原則的唯一目的是產生全新的訊息，所產生的新訊息不同於由借用與重組原則借用而來的新訊息。在人類認知系統中，當從事問題解決時，如果缺乏可用的知識，則隨機產生可能的解決方案，在工作記憶中執行，然後檢測是否有效，有效則儲存以備未來再利用，無效則丟棄，重複上述步驟直到問題解決。長期記憶中的知識基模有助於減少隨機生成與測試程序的次數。

4. 改變狹隘限制性原則 (the narrow limits of change principle)

隨機生成原則強調隨機產生與測試程序，其訊息通常是沒有組織的，而訊息處理系統能處理的訊息量是有限的。太多的訊息，其變化組合之數量容易使訊息處理系統無法負荷，因此變化的幅度必須有所限制，以利訊息處理系統能迅速處理、快速反應，在演化上是具有優勢的。在人類認知系統中，隨機生成與測試程序是在工作記憶中進行，而工作記憶處理訊息元素的容量與持續時間有限，因此同時在工作記憶中處理的元素數量必須受到限制，以免認知資源超載。

5. 環境組織與連結原則 (the environmental organizing and link principle)

自然訊息處理系統的最終目的是要在環境中適當的運作。透過環境組織與連結原則，運用訊息儲存庫中的訊息，以應對環境中的各種狀況與問題。在人類認知系統中，在工作記憶中處理提取自長期記憶的知識基模，以管理人類在環境中的各種活動與問題解決。而工作記憶處理來

自長期記憶的熟悉訊息時，則容量與持續時間是不受限制的。

以上五個原則彼此合作、各司其職。在人類認知系統中，透過訊息儲存原則將知識基模儲存於長期記憶；透過借用與重組原則與隨機生成原則獲取新知識基模；透過改變狹隘限制性原則與環境組織與連結原則，應用長期記憶中的知識基模，以應對環境中的各種狀況與問題處理。

教學的主要目的在於增加長期記憶中的知識基模，如果長期記憶沒有變化，則意味著沒有學習發生。從人類認知架構的角度，學習的目的是增加環境組織與連結原則的效益，而此原則必須在長期記憶中有大量可用知識基模才有作用。增加知識基模的最有效方式為透過借用與重組原則，此為教學應該強調的。如果沒有可借用的來源，則透過隨機成因原則創造，但因為狹隘限制性原則，工作記憶處理陌生的新訊息時是有限制的，因此創造新訊息的過程通常是緩慢的。無論透過借用與重組原則或隨機生成原則獲得新訊息，皆受限於工作記憶的限制。

2-1-2 認知負荷類型

根據認知負荷理論，學習者必須在工作記憶中處理教學訊息，這些工作記憶的負荷即為認知負荷，其類型如下(Sweller et al., 2011)：

1. 內在認知負荷 (Intrinsic Cognitive Load)

內在認知負荷的來源有二，其中一種來自於學習內容本身的內在結構，與教學程序無關。另一種是增生認知負荷 (Germane Cognitive Load)，是用於處理與學習內容有關的訊息時額外產生的工作記憶資源需求，同樣產生一種內在認知負荷。用於處理內在認知負荷的認知資源稱為增生資源 (germane resources)。

2. 外在認知負荷 (Extraneous Cognitive Load)

外在認知負荷不是來自於學習內容的內在結構，而是來自於教材呈現方式或學習者參與的教學活動，這種負荷是由所用的教學程序產生，

在許多情況下是多餘的，應該盡量排除。用於處理外在認知負荷的認知資源稱為外在資源 (extraneous resources)。

學習材料的認知負荷總量由內在認知負荷與外在認知負荷累加而得。工作記憶資源是有限的，一旦認知負荷總量超過可用的工作記憶資源，將不利於學習，甚至導致無法學習。教學設計應該盡可能減少外在認知負荷，盡量提供工作記憶資源用以處理與學習有關的內在認知負荷。

學習內容本身的複雜性即內容元素的交互性，決定了內在認知負荷。在低元素交互性的情況下，元素之間的關連程度不強，內在認知負荷較低；反之，在高元素交互性的情況下，元素之間的關連程度較高，內在認知負荷也較高。學習者本身的先備知識水準較高時，因為基模的作用，原本是獨立的數個元素可以視為一個單一元素，內在認知負荷因此降低。

高內在認知負荷的學習內容通常較難，但低內在認知負荷的學習內容並不代表較簡單，如果內容元素交互性較低，但需處理大量元素時，仍可能超過工作記憶負荷。

當學習內容是高元素交互性時，若相關交互作用的訊息元素可以全部在工作記憶中處理時，則訊息可以被理解。而理解有助於創造更高階的知識基模。

元素交互性也決定了外在認知負荷。若教學程序要求同時處理的訊息元素少，則外在認知負荷較低；相反的，若教學程序要求同時處理的訊息元素較多，則外在認知負荷較高。外在認知負荷可以透過改變教學程序而降低。

認知負荷理論的目標主要是設計降低外在認知負荷的教學程序，對於內在認知負荷則是要充分運用、妥善管理，並非總是降低，但總認知負荷仍不能超過工作記憶的限制。

2-1-3 認知負荷效應

認知負荷理論藉由隨機對照實驗，已經產生許多認知負荷效應，分述如下。(Sweller et al., 2011)

1. 開放目標效應 (Goal Free Effect)

當以沒有明確目標的問題取代有明確目標的問題，學習者產生較好的學習成效時，即產生了開放目標效應。以數學問題為例，常見的具有明確目標之問題敘述如「求出角 A」，可以改為沒有明確目標問題的敘述「盡可能求出所有的角」，如此仍可達到「求出角 A」的目標。

問題解決時如果缺乏相關知識基模，則學習者往往比較已知條件與問題目標之間的差異，試著在許多交互作用的元素間搜尋、建立關連，以找出可以消除差異的解決方案，如此會造成極大的認知負荷，且容易忽略各個已知或未知條件之間的局部關係，因而無法獲得更多關於問題整體結構的知識。

在開放目標問題環境下可以降低外在認知負荷，專注在局部關係，促進規則歸納與基模獲得，對於只包含有限步驟的問題是有效的。

2. 工作示例效應 (Worked Example Effect)

學習者，特別是新手，學習工作示例比學習相同內容的問題解決，產生較好的學習成效時，即產生了工作示例效應。

工作示例提供了一個問題的逐步解題示範，提供了來自於工作示例的設計者長期記憶的問題解決基模，有助於學生理解問題、建構完整的解題基模，可以降低外在認知負荷，加速基模自動化的過程。

研究工作示例時也發現了以下效應：完成問題效應、分散注意力效應、冗餘效應、形式效應、專業知識反轉效應、指引漸退效應與變化效應。

3. 完成問題效應 (Problem Completion Effect)

完成問題是一種部分的工作示例，保留部分關鍵的解題步驟，要求學習者完成。若工作示例的步驟太多，會產生額外的外在認知負荷。完成問題可以降低外在認知負荷，確保學習者深入思考問題並注意關鍵訊息，有助於基模建構。

4. 分散注意力效應 (Split-Attention Effect)

當學習者學習整合了不同訊息來源的學習材料，比學習在空間或時間上分離的材料，產生較好的學習成效時，即產生了分散注意力效應。

當各種分散來源的學習材料無法單獨理解，而且沒有冗餘時，學習者必須在心智上整合，並在不同來源間不斷來回搜尋、參照，產生了大量的外在認知負荷。整合了各種來源的學習材料，可以減少不必要的搜尋與參照，降低了外在認知負荷。

多媒體學習材料通常包含了許多圖文，則相關圖文的呈現位置應該盡量接近；若包含了聽覺訊息，則應該與視覺畫面的呈現在時間上一致；若包含了不同來源的視覺文字，則應該整合為單一組。

5. 形式效應 (Modality Effect)

當學習材料包含了圖、文等多個視覺訊息來源，必須同時處理才能理解時，將產生分散注意力效應。若將視覺文字改以聽覺形式呈現，比只以視覺形式呈現訊息產生較好的學習成效時，即產生了形式效應。藉由同時使用工作記憶部分獨立的聽覺與視覺通道處理訊息，可以從視覺通道將部分認知負荷分攤到聽覺通道，因此降低了外在認知負荷，擴展可用的工作記憶資源。此效應相當於Mayer的多媒體學習理論中的形式原則。

要注意的是，必須是高元素交互性的學習材料才會產生形式效應，但元素交互性如果過高則不會產生雙通道的優勢；聽覺訊息必須要有限制，太長或複雜的聽覺訊息將因為工作記憶的限制而無法在工作記憶中維持與處理，複雜的文字訊息以視覺形式呈現可能更適當；如果圖表是很複雜的，可能需要配合提示或信號以減少視覺搜尋，加速與聽覺信息相關之視覺訊息的搜尋；如果聽覺訊息只是重述圖表內容，則將造成冗餘效應；對於專家學習者，形式效應可能被消除或反轉，造成專業知識反轉效應。

6. 冗餘效應 (Redundancy Effect)

若學習材料含有多餘訊息，學習去除多餘訊息的學習材料產生較好的學習效果時，則產生了冗餘效應。如果多個訊息來源都是可以單獨理解的，不需要在心智上整合，例如一個可以單獨理解的圖表，則只是描述圖表的視覺或聽覺文字訊息即是多餘的。多餘的訊息應該去除，以免學習者將注意力集中在多餘的訊息上，而造成外在認知負荷增加。

要產生冗餘效應，需要有不同的可單獨理解、不需心智整合與同時處理的訊息來源；學習材料必須是高元素交互性；對於多媒體的冗餘效應，文字必須同時以視覺與聽覺形式呈現，而且要夠長與複雜，以產生大量的工作記憶負荷；學習者的先備知識會影響冗餘效應，對於初學者是必要且非冗餘的訊息，對於專家學習者可能反而變成是多餘的，導致專業知識反轉效應。

7. 專業知識反轉效應 (Expertise Reversal Effect)

一般人認為對新手有效的教學程序對於專家學習者也會有效，但從認知負荷的理論考量與實驗證據顯示，對於新手是必要的訊息，對於專家學習者可能是多餘的，要求專家學習者處理這些訊息將消耗額外不必要的認知資源、增加外在認知負荷，甚至可能會有負面影響。當訊息對於新手是必要的，但對於專家學習者則是多餘時，即產生了專業知識反轉效應。此效應依賴於冗餘效應，也受到學習者專業知識水準的影響。

隨著教學活動進行，學習者的專業知識水準逐漸提高，教學活動中的指引與訊息或活動必須適時的調整。例如在教學初期，圖表整合額外的文字訊息是必要的，因為新手還沒有單獨理解圖表訊息的能力，隨著學習者的專業知識水準逐漸提高，初期必要的額外文字訊息可能變成多餘的，應該配合學習者的專業知識成長而逐漸抽離。

是否發生專業知識反轉效應，可以透過學習效率 (Instructional Efficiency) 與學習投入分數 (Instructional involvement score) 觀察。

Paas 與 Merriënboer (1993) 認為考量學習過程的認知成本是重要的，因此提出了一種視覺化的學習效率公式與效率圖 (Efficiency Graph)，作為評估學習效率的方式。學習效率 (E) 的計算公式 (1) 如下：

$$E = \frac{Z_p - Z_c}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

($Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$; $Z_p =$ 學習成就表現 Z 分數 ; $Z_c =$ 認知負荷 Z 分數)

若以 Z_c 為橫坐標， Z_p 為縱坐標，便能在直角坐標平面上標出該點位置，學習效率圖如圖 1 所示(Paas, 2003)。

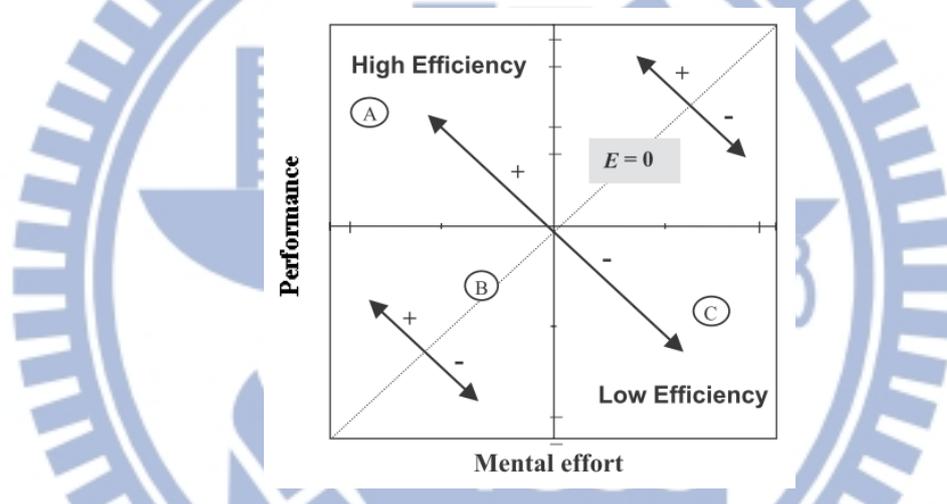


圖 1 學習效率圖

資料來源：” Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory.” by F. Paas, J. E. Tuovinen, H. Tabbers & P. W. M. Gerven, 2003, *Educational psychologist*, 38(1), p.68

圖上三個區域代表意義為：A 區代表高學習效率(High Efficiency)，學習表現高而認知負荷低，此時 $E > 0$ ，即 $Z_p > Z_c$ 。B 區代表中學習效率，學習表現與認知負荷相當，此時 $E = 0$ ，即 $Z_p = Z_c$ 。C 區代表低學習效率 (Low Efficiency)，學習表現低而認知負荷高，此時 $E < 0$ ，即 $Z_p < Z_c$ 。

對於高學習成就學生，若發生專業知識反轉效應，則會因為外在認知負荷增加而降低其學習效率。因此可以藉由學習效率觀察是否產生專

業知識反轉效應(Clark et al., 2006)。

動機往往決定了學習者在學習過程中的投入程度，當學習者的動機越強，願意投入的心智努力就越多，因此越容易有好的學習表現。基於動機、心智努力與學習表現是正相關的假設，Paas 等人(2005)提出了學習投入分數(Instructional involvement score)，其計算公式 (2) 如下：

$$I = \frac{Z_p + Z_c}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\left(Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma} \right); \quad Z_p = \text{學習成就表現 Z 分數}; \quad Z_c = \text{認知負荷 Z 分數}$$

與學習效率圖的繪製方式相同，學習投入分數圖如圖 2，以直線 $I = 0$ 為界，直線右上方區域表示高投入區域，直線左下方區域表示低投入區域，可以藉此了解學生的學習投入情形。對於高學習成就學生，若發生專業知識反轉效應，則其投入情形會較差，因此投入分數也可用來觀察是否發生專業知識反轉效應。

由於學習效率圖與學習投入分數圖繪製所需的數據與兩坐標軸均相同，因此把兩個圖形重疊，如圖 3，即可同時觀察實驗對象之學習效率與學習投入分數，藉此瞭解實驗對象於該學習單元之學習狀況，以及觀察是否發生專業知識反轉效應。

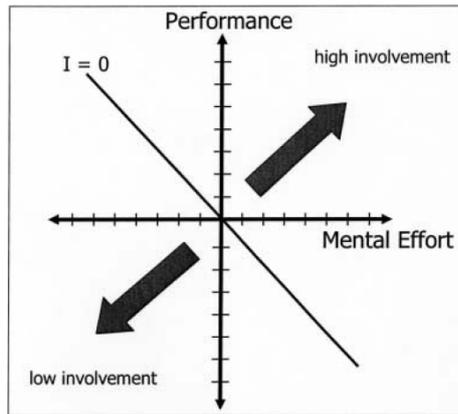


圖 2 學習投入分數圖

資料來源：” A motivational perspective on the relation between mental effort and performance : Optimizing learner involvement in instruction.” by F. Paas, J. E. Tuovinen, J. J. G. van Merriënboer, & A. Aubteen Darabi, 2005, *Educational Technology Research and Development*, 53(3), p.29

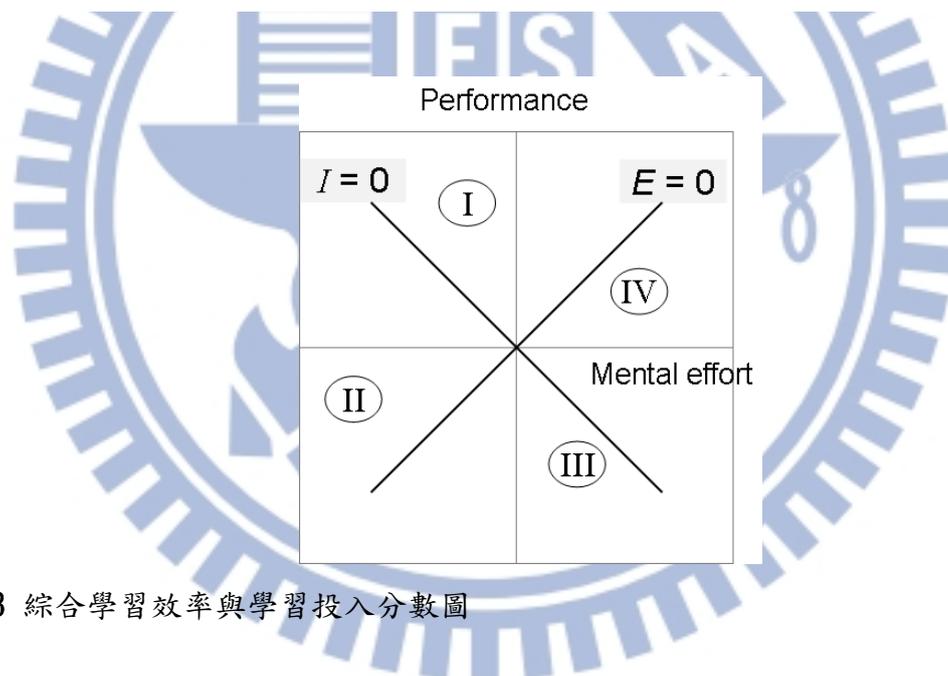


圖 3 綜合學習效率與學習投入分數圖

上圖中直線 $I = 0$ 與直線 $E = 0$ 互相垂直，若以直線 $E = 0$ 為橫軸，以直線 $I = 0$ 為縱軸，可將坐標平面分為四個象限。第一象限代表高投入高效率區域，為最理想的學習狀況；第二象限代表高投入低效率區域；第三象限代表低投入低效率區域，為最不理想的學習狀況；第四象限代表低投入高效率區域(Kalyuga, 2009)。

8. 指引漸退效應 (Guidance Fading Effect)

此效應直接來自於專業知識反轉效應，在學習初期給予詳細的教學指引對於學習是有益的，但隨著學習者專業知識水準逐漸提升，詳細的教學指引可能反而會增加外在認知負荷，產生專業知識反轉效應。學習初期因為學習者缺乏可用的知識基模，提供詳細的教學指引可以替代所缺乏的知識基模，但隨著學習者的專業知識基模增加，整合詳細的教學指引與既有基模反而需要額外認知資源，產生不必要的認知負荷。因此提供的教學指引應該適時調整，適當移除或省略部分教學指引，以免產生專業知識反轉效應。例如初期提供完整的工作示例，接著提供完成問題，最後則是不含任何指引的完整問題解決。

對於此效應而言，學習材料仍然必須是高元素交互性的；學習者的專業知識水準也會影響指引漸退的程度，對於高專業知識水準的學習者，較大的漸退幅度可能是更有效的。

9. 想像效應 (Imagination Effect)

「想像」被定義為程序或概念的心智複製。當想像一個程序或概念比學習相同程序或概念產生更多學習時，即產生了想像效應。想像一個程序或概念時，學習者必須從長期記憶提取知識基模在工作記憶中處理所有相關的交互作用元素，因此想像有助於基模的自動化。

從事想像時為了能在工作記憶中處理程序或概念的交互作用元素，學習者必須有足夠的認知資源。因此學習者的先備知識水準必須足夠，因為長期記憶的知識基模可以結合多個元素為單一元素，可以降低認知資源的需求；而先備知識不足的學習者沒有足夠的知識基模，沒有足夠的認知資源從事想像，因此想像的效果不佳或甚至無法進行想像。

10. 自我解釋效應 (Self-Explanation Effect)

「自我解釋」被定義為學習者學習一個工作示例時，有助於理解例子並從中建立基模的一種心智對話(Ruth Colvin Clark, Nguyen, &

Sweller, 2006)。自我解釋要求學習者解釋一個程序或概念，這會使學習者運用認知資源處理相關的交互作用元素，並與既有的知識基模建立關連，有助於知識獲得與理解。

如同從事想像時的情況，從事自我解釋時，為了要在工作記憶中處理交互作用元素與知識基模，學習者必須有足夠的認知資源，因此學習者的先備知識水準必須夠高，長期記憶才有足夠的知識基模，否則無法從事自我解釋。對於先備知識不足的學習者無法從事自我解釋。

想像效應與自我解釋效應能促進有效的心智處理，兩者並非依賴於改變學習材料，而是鼓勵學習者從事適當的心智處理過程，高先備知識水準的學習者可能因此獲益匪淺。

11. 元素交互性效應 (Element Interactivity Effect)

認知負荷由內在認知負荷與外在認知負荷共同決定，而元素交互性決定了內在認知負荷的程度。當元素交互性是低的，則內在認知負荷也是低的，此時即使外在認知負荷是高的，如果未超過工作記憶限制，則可能不會妨礙學習；當元素交互性是高，則內在認知負荷也是高的，此時外在認知負荷是否能有效降低，對於是否發生學習是至關重要的。大部分的認知負荷效應在高內在認知負荷的情況下獲得，稱為元素交互性效應。

元素交互性程度與先備知識水準有關。相同的學習材料，對於先備知識不足的學習者而言，其元素交互性可能是很高的，但對於先備知識水準較高的學習者而言，其元素交互性可能並不高。因為知識基模的作用，可以合併多個交互作用元素成為一個單一基模，這些元素之間不再交互作用，因此降低了元素交互性。

12. 獨立元素效應 (Isolated Elements Effect)

外在認知負荷可以藉由教學設計而降低；內在認知負荷是固定不變的，除非改變學習任務性質或學習者的知識。如果學習任務的元素交互

性過高，可以藉由預先訓練、子目標、模組化等策略，將部分交互作用元素隔離，產生一系列可獨立學習的非交互作用元素，這種策略稱為獨立元素效應。

內在認知負荷與學習者的知識水準有關。獨立元素效應對於先備知識水準較低的學習者在學習初期是有效的，可以降低內在認知負荷，有助於理解學習材料與發展部分基模，最後完成完整學習任務；對於先備知識水準較高的學習者，因為已經具備足夠的知識基模，可以處理大量交互作用元素，因此不必藉由獨立元素隔離交互作用元素，甚至可能造成專業知識反轉效應。

13. 變化效應 (Variability Effect)

內在認知負荷不像外在認知負荷必須減少，而是應該最佳化。如果可用的工作記憶資源足以滿足內在認知負荷需求，則適度增加與學習任務有關的交互作用元素，將會增強學習。如果學習者能在不同類別的問題應用學到的知識，表示學習者可能已經具有更複雜、有彈性的知識基模，也就是知識的遷移。增加工作示例的變化有助於促進遷移，導致變化效應。變化性增加了內在認知負荷，使學習者額外投入認知資源，可能可以更深入處理問題、了解問題結構，建立更有彈性與連結良好的基模。盡可能使用完整的工作記憶資源有助於學習，但仍然不能超過工作記憶限制。

變化效應對於高先備知識水準的學習者是有益的；對於先備知識不足的學習者，增加變化性很容易導致工作記憶超載，反而減少了學習，藉由獨立元素效應降低元素交互性應該是較好的策略。

14. 短暫訊息效應 (Transient Information Effect)

短暫訊息效應被定義為一種學習的遺失，發生在學習者能充分處理訊息或與新訊息建立連結之前，訊息就消失了(Sweller et al., 2011)。此效應是一種新的認知負荷效應，其訊息必須是短暫的，而且

元素交互性是高的。如果是容易在工作記憶維持、處理的短暫訊息，並不會產生短暫訊息效應。因為工作記憶有容量與持續時間的限制，人類的大腦一般只能裝七樣東西而且不能超過三十秒(Medina、洪蘭(譯)，2009)，高元素交互性的短暫訊息會產生大量外在認知負荷而使工作記憶超載，使用如書面形式的持久訊息可能可以有效降低這種負荷，因為不會有遺失重要訊息元素的風險，訊息元素可以隨時取回工作記憶中處理，產生一種類似於反向形式效應。

冗長複雜的短暫訊息應該要避免。如果利用適當分割簡化訊息，或確保學習者的專業知識水準足夠，則短暫訊息的負面影響可以有效降低或消除。

15. 集體工作記憶效應 (Collective Working Memory Effect)

當學習者透過合作學習比單獨學習獲得較好的學習成效時，即產生集體工作效應。此效應是一種新的認知負荷理論，認為在高元素交互性的複雜學習任務上，在適當的條件下，合作學習可以在小組成員間分擔工作記憶負荷，有助於學習。

為了進行合作，小組成員之間必須共享與協調訊息，可能需要額外的工作記憶資源，稱為處理成本(Kirschner, Paas, & Kirschner, 2009)。對於複雜的學習任務，額外付出的處理成本若低於因合作而降低的認知負荷，則對於學習應該是有益的；對於簡單的學習任務，處理成本很可能高於降低的認知負荷，因此單獨學習可能較好。

2-1-4 認知負荷理論對本研究的影響

本研究之教材設計根據形式效應，將敘述性文字改為口語呈現；根據冗餘效應，在畫面上去除與口語重複的敘述性文字；根據分散注意力效應，將相關視覺訊息的呈現在空間上盡量接近，與口語對應的畫面元素在呈現時間上接

近；在實驗組教材的教學脈絡上，根據獨立元素效應，運用模組化策略以中垂線為模組，降低元素交互性與認知負荷；教材設計上考量到專業知識反轉效應；教師提問引導思考符合開放目標效應，且利用提示避免太過發散。

2-2 多媒體學習理論

Mayer 將多媒體(multimedia)定義為以語詞(words)和圖像(pictures) 呈現材料，其中「語詞」包括靜態文字和語音文字，「圖像」包括靜態圖像和動畫(Mayer, 2006)。Clark 與 Mayer (2007)定義媒體元素(media elements)為用來呈現語詞(words)和圖案(illustrations)的聲音以及視覺的技術，包括文字、講述、音樂、靜態圖像、相片以及動畫。Mayer(2006)將多媒體學習聚焦於使用語詞和圖像兩種形式，更精確的說，多媒體學習是雙編碼(dual-code)或雙通道(dual-channel)學習。

近年來電腦與網際網路的蓬勃發展，各種手持行動數位載具也越來越普及且多元，數位學習(e-learning)的發展有越來越多的趨勢。Mayer 等人 (2007)將數位學習定義為使用電腦透過光碟、網際網路和區域網路教學，其所具備的特徵其中之一即為使用媒體元素。因此數位學習也是多媒體學習。要讓多媒體學習發揮效用，必須了解人們如何學習、處理接收的訊息，並以此發展出設計原則。因此 Mayer 等人提出了多媒體學習理論的認知模型，如圖 4。

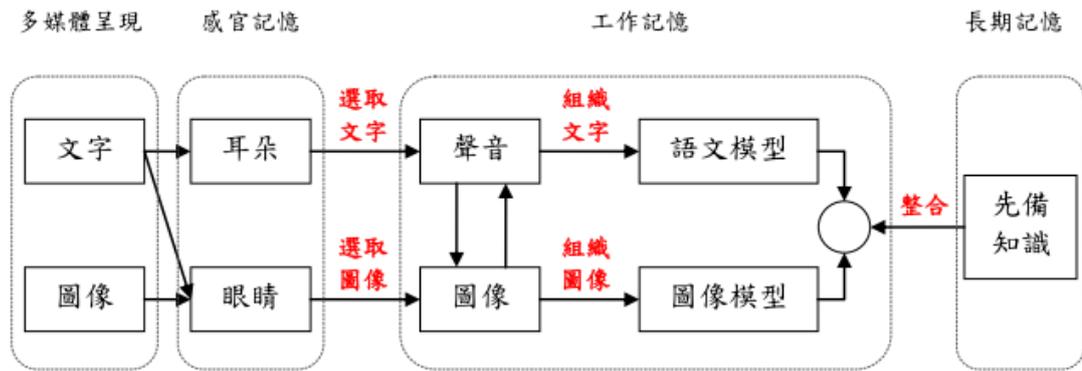


圖 4 多媒體學習理論的認知模型

資料來源：廖真瑜 (2011)。多元表徵應用於二元一次聯立方程式文字題列式教學之研究。頁 9。

在上圖的認知模型中，顯示人類是透過感官（耳朵、眼睛）接收多媒體訊息，語音形式的文字訊息經由耳朵的聽覺通道接收，而視覺形式的文字訊息與圖像經由眼睛的視覺通道接收。當訊息進入感官之後，有三個重要的認知流程，如果學習者能適當的完成這些流程，就可以產生有意義的學習：

(1) 選取 (Select)

首先學習者會選取呈現材料中注意到的相關文字與圖像訊息，以進一步在工作記憶中處理。

(2) 組織 (Organize)

在工作記憶中組織選取的訊息，以形成連貫一致的語文模型與圖像模型。

(3) 整合 (Integrate)

在工作記憶中將語文模型與圖像模型，以及提取自長期記憶的相關先備知識彼此整合。

2-2-1 多媒體學習理論的基本假設

在多媒體學習理論下，有三個基本假設：

(1) 雙通道 (Dual channels)

人類具有兩個獨立的訊息處理通道：視覺與聽覺，訊息由視覺或聽覺感官接收而分別進入視覺或聽覺通道處理。

(2) 有限容量 (Limited capacity)

與認知負荷理論相同，Mayer 認為每個通道同時處理的訊息量是有限制的，因為工作記憶的容量有限，所以限制了可以同時處理的訊息量。因此由感官所接收到的諸多訊息中，該注意哪些訊息就必須有所選擇。

(3) 主動處理 (Active processing)

當面對訊息時，人們會主動的進行認知處理，其處理過程包含注意訊息、組織選取的訊息、將訊息與過去經驗及既有的知識基模進行整合。

2-2-2 多媒體學習理論的認知負荷

學習過程中有三種認知處理，皆會佔用有限的認知資源，即為多媒體學習理論的三種認知負荷：

(1) 外在的認知處理 (Extraneous Cognitive Processing)

相當於認知負荷理論的外在認知負荷，指的是學習過程中與學習目標無關的認知處理，源於教學設計不良，如相關的圖文分隔過遠，因此造成視覺搜尋的負擔。如果外在的認知處理佔用過多認知資源，則真正可用於學習的認知資源可能無法滿足學習的認知處理的需要，因而造成學習成效不佳，反應出的是較差的記憶與遷移表現。

(2) 本體的認知處理 (Essential Cognitive Processing)

相當於認知負荷理論的內在認知負荷，指的是選取學習內容的訊息到工作記憶的認知處理，會受到學習內容本身的複雜性影響。如果學習者在

學習過程中只專注於本體的認知處理，則表現出來的很可能是偏向死背的學習，所以記憶表現較佳，但遷移表現可能較差。

(3) 衍生的認知處理 (Generative Cognitive Processing)

相當於認知負荷理論的增生認知負荷，指的是在組織與整合訊息時，藉由其他方式的認知處理，讓學習者更瞭解學習內容的意義，例如提供適當情境以提高學習動機。若學習者能夠專注在本體與衍生的認知處理，則很可能產生有意義的學習，表現出來的是較佳的記憶與遷移表現。

2-2-3 多媒體學習理論的教學設計原則

上述三種認知處理皆會佔用有限的認知資源，對於學習產生的影響各有不同，因此 Mayer 提出了十二個多媒體教材的設計原則，以減少外在的認知處理、管理本體的認知處理以及增加衍生的認知處理。

1. 減少外在認知處理的五個設計原則

(1) 連貫原則

教材中應排除與教學目標無關的圖、文、影音等素材，否則容易造成注意力分散而影響學習。

(2) 信號原則

教材中可適度加入信號，以引導學習者的注意力到當下的關鍵處。可用的信號包含標題、粗體、斜體、字體大小、顏色、符號、閃爍、淡入、淡出等等。

(3) 重複原則

動畫加上旁白的效果優於動畫加上旁白以及字幕，因為動畫與字幕都是經由視覺通道，容易造成視覺通道的負荷過重且通常無法兼顧，因而影響學習。但某些場合增加字幕可以幫助學習，如：沒有圖像、有充足的時間、非母語旁白或文字內容太過專業或艱深。

(4) 空間接近原則

相對應之圖、文的位置應盡量接近，如此較容易建立兩者之間的關連；若無法接近，可使用連接線連結兩者；新訊息不要出現在原有訊息上層，方便瀏覽相關訊息。

(5) 時間接近原則

同時呈現相關圖、文優於接續呈現，若先後接續呈現，則必須在工作記憶中維持前面的內容以和後續的內容整合處理，如此將加重工作記憶的負擔，可用於學習的資源可能不足。

2. 管理本體認知處理的三個設計原則

(1) 分割原則

將教材適度分割數個成較小的片段，效果優於連續呈現完整教材的方式；如果能配合學習者的步調或由學習者控制呈現的步調，則效果更好。

(2) 預先訓練原則

當教學內容較複雜或較難時，如果能先讓學習者知道主要概念的相關訊息，如名詞、特徵等，甚至複習所需的先備知識，則學習效果較好。

(3) 形式原則

當教材內容同時含有圖、文材料時，文字部分以聽覺形式的旁白呈現比以視覺的文字形式呈現較佳。運用雙通道形式呈現比只用單一通道形式呈現，將有更多的認知資源可用於學習。我們的感覺器官是一起演化出來的，視覺會影響聽覺，聽覺也會影響視覺，假如同時刺激好幾個感官，我們的學習會比較好(Medina、洪蘭(譯)，2009)。

3. 增加衍生認知處理的四個設計原則

(1) 多媒體原則

同時運用圖、文的學習效果優於只有文字，較能幫助學習者同時

建立語文模型與圖像模型，並建立兩者間的連結，對於新手學習者特別重要。圖像表徵有助於新手學習者的學習，對於專家學習者幫助可能不大。

(2) 個人化原則

使用「對話式」的旁白或字幕優於「制式」的旁白或字幕。多使用第一人稱、第二人稱，不要只用第三人稱，對話自然就好，並且多使用直接感受的句子，如此可以營造「交談」的感覺，較能提高學習者的學習動機。

(3) 聲音原則

多媒體教材若包含語音旁白，則使用友善的人聲呈現優於使用機器合成音。

(4) 圖像原則

在畫面中除教學內容外，額外呈現教學者的影像，未必有助於學習者的學習。可能會增加外在的認知處理，因為學習者可能會因為注意教學者的影像而忽略了教學內容，造成注意力的分散。

2-2-4 多媒體學習理論對本研究之影響

本研究之教材設計上，根據連貫原則與多媒體原則，使用圖文素材並去除與教學內容無關的素材；根據信號原則，運用信號引導學生的注意力至必要訊息，降低視覺搜尋的負擔；對應之元素在空間與時間上接近，符合空間接近與時間接近原則；敘述性文字以口語呈現，符合形式原則與聲音原則。

2-3 注意力與視覺搜尋

視覺是我們最具優勢的感官，花掉大腦一半的資源；視覺的輸入凌駕所有的感官，若輸入越能視覺化，則以後的再認和回憶會越好(Medina、洪蘭

(譯), 2009)。教材中視覺材料佔了很大的部分，因此如何讓學生注意到當下最關鍵的訊息，避免將有限的認知資源浪費在諸多視覺元素中搜尋比對，對於學習成效有很大的影響。以下將探討注意力與視覺搜尋等議題。

2-3-1 選擇性注意力

我們可以從感官、記憶以及其他認知歷程獲得大量訊息，注意力指的是我們由這些訊息中主動處理的有限訊息。心理資源是有限的，因此在任何時候，我們只能從獲得的感官訊息中注意到其中一部份。在同時湧進的無數刺激中挑選少數刺激做精細處理，其他刺激可能僅作粗略處理或不處理，或仍有相當程度的處理，但在最後採取適當行動時，受限於一次只能做一個動作而必然有所取捨(葉素玲, 1999)，這種選擇的機制即為選擇性注意力。

選擇性注意力何時介入？相關理論主要有早期選擇理論、晚期選擇理論與折衷的濾器減弱理論，分述如下：

1. 早期選擇理論

Broadbent (1958) 認為由於資源有限，需先把不要的訊息過濾掉，因此所有平行進入感官的刺激必須先經過一個濾器才能進入知覺系統進行分析，被過濾掉的刺激即被丟棄不處理，處理流程如圖 5，圖中粗箭頭代表注意力作用的階段。

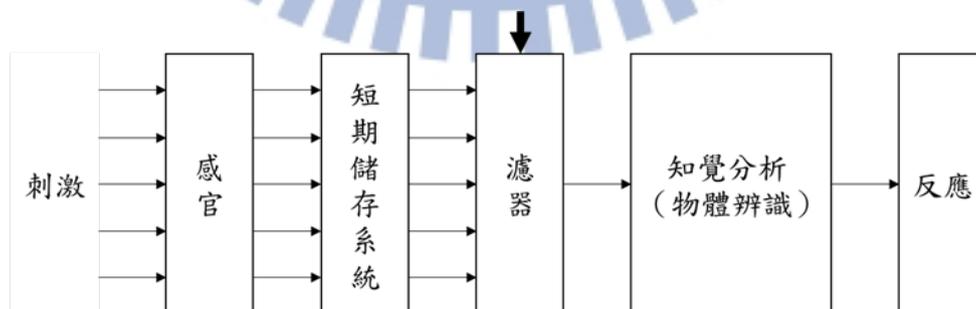


圖 5 早期選擇理論處理流程

資料來源：修改自葉素玲(1999)。視覺空間注意力，載於李江山(主編)，視覺與認知-視覺知覺與視覺運動系統(頁 296)。台北市：遠流。

2. 晚期選擇理論

Deutsch 與 Deutsch (1963) 認為所有刺激都會進入知覺分析歷程，由知覺系統依刺激的重要性進行評估，以決定應有的反應，處理流程如圖 6，圖中粗箭頭代表注意力作用的階段。

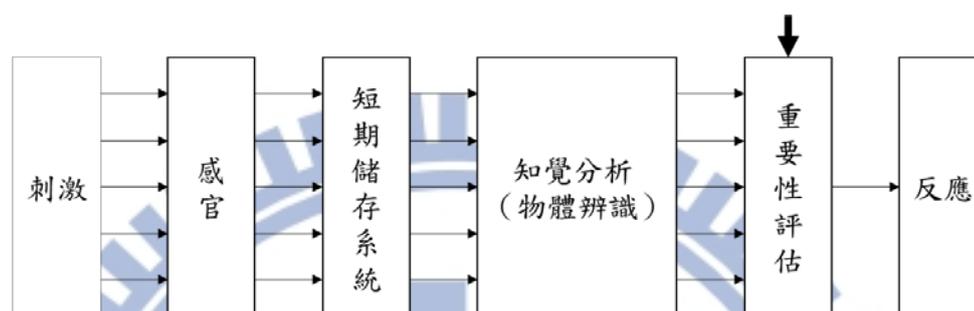


圖 6 晚期選擇理論處理流程

資料來源：修改自葉素玲(1999)。視覺空間注意力，載於李江山（主編），視覺與認知-視覺知覺與視覺運動系統（頁 296）。台北市：遠流。

3. 濾器減弱理論

Treisman (1964) 認為每一個刺激都有其強度，相對應的內在處理管道也有不同的敏感度。刺激強度必須高於各管道的門檻值才能被偵測到，而各管道的敏感度決定了其門檻值，越敏感者其門檻值越低，越容易讓刺激進入。敏感度又受注意力程度的影響，注意力所在的管道最敏感，其餘管道的敏感度因缺乏注意力而下降。標準值是另一個重要的變項，標準值越低，即使刺激強度不高仍然容易被偵測到，例如與個人有關的訊息、與當時作業有關的訊息，其標準值是較低的。

濾器減弱理論相當於結合了早期選擇與晚期選擇理論的精神，為兩階段的選擇歷程。第一階段決定刺激通過後的強度，第二階段決定何者可達反應標準，只有通過兩階段的刺激才能引起反應。例如圖 7 中左邊三圖為實驗作業流程，右邊三圖代表受試者對左邊三圖相對應的內在心理歷程。

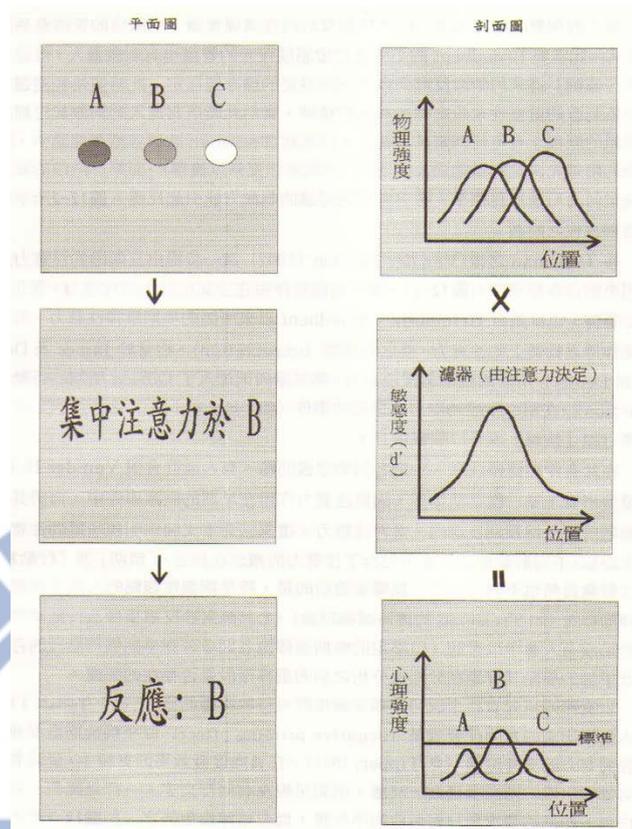


圖 7 濾器減弱理論

資料來源：葉素玲(1999)。視覺空間注意力，載於李江山（主編），視覺與認知-視覺知覺與視覺運動系統（頁 300）。台北市：遠流。

2-3-2 視覺搜尋

當我們張開眼睛，視覺系統即不斷接收外界的刺激，由於資源有限，無法處理所有接收到的刺激，因此我們無時無刻都在使用注意力作出選擇，以將有限的資源用在關鍵處。

Neisser 於 1967 年提出將知覺歷程區分為兩階段：前注意階段（preattentive stage）與注意階段（attentive stage）。前注意階段為注意力尚未作用的階段，此時視覺系統依照一些基本原則大略區分不同的物體；在注意階段時將注意力作用在區隔出的物體或圖形上，以作進一步的分析處理。

視覺搜尋是可用來鑑別哪些刺激屬性可以在前注意階段即可辨識，稱為基本特徵、有哪些刺激屬性是需要注意力作用才能辨識的一種作業。典型的視覺搜尋，是在一群干擾物中尋找特定的目標物。當干擾物增加時，找到目標物所

需的搜尋時間若隨之增加，則代表此一特徵需要注意力的作用才能辨識；若搜尋時間相同或差異不大，則代表此一特徵為基本特徵，在前注意力階段即可辨識(陳一平，2011)。

Treisman 等學者認為有兩種搜尋模式：平行搜尋 (parallel search) 與序列搜尋 (serial search)。在平行搜尋模式下，干擾物數量對搜尋時間的影響不大；在序列搜尋模式下，搜尋時間隨干擾物增加而增加。圖 8 說明了兩種搜尋模式下刺激數量與搜尋時間的關係，其中 B 為干擾物，O 與 P 分別為兩種搜尋模式的目標物，關係線斜率越小代表越不需要注意力的作用，反之，斜率越大代表越需要注意力作用以進行搜尋作業。

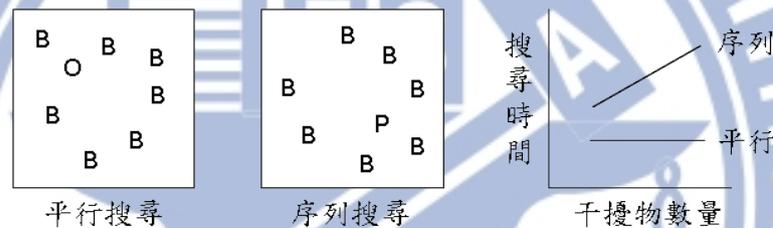
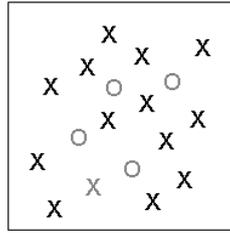


圖 8 平行搜尋和序列搜尋

資料來源：修改自“視覺心理學”，陳一平著，2011，199 頁

實驗歸納找出的視覺基本特徵並不多，主要有四種：線段走向、顏色、大小（粗細、長度、空間頻率等）、運動（速率、方向）。

前述平行搜尋與序列搜尋中，干擾物與目標物的差異大多只有一種，為單一基本特徵的搜尋；若兩者的差異是由兩個基本特徵組成，則會造成結合搜尋 (conjunction search)。如圖 9 中，灰色 O 與黑色 X 為干擾物，灰色 X 為目標物，干擾物與目標物的差異為兩種特徵的組合。結合搜尋比單一特徵的搜尋困難，屬於需要投入注意力資源的序列搜尋(陳一平，2011)。



結合搜尋

圖 9 結合搜尋

資料來源：修改自“視覺心理學”，陳一平著，2011，202 頁

2-3-3 特徵整合理論

Treisman 於 1980 年代提出特徵整合理論 (Feature Integration Theory)，認為在前注意力階段時，所有平行進入的刺激被自動登錄在特徵圖 (Feature Map) 上，而當注意力投注在位置圖的某個位置時，此時為注意階段，可以將該位置上的所有特徵整合起來，從而形成一個完整的物體，只有投注注意力的地方，各個特徵才有被組合的可能，如圖 10 所示。

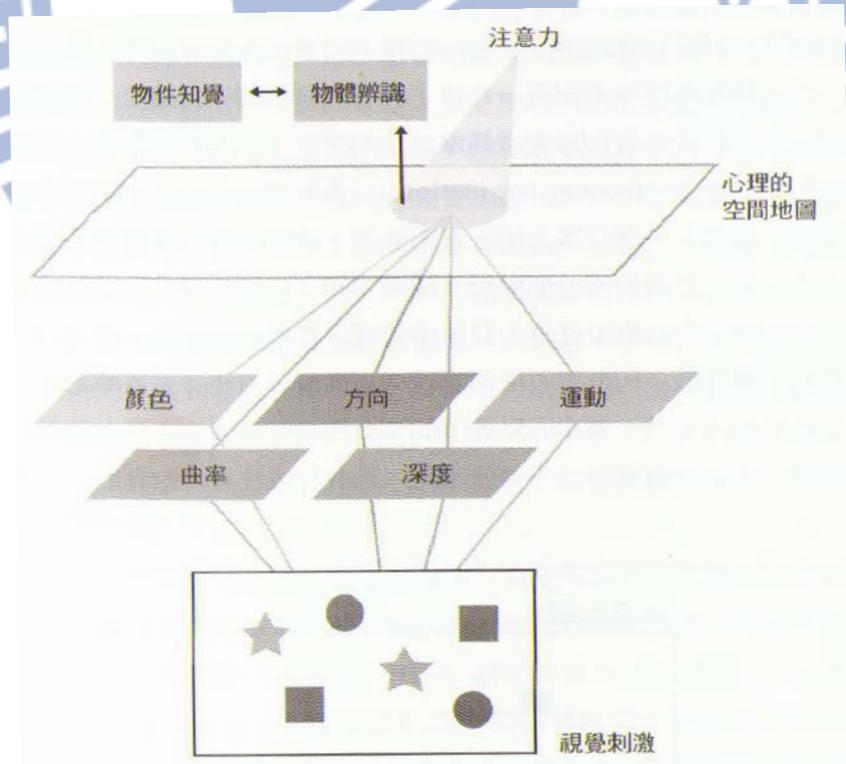


圖 10 特徵整合理論

資料來源：“視覺心理學”，陳一平著，2011，211 頁

由於特徵圖可平行處理，在視覺搜尋時，如果干擾物與目標物的差異只有單一基本特徵，則不論干擾物的多寡，搜尋時間應大致相同；若干擾物與目標物的差異為基本特徵的組合，則必須依靠注意力在位置圖上各個位置依序掃描方能完成搜尋作業，搜尋時間將因干擾物數量增加而增加。如果要在短促的時間內完成作業，則可能超過知覺系統資源的負荷，由於注意力無法適當作用，可能導致不同位置的特徵被錯誤組合而產生錯覺組合（illusory conjunction）現象(葉素玲，1999)。

2-3-4 注意力與視覺搜尋對本研究之影響

幾何教材中包含許多圖文，圖形之間經常有包含關係，如何讓學生能即時辨識出教師當下提及的圖形、文字，對於學生的學習是相當重要的。本研究的教材中，配合教師的口語運用了顏色、標記等信號，將學生的注意力引導到當下畫面中的關鍵處。預期如此將可有效減少視覺搜尋上的負擔，有助於課程進行中師生間的溝通以及學生的學習成效。

2-4 變易理論

變易理論（variation Theory）是一種關注如何幫助學習的教學理論。此理論認為「學習」是一種過程，學習者可以在特定情境下以特定方式完成特定任務。學習過程中，一定數量的有系統的重複練習是必要的，練習並非是一成不變，練習需要變易，但需要有系統的變化(祁永華、謝錫金、岑紹基，2005)。

變易理論的發展，源自於80年代的現象圖析學研究，其目的在於了解人們對於同一現象的不同體驗。這些差異有助於了解存在於學生之中的不同理念（alternative conception）與產生的原因。

到了90年代，認為學習者要能從現象中產生體驗，必須經歷三個階段：

1. 審辨（discernment）：將事物的某些部分或特徵從整體中凸顯出來加以

注意，如此才能產生經驗。

2. 變易 (variation)：在知覺上要能凸顯這些重要部分或特徵，必須要經歷其變化和異同。
3. 同時性 (Simultaneity)：要經歷事物的轉變和異同，先決條件是學習者必須同時留意一個以上的相關經驗，並建立這些經驗之間的關連。

變易理論的基本觀點是，為了認識某件事物，就必須注意到此事物與其它事物之間的差異。此差異必須在其它特徵保持不變，僅改變欲觀察的特徵，由學習者以特定方式體驗的情況下才能被辨識出來。決定學習效果的關鍵在於是否能夠辨識出關鍵特徵及其與整體之間的關係，而辨識以變易為前提。例如：為了辨識甜味，必須品嚐其它味道，如苦味、鹹味，如此才能辨識出「味道」的概念。此例中「味道」即是一個「特徵」，而不同味道則是此特徵的不同「值」。

面對相同的教師、相同的授課內容，不同的學生可能產生不同的理解，實際學到的可能與教師預設的學習目標也有差異，產生不同的學習成效。這種現象與學生的個人經驗有關，也與每個學生辨識出的關鍵屬性與數量有關。學生往往是以直覺的方式理解，或是無法集中注意在學習內容的關鍵處，或是缺乏與學習內容有關的經驗。因此教師在安排教學內容時必須盡可能幫助學生辨識出正確的關鍵特徵與關係。

2-4-1 四種變易模式

要能幫助學習者辨識關鍵特徵，變易理論提出了四種模式(祁永華等人，2005)：

1. 對比 (Contrast)：

要學習一件事物，就要和其它不同事物作比較。由差異的對比中凸顯出特徵。關注的是某個特徵的某個「值」，需要有同一特徵的其它值以進行

對比，而其它特徵保持不變。如：要認識顏色這個特徵中的「紅色」，則可使用紅色的桌子與其它顏色的桌子進行對比；要認識「銳角」，則要與「直角」、「鈍角」等不是銳角的圖形進行對比。

2. 類比 (Generalization)：

在不同事物或情況中找尋相同的特徵。在教某個概念時，舉同一概念的不同例子，讓學生從不同角度類比出這個概念的「意義」。保持關注的特徵不變，變化其它特徵。如：要瞭解數字「3」的意義，可以從「3」個蘋果、「3」張桌子、「3」輛車子等各種例子察覺；要瞭解「平分」的意義，可以從線段的「平分」、角的「平分」察覺。

3. 區分 (Separation)：

要學習某件事物的某一特徵時，必須從事物的整體中區分出此特徵。學習者注意的是某個特徵的變化。藉由改變要區分的特徵，而保持其它特徵不變。特徵的變化代表「值」的變化，因此對比和區分是同時出現的，取決於學習者注意到的是「值」的變化或「特徵」的變化。如：注意到「顏色」的變化，則「顏色」這個特徵就和其它特徵分離開了。

4. 融合 (Fusion)：

如果某件事情需要綜合考慮幾個方面的因素時，就必須同時察覺到這些方面的變化，以了解對整體的影響。如：市場經濟中，需求與供給都會影響價格，必須同時注意需求與供給的變化。

2-4-2 變易理論對本研究之影響

根據變易理論，學生需要能辨識出關鍵特徵才能產生有效的學習。本研究中，實驗組與對照組教材中，部分內容為了讓學生進行特徵的觀察辨識，因此運用了四種變易模式中的「對比」，於同一畫面中同時呈現，如銳角、直角、鈍角與平角的對比。

2-5 尺規作圖

2-5-1 九年一貫課程綱要中的尺規作圖

教育部九年一貫數學學習領域的課程綱要，是由下列四個原則界定(教育部，2009a)：

1. 參考施行有年且有穩定基礎的傳統教材。
2. 採用國際間數學課程必備的核心題材。
3. 考慮數學作為科學工具性的特質。
4. 現有學生能夠有效學習數學的一般能力。

數學學習領域將九年國民教育分為四個階段，分別為：

1. 第一階段：國小一至二年級。
2. 第二階段：國小三至四年級。
3. 第三階段：國小五至六年級。
4. 第四階段：國中七至九年級。

尺規作圖屬於八年級下學期的課程，97 課綱中關於尺規作圖的能力指標如下：

S-4-10 能根據直尺、圓規操作過程的敘述，完成尺規作圖。

能力指標是依照主題與階段的學習能力而訂定，因多數指標需採分年教學方能達成教學目標，因此課程綱要中依據能力指標演繹出更細緻的分年細目及詮釋，以明確掌握分年教學的目標(教育部，2009a)。其中八年級與尺規作圖有關的分年細目如下：

1. 8-s-11 能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。

2. 8-s-14 能用線對稱概念，理解等腰三角形、正方形、菱形、箏形等平面圖形。

其中分年細目 8-s-11 的詮釋說明整理如下：

1. 只利用直尺（沒有刻度）及圓規製作圖形之方法，稱為尺規作圖。
2. 本細目只強調會做基本的尺規作圖即可，每一種尺規作圖應能明確說明原理，這種說明在教學上是必須的，但可以不作評量。
3. 基本尺規作圖包含：
 - (1) 複製已知線段、圓、角、三角形。
 - (2) 平分一已知線段。
 - (3) 作一已知線段之中垂線。
 - (4) 作一已知角的角平分線。
 - (5) 過一直線外的已知點，作此直線之平行線與垂直線。
 - (6) 過一直線上的已知點，作此直線之垂直線。
 - (7) 已知三正數滿足任兩數和大於第三數，以此三數為邊長作三角形。

2-5-2 尺規作圖相關研究

張祐誠(2008)運用激發式動態呈現之教學設計比較兩種尺規作圖的多媒體教學模式：「以文導圖模式」與「觸發模式」。研究對象為 68 位七年級學生，教學內容包含「等線段作圖」、「等角作圖」、「中垂線作圖」、「角平分線作圖」等四種基本作圖，教學脈絡屬於傳統教學脈絡。「以文導圖模式」是在畫面上呈現所有作圖步驟的文字說明，以滑鼠點擊步驟說明文字，讓文字出現指標，並且進行相對應的作圖步驟動畫；「觸發模式」是以滑鼠任意點擊或按下鍵盤空白鍵等觸發方式，先進行作圖步驟動畫，動畫完成後再出現該步驟對應的文字說明。結果顯示兩種模式在學習成就沒有顯著差異；低成就組中「觸發模式」的

成績高於「以文導圖模式」但未達顯著；高成就組中「以文導圖模式」的成績高於「觸發模式」但未達顯著。

曾妙玲(2008)運用激發式動態呈現之教學設計比較兩種尺規作圖的多媒體教學模式：「觸發模式有字幕」與「觸發模式無字幕」。研究對象為 65 位七年級學生，教學內容包含「等線段作圖」、「等角作圖」、「中垂線作圖」、「角平分線作圖」等四種基本作圖，教學脈絡屬於傳統教學脈絡。兩種模式均具有動畫與旁白，各步驟之動畫與旁白同時播放，「觸發模式有字幕」組延遲三秒後呈現字幕。雖然根據 Mayer 的多媒體學習理論的「重複原則」，「具有動畫與旁白」的教材，其學習效果通常優於「具有動畫與旁白及字幕」的教材，但此研究的結果顯示，「觸發模式有字幕」在「尺規作圖」的「作圖」與「作圖步驟的文字敘述」方面，對於高成就學生的學習成效優於「觸發模式無字幕」。此外，有字幕時，學生的「作圖」與「作圖步驟的文字敘述」的學習成效呈現高度正相關。

王郁文(2009)比較了「數學史輔助教學」與「傳統講述式教學」對於 57 位八年級學生學習尺規作圖之學習成就與動機的影響。教學內容包含「等線段作圖」、「等角作圖」、「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線上一點作垂線」、「過線外一點作垂線」、「作一已知扇形」等作圖，教學脈絡屬於傳統教學脈絡。結果顯示接受「數學史輔助教學」的學生之學習動機顯著優於接受「傳統講述式教學」的學生，但在學習成就方面則無顯著差異。

許湄(2008)進行了探究式教學法融入幾何尺規作圖單元之行動研究。研究對象為二個班的八年級學生，利用麥田圈事件引起學生的學習興趣，運用圓的對稱性質引導出中垂線與角平分線作圖，配合分組討論的探究式教學。結果發現探究式教學法融入幾何教學提供學生許多幾何操弄的機會，有助於學生的幾何學習，以及論證與推理能力的培養。

劉繕榜(2000)以 21 位國中數學資優生為研究對象，觀察其作圖表現，並探討作圖能力與幾何證明之間的關連性。研究結果發現，這群國中數學資優生作

圖錯誤類型區分為兩類：基本概念的錯誤與圖形的錯誤引導，其中圖形的錯誤引導又可分為「草圖」、「給定圖形」與「求作圖形」的錯誤引導。作圖能力與作圖後之證明及解純證明題之能力呈現正相關，達到統計上的顯著水準。

葉福進(2005)以 10 位國三學生為研究對象，利用三種不同構圖工具進行構圖活動。第一種構圖工具為「一般構圖」，包含圓規、具有刻度的直尺、一套三角板、量角器，構圖時可以使用工具上的刻度與三角板的角；第二種構圖工具為「尺規作圖」，只能使用無刻度的直尺與圓規，其中直尺只能畫線，不能測量；第三種工具為「GSP 軟體」。研究結果發現學生對於「尺規作圖」的構圖方式最感到困難，尤其是垂直線與平行線。學生常常直接以視覺估測或工具特性來畫圖，例如：以直尺的角落作直角、以直尺兩邊緣作平行線，這種情形以中、低程度學生最明顯。

中垂線、角平分線、由一點畫垂線、平行線等尺規作圖，通常被認為彼此之間毫無關連，有各自的步驟必須依循與熟記。Perks 與 Prestage (2006a, 2006b, 2006c) 發現了這些作圖之間的關係：等腰三角形。中垂線、角平分線與過線上一點作垂線作圖，應用的是菱形或箏形的線對稱性質，這兩種四邊形皆可拆分成兩個共用底邊的等腰三角形；過線上一點作垂線應用的是等腰三角形的線對稱性質；平行線作圖可以用兩個全等的等腰三角形完成。只要熟悉等腰三角形的性質與畫法，即可完成上述作圖。在尺規作圖的步驟說明中，常常有「畫弧」的指令，學生是否真的瞭解「弧」其實是圓的一部份？Perks 與 Prestage 認為剛開始教作圖時，應該以「畫圓」取代「畫弧」。「對稱」對於尺規作圖是關鍵的概念，Perks 與 Prestage 認為在學習尺規作圖之前，應該要讓學生熟悉「對稱」的概念，而摺紙是一種最有感覺的方式。

陳宥良(2009)利用摺紙進行基本尺規作圖單元的補救教學，研究對象為三位國中九年級低學習成就學生。發展出六個摺紙動作作為過渡性工具，並將摺紙動作轉換為尺規作圖步驟，六個摺紙動作分別為：「摺出通過兩點的直線」、「線上一點作垂線」、「線外一點作垂線」、「一點到一線，摺線過一點」、「兩點

重合」、「兩線重合」(譚克平與陳宥良, 2009)。研究結果發現摺紙可以幫助學生熟悉基本尺規作圖步驟, 理解作圖所應用的對稱性質; 摺紙有助於學生分析作圖問題, 檢驗想法的正確性, 找出正確作圖步驟; 摺紙能提升學習興趣。陳聖別(2012)運用陳宥良(2009)提出的六個摺紙動作, 對六位國中八年級學生進行補救教學的研究。研究結果發現摺紙能提供學生解題的想法, 特別是在「完成線對稱圖形」與「利用中垂線性質或角平分線性質」兩種題型上尤其明顯。

陳宥良(2009)的研究中另以台北地區 150 位國中九年級學生為施測對象, 以瞭解學生的基本尺規作圖能力。測驗之基本尺規作圖包含:「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「線外一點作垂線」、「線上一點作垂線」與「線外一點作平行線」等五個作圖。雖然樣本數不多, 無法推論到其它地區, 但國內相關的調查統計似乎不多見, 因此仍具有一定的參考價值。測驗結果五個作圖的表現依答對率排序, 依序為「中垂線作圖」(答對率 76%)、「角平分線作圖」(答對率 70%)、「線外一點作垂線」(答對率 58.67%)、「線上一點作垂線」(答對率 54.67%) 與「線外一點作平行線」(答對率 28%)。完成基本作圖題數統計表如表 1。由表 1 得知有 18.67% 的人無法完成任何基本尺規作圖, 有 50% 的人最多只能完成三個基本作圖。

表 1
完成基本作圖題數統計表

答對題數	0	1	2	3	4	5
人數	28	15	22	10	33	42
百分比(%)	18.67	10.00	14.67	6.67	22.00	28.00
累積百分比(%)	18.67	28.67	43.33	50.00	72.00	100

資料來源: 陳宥良(2009)。探討國中三年級學生透過摺紙活動進行尺規作圖補救教學之成效 (未出版之碩士論文) (頁 59), 國立臺灣師範大學, 台北市。

本研究的基本尺規作圖包含「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線上一

點作垂線」、「過線外一點作垂線」等四種作圖。現行教科書中這四種基本作圖的教學脈絡為列出作圖步驟並依步驟作圖，後續以等腰三角形、菱形與等腰梯形的線對稱性質說明所作圖形即為所求。學生需要熟悉三種圖形（等腰三角形、菱形與等腰梯形）的線對稱圖形，與看似完全無關的作圖步驟，對於中、低學習成就的學生而言，負荷尤其沈重。本研究實驗組教材之教學脈絡為以等腰三角形的線對稱性質為主，運用中垂線為模組的教學脈絡。學生只需熟悉一種圖形（等腰三角形）的線對稱性質以及中垂線作圖，將「角平分線作圖」、「過線上一點作垂線」、「過線外一點作垂線」等三個基本作圖的作圖步驟分為兩個具體的作圖階段：先找出「關鍵線段」、再作出「關鍵線段」的中垂線，即可完成作圖。



第三章 研究方法

本章共分五節，包含：研究流程、研究設計、研究對象、研究工具、資料分析。

3-1 研究流程

本研究之流程分為準備、實驗、分析三個階段部份，研究流程如圖 11。

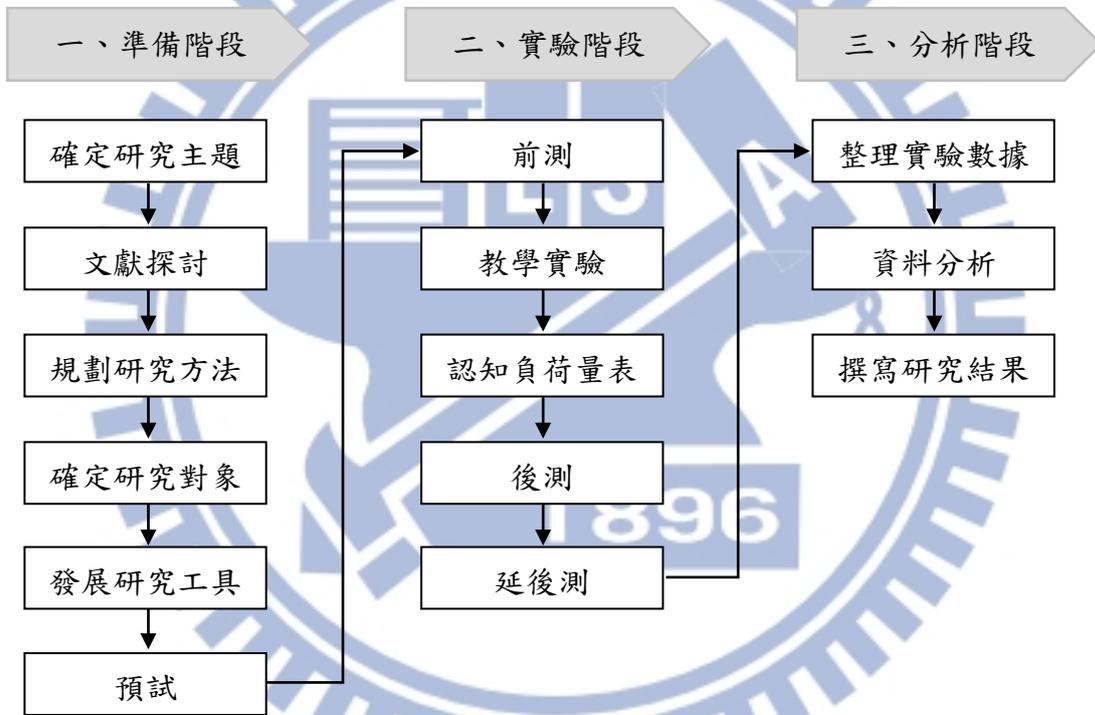


圖 11 研究流程

3-1-1 準備階段

以新北市某國中七年級四個常態班為研究對象，分為實驗組與對照組各兩個班。將上學期三次段考之數學科平均分數及前測成績，利用獨立樣本 t 檢定，確定兩組成績無顯著差異。

實驗教材之編製則依據多媒體學習理論、認知負荷理論、視覺搜尋、變易理論設計實驗教材。另以同校的兩個九年級常態班學生進行試題預試，並根據預試結果修正測驗內容。

3-1-2 實驗階段

於教學實驗前對實驗組與對照組進行前測，以了解研究對象的起點程度。接著以研究者編制之實驗教材進行教學實驗。於教學實驗後，請研究對象依據自身感受填寫認知負荷量表，以了解研究對象的認知負荷感受。之後進行後測，以了解研究對象的學習成效，並於教學實驗結束一個月後實施延後測，延後測試卷內容與後測試卷相同，以了解研究對象之學習延續情形。

3-1-3 分析階段

整理與分析實驗所得之數據資料，以驗證假設並撰寫研究結果。

3-2 研究設計

3-2-1 研究方法

本研究旨在研究不同的教學脈絡，對於學生學習四個基本尺規作圖單元的後測、延後測以及認知負荷感受是否有所影響。本研究採用準實驗研究設計，

以課堂授課為主，盡可能減少其它干擾因素。

3-2-2 研究變項與假設

1. 研究變項

自變項包含教學脈絡與成就水準，分述如下：

(1) 教學脈絡

實驗組與對照組之主要教學內容皆為四個基本尺規作圖，但教學脈絡不同，實驗組教材以中垂線為模組之脈絡，對照組教材則以線對稱圖形為脈絡。

(2) 成就水準

實驗組與對照組分別依照上學期三次段考數學科成績，分為高學習成就（前 50%）與低學習成就（後 50%）。

依變項包含後測、延後測與認知負荷感受，分述如下：

(1) 後測

在教學實驗結束之後，使用後測試卷檢視兩組研究對象的後測成績，藉以評估學習成效。

(2) 延後測

延後測於教學實驗結束一個月後實施，藉以觀察兩組研究對象的學習延續情形。

(3) 認知負荷感受

在教學實驗結束之後，填寫認知負荷量表，藉由量表「花費心力」了解兩組研究對象感受到的認知負荷程度。

控制變項包含授課教師、授課環境、教學單元與測驗問卷，分述如下：

(1) 授課教師

授課教師皆為研究者本人，研究者雖非研究班級的數學科授課教師，

但研究班級的電腦科授課教師皆為研究者本人，對於研究者的授課風格與表達方式皆已熟悉。

(2) 授課環境

授課地點均在同一間教室進行，授課環境條件一致。

(3) 教學單元

兩組之主要教學單元與授課時間均相同，因研究對象為七年級學生，而教材內容為八年級下學期的內容，因此可以排除補習班的干擾。

(4) 測驗問卷

兩組研究對象的前測試卷、認知負荷量表、後測試卷以及延後測試卷，內容、施測時間長度與計分標準皆相同。

2. 研究假設

本研究之假設如下：

假設 1：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測表現有顯著的交互作用。

假設 2：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測表現有顯著的交互作用。

假設 3：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的認知負荷感受有顯著的交互作用。

除了以上假設之外，本研究將探討對於高學習成就學生是否產生專業知識反轉效應。

3-2-3 實驗流程

本研究之實驗步驟、內容與時間分配如表 2：

表 2
教學實驗流程表

	步驟	內容	時間
階段 I	1	前測	10 分鐘
	2	課程教學實驗	45 分鐘
	3	認知負荷量表問卷	05 分鐘
	4	階段學習成就測驗（後測）	30 分鐘
階段 II	5	延後測	30 分鐘

3-3 研究對象

本研究採用準實驗研究法，從新北市某國中七年級班級中，依便利取樣方式取樣四個常態班級為研究對象，但排除資源生。

依據上一學期三次定期評量數學平均成績，將前 50 % 設定為高學習成就學生，後 50 % 設定為低學習成就學生。三次定期評量數學成績如表 3，人數分配如表 4。

表 3
研究對象班級人數及上學期數學科定期評量成績表

班級	人數	定期評量			平均	組別
		一	二	三		
甲班	30	49.53	45.17	47.13	47.28	實驗組
乙班	31	59.16	49.84	57.68	55.56	對照組
丙班	30	61.53	54.50	65.57	60.53	實驗組
丁班	29	51.41	47.93	51.83	50.39	對照組

表 4

受試學生高、低學習成就人數分配表

組別	班級	高成就	低成就	總計
實驗組	甲班、丙班	30	30	60
對照組	乙班、丁班	30	30	60
總計		60	60	120

利用獨立樣本 t 檢定，檢驗實驗組與對照組上學期三次定期評量數學成績，兩樣本的平均數分別為 53.91 和 53.06，變異數相等的 Levene 檢定未達顯著 ($F = 0.269, p = .605$)，即表示兩組成績的離散情形無顯著差別。由假設變異數相等，其 t 值 = 0.202、 $df = 118$ 、 $p = .840 > .05$ ，檢驗結果未達顯著，因此兩組的程度可視為相當，檢定資料摘要如表 5。

表 5

兩組學生上學期數學科定期評量平均獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	實驗組		對照組		$t(118)$	p
	$(n = 60)$		$(n = 60)$			
	M	SD	M	SD		
定期評量平均	53.91	23.53	53.06	22.21	0.202	.840

利用獨立樣本 t 檢定，檢驗兩組前測成績，前測總分為 35 分，兩組前測平均分別為 9.25 和 9.12，變異數相等的 Levene 檢定未達顯著 ($F = 0.004, p = .953$)，即表示兩組前測成績的離散情形無顯著差別。由假設變異數相等，其 t 值 = 0.143、 $df = 118$ 、 $p = .886 > .05$ ，檢驗結果亦未達顯著，因此兩組的程度可視為相當，檢定資料摘要如表 6。

表 6

兩組學生前測平均獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	實驗組		對照組		$t(118)$	p
	$(n = 60)$		$(n = 60)$			
	M	SD	M	SD		
前測平均	9.25	5.08	9.12	5.11	0.143	.886

綜合以上所述，利用獨立樣本 t 檢定檢驗兩組學生的前一學期三次數學定期評量以及前測成績，檢驗結果均未達顯著，可視為兩組學生數學先備知識相當。

3-4 研究工具

本研究所用之研究工具有實驗教材、前測試卷、後測試卷、延後測試卷、認知負荷量表共五項，分述如下：

3-4-1 實驗教材

本研究使用之教材均為自製教材，教材主要內容為「基本尺規作圖」，包含「中垂線作圖」、「角平分線作圖」、「過線上一點作垂線」與「過線外一點作垂線」等四個作圖。製作平台為 PowerPoint 2003 搭配 AMA 外掛增益集，教材設計及課堂上的展演運用了視覺搜尋、認知負荷理論教學設計原則、多媒體學習設計原則以及變易理論以安排教材內容元素。實驗組與對照組之教材均以步驟化方式編製，盡量減少動畫的使用，過程中不斷與指導教授以及數位任教十年以上之數學教師討論編修而成。

實驗組與對照組教材均使用雙通道模式呈現，畫面上敘述性文字盡量減少，只保留重要文字訊息，敘述性文字盡量以口語方式呈現，避免同時在口語與畫面上呈現相同內容的文字訊息而造成冗餘；畫面中凸顯當下希望學生注意的主要訊息，同時其它次要訊息採取淡化而非隱藏，可以有效引導學生的注意力，並且在必要時仍可以看見整體訊息。各種符號、標示與訊息採用「空間接近原則」，盡

量接近對應元素，以減少視覺搜尋負擔，亦可避免分散注意力。

兩組教材中較簡單的部分內容，如先備知識與點、線段和直線，為了避免太過冗長而可能造成專業知識反轉效應，運用變易理論四種變易模式之「對比」，於同一個畫面並列呈現，如圖 12。



圖 12 運用變易理論之「對比」模式呈現教材內容

考量到研究對象為七年級學生，尚未具備足夠的幾何知識基模，因此對於線對稱性質的教學，採用動手操作觀察的方式，讓學生藉由直觀的摺紙活動，先觀察再由教師講解。為了解決一般紙張摺疊時不易對準的問題，採用透明度較高的描圖紙進行活動。因應兩組教材不同的教學脈絡，實驗組觀察的內容包含中垂線性質與等腰三角形的線對稱性質；對照組觀察的內容除前述兩種之外，另外包含了菱形與箏形。

本研究實驗組教材之教學脈絡為運用等腰三角形的線對稱性質，以「中垂線作圖」為工具，完成其餘三個基本尺規作圖。在實驗組教材中，中垂線作圖部分的教學採用適當的提問或提示並與學生進行討論，連結學生的先備知識，以引導出作圖步驟，如圖 13。其餘三個基本尺規作圖之教學，引導學生由等腰三角形的圖形中觀察，建立與中垂線之連結，將作圖步驟引導至先產生「關鍵線段」，接著作出「關鍵線段」的中垂線即可完成作圖，如圖 14。

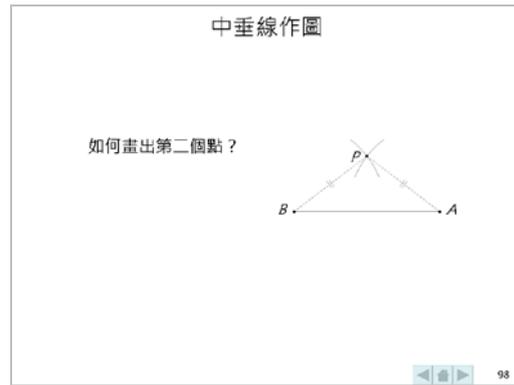
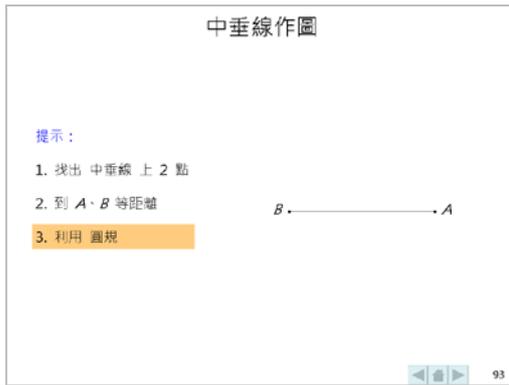


圖 13 實驗組教材：中垂線作圖引導

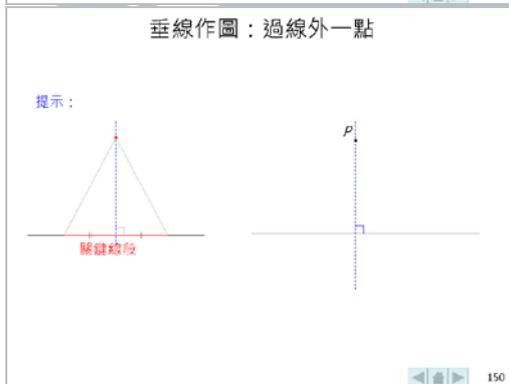
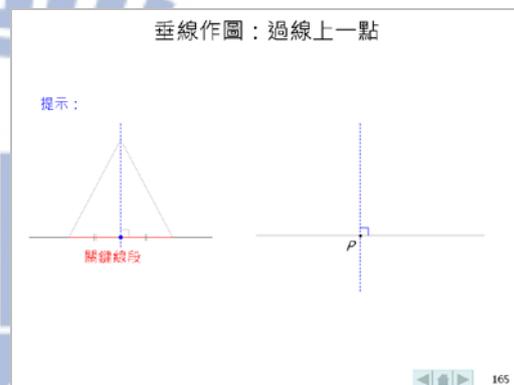
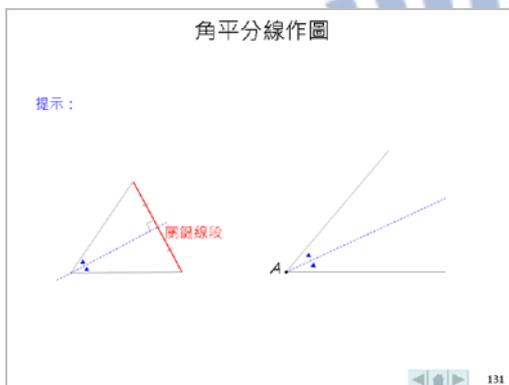
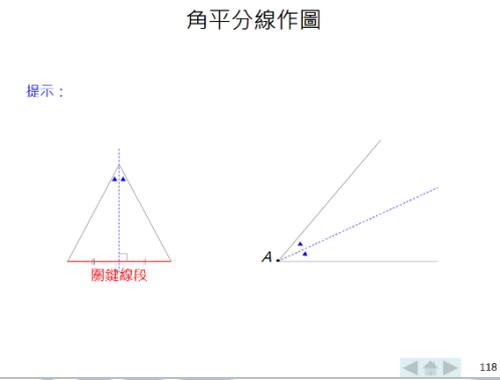
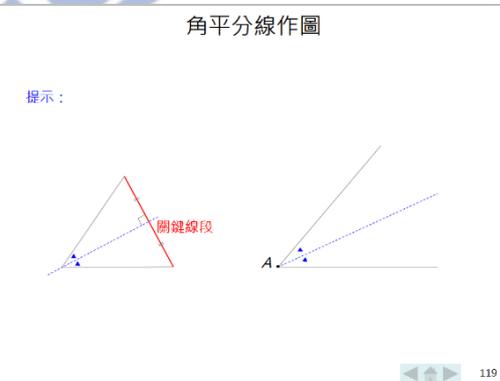
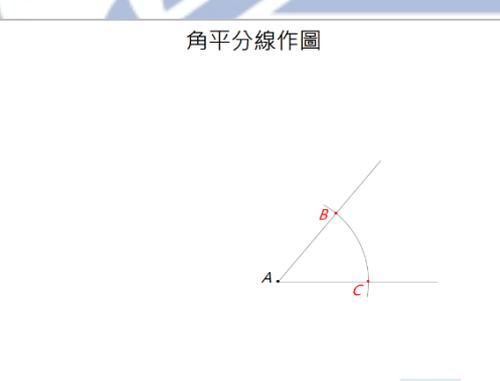
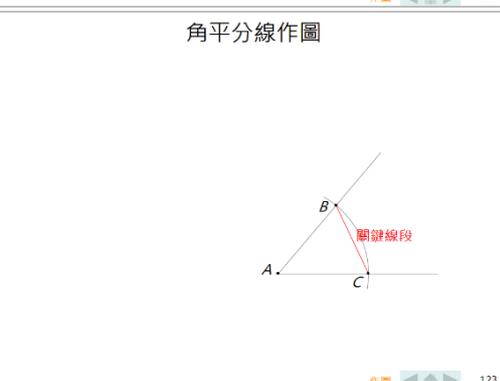


圖 14 實驗組教材：角平分線、垂線作圖引導

以下以角平分線作圖為例，說明實驗組與對照組教材之差異，如表 7 與表 8，實驗組完整教材畫面請見附錄五。

表 7

實驗組角平分線作圖教材

階段	畫面	說明
引導階段	<p>角平分線作圖</p> <p>提示：</p>  <p>118</p>	<p>引導學生從左邊等腰三角形提示圖形中觀察，得知頂角平分線即為目標圖形，且為關鍵線段之中垂線。</p>
	<p>角平分線作圖</p> <p>提示：</p>  <p>119</p>	<p>進一步將左圖旋轉至與給定圖形之方位一致，提問討論引導出作圖步驟。重點在如何作出關鍵線段。</p>
作圖階段	<p>角平分線作圖</p>  <p>121</p> <p>角平分線作圖</p>  <p>123</p>	<p>依照引導階段引導出的作圖步驟執行作圖。先作出關鍵線段，接著作出關鍵線段之中垂線，即可完成角平分線作圖。</p>

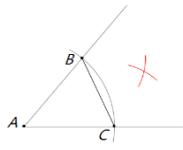
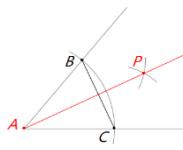
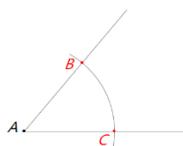
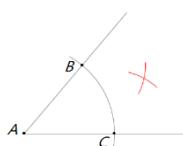
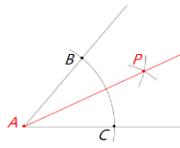
<p>角平分線作圖</p>  <p>作圖 127</p>
<p>角平分線作圖</p>  <p>U 129</p>

表 8
對照組角平分線作圖教材

階段	畫面	說明
<p>作圖階段</p>	<p>角平分線作圖</p>  <p>156</p>	<p>直接講述作圖步驟，並依序作圖。</p>
	<p>角平分線作圖</p>  <p>159</p>	

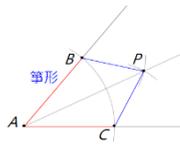
角平分線作圖



161

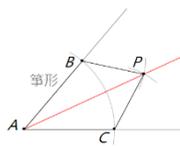
說明階段

角平分線作圖說明



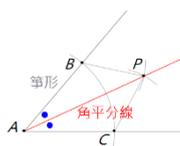
166

角平分線作圖說明



167

角平分線作圖說明



168

利用等形的線對稱性質，
搭配提問，引導說明所作
直線即為角平分線。

3-4-2 前測試卷

前測目的為在教學實驗前再確認實驗組與對照組的起始程度是否一致。前測試卷共 7 題，每題 5 分，總分 35 分。第 1 題至第 3 題為填充題，第 1 題為先備知識，第 2、3 題為中垂線概念題，第 4 至 7 題為四個基本作圖題。前測試卷如附錄一，作圖題計分標準如附錄二。

(1) 鑑別度、難易度與信度

一份試題的題目難度最好介於 0.2 與 0.8 之間，平均難度最好是 0.5；鑑別度最好在 0.3 以上且越大越好(吳明隆、涂金堂，2012)。前測試卷各題難度均在 0.2 以上、鑑別度均在 0.8 以上，平均難度為 0.50、平均鑑別度為 0.91，信度 Cronbach's Alpha 值為 0.906。

(2) 效度

試卷效度採專家效度。敦請指導教授及五位平均教學年資 10 年以上之數學科教師審閱提供編修建議，具專家效度。

3-4-3 後測試卷

在教學實驗之後以後測試卷了解學生的學習成效。後測試卷共 13 題，第 1 至 6 題分別與前測試卷的第 2 至 7 題相同，其中第 1、2 題為中垂線概念題，題型為填充題，每題 5 分；第 3 至 6 題為四個基本作圖題，每題 5 分；第 7 至 13 題為七個應用作圖題，第 7 題至第 12 題每題 6 分，第 13 題需應用兩種基本作圖，故配分為 10 分。後測試卷如附錄三，總分為 76 分，作圖題計分標準如附錄四。

(1) 鑑別度、難易度與信度

後測試卷各題難度均在 0.2 以上、鑑別度均在 0.4 以上，平均難度為 0.45、平均鑑別度為 0.86，信度 Cronbach's Alpha 值為 0.928。

(2) 效度

試卷效度採專家效度。敦請指導教授及五位平均教學年資 10 年以上之數學科教師審閱提供編修建議，具專家效度。

3-4-4 延後測試卷

延後測於教學實驗後一個月進行，用以了解學習延續情形，試卷及計分標準與後測試卷相同。

3-4-5 認知負荷量表

有關認知負荷的測量，不易藉由科學化和標準化的測量方式獲得。Paas(1992)提出一種認知負荷的主觀測量，使用九分制的李克特量表，要求學習者進行自我評價。主觀評價量表，被證實是最敏感的測量工具，可用來區分不同教學程序產生的認知負荷，且已被廣泛使用(Sweller et al., 2011)。本研究以「你覺得要理解這單元的內容，在精神上有多費力？」(簡稱「花費心力」)檢測認知負荷感受，為七點量表，數字越小代表感受到之認知負荷越低。

3-5 資料分析

本研究使用 PASW 18 進行資料分析，接受或拒絕虛無假設的顯著水準 α 值皆設為 .05。分析之資料包含研究對象上學期數學科定期評量成績、前測成績、後測成績、延後測成績與認知負荷量表之花費心力。

- 1、以獨立樣本 t 檢定檢驗上學期數學科定期評量及前測成績，確定實驗組與對照組兩組程度是否相同。
- 2、以二因子變異數分析檢驗不同教學脈絡與不同成就水準對於學生在後測及延後測成績的影響，以及交互作用是否顯著。
- 3、以二因子變異數分析檢驗不同教學脈絡與不同成就水準對於學生的認知負荷的影響，以及交互作用是否顯著。

第四章 研究結果與討論

本章對教學實驗後收集之後測、延後測及認知負荷量表等資料進行分析及討論，並據以檢驗本研究之各項假設。

本章內容共分三節，第一節為後測、延後測表現之分析；第二節為認知負荷之分析，以認知負荷量表之花費心力進行分析；第三節為學習效率與學習投入分數暨專業知識反轉效應。

4-1 後測及延後測表現分析

本研究藉由後測瞭解教學實驗後，學生的學習成效；以延後測瞭解教學實驗一段時間之後，學習的延續情形。以下針對兩組學生之後測表現與延後測表現進行分析；另後測與延後測表現分別針對總分、中垂線概念、基本作圖以及應用作圖進行分析。

檢驗之假設如下：

假設 1：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測表現有顯著的交互作用。

假設 2：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測表現有顯著的交互作用。

以下先將兩組學生後測、延後測成績之描述性統計摘要如表 9。

表 9

後測及延後測描述性統計摘要表

	組別	人數	平均數	標準差
後 測總分(76)	實驗組	60	37.53	17.70
	對照組	60	28.58	16.80
延後測總分(76)	實驗組	60	30.20	17.58
	對照組	60	20.93	16.61
後 測中垂線概念(10)	實驗組	60	6.40	3.09
	對照組	60	6.08	3.59
延後測中垂線概念(10)	實驗組	60	6.18	3.09
	對照組	60	5.02	3.13
後 測基本作圖(20)	實驗組	60	14.05	6.66
	對照組	60	10.35	6.13
延後測基本作圖(20)	實驗組	60	10.22	5.76
	對照組	60	6.35	4.77
後 測應用作圖(46)	實驗組	60	17.08	11.64
	對照組	60	12.15	10.62
延後測應用作圖(46)	實驗組	60	13.80	11.55
	對照組	60	9.57	10.69

註：括弧內數字為該項目之總分

1. 後測總分

假設 1-1：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測總分有顯著的交互作用。

考驗假設 1-1 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測總分沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，後測總分為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的後測總分平均數摘要表如表 10，二因子變異數分析摘要表如表 11。

表 10

教學策略與成就水準在後測總分之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	45.87 (30)	29.20 (30)	37.53 (60)
	對照組 (60)	38.80 (30)	18.37 (30)	28.58 (60)
邊緣平均數		42.33 (60)	23.78 (60)	33.06 (120)

註：括號內數字為人數，後測總分共 76 分。

表 11

教學策略與成就水準在後測總分之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	2403.075	1	2403.075	11.290**	0.089
成就水準	10323.075	1	10323.075	48.500***	0.295
教學脈絡 * 成就水準	106.408	1	106.408	0.500	0.004
誤差	24690.033	116	212.845		
總數	37522.592	119			

** $p < .01$, *** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

(1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在後測總分的交互作用未達顯著水準

($F=0.500$, $p=.481 > .05$)。

(2) 教學脈絡變項對後測總分影響的主要效果達到顯著 ($F=11.290$, $p=.001$

$< .05$)，在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測總分的影響，教學脈絡變項可以解釋後測總分的 8.9% 的變異量 (淨

$\eta^2=.089$)，為中度關連強度。從邊緣平均數發現，實驗組 ($M=37.53$) 顯著優於對照組 ($M=28.58$)。

- (3) 成就水準變項對後測總分影響的主要效果達到顯著 ($F=48.500, p=.000 < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測總分的影響，成就水準變項可以解釋後測總分的 29.5% 的變異量 (淨 $\eta^2=.295$)，為高度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組 ($M=42.33$) 顯著優於低學習成就組 ($M=23.78$)。成就水準代表數學能力，即高學習成就的學生在學習成效上自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 1-1：接受 H_0 ，假設 1-1 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測總分沒有顯著的交互作用。

2. 延後測總分

假設 2-1：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測總分有顯著的交互作用。

考驗假設 2-1 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測總分沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，延後測總分為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的延後測總分平均數摘要表如表 12，二因子變異數分析摘要表如表 13。

表 12

教學策略與成就水準在延後測總分之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	36.97 (30)	23.43 (30)	30.20 (60)
	對照組 (60)	29.83 (30)	12.03 (30)	20.93 (60)
邊緣平均數		33.40 (60)	17.73 (60)	25.57 (120)

註：括號內數字為人數，延後測總分共 76 分。

表 13

教學策略與成就水準在延後測總分之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	2576.133	1	2576.133	11.061 **	0.087
成就水準	7363.333	1	7363.333	31.615 ***	0.214
教學脈絡 * 成就水準	136.533	1	136.533	0.586	0.005
誤差	27017.467	116	232.909		
總數	37093.467	119			

** $p < .01$, *** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在延後測總分的交互作用未達顯著水準 ($F=0.586$, $p=.445 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對延後測總分影響的主要效果達到顯著 ($F=11.061$, $p=.001 < .05$) , 在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測總分的影響，教學脈絡變項可以解釋延後測總分的 8.7%

的變異量 (淨 $\eta^2=.087$)，為中度關連強度。從邊緣平均數發現，實驗組 (M=30.20) 顯著優於對照組 (M=20.93)。

- (3) 成就水準變項對延後測總分影響的主要效果達到顯著 ($F=31.615$ ， $p=.000 < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測總分的影響，成就水準變項可以解釋延後測總分的 21.4% 的變異量 (淨 $\eta^2=.214$)，為高度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組 (M=33.40) 顯著優於低學習成就組 (M=17.73)。成就水準代表數學能力，即高學習成就的學生在學習的延續情形自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 2-1：接受 H_0 ，假設 2-1 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測總分沒有顯著的交互作用。

3. 後測中垂線概念

假設 1-2：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測中垂線概念有顯著的交互作用。

考驗假設 1-2 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測中垂線概念沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，後測中垂線概念為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的後測中垂線概念平均數摘要表如表 14，二因子變異數分析摘要表如表 15。

表 14

教學策略與成就水準在後測中垂線概念之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	7.53 (30)	5.27 (30)	6.40 (60)
	對照組 (60)	7.37 (30)	4.80 (30)	6.08 (60)
邊緣平均數		7.45 (60)	5.03 (60)	6.24 (120)

註：括號內數字為人數，後測中垂線概念共 10 分。

表 15

教學策略與成就水準在後測中垂線概念之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	3.008	1	3.008	0.304	0.003
成就水準	175.208	1	175.208	17.718 ***	0.133
教學脈絡 * 成就水準	.675	1	.675	0.068	0.001
誤差	1147.100	116	9.889		
總數	1325.992	119			

*** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在後測中垂線概念的交互作用未達顯著水準 ($F=0.068$, $p=.794 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對後測中垂線概念影響的主要效果未達到顯著水準 ($F=0.304$, $p=.582 > .05$)。
- (3) 成就水準變項對後測中垂線概念影響的主要效果達到顯著 ($F=17.718$,

$p=.000 < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測中垂線概念的影響，成就水準變項可以解釋後測中垂線概念的 13.3%的變異量(淨 $\eta^2=.133$)，為中度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組 ($M=7.45$) 顯著優於低學習成就組 ($M=5.03$)。學習成就代表數學能力，即高學習成就的學生在學習成效上自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 1-2：接受 H_0 ，假設 1-2 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測中垂線概念沒有顯著的交互作用。

4. 延後測中垂線概念

假設 2-2：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測中垂線概念有顯著的交互作用。

考驗假設 2-2 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測中垂線概念沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，延後測中垂線概念為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的延後測中垂線概念平均數摘要表如表 16，二因子變異數分析摘要表如表 17。

表 16

教學策略與成就水準在延後測中垂線概念之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	7.33 (30)	5.03 (30)	6.18 (60)
	對照組 (60)	5.90 (30)	4.13 (30)	5.02 (60)
邊緣平均數		6.62 (60)	4.58 (60)	5.60 (120)

註：括號內數字為人數，延後測中垂線概念共 10 分。

表 17

教學策略與成就水準在延後測中垂線概念之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	40.833	1	40.833	4.672 *	0.039
成就水準	124.033	1	124.033	14.192 ***	0.109
教學脈絡 * 成就水準	2.133	1	2.133	0.244	0.002
誤差	1013.800	116	8.740		
總數	1180.800	119			

* $p < .05$, *** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在延後測中垂線概念的交互作用未達顯著水準 ($F=0.244$, $p=.622 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對延後測中垂線概念影響的主要效果達顯著 ($F=4.672$, $p=.033 < .05$) , 在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測中垂線概念的影響, 教學脈絡變項可以解釋延後測中垂線

概念的 3.9% 的變異量 (淨 $\eta^2 = .039$)，為低度關連強度。從邊緣平均數發現，實驗組 ($M = 6.18$) 顯著優於對照組 ($M = 5.02$)。

- (3) 成就水準變項對延後測中垂線概念影響的主要效果達到顯著 ($F = 14.192, p = .000 < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測中垂線概念的影響，成就水準變項可以解釋延後測中垂線概念的 10.9% 的變異量 (淨 $\eta^2 = .109$)，為中度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組 ($M = 6.62$) 顯著優於低學習成就組 ($M = 4.58$)。成就水準代表數學能力，即高學習成就的學生在學習的延續情形自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 2-2：接受 H_0 ，假設 2-2 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測中垂線概念沒有顯著的交互作用。

中垂線概念部分於後測時未達顯著，於延後測時卻達顯著差異，推測原因為實驗組以中垂線為模組之教學脈絡不斷運用中垂線所致，因此實驗組學習保留的情形較佳。

5. 後測基本作圖

假設 1-3：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測基本作圖有顯著的交互作用。

考驗假設 1-3 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測基本作圖沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，後測基本作圖為依變項進行二因子變異

數分析，兩組學生的後測基本作圖平均數摘要表如表 18，二因子變異數分析摘要表如表 19。

表 18

教學策略與成就水準在後測基本作圖之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	16.40 (30)	11.70 (30)	14.05 (60)
	對照組 (60)	14.43 (30)	6.27 (30)	10.35 (60)
邊緣平均數		15.42 (60)	8.98 (60)	12.20 (120)

註：括號內數字為人數，後測基本作圖共 20 分。

表 19

教學策略與成就水準在後測基本作圖之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	410.700	1	410.700	13.609 ***	0.105
成就水準	1241.633	1	1241.633	41.143 ***	0.262
教學脈絡 * 成就水準	90.133	1	90.133	2.987	0.025
誤差	3500.733	116	30.179		
總數	5243.200	119			

*** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在後測基本作圖的交互作用未達顯著水準 ($F=2.987$, $p=.087 > .05$)。

- (2) 教學脈絡變項對後測基本作圖影響的主要效果達顯著 ($F=13.609$, $p=.000 < .05$), 在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測基本作圖的影響, 教學脈絡變項可以解釋後測基本作圖的 10.5% 的變異量 (淨 $\eta^2=.105$), 為中度關連強度。從邊緣平均數發現, 實驗組 ($M=14.05$) 顯著優於對照組 ($M=10.35$)。
- (3) 成就水準變項對後測基本作圖影響的主要效果達顯著 ($F=41.143$, $p=.000 < .05$), 在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測基本作圖的影響, 成就水準變項可以解釋後測基本作圖的 26.2% 的變異量 (淨 $\eta^2=.262$), 為高度關連強度。從邊緣平均數發現, 高學習成就組 ($M=15.42$) 顯著優於低學習成就組 ($M=8.98$)。成就水準代表數學能力, 即高學習成就的學生在學習的延續情形自然會比低學習成就的學生較好, 即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述, 假設考驗的結果如下:

假設 1-3: 接受 H_0 , 假設 1-3 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測基本作圖沒有顯著的交互作用。

6. 延後測基本作圖

假設 2-3: 不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測基本作圖有顯著的交互作用。

考驗假設 2-3 的虛無假設 H_0 : 不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測基本作圖沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項, 延後測基本作圖為依變項進行二因子變異數分析, 兩組學生的延後測基本作圖平均數摘要表如表 20, 二因子變異數分析摘要表如表 21。

表 20

教學策略與成就水準在延後測基本作圖之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	12.07 (30)	8.37 (30)	10.22 (60)
	對照組 (60)	8.63 (30)	4.07 (30)	6.35 (60)
邊緣平均數		10.35 (60)	6.22 (60)	8.28 (120)

註：括號內數字為人數，延後測基本作圖共 20 分。

表 21

教學策略與成就水準在延後測基本作圖之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	448.533	1	448.533	18.718 ***	0.139
成就水準	512.533	1	512.533	21.389 ***	0.156
教學脈絡 * 成就水準	5.633	1	5.633	0.235	0.002
誤差	2779.667	116	23.963		
總數	3746.367	119			

*** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在延後測基本作圖的交互作用未達顯著水準 ($F=0.235$, $p=.629 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對延後測基本作圖影響的主要效果達顯著 ($F=18.718$, $p=.000 < .05$)，在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作

用項對延後測基本作圖的影響，教學脈絡變項可以解釋延後測基本作圖的 13.9% 的變異量（淨 $\eta^2=.139$ ），為高度關連強度。從邊緣平均數發現，實驗組（ $M=10.22$ ）顯著優於對照組（ $M=6.35$ ）。

- (3) 成就水準變項對延後測基本作圖影響的主要效果達顯著（ $F=21.389$ ， $p=.000 < .05$ ），在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測基本作圖的影響，成就水準變項可以解釋延後測基本作圖的 15.6% 的變異量（淨 $\eta^2=.156$ ），為高度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組（ $M=10.35$ ）顯著優於低學習成就組（ $M=6.22$ ）。成就水準代表數學能力，即高學習成就的學生在學習的延續情形自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 2-3：接受 H_0 ，假設 2-3 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測基本作圖沒有顯著的交互作用。

7. 後測應用作圖

假設 1-4：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測應用作圖有顯著的交互作用。

考驗假設 1-4 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測應用作圖沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，後測應用作圖為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的後測應用作圖平均數摘要表如表 22，二因子變異數分析摘要表如表 23。

表 22

教學策略與成就水準在後測應用作圖之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	21.93 (30)	12.23 (30)	17.08 (60)
	對照組 (60)	17.00 (30)	7.30 (30)	12.15 (60)
邊緣平均數		19.47 (60)	9.77 (60)	14.62 (120)

註：括號內數字為人數，後測應用作圖共 46 分。

表 23

教學策略與成就水準在後測應用作圖之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	730.133	1	730.133	7.160 **	0.058
成就水準	2822.700	1	2822.700	27.679 ***	0.193
教學脈絡 * 成就水準	.000	1	.000	1.000	0.000
誤差	11829.533	116	101.979		
總數	15382.367	119			

** $p < .01$, *** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在後測應用作圖的交互作用未達顯著水準 ($F=0.000$, $p=1.000 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對後測應用作圖影響的主要效果達顯著 ($F=7.160$, $p=.009 < .05$)，在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測應用作圖的影響，教學脈絡變項可以解釋後測應用作圖的

5.8%的變異量(淨 $\eta^2=.058$)，為低度關連強度。從邊緣平均數發現，實驗組($M=17.08$)顯著優於對照組($M=12.15$)。

- (3) 成就水準變項對後測應用作圖影響的主要效果達顯著($F=27.679$ ， $p=.000 < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對後測應用作圖的影響，成就水準變項可以解釋後測應用作圖的19.3%的變異量(淨 $\eta^2=.193$)，為高度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組($M=19.47$)顯著優於低學習成就組($M=9.77$)。成就水準代表數學能力，即高學習成就的學生在學習的延續情形自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 1-4：接受 H_0 ，假設 1-4 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測應用作圖沒有顯著的交互作用。

8. 延後測應用作圖

假設 2-4：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測應用作圖有顯著的交互作用。

考驗假設 2-4 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測應用作圖沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，延後測應用作圖為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的延後測應用作圖平均數摘要表如表 24，二因子變異數分析摘要表如表 25。

表 24

教學策略與成就水準在延後測應用作圖之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	17.57 (30)	10.03 (30)	13.80 (60)
	對照組 (60)	15.30 (30)	3.83 (30)	9.57 (60)
邊緣平均數		16.43 (60)	6.93 (60)	11.68 (120)

註：括號內數字為人數，延後測應用作圖共 46 分。

表 25

教學策略與成就水準在延後測應用作圖之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	537.633	1	537.633	5.293 *	0.044
成就水準	2707.500	1	2707.500	26.655 ***	0.187
教學脈絡 * 成就水準	116.033	1	116.033	1.142	0.010
誤差	11782.800	116	101.576		
總數	15143.967	119			

* $p < .05$, *** $p < .001$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在延後測應用作圖的交互作用未達顯著水準 ($F=1.142$, $p=.287 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對延後測應用作圖影響的主要效果達顯著 ($F=5.293$, $p=.023 < .05$)，在排除成就水準變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測應用作圖的影響，教學脈絡變項可以解釋延後測應用作圖

的 4.4% 的變異量 (淨 $\eta^2 = .044$)，為低度關連強度。從邊緣平均數發現，實驗組 ($M = 13.80$) 顯著優於對照組 ($M = 9.57$)。

- (3) 成就水準變項對延後測應用作圖影響的主要效果達顯著 ($F = 26.655$ ， $p = .000 < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對延後測應用作圖的影響，成就水準變項可以解釋延後測應用作圖的 18.7% 的變異量 (淨 $\eta^2 = .187$)，為高度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組 ($M = 16.43$) 顯著優於低學習成就組 ($M = 6.93$)。成就水準代表數學能力，即高學習成就的學生在學習的延續情形自然會比低學習成就的學生較好，即使達到顯著水準也可視為自然現象。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 2-4：接受 H_0 ，假設 2-4 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測應用作圖沒有顯著的交互作用。

本研究著重在作圖題表現，將兩組整體學生於後測及延後測之基本作圖與應用作圖平均分數繪製成折線圖，如圖 15。由以上分析發現，實驗組於作圖題表現均顯著優於對照組。

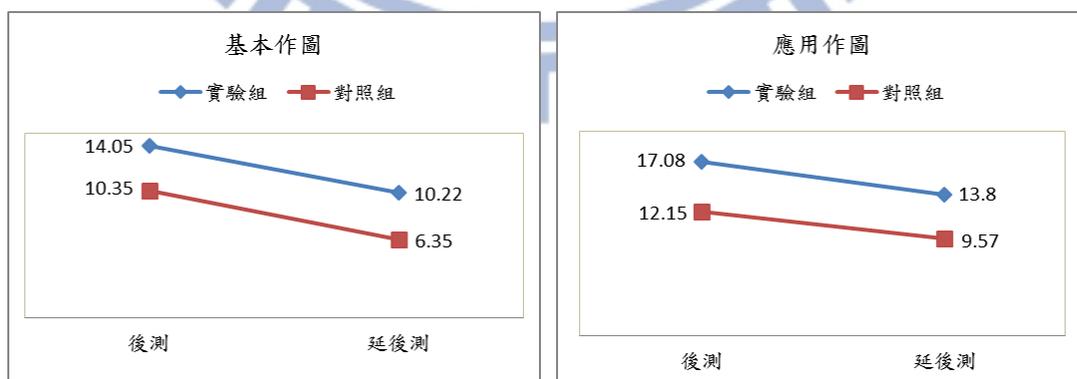


圖 15 整體學生後測及延後測基本作圖與應用作圖平均分數折線圖

綜合以上所述，對兩組學生而言：

1. 假設 1 不成立，即不同教學脈絡與不同成就水準對學生的後測表現沒有顯著的交互作用。
2. 假設 2 不成立，即不同教學脈絡與不同成就水準對學生的延後測表現沒有顯著的交互作用。

相較於其它幾何單元，雖然基本尺規作圖屬於較容易學習的單元，但運用線對稱圖形之教學脈絡需要掌握數種圖形之線對稱性質，方能瞭解各個作圖步驟之意義，尤其對於低學習成就學生而言可能難以負荷。以中垂線為模組之教學脈絡只需要能掌握等腰三角形之線對稱性質與熟悉中垂線作圖，將原本看似毫無關連的作圖步驟，分為兩個較具體的作圖階段即可完成其餘三種基本尺規作圖：找出關鍵線段、作出關鍵線段之中垂線，由實驗結果推測，運用模組化策略之教學脈絡，有助於基本尺規作圖單元之學習。

4-2 認知負荷分析

本研究藉由認知負荷量表之花費心力檢測研究對象的認知負荷感受，數據越小代表認知負荷越低。

檢驗之假設如下：

假設 3：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的認知負荷感受有顯著的交互作用。

考驗假設 3 的虛無假設 H_0 ：不同教學脈絡與不同成就水準對學生的認知負荷感受沒有顯著的交互作用。

以教學脈絡與成就水準為自變項，花費心力為依變項進行二因子變異數分析，兩組學生的花費心力平均數摘要表如表 26，二因子變異數分析摘要表如表 27。

表 26

教學策略與成就水準在花費心力之平均數摘要表

A 因子 \ B 因子		成就水準		邊緣平均數
		高成就 (60)	低成就 (60)	
教學脈絡	實驗組 (60)	2.90 (30)	4.03 (30)	3.47 (60)
	對照組 (60)	3.50 (30)	4.40 (30)	3.95 (60)
邊緣平均數		3.20 (60)	4.22 (60)	3.71 (120)

註：括號內數字為人數。

表 27

教學策略與成就水準在花費心力之二因子變異數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	淨 η^2
教學脈絡	7.008	1	7.008	2.375	0.020
成就水準	31.008	1	31.008	10.506 **	0.083
教學脈絡 * 成就水準	.408	1	.408	0.138	0.001
誤差	342.367	116	2.951		
總數	380.792	119			

** $p < .01$

從二因子變異數分析摘要表中可以得知：

- (1) 教學脈絡與成就水準兩個變項在花費心力的交互作用未達顯著水準 ($F=0.138, p=.711 > .05$)。
- (2) 教學脈絡變項對花費心力影響的主要效果未達顯著 ($F=2.375, p=.126 > .05$)。
- (3) 成就水準變項對花費心力影響的主要效果達到顯著 ($F=10.506, p=.002$)。

($p < .05$)，在排除教學脈絡變項之主要效果項與兩變項之交互作用項對花費心力的影響，成就水準變項可以解釋花費心力的 8.3% 的變異量 (淨 $\eta^2 = .083$)，為中度關連強度。從邊緣平均數發現，高學習成就組 ($M = 3.20$) 顯著低於低學習成就組 ($M = 4.22$)。高學習成就的學生在認知負荷感受上顯著低於低學習成就的學生。

綜上所述，假設考驗的結果如下：

假設 3：接受 H_0 ，假設 3 不成立。不同教學脈絡與不同成就水準對學生的花費心力沒有顯著的交互作用。

4-3 學習效率與投入分數暨專業知識反轉效應分析

本節將綜合第二章認知負荷理論中用於觀察專業知識反轉效應 (p.13) 的學習效率 (E) 與學習投入分數 (I)，判斷本研究使用之教材對於高學習成就學生是否產生專業知識反轉效應。以下分析將後測總分轉換為 Z 分數 Z_p ，將認知負荷量表之花費心力轉換為 Z 分數 Z_c ，分別就整體學生、高學習成就學生與低學習成就學生進行學習效率、學習投入分數與專業知識反轉效應之探討。

4-3-1 整體學生之分析

就兩組學生而言，實驗組的學習效率高於對照組，實驗組的學習投入分數也高於對照組，數據整理如表 28。綜合學習效率與學習投入分數來看，實驗組屬於高投入高效率，對照組為低投入低效率，視覺化圖像如圖 16。

表 28

兩組學生之學習效率與投入分數

	$Z_p (Y)$	$Z_c (X)$	E	I
實驗組	0.25	-0.14	0.27	0.08
對照組	-0.25	0.14	-0.27	-0.08

註： Z_p =後測 Z 分數， Z_c =花費心力 Z 分數， E =學習效率， I =投入分數

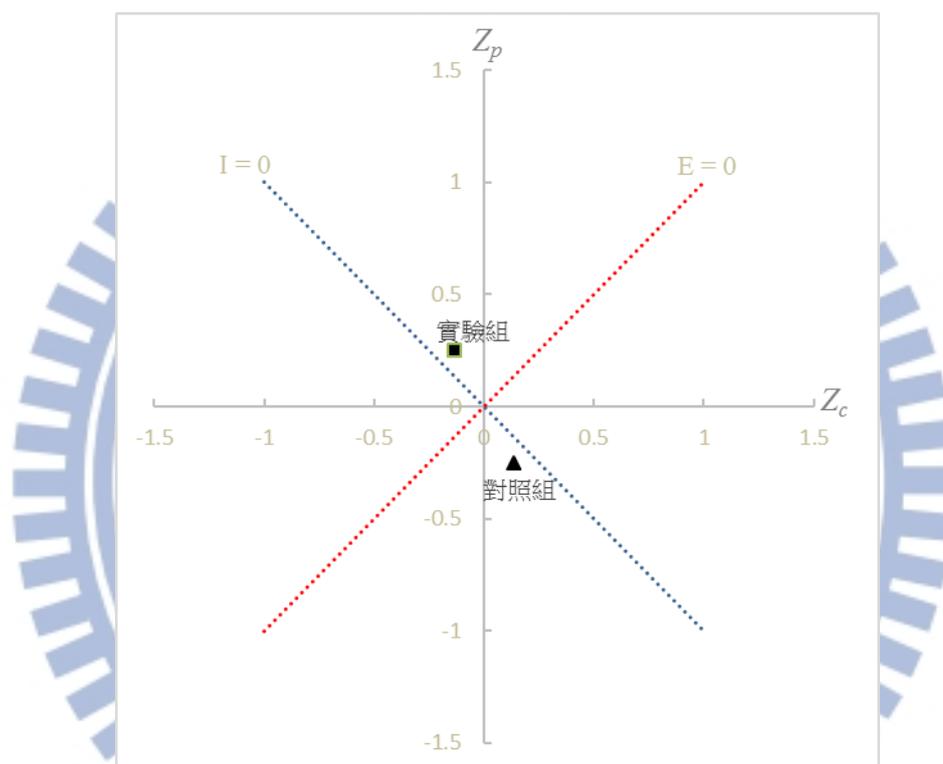


圖 16 整體學生學習效率與投入分數之視覺化圖像

4-3-2 各學習成就學生之分析

在兩組各學習成就部分，數據整理如表 29，視覺化圖像如圖 17。

1. 學習效率方面

在高學習成就部分，實驗組(0.83)高於對照組(0.31)；在低學習成就部分，實驗組(-0.28)高於對照組(-0.86)。學習效率由大到小依序為：實驗組高成就(0.83)、對照組高成就(0.31)、實驗組低成就(-0.28)、對照組低成就(-0.86)，高學習成就學生的學習效率均高於低學習成就學生。因此就學習效率而言，判斷無專業知識反

轉效應發生。

2. 學習投入分數方面

在高學習成就部分，實驗組(0.19)高於對照組(0.15)；在低學習成就部分，實驗組(-0.03)高於對照組(-0.31)。學習投入分數由大到小依序為：實驗組高成就(0.19)、對照組高成就(0.15)、實驗組低成就(-0.03)、對照組低成就(-0.31)，高學習成就學生的學習投入分數均高於低學習成就學生。因此就學習投入分數而言，判斷無專業知識反轉效應發生。

表 29
不同學習成就之學習效率與投入分數

	$Z_p (Y)$	$Z_c (X)$	E	I
實驗組高成就	0.72	-0.45	0.83	0.19
對照組高成就	0.32	-0.12	0.31	0.15
實驗組低成就	-0.22	0.18	-0.28	-0.03
對照組低成就	-0.83	0.39	-0.86	-0.31

註： Z_p ＝後測 Z 分數， Z_c ＝花費心力 Z 分數， E ＝學習效率， I ＝投入分數

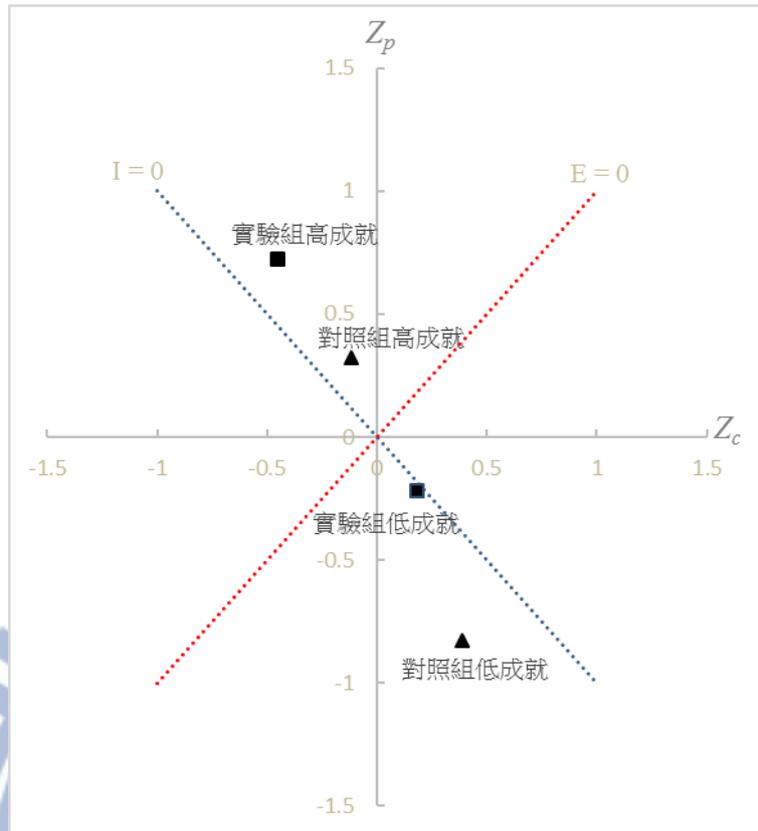


圖 17 不同學習成就之學習效率與投入分數視覺化圖像

綜合學習效率與學習投入分數，由視覺化圖像得知實驗組高成就與對照組高成就均屬於高投入高效率，實驗組低成就與對照組低成就均屬於低投入低效率。不論是實驗組或對照組，本研究之教材對於高學習成就學生並未產生專業知識反轉效應。

第五章 研究結論與建議

本研究以八年級的基本尺規作圖為主題，採用準實驗研究法，於七年級四個常態班進行教學實驗，探討兩種不同教學脈絡對後測、延後測與認知負荷感受之影響。以下根據實驗結果與分析，歸納研究結論與建議，作為未來研究之參考。

5-1 研究結論

本研究實驗組教材為以中垂線為模組之教學脈絡，對照組教材為以線對稱圖形為教學脈絡。分析其後測與延後測表現，後測及延後測皆區分為總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖等部分進行分析；以認知負荷量表之花費心力分析認知負荷感受；以後測總分及認知負荷量表之花費心力計算學習效率與學習投入分數，綜合判斷學生的學習情形，以及對於高學習成就學生是否產生專業知識反轉效應。分析結果如下：

1. 後測表現：

教學脈絡與成就水準兩變項間無顯著交互作用；教學脈絡之主要效果於後測總分、基本作圖與應用作圖達到顯著差異；成就水準之主要效果於後測總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖達到顯著差異。

2. 延後測表現：

教學脈絡與成就水準兩變項間無顯著交互作用；教學脈絡之主要效果於延後測總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖達到顯著差異；成就水準之主要效果於延後測總分、中垂線概念、基本作圖與應用作圖達到顯著差異。

3. 認知負荷感受：

教學脈絡與成就水準兩變項間無顯著交互作用；教學脈絡對於認知負荷感受之主要效果未達顯著差異；成就水準對於認知負荷感受之主要效果達到顯著差異。

4. 學習效率與學習投入分數暨專業知識反轉效應：

根據後測總分與認知負荷量表之花費心力得到的學習效率與學習投入分數綜合判斷，在學習情形部分，實驗組為高投入高效率，對照組為低投入低效率；不論實驗組或對照組之教材，對於高學習成就學生而言，皆未產生專業知識反轉效應。

研究結果發現以中垂線為模組之教學脈絡，相較於運用線對稱圖形之教學脈絡，有助於四個基本尺規作圖之學習。

5-2 建議

本節就本研究實驗之經驗與遭遇之問題提出以下建議。

5-2-1 對於教學之建議

1. 配合預先訓練策略

本研究因時間限制，於一堂課的教學時間內，包含基本幾何圖形符號、實作觀察與四個基本作圖等教學內容，時間上較為緊迫。建議可以配合預先訓練策略，於主要內容教學的前一節課，實施基本幾何圖形符號與圓規等工具的使用之教學，甚至包含先備知識之喚醒。

2. 分組進行實作觀察

本研究研究對象為國中七年級學生，考量其幾何方面的先備知識不足，因此教材中運用直觀的摺紙實作以觀察線對稱圖形性質。建議可採分組方式進行，藉由同儕間互相觀摩、指導，避免教師逐一進行指導，較能有效控制教學時間。

3. 提供應用作圖範例

由應用作圖的表現發現，許多學生仍使用視覺校準的方式直接畫出圖形，顯示學生仍無法應用基本尺規作圖，導致應用作圖之表現普遍不佳，推測應與教學實驗缺乏應用作圖之內容有關，學生缺乏相關經驗，無法建立目標圖形條件與基本尺規作圖之間的連結。因此建議教學中應多增加應用作圖之範例，增加學生相關經驗，應有助於提升應用作圖之表現。

4. 可運用於補救教學

以中垂線為模組之教學脈絡，只需掌握等腰三角形之線對稱性質與會作中垂線作圖，並將原本看似毫無關連的作圖步驟，分為兩個較具體的作圖階段：找出關鍵線段、作出中垂線，由實驗結果發現有助於基本尺規作圖單元之學習，因此建議教師對於在線對稱圖形之教學脈絡下學習成效不佳的學生，可以採用以中垂線為模組之教學脈絡進行基本尺規作圖單元之補救教學。

5-2-2 對於未來研究之建議

1. 擴大研究樣本數

本研究之樣本侷限於新北市某國中 120 位學生，代表性尚嫌不足。建議未來可擴大至其他學校或其他縣市，並增加樣本數進行研究，以取得更準確之實驗數據。

2. 增加質性分析

本研究僅包含量化數據之分析，建議未來可增加質性研究部分，深入瞭解在接受以中垂線為模組之教學脈絡的教學後，學生對於作圖步驟的理解情形。

3. 增加教學實驗時間與內容

本研究因時間限制，只有一節課的教學時間，因此實作觀察、提問討論的時間稍嫌不足，且教學內容並未包含應用作圖之教學。後測及延後測之應用作圖部分，作答情形並不理想，許多學生能以視覺校準畫出目標圖形，卻無法使用基本尺規作圖作答，推測可能是因為學生缺乏應用基本作圖之經驗，無法建立條件與性質之間的連結所致。因此建議可以增加教學時間與應用作圖之教學範例，使教學實驗之內容更為完整。

4. 善用模組化策略

本研究之實驗結果發現，模組化策略之教學脈絡有助於基本尺規作圖單元之學習，推測對於其他教學單元，若能將共同內容模組化，應有助於學習，但仍須設計教學實驗加以驗證。



參考文獻

1. 中文文獻

- 牛勇、秋香（譯）（2006）。**多媒體學習**（原作者：Mayer, R. E.）。北京：商務印書館。
- 洪蘭（譯）（2009）。**大腦當家—靈活用腦 12 守則，學習工作更上層樓**（原作者：Medina, J.）。台北市：遠流。
- 王郁文（2009）。**數學史輔助教學法對國二學生數學學習動機影響之研究~以「尺規作圖」為例**。未出版之碩士論文，國立臺南大學，台南市。
- 左台益、呂鳳琳、曾世綺、吳慧敏、陳明璋、譚寧君（2011）。以分段方式降低任務複雜度對專家與生手閱讀幾何證明的影響。**教育心理學報**，43，頁 291-314。
- 吳明隆、涂金堂（2012）。**SPSS 與統計應用分析**。台北市：五南。
- 呂鳳琳（2010）。**幾何證明不同文本呈現方式對學生認知負荷與閱讀理解影響之研究**。未出版之碩士論文，國立臺灣師範大學。
- 祁永華、謝錫金、岑紹基（2005）。**變易理論與學習空間**。：香港大學出版社。
- 邱皓政（2010）。**量化研究與統計分析：SPSS(PASW)資料分析範例解析（第五版）**。台北市：五南。
- 張祐誠（2008）。**激發式動態呈現之教學設計之研究-以文導圖模式與觸發模式之比較以尺規作圖為例**。未出版之碩士論文，國立交通大學，新竹市。
- 教育部（2001）。**中小學資訊教育總藍圖**。
- 教育部（2009a）。**97 年國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要**。
- 教育部（2009b）。**建置中小學優質化均等數位教育環境計畫**。
- 許湄（2008）。**探究式教學法融入幾何尺規作圖單元之行動研究**。未出版之碩士論文，國立彰化師範大學，彰化市。

- 陳一平 (2011)。視覺心理學。台北市：雙葉書廊。
- 陳宥良 (2009)。探討國中三年級學生透過摺紙活動進行尺規作圖補救教學之成效。未出版之碩士論文，國立臺灣師範大學，台北市。
- 陳聖別 (2012)。摺紙活動對尺規作圖學習之效益研究 —以八年級學生補救教學為例。未出版之碩士論文，國立臺灣師範大學。
- 曾妙玲 (2008)。激發式動態呈現教學設計之研究—觸發模式有/無字幕之比較—以尺規作圖為例。未出版之碩士論文，國立交通大學，新竹市。
- 葉素玲 (1999)。視覺空間注意力。載於李江山 (主編)，視覺與認知-視覺知覺與視覺運動系統。(頁 291-323)。台北市：遠流。
- 葉福進 (2005)。國三學生利用三種不同構圖工具進行構圖活動的表現之探討。未出版之碩士論文，國立臺灣師範大學，台北市。
- 廖真瑜 (2011)。多元表徵應用於二元一次聯立方程式文字題列式教學之研究。未出版之碩士論文，國立交通大學，新竹市。
- 劉繕榜 (2000)。國中數學資優生尺規作圖表現之探討。國立臺灣師範大學。
- 譚克平、陳宥良 (2009)。運用摺紙提升學生尺規作圖技巧。科學教育月刊，323，15-24。

2. 英文文獻

- Broadbent, D. E. (1958). Perception and communication.
- Clark, R. C., & Mayer, R. E. (2007). *e-Learning and the Science of Instruction: Proven Guidelines for Consumers and Designers of Multimedia Learning, 2nd Edition* (2nd ed.): Pfeiffer.
- Clark, R. C., Nguyen, F., & Sweller, J. (2006). *Efficiency in Learning: Evidence-Based Guidelines to Manage Cognitive Load*. San Francisco: Pfeiffer.
- Deutsch, J. A., & Deutsch, D. (1963). Attention: Some Theoretical Considerations. *Psychological Review*, 70(1), 80-90. doi: 10.1037/h0039515
- Kalyuga, S. (2009). *Managing Cognitive Load in Adaptive Multimedia Learning* (Vol. Hershey, PA, USA): IGI Global.
- Kirschner, F., Paas, F., & Kirschner, P. A. (2009). Individual and group-based learning from complex cognitive tasks: Effects on retention and transfer efficiency. *Computers in Human Behavior*, 25(2), 306-314. doi: 10.1016/j.chb.2008.12.008
- Paas, F. G. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 429-434. doi: 10.1037/0022-0663.84.4.429
- Paas, F. G. W. C., & Merriënboer, J. J. G. V. (1993). The Efficiency of Instructional Conditions: An Approach to Combine Mental Effort and Performance Measures. *Human Factors*, 35(4), 737-743. doi: 10.1177/001872089303500412
- Paas, F., Tuovinen, J. E., Merriënboer, J. J. G., & Aubteen Darabi, A. (2005). A motivational perspective on the relation between mental effort and performance: Optimizing learner involvement in instruction. *Educational*

Technology Research and Development, 53(3), 25-34. doi:

10.1007/bf02504795

Perks, P., & Prestage, S. (2006a). THE UBIQUITOUS ISOSCELES TRIANGLE:
PART 1 - CONSTRUCTIONS. *Mathematics in School*, 35(1), 2-3.

Perks, P., & Prestage, S. (2006b). THE UBIQUITOUS ISOSCELES TRIANGLE:
PART 2 - CIRCLES. *Mathematics in School*, 35(2), 27-29.

Perks, P., & Prestage, S. (2006c). THE UBIQUITOUS ISOSCELES TRIANGLE:
PART 3 - FROM PAPER FOLDING TO.... *Mathematics in School*, 35(3), 9-
11.

Schoenfeld, Alan. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic
Press.

Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. New York:
Springer.

Sweller, J., Merriënboer, J. J. G. V., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive
Architecture and Instructional Design. *Educational Psychology Review*, 10(3),
251-296.

Treisman, A. M. (1964). Selective attention in man. *British Medical Bulletin*, 20(1),
12-16.

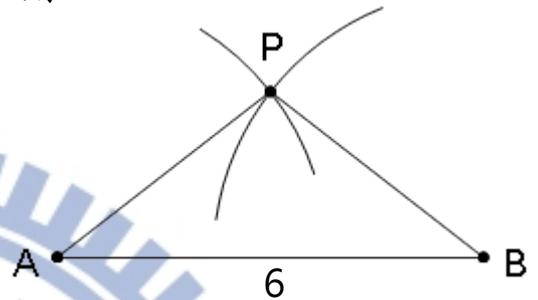
附錄一 前測試卷

1. 下圖中，線段 AB 的長為 6 單位，分別以 A、B 點為圓心，5 單位為半徑畫兩個弧，P 點為兩個弧的交點，則

(1) 線段 PA 的長度為_____單位。

(2) 線段 PB 的長度為_____單位。

(3) 圖中三角形的周長為_____單位。

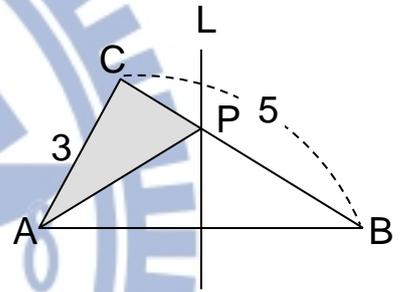


2. 右圖中，直線 L 為線段 AB 的中垂線。

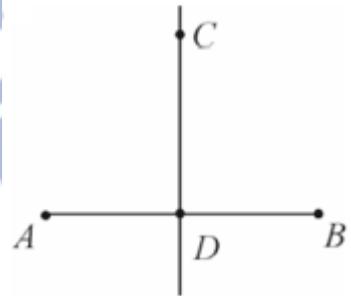
則 (1) 線段 PA 的長度_____線段 PB 的長度

(填 >、= 或 <)

(2) 灰色三角形的周長為_____單位



3. 右圖中，直線 CD 是線段 AB 的中垂線，則下列哪一個敘述是錯誤的？答：_____



(A) 以 C 為圓心，線段 BC 為半徑畫圓，則 A 點一定在圓周上

(B) 以 A 為圓心，線段 AB 為半徑畫圓，則 C 點一定在圓周上

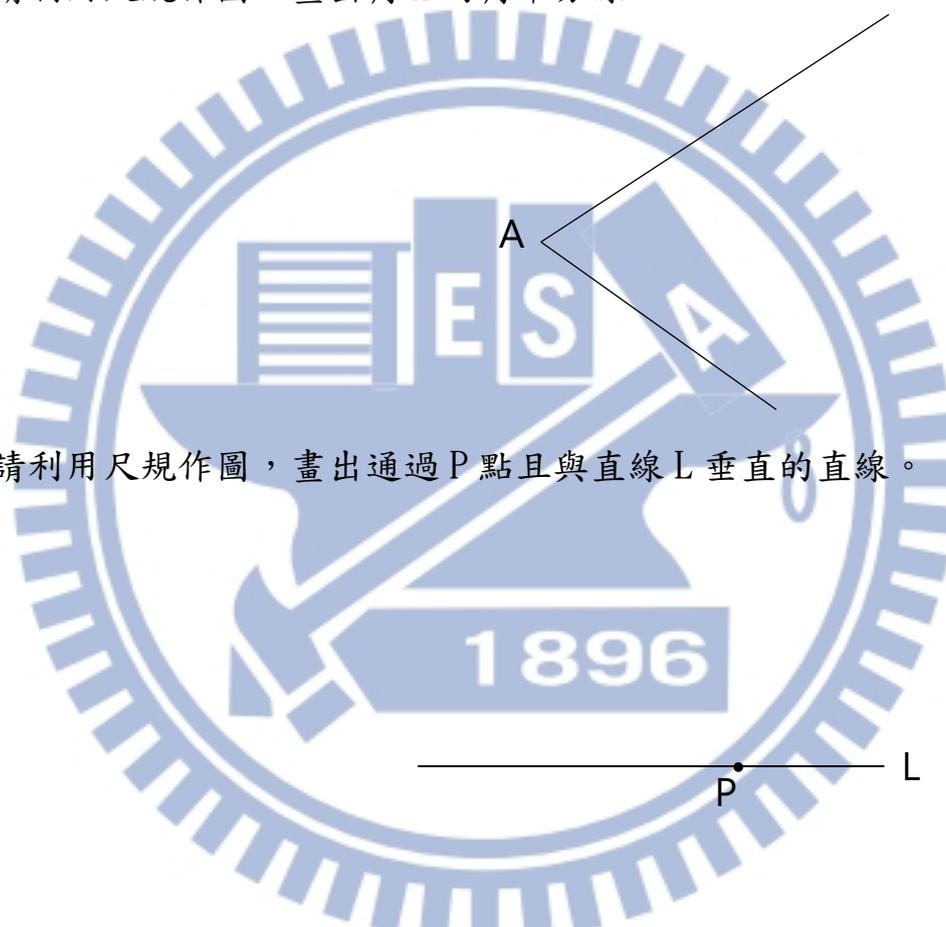
(C) 以 B 為圓心，線段 AC 為半徑畫圓，則 C 點一定在圓周上

(D) 以 D 為圓心，線段 AD 為半徑畫圓，則 B 點一定在圓周上

4. 請利用尺規作圖，畫出線段 AB 的中垂線。



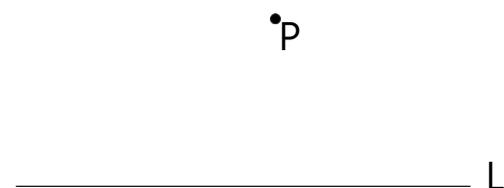
5. 請利用尺規作圖，畫出角 A 的角平分線。



6. 請利用尺規作圖，畫出通過 P 點且與直線 L 垂直的直線。

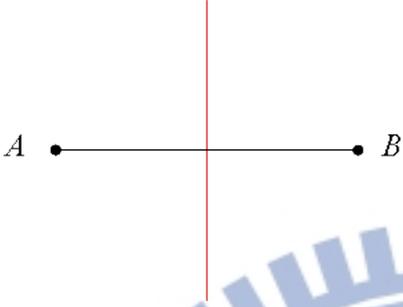
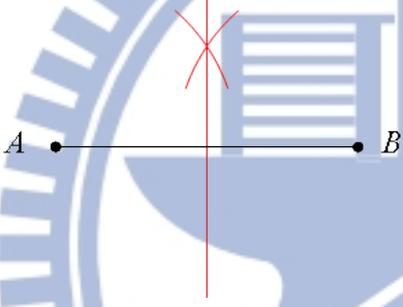
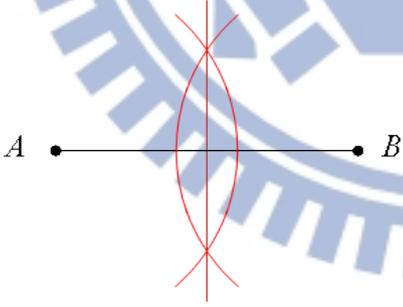


7. 請利用尺規作圖，畫出通過 P 點且與直線 L 垂直的直線。

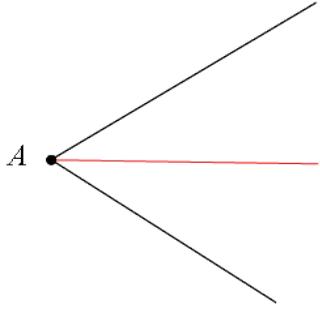
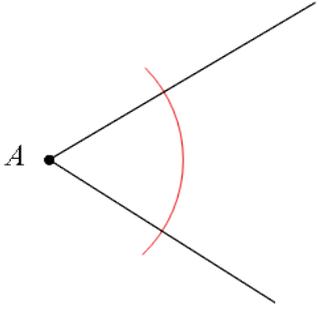
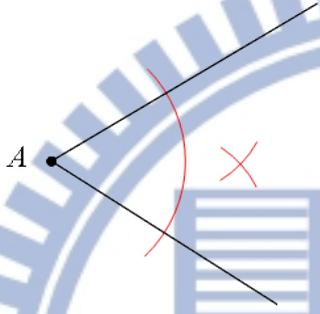
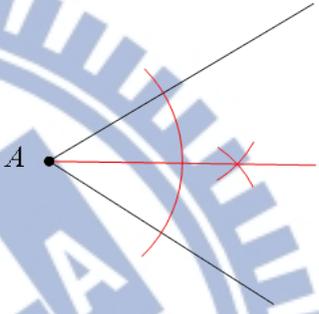


附錄二 前測試卷作圖題計分標準

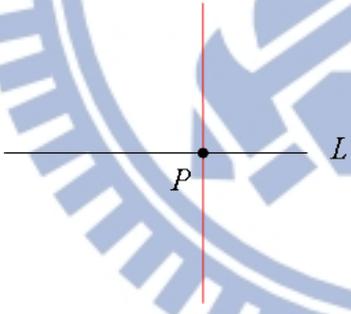
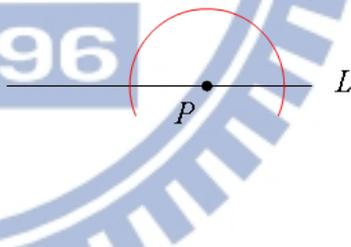
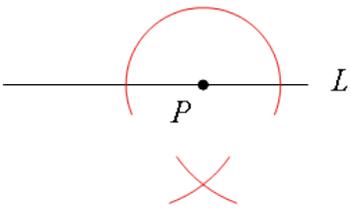
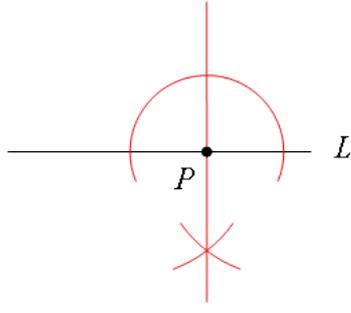
第 4 題 (滿分 5 分)

	
直接以視覺校準畫出 1 分	只畫出一個交點 2 分
	
以視覺畫出垂直 3 分	未畫出中垂線 4 分
	
完全正確 5 分	

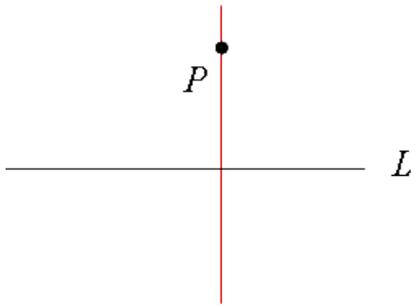
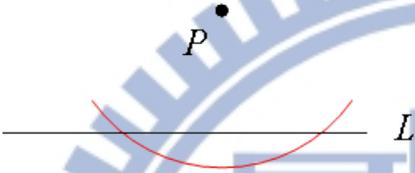
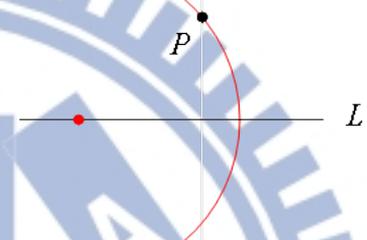
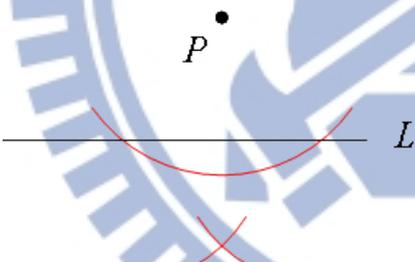
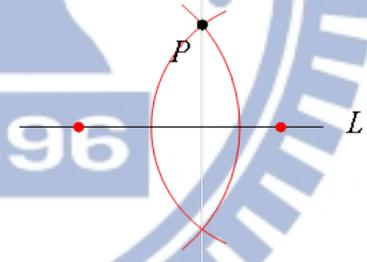
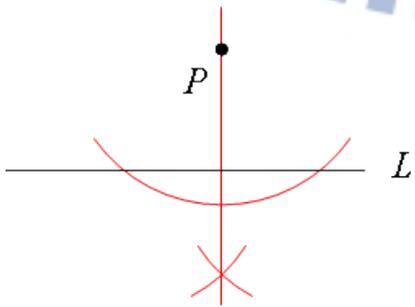
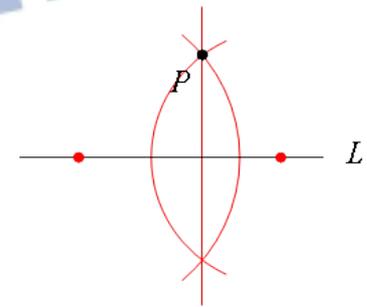
第 5 題 (滿分 5 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
 <p>未畫出角平分線</p>	 <p>完全正確</p>
<p>4 分</p>	<p>5 分</p>

第 6 題 (滿分 5 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
 <p>未畫出垂線</p>	 <p>完全正確</p>
<p>4 分</p>	<p>5 分</p>

第 7 題 (滿分 5 分)

	
<p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	
	
<p>2 分</p>	
	
<p>未畫出垂線</p>	<p>未畫出垂線</p>
<p>4 分</p>	
	
<p>完全正確</p>	<p>完全正確</p>
<p>5 分</p>	



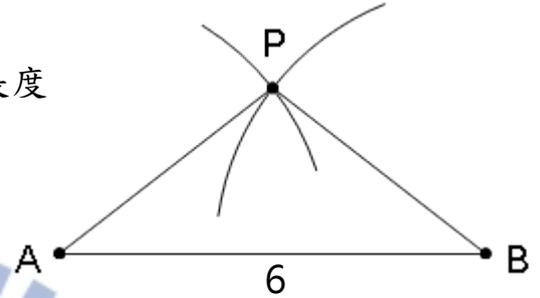
附錄三 後測及延後測試卷

1. 右圖中，直線 L 為線段 AB 的中垂線。

則 (1) 線段 PA 的長度 _____ 線段 PB 的長度

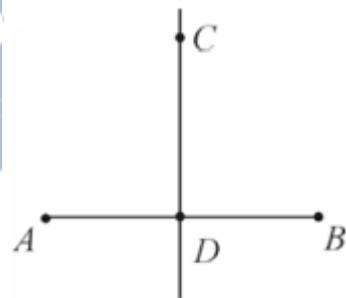
(填 $>$ 、 $=$ 或 $<$)

(2) 灰色三角形的周長為 _____ 單位



2. 右圖中，直線 CD 是線段 AB 的中垂線，則下列哪一個敘述是錯誤

的？答：_____



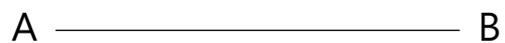
(A) 以 C 為圓心，線段 BC 為半徑畫圓，則 A 點一定在圓周上

(B) 以 A 為圓心，線段 AB 為半徑畫圓，則 C 點一定在圓周上

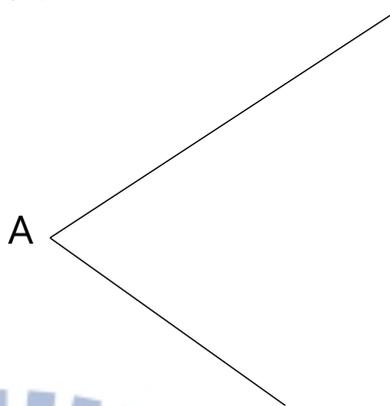
(C) 以 B 為圓心，線段 AC 為半徑畫圓，則 C 點一定在圓周上

(D) 以 D 為圓心，線段 AD 為半徑畫圓，則 B 點一定在圓周上

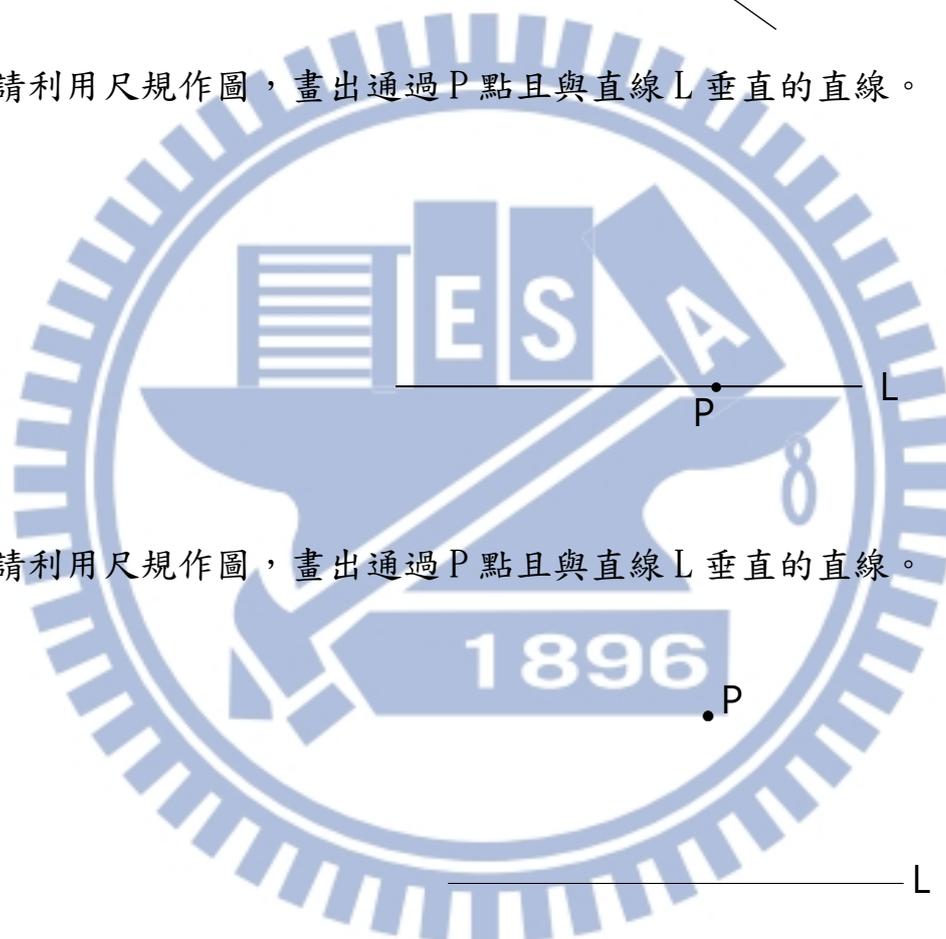
3. 請利用尺規作圖，畫出線段 AB 的中垂線。



4. 請利用尺規作圖，畫出角 A 的角平分線。

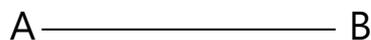


5. 請利用尺規作圖，畫出通過 P 點且與直線 L 垂直的直線。



6. 請利用尺規作圖，畫出通過 P 點且與直線 L 垂直的直線。

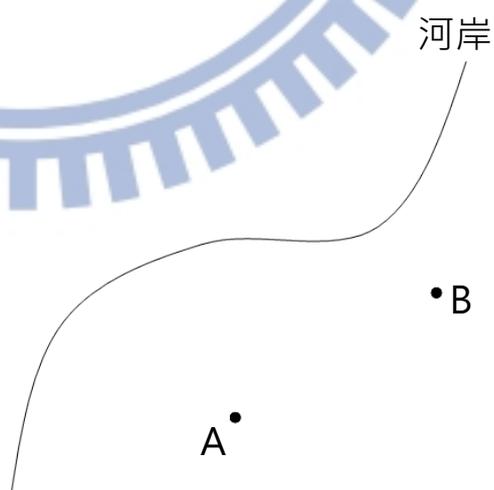
7. 已知線段 AB 長度為 12 單位，請利用尺規作圖，在線段 AB 上找出一點 C，使線段 AC 的長度為 3 單位。(請標示出 C 點位置)



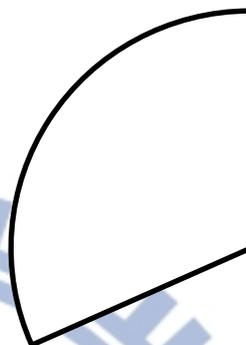
8. 請利用尺規作圖，以 A 點為圓心，線段 AB 為半徑畫一個圓心角（兩半徑的夾角）為 90 度的扇形(如下右圖)。



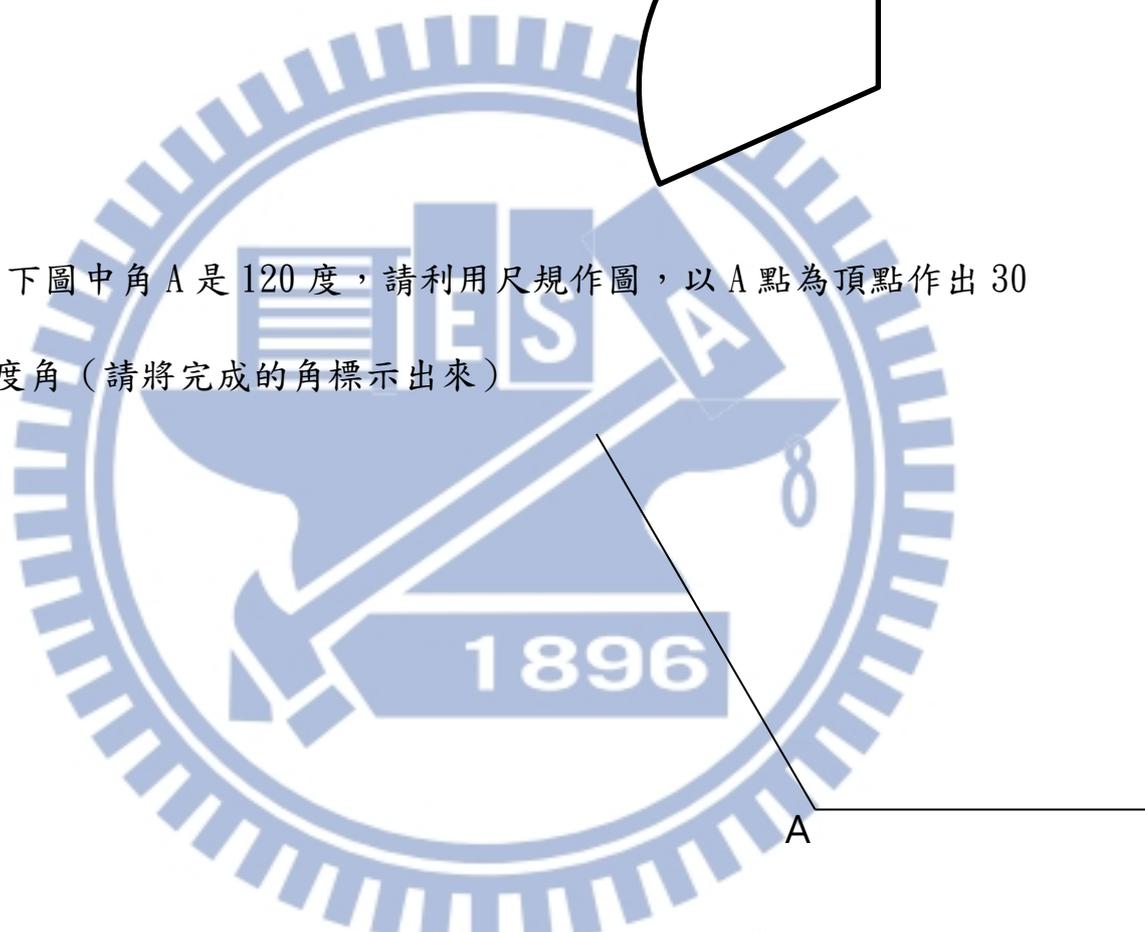
9. 有 A、B 兩個村落，因為缺水，所以兩個村落的村民想要一起出錢，在附近的河岸邊設置一座抽水站抽取河水使用。為求公平，抽水站到 A、B 村的距離要相等。請在下面的地圖中，利用尺規作圖在代表河岸的曲線上標示出代表抽水站的位置。



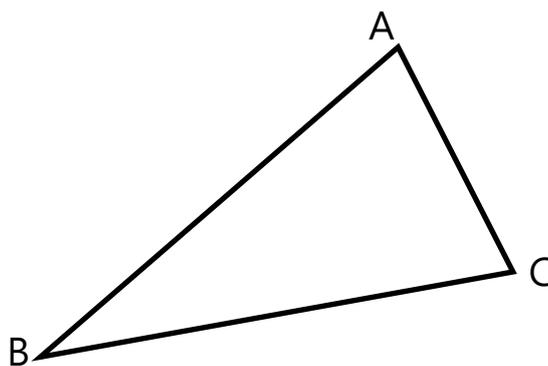
10. 如下圖，有一片扇形玻璃，工人要將這片玻璃切割成兩塊面積相同的**扇形玻璃**。因為害怕失敗，於是先在紙上畫出草圖（如下圖）思考如何切割。請你利用尺規作圖幫忙一下吧。



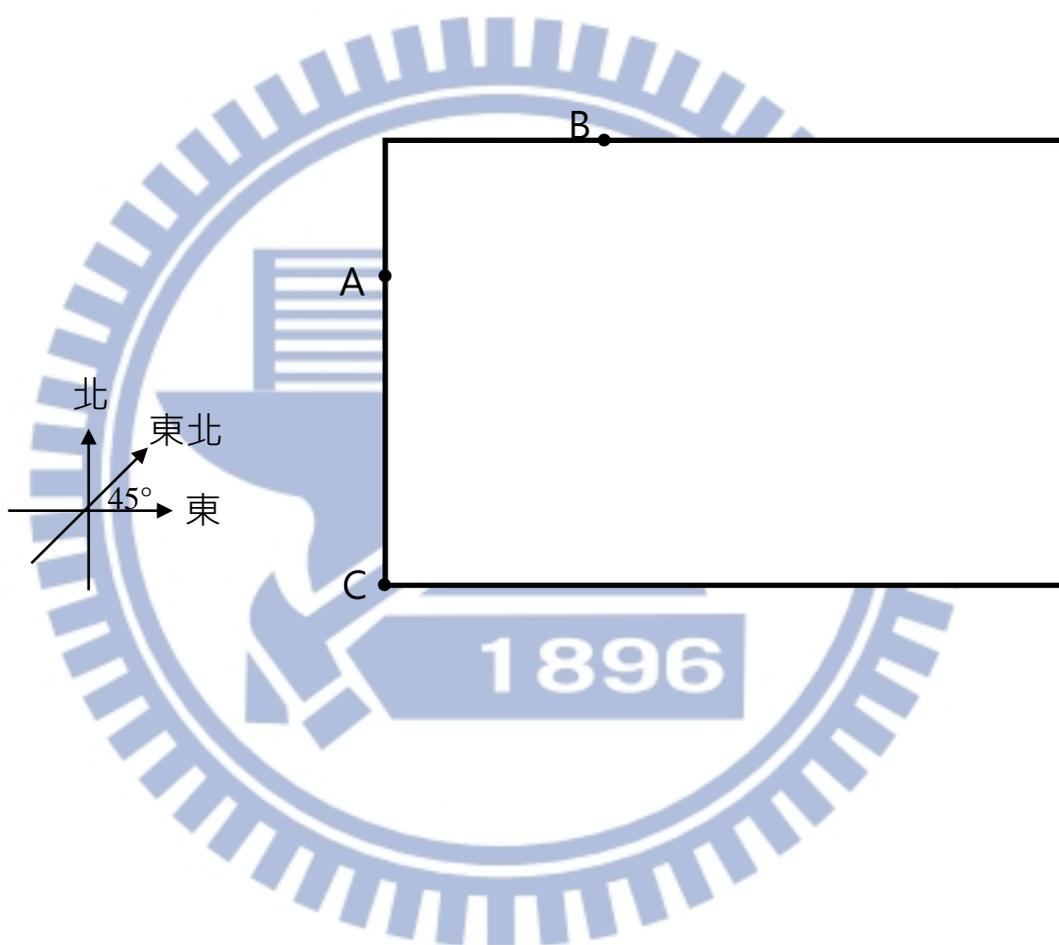
11. 下圖中角 A 是 120 度，請利用尺規作圖，以 A 點為頂點作出 30 度角（請將完成的角標示出來）



12. 請利用尺規作圖，在右圖中通過 A 點畫出 BC 邊的高。



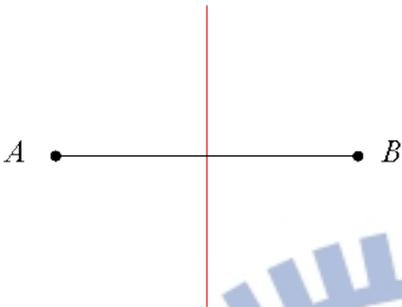
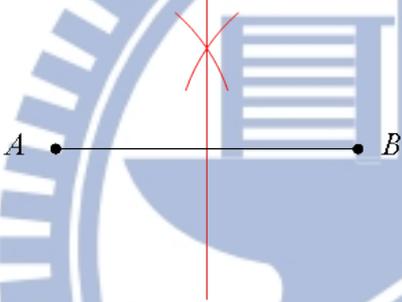
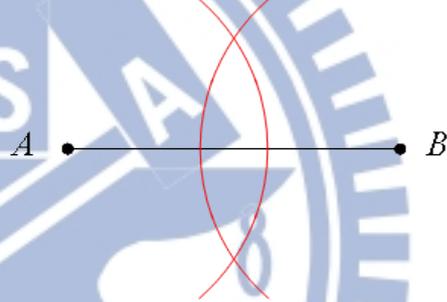
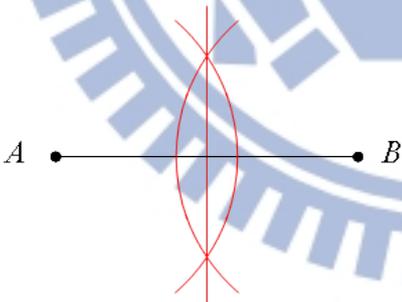
13. 如下圖，有一座長方形公園，共有 A、B、C 三個出入口，市政府要在公園內建造一座噴水池，噴水池的位置到 A、B 兩出入口的距離相等，而且要在出入口 C 的東北方。請利用尺規作圖，幫忙找出噴水池的位置。



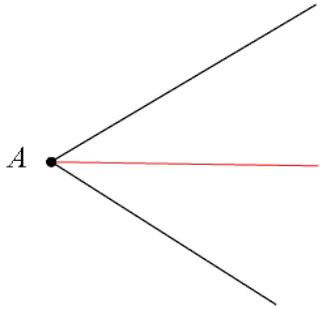
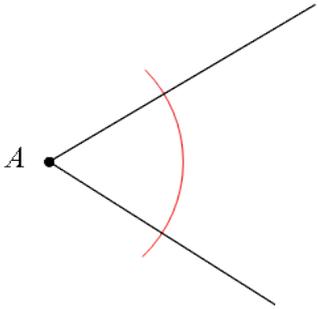
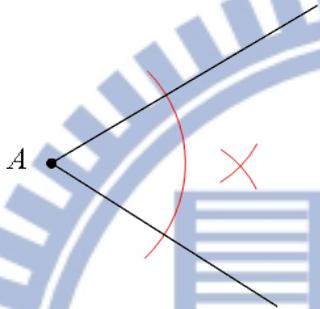
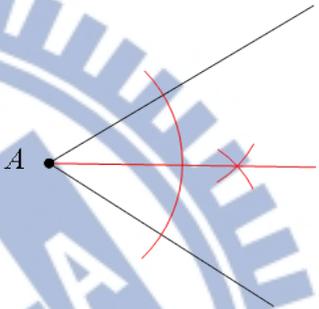


附錄四 後測、延後測試卷作圖題計分標準

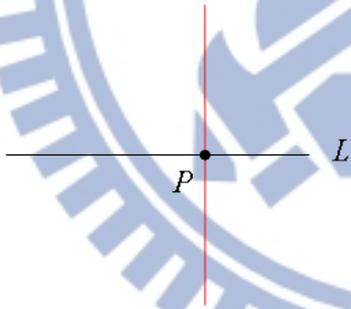
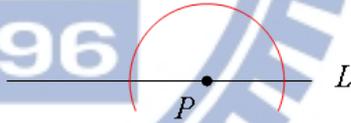
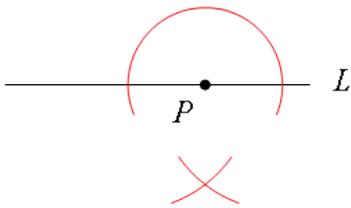
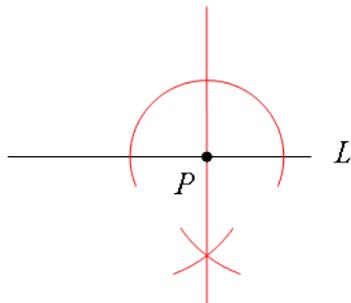
第3題 (滿分5分)

 <p style="text-align: center;">直接以視覺校準畫出</p> <p style="text-align: center;">1分</p>	 <p style="text-align: center;">只畫出一個交點</p> <p style="text-align: center;">2分</p>
 <p style="text-align: center;">以視覺校準畫出垂直</p> <p style="text-align: center;">3分</p>	 <p style="text-align: center;">未畫出中垂線</p> <p style="text-align: center;">4分</p>
 <p style="text-align: center;">完全正確</p> <p style="text-align: center;">5分</p>	

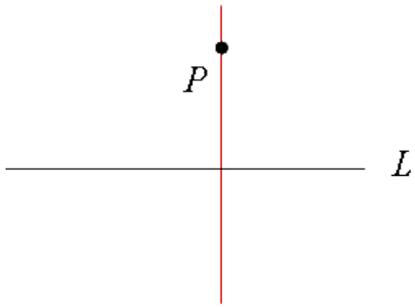
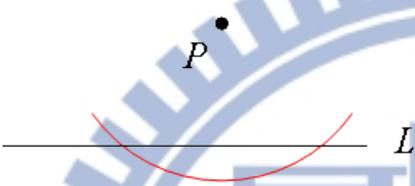
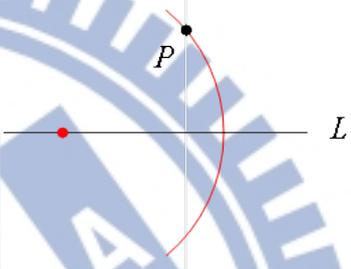
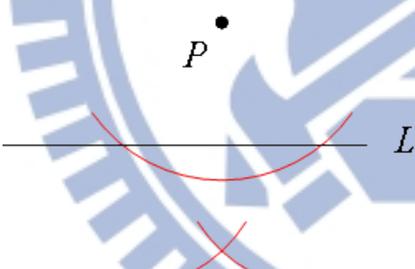
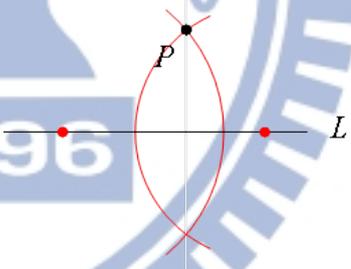
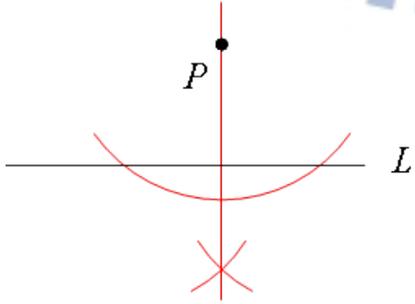
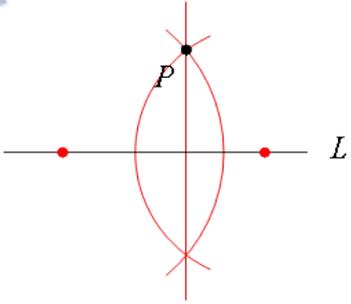
第 4 題 (滿分 5 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
1 分	2 分
 <p>未畫出角平分線</p>	 <p>完全正確</p>
4 分	5 分

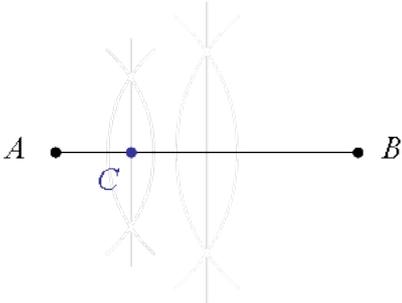
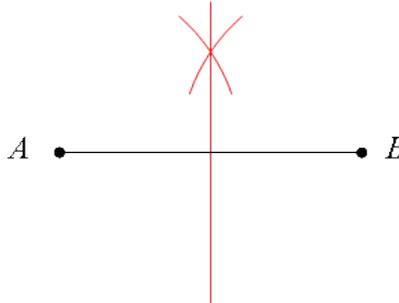
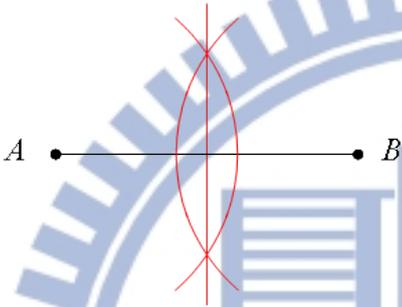
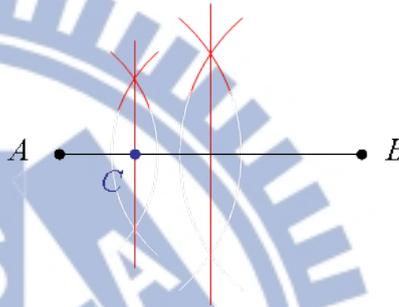
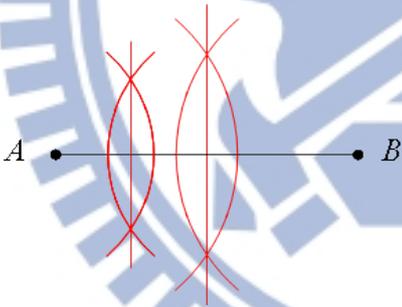
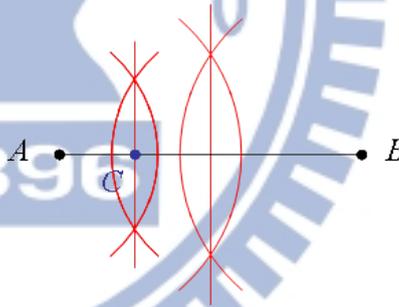
第 5 題 (滿分 5 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
1 分	2 分
 <p>未畫出垂線</p>	 <p>完全正確</p>
4 分	5 分

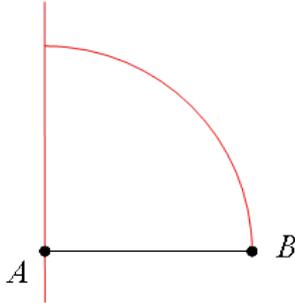
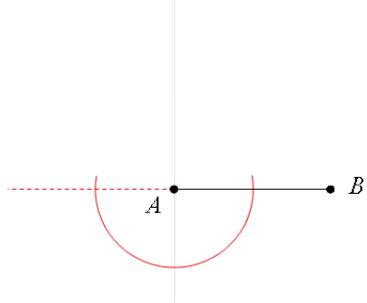
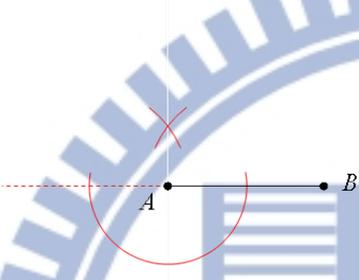
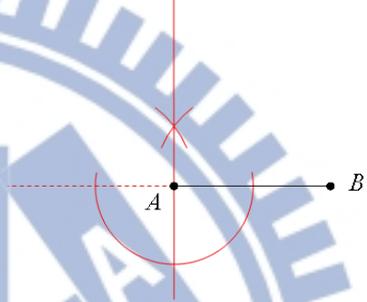
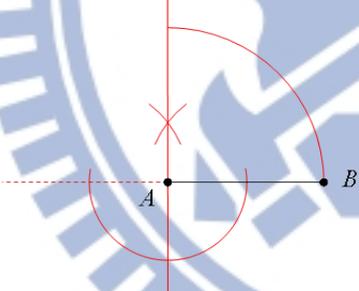
第 6 題 (滿分 5 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	
	
<p>2 分</p>	
 <p>未畫出垂線</p>	 <p>未畫出垂線</p>
<p>4 分</p>	
 <p>完全正確</p>	 <p>完全正確</p>
<p>5 分</p>	

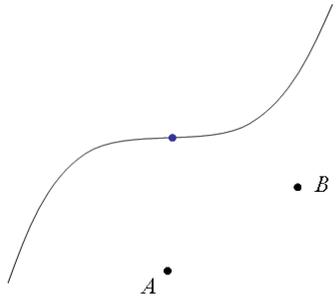
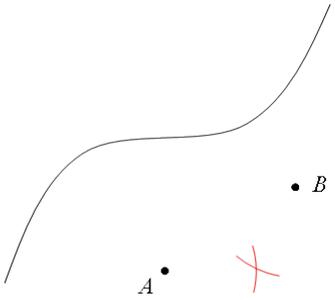
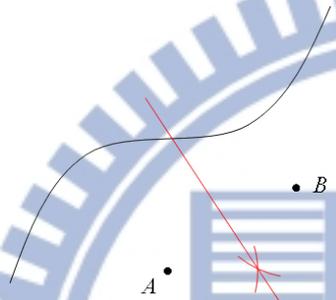
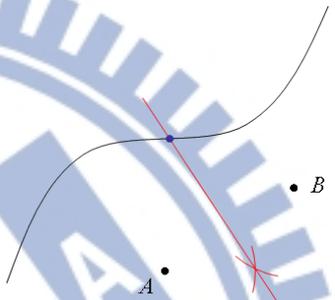
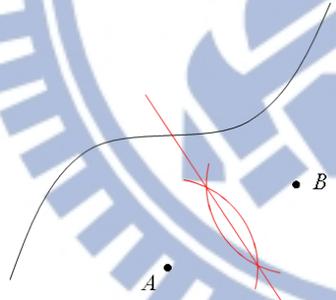
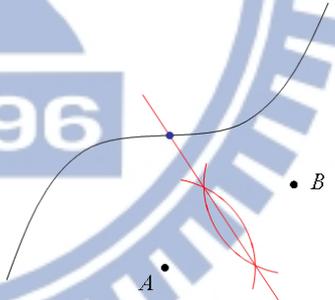
第 7 題 (滿分 6 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
 <p>正確畫出第一條中垂線</p>	
<p>3 分</p>	<p>4 分</p>
 <p>未標示出 C 點</p>	 <p>完全正確</p>
<p>5 分</p>	<p>6 分</p>

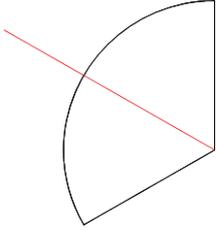
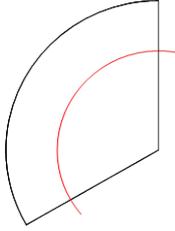
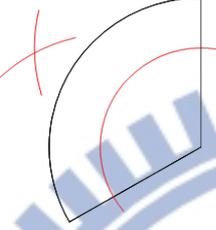
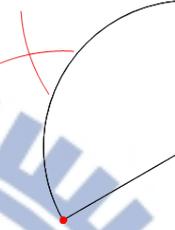
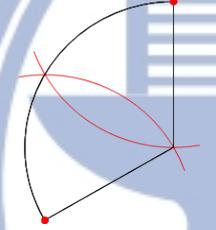
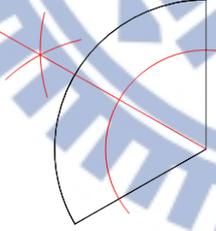
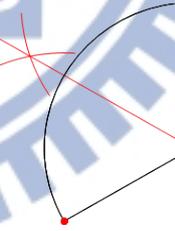
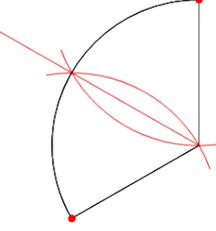
第 8 題 (滿分 6 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
	 <p>正確作出直角</p>
<p>4 分</p>	<p>5 分</p>
 <p>完全正確</p>	
<p>6 分</p>	

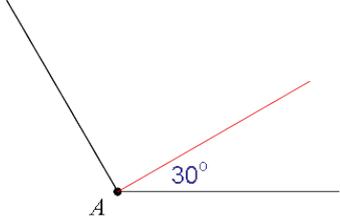
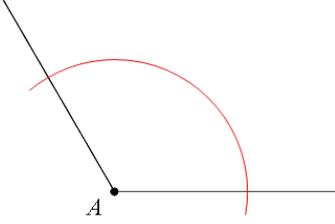
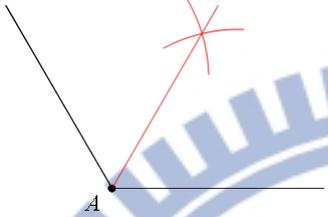
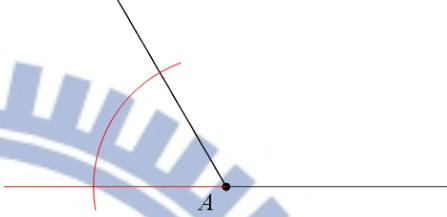
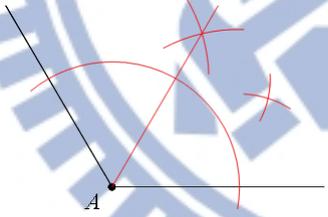
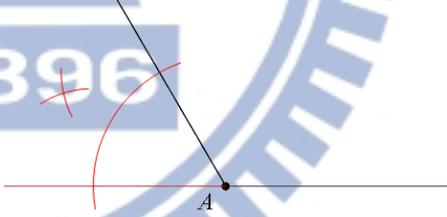
第9題 (滿分6分)

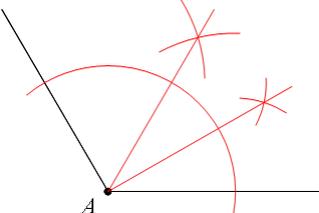
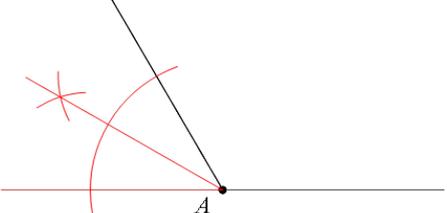
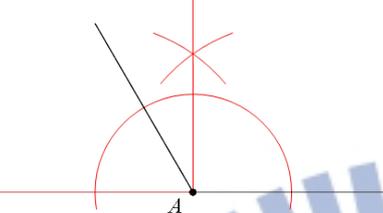
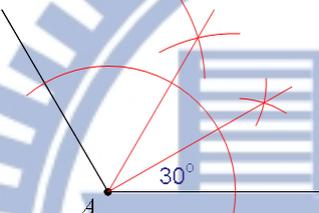
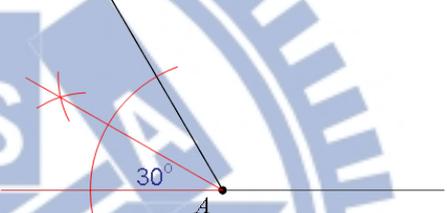
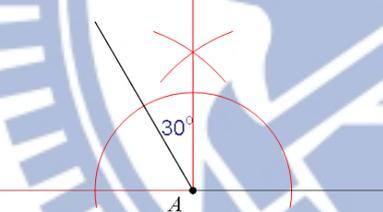
 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
 <p>以視覺校準畫出中垂線，未標示目標點</p>	 <p>以視覺校準畫出中垂線，有標示目標點</p>
<p>3 分</p>	<p>4 分</p>
 <p>正確畫出中垂線，未標示目標點</p>	 <p>完全正確</p>
<p>5 分</p>	<p>6 分</p>

第 10 題 (滿分 6 分)

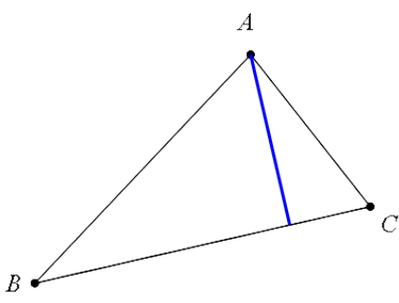
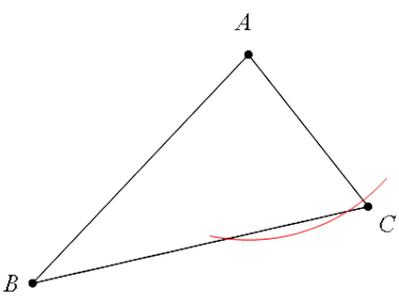
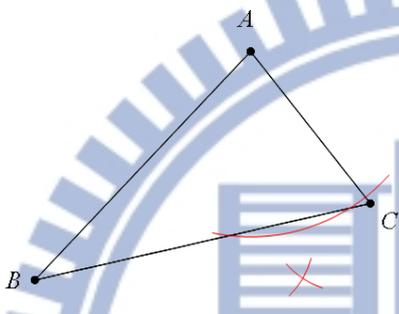
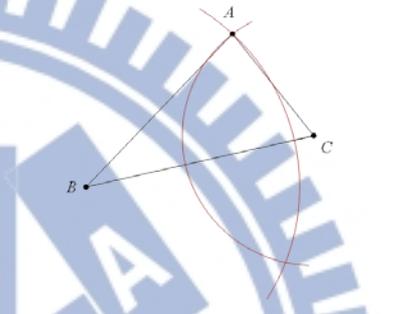
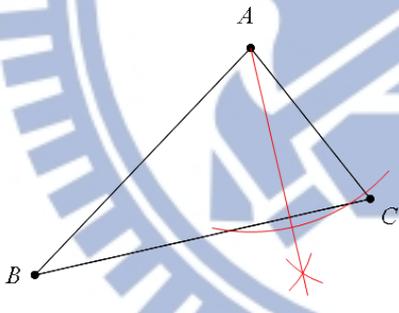
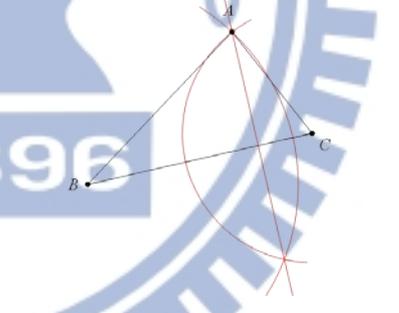
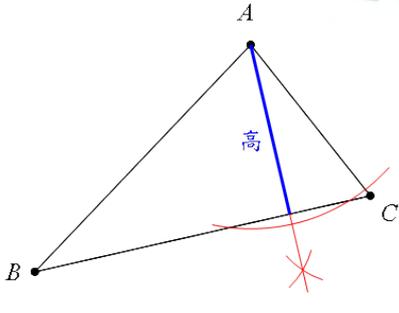
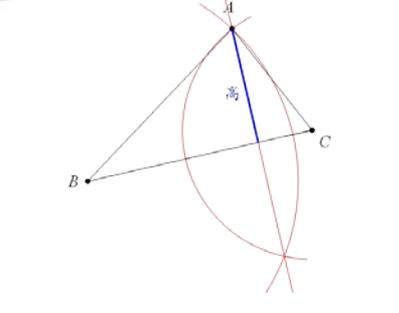
 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
	 <p>以扇形半徑端點為圓心，扇形半徑畫弧</p>
 <p>以扇形半徑端點為圓心，扇形半徑畫弧</p>	
<p>4 分</p>	
 <p>完全正確</p>	 <p>完全正確</p>
 <p>完全正確</p>	
<p>6 分</p>	

第 11 題 (滿分 6 分)

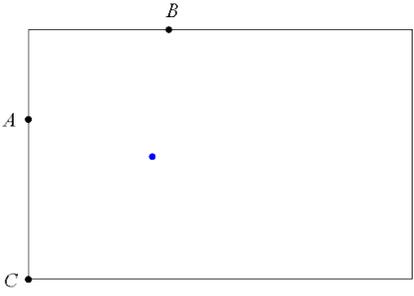
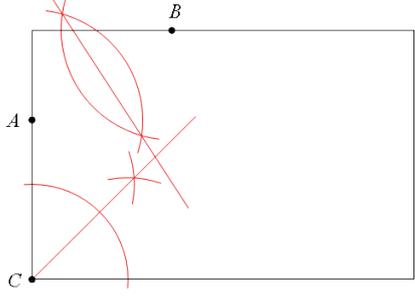
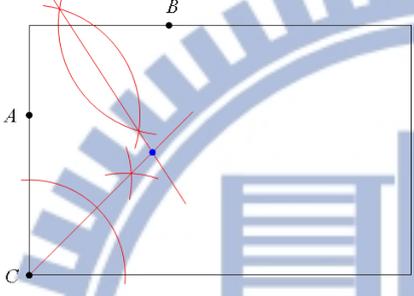
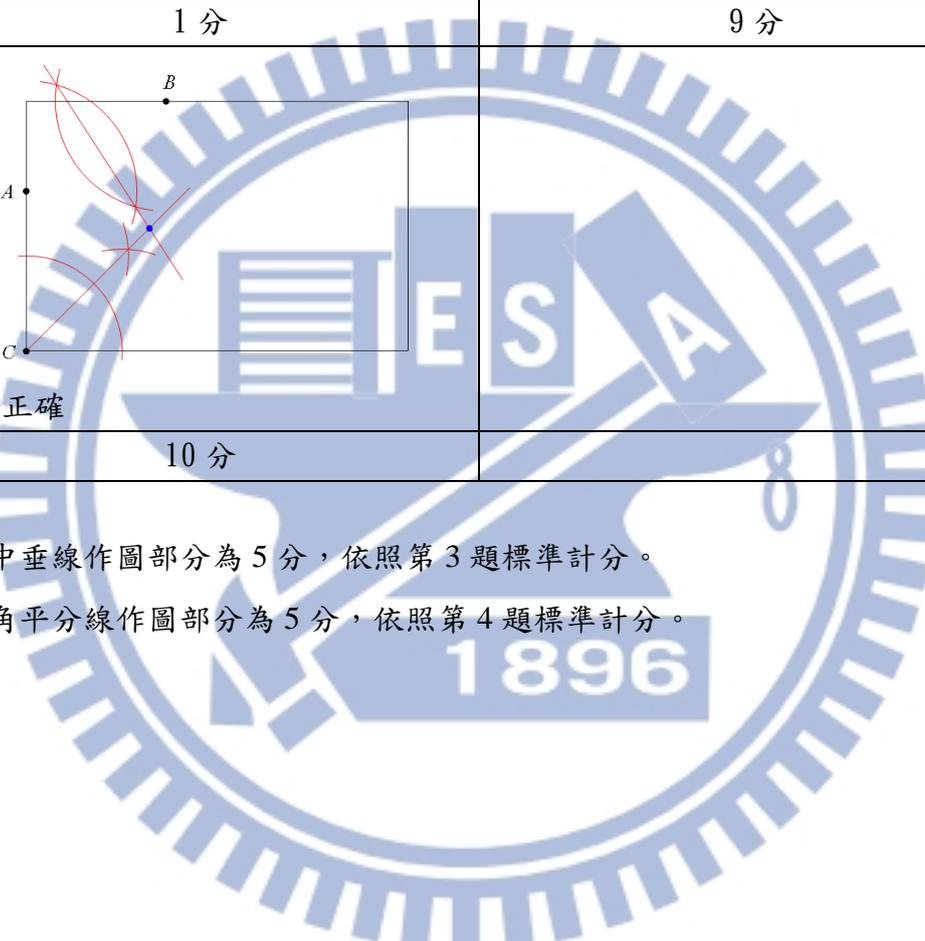
 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
 <p>正確畫出第一條角平分線</p>	
<p>3 分</p>	
	
<p>4 分</p>	

 <p>未標示目標角</p>	 <p>未標示目標角</p>
 <p>未標示目標角</p>	
5 分	
 <p>完全正確</p>	 <p>完全正確</p>
 <p>完全正確</p>	
6 分	

第 12 題 (滿分 6 分)

 <p>直接以視覺校準畫出</p>	
<p>1 分</p>	<p>2 分</p>
	
<p>4 分</p>	
 <p>未明確標示高</p>	 <p>未明確標示目標高</p>
<p>5 分</p>	
 <p>完全正確</p>	 <p>完全正確</p>
<p>6 分</p>	

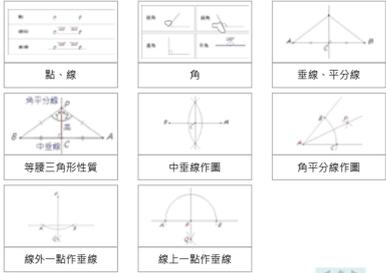
第 13 題 (滿分 10 分)

	
<p>直接以視覺校準畫出</p>	<p>未標示目標點</p>
<p>1 分</p>	<p>9 分</p>
	
<p>完全正確</p>	<p>10 分</p>

1. 中垂線作圖部分為 5 分，依照第 3 題標準計分。
2. 角平分線作圖部分為 5 分，依照第 4 題標準計分。



附錄五 實驗組教材

P1	<p>基本尺規作圖</p> <p>中垂線作圖 角平分線作圖 垂線作圖</p>	P2	<p>基本尺規作圖目錄</p> 						
P3	<p>點、線段、直線</p>	P4	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="962 779 1249 958"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線			
點									
線段									
直線									
P5	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="395 1115 683 1294"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線	P6	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="962 1115 1249 1294"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線
點									
線段									
直線									
點									
線段									
直線									
P7	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="395 1447 683 1626"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線	P8	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="962 1447 1249 1626"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線
點									
線段									
直線									
點									
線段									
直線									
P9	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="395 1778 683 1957"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線	P10	<p>點、線段、直線</p> <table border="1" data-bbox="962 1778 1249 1957"> <tr><td>點</td></tr> <tr><td>線段</td></tr> <tr><td>直線</td></tr> </table>	點	線段	直線
點									
線段									
直線									
點									
線段									
直線									

P11

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB}	
直線		

11

P12

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB}	
直線		

12

P13

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB} \overline{BA}	
直線		

13

P14

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB} \overline{BA}	
直線	A B	

14

P15

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB} \overline{BA}	
直線	A B	

15

P16

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB} \overline{BA}	
直線	\overleftrightarrow{AB}	

16

P17

點、線段、直線

點	A	B
線段	\overline{AB} \overline{BA}	
直線	\overleftrightarrow{AB} \overleftrightarrow{BA}	

17

P18

角

18

P19

角的符號

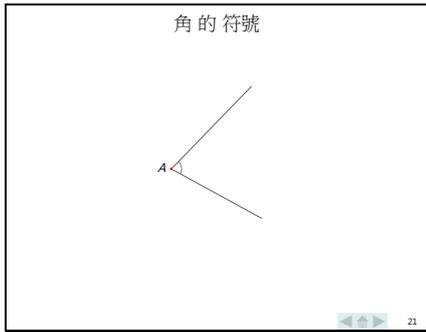
19

P20

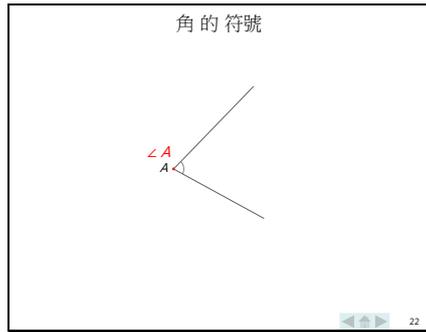
角的符號

20

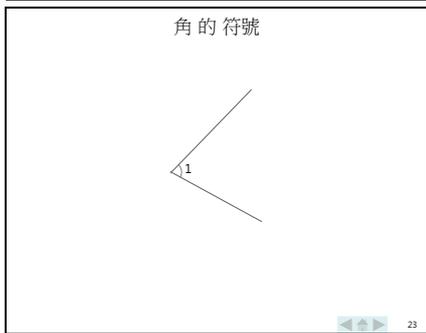
P21



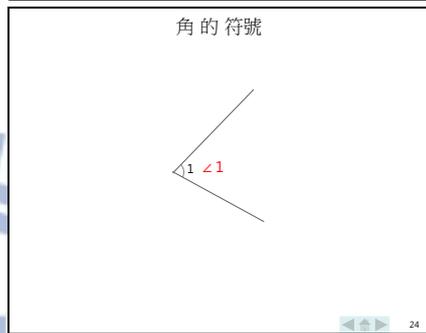
P22



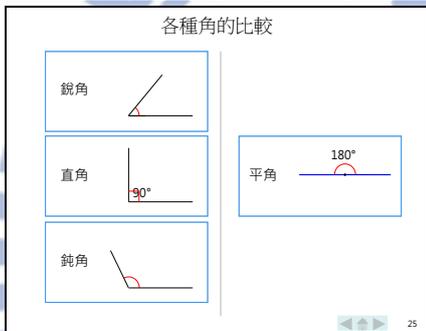
P23



P24



P25



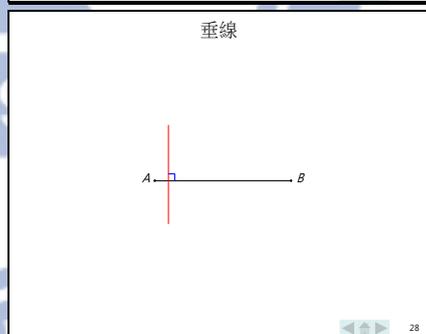
P26



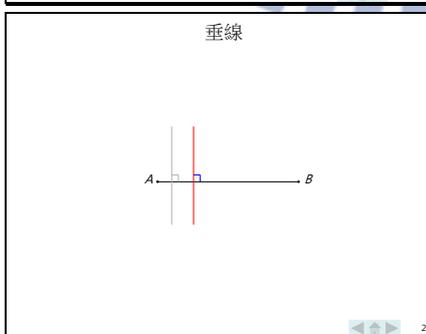
P27



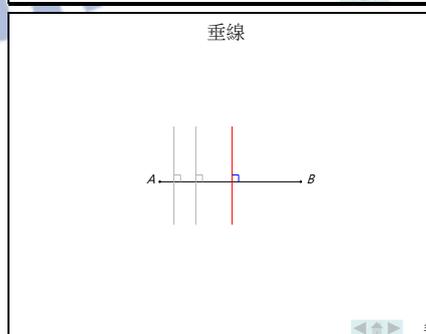
P28



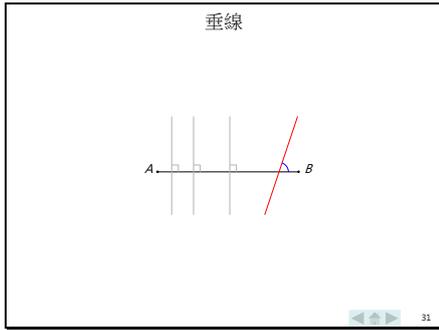
P29



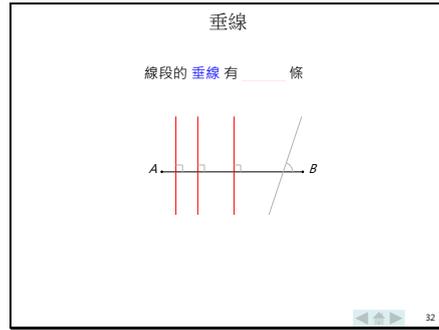
P30



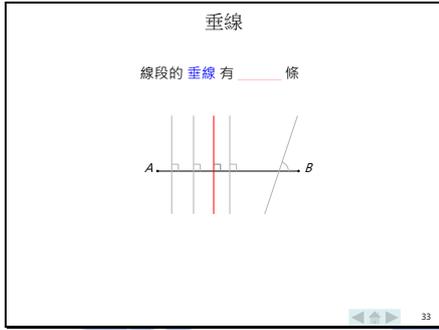
P31



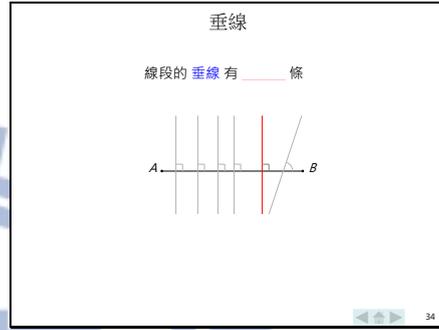
P32



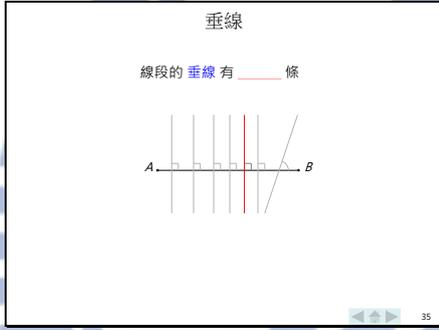
P33



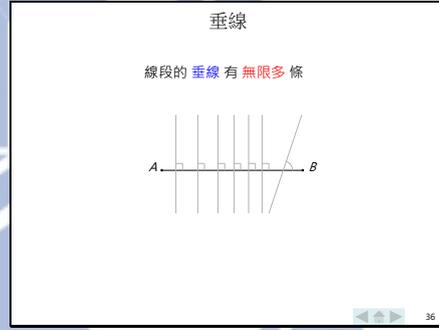
P34



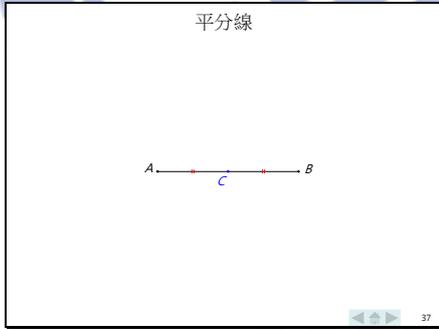
P35



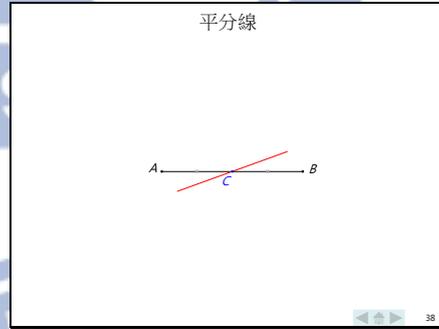
P36



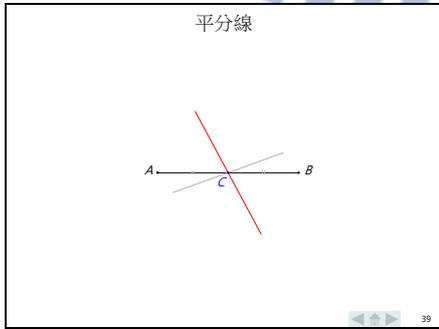
P37



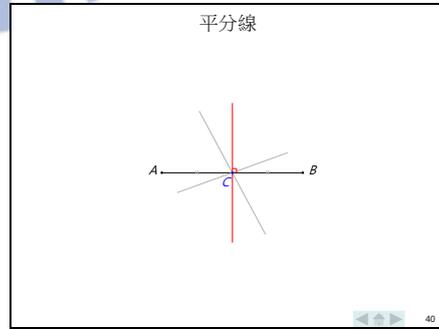
P38



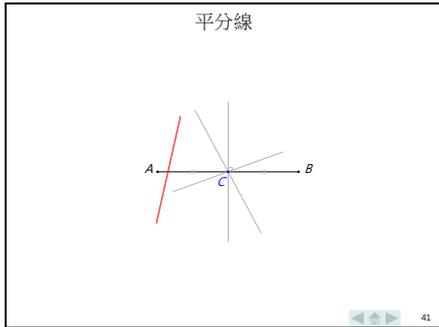
P39



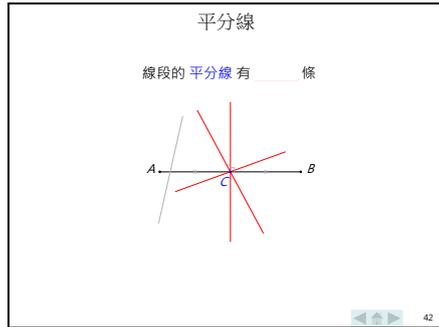
P40



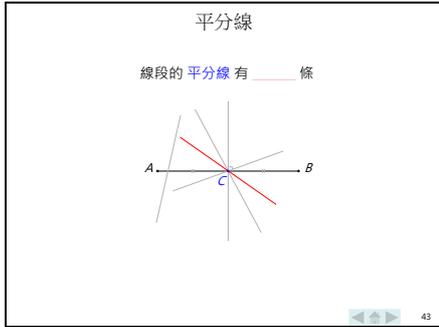
P41



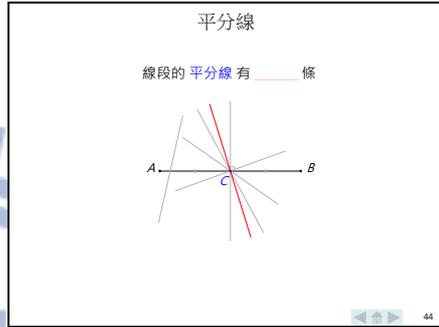
P42



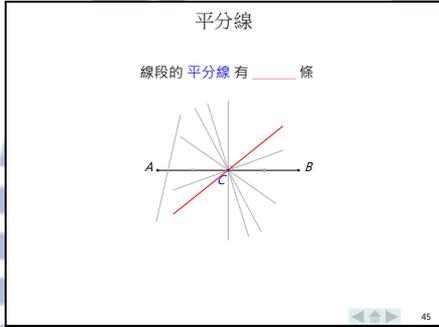
P43



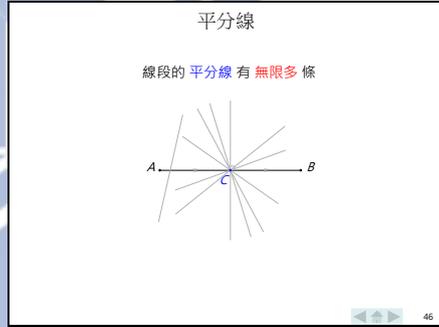
P44



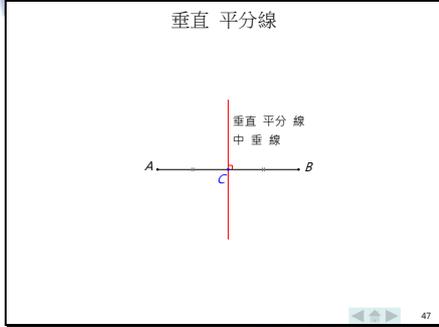
P45



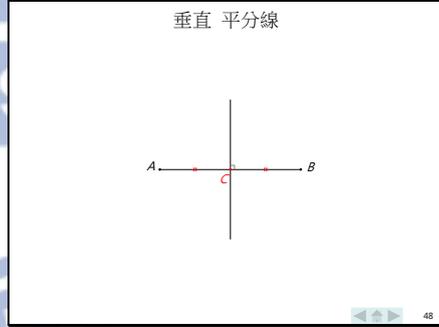
P46



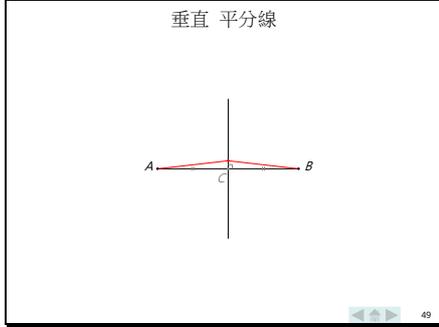
P47



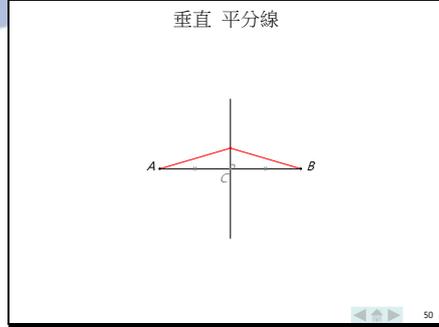
P48



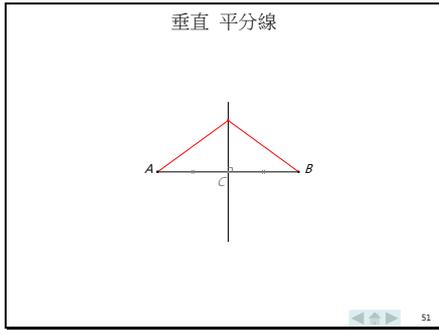
P49



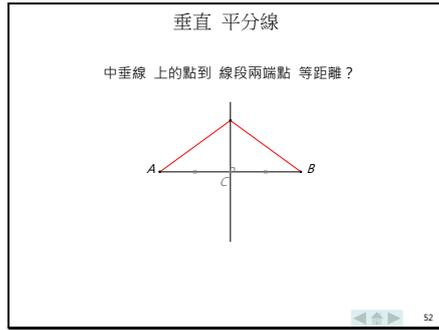
P50



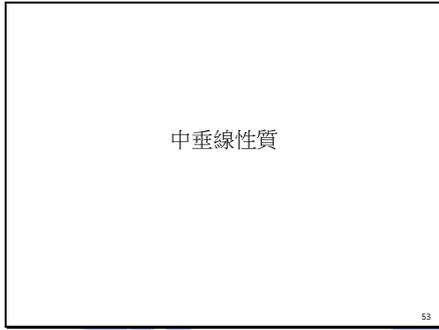
P51



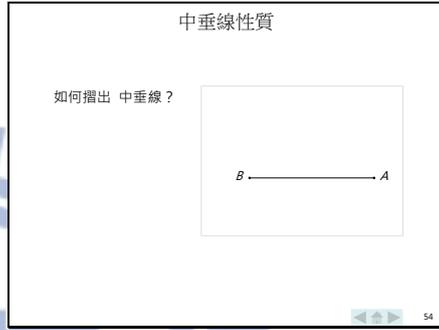
P52



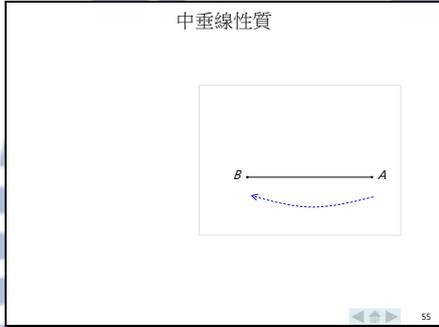
P53



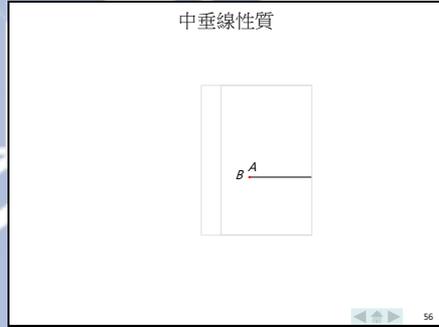
P54



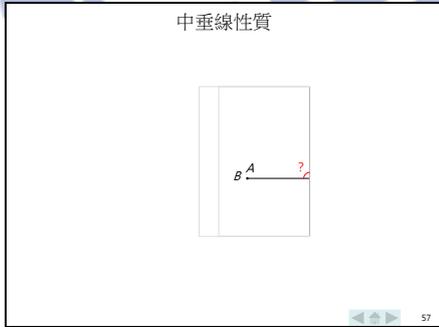
P55



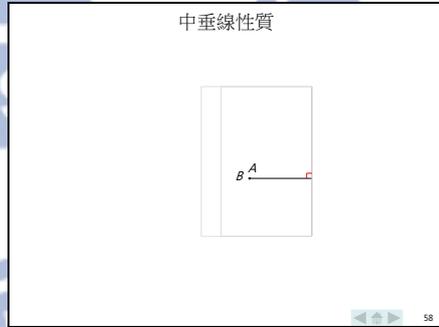
P56



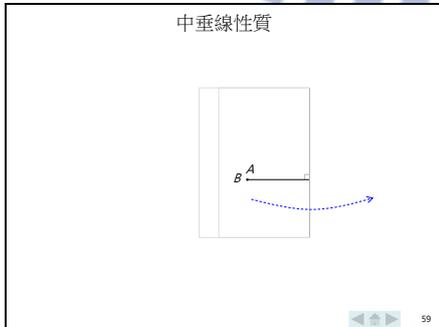
P57



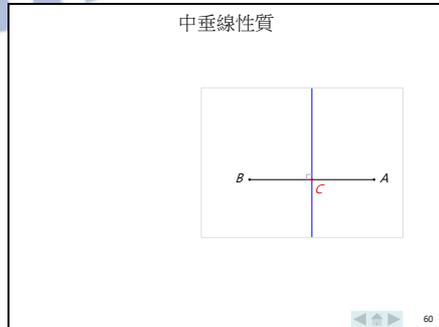
P58



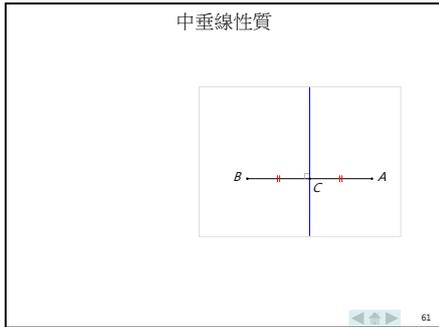
P59



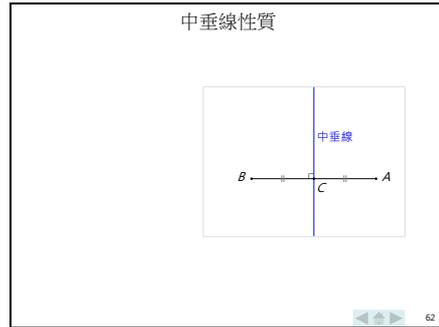
P60



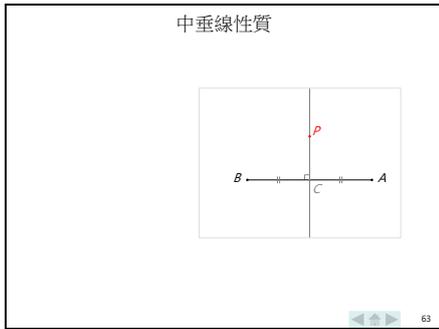
P61



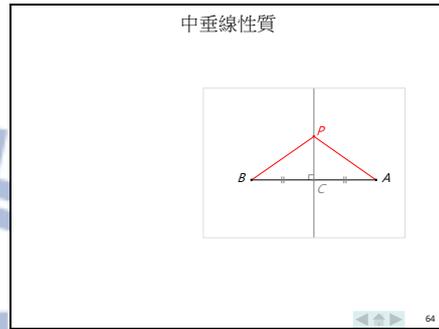
P62



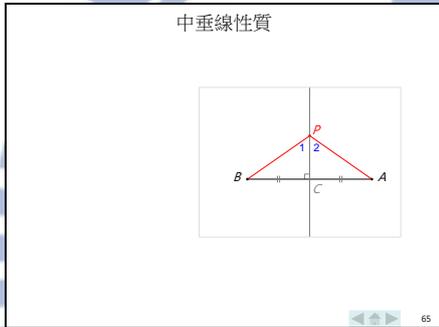
P63



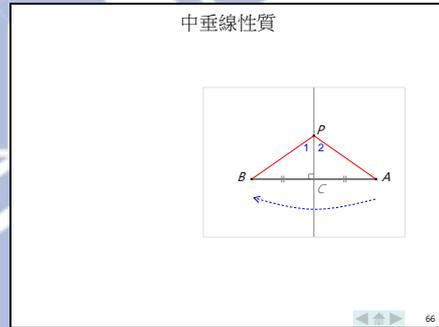
P64



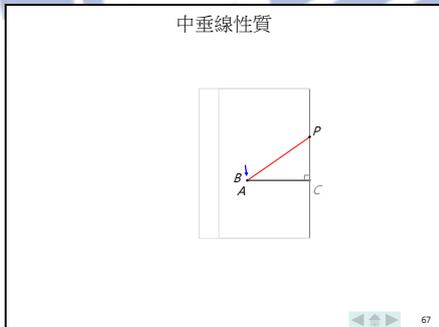
P65



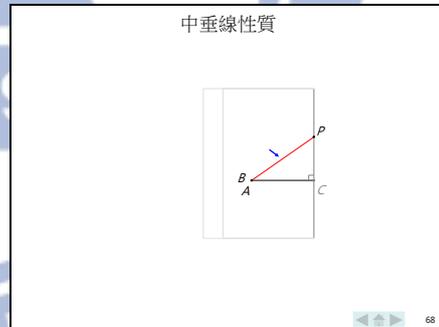
P66



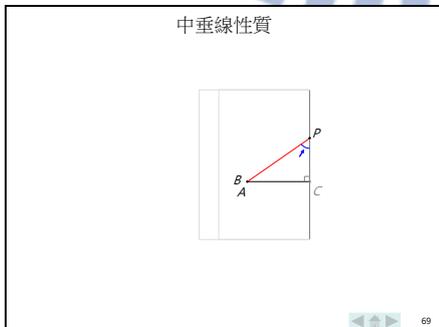
P67



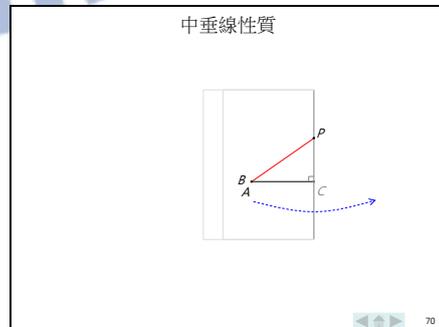
P68



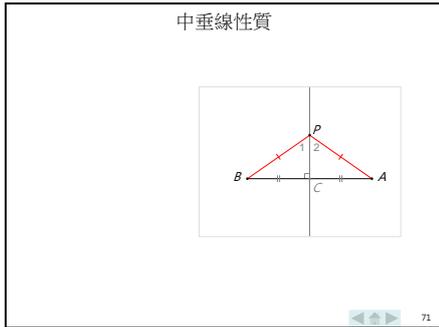
P69



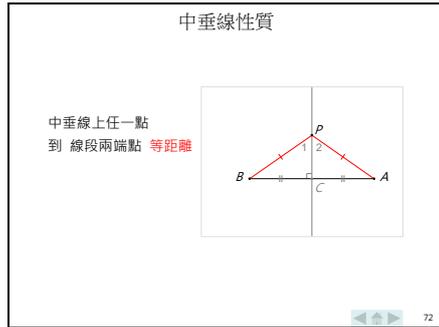
P70



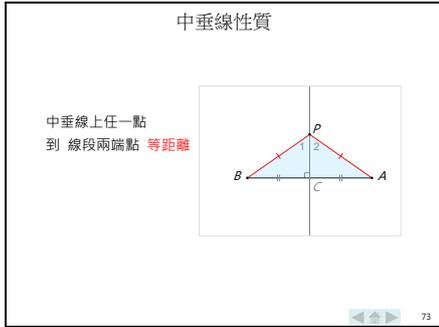
P71



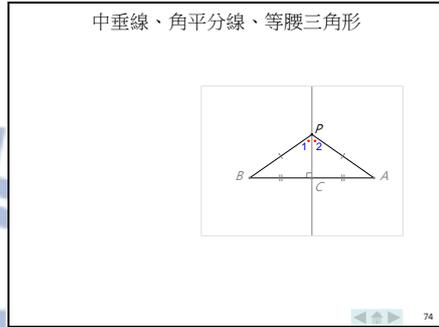
P72



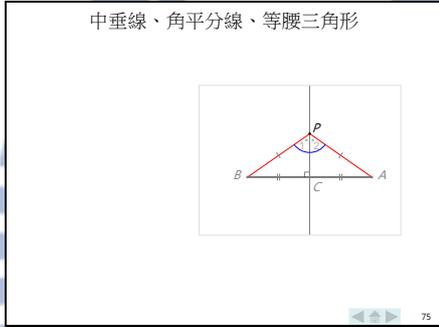
P73



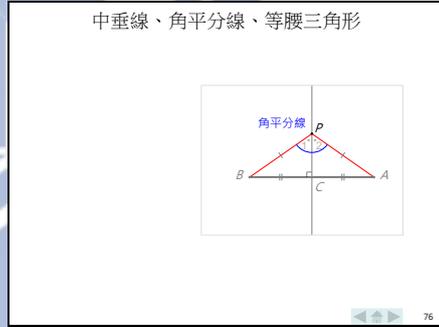
P74



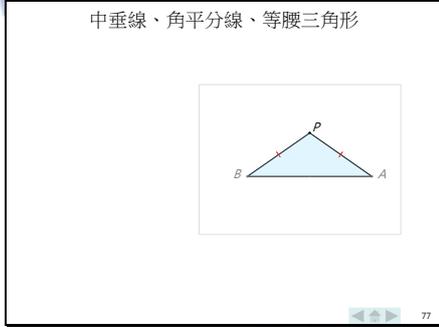
P75



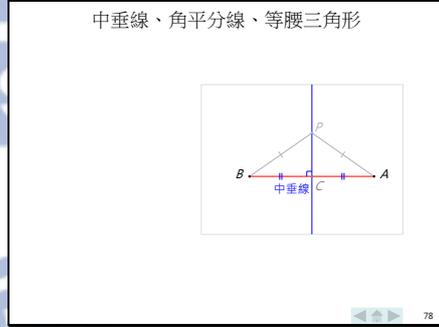
P76



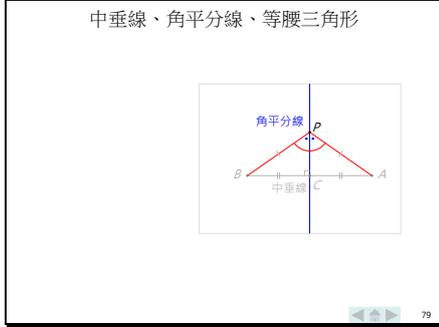
P77



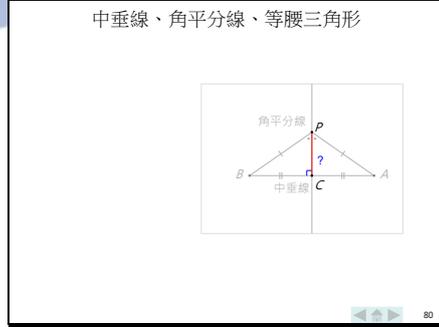
P78



P79

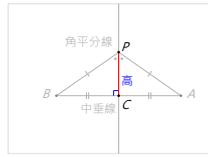


P80



P81

中垂線、角平分線、等腰三角形



81

P82

中垂線作圖與半徑限制

82

P83

中垂線作圖

提示：



83

P84

中垂線作圖

提示：

1. 找出 中垂線 上 2 點



84

P85

中垂線作圖

提示：

1. 找出 中垂線 上 2 點

2. 到 A、B 等距離



85

P86

中垂線作圖

提示：

1. 找出 中垂線 上 2 點

2. 到 A、B 等距離

3. 利用 圓規



86

P87

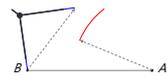
中垂線作圖



87

P88

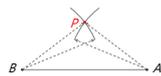
中垂線作圖



88

P89

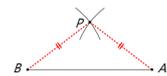
中垂線作圖



89

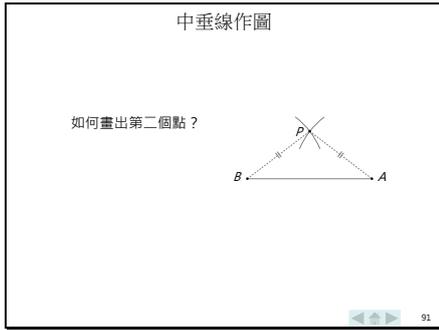
P90

中垂線作圖

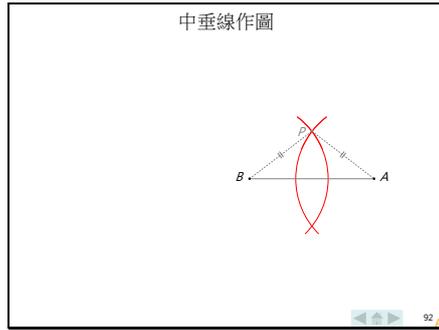


90

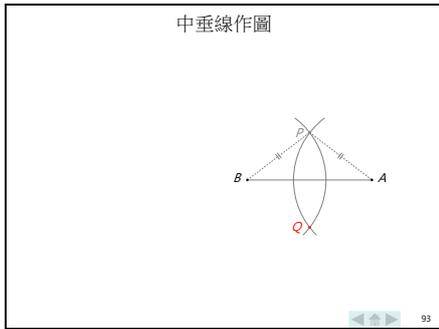
P91



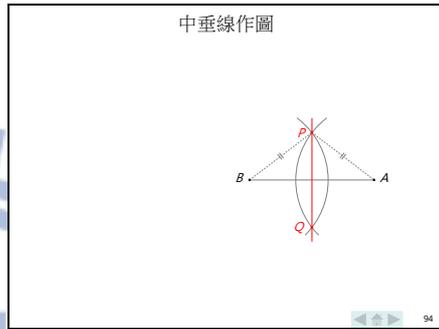
P92



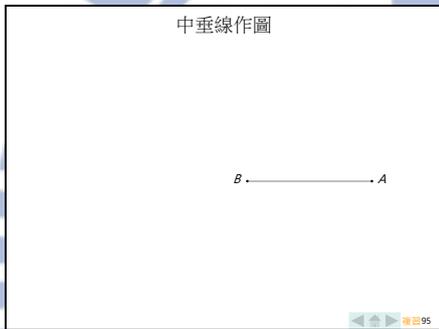
P93



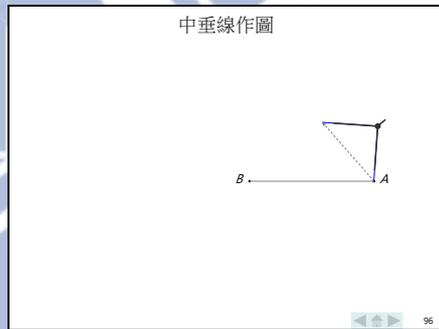
P94



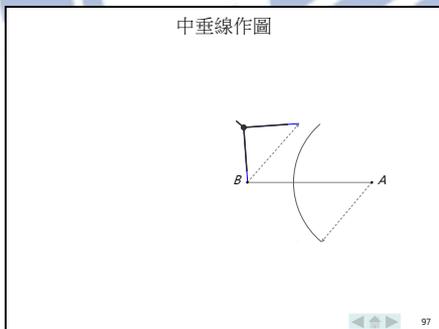
P95



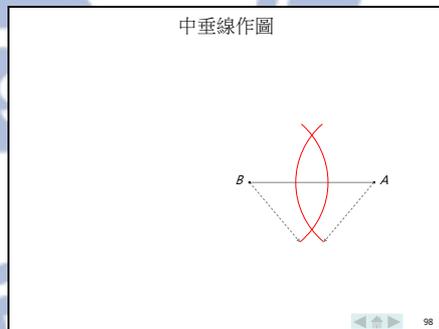
P96



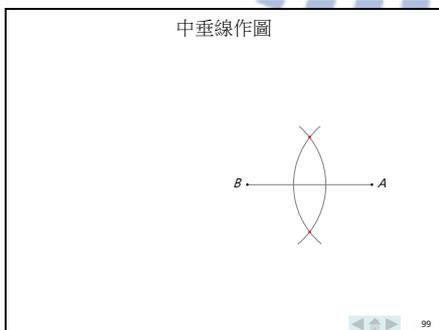
P97



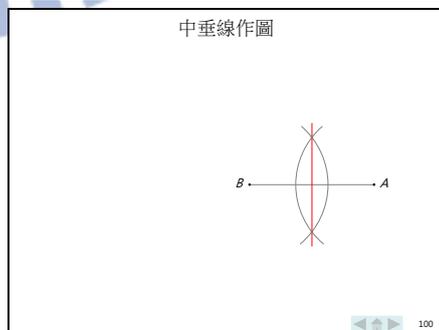
P98



P99



P100



P101 中垂線作圖

101

P102 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

102

P103 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

103

P104 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

104

P105 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

105

P106 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

106

P107 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

107

P108 半徑的限制

兩弧的半徑 任意長度都可以？

108

P109 半徑的限制

109

P110 角平分線作圖

110

P111 角平分線作圖

提示：

111

P112 角平分線作圖

提示：

112

P113 角平分線作圖

提示：

113

P114 角平分線作圖

提示：

114

P115 角平分線作圖

提示：

115

P116 角平分線作圖

提示：

116

P117 角平分線作圖

提示：

117

P118 角平分線作圖

提示：

118

P119 角平分線作圖

提示：

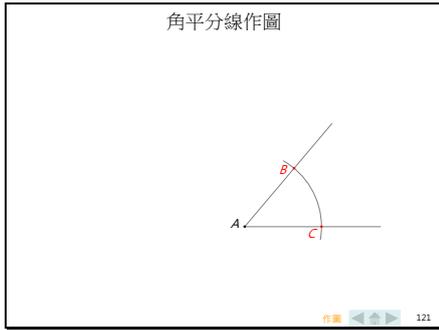
119

P120 角平分線作圖

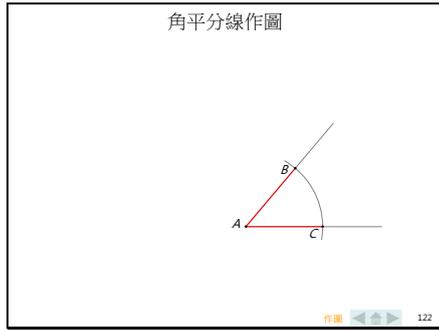
作圖

120

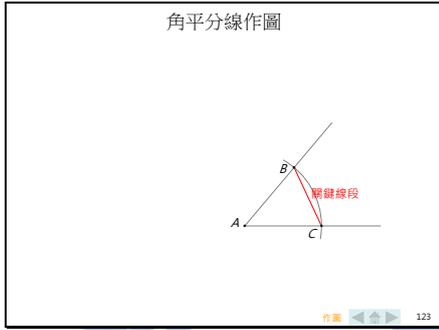
P121



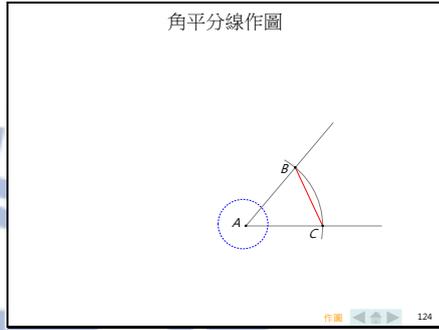
P122



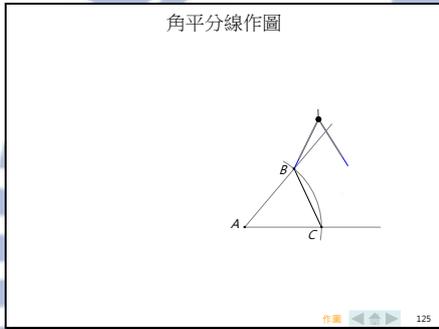
P123



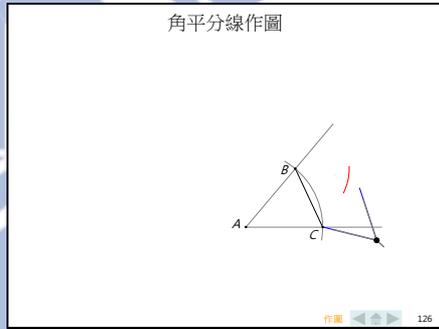
P124



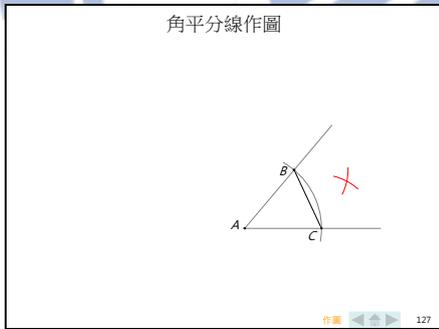
P125



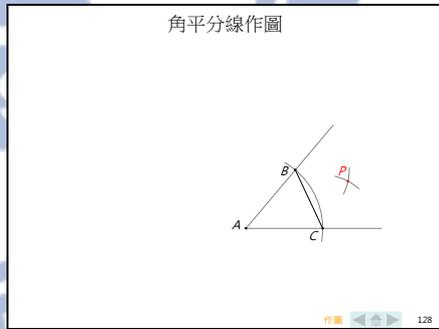
P126



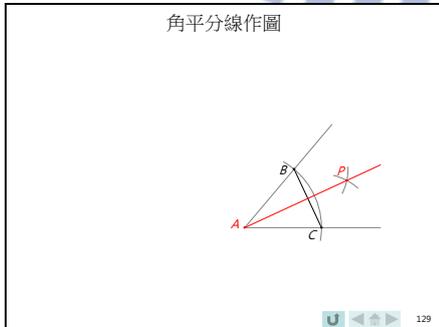
P127



P128



P129



P130



P131 垂線作圖：過線外一點

提示：

131

P132 垂線作圖：過線外一點

提示：

132

P133 垂線作圖：過線外一點

提示：

133

P134 垂線作圖：過線外一點

提示：

134

P135 垂線作圖：過線外一點

提示：

135

P136 垂線作圖：過線外一點

提示：

136

P137 垂線作圖：過線外一點

137

P138 垂線作圖：過線外一點

138

P139 垂線作圖：過線外一點

139

P140 垂線作圖：過線外一點

140

P141 垂線作圖：過線外一點

141

P142 垂線作圖：過線外一點

142

P143 線上一點作垂線

143

P144 垂線作圖：過線上一點

提示：

144

P145 垂線作圖：過線上一點

提示：

145

P146 垂線作圖：過線上一點

提示：

146

P147 垂線作圖：過線上一點

提示：

147

P148 垂線作圖：過線上一點

提示：

148

P149 垂線作圖：過線上一點

提示：

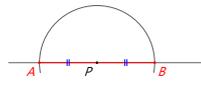
149

P150 垂線作圖：過線上一點

150

P151

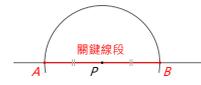
垂線作圖：過線上一點



151

P152

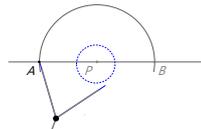
垂線作圖：過線上一點



152

P153

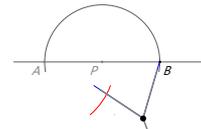
垂線作圖：過線上一點



153

P154

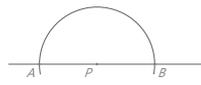
垂線作圖：過線上一點



154

P155

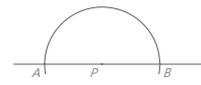
垂線作圖：過線上一點



155

P156

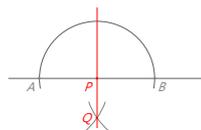
垂線作圖：過線上一點



156

P157

垂線作圖：過線上一點



157

