

黎曼空間和橢圓函數的理論及其在 非線性薛丁格方程上的應用

研究生：蔣宜津

指導教授：李榮耀 教授

國立交通大學應用數學系

摘要

此篇論文中，我們學習非線性薛丁格方程

$$iq_t + q_{xx} + 2|q|^2 q = 0$$

的解的函數理論，這些解有以下形式

$$\sqrt{\prod_{k=1}^{2N} (E - E_k)}$$

，其中 N 為正整數， E_k 為複數且虛部不為 0 和 $E_{2k-1}^* = E_{2k}$ 。此方程的解存在於 $N-1$ 相黎曼空間上 (R_{N-1})，所以我們先探討 R_{N-1} 的理論，接著我們學習橢圓函數來解特殊的非線性薛丁格方程的解，並且討論解的相關的性質。

中華民國一零二年六月

The Theory of Riemann Surfaces and Elliptic Functions with Application to the Nonlinear Schrodinger Equation

Student : Yi-Chin Jiang

Advisor : Jong-Eao Lee

Department of Applied Mathematics
National Chiao Tung University

Abstract

In this paper, we study the function theory of the solutions of the nonlinear Schrodinger equation $iq_t + q_{xx} + 2|q|^2 q = 0$ (NLS), and these solutions have the following forms,

$$\sqrt{\prod_{k=1}^{2N} (E - E_k)}$$

where $N \in \mathbb{N}$, $E_k \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ and $E_{2k-1}^* = E_{2k}$. Solutions of such equation resides on the the Riemann surface of genus $N-1$ (R_{N-1}) so we first study the theory of R_{N-1} . Then we study the classical elliptic functions to solve some special solutions of NLS and analyze the associated properties.

June, 2013

誌 謝

首先誠摯的感謝我的指導老師-李榮耀教授的指導和鼓勵，使我能順利完成此篇論文。在完成此論文的過程中，需要自我摸索的階段裡感謝老師總是在我遇到盲點時給了我寶貴的意見使我能繼續前進，最終完成此篇論文。

此篇論文的完成另外亦得感謝學長姐們、同學們、清大的同學們不厭其煩的與我討論我的研究，且總能在我迷惘時為我解惑，也感謝研究所的同學們、好友小禿，兩年的日子裡，共同的生活點滴，課業上的討論，互相的砥礪，你們的陪伴讓我兩年的研究所生活變得豐富且多采多姿，謝謝你們。

最後我要感謝我的家人，你們在背後的默默支持是我前進的動力，謝謝你們的體諒、包容、鼓勵，讓我可以專心致力於我的研究中，謹將此文獻給你們。