

國立交通大學

電控工程研究所

碩士論文

適用於最佳化輪胎力量分配控制之路面摩擦係數估測法

Estimation of Road Friction Coefficients for Optimum Tire
Force Distribution Control

研究生：藍璟沅

指導教授：蕭得聖 博士

中華民國一〇二年七月

適用於最佳化輪胎力量分配控制之路面摩擦係數估測法
Estimation of Road Friction Coefficients for Optimum Tire Force Distribution
Control

研究生：藍璟沅

指導教授：蕭得聖 博士

Student : Jing-Yuan Lan

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao



中華民國一〇二年七月

適用於最佳化輪胎力量分配控制之路面摩擦係數估測法

學生：藍璟沅

指導教授：蕭得聖 博士

國立交通大學電控工程研究所

摘要

隨著汽車的發明與普及，人們對於車輛的要求日益提高，許多國內外汽車大廠越來越重視車輛安全控制系統的研發，致力於提高車輛的安全性與操控性。而基於成本考量與安全控制系統的需要，許多車輛與輪胎的動態需以估測的方式獲得，藉由這些資訊來幫助安全控制系統穩定的控制車輛行駛。

本研究考慮到車輛行駛中常會遇到各種不同的路面狀況，路況變化會直接影響到輪胎受力，因此可藉由輪胎與路面間受力情形不同來判斷路況變化。透過設計估測系統，即時估測車輛質心之縱向速度、四個輪胎正向力、側向力與摩擦係數，考慮輪胎模型不準確因素，提出以額外參數修正輪胎模型的方法，並透過參數正規化與投影來確保估測結果正確。將估測到的參數回授至最佳化輪胎力量分配控制器，協助此控制器即時得知輪胎與路面間摩擦資訊以提高控制效能。

最後則透過模擬測試所設計之估測系統在路況變化下的估測效果，並驗證了整合於最佳化輪胎力量分配控制器後，估測系統在路面摩擦係數急遽下降的情況，依然能準確估測到摩擦係數，大幅改善此控制器的控制效能，穩定的跟隨給定之參考值。

Estimation of Road Friction Coefficients for Optimum Tire Force Distribution Control

Student : Jing-Yuan Lan

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

Institute of Electrical Control Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

This paper considers driving vehicles on roads with changed surface conditions which make the tire forces, and in turn the vehicle dynamics vary significantly. Therefore, this study presents a real-time estimation algorithm for the longitudinal velocity of the vehicle, and the normal force, lateral force, and road friction coefficient of each wheel. The proposed estimator scheme takes into account uncertain characteristics of the tire model and presents a method to modify the tire model by an additional parameter; then the result of the estimation is enhanced by techniques of normalization and projection. The estimated road friction coefficient and lateral tire force are fed back to the vehicle control system using optimum tire force distribution method for better performance.

Finally, simulations are carried out to test the performance of the proposed estimator under suddenly changed road conditions. In addition, it is verified by simulations that the optimum tire force distribution control system incorporated with the proposed estimation algorithm is able to follow the reference trajectory in the event of suddenly dropped road friction coefficient.

致謝

兩年的研究生涯，終於寫到這一頁，如釋重負卻也難免不捨。此論文的完成，或許不會對世界帶來偉大的影響，卻是伴隨自己成長的重要痕跡。

首先誠摯的感謝蕭得聖博士，願意指導當時那一無所知的我，兩年的師生交流裡，以踏實的研究態度為榜樣，更循循善誘使我了解在研究中如何面對、分析並解決問題，在論文接近完稿的最後一個月裡，更是不厭其煩地為我審視論文格式與內容，讓本論文得以順利完成。

另外亦得感謝我的口試委員徐保羅教授、陳宗麟教授與李綱教授。承蒙各位老師在口試中提供的建議及方向，使得本論文能夠更完善而嚴謹。

兩年的日子裡，實驗室就像第二個家，感謝大學長永洲以身作則，不論颶風下雨永遠準時出現在實驗室，在我研究瓶頸時給予建議，並時常陪我運動打球讓我更有活力面對之後的研究難題。也感謝翊熏、兆平學長的協助，總能指出我研究上的缺失。當然也感謝仲謙同學與維民同學的共同砥礪，在研究進度不甚理想時互相扶持與打氣。同時祐安、文宇與皓歲學弟的鼓勵與幫助，也讓我備感溫馨。

最後我要感謝永遠支持我的家人，提供一個溫暖沉靜的港灣，讓我隨時能夠回家沉澱心情整理思緒，不必分心在其它繁瑣的事情上，無後顧之憂，專心地完成研究。有家人的支持使我在求學的階段能夠一路堅持下去，所以在此我要將此論文獻給我的家人，我的父母。

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	vi
表目錄.....	ix
符號表.....	x
第一章、 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究目的.....	4
1.3 研究貢獻.....	6
1.4 論文架構.....	7
第二章、 相關研究.....	8
2.1 輪胎側向力估測相關研究.....	8
2.2 輪胎與路面間摩擦係數估測相關研究.....	12
第三章、 車輛系統模型.....	15
3.1 車輛動態模型.....	15
3.1.1 7-DOF 簡化車輛模型.....	15
3.1.2 14-DOF 複雜車輛模型.....	19
3.2 輪胎模型.....	19

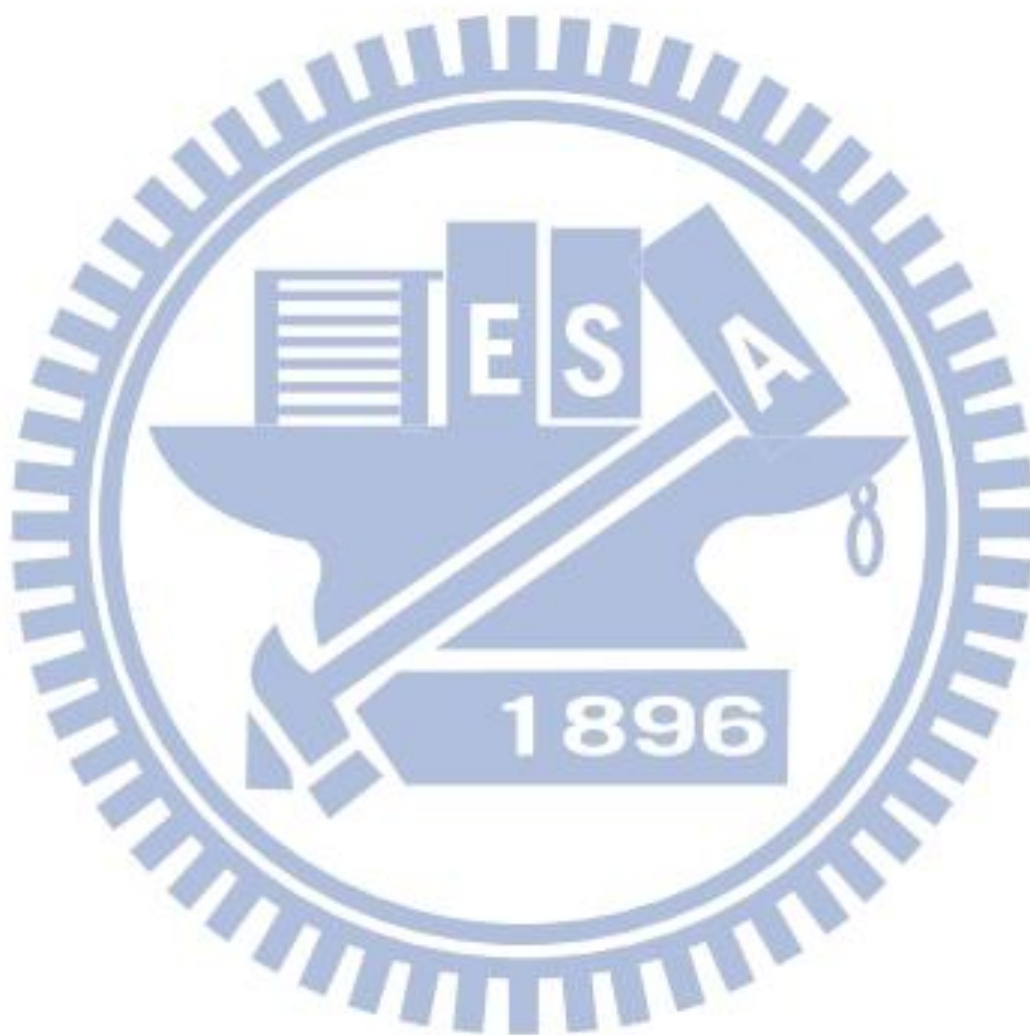
3.2.1	Magic Formula.....	19
3.2.2	Brush 輪胎模型.....	21
第四章、	參數估測系統設計.....	23
4.1	縱向速度估測.....	25
4.2	輪胎正向力估測.....	27
4.3	輪胎側向力估測.....	29
4.4	輪胎與路面間摩擦係數估測.....	32
4.4.1	探討輪胎模型間的差異.....	32
4.4.2	遞迴最小平方估測法.....	34
4.5	最佳化輪胎與路面間摩擦力分配控制器.....	37
4.5.1	上層控制器.....	37
4.5.2	最佳化輪胎與路面間摩擦力分配.....	38
4.5.3	下層控制器.....	40
第五章、	模擬與結果討論.....	43
5.1	修正輪胎模型之參數 k_a	44
5.2	參數估測系統.....	45
5.3	完整控制系統.....	64
第六章、	結論與未來展望.....	82
6.1	結論.....	82
6.2	未來工作.....	83
	參考文獻.....	84

圖目錄

圖 1.1 控制系統流程圖.....	2
圖 1.2 估測系統架構圖.....	4
圖 2.1 估測系統架構圖，擷取自[1].....	10
圖 3.1 輪胎自由體俯視圖.....	15
圖 3.2 車輛自由體俯視圖.....	16
圖 3.3 輪胎轉動自由體圖.....	17
圖 3.4 輪胎側滑角和前進速度示意圖.....	18
圖 3.5 結合縱向力與側向力摩擦力圖.....	21
圖 4.1 控制系統架構圖.....	25
圖 4.2 權重圖，擷取自[13].....	26
圖 4.3 四分之一車輛的懸吊系統，擷取自[11].....	27
圖 4.4 Magic formula 之剛度比值隨輪胎正向力變化關係圖.....	32
圖 4.5 限制條件形成之曲面示意圖.....	35
圖 5.1 修正參數 k_a 與輪胎正向力關係圖.....	45
圖 5.2 模擬一之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖.....	46
圖 5.3 模擬一之車輛質心縱向速度實際與估測結果.....	47
圖 5.4 模擬一之輪胎正向力估測與實際結果.....	47
圖 5.5 模擬一之橫擺角速度(上)、車速(左下)、質心側滑角(右下)估測與實際結果.....	48
圖 5.6 模擬一之輪胎側向力實際與估測結果.....	48
圖 5.7 模擬一之組合滑動限制與實際值.....	49
圖 5.8 模擬一之摩擦係數實際與估測結果.....	50
圖 5.9 模擬二之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖.....	52
圖 5.10 模擬二之車輛質心縱向速度實際與估測結果.....	52
圖 5.11 模擬二之輪胎正向力實際與估測結果.....	53
圖 5.12 模擬二之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果.....	54
圖 5.13 模擬二之輪胎側向力實際與估測結果.....	55
圖 5.14 模擬二之組合滑動限制與實際值.....	56

圖 5.15 模擬二之摩擦係數實際與估測結果	57
圖 5.16 模擬三之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖	58
圖 5.17 模擬三之車輛質心縱向速度實際與估測結果	58
圖 5.18 模擬三之輪胎正向力實際與估測結果	59
圖 5.19 模擬三之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果	60
圖 5.20 模擬三之輪胎側向力實際與估測結果	61
圖 5.21 模擬三之組合滑動限制與實際值	62
圖 5.22 模擬三之摩擦係數實際與估測結果	63
圖 5.23 模擬四之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖	65
圖 5.24 模擬四之車輛質心縱向速度實際與估測結果	65
圖 5.25 模擬四之輪胎正向力實際與估測結果	66
圖 5.26 模擬四之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果	67
圖 5.27 模擬四之輪胎側向力實際與估測結果	68
圖 5.28 模擬四之組合滑動限制與實際值	69
圖 5.29 模擬四之摩擦係數實際與估測結果	70
圖 5.30 模擬四之上層控制器所計算控制輸入之縱向合力(X)	70
圖 5.31 模擬五之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖	71
圖 5.32 模擬五之車輛質心縱向速度實際與估測結果	71
圖 5.33 模擬五之輪胎正向力實際與估測結果	72
圖 5.34 模擬五之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果	73
圖 5.35 模擬五之輪胎側向力實際與估測結果	74
圖 5.36 模擬五之組合滑動限制與實際值	75
圖 5.37 模擬五之摩擦係數實際與估測結果	76
圖 5.38 模擬六之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖	77
圖 5.39 模擬六之回授摩擦係數前的車速參考值與車輛控制結果	78
圖 5.40 模擬六之回授摩擦係數前的質心側滑角參考值與車輛控制結果	78
圖 5.41 模擬六之回授摩擦係數前的橫擺角速度參考值與車輛控制結果	78
圖 5.42 模擬六之摩擦係數實際與估測結果	79
圖 5.43 模擬六之回授摩擦係數後的車速參考值與車輛控制結果	79
圖 5.44 模擬六之回授摩擦係數後的質心側滑角參考值與車輛控制結果	80

圖 5.45 模擬六之回授摩擦係數後的橫擺角速度參考值與車輛控制結果.....	80
圖 5.46 模擬六之回授摩擦係數前後車速之間的控制誤差比較圖.....	80
圖 5.47 模擬六之回授摩擦係數前後質心側滑角之間的控制誤差比較圖.....	81
圖 5.48 模擬六之回授摩擦係數前後橫擺角速度之間的控制誤差比較圖.....	81



表目錄

表 4.1 感測器之雜訊規格	24
表 5.1 模擬中所使用的車輛參數	43



符號表



r	: 橫擺角速度
V_x	: 車輛質心縱向速度
V_y	: 車輛質心側向速度
β	: 車輛質心側滑角
a_x	: 車輛質心縱向加速度
a_y	: 車輛質心側向加速度
g	: 重力加速度
M_z	: 車輛橫擺力矩
I_z	: 橫擺角轉動慣量
m	: 車體質量
m_s	: 車體懸載質量(sprung mass)
h_s	: 車體懸載質量之質心與地面的高度
t_f	: 車輛前輪輪距
t_r	: 車輛後輪輪距
l_f	: 車體質心到前輪軸的距離
l_r	: 車體質心到後輪軸的距離
l	: 前輪軸到後輪軸的距離
δ	: 實際車輪轉向角
δ_d	: 期望車輪轉向角
δ'	: 前一取樣時間實際車輪轉向角
ω	: 輪胎轉動角速度
v	: 輪胎前進速度
I_w	: 輪胎轉動慣量

R_w	: 輪胎等效半徑
r_i	: 輪胎半徑
λ	: 輪胎縱向滑動比
α	: 輪胎側滑角
σ	: 組合滑動(combined slip)
σ_x	: 縱向理論滑動
σ_y	: 側向理論滑動
T_m	: 輪胎扭矩
F_x	: 平行車身之縱向摩擦力
F_y	: 垂直車身之側向摩擦力
F_a	: 平行胎面之縱向摩擦力
F_b	: 垂直胎面之側向摩擦力
F_{a0}	: “Magic formula” 輪胎模型純縱向滑動之縱向摩擦力
F_{b0}	: “Magic formula” 輪胎模型純側向側滑之側向摩擦力
\hat{F}_a	: 平行胎面之縱向摩擦力估測值
F'_{ad}	: 前一取樣時間分配之縱向摩擦力參考值
F'_{bd}	: 前一取樣時間分配之側向摩擦力參考值
F^{Brush}	: Brush 輪胎模型之總合力
F_a^{Brush}	: Brush 輪胎模型之縱向摩擦力
F_b^{Brush}	: Brush 輪胎模型之側向摩擦力
F_a^{Dug}	: Dugoff's 輪胎模型之縱向摩擦力
F_b^{Dug}	: Dugoff's 輪胎模型之側向摩擦力
C_x	: “Magic formula” 輪胎模型之縱向剛度
C_y	: “Magic formula” 輪胎模型之側向(轉向)剛度
C_α	: Brush 輪胎模型之剛度
C_x^{Dug}	: Dugoff's 輪胎模型之縱向剛度

- C_y^{Dug} : Dugoff's 輪胎模型之側向(轉向)剛度
 F_z : 輪胎正向力
 F_{z0} : 車輛等速直線行駛時輪胎正向力
 ε_a : 兩取樣時間分配之縱向摩擦力最大變化量
 ε_b : 兩取樣時間分配之側向摩擦力最大變化量
 ε_δ : 兩取樣時間分配之轉向角最大變化量
 $B_{x,y}$: 輪胎模型參數
 $C_{x,y}$: 輪胎模型參數
 $D_{x,y}$: 輪胎模型參數
 $E_{x,y}$: 輪胎模型參數
 $p_{Hx1,2}$: 輪胎模型參數
 $p_{Vx1,2}$: 輪胎模型參數
 $p_{Vy1,2,3,4}$: 輪胎模型參數
 $\lambda_{Hx,y}$: 輪胎模型參數
 $\lambda_{Vx,y}$: 輪胎模型參數
 λ'_{Vx} : 輪胎模型參數
 $\lambda_{K\gamma\gamma}$: 輪胎模型參數
 $\lambda'_{\mu y}$: 輪胎模型參數
 F'_{z0} : 輪胎模型參數
 ε_{Vx} : 輪胎模型參數
 γ^* : 輪胎模型參數
 $\xi_{0,1,2,4}$: 輪胎模型參數
 $B_{x\alpha}$: 輪胎模型參數
 $C_{x\alpha}$: 輪胎模型參數
 $E_{x\alpha}$: 輪胎模型參數
 α_S : 輪胎模型參數

$S_{Hx\alpha}$: 輪胎模型參數
$B_{y\lambda}$: 輪胎模型參數
$C_{y\lambda}$: 輪胎模型參數
$E_{y\lambda}$: 輪胎模型參數
λ_S	: 輪胎模型參數
$S_{Hy\lambda}$: 輪胎模型參數
$D_{Vy\lambda}$: 輪胎模型參數
$r_{Vy5,6}$: 輪胎模型參數
r_{ref}	: 橫擺角速度參考值
β_{ref}	: 車輛質心側滑角參考值
V_{xref}	: 車輛質心縱向速度參考值
X	: 上層控制器計算所需縱向合力
Y	: 上層控制器計算所需側向合力
M	: 上層控制器計算所需橫擺力矩總和
$S_{X,Y,Z}$: 上層順滑模態控制器之順滑平面
S_a	: 下層順滑模態控制器之順滑平面
μ	: 路面摩擦係數
C_i	: 最佳化輪胎與路面間摩擦力分配之成本函數第 i 個輪胎權重參數
$K_{1,2}$: 估測增益值
$\hat{v}_{xi,k}$: 第 k 個取樣時間點之第 i 個輪胎縱向速度估測值
$\hat{V}_{x,k}$: 第 k 個取樣時間點之車輛質心縱向速度估測值
K_{spring}	: 彈簧彈性係數
K'_{spring}	: 彈簧彈性係數假設值
D_{damper}	: 阻尼係數
H_{ai}	: 第 i 個懸吊系統壓縮長度
m_{ui}	: 第 i 側非懸載質量

$C_{1,2,3}$: 非線性彈簧係數
\hat{F}_z	: 輪胎正向力估測值
τ	: 鬆弛長度
\mathbf{x}_k	: 無味卡爾曼濾波器之狀態向量
\mathbf{y}_k	: 無味卡爾曼濾波器之觀測向量
\mathbf{u}_k	: 無味卡爾曼濾波器之輸入向量
\mathbf{w}_k	: 無味卡爾曼濾波器之狀態雜訊
\mathbf{v}_k	: 無味卡爾曼濾波器之觀測雜訊
$\hat{\mathbf{P}}$: 估測變異矩陣
w_i	: 無味卡爾曼濾波器之權重
η	: 無味卡爾曼濾波器之恆正可調整參數
\mathbf{Q}	: 狀態雜訊的估測變異矩陣
\mathbf{R}	: 觀測雜訊的估測變異矩陣
k_a	: 引入之修正輪胎模型參數
$\boldsymbol{\varphi}$: 回歸向量
$\boldsymbol{\theta}$: 參數向量
C	: 可調整之正規化參數
\mathbf{P}	: RLS 估測法之估測變異矩陣
D	: 限制條件形成之曲面
\vec{n}	: 曲面之法向量
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$: 第 k 個取樣時間之 RLS 估測向量
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{p,k}$: 第 k 個取樣時間經過投影後之 RLS 估測向量
α_p	: 滿足 D 限制的 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{p,k}$ 與 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 的最小距離之倍數
$\hat{\mu}$: 路面摩擦係數估測值

第一章、緒論

1.1 研究背景

近年來汽車的發明與普及，便利了現代人的生活，卻也因此意外事故頻傳，車輛的安全性一直是最值得探討的議題。隨著人們對於車輛的要求日益提高，國內外汽車大廠對於車輛安全系統也越來越重視，為了保護車輛駕駛者的行車安全，使其獲得保障，車輛安全系統已經是汽車設計工業不可或缺的環節。

車輛安全系統分為主動式安全和被動式安全。主動式安全與被動式安全的差別在於主動式安全是指車輛發生撞擊、打滑等危險之前所啟動的輔助裝置，這些裝置在車輛接近失控時便希望利用機械及電子裝置，保持車輛的操控狀態，常見的如防鎖死煞車系統 (Antilock-Braking System : ABS)；被動式安全則是指車輛已經失控的情況下，對於乘坐人員進行被動的保護作用，希望利用結構上的導引與潰縮，盡量吸收撞擊的力量，確保車內乘員的安全，典型的例子就是安全帶。本研究希望改善的為主動式安全系統之控制效能，在像 ABS 這類的安全控制系統中，若能即時得知輪胎與路面間摩擦資訊，就能讓 ABS 系統依照當下路面狀況決定輪胎受力，使車輛有效的達到駕駛者預期之行為。

本研究考慮到車輛行駛中，常會遇到各種不同的路面狀況，其路面狀況會直接影響車輛輪胎與路面間的受力，因此可藉由輪胎與路面間受力情況不同，判斷目前車輛行駛路面的變化。然而，輪胎與路面間摩擦係數會影響輪胎縱向力與側向力的產生，也因此摩擦係數在車輛安全控制系統的分析與設計上便非常重要。透過摩擦係數的估測，即時得知輪胎與路面間資訊，對於控制器在遭遇不同路況時，其控制效能能夠有所提升，例如車輛在行經水坑時，控制器能夠保持車輛穩定不發生打滑，並有效的控制輪胎動態。又或者車輛在轉向時，讓路面提供輪胎較大的摩擦力，使得轉彎半徑能夠縮小達到最有效率的轉向，這些行駛狀況都跟輪胎與路面間資訊有相當大的關係，因此輪胎摩擦力與摩擦係數的估測能讓安全控制系統更準確且有效的控制好輪胎動態。

在輪胎側向力估測方面，已有許多學者做這方面的研究，且有不錯的成果；像是利用卡爾曼濾波器(Kalman Filter：KF)[1]、無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter：UKF)估測[2][3]等等；而摩擦係數估測部分，則大部份採用遞迴最小平方演算法(Recursive least square：RLS)，配合不同之參數化方法估測[1][4][5][6][7]。本研究首先以無味卡爾曼濾波器分別估測四個輪胎之側向摩擦力，並根據輪胎模型的差異，提出修正的輪胎側向模型參數化表示法，再利用 RLS 估測法分別估測得四個輪胎之摩擦係數。其困難點在於克服輪胎模型不準確性(Model uncertainty)，分別且即時估測四個輪胎參數，以及如何提高估測準確度。

關於車輛安全控制系統，本實驗室已設計出基於多數傳統車輛模型：前輪轉向、後輪驅動(front-wheel-steering/rear-wheel-driving)的車輛運動控制器[8][9][10]。控制器架構可分為：上層控制器、最佳化輪胎與路面間摩擦力分配和下層控制器。上層控制器計算出車輛維持行駛路徑所需的縱向、側向合力以及橫擺力矩總和，然後經由最佳化分配出車輛四個輪胎與路面間所需要產生的縱向與側向摩擦力，其中因後輪無法轉向(轉向角恆為零)，並不能作轉向來控制，故需設計控制器以估測後輪側向摩擦力；下層控制器部分，則控制輪胎扭矩大小和輪胎的轉向角度，使得輪胎和路面間產生最佳化分配出來的摩擦力，如圖 1.1 流程說明。

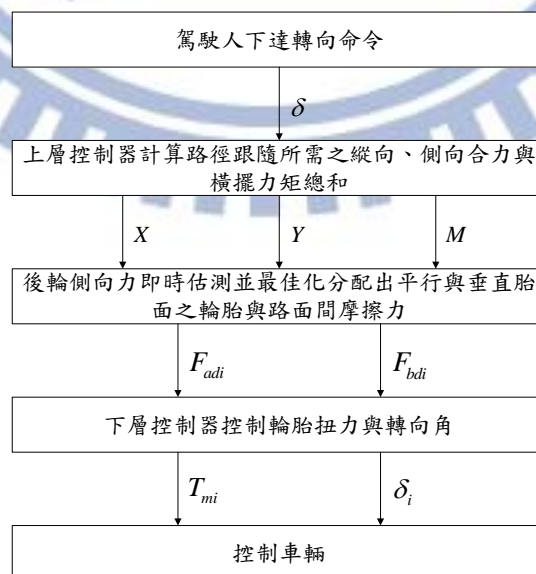


圖 1.1 控制系統流程圖

此最佳化輪胎力量分配控制器，會針對車輛的三個方向運動動態(縱向、側向、橫擺)進行控制，以確保車輛行進軌跡能跟隨給定之參考軌跡，並希望獲得輪胎與路面間產生的摩擦力資訊，來掌握好各輪胎運動動態。每個輪胎所產生的摩擦力最大值為其正向力與路面摩擦係數乘積，當輪胎摩擦力到達最大值時(亦稱為飽和)，表示控制器再無多餘空間作控制，反應到車輛動態在緊急狀況下對駕駛者是危險不利的，所以為了避免輪胎飽和的情況，其控制策略為最佳化輪胎與路面間摩擦力分配控制，而使輪胎與路面之摩擦力遠離飽和點即為最佳化的訴求。

然而，此控制器在摩擦係數部分則當作已知常數運用，但對於實際車輛行駛於路面時，輪胎與路面間摩擦係數會隨著路面狀況而有所改變，在無法即時得知路況改變的情形下，可能造成最佳化輪胎力量分配的效率降低，可能導致輪胎打滑或無法有效率的讓車輛達到駕駛者預期。此外，在下層控制器中，對於輪胎側向力控制部分，因無理想的估測結果只能以開迴路形式設計最佳化轉向角控制器。

本研究希望基於此最佳化輪胎力量分配控制器，致力於即時估測輪胎與路面間摩擦資訊，並回授至控制器作運用，提高最佳化輪胎力量分配的效率，改善其控制效能，使車輛行經不同的路面狀況時，能夠有效的分配輪胎摩擦力且安全的控制車輛行駛。

1.2 研究目的

本研究的目的是在於設計一個車輛狀態即時估測系統，準確估測得縱向速度、輪胎正向力和側向力，以及輪胎與路面間摩擦係數，此完整估測器的發展，能讓控制器即時得知輪胎與路面間的資訊，並改善控制器的效能。

實際上，質心縱向速度並無法以感測器量測而得，故我們以縱向加速度與輪胎轉速估測車輛的縱向速度，而力感測器則因十分昂貴，實際使用上不符合經濟效益，所以我們以懸吊系統來估測輪胎正向力，並將縱向速度與輪胎正向力估測值作為已知運用。

在本實驗室先前的研究裡，輪胎側向力並無理想估測值，而摩擦係數則假設為已知常數，所以我們分別利用無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter: UKF)與遞迴最小平方估測法(Recursive Least Square: RLS)即時估測四個輪胎之側向摩擦力以及摩擦係數，並致力於提高估測準確性與參數收斂速度。

完整的參數估測系統架構圖，如圖 1.2。

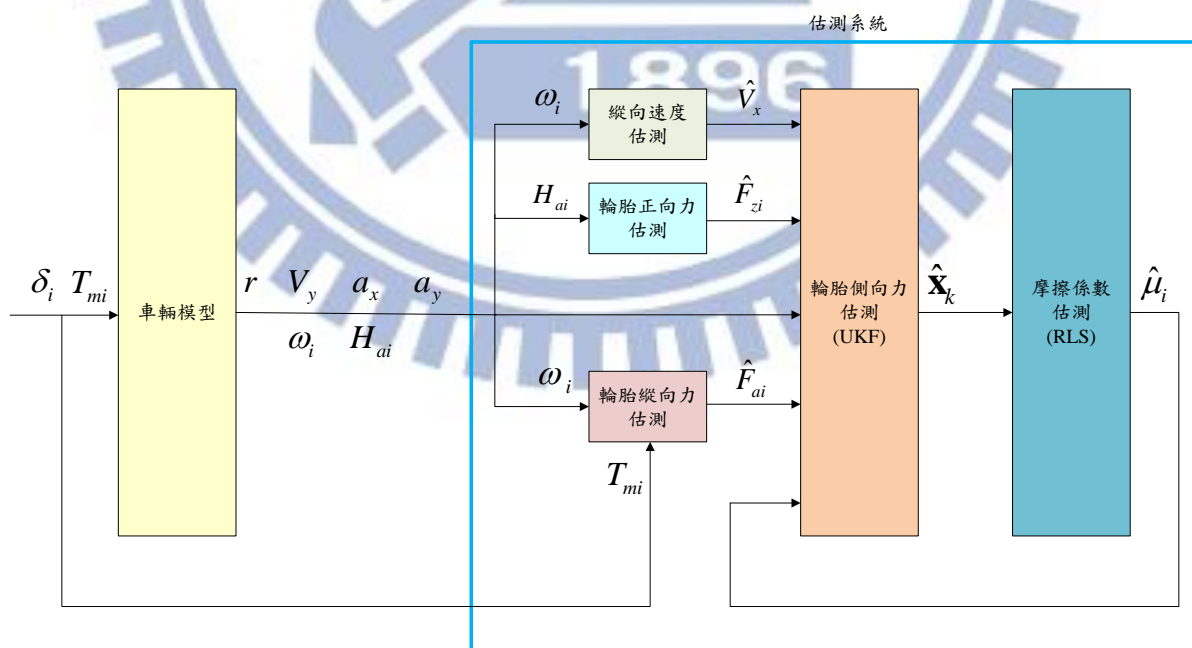


圖 1.2 估測系統架構圖

圖中之 δ_i 、 T_{mi} 分別為各個輪胎的轉向角與輪胎扭力，其中 $i = 1,2,3,4$ ，分別代表左前、右前、左後與右後輪。 r 、 V_y 、 a_x 和 a_y 分別表示橫擺角速度、車輛質心側向速度、縱向與側向加速度， ω_i 為輪胎轉速， H_{ai} 為第 i 個輪胎的懸吊系統壓縮長度； \hat{V}_x 、 \hat{F}_{zi} 、 \hat{F}_{ai} 與 $\hat{\mu}_i$ 分別為估測得到的縱向速度、第 i 個輪胎的正向力、側向力與摩擦係數；而 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 則是第 k 個取樣時間的估測狀態向量，包含估測到的質心側滑角(Side slip angle)與四個輪胎之側向摩擦力，將會在 4.3 節詳細介紹。

輪胎縱向力估測的部分，本研究參考[8]所提出之方法，以輪胎扭力與轉速即時估測四個輪胎之縱向摩擦力，在估測系統裡將此估測值作為已知運用。最後將此完整的參數估測系統，配合本實驗室原有之最佳化輪胎力量分配控制器作模擬，將估測得到的參數回授至控制器，以驗證此估測系統之正確性與可行性。



1.3 研究貢獻

本研究設計的完整參數估測系統，包含了縱向速度、輪胎正向力、輪胎側向力和輪胎與路面間摩擦係數的即時估測。而使用的演算法只需利用現在市面上廣泛使用的車用感測器，如陀螺儀、加速規等，就能估測到輪胎與路面間摩擦資訊，一般得到輪胎與路面間摩擦資訊的傳統方法，並無法即時得知四個輪胎的摩擦係數，在行經同時有多種狀況的路面時，便會造成估測不準確，而使車輛陷入打滑不穩定的險境。

為了準確估測到四個輪胎之摩擦係數，在設計估測系統時假設一個非線性輪胎模型，並考慮其動態與真實輪胎間模型不準確性(Model uncertainty)問題，提供實際模擬方法，找出參數對輪胎模型進行修正，接著為了讓演算法能收斂到正確值與估測參數的唯一性，我們在演算過程中將量測已知稍作修正，並將估測結果投影至限制條件形成的曲面，以確定估測後的參數符合限制。

此外，為了更貼近真實車輛，在模擬時參考[11]裡的完整車輛模型，考慮了車身側傾(Roll)與俯仰(Pitch)運動動態，同時估測了縱向速度與輪胎正向力，並將估測值當作已知運用。而又為了驗證估測系統之可行性，將結合本實驗室先前設計出之最佳化輪胎力量分配控制器，此控制器因無理想的輪胎側向力估測值，摩擦係數亦當作已知常數運用，故本研究將會即時估測輪胎與路面間之側向摩擦力與摩擦係數，並回授至控制器改善其控制效能。

一般控制器，對於車輛行經不同路面時，並無法即時得知路況的改變，可能造成車輛打滑或控制效能不佳，而由於本研究所設計的方法，能夠即時且分別估測四個輪胎之側向力與摩擦係數，依然能夠準確得知路面變化，協助控制器控制車輛跟隨給定之參考軌跡，使車輛行駛於安全的路徑，以保護駕駛者安全。

1.4 論文架構

論文各章節的編排如下

第一章 緒論：描述研究背景、目的與貢獻。

第二章 相關研究：介紹各種不同輪胎側向摩擦力與摩擦係數估測的方法，然後簡介本研究使用方法的的不同。

第三章 車輛系統模型：本研究設計使用的車輛模型為一個考慮車輛縱向、側向速度和橫擺角速度運動的動態模型；車輛驅動方式為前輪轉向、後輪驅動。

第四章 參數估測系統：包含縱向速度、輪胎正向力、輪胎側向力與輪胎與路面間摩擦係數的即時估測；簡單介紹最佳化輪胎力量分配控制器。

第五章 模擬與結果討論：模擬各種路面狀況下參數估測的結果，並結合本實驗室之最佳化輪胎力量分配控制器，驗證此估測系統的可行性與必要性。

第六章 結論與未來展望：總結本研究並提出未來能更深入發展的方向。

第二章、 相關研究

近年來車用電子蓬勃發展，安全性與穩定性的考量尤其重要，目前許多車輛安全控制系統由於成本考量，大多採用較便宜感測器能量測到的資訊，例如橫擺角速度、車輛加速度等。然而輪胎與路面間的摩擦資訊對於車輛安全控制系統非常重要，輪胎的受力情況與路面狀況的改變都可能影響車輛行駛安全，但力感測器的價格十分昂貴，造成輪胎側向力難以量測，而摩擦係數則因無感測器可使用，只能依靠估測，也因此許多研究希望在使用較低成本感測器的情況下，即時估測輪胎與路面間摩擦資訊，以提供車輛控制系統運用。

車輛行駛中常會遇到各種不同的路面狀況，若能即時得知路面狀況，對於提升車輛安全控制系統的效能將有明顯的幫助，近年來有許多學者針對輪胎與路面間摩擦資訊的估測作深入探討，相關研究及估測方法陸續被學者們所提出。在輪胎側向力估測部分，多數利用卡爾曼濾波器，其差異在於卡爾曼濾波器的選擇，以及系統簡化程度，而摩擦係數估測方面，則絕大部分採用遞迴最小平方法(Recursive Least Square: RLS)估測參數，差別在於參數化過程的不同，像是線性化輪胎模型、參數修正輪胎模型等方式。本章節將會針對輪胎側向力與摩擦係數估測的相關研究進行探討與分析。

2.1 輪胎側向力估測相關研究

在輪胎側向力估測的方法裡，多數先前研究採用卡爾曼濾波器(Kalman Filter: KF)，但由於卡爾曼濾波器只能處理線性系統，所以發展出推廣卡爾曼濾波器(Extend Kalman Filter: EKF)，其處理非線性系統的方法是將非線性函數取泰勒級數(Taylor series)展開，進行一階線性化並忽略高階項，但缺點是精確度較低，對系統反應較遲緩且穩定性差。最後將其改良，發展出無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter: UKF)，其好處是能讓非線性系統適用於線性假設下的卡爾曼濾波器，精確度高，對系統反應也較快。

M. Choi, J. J. Oh, and S. B. Choi[1]提出結合縱向與側向動態的 Brush 輪胎模型，其好處是估測參數較少，方便參數線性化，正確性提高，且相較於其他簡易輪胎模型更能描述真實輪胎，結合縱向與側向動態之 Brush 輪胎模型可表示如下：

$$F_{x,i} = \frac{C_x \left(\frac{\kappa_i}{1+\kappa_i} \right)}{f_i} F_i$$

$$F_{y,i} = \frac{C_\alpha \left(\frac{\tan \alpha_i}{1+\kappa_i} \right)}{f_i} F_i$$

$i=1,2,3,4$ (2.1)

；其中 $F_i = \begin{cases} f_i - \frac{1}{3\mu F_{z,i}} f_i^2 + \frac{1}{27\mu^2 F_{z,i}^2} f_i^3, & f_i \leq 3\mu F_{z,i} \\ \mu F_{z,i}, & \text{otherwise} \end{cases}$

$$f_i = \sqrt{C_x^2 \left(\frac{\kappa_i}{1+\kappa_i} \right)^2 + C_\alpha^2 \left(\frac{\tan \alpha_i}{1+\kappa_i} \right)^2}$$

$$\kappa_i = \frac{R_{e,i} \omega_i - V_{xt,i}}{V_{xt,i}}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} - \tan^{-1} \begin{bmatrix} \frac{V_y + l_f r}{V_x} \\ \frac{V_y + l_f r}{V_x} \\ \frac{V_y - l_r r}{V_x} \\ \frac{V_y - l_r r}{V_x} \end{bmatrix}$$

；其中 C_x 、 C_α 為縱向、側向剛度(Cornering stiffness)， μ 為摩擦係數； κ_i 、 α_i 分別為縱向滑動比與輪胎側滑角； δ_i 為輪胎轉向角； V_x 、 V_y 為車輛質心之縱向、側向速度； r 為橫擺角速度； $R_{e,i}$ 為輪胎有效半徑； ω_i 為輪胎轉速； $V_{xt,i}$ 為沿著輪胎轉動方向之速度。下標 i 代表第 i 個輪胎。

其估測流程如圖 2.1，量測到所需資訊後透過卡爾曼濾波器得知輪胎個別縱向力與前、後輪側向力總和。

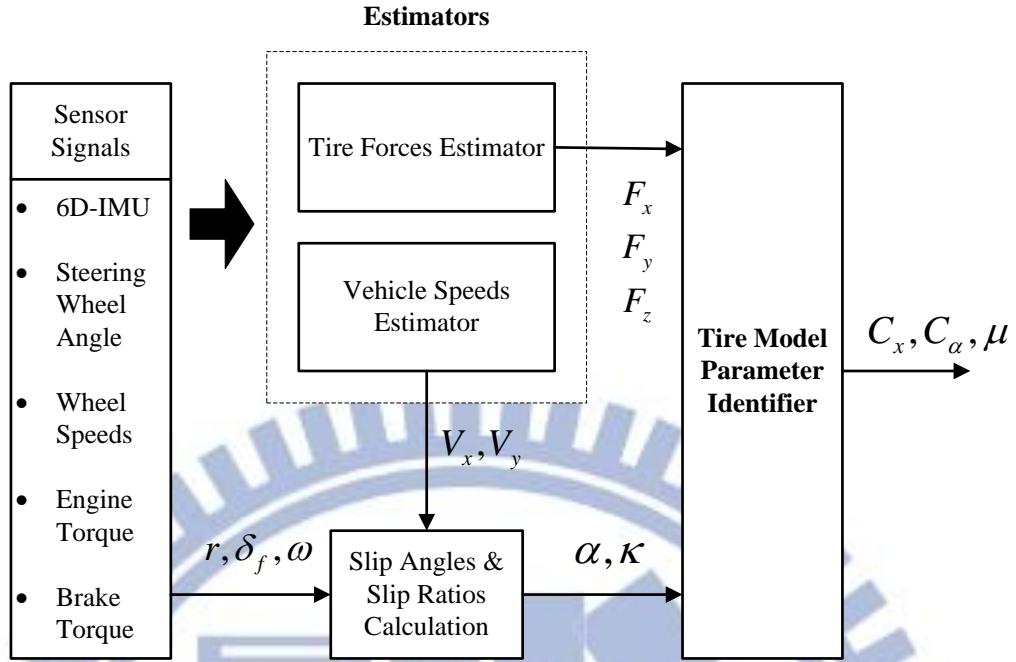


圖 2.1 估測系統架構圖，擷取自[1]

其好處是不需對量測訊號微分便不會造成龐大的計算量，此研究提到兩種估測方式：利用較多感測器估測方法與簡化估測方法，差別在於前者需要能夠量測到橫擺角速度、縱向與側向加速度、輪胎轉速與扭力，可將狀態項 $x(t)$ ，量測項 $z(t)$ 表示如下：

$$x(t) = [F \quad \Omega \quad r]^T \quad (2.2)$$

$$; F = [F_{x,1} \quad F_{x,2} \quad F_{x,3} \quad F_{x,4} \quad F_{y,f} \quad F_{y,r}] ; \Omega = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4]$$

$$z(t) = [a_x \quad a_y \quad r \quad \omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4]^T \quad (2.3)$$

；其中 $F_{y,f} = F_{y,1} + F_{y,2}$ ， $F_{y,r} = F_{y,3} + F_{y,4}$ 為前、後輪側向力總和，而 $F_{y,1}$ 、 $F_{y,2}$ 、 $F_{y,3}$ 與 $F_{y,4}$ 則分別代表左前輪、右前輪、左後輪與右後輪之側向力。

後者估測方法並不需要輪胎轉速與扭力資訊，成本相對便宜，但因簡化後縱向力估測部分會因為只能分別考慮加減速狀況分配估測而得之總縱向力，而造成估測效果降低，簡化後(2.2)與(2.3)式修正如下：

$$x(t) = [F_x \quad F_{y,f} \quad F_{y,r} \quad r]^T \quad (2.4)$$

$$z(t) = [a_x \quad a_y \quad r]^T \quad (2.5)$$

以上兩者方法，皆無法單獨估測得到四個輪胎的側向力，只能得到前、後輪側向力總和，平均分配給兩側輪胎，然而車輛在轉向時，左右側輪胎受力情況可能不同，如此假設容易造成估測誤差而影響控制器效能。

而 M. Doumiati, A. C. Victorino, A. Charara, and D. Lechner 與 Q. Cheng, A. Correa-Victorino and A. Charara 則分別在[2]和[3]使用另一種能夠處理非線性系統之卡爾曼濾波器(UKF)，透過無味轉換(Unscented transform)使非線性系統能夠適用於線性假設下的卡爾曼濾波器，需要得知的資訊有橫擺角速度、縱向與側向加速度、輪胎轉向角與轉速，輪胎模型則使用較簡易的 Dugoff's 輪胎模型[12]，狀態項 X ，量測項 Y ，輸入項 U 分別表示如下：

$$X = [\dot{\psi} \quad V_g \quad \beta \quad F_{y11} \quad F_{y12} \quad F_{y21} \quad F_{y22} \quad F_{x1}]^T \quad (2.6)$$

$$Y = [\dot{\psi} \quad V_g \quad a_x \quad a_y]^T \quad (2.7)$$

$$U = [\delta \quad F_{z11} \quad F_{z12} \quad F_{z21} \quad F_{z22}]^T \quad (2.8)$$

透過 UKF 演算法可以得到欲估測的狀態項，其缺點是必須忽略後輪縱向力的影響，以後輪轉速計算車速，並假設 F_{x1} 為前輪縱向力總和，此假設可能造成估測誤差，尤其在車輛轉向角度大時，會由於輸入已知資訊較少，導致欲估測的向量維度較大而影響到系統收斂的速度。此外，該研究也有比較 EKF 演算法與 UKF 演算法的不同，在車輛與輪胎動態較大的情況下，由於 EKF 演算法採用一階線性化近似來處理非線性系統，必須忽略高階項的影響，造成線性化誤差，而 UKF 演算法卻能藉由無味轉換(Unscented transform)克服此問題，且該研究也證明了 UKF 演算法能夠應用於模擬，並以實際車輛驗證了可行性。

因此本研究將採用無味卡爾曼濾波器(UKF)，估測出質心側滑角以及輪胎側向力，且透過扭矩感測器事先估測四個輪胎的縱向力，增加輸入已知資訊，同時減少需要估測的狀態向量維度，讓本研究的估測系統相較於先前的相關文獻能夠加快估測時的收斂速度，改良估測效果。

2.2 輪胎與路面間摩擦係數估測相關研究

摩擦係數對於輪胎摩擦力的產生非常重要，其關鍵在於輪胎能產生的最大合力為摩擦係數與輪胎正向力的乘積，此乘積值會影響到車輛安全控制系統能否掌握好輪胎動態，因此摩擦係數的估測部分越來越受到重視。多數研究大多採用遞迴最小平方演算法 (Recursive Least Square : RLS)，主要差異在於輪胎模型的修正。

M. Choi, J. J. Oh, and S. B. Choi 的研究[1]裡就對 Brush 輪胎模型進行修正，如(2.1)與(2.2)式。將剛度提出，可視為對原始輪胎模型之修正，使其更加接近真實輪胎模型。而且因為修正後的輪胎模型無法參數分離出估測項，所以將量測項作近似並偏微，如下所示：

$$y(k) = f(k, \theta) + v \quad (2.9)$$

$$V(\hat{\theta}, k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} (y(i) - f(i, \hat{\theta}))^2 \quad (2.10)$$

；其中 λ 為遺忘因子(forgetting factor)，適當選取可改善 RLS 演算法的收斂速度，參考[1]。

(2.9)式可被近似為以下型式：

$$y(k) \approx F(k)(\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-1)) + f(\hat{\theta}(k-1), k) \quad (2.11)$$

；其中 $F(k) = \left. \frac{\partial f(\theta, k)}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}(k-1)}$ 。

將 $z(k)$ 定義如下：

$$z(k) = y(k) + F(k)\hat{\theta}(k-1) - f(\hat{\theta}(k-1), k) \quad (2.12)$$

將(2.11)式代入(2.12)式，可近似成以下線性化型式：

$$z(k) \approx F(k)\hat{\theta}(k) \quad (2.13)$$

需要被估測的參數則被定義如下：

$$\theta(k) = [C_x \quad C_\alpha \quad \mu]^T \quad (2.14)$$

另外在車輛兩側為不同路況時，將(2.14)式修正如下：

$$\theta(k) = [C_x \quad C_\alpha \quad \mu_l \quad \mu_r]^T \quad (2.15)$$

；其中 μ_l 、 μ_r 為車輛左、右兩側之摩擦係數。

接著透過 RLS 演算法有效利用量測已知，即時估測輪胎摩擦係數 μ ，並在車輛左右側輪胎經過不同路面時，依然能夠得知其路面變化。不過此方法無法分別估測四個輪胎的摩擦係數，且參數收斂慢，無法立即察覺路面變化，同時也無從得知該研究對輪胎模型不準確性(Model uncertainty)的穩健邊界(Robustness Margin)。

而 R. Rajamani, G. Phanomchoeng, D. Piyabongkarn, and J. Y. Lew 之研究[4]裡則是選擇以輪胎的縱向動態來估測摩擦係數，忽略側向動態後，設計一個正規化的參數如下：

$$\rho = \frac{F_x}{F_z} = K \sigma_x \quad (2.16)$$

縱向滑動比 σ_x 則如以下所定義：

$$\sigma_x = \frac{(r_{eff} \omega_w - V_x)}{V_x} \quad \text{during braking} \quad (2.17)$$

$$\sigma_x = \frac{(r_{eff} \omega_w - V_x)}{r_{eff} \omega_w} \quad \text{during acceleration} \quad (2.18)$$

只要能夠得知四個輪胎的縱向摩擦力，便能以 RLS 演算法得知參數 K ，最後如以下(2.19)式計算可得摩擦係數 μ 。

$$\mu = AK + C \quad (2.19)$$

；其中 $A=0.026$ ， $C=0.047$ 。

此方法可能衍生的問題有，如何以實驗得知(2.19)式，又怎麼證明此參數正確，此外，只有考慮車輛的縱向動態，而忽略側向動態的影響，代表車輛在作轉向時，此方法無法正確估測。

J. Hahn, R. Rajamani, and L. Alexander 在[5]裡選擇將可得知的回歸(Regressor)向量利用參數間的關係式取代，藉此減少估測與回歸向量之維度，並透過正規化的估測誤差

修正估測向量中參數間關係式，變相達到修正輪胎模型之效果。

以上所介紹之研究皆利用 RLS 估測法，不同於上述之先前文獻，C. Ahn, H. Peng, and H. E. Tseng[6][7]則利用輪胎側向與橫擺動態，分別得到輪胎側滑角(Slip angle)與自校準扭矩(Self-aligning torque)和摩擦係數的關係式，最後以代數方法得到摩擦係數。

綜合以上之摩擦係數相關研究，皆無法分別估測到四個輪胎的摩擦係數，所以本研究將同時考慮輪胎縱向與側向動態，並從輪胎模型間的物理意義探討其差異，提出克服輪胎模型不準確性(Model uncertainty)的方法，在路面狀況改變時依舊能即時且正確的分別估測出四個輪胎的摩擦係數。



第三章、車輛系統模型

本章節將介紹本研究所使用的車輛系統模型，包括模擬用的 14 個自由度的複雜模型與設計估測器和控制器時使用的 7 個自由度的簡化模型。七個自由度包括：車輛縱向、側向速度運動、橫擺角速度動態，以及四個輪胎的轉動動態。而複雜模型則另外加上車身側傾(Roll)俯仰(Pitch)與垂直運動的動態，以及四個懸吊系統的動態，複雜模型與簡化模型皆假設車輛與一般傳統車輛一樣為前輪轉向、後輪驅動模式。在輪胎模型部分，複雜模型採用結合縱向力與側向力關係的 Magic Formula 輪胎模型，而簡化模型則採用較簡單的 Brush 輪胎模型。

3.1 車輛動態模型

3.1.1 7-DOF 簡化車輛模型

影響車輛的動態，大部分取決於輪胎與路面間接觸所產生的摩擦力，輪胎自由體俯視圖，如圖 3.1：

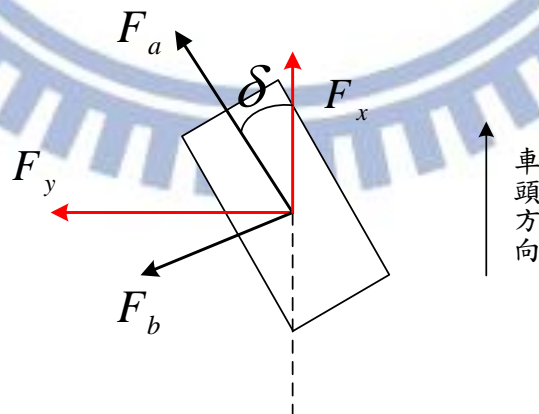


圖 3.1 輪胎自由體俯視圖

F_a 為平行胎面之縱向摩擦力， F_b 為垂直胎面之側向摩擦力； δ 為車輪轉向角。依照向量的概念，將 F_a 和 F_b 分解成平行車身的力 F_x 與垂直車身的力 F_y ，如下：

$$\begin{aligned} F_x &= F_a \cos \delta - F_b \sin \delta \\ F_y &= F_a \sin \delta + F_b \cos \delta \end{aligned} \quad (3.1)$$

若忽略車身的側傾(Roll)與俯仰(Pitch)運動及車輛行駛間空氣阻力或外界額外的擾動的影響，假設車輛所受的外力與橫擺力矩皆由輪胎與路面間摩擦力所造成。輪胎與路面間摩擦力影響車輛動態自由體俯視圖，如圖 3.2 所示。利用牛頓第二運動定律和尤拉運動方程式推導得知車輛動態方程式，表示如(3.2~3.4)式：

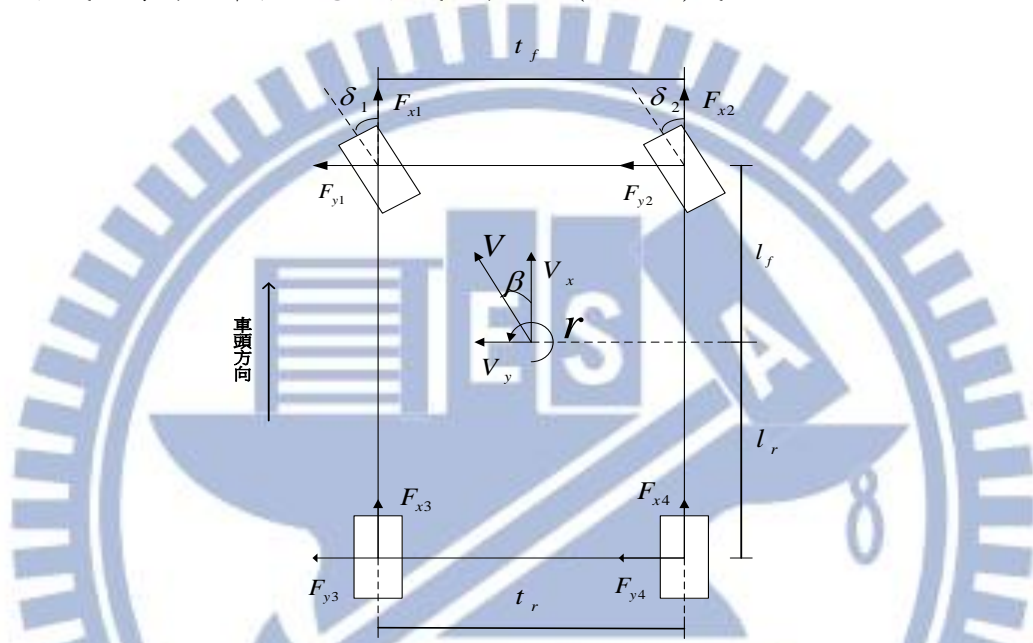


圖 3.2 車輛自由體俯視圖

$$ma_x = \sum_{i=1}^4 F_{xi} = (F_{a1} \cos \delta_1 - F_{b1} \sin \delta_1) + (F_{a2} \cos \delta_2 - F_{b2} \sin \delta_2) + F_{a3} + F_{a4} \quad (3.2)$$

$$ma_y = \sum_{i=1}^4 F_{yi} = (F_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1) + (F_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) + F_{b3} + F_{b4} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} I_z \dot{r} &= -F_{x1} \frac{t_f}{2} + F_{x2} \frac{t_f}{2} - F_{x3} \frac{t_r}{2} + F_{x4} \frac{t_r}{2} + F_{y1} l_f + F_{y2} l_f - (F_{y3} + F_{y4}) l_r \\ &= -(F_{a1} \cos \delta_1 - F_{b1} \sin \delta_1) \frac{t_f}{2} + (F_{a2} \cos \delta_2 - F_{b2} \sin \delta_2) \frac{t_f}{2} - F_{a3} \frac{t_r}{2} + F_{a4} \frac{t_r}{2} \\ &\quad + (F_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1) l_f + (F_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) l_f - (F_{b3} + F_{b4}) l_r \end{aligned} \quad (3.4)$$

；其中車輛縱向加速度(a_x)和側向加速度(a_y)，如(3.5)和(3.6)式：

$$a_x = \dot{V}_x - rV_y \quad (3.5)$$

$$a_y = \dot{V}_y + rV_x \quad (3.6)$$

$\sum_{i=1}^4 F_{xi}$ 、 $\sum_{i=1}^4 F_{yi}$ 和 $\sum M_z$ 為作用於車輛動態的縱向合力、側向合力和橫擺力矩總和。 m 和 I_z 為車體質量和橫擺轉動慣量。 V_x 、 V_y 和 r 分別表示車輛質心縱向速度、側向速度和橫擺角速度； β 為車體質心側滑角。 t_f 為車輛前輪輪距， t_r 為後輪輪距， l_f 為車體質心到前輪軸的距離， l_r 為車體質心到後輪軸的距離。 δ_i 為各個輪胎轉向角，我們定義逆時針轉向角為正，反之為負。而在此模型中前輪轉向角具有阿克曼角限制，如(3.7)式：

$$\cot \delta_2 - \cot \delta_1 = \frac{t_f}{l_f + l_r} \quad (3.7)$$

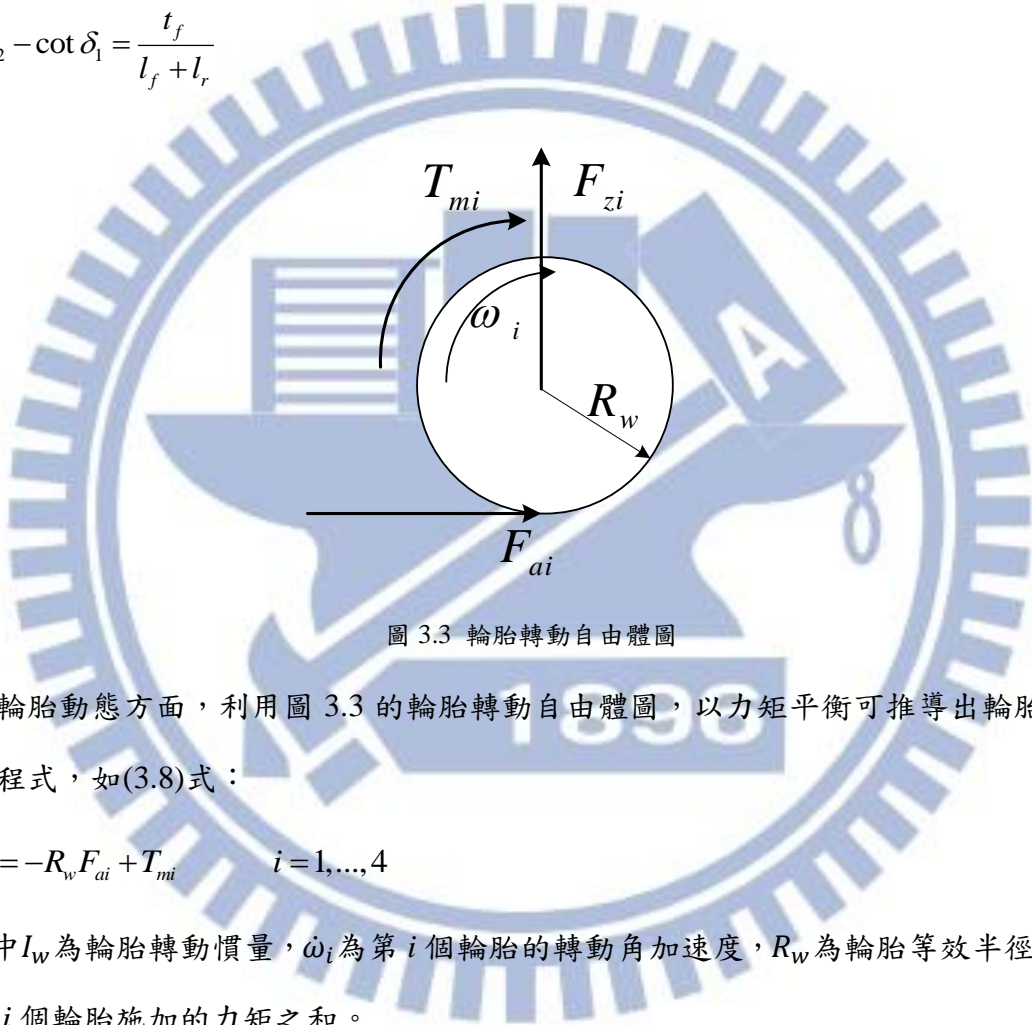


圖 3.3 輪胎轉動自由體圖

輪胎動態方面，利用圖 3.3 的輪胎轉動自由體圖，以力矩平衡可推導出輪胎旋轉動態方程式，如(3.8)式：

$$I_w \dot{\omega}_i = -R_w F_{ai} + T_{mi} \quad i=1, \dots, 4 \quad (3.8)$$

；其中 I_w 為輪胎轉動慣量， $\dot{\omega}_i$ 為第 i 個輪胎的轉動角加速度， R_w 為輪胎等效半徑， T_{mi} 為對第 i 個輪胎施加的力矩之和。

輪胎與路面間摩擦力作用下造成輪胎縱向滑動與側滑，輪胎縱向滑動比(Slip ratio)定義如(3.9)式：

$$\lambda_i = \frac{R_w \omega_i - v_i \cos \alpha_i}{\max\{R_w \omega_i, v_i \cos \alpha_i\}} \quad i=1, \dots, 4 \quad (3.9)$$

； v_i 表示為第 i 個輪胎的前進速度，表示如下：

$$\begin{aligned}
v_1 &= \sqrt{\left(V_x - \frac{t_f}{2}r\right)^2 + (V_y + l_f r)^2} \\
v_2 &= \sqrt{\left(V_x + \frac{t_f}{2}r\right)^2 + (V_y + l_f r)^2} \\
v_3 &= \sqrt{\left(V_x - \frac{t_r}{2}r\right)^2 + (V_y - l_r r)^2} \\
v_4 &= \sqrt{\left(V_x + \frac{t_r}{2}r\right)^2 + (V_y - l_r r)^2}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

而輪胎側滑角(Slip angle: α_i)為輪胎轉動方向與速度方向之間的夾角，如(3.11)式。

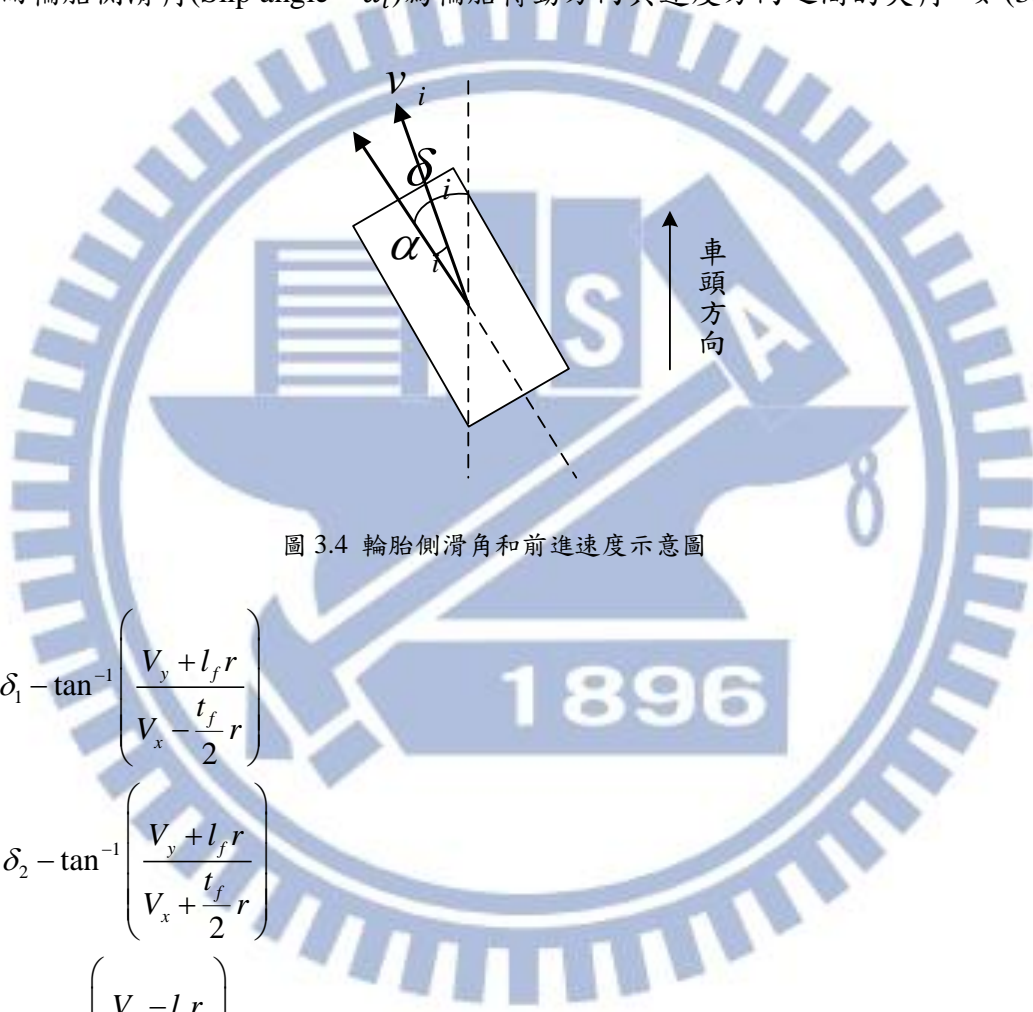


圖 3.4 輪胎側滑角和前進速度示意圖

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \delta_1 - \tan^{-1} \left(\frac{V_y + l_f r}{V_x - \frac{t_f}{2}r} \right) \\
\alpha_2 &= \delta_2 - \tan^{-1} \left(\frac{V_y + l_f r}{V_x + \frac{t_f}{2}r} \right) \\
\alpha_3 &= -\tan^{-1} \left(\frac{V_y - l_r r}{V_x - \frac{t_r}{2}r} \right) \\
\alpha_4 &= -\tan^{-1} \left(\frac{V_y - l_r r}{V_x + \frac{t_r}{2}r} \right)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

3.1.2 14-DOF 複雜車輛模型

此完整之複雜車輛模型參考[11]所設計，主要包含懸載質量系統(Sprung mass system)與非懸載質量系統(Unsprung mass system)，其中懸載質量系統假設為剛體運動(Rigid body motion)，並考慮了側傾(Roll)、俯仰(Pitch)與橫擺(Yaw)運動動態，而非懸載質量系統則包含方向盤轉向系統、懸吊系統、非線性輪胎模型與輪胎動態系統。本研究將利用此複雜模型模擬車輛在不同的駕駛行為與路面狀況下的動態行為。

3.2 輪胎模型

3.2.1 Magic Formula

輪胎與路面間產生的摩擦力會直接影響到車輛動態的運動。本研究中模擬所使用的輪胎模型為 Pacejka[12]所提出的“Magic formula”，(3.1)式中平行胎面的力(F_a)與垂直胎面的力(F_b)即是利用此非線性的模型來描述。在此非線性的輪胎模型純縱向滑動 F_{a0} (Pure longitudinal slip)會與縱向滑動比(Slip ratio)有一非線性關係，純側向側滑 F_{b0} (Pure side slip)則與側滑角(Slip angle)存在一非線性關係，且都會受到輪胎所受之正向力(F_z)的影響。此模型如(3.12)與(3.13)式表示：

$$F_{a0} = D_x \sin \left\{ C_x \tan^{-1} \left[B_x \lambda_x - E_x \left(B_x \lambda_x - \tan^{-1} (B_x \lambda_x) \right) \right] \right\} + S_{Vx} \quad (3.12)$$

$$F_{b0} = D_y \sin \left\{ C_y \tan^{-1} \left[B_y \alpha_y - E_y \left(B_y \alpha_y - \tan^{-1} (B_y \alpha_y) \right) \right] \right\} + S_{Vy} \quad (3.13)$$

；其中 $\lambda_x = \lambda + S_{Hx}$

$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2} df_z) \cdot \lambda_{Hx}$$

$$S_{Vx} = F_z \cdot (p_{Vx1} + p_{Vx2} df_z) \cdot \{ |V_{cx}| / (\varepsilon_{Vx} + |V_{cx}|) \} \cdot \lambda_{Vx} \cdot \lambda'_{Vx} \cdot \xi_1$$

$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} df_z) \cdot \lambda_{Hy} + p_{Hy3} \gamma^* \cdot \lambda_{Ky\gamma} \cdot \xi_0 + \xi_4 - 1$$

$$S_{Vy} = F_z \cdot \{(p_{Vy1} + p_{Vy2}df_z) \cdot \lambda_{Vy} + (p_{Vy3} + p_{Vy4}df_z)\gamma^* \cdot \lambda_{Ky\gamma}\} \cdot \lambda'_{\mu y} \cdot \xi_2$$

$$df_z = \frac{F_z - F_{z0}}{F_{z0}}$$

$$V_{cx} = v \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha_y = \alpha^* + S_{Hy}$$

$$\alpha^* = \tan\alpha \cdot \text{sgn}(V_{cx})$$

；其中 λ 為輪胎滑動比、 α 為輪胎側滑角， v 為輪胎的前進速度，如(3.10)式表示，

$B_{x,y}$ 、 $C_{x,y}$ 、 $D_{x,y}$ 、 $E_{x,y}$ 、 $p_{Hx1,2}$ 、 $p_{Vx1,2}$ 、 $p_{Hy1,2,3}$ 、 $p_{Vy1,2,3,4}$ 、 $\lambda_{Hx,y}$ 、 $\lambda_{Vx,y}$ 、 λ'_{Vx} 、 $\lambda_{Ky\gamma}$ 、 $\lambda'_{\mu y}$ 、 F'_{z0} 、 ε_{Vx} 、 γ^* 、 $\xi_{0,1,2,4}$ 為輪胎模型參數，可參考[12]。

當考慮輪胎動態同時發生縱向滑動和側向側滑時，(3.1)式中平行胎面的力(F_a)與垂直胎面的力(F_b)將如下所示：

$$F_a = G_{x\alpha} \cdot F_{a0} \quad (3.14)$$

$$F_b = G_{y\lambda} \cdot F_{b0} + S_{Vy\lambda} \quad (3.15)$$

；其中 $G_{x\alpha} = \cos[C_{x\alpha} \tan^{-1}\{B_{x\alpha}\alpha_S - E_{x\alpha}(B_{x\alpha}\alpha_S - \tan^{-1}(B_{x\alpha}\alpha_S))\}]/G_{x\alpha 0}$

$$G_{x\alpha 0} = \cos[C_{x\alpha} \tan^{-1}\{B_{x\alpha}S_{Hx\alpha} - E_{x\alpha}(B_{x\alpha}S_{Hx\alpha} - \tan^{-1}(B_{x\alpha}S_{Hx\alpha}))\}]$$

$$G_{y\lambda} = \cos[C_{y\lambda} \tan^{-1}\{B_{y\lambda}\lambda_S - E_{y\lambda}(B_{y\lambda}\lambda_S - \tan^{-1}(B_{y\lambda}\lambda_S))\}]/G_{y\lambda 0}$$

$$G_{y\lambda 0} = \cos[C_{y\lambda} \tan^{-1}\{B_{y\lambda}S_{Hy\lambda} - E_{y\lambda}(B_{y\lambda}S_{Hy\lambda} - \tan^{-1}(B_{y\lambda}S_{Hy\lambda}))\}]$$

$$S_{Vy\lambda} = D_{Vy\lambda} \sin[r_{Vy5} \tan^{-1}(r_{Vy6}\lambda)]$$

；其中 $B_{x\alpha}$ 、 $C_{x\alpha}$ 、 $E_{x\alpha}$ 、 α_S 、 $S_{Hx\alpha}$ 、 $B_{y\lambda}$ 、 $C_{y\lambda}$ 、 $E_{y\lambda}$ 、 λ_S 、 $S_{Hy\lambda}$ 、 $D_{Vy\lambda}$ 、 $r_{Vy5,6}$ 為輪胎模型參數，可參考[12]。

在不同的側滑角下，結合縱向力與側向力的非線性輪胎模型， F_a 與 F_b 摩擦力圓關係，如圖3.5。摩擦力圓就是描述輪胎在同時轉向與加減速時，縱向力與側向力間的關係，依照摩擦力的定理，任何作用在輪胎上的縱向力與側向力都必定滿足摩擦力圓的限制，就是說輪胎與地面間接觸的水平與垂直方向合力，都只會落在摩擦力圓內。

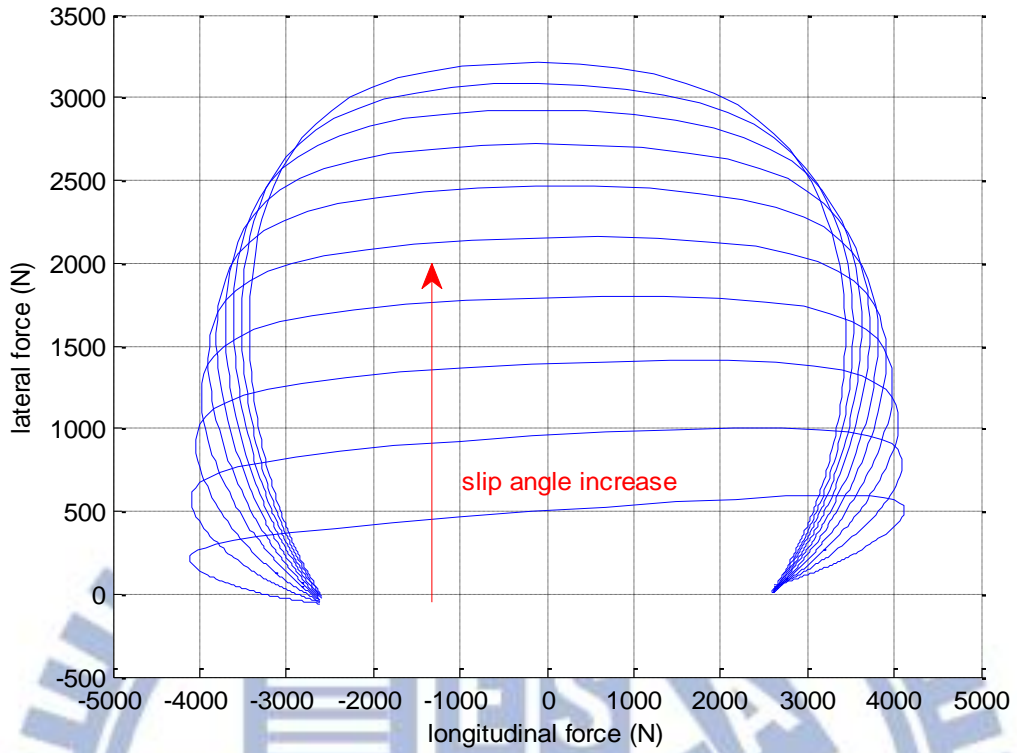


圖 3.5 結合縱向力與側向力摩擦力圖

3.2.2 Brush 輪胎模型

實際上車輛的輪胎模型是未知的，在 3.2.1 節討論的 Magic formula 輪胎模型，在本研究中是用以模擬當作真實的輪胎模型，而在設計估測系統時一樣假設非線性輪胎模型：Brush tire model[12]，做為估測器內名義輪胎模型(Nominal tire model)，因為 Brush tire model 包含較少的參數(C_α 與 μ)，計算上亦比較容易，所以利用此模型之線性及非線性的特性，於參數估測系統之設計。Brush tire model 之縱向力與側向力模型可表示如下：

$$F_a^{Brush} = \begin{cases} 3\mu F_z \theta_x \sigma_x \left[1 - |\theta_x \sigma_x| + \frac{1}{3}(\theta_x \sigma_x)^2 \right] & , for |\lambda| \leq \lambda_{sl} \\ \mu F_z \operatorname{sgn}(\lambda) & , for |\lambda| > \lambda_{sl} \end{cases} \quad (3.16)$$

$$F_b^{Brush} = \begin{cases} 3\mu F_z \theta_y \sigma_y \left[1 - |\theta_y \sigma_y| + \frac{1}{3}(\theta_y \sigma_y)^2 \right] & , for |\alpha| \leq \alpha_{sl} \\ \mu F_z \operatorname{sgn}(\alpha) & , for |\alpha| > \alpha_{sl} \end{cases} \quad (3.17)$$

；其中 $\theta_x = \theta_y = \frac{C_\alpha}{3\mu F_z}$

$$\sigma_x = \frac{\lambda}{1+\lambda}, \sigma_y = \tan \alpha$$

$$\lambda_{sl} = \frac{-1}{1\pm\theta_x}, \alpha_{sl} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\theta_y}\right)$$

；其中 λ 為輪胎縱向滑動比(Slip ratio)， α 為輪胎側滑角(Slip angle)， C_α 為 Brush tire model 的剛度， F_z 為輪胎正向力， μ 為摩擦係數。

因此 Brush tire model 的總合力模型可表示為(3.18)式：

$$F^{Brush} = \begin{cases} 3\mu F_z \theta \sigma \left[1 - |\theta \sigma| + \frac{1}{3}(\theta \sigma)^2 \right], & \text{for } |\sigma| \leq \sigma_{sl} \\ \mu F_z \operatorname{sgn}(\sigma) & \text{for } |\sigma| > \sigma_{sl} \end{cases} \quad (3.18)$$

；其中 $F^{Brush} = \sqrt{F_a^{Brush^2} + F_b^{Brush^2}}$ ， $\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ ， $\theta = \theta_x = \theta_y$ ， $\sigma_{sl} = \frac{1}{\theta}$ 。

綜合以上分析與推導，把車輛動態模型與輪胎模型結合寫成一非線性動態方程式，如(3.19)式，其中輸入為 δ_j ， $j = 1, 2$ 與 T_{mi} ， $i = 1, \dots, 4$ 。

$$\begin{aligned} \bar{X} &= [r, V_x, V_y, \omega_1, \dots, \omega_4]^T \\ \dot{\bar{X}} &= f(\bar{X}, \delta_{1,2}, T_{m1,2,3,4}) \end{aligned} \quad (3.19)$$

第四章、 參數估測系統設計

本章節將介紹完整的參數估測系統，包含縱向速度、輪胎正向力、輪胎側向力和輪胎與路面間摩擦係數的估測，最後將此參數系統整合於最佳化輪胎與路面間摩擦力分配控制器。參數估測系統在實現上會需要回授橫擺角速度、車輛側向加速度、懸吊系統壓縮長度以及輪胎轉速與扭矩，實際可以採用陀螺儀、加速規、懸吊系統位移量感測器、轉速感測器與扭矩感測器來量測，而以上所使用皆為實際車輛所能裝設的感測器。本研究將這些感測器可以提供的資訊當作已知來設計估測系統。

縱向速度與輪胎正向力的估測，分別參考[13]和[11]裡的方法，因為實際上車輛的縱向速度無法量測而得，需以輪胎轉速與縱向加速度估測，而輪胎正向力則因實際能夠量測力的感測器非常昂貴，一般車輛考量成本問題並不會安裝力感測器，因此利用簡單的懸吊系統估測，在估測系統裡將縱向速度與輪胎正向力估測值作為量測已知運用。

輪胎側向力估測部分，利用車輛與輪胎側向力動態模型組成非線性系統，採用無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter : UKF)，並以 DMU02 六軸感測器[14]之規格加入雜訊，如表 4.1，可估測得質心側滑角與四個輪胎側向力，此時輪胎與路面間所產生的側向摩擦力和估測的側向摩擦力會因為輪胎模型的不準確性(Model uncertainty)有誤差。所謂的輪胎模型不準確性，亦即在設計參數估測系統時我們並不會知道真實車輛的輪胎模型為何，故在本研究設計時假設輪胎模型為 Brush tire model，而模擬時實際車輛輪胎模型為 Magic formula(如第三章車輛模型所介紹)，以此設計出針對輪胎模型不準確性的估測系統。

而估測摩擦係數方面，須先考慮真實與假設之輪胎模型間的差異，引入一個額外參數修正假設的輪胎模型，讓此輪胎模型能夠更貼近真實的情況，並提供實際方法克服輪胎模型不準確性，以模擬求得此修正參數，將輪胎模型線性參數化後，發現已知參數間大小差異過大，會造成估測參數無法收斂到正確值，因此需要對已知參數進行修正，減少數值間大小的差異，透過遞迴最小平方法(Recursive Least Square : RLS)，得到欲估測

的參數，而此估測參數之間會存在著一項關係式，因此還需要確定估測後的參數滿足此關係式，最後經計算可得到摩擦係數。

多數先前文獻在估測輪胎側向力時，因為無扭矩感測器可估測輪胎縱向力，需同時估測輪胎側向力與前輪縱向力和，造成輸入已知的資訊較少，可能造成車輛在較大轉向角度時有明顯的估測誤差，且估測的參數較多收斂速度也會比較慢。而先前摩擦係數的相關研究裡，通常無法分別得知四個輪胎的摩擦係數，或者估測參數的收斂速度不夠快，可能造成車輛面臨不同路面狀況時，所使用的安全控制系統無法即時得知，導致安全系統控制效能降低，增加車輛行駛的危險性。在此估測架構下，利用扭矩感測器先估測出四個輪胎的縱向力，減少需要估測的參數來加快估測系統的收斂速度，彌補先前文獻的不足，並能夠即時且分別估測到四個輪胎與路面的摩擦資訊，改善路面狀況改變時的估測效能。

本研究所提出之參數估測法則將整合於本實驗室已設計完成之階層式車輛運動控制系統，此控制系統包含上層控制器、最佳化輪胎與路面間摩擦力分配和下層控制器。利用上層控制器跟隨車輛縱向速度、質心側滑角與橫擺角速度參考值，考慮輪胎摩擦力圓及前輪轉向角具阿克曼角等限制，透過最佳化分配出四個輪胎所需之摩擦力，下層控制器則控制跟隨所需的摩擦力。將估測到的參數回授至控制器運用，讓控制器在面臨路況改變時，能有效提高最佳化輪胎力量分配的效率。完整的控制系統架構圖，如圖 4.1。

表 4.1 感測器之雜訊規格

感測器名稱	雜訊標準差
陀螺儀	2.76×10^{-3} rad/s
加速規	1.96×10^{-2} m/s ²
懸吊系統位移量感測器	10^{-5} m

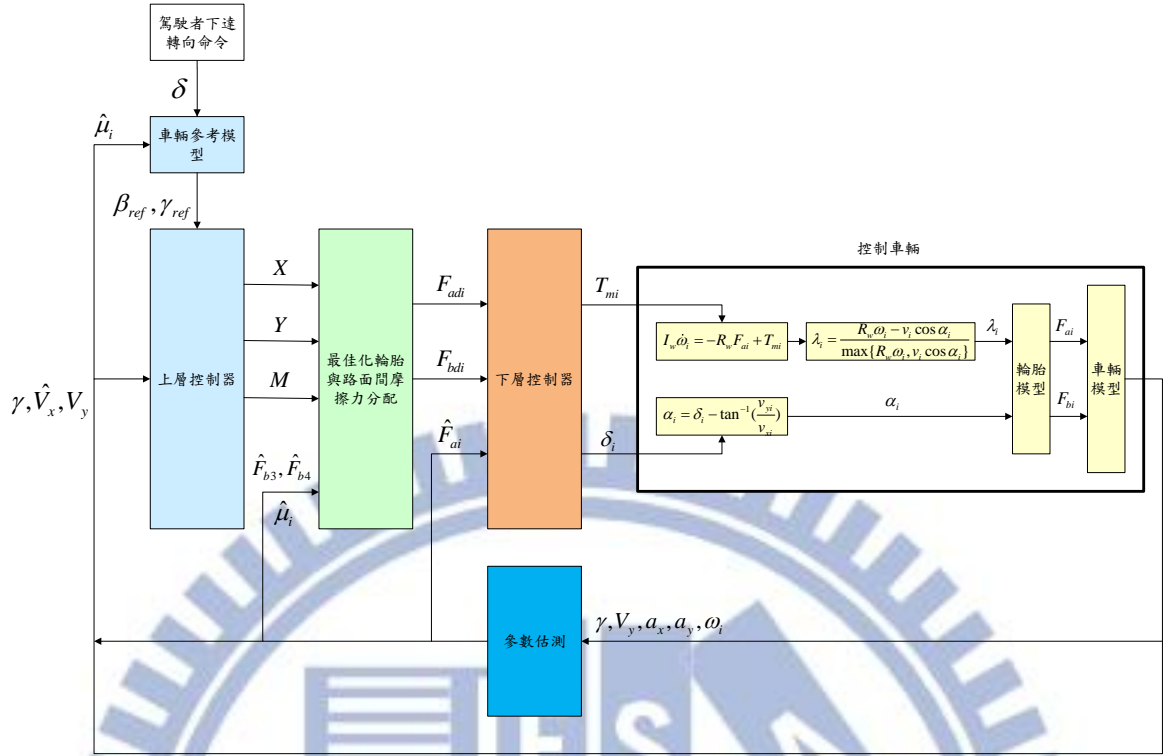


圖 4.1 控制系統架構圖

4.1 縱向速度估測

車輛安全控制系統常會使用到車輛質心之縱向速度資訊，但實際上並無感測器能直接量測到車速，因此需要利用縱向加速度(a_x)與輪胎轉速(ω_i)求得。參考[13]裡所提出的方法，考慮輪胎動態，如圖 3.3，由加速度與輪胎轉速推導之車速估測差分方程式如(4.1)式所示：

$$\hat{v}_{xi,k} = \hat{v}_{xi,k-1} + Ta_{x,k} + K_1 \left[\omega_{i,k} - \frac{1}{R_w} (\hat{v}_{xi,k-1} + Ta_{x,k}) \right] \quad (4.1)$$

；其中 R_w 為輪胎等效半徑， T 為取樣時間， $\hat{v}_{xi,k}$ 代表四個輪胎的縱向速度， $i = 1 \sim 4$ ，下標 k 代表取樣時間點。而 K_1 為輪胎轉速估測誤差的增益值。若令 $K_1 = K_2 R_w$ ，其中 K_2 為待決定之增益，代入(4.1)式後可得：

$$\hat{v}_{xi,k} = K_2 R_w \omega_{i,k} + (1 - K_2) (\hat{v}_{xi,k-1} + Ta_{x,k}) \quad (4.2)$$

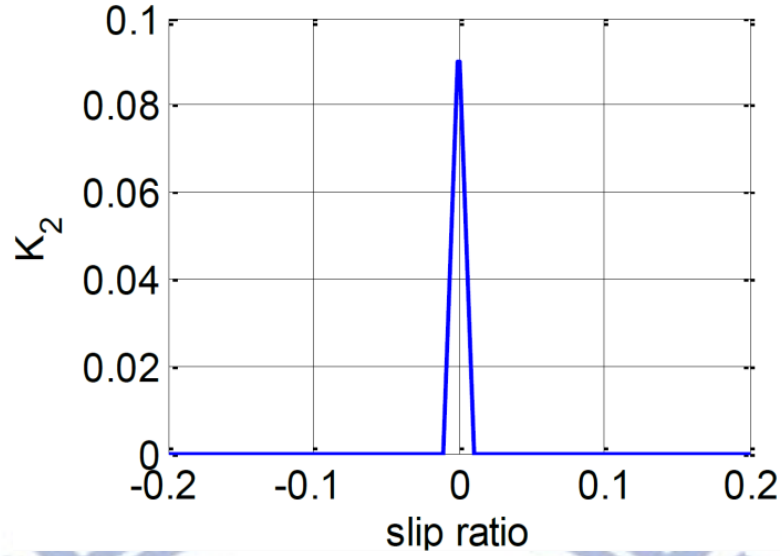


圖 4.2 權重圖，擷取自[13]

根據[13]， K_2 為縱向滑動比之函數，如圖 4.2，目的是希望能避免因輪胎打滑而造成估測錯誤，其關係式可表示如(4.3)式：

$$\begin{cases} K_2 = -9 \times \lambda + 0.09 & , \text{if } 0 < \lambda \leq 0.01 \\ K_2 = 9 \times \lambda + 0.09 & , \text{if } -0.01 \leq \lambda < 0 \\ K_2 = 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.3)$$

本研究中將四個輪胎之縱向速度 $\hat{v}_{xi,k}$ 的平均值視為車輛質心之縱向速度估測值，如(4.4)式。

$$\hat{V}_{x,k} = \frac{\hat{v}_{x1,k} + \hat{v}_{x2,k} + \hat{v}_{x3,k} + \hat{v}_{x4,k}}{4} \quad (4.4)$$

4.2 輪胎正向力估測

輪胎正向力資訊對於輪胎動態的控制非常重要，在輪胎受力達到最大值時，會造成輪胎無法控制，導致安全控制系統沒辦法達到駕駛者預期的危險，而欲知輪胎可承受之最大摩擦力，便須得知輪胎正向力值，因此參考[11]中所提出的方法，利用懸吊系統的壓縮量分別估測四個輪胎正向力，為了方便起見，懸吊系統採用質量塊、阻尼與彈簧組成的簡易系統，如圖4.3。

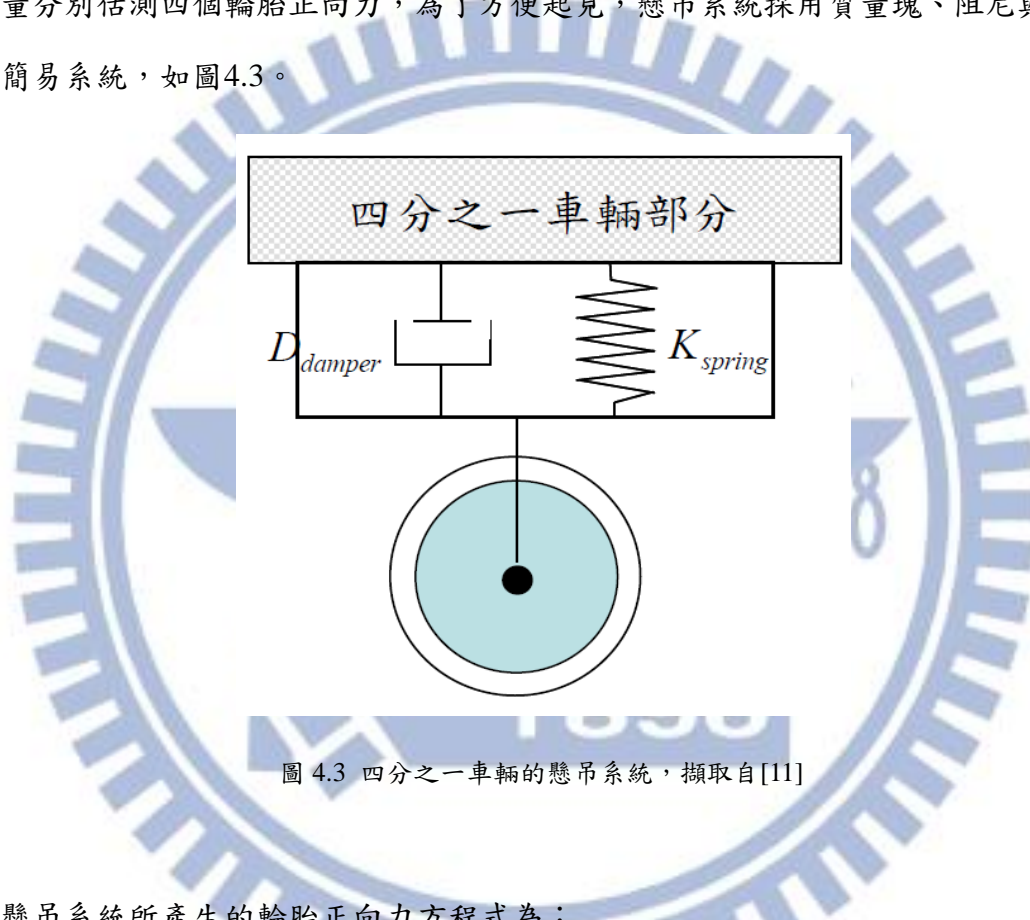


圖 4.3 四分之一車輛的懸吊系統，擷取自[11]

懸吊系統所產生的輪胎正向力方程式為：

$$F_{zi} = K_{spring} \times H_{ai} + D_{damper} \times \dot{H}_{ai} + m_{ui} \times g \quad (4.5)$$

；其中 K_{spring} 為彈簧彈性係數， D_{damper} 為阻尼係數， H_{ai} 為第 i 側懸吊系統壓縮長度， m_{ui} 為第 i 側非懸載質量， $i=1\sim 4$ 。而 g 則為重力加速度。

懸吊系統壓縮長度(H_{ai})會隨著車輛重心高低與車身動態變化有所改變，在此我們假設使用四個懸吊系統位移量感測器量測到懸吊系統壓縮長度(H_{ai})。至於 \dot{H}_{ai} 則可以透過懸吊系統壓縮長度差分得知。令 H_{ai}^+ 為此刻時間點的懸吊系統壓縮長度， H_{ai}^- 為前一刻時

間點的懸吊系統壓縮長度，所以 \dot{H}_{ai} 可以用(4.6)式近似：

$$\dot{H}_{ai} = \frac{H_{ai}^+ - H_{ai}^-}{T} \quad (4.6)$$

；其中 T 為取樣時間。

此外，在本研究使用的複雜車輛模型中，假設懸吊系統之彈簧為非線性彈簧，其彈性係數(K_{spring})的表示式如下[11]：

$$K_{spring} = C_1 e^{C_2(H_{ai} - C_3)} \quad (4.7)$$

；其中 C_1 ， C_2 ， C_3 為非線性彈簧係數。由於不容易獲得這些係數的值，且經由模擬發現 K_{spring} 的變動範圍不大，故在估測正向力時，假設彈簧彈性係數為常數，最後可將輪胎正向力估測方程式表示為：

$$\hat{F}_{zi} = K'_{spring} \times H_{ai} + D_{damper} \left(\frac{H_{ai}^+ - H_{ai}^-}{T} \right) + m_{ui} \times g \quad (4.8)$$

；其中 K'_{spring} 為常數。

4.3 輪胎側向力估測

本小節主要目的在於利用前面兩節估測出的縱向速度與輪胎正向力作為已知，另外還需橫擺角速度與側向加速度等觀測資訊，使用無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter：UKF)即時估測質心側滑角與四個輪胎之側向摩擦力。

如第三章車輛系統模型所述，模擬時使用之完整車輛模型額外考慮了車身側傾(Roll)、俯仰(Pitch)運動動態與懸吊系統之影響。然而車輛的側向動態才是本研究探討的重點，且車身重心較低，所以在設計估測器時，忽略了懸載質量系統的側傾與俯仰動態以及懸吊系統的影響。

回顧(3.2)、(3.3)、(3.4)式，縱向、側向合力與橫擺力矩總和影響了車輛縱向、側向與橫擺角速度的動態，整理後可表示如下：

$$\dot{V}_x = \frac{1}{m} [(F_{a1} \cos \delta_1 - F_{b1} \sin \delta_1) + (F_{a2} \cos \delta_2 - F_{b2} \sin \delta_2) + F_{a3} + F_{a4}] \quad (4.9)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mV_x} [(F_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1) + (F_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) + F_{b3} + F_{b4}] - r \quad (4.10)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_z} \left[\frac{t_f}{2} (F_{a2} \cos \delta_2 - F_{b2} \sin \delta_2 - F_{a1} \cos \delta_1 + F_{b1} \sin \delta_1) + \frac{t_r}{2} (F_{a4} - F_{a3}) + l_f (F_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1 + F_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) - l_r (F_{b3} + F_{b4}) \right] \quad (4.11)$$

此外，回顧(3.17)式之 Brush tire model 側向輪胎模型，考慮到實際產生之輪胎側向力動態，理論上輪胎側滑角(Slip angle)透過靜態模型可以直接得到輪胎側向力(F_b^{Brush})，但實際上在側滑角變化後至輪胎產生足夠的側向摩擦力(F_b)之前，會存在一段時間延遲，此行為即為輪胎之暫態表現，因此本研究以側向力動態模型(Dynamic model)來形容此暫態行為造成的差異，如下所示：

$$\dot{F}_b = \frac{V_x}{\tau} (-F_b + F_b^{Brush}) \quad (4.12)$$

；其中 τ 為鬆弛長度(Relaxation length)，與車速共同決定了輪胎之暫態表現。

將車輛動態與側向力動態模型整理成離散形式非線性系統：
$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + T \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= [r \quad V_x \quad \beta \quad F_{b1} \quad F_{b2} \quad F_{b3} \quad F_{b4}] \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= [r \quad \hat{V}_x \quad a_y] \\ &= [y_1 \quad y_2 \quad y_3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k &= [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \hat{F}_{a1} \quad \hat{F}_{a2} \quad \hat{F}_{a3} \quad \hat{F}_{a4} \quad \hat{\mu}_1 \hat{F}_{z1} \quad \hat{\mu}_2 \hat{F}_{z2} \quad \hat{\mu}_3 \hat{F}_{z3} \quad \hat{\mu}_4 \hat{F}_{z4}] \\ &= [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \quad u_7 \quad u_8 \quad u_9 \quad u_{10}] \end{aligned}$$

；其中 \mathbf{x}_k 為狀態向量， \mathbf{y}_k 為觀測向量， \mathbf{u}_k 為輸入向量， \mathbf{w}_k 為狀態雜訊(Process noise)， \mathbf{v}_k 為觀測雜訊(Observation noise)， T 為取樣時間，下標 k 則代表取樣時間點。而輸入向量 \mathbf{u}_k 中之 $\hat{F}_{a1,2,3,4}$ 為參考[8]提出的方法所估測出之四個輪胎縱向摩擦力， $\hat{\mu}_{1,2,3,4}$ 為四個輪胎之摩擦係數，將由遞迴最小平方法估測並回授作運用，詳細估測過程將於4.4節介紹。

狀態方程式($f_1 \sim f_7$)與觀測方程式($h_1 \sim h_3$)分別表示如下：

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{I_z} \left[\frac{t_f}{2} (\hat{F}_{a2} \cos \delta_2 - F_{b2} \sin \delta_2 - \hat{F}_{a1} \cos \delta_1 + F_{b1} \sin \delta_1) + \frac{t_r}{2} (\hat{F}_{a4} - \hat{F}_{a3}) \right. \\ &\quad \left. + l_f (\hat{F}_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1 + \hat{F}_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) - l_r (F_{b3} + F_{b4}) \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$f_2 = \frac{1}{m} \left[(\hat{F}_{a1} \cos \delta_1 - F_{b1} \sin \delta_1) + (\hat{F}_{a2} \cos \delta_2 - F_{b2} \sin \delta_2) + \hat{F}_{a3} + \hat{F}_{a4} \right] \quad (4.14)$$

$$f_3 = \frac{1}{mV_x} \left[(\hat{F}_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1) + (\hat{F}_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) + F_{b3} + F_{b4} \right] - r \quad (4.15)$$

$$f_{i+3} = \frac{V_x}{\tau_i} (-F_{bi} + F_{bi}^{Brush}) \quad , i = 1 \sim 4 \quad (4.16)$$

$$h_1 = x_1 \quad (4.17)$$

$$h_2 = x_2 \quad (4.18)$$

$$h_3 = \frac{1}{m} \left[(\hat{F}_{a1} \sin \delta_1 + F_{b1} \cos \delta_1) + (\hat{F}_{a2} \sin \delta_2 + F_{b2} \cos \delta_2) + F_{b3} + F_{b4} \right] \quad (4.19)$$

由於觀測資訊會有量測雜訊，在此參考[14]感測器之規格加入雜訊來估測真實情況的橫擺角速度與縱向速度。

以下介紹無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter : UKF)演算流程[2][3] :

Step 1 : 假設 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 與 $\hat{\mathbf{P}}$ 初始值。

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] \quad (4.20)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \quad (4.21)$$

；其中 $\hat{\mathbf{P}}$ 為估測變異矩陣。

Step 2 : 取 $(2n+1)$ 個點近似狀態向量 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 。

$$\begin{aligned} \chi_{i,k-1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} & i &= 0 \\ \chi_{i,k-1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \eta(\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^{1/2})_i & i &= 1, \dots, n \\ \chi_{i,k-1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \eta(\hat{\mathbf{P}}_{k-1}^{1/2})_{i-n} & i &= n+1, \dots, 2n \end{aligned} \quad (4.22)$$

；其中 n 為狀態向量 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 之維度，也就是欲估測之參數個數。

Step 3 : 透過狀態方程式與觀測方程式得到預測後的狀態與觀測向量。

$$\begin{aligned} \chi_{i,k|k-1} &= \mathbf{f}(\chi_{i,k-1}) \quad \rightarrow \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i \chi_{i,k|k-1} \\ \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2n} w_i (\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T + \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{y}_{i,k|k-1} = \mathbf{h}(\chi_{i,k|k-1}) \quad \rightarrow \quad \hat{\mathbf{y}}_k = \sum_{i=0}^{2n} w_i \mathbf{y}_{i,k|k-1} \quad (4.24)$$

；其中權重 $w_0 = 1 - \frac{n}{\eta^2}$ ， $w_i = \frac{1}{(2\eta)^2}$ ， \mathbf{Q} 為狀態雜訊的估測變異矩陣。而 η 為一個恆正之可調整參數。

Step 4 : 以觀測誤差 $(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k)$ 修正狀態向量 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 。

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \hat{\mathbf{P}}_{xy,k} \hat{\mathbf{P}}_{y,k}^{-1} (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k) \quad (4.25)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1} + \hat{\mathbf{P}}_{xy,k} \hat{\mathbf{P}}_{y,k}^{-1} \hat{\mathbf{P}}_{xy,k}^T \quad (4.26)$$

；其中 $\hat{\mathbf{P}}_{y,k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i (\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k)(\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k)^T + \mathbf{R}$

$$\hat{\mathbf{P}}_{x,y} = \sum_{i=0}^{2n} w_i (\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k)^T$$

；其中 \mathbf{R} 為觀測雜訊的估測變異矩陣。

系統在第一次的取樣時間，會初始化欲估測的狀態向量 $\hat{\mathbf{x}}_k$ ，接著預測下一個取樣時間的狀態向量，再以觀測誤差修正，之後每一次取樣時間，都會透過 Step 2、3、4，最後可得到狀態向量 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 。

4.4 輪胎與路面間摩擦係數估測

4.4.1 探討輪胎模型間的差異

在估測摩擦係數之前，我們必須先探討輪胎模型間的差異，其差異造成模型不準確性(Model uncertainty)。實際使用的輪胎模型(Magic formula)，其縱向與轉向剛度的數值並不相同，且會隨著輪胎正向力改變，而設計時假設的輪胎模型(Brush tire model)，其縱向與轉向剛度則為同一個常數。因此我們在 Brush 輪胎模型加入一個參數 k_a ，代表輪胎縱向剛度與側向剛度之比值，亦即假設縱向剛度為 $k_a C_\alpha$ ，而轉向剛度為 C_α 。與 Magic formula 相比，可得

$$C_x = k_a C_\alpha, \quad C_y = C_\alpha \quad (4.27)$$

；其中 C_x 與 C_y 分別為 Magic formula 之輪胎縱向剛度與轉向剛度。

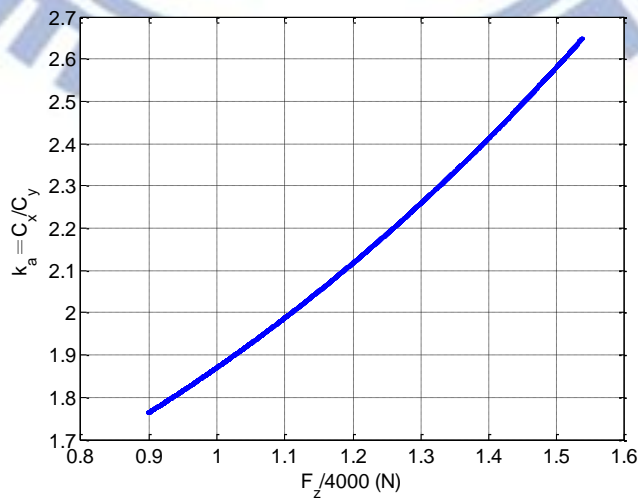


圖 4.4 Magic formula 之剛度比值隨輪胎正向力變化關係圖

圖 4.4 為根據 Magic formula(3.12~3.13)式計算, $k_a = \frac{C_x}{C_y}$ 隨著輪胎正向力變化關係圖。

將輪胎正向力正規化(Normalize), 除以某一常數讓正向力的數值大小接近 1, 方便分析時參考, 從此圖可以得知 Magic formula 的輪胎剛度(C_x 、 C_y)會隨著正向力而改變, 又因為 Brush tire model 之輪胎轉向剛度(C_α)為常數, 所以 k_a 會隨著正向力資訊改變。由(4.27)式的關係, 將縱向力方程式修正, 摩擦力關係式可表示如下:

$$F_a = k_a \frac{\sigma_x}{\sigma} F^{Brush} \quad (4.28)$$

$$F_b = \frac{\sigma_y}{\sigma} F^{Brush}$$

; 其中 $\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

$$\sigma_x = \frac{\lambda}{1+|\lambda|}$$

$$\sigma_y = \tan \alpha \frac{1}{1+|\lambda|}$$

; 其中 λ 為輪胎縱向滑動比(Slip ratio), α 為輪胎側滑角(Slip angle), 分別如(3.9)、(3.11)式所示。

將上述關係式相除, 可得到 k_a 表示式:

$$k_a = \frac{F_a \sigma_y}{F_b \sigma_x} \quad (4.29)$$

(4.29)式提供了利用實驗或模擬數據求得參數 k_a 的方法, 亦即只要能估測出輪胎縱向力與側向力, 以及縱向滑動比與側滑角, 即可計算出 k_a , 不必利用 Magic formula。詳細過程將於第五章介紹。

4.4.2 遞迴最小平方估測法

根據(4.28)式，移項整理並將等號的左右平方相加之後，可得到四個輪胎的總合力表示為：

$$F_i^{Brush} = \sqrt{\left(\frac{F_{ai}}{k_{ai}}\right)^2 + F_{bi}^2} \quad (4.30)$$

而回顧(3.18)式，考慮線性區可將 Brush tire model 的總合力方程式簡化如下所示：

$$F_i^{Brush} = C_{ai}\sigma_i - \frac{(C_{ai}\sigma_i)^2}{3\mu_i F_{zi}} + \frac{(C_{ai}\sigma_i)^3}{27(\mu_i F_{zi})^2} \quad (4.31)$$

為了演算過程方便起見，我們令 $z = F_i^{Brush} = \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\theta}$ 。

$$\text{；其中 } \boldsymbol{\varphi} = \left[\sigma_i \quad -\frac{\sigma_i^2}{3F_{zi}} \quad \frac{\sigma_i^3}{27F_{zi}^2} \right]^T = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3]^T$$

$$\boldsymbol{\theta} = \left[C_{ai} \quad \frac{C_{ai}^2}{\mu_i} \quad \frac{C_{ai}^3}{\mu_i^2} \right]^T = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T$$

；其中 $\boldsymbol{\varphi}$ 為回歸(Regressor)向量， $\boldsymbol{\theta}$ 為參數向量。

利用先前估測得到的輪胎正向力、橫擺角速度、縱向速度與質心側滑角資訊，可組成回歸向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 。然而，回歸向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 裡的各項數值大小差異過大，會造成估測參數 $\boldsymbol{\theta}$ 被限制在假設的初始值，導致估測參數無法正確收斂。所以為了讓回歸向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 裡的數值大小能夠接近，便需要將回歸向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 裡的數值正規化(Normalize)，而為了正規化前後總合力不變，欲估測的參數向量 $\boldsymbol{\theta}$ 也需要隨之調整，正規化後的結果可表示如下：

$$\boldsymbol{\varphi} = \left[\sigma_i \quad -\frac{\sigma_i^2}{3F_{zi}} \times C \quad \frac{\sigma_i^3}{27F_{zi}^2} \times C^2 \right]^T = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3]^T \quad (4.32)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \left[C_{ai} \quad \frac{C_{ai}^2}{\mu_i} \times \frac{1}{C} \quad \frac{C_{ai}^3}{\mu_i^2} \times \frac{1}{C^2} \right]^T = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T \quad (4.33)$$

；其中 C 為可調整的正規化參數。

以下介紹遞迴最小平方法(Recursive Least Square : RLS)演算流程：

$$K_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1}\boldsymbol{\phi}_k}{1 + \boldsymbol{\phi}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\phi}_k} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} - K_k \boldsymbol{\phi}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \quad (4.35)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} + K_k (z_k - \boldsymbol{\phi}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}) \quad (4.36)$$

在設計估測器時，為了在路況變化時加快參數收斂的速度，加上估測變異矩陣 \mathbf{P} 重置(Reset)的機制。當 RLS 估測法對估測參數向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的更新效果較差時，也就是當估測變異矩陣的對角線和小於某設定之閾值，系統便會將估測變異矩陣重新設定為初始值，以加快參數收斂的速度。

遞迴最小平方法首先需要設定估測參數向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的初始值，藉由(4.34~4.36)式之演算流程可得到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ，但其中參數 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 之間存在著一個限制條件($\theta_2^2 - \theta_1\theta_3 = 0$ ，我們假設此限制條件形成的曲面為 D)，若經過遞迴最小平方法演算後， θ_1 、 θ_2 、 θ_3 可能不滿足此限制條件，會造成摩擦係數有兩種計算方式，如(4.37)式。所以為了讓 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 滿足此限制條件，須將估測後的參數投影(Projection)至此曲面 D 上，以確保摩擦係數只有一種解法。

$$\mu = \frac{\theta_1^2}{\theta_2} = \frac{\theta_1\theta_2}{\theta_3} \quad (4.37)$$

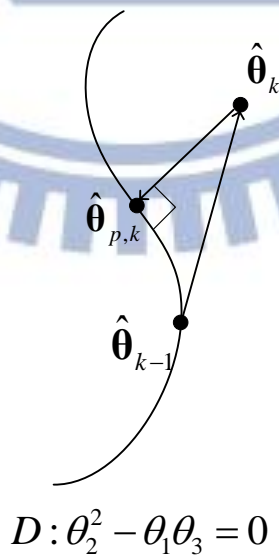


圖 4.5 限制條件形成之曲面示意圖

如圖 4.5 所示，我們以簡單的二維曲線來代表限制條件所形成的曲面 D ， $\hat{\theta}_{k-1}$ 透過 RLS 估測法可得到 $\hat{\theta}_k$ ，卻可能沒有滿足 D 的限制，因此藉由投影找出滿足 D 的限制且為 $\hat{\theta}_k$ 與 D 之間最小距離的 $\hat{\theta}_{p,k}$ ，並以此 $\hat{\theta}_{p,k}$ 取代 $\hat{\theta}_k$ 進行下一次取樣時間的 RLS 估測法。

而為了將 $\hat{\theta}_k$ 投影至曲面 D ，需要對代表曲面 D 之限制條件方程式的各參數偏微分，以得到曲面 D 之法向量 \vec{n} ，表示如下：

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} -\theta_3 \\ 2\theta_2 \\ -\theta_1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

接著找出 $\hat{\theta}_k$ 與 D 間之最小距離，即為 $\hat{\theta}_k$ 與曲面 D 之法向量 \vec{n} 相減。因此，可列出以下(4.39)式之聯立方程式， α_p 則代表滿足 D 限制的 $\hat{\theta}_{p,k}$ 與 $\hat{\theta}_k$ 的最小距離之倍數。

$$\begin{cases} \theta_1 - \theta_{p1} - \alpha_p \theta_{p3} = 0 \\ \theta_2 - \theta_{p2} + 2\alpha_p \theta_{p2} = 0 \\ \theta_3 - \theta_{p3} - \alpha_p \theta_{p1} = 0 \\ \theta_{p2}^2 - \theta_{p1} \theta_{p3} = 0 \end{cases} \quad (4.39)$$

整理前三條方程式可得：

$$\begin{cases} \theta_{p1} = \frac{\theta_1 - \alpha_p \theta_3}{1 - \alpha_p^2} \\ \theta_{p2} = \frac{\theta_2}{1 - 2\alpha_p} \\ \theta_{p3} = \theta_3 - \alpha_p \frac{\theta_1 - \alpha_p \theta_3}{1 - \alpha_p^2} \end{cases} \quad (4.40)$$

$$\text{將(4.40)式分別代入 } \theta_{p2}^2 - \theta_{p1} \theta_{p3} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\theta_2}{1 - 2\alpha_p}\right)^2 - \left(\frac{\theta_1 - \alpha_p \theta_3}{1 - \alpha_p^2}\right) \left(\theta_3 - \alpha_p \frac{\theta_1 - \alpha_p \theta_3}{1 - \alpha_p^2}\right) = 0$$

而 $\hat{\theta}_k$ 中的參數 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 為已知，可由以上方程式得知 α_p 有四個解，代回(4.40)式之聯立方程式可獲得四組 θ_{p1} 、 θ_{p2} 、 θ_{p3} ，取實數且最接近 $\hat{\theta}_k$ 的值為解析解 $\hat{\theta}_{p,k}$ ，此解析解，能讓 $\hat{\theta}_k$ 在經過投影後與 $\hat{\theta}_{k-1}$ 經過 RLS 估測法後的誤差為最小，且保證滿足 D 限制。最後如(4.37)式，兩種計算摩擦係數的方式可以得到相同的結果。

4.5 最佳化輪胎與路面間摩擦力分配控制器

設計出參數估測系統後，為了確認此估測系統可以有效提升一般控制器的控制效能，我們將此估測系統加上本實驗室已設計完成之最佳化輪胎力量分配控制器，將估測出的參數回授到控制器運用。此完整控制器的目的是希望車輛在行經不同路況時，依舊能跟隨給定之參考軌跡，並讓最佳化摩擦力分配更有效率，以提升控制器的效能，使駕駛者可以有效且安全的控制車輛行駛。

上述之最佳化輪胎力量分配控制器之架構如圖 4.1 所示，本小節將簡述該控制器各部分之功能，相關細節可參考[8][9][10]。

4.5.1 上層控制器

此最佳化輪胎力量分配控制器所使用之車輛參考模型是基於 Ellis[15]所提出的兩個自由度線性車輛響應，當考慮非線性輪胎特性時，車輛參考模型便需有車身側滑角與橫擺角速度的物理限制[16]。

接著利用順滑模態控制理論，計算控制車輛跟隨參考車輛模型的響應所需的縱向合力(X)、側向合力(Y)與橫擺力矩總和(M)。希望分別控制縱向速度、車身側滑角與橫擺角速度跟隨給定的參考軌跡值，故設計三個順滑平面(Sliding surface)： S_X 、 S_Y 和 S_M 。而為了改善理想的切換函數 $sign(S_{X,Y,M})$ 所造成的切跳(Chattering)現象，將會以順滑層的概念來取代順滑面[17]，如(4.42)式，因此可設計上層控制器之控制輸入 X 、 Y 、 M 為：

$$\begin{aligned} X &= m(-rV_y + \dot{V}_{xref}) - k_1 sat(S_X, \varepsilon_X) \\ Y &= mV_x(r + \dot{\beta}_{ref}) - k_2 sat(S_Y, \varepsilon_Y) \\ M &= I_z \dot{r}_{ref} - k_3 sat(S_M, \varepsilon_M) \end{aligned} \quad (4.41)$$

；其中 $k_1 > \Delta X_{max}$ ， $k_2 > \Delta Y_{max}$ ， $k_3 > \Delta M_{max}$ ，而 ΔX_{max} 、 ΔY_{max} 以及 ΔM_{max} 皆為控制誤差。

$$sat(S_{X,Y,M}, \varepsilon_{X,Y,M}) = \begin{cases} 1 & S_{X,Y,M} > \varepsilon_{X,Y,M} \\ S_{X,Y,M} / \varepsilon_{X,Y,M} & |S_{X,Y,M}| \leq \varepsilon_{X,Y,M} \\ -1 & S_{X,Y,M} < -\varepsilon_{X,Y,M} \end{cases} \quad (4.42)$$

4.5.2 最佳化輪胎與路面間摩擦力分配

上層控制器計算的車輛總縱向合力、側向合力與橫擺力矩總和，需要利用最佳化分配至各個輪胎，在此我們最佳化的目的是使各輪胎遠離摩擦力圓(即飽和點)。而探討此最佳化問題時須先說明最佳化之可控變數、成本函數與限制條件。

可控變數為四個輪胎的縱向力與兩前輪側向力 $[F_{ad1} F_{ad2} F_{ad3} F_{ad4} F_{bd1} F_{bd2}]$ ，因考慮到使用的車輛模型為前輪轉向後輪驅動關係，後輪側向力無法以轉向作控制，故無法成為可控變數，目標為分配出此六個摩擦力並將其設計為控制輸入。

成本函數(Cost function)則是選用輪胎摩擦力圓的概念設計[18]。輪胎與路面間縱向摩擦力與側向摩擦力之間有摩擦力圓關係存在，希望最佳化分配出的輪胎摩擦力能夠在摩擦力圓限制內，且能夠是最小的控制輸入，其目的是希望所分配之摩擦力可使輪胎盡量遠離摩擦力圓，故可設計出成本函數如下：

$$J = C_1 \frac{F_{ad1}^2 + F_{bd1}^2}{(\hat{\mu}_1 F_{z01})^2} + C_2 \frac{F_{ad2}^2 + F_{bd2}^2}{(\hat{\mu}_2 F_{z02})^2} + C_3 \frac{F_{ad3}^2 + \hat{F}_{b3}^2}{(\hat{\mu}_3 F_{z03})^2} + C_4 \frac{F_{ad4}^2 + \hat{F}_{b4}^2}{(\hat{\mu}_4 F_{z04})^2} \quad (4.43)$$

； $F_{ad1\sim4}$ 和 $F_{bd1\sim2}$ 即為所要分配的六個可控變數。 \hat{F}_{b3} 和 \hat{F}_{b4} 為後輪側向力估測值， $\hat{\mu}_{1\sim4}$ 為路面摩擦力係數，皆由參數估測系統回授運用。而 $F_{z01\sim4}$ 為車輛等速直線行駛時四個輪胎的正向力， $C_{1\sim4}$ 為權重參數(Weighting coefficient)。

成本函數中的六個可控變數($F_{ad1\sim4}$ 和 $F_{bd1\sim2}$)，在假設車輛模型為前輪轉向後輪驅動的情況下，必須滿足的限制條件(Equality and inequality constraints)包含：

分配出的四個輪胎摩擦力與橫擺力矩總和必須分別和上層控制器計算出所需的縱向合力(X)、側向合力(Y)以及橫擺力矩總和(M)相等；評估上層控制器之控制誤差所需的

限制；每個輪胎所受之摩擦力必須滿足摩擦力圓限制；前輪並無正向驅動扭力，只能有煞車產生的負向驅動扭力；前輪轉向角具有阿克曼角限制。

而為了使控制器能運用在即時控制系統(Real-time control system)中，希望能找出此最佳化問題之解析解。對於任何的最佳化問題，若目標函數與限制函數皆可微分，求得之最佳解必需滿足 KKT 條件[19]；而在目標函數 $f_0(x)$ 為凸函數(convex function)，且不等式限制函數 $f_i(x)$ 為凸函數，等式限制函數 $h_i(x)$ 為仿射函數(affine function)的情況下，若任何一組解 \tilde{x} 、 $\tilde{\lambda}$ 、 $\tilde{\nu}$ 滿足底下 KKT 條件如(4.44~4.48)式，則 \tilde{x} 為此最佳化問題之最佳解。

$$f_i(\tilde{x}) \leq 0 \quad , i = 1, \dots, m \quad (4.44)$$

$$h_i(\tilde{x}) = 0 \quad , i = 1, \dots, p \quad (4.45)$$

$$\tilde{\lambda}_i \geq 0 \quad , i = 1, \dots, m \quad (4.46)$$

$$\tilde{\lambda}_i f_i(\tilde{x}) = 0 \quad , i = 1, \dots, m \quad (4.47)$$

$$\nabla f_0(\tilde{x}) + \sum_{i=1}^m \tilde{\lambda}_i \nabla f_i(\tilde{x}) + \sum_{i=1}^p \tilde{\nu}_i \nabla h_i(\tilde{x}) = 0 \quad , i = 1, \dots, m \quad (4.48)$$

以一些近似與化簡並利用 KKT 條件求得最佳化問題的解析解，得以使控制器應用於即時控制系統，完全將上層控制器所計算出的總縱向合力(X)、側向合力(Y)與橫擺力矩總和(M)最佳化的分配至各個輪胎。不過在為了求解此最佳化問題的過程中，必須將轉向角作近似，會使分配出來的摩擦力與上層控制器計算出的控制輸入(X、Y、M)產生誤差，我們將利用控制器的限制條件計算此控制誤差，並在上層控制器作補償以確保控制器工作。而在將阿克曼角限制條件轉為可控變數時也會導致前輪阿克曼角限制不盡滿足，這部分會在下層控制器作控制來讓車輛前輪轉向角符合此限制規範。

4.5.3 下層控制器

下層控制器將設計並控制輪胎的扭矩與轉向角來改變輪胎動態，使輪胎與路面間產生最佳化摩擦力分配的結果。而下層控制器內假設的非線性輪胎模型為 Dugoff's 輪胎模型[20]，如(4.49)式，做為此控制器內名義輪胎模型(Nominal tire model)，利用此模型之線性及非線性的特性，於縱向摩擦力回授控制。

$$F_a^{Dug} = C_x^{Dug} \frac{\lambda}{1-|\lambda|} f(\kappa) \quad (4.49)$$

$$F_b^{Dug} = C_y^{Dug} \frac{\tan(\alpha)}{1-|\lambda|} f(\kappa)$$

$$; f(\kappa) = \begin{cases} 1 & , \kappa \geq 1 \\ \kappa(2-\kappa) & , \kappa < 1 \end{cases}$$

$$\kappa = \frac{\mu F_z (1-|\lambda|)}{2\sqrt{C_x^{Dug} \lambda^2 + C_y^{Dug} \alpha^2}}$$

；其中 C_x^{Dug} 、 C_y^{Dug} 分別為 Dugoff's 輪胎模型之縱向與轉向剛度。

縱向控制部分，控制器中假設實際的輪胎模型縱向摩擦力為：Dugoff's 輪胎模型 (F_a^{Dug}) 加上一未知項 (F_a^* ：Uncertainty term)。設計縱向摩擦力回授穩健控制器，目的是希望輪胎與路面間產生上層控制器分配期望之摩擦力 (F_{ad})，故設計順滑模態控制器設計順滑平面 (S_a) 做縱向力軌跡跟隨控制，所以當車輪在加速 ($\lambda > 0$) 與減速 ($\lambda < 0$) 時，可分別計算控制輸入扭矩 (T_{mi}) 如(4.50)式，以控制輪胎的動態。

$\lambda > 0$:

$$T_{mi} = r_i F_{ad} + \frac{I_w \dot{v}_{ai}}{r_i (1-\lambda_i)} + \frac{1}{g_\lambda^{Dug}} \frac{I_w \omega_i}{(1-\lambda_i)} (-g_0^{Dug} + \dot{F}_{ad}) - \rho \frac{I_w \omega_i}{(1-\lambda_i)} \text{sign}(S_a) \quad (4.50)$$

$\lambda < 0$:

$$T_{mi} = r_i F_{ad} + \frac{I_w (1+\lambda_i) \dot{v}_{ai}}{r_i} + \frac{1}{g_\lambda^{Dug}} \frac{I_w v_{ai}}{r_i} (-g_0^{Dug} + \dot{F}_{ad}) - \rho \frac{I_w v_{ai}}{r_i} \text{sign}(S_a)$$

；其中不考慮輪胎形變量，故由輪胎未形變時半徑(r_i)代入； v_{ai} 為輪胎前進速度之平行胎面分量。

；其中 ρ 如下所示：

$$\rho = \frac{1}{g_\lambda^{Dug}} \left(\frac{1-\theta}{\theta} |(-g_0^{Dug} + \dot{F}_{ad})| + k_4 \right) \quad (4.51)$$

； $k_4 > 0$ ，且

$\kappa \geq 1$ ：

$$g_\lambda^{Dug} = \frac{C_x^{Dug}}{(1-|\lambda|)^2} > 0,$$

$$g_0^{Dug} = 0$$

$\kappa < 1$ ：

$$g_\lambda^{Dug} = \frac{C_x^{Dug}}{1-|\lambda|} \kappa \left[\frac{2-\kappa}{1-|\lambda|} - \frac{2(1-\kappa)|\lambda|}{1-|\lambda|} - \frac{2C_x^{Dug^2}(1-\kappa)\lambda^2}{C_x^{Dug^2}\lambda^2 + C_y^{Dug^2}\tan^2\alpha} \right]$$

$$\geq \frac{C_x^{Dug}}{1-|\lambda|} \kappa \left[\frac{2-\kappa}{1-|\lambda|} - 2(1-\kappa) \left(\frac{|\lambda|}{1-|\lambda|} + 1 \right) \right]$$

$$= \frac{C_x^{Dug}}{1-|\lambda|} \kappa \left[\frac{\kappa}{1-|\lambda|} \right]$$

$$= \frac{C_x^{Dug} \kappa^2}{(1-|\lambda|)^2} > 0,$$

$$g_0^{Dug} = 2C_x^{Dug} \frac{\lambda}{1-|\lambda|} \kappa(1-\kappa) \left(\frac{\dot{F}_z}{F_z} - \frac{C_y^{Dug^2} \tan\alpha \sec^2\alpha \dot{\alpha}}{C_x^{Dug^2}\lambda^2 + C_y^{Dug^2}\tan^2\alpha} \right)$$

側向控制部分，將利用輪胎轉向角的控制，使前輪輪胎產生期望的側向力(F_{bd})並使其轉向角符合阿克曼角限制。以側向力之 Dugoff's 反輪胎模型[21]將 F_{bd1} 、 F_{bd2} 轉換成所期望的輪胎側滑角，將期望的側滑角轉換成期望轉向角。另外，在最佳化摩擦力分配中之阿克曼角限制條件是以泰勒展開式近似求解，可知此兩前輪期望轉向角結果並不會完全符合阿克曼角限制。所以要產生輪胎真正轉向角(必定要符合阿克曼角限制)，需考慮以最佳化的方式求解得出輪胎轉向角，可將成本函數設計如下：

$$J = (\cot \delta_1 - \cot \delta_{d1})^2 + (\cot \delta_2 - \cot \delta_{d2})^2 \quad (4.52)$$

； δ_{d1} 、 δ_{d2} 為上述利用 Dugoff's 反輪胎模型求出之前輪期望轉向角。

以 $\cot \delta_{d1}$ 、 $\cot \delta_{d2}$ 當可控變數，可使阿克曼限制條件成為簡單的仿射函數，如同解最佳化輪胎與路面間摩擦力分配演算法，利用 Lagrange Multiplier 先求得最佳化解析解，且對兩可控變數 $\cot \delta_{d1}$ 、 $\cot \delta_{d2}$ 與 λ 偏微為零，聯立方程式後可解出以下結果：

$$\begin{cases} \cot \delta_1 = (\cot \delta_{d1} + \cot \delta_{d2} - \frac{t_f}{l_f + l_r}) / 2 \\ \cot \delta_2 = (\cot \delta_{d1} + \cot \delta_{d2} + \frac{t_f}{l_f + l_r}) / 2 \\ \lambda = \cot \delta_{d2} - \cot \delta_{d1} - \frac{t_f}{l_f + l_r} \end{cases} \quad (4.53)$$

對於 $\cot \delta$ 函數在 δ 為 ± 90 度的範圍內與 δ 為一對一，故直接以 \cot^{-1} 反函數求得輪胎轉向角如下：

$$\delta_1 = \cot^{-1}(\cot \delta_1) \quad (4.54)$$

$$\delta_2 = \cot^{-1}(\cot \delta_2) \quad (4.55)$$

最後分析 ΔX_{\max} 、 ΔY_{\max} 、 ΔM_{\max} 三值，以設計使上層控制器之三順滑平面收斂。在最佳化輪胎與路面間摩擦力分配以及下層最佳化輪胎轉向角控制當中已加入限制條件：

$$\begin{cases} |F_{adi} - F'_{adi}| \leq \varepsilon_a \Rightarrow |F_{adi}| \leq |F'_{adi}| + \varepsilon_a \\ |F_{bdi} - F'_{bdi}| \leq \varepsilon_b \Rightarrow |F_{bdi}| \leq |F'_{bdi}| + \varepsilon_b, i = 1, 2 \\ |\delta_i - \delta'_i| \leq \varepsilon_\delta \end{cases} \quad (4.56)$$

； F'_{ad} 與 F'_{bd} 為前一取樣時間所分配出的摩擦力， δ'_i 為前一取樣時間之輪胎轉向角。 ε_a 、 ε_b 和 ε_δ 為控制器所設定之變化範圍。

利用實際的車輛動態(第三章車輛模型介紹)與最佳化摩擦力分配之間的差異，可得到上層控制器計算之 X 、 Y 、 M 與實際反應在車輛動態上之縱向合力、側向合力與橫擺力矩總和的誤差 ΔX_{\max} 、 ΔY_{\max} 、 ΔM_{\max} ，得以用來補償並決定設計上層控制器時利用順滑動態控制理論所需的參數以保證其收斂性。

第五章、 模擬與結果討論

此章節將利用第三章所介紹之車輛複雜模型模擬本研究所設計的參數估測系統，為了驗證此估測系統的正確性與必要性，模擬情境主要在於不同路況的變化，以測試估測器能否準確估測到所需資訊，以及比較最佳化輪胎力量分配控制器加上此估測系統前後的控制效能。

在模擬時所使用的車輛參數與 Magic formula 輪胎模型參數，分別如表 5.1 以及參考 [12] 所提供之參數。在估測輪胎正向力時，將彈簧彈性係數假設為常數 32000，而 RLS 估測法之可調整之正規化參數選定為 5×10^5 。¹

表 5.1 模擬中所使用的車輛參數

參數	符號	數值	單位
車體質量	m	1740	kg
車體集中質量	m_s	1600	kg
車體集中質量之質心高度	h_s	0.6	m
車體質心到前輪軸的距離	l_f	1.05	m
車體質心到後輪軸的距離	l_r	1.4	m
車輛前輪輪距	t_f	1.45	m
車輛後輪輪距	t_r	1.65	m
橫擺轉動慣量	I_z	3214	kg · m ²
輪胎等效半徑	r_i	0.306	m
輪胎轉動慣量	I_w	2.03	kg · m ²

¹ 回顧相關文獻，以 M. Choi, J. J. Oh, and S. B. Choi[錯誤! 僅限主文件。]所提出之方法與我們最相近，本研究嘗試與之比較，卻無法在我們所使用的車輛與輪胎模型上實現其模擬成果，推論可能原因為本研究模擬時所使用的輪胎模型與估測演算法使用的 Brush Model 之差異超過了此相關研究能夠處理的程度，因此本研究模擬部分並沒有與此相關研究比較。

本研究會以較常見的狀況來代表路面變化，如柏油路面($\mu = 0.85$)、積水路面($\mu = 0.5$)與結冰路面($\mu = 0.3$)。模擬時則會讓車輛持續的進行車道變換，以提供估測器足夠的輸入訊號，此狀況下才會符合遞迴最小平方法參數收斂的要求。

模擬中 F_{a1} 表示車輛左前輪平行胎面之縱向摩擦力、 F_{a2} 為右前輪縱向力、 F_{a3} 為左後輪縱向力、 F_{a4} 為右後輪縱向力； F_{b1} 表示車輛左前輪垂直胎面之側向摩擦力、 F_{b2} 為右前輪側向力、 F_{b3} 為左後輪側向力、 F_{b4} 為右後輪側向力。

5.1 修正輪胎模型之參數 k_a

在本研究的 4.4 節，我們假設參數 k_a 來修正實際與設計使用之輪胎模型間的差異，回顧(4.29)式，可得到 k_a 與輪胎摩擦力之間的關係式，所以我們可以透過駕駛情況的模擬，使輪胎的縱向、側向摩擦力與正向力皆達到穩態值，並由(4.29)式計算出一筆 k_a 的資料。變動駕駛情況使輪胎正向力達到不同的穩態值，可得到 k_a 與輪胎正向力之關係。由圖 4.4 發現， k_a 與正向力存在著線性關係，故可利用直線方程式擬合(Fitting)上述 k_a 與正向力之資料。實際模擬時的作法可如下：

首先，固定車輛質心之縱向速度與前輪轉向角，讓車輛持續轉向行為，如此可讓輪胎縱向、側向與正向力皆收斂到達定值，接著可由(4.29)式計算得一筆 k_a 資料，並記錄此時輪胎正向力值；改變縱向速度與輪胎轉向角，以(4.29)式來獲得更多取樣資料，再以最小平方法計算出符合全部資料的直線方程式。 k_a 與正向力關係如圖 5.1，取樣資料間的相關係數為 0.9007，其資料間的相關程度高。得到的直線方程式為：

$$k_a = 1.064 \times \frac{F_z}{4000} + 0.5636 \quad (5.1)$$

之後模擬時只要有輪胎正向力資訊，便能依此直線方程式獲得相對應之修正參數 k_a ，並將 k_a 視為已知。

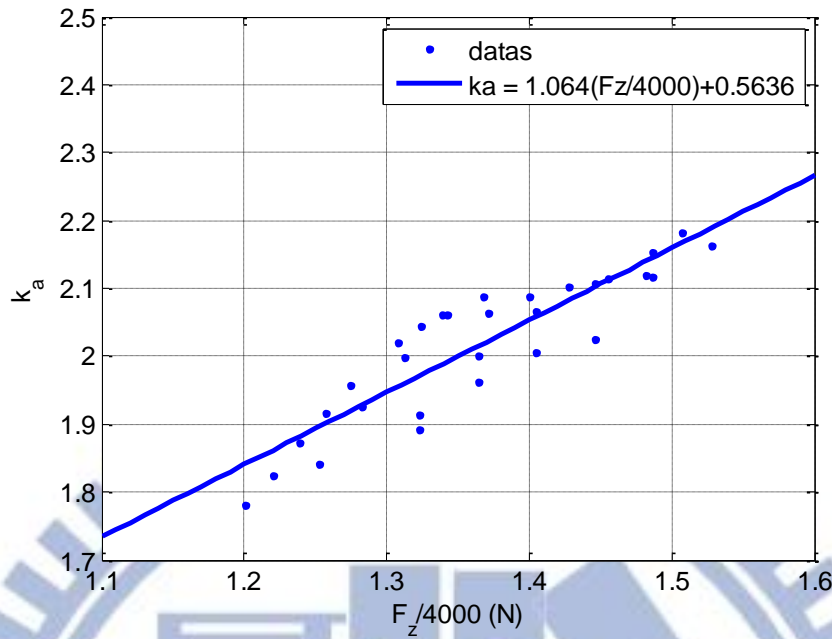


圖 5.1 修正參數 k_a 與輪胎正向力關係圖

5.2 參數估測系統

考慮到正常情況下，一般車輛無法以感測器得知車速、輪胎正向力、側向力與摩擦係數資訊，而一般估測器則不能同時估測到四個輪胎側向力與摩擦係數，造成車輛在路面狀況發生改變時無法即時並準確得知。所以本小節主要在呈現所設計的參數估測系統在路況變化時，仍然能夠準確且即時估測到所需資訊。模擬一測試車輛在持續轉向(J-turn)的情況下能否以 RLS 估測法估測到路面摩擦係數，模擬二與模擬三則分別模擬不同的路況變化，以測試估測器在路面變化時的估測效果。

模擬一為駕駛者下達轉向角為 2.5 度的 J-turn 命令，並於 1 秒後轉達 2.5 度，而車輛行駛由柏油路面($\mu = 0.85$)到積水路面($\mu = 0.5$)的狀況。圖 5.3 為縱向速度實際與估測結果，僅有很小的誤差偏移量。圖 5.4 為輪胎正向力估測與實際結果，可發現皆與實際結果相符合。圖 5.5 與圖 5.6 為橫擺角速度、車速、質心側滑角與四個輪胎側向力之實際與估測結果，其中我們以估測到的縱向速度作為無味卡爾曼濾波器(UKF)的觀測資訊，

即為圖 5.3 之縱向速度估測結果。而質心側滑角與四個輪胎側向力的誤差來自於輪胎模型不準確性(Model uncertainty)與摩擦係數的估測誤差。圖 5.7 則為組合滑動之限制與實際值，如(3.18)式所示之 Brush tire model 合力方程式，若實際的組合滑動值超過其限制，Brush tire model 的摩擦力將到達飽和區，因此我們須確認組合滑動的實際值是否大於其限制值，可看出四個輪胎都在非飽和區，使得所設計的估測系統能夠準確估測。

圖 5.8 則為摩擦係數實際與估測結果，可以發現在車輛持續轉向的情況，輸入訊號沒有給予持續刺激(Persistent excitation)，並不滿足 RLS 估測法參數收斂的條件，因此估測結果沒有穩定收斂，導致估測誤差非常大，又本研究將摩擦係數估測結果回授至無味卡爾曼濾波器(UKF)運用，造成圖 5.5 與圖 5.6 的估測結果產生誤差。此外，本研究也有嘗試轉向角為 4 度的 J-turn 模擬，但卻會因為輸入訊號不滿足持續刺激條件，造成 RLS 估測法無法收斂影響無味卡爾曼濾波器(UKF)的穩健性，而無法完成模擬，因此本研究在之後的模擬情況皆以弦波訊號為主要駕駛情況。

模擬一：

車輛以初速 $V_x = 15.3\text{m/s}$ 直線前進，4 秒時駕駛者下達轉向角為 2.5 度的 J-turn 命令並於 1 秒後轉達 2.5 度， V_x 維持等速。路面狀況在 1~25 秒時為柏油路面($\mu = 0.85$)，25~50 秒則改變為積水路面($\mu = 0.5$)。

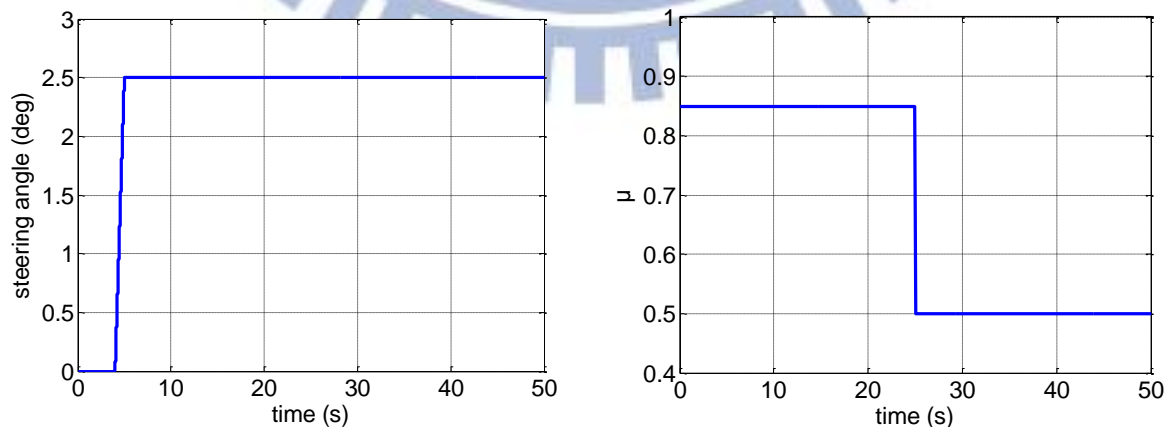


圖 5.2 模擬一之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖

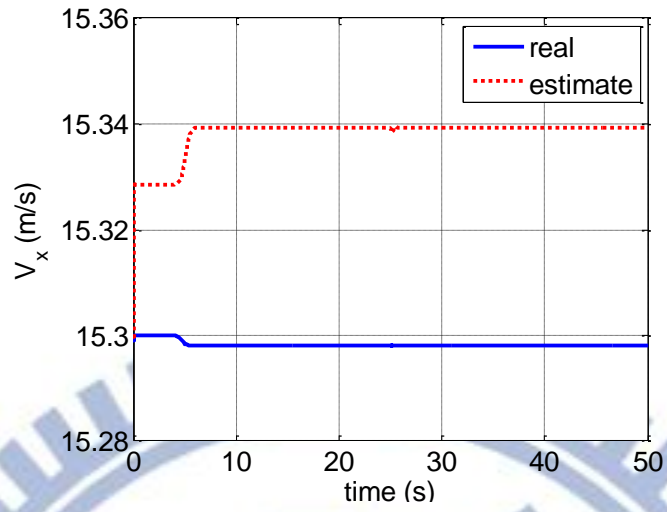


圖 5.3 模擬一之車輛質心縱向速度實際與估測結果

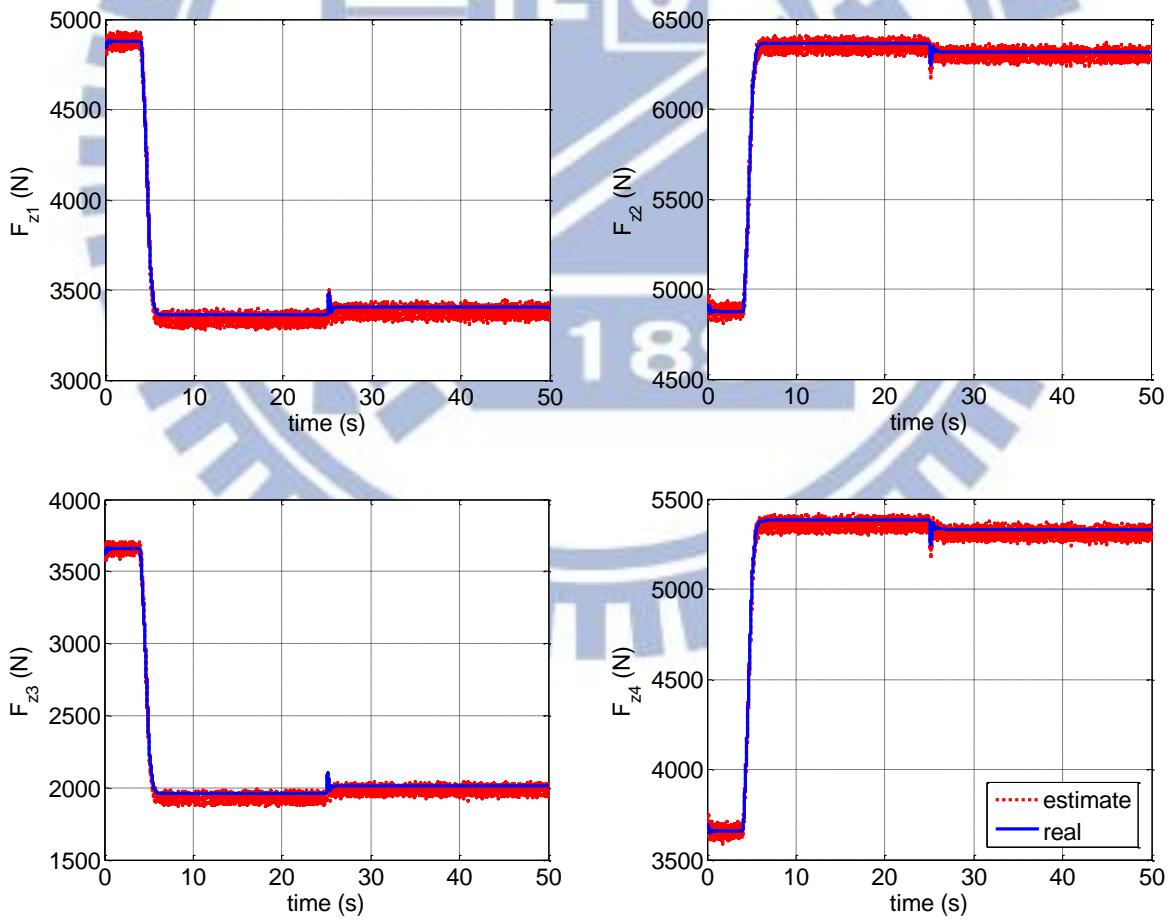


圖 5.4 模擬一之輪胎正向力估測與實際結果

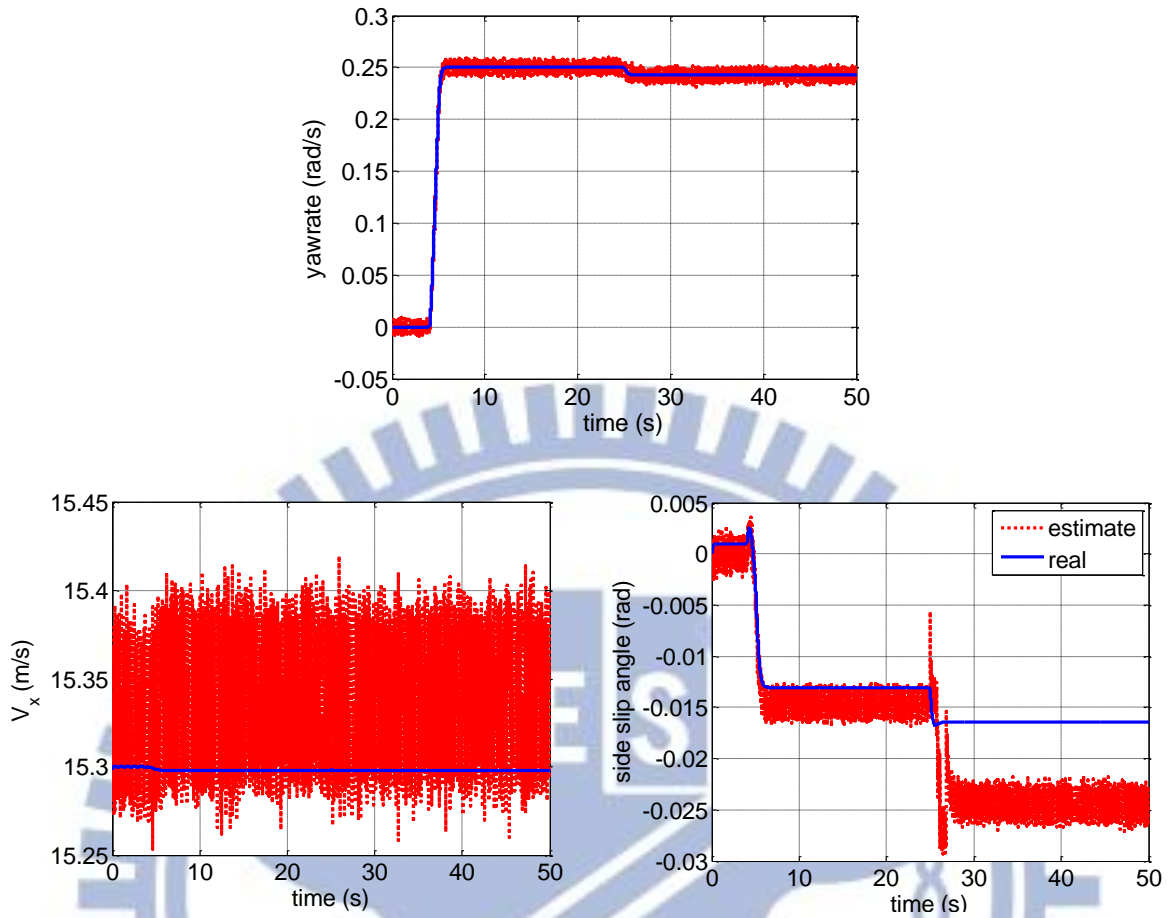


圖 5.5 模擬一之橫擺角速度(上)、車速(左下)、質心側滑角(右下)估測與實際結果

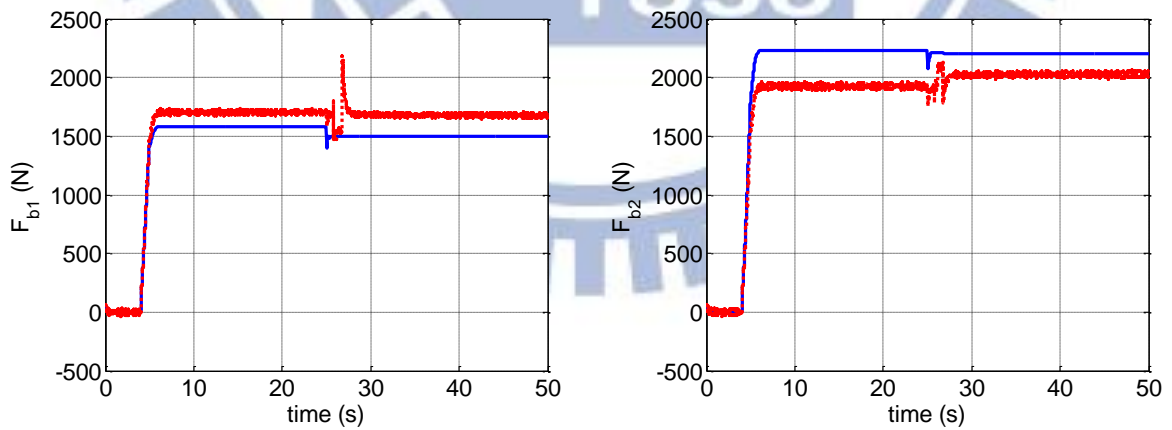


圖 5.6 模擬一之輪胎側向力(前輪)實際與估測結果

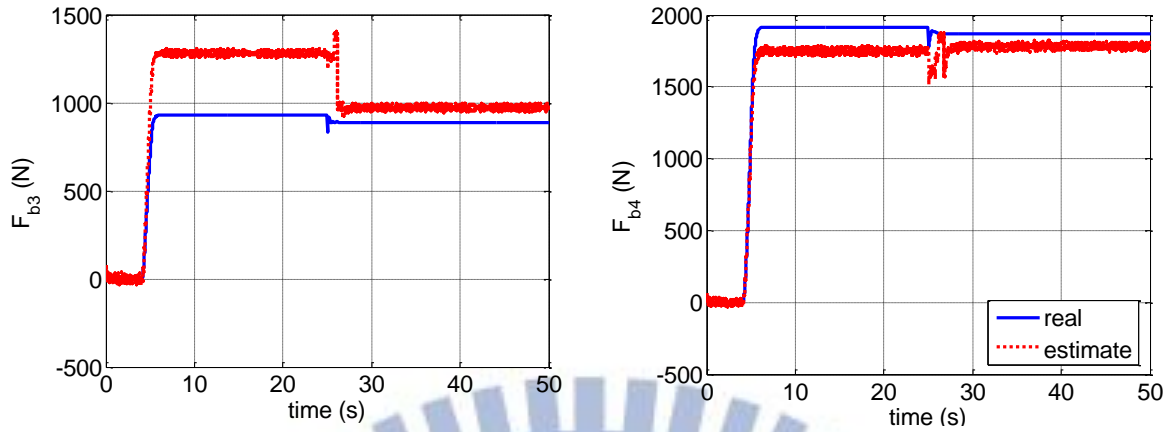


圖 5.6 模擬一之輪胎側向力(後輪)實際與估測結果

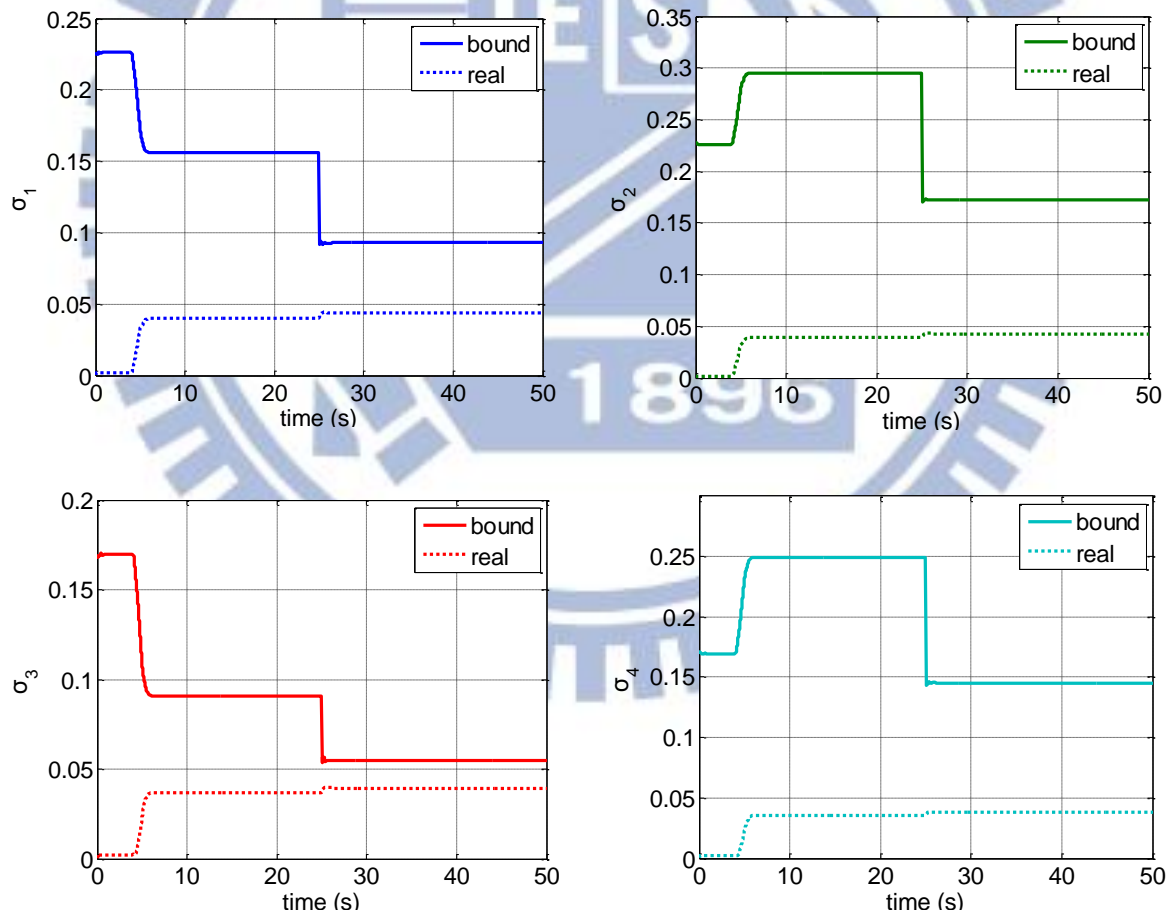


圖 5.7 模擬一之組合滑動限制與實際值

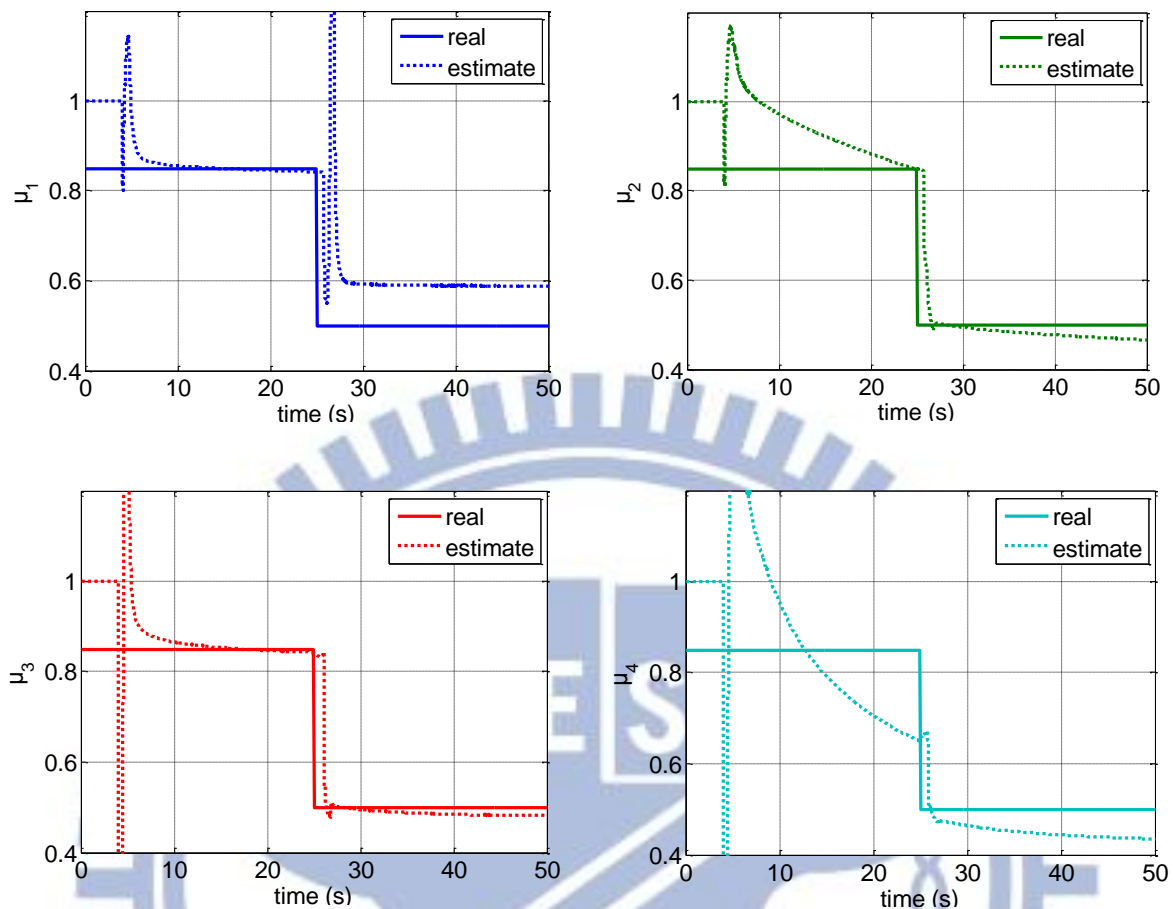


圖 5.8 模擬一之摩擦係數實際與估測結果

模擬二為駕駛者下達振幅 4 度且頻率為 0.5Hz 的轉向命令，而車輛行駛由柏油路面 ($\mu = 0.85$) 到積水路面 ($\mu = 0.5$) 的狀況。圖 5.10 為縱向速度實際與估測結果，在轉向時會隨著轉向頻率而改變，原因在於車輛轉向時，車速會隨著橫擺角速度動態而變化，造成縱向速度在轉向時產生震盪的現象。

圖 5.11 為輪胎正向力實際與估測結果，可發現皆與實際結果相符合。圖 5.12 與圖 5.13 為橫擺角速度、車速、質心側滑角與四個輪胎側向力之實際與估測結果，其中左後輪側向力的估測部分，在 25 秒左右有一小小的峰值(Peak)現象，此峰值為摩擦係數估測結果所造成。圖 5.14 則為組合滑動限制與實際值，皆滿足非飽和區的限制。

圖 5.15 為摩擦係數實際與估測結果，左後輪摩擦係數的估測部分在 25 秒左右同樣有峰值產生，又本研究將摩擦係數估測結果回授至無味卡爾曼濾波器運用，故此取樣時刻左後輪側向力的估測值才會有峰值出現。然而，在路面有變化的情況下，系統大約會有 1 秒的延遲時間(Time delay)，這是因為本研究在設計估測器時，一旦 RLS 估測法裡的估測變異矩陣 \mathbf{P} 之對角線和小於所設定的限制，系統便會啟動重置(Reset)機制，造成左後輪摩擦係數估測值之峰值的產生，但此項設計卻能夠加快演算法收斂速度，並保證系統在長時間下能夠正確估測到所需資訊。

此外，在估測器裡我們將摩擦係數的初始值假設為 1，遞迴最小平方法則設定在側向加速度大於 0.1m/s^2 時啟動，此時代表車輛開始轉向，有足夠的轉向命令與輪胎側向力，如此才符合遞迴最小平方法的收斂要求。



模擬二：

車輛以初速 $V_x = 15.3\text{m/s}$ 直線前進，4 秒時駕駛者下達振幅 4 度且頻率為 0.5Hz 的轉向命令， V_x 維持等速。路面狀況在 1~25 秒時為柏油路面($\mu = 0.85$)，25~50 秒則改變為積水路面($\mu = 0.5$)。

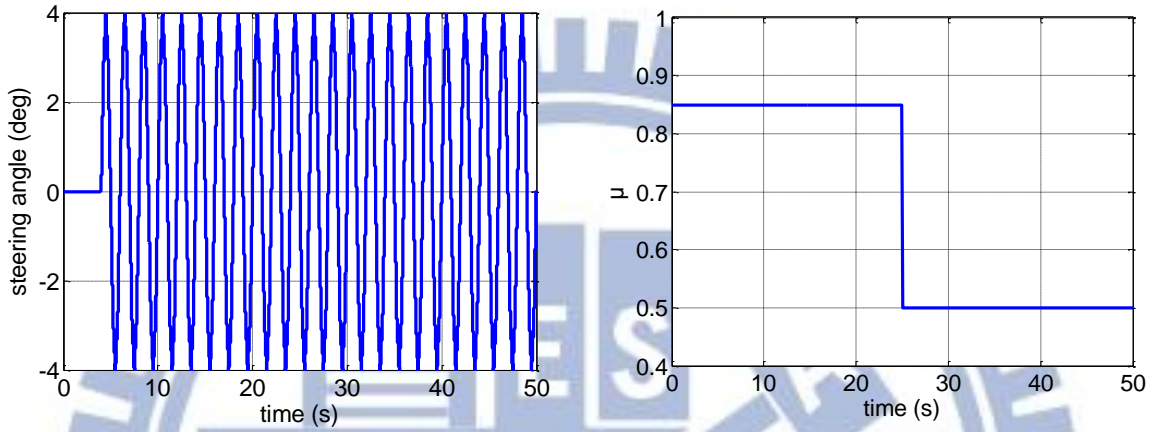


圖 5.9 模擬二之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖

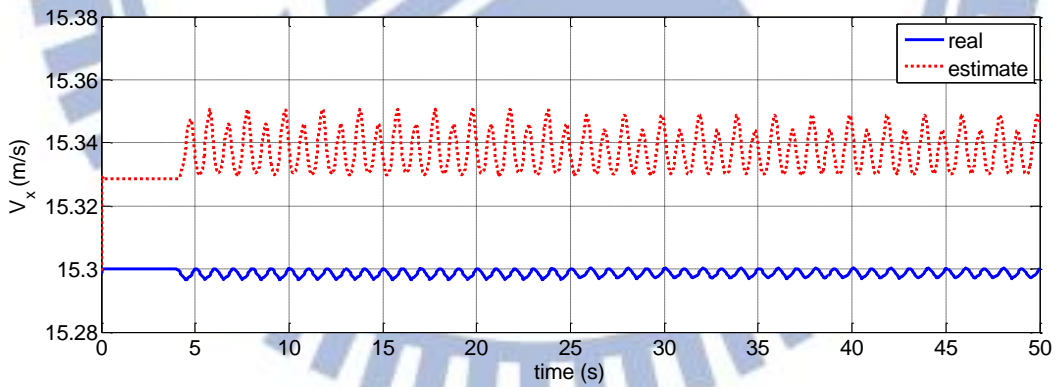


圖 5.10 模擬二之車輛質心縱向速度實際與估測結果

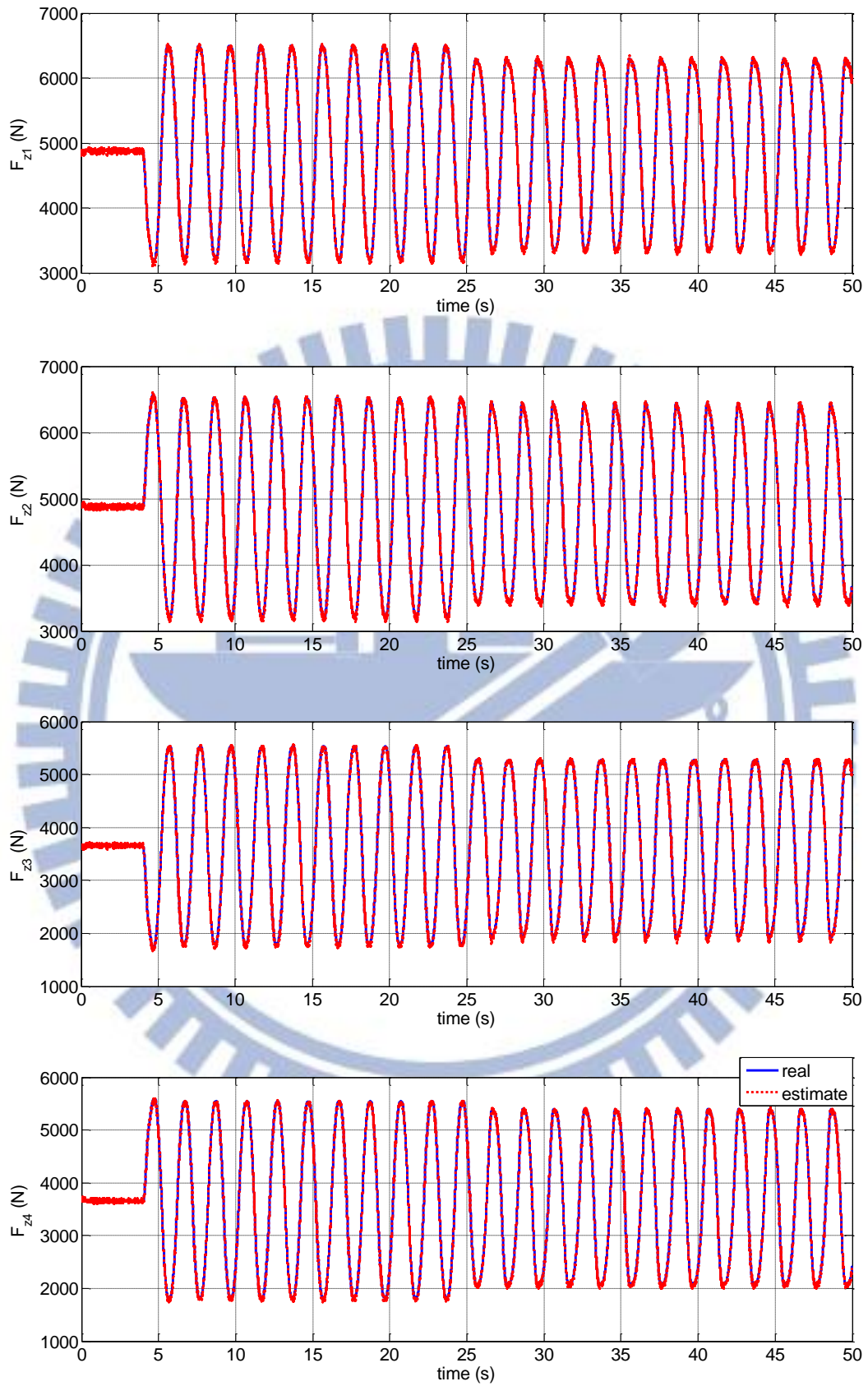


圖 5.11 模擬二之輪胎正向力實際與估測結果

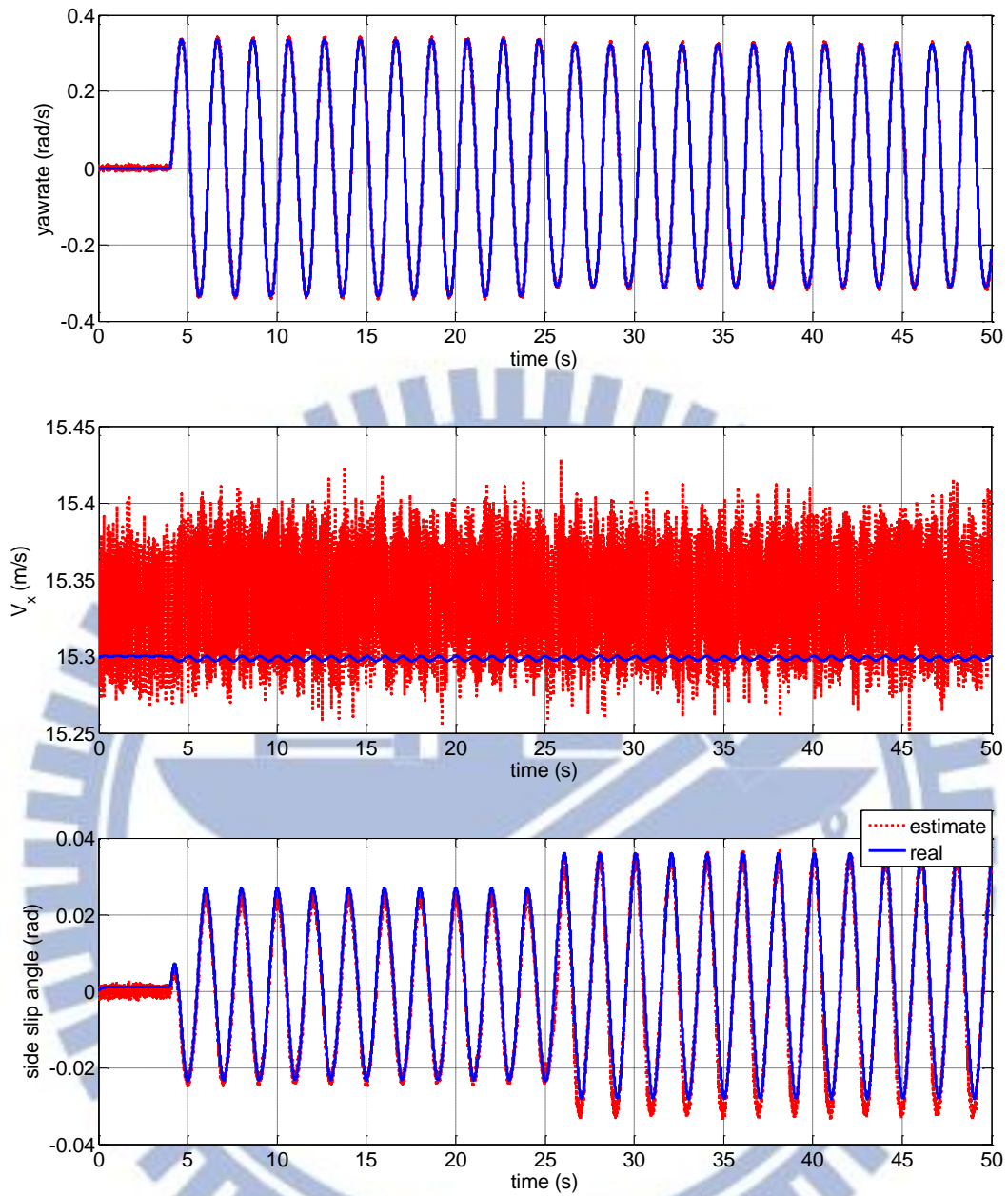


圖 5.12 模擬二之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果

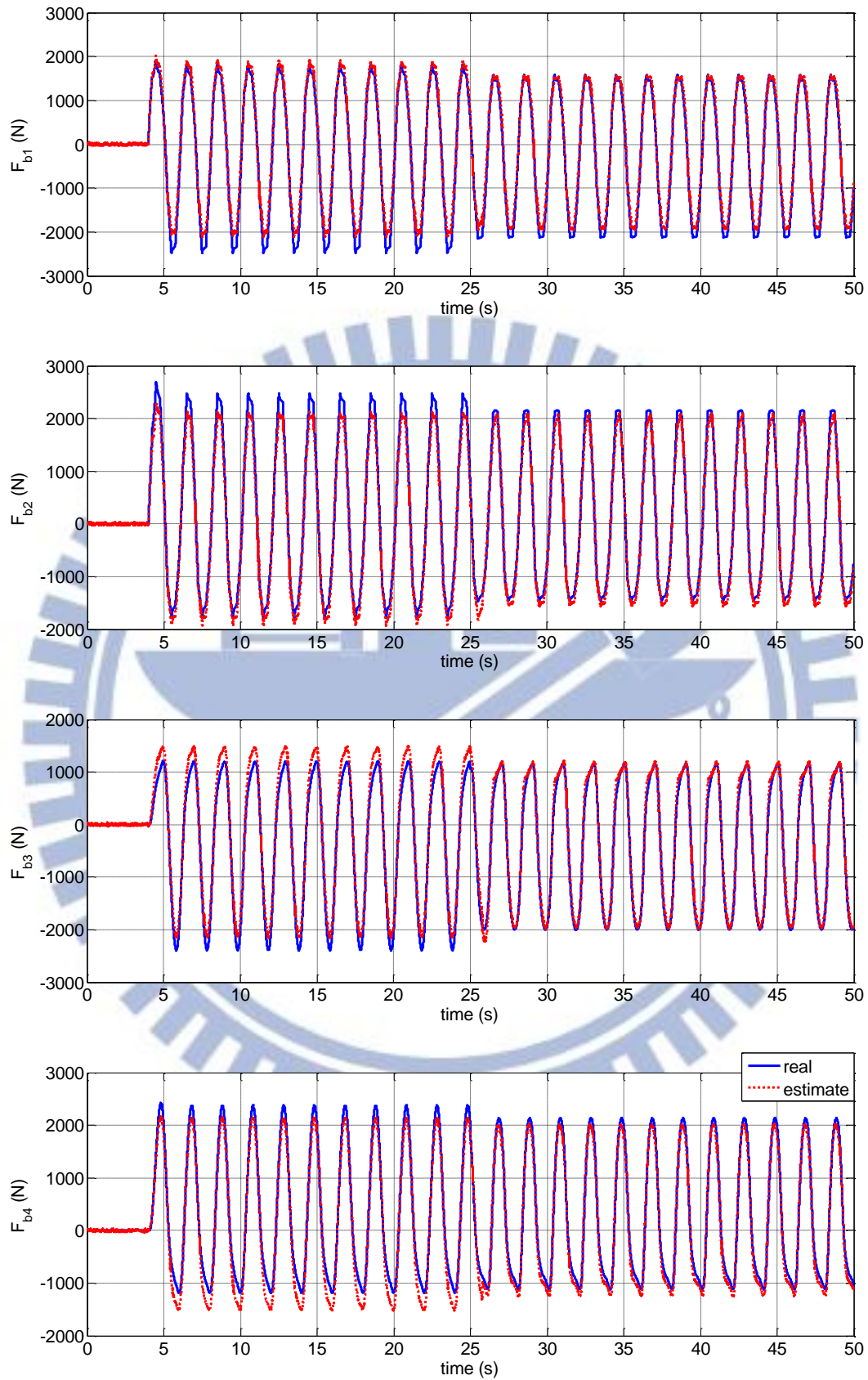


圖 5.13 模擬二之輪胎側向力實際與估測結果

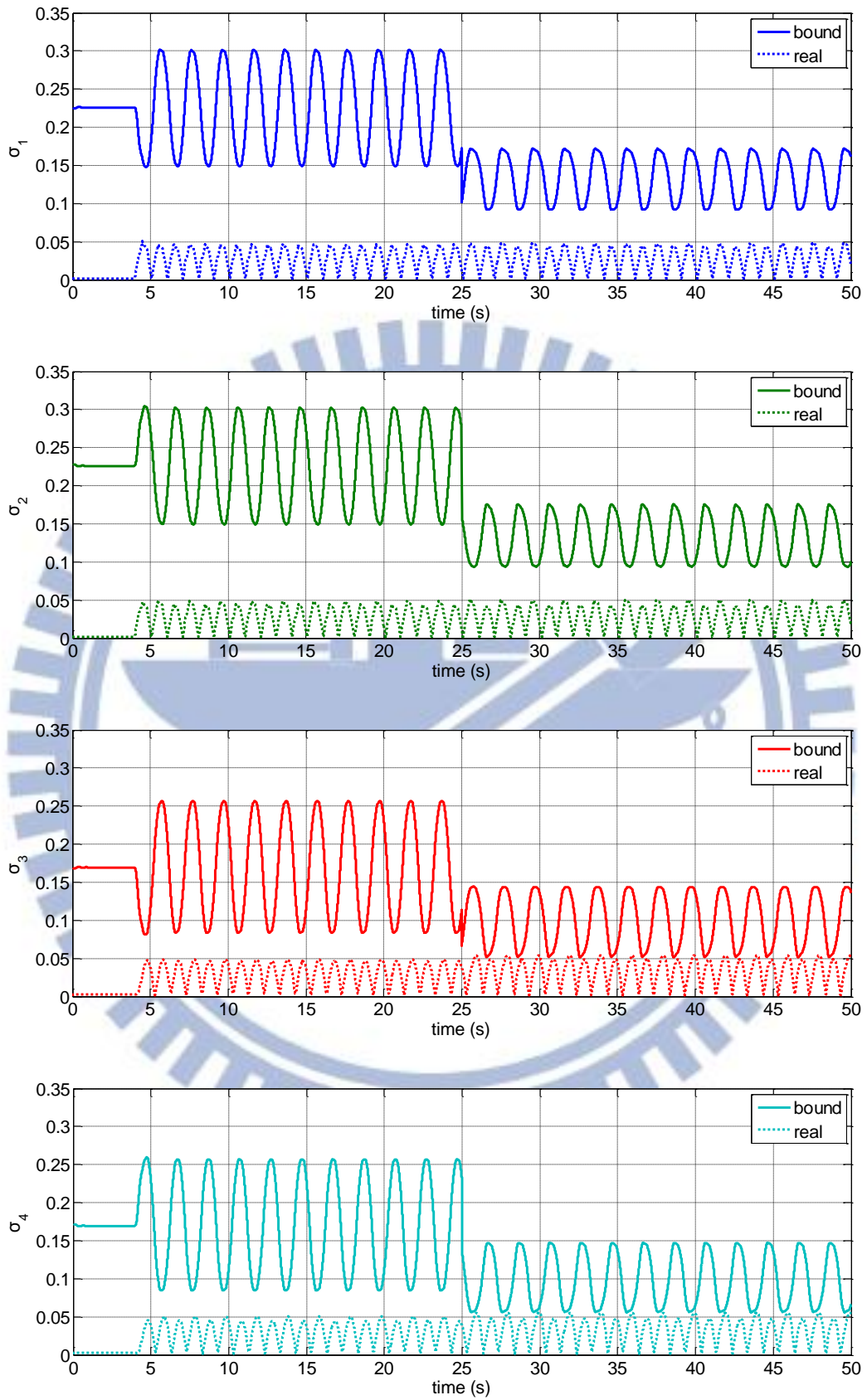


圖 5.14 模擬二之組合滑動限制與實際值

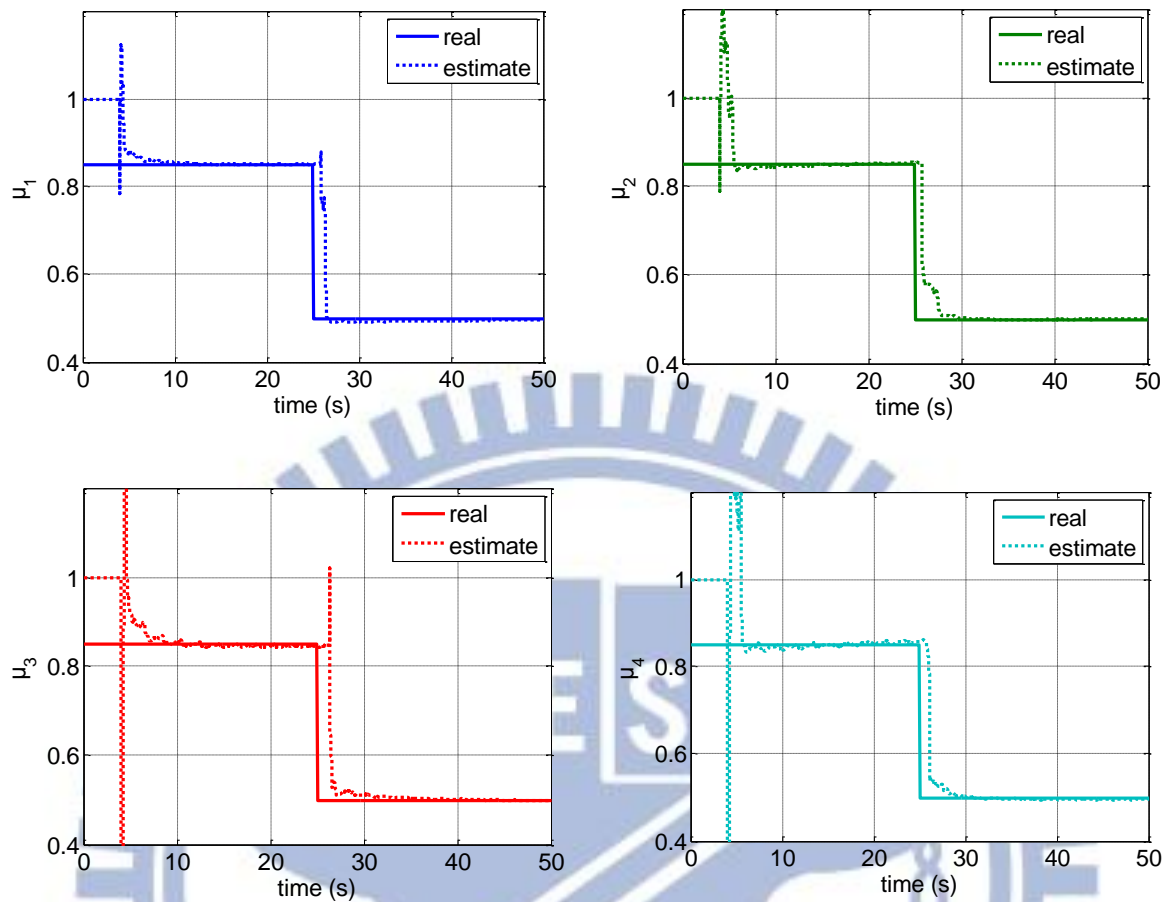


圖 5.15 模擬二之摩擦係數實際與估測結果

模擬三則測試不同的路況變化，藉此來觀察估測系統的效果。圖 5.16 為駕駛者轉向命令，以及車輛行駛由積水路面($\mu = 0.5$)到柏油路面($\mu = 0.85$)的情況。圖 5.17、圖 5.18 分別為縱向速度與輪胎正向力實際與估測結果，可以觀察到縱向速度估測結果與模擬二相同，但輪胎正向力部分，則會隨著路面摩擦係數的大小而有所變化，這是因為路況的改變會影響到輪胎的受力以及車身的側傾(Roll)與俯仰(Pitch)角，進而影響到懸吊系統壓縮長度的變化，造成此正向力估測的結果。圖 5.19 與圖 5.20 為橫擺角速度、車速、質心側滑角與四個輪胎側向力之實際與估測結果，圖 5.21 為組合滑動之限制與實際值，同樣符合非飽和區的限制，而圖 5.22 為摩擦係數實際與估測結果。模擬三與模擬二結論大致相同，可以發現後輪的側向力與摩擦係數估測部分，在路況發生變化時同樣會有峰值產生，此峰值也造成了質心側滑角的估測結果在 25 秒時有峰值現象發生。

模擬三：

車輛以初速 $V_x = 15.3\text{m/s}$ 直線前進，4 秒時駕駛者下達振幅 4 度且頻率為 0.5Hz 的轉向命令， V_x 維持等速。路面狀況在 1~25 秒時為積水路面($\mu = 0.5$)，25~50 秒則改變為柏油路面($\mu = 0.85$)。

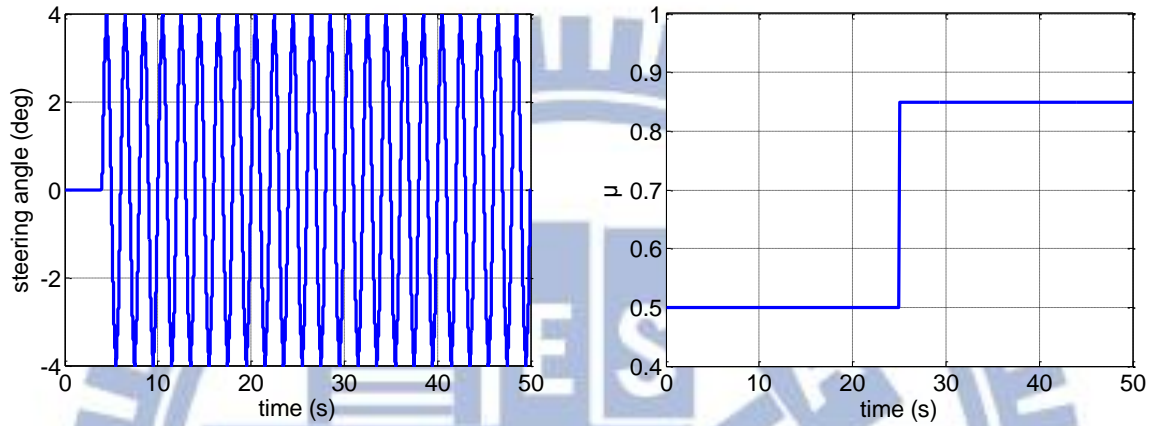


圖 5.16 模擬三之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖

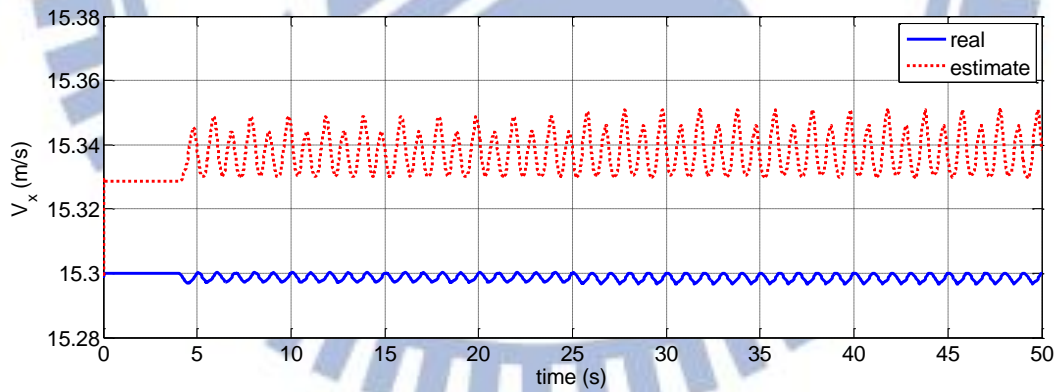


圖 5.17 模擬三之車輛質心縱向速度實際與估測結果

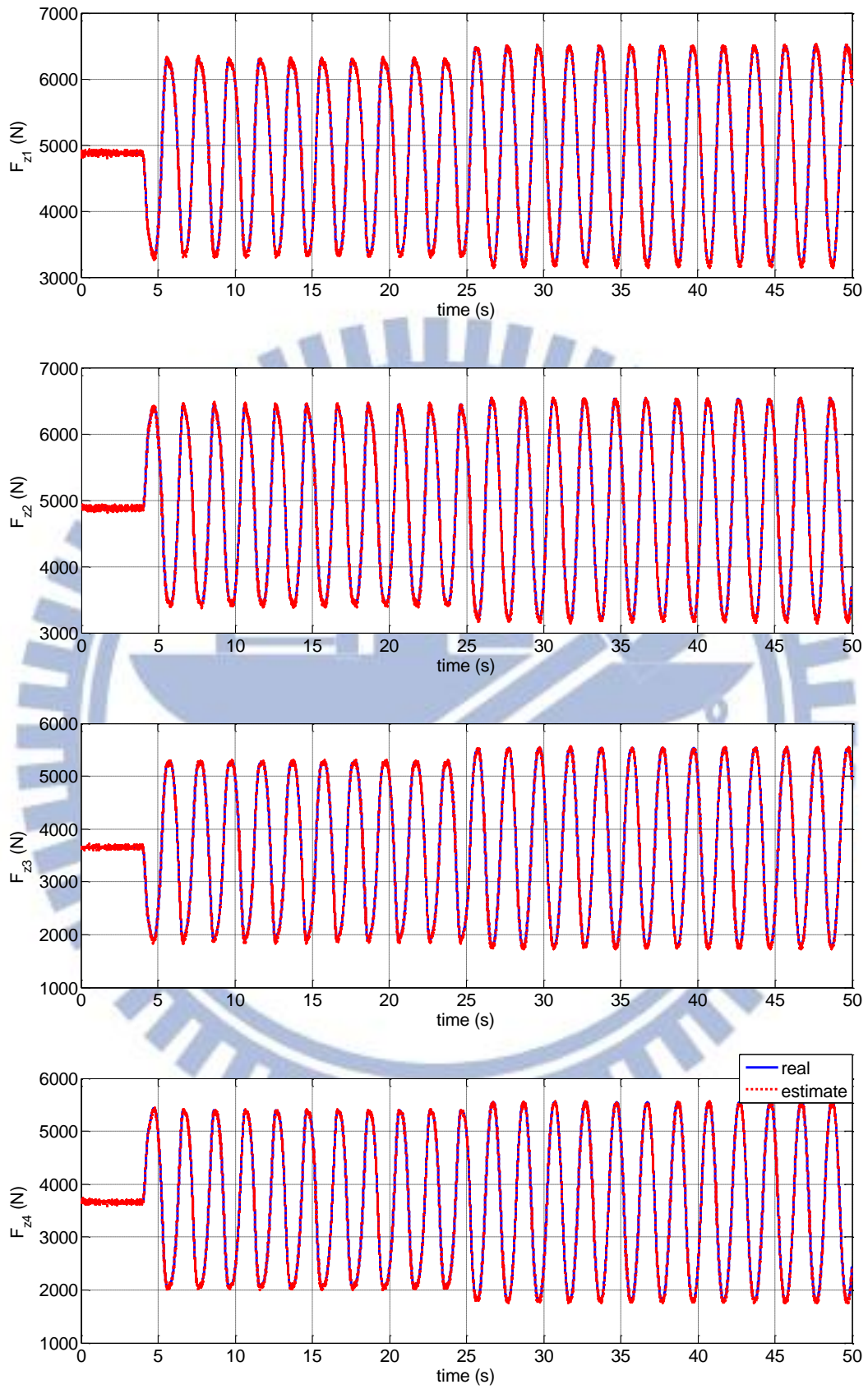


圖 5.18 模擬三之輪胎正向力實際與估測結果

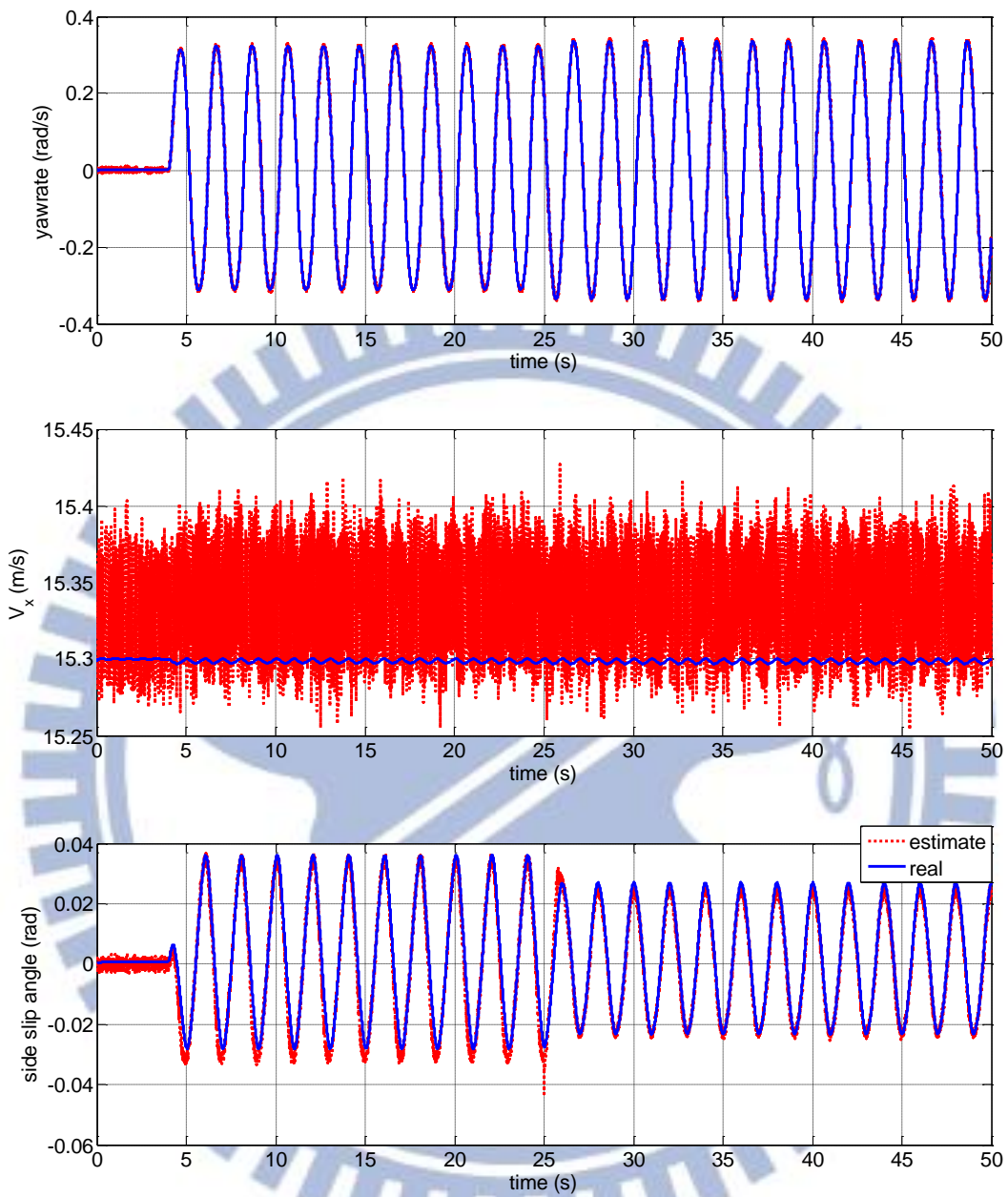


圖 5.19 模擬三之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果

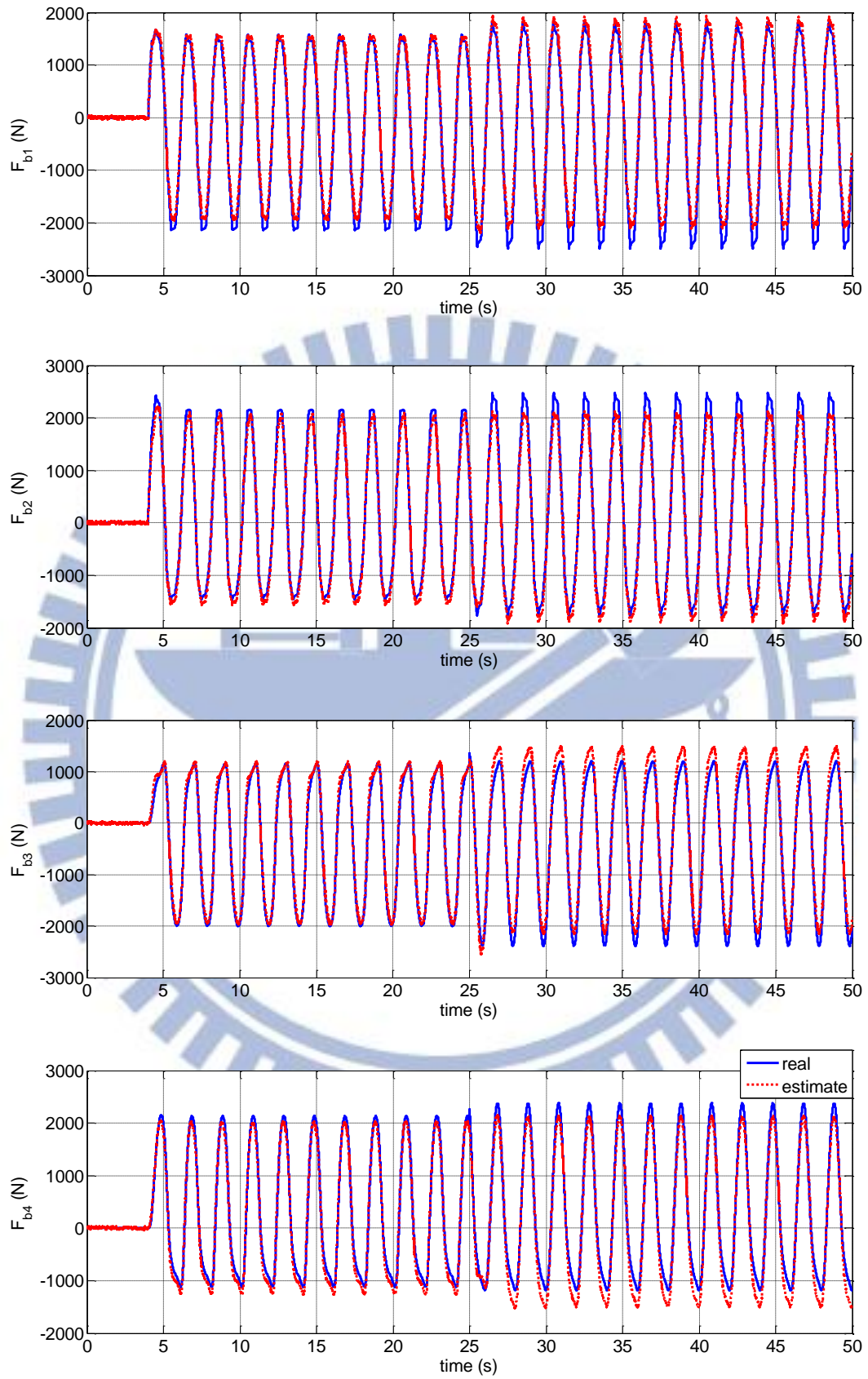


圖 5.20 模擬三之輪胎側向力實際與估測結果

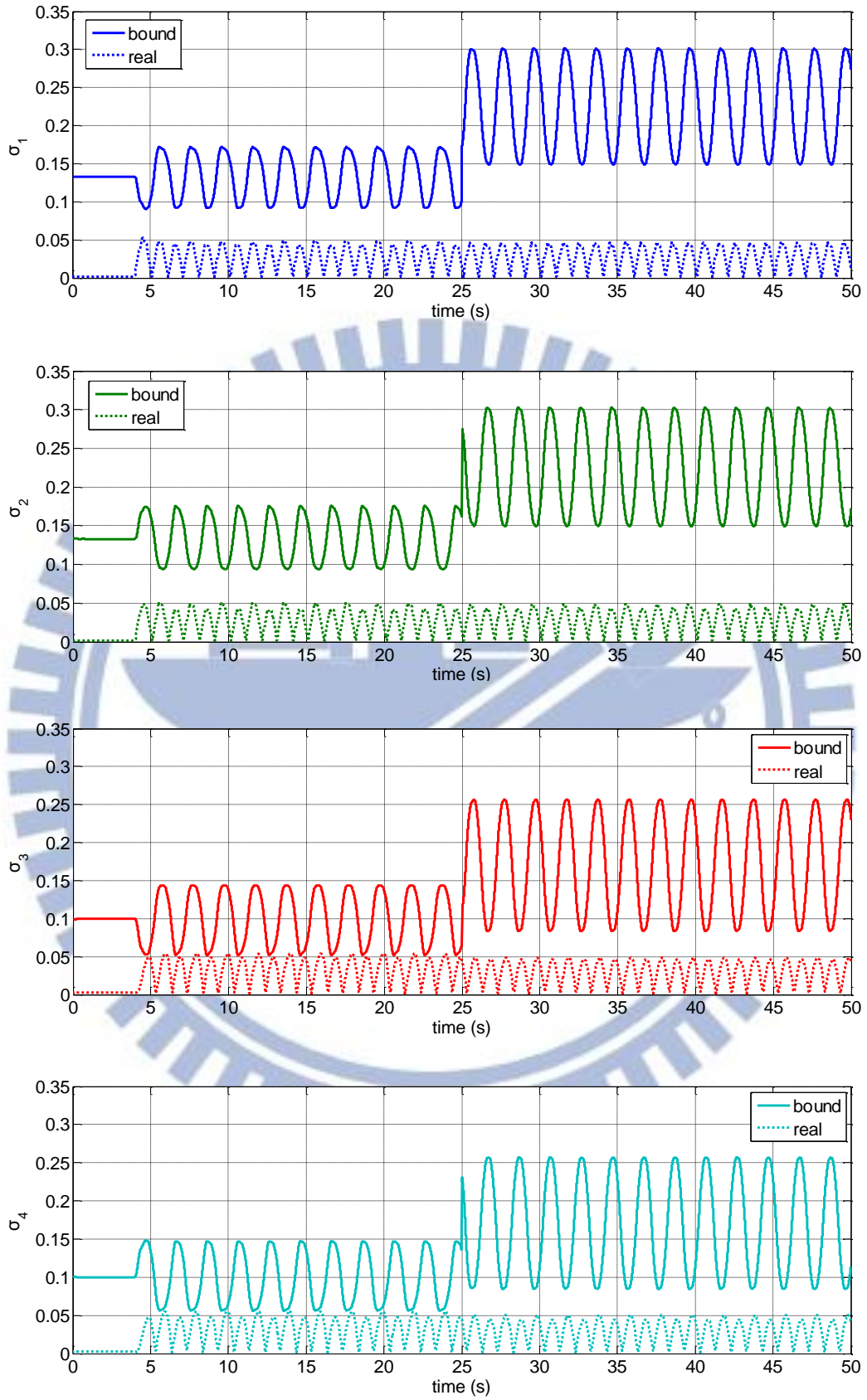


圖 5.21 模擬三之組合滑動限制與實際值

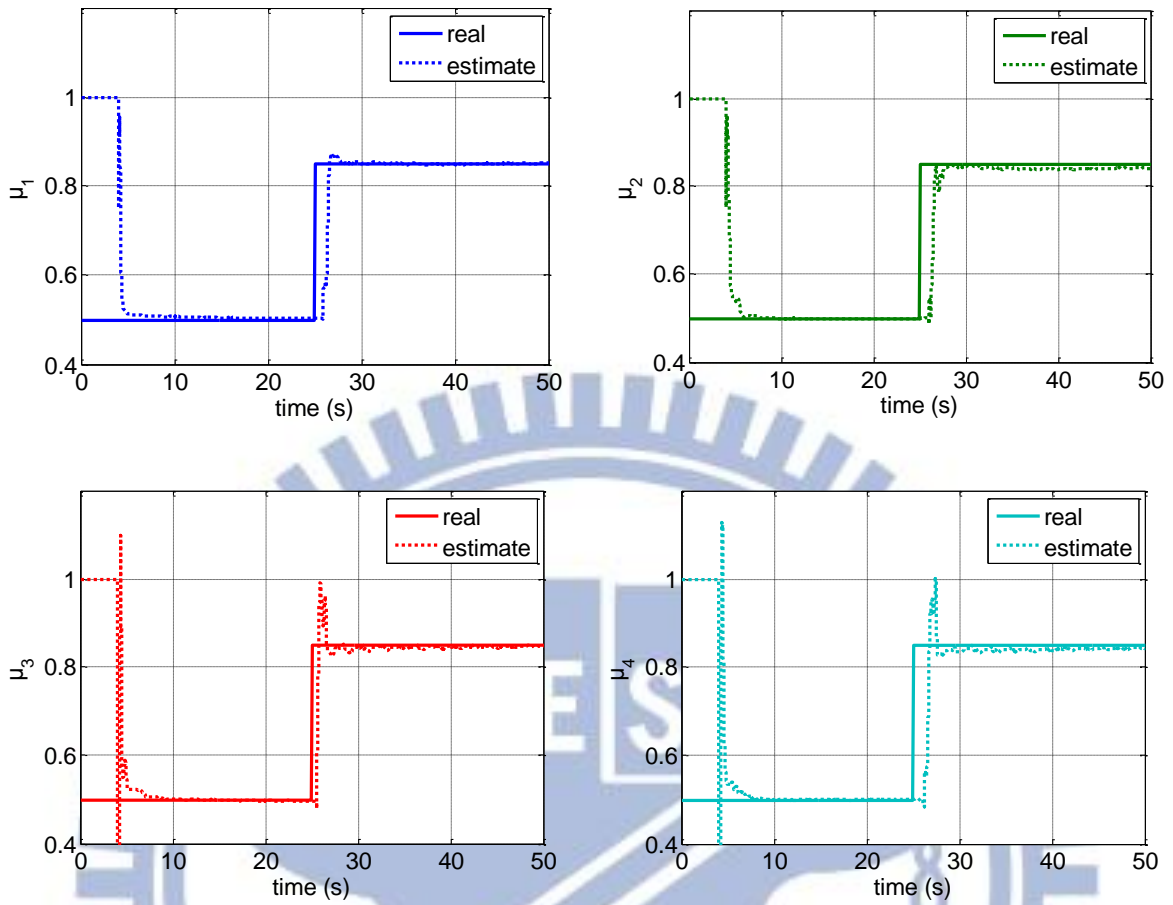


圖 5.22 模擬三之摩擦係數實際與估測結果

總結此小節可以知道所設計的參數估測系統，在路況突然變化下都能準確估測到縱向速度、四個輪胎正向力、側向力與摩擦係數，不但收斂速度快且估測誤差小，以模擬尋找參數 k_a 來修正所假設的輪胎模型以克服輪胎模型不準確性，達到分別且即時估測四個輪胎摩擦係數的效果，改善先前文獻的不足。

5.3 完整控制系統

為了驗證此估測系統的可行性，本小節將所設計的估測系統配合如 4.5 節所介紹之最佳化輪胎力量分配控制器，回授估測系統得到的參數到控制器，來比較加上估測系統前後的控制效能。從模擬二到模擬三，不難發現所設計的估測系統在路況改變時，依舊能準確的得知路面變化，達到本研究最初的目的。接著將估測到的參數回授至控制器，希望能幫助控制器在路面狀況變化時，穩定控制車輛使車輛動態跟隨給定的參考值。

模擬的控制車輛限制其輪胎轉向角 δ 的範圍為 ± 45 度之間。模擬中控制器內所需要的路面摩擦係數與最佳化摩擦力分配所需之後輪側向力資訊皆由估測系統回授運用；控制車輛縱向速度的順滑層(Sliding layer) ε_x 選定為 5×10^{-3} 、質心側滑角的順滑層 ε_y 選定為 5×10^{-5} 、橫擺角速度的順滑層 ε_M 選定為 3×10^{-3} ；下層控制器控制跟隨所需縱向力的順滑層選定為1；分析上層控制器的誤差範圍 ΔX_{\max} 、 ΔY_{\max} 、 ΔM_{\max} 所需參數 ε_a 選定為30、 ε_b 選定為30、 ε_δ 選定為 3×10^{-4} 。

圖 5.24 之縱向速度估測結果在加上控制器後，實際與估測結果的峰值振幅明顯變大，原因在於上層控制器為了跟隨縱向速度參考值，而必須讓縱向速度的順滑層限制變小，會讓上層控制器所計算出的縱向合力有明顯的峰值現象，如圖 5.30，而造成最佳化摩擦力分配的期望縱向力與下層控制器所設計的扭矩控制輸入都會有明顯的峰值震盪現象產生，因而導致車輛的縱向速度產生如此結果。

圖 5.25 為輪胎正向力實際與估測結果，比較輪胎正向力與 5.2 節的模擬結果，會發現正向力在經過控制器控制車輛側向與橫擺動態後，不會再因路況變化而改變。圖 5.26 與圖 5.27 為橫擺角速度、車速、質心側滑角與四個輪胎側向力之實際與估測結果，與模擬二比較可以發現在路況改變為積水路面時的輪胎側向力估測效果較差，原因在於整合最佳化輪胎力量分配控制器後，下層控制器在側向控制部分採開迴路設計，加上模型不準確因素，最佳化分配的側向力會與實際輪胎之側向力存在誤差，而在摩擦係數較低的狀況下，側向摩擦力變小造成估測誤差較小，所以模擬二在低摩擦係數時才会有較佳的

側向力與質心側滑角估測效果。圖 5.28 為組合滑動之限制與實際值，其實際值仍然符合非飽和區的限制。

圖 5.29 則為摩擦係數實際與估測結果，在路況變化時仍然有不錯的估測效果。

模擬四：

同模擬二，將估測系統配合最佳化輪胎力量分配控制器作模擬。車輛以初速 $V_x = 15.3\text{m/s}$ 直線前進，4 秒時駕駛者下達振幅 4 度且頻率為 0.5Hz 的轉向命令， V_x 維持等速。路面狀況在 1~25 秒時為柏油路面 ($\mu = 0.85$)，25~50 秒則改變為積水路面 ($\mu = 0.5$)。

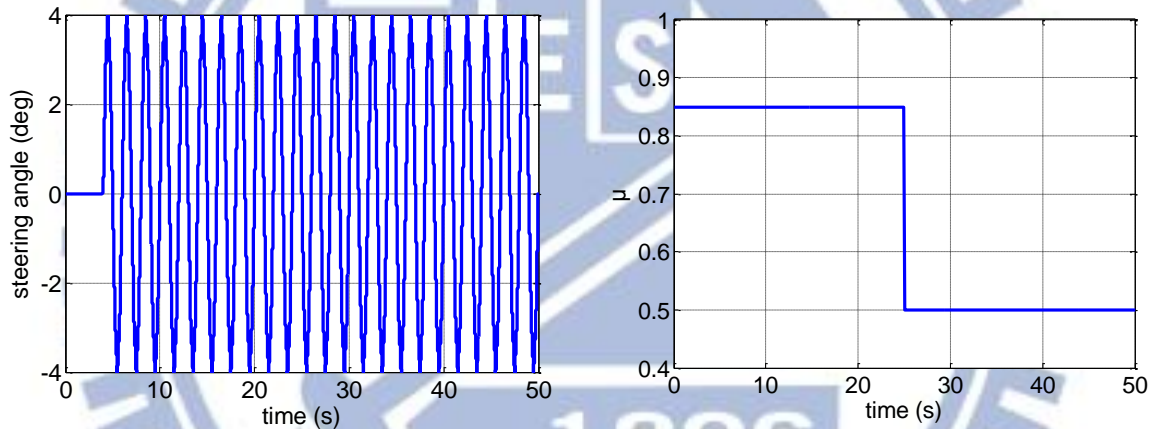


圖 5.23 模擬四之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖

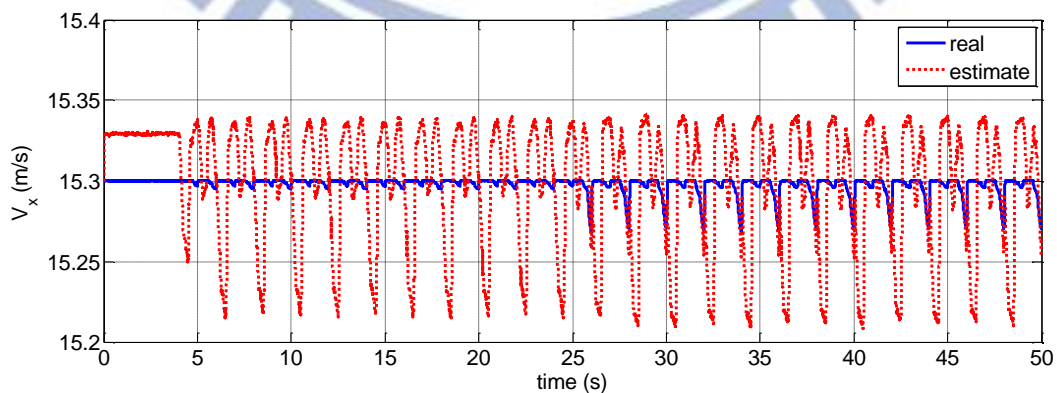


圖 5.24 模擬四之車輛質心縱向速度實際與估測結果

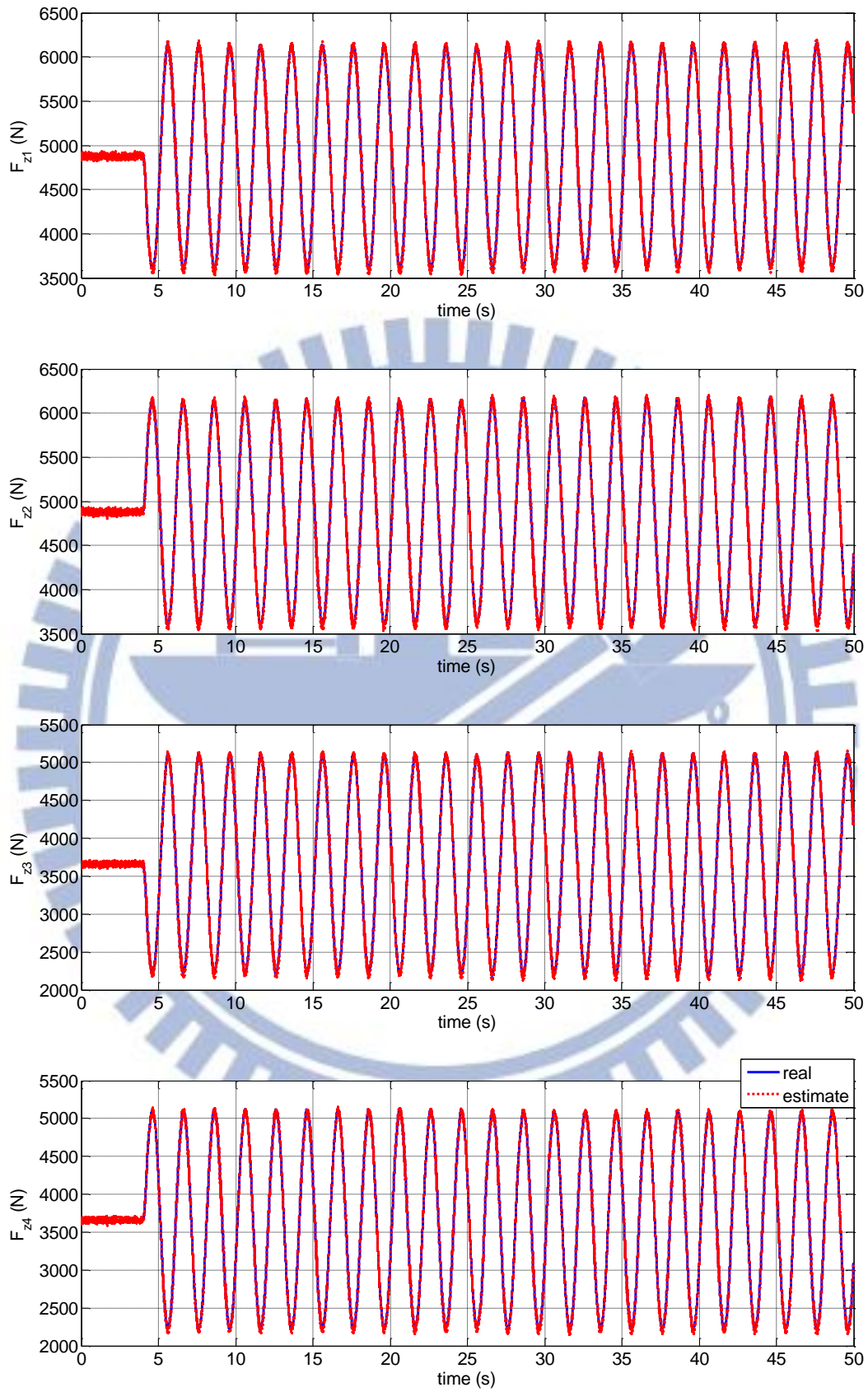


圖 5.25 模擬四之輪胎正向力實際與估測結果

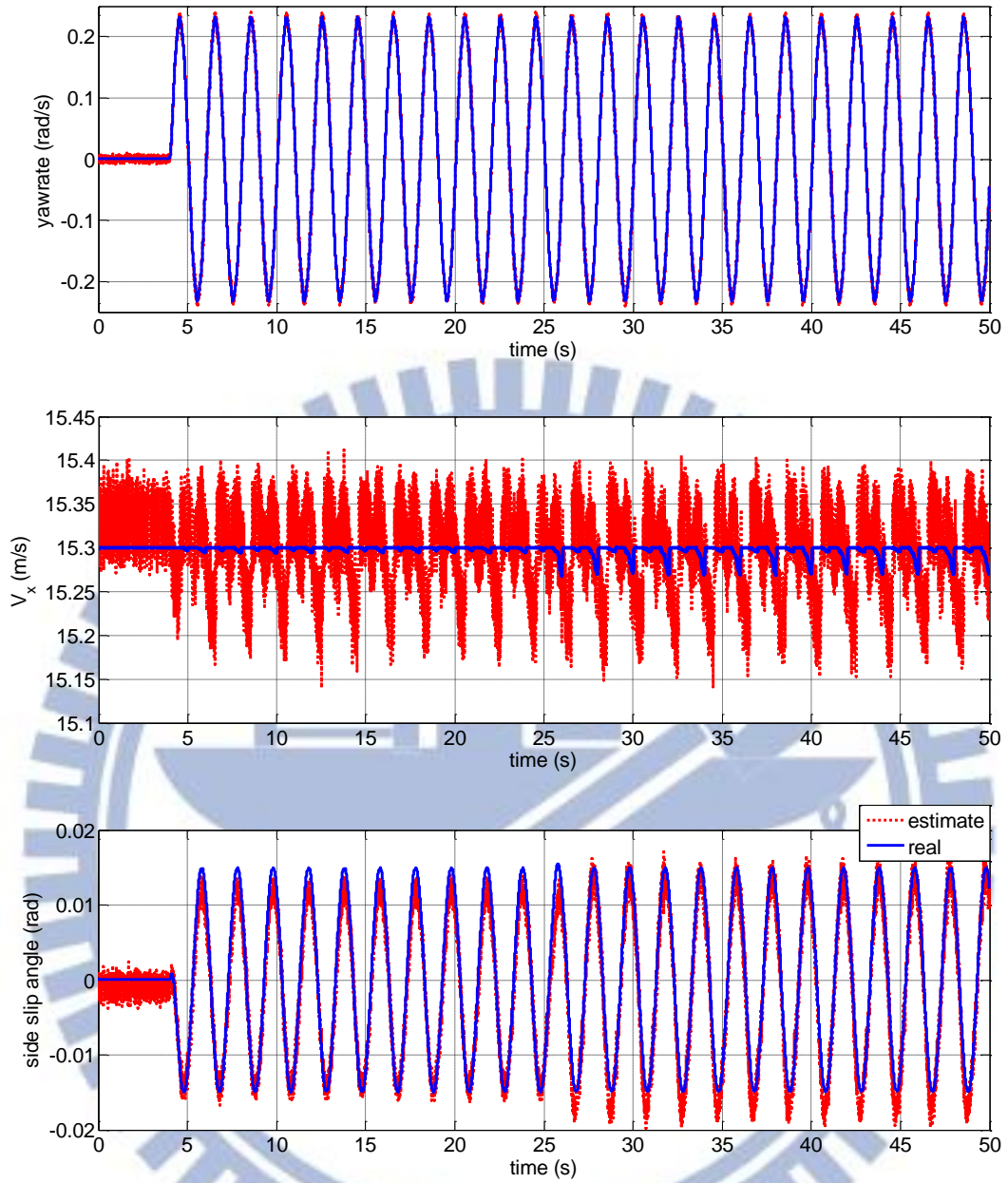


圖 5.26 模擬四之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果

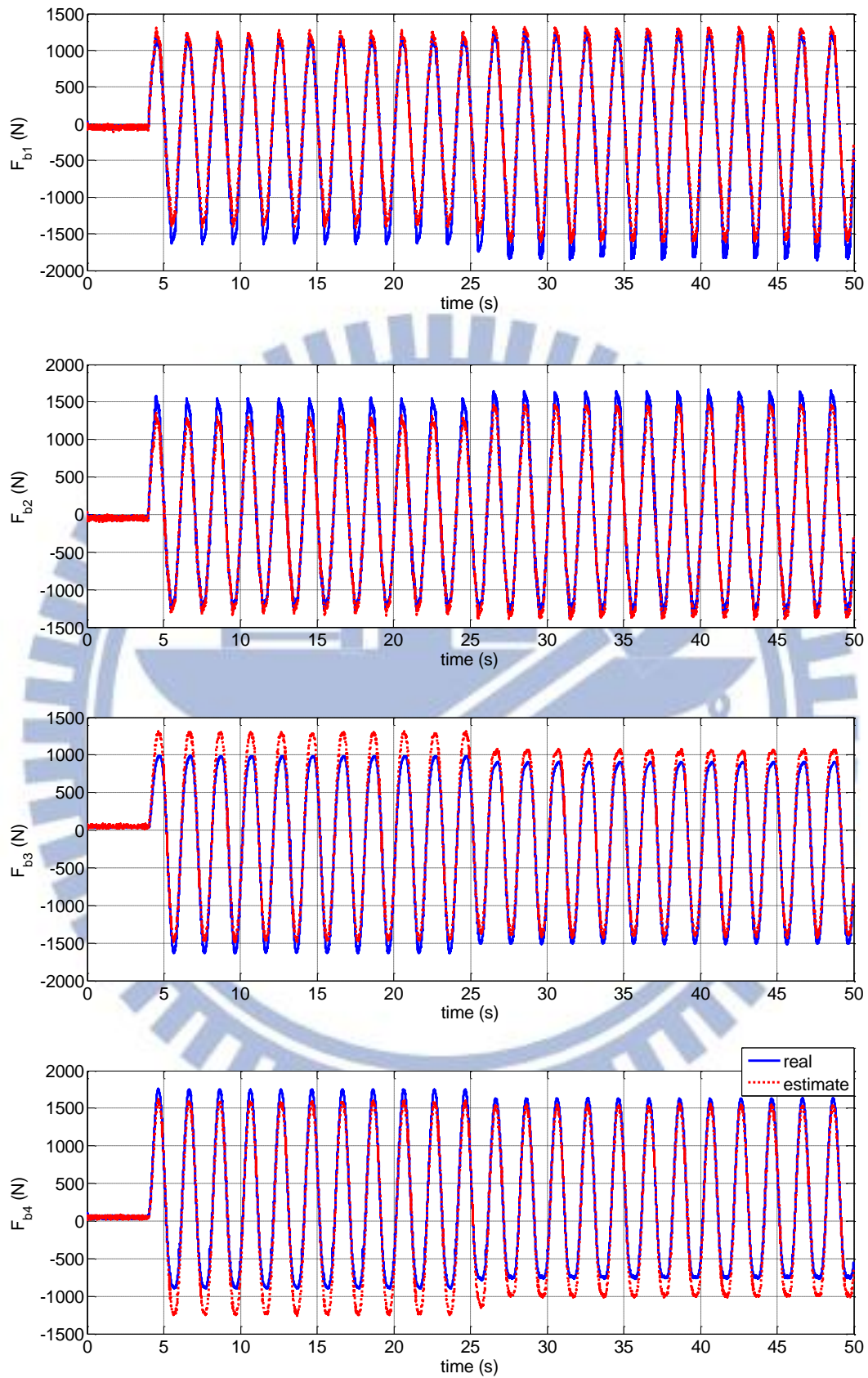


圖 5.27 模擬四之輪胎側向力實際與估測結果

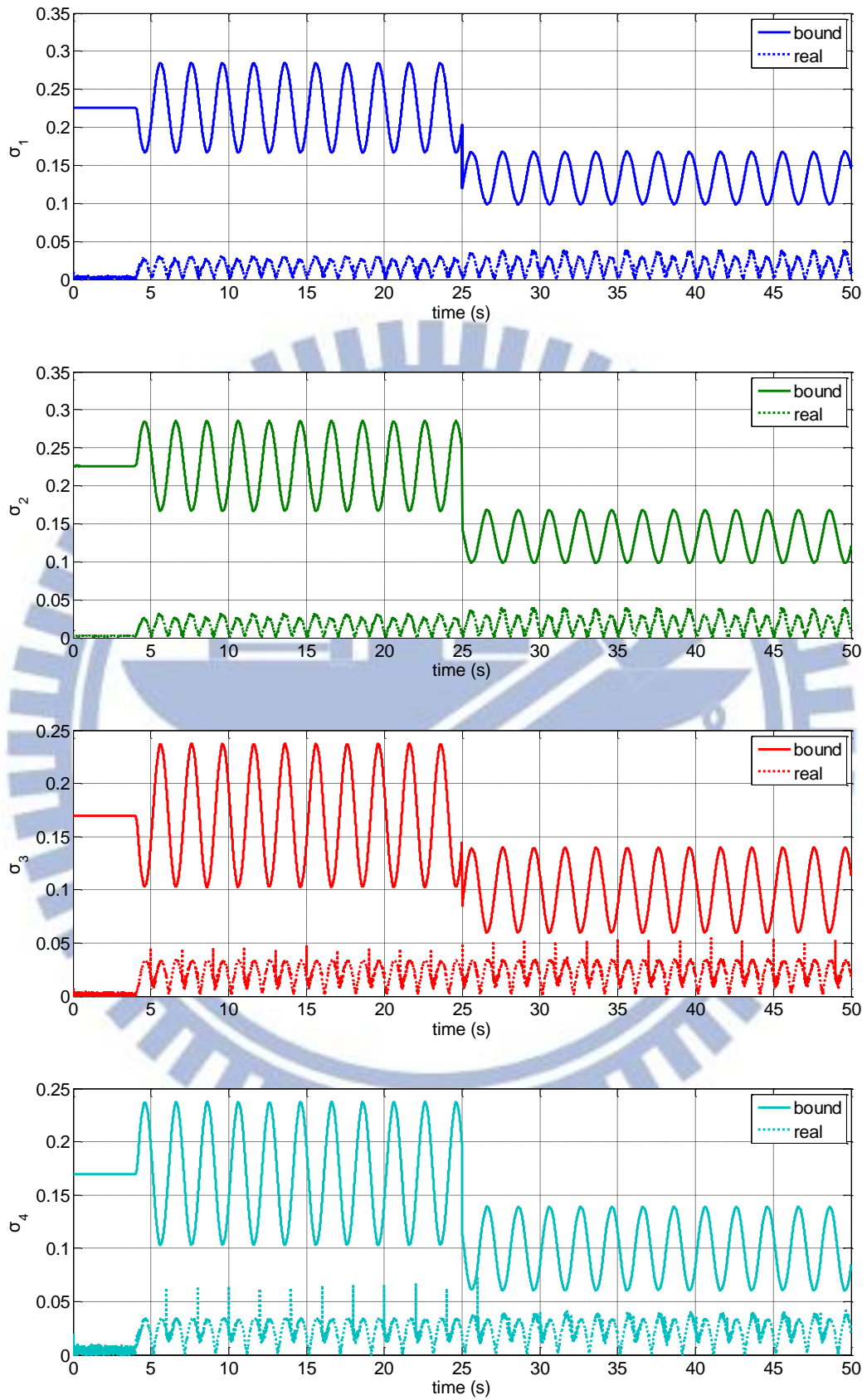


圖 5.28 模擬四之組合滑動限制與實際值

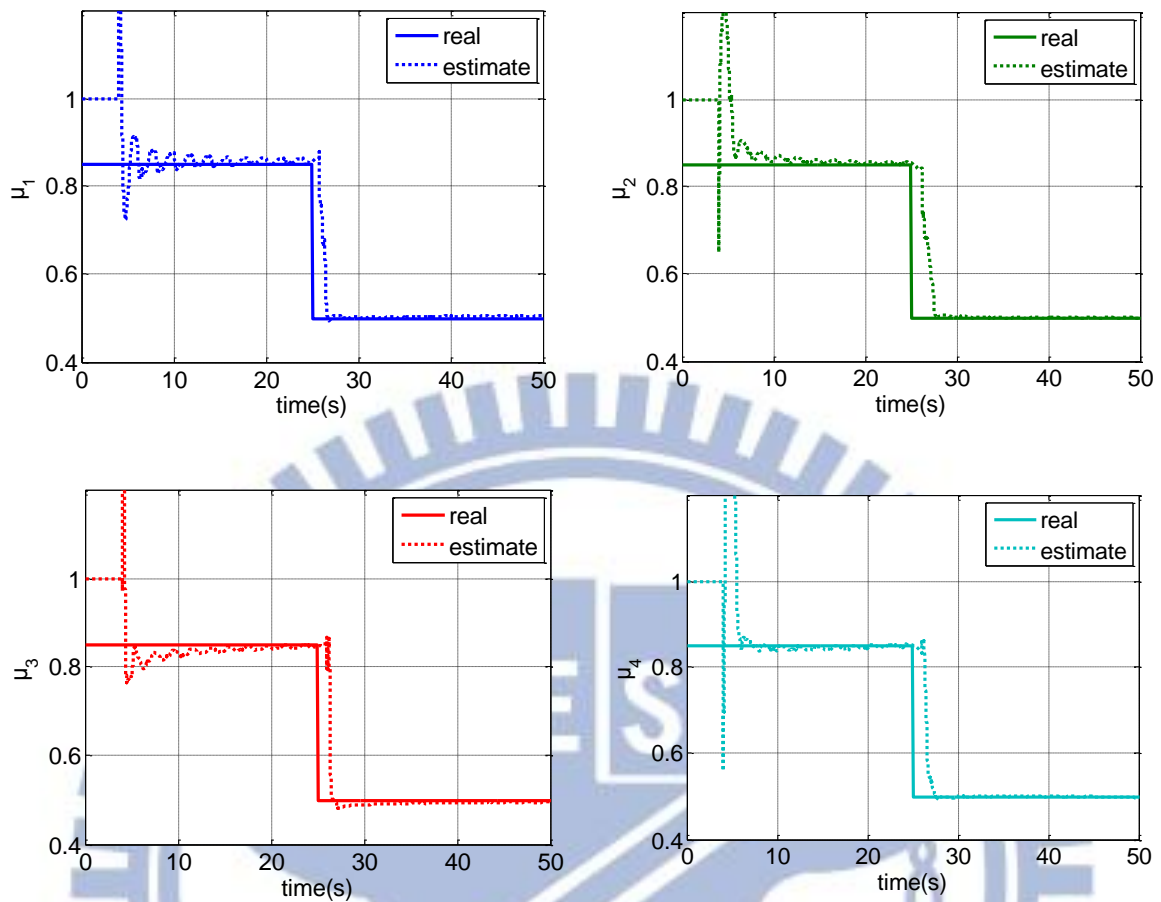


圖 5.29 模擬四之摩擦係數實際與估測結果

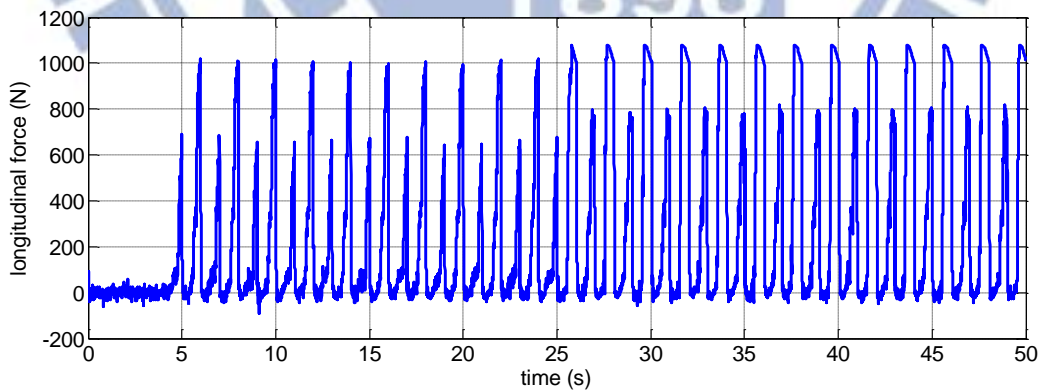


圖 5.30 模擬四之上層控制器所計算控制輸入之縱向合力(X)

模擬五則呈現此完整控制系統在其他路況變化情況下的估測效果。圖 5.32 為縱向速度實際與估測結果，在大約 25 秒時有一峰值產生，這是因為路況改變為柏油路面時，

所估測的摩擦係數較慢收斂，如圖 5.37，造成控制器計算出的輪胎摩擦力與車輛輪胎真實的動態有誤差，導致最佳化力分配的結果在此一取樣時刻有急遽變化，產生峰值現象。由組合滑動之實際值可看出仍滿足非飽和區限制，其他模擬結果如正向力、質心側滑角與輪胎側向力以及摩擦係數，也都如同模擬二到模擬四一樣可以準確估測到所需資訊。

模擬五：

同模擬三。車輛以初速 $V_x = 15.3\text{m/s}$ 直線前進，4 秒時駕駛者下達振幅 4 度且頻率為 0.5Hz 的轉向命令， V_x 維持等速。路面狀況在 1~25 秒時為積水路面($\mu = 0.5$)，25~50 秒則改變為柏油路面($\mu = 0.85$)。

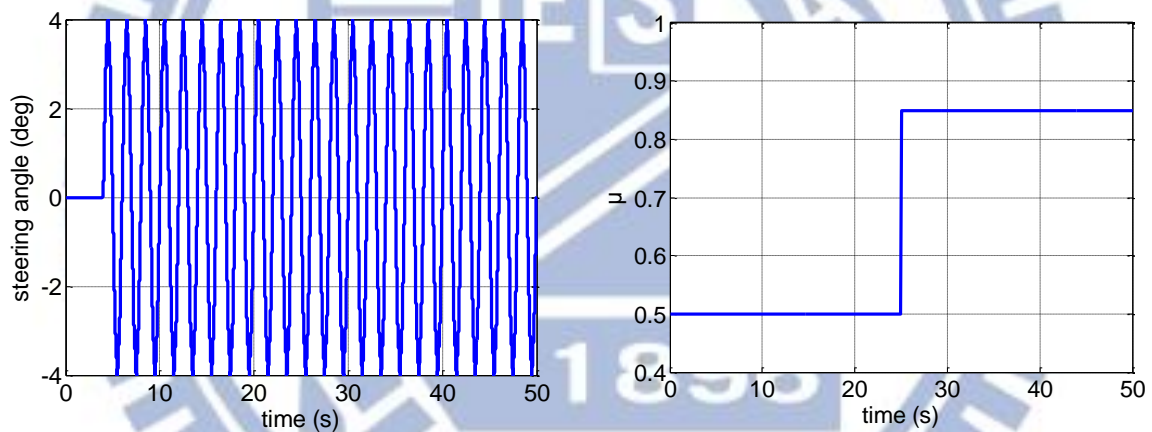


圖 5.31 模擬五之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖

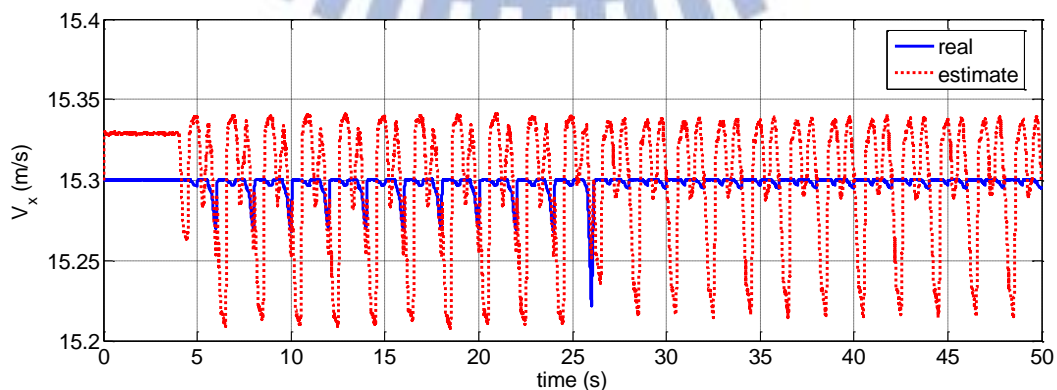


圖 5.32 模擬五之車輛質心縱向速度實際與估測結果

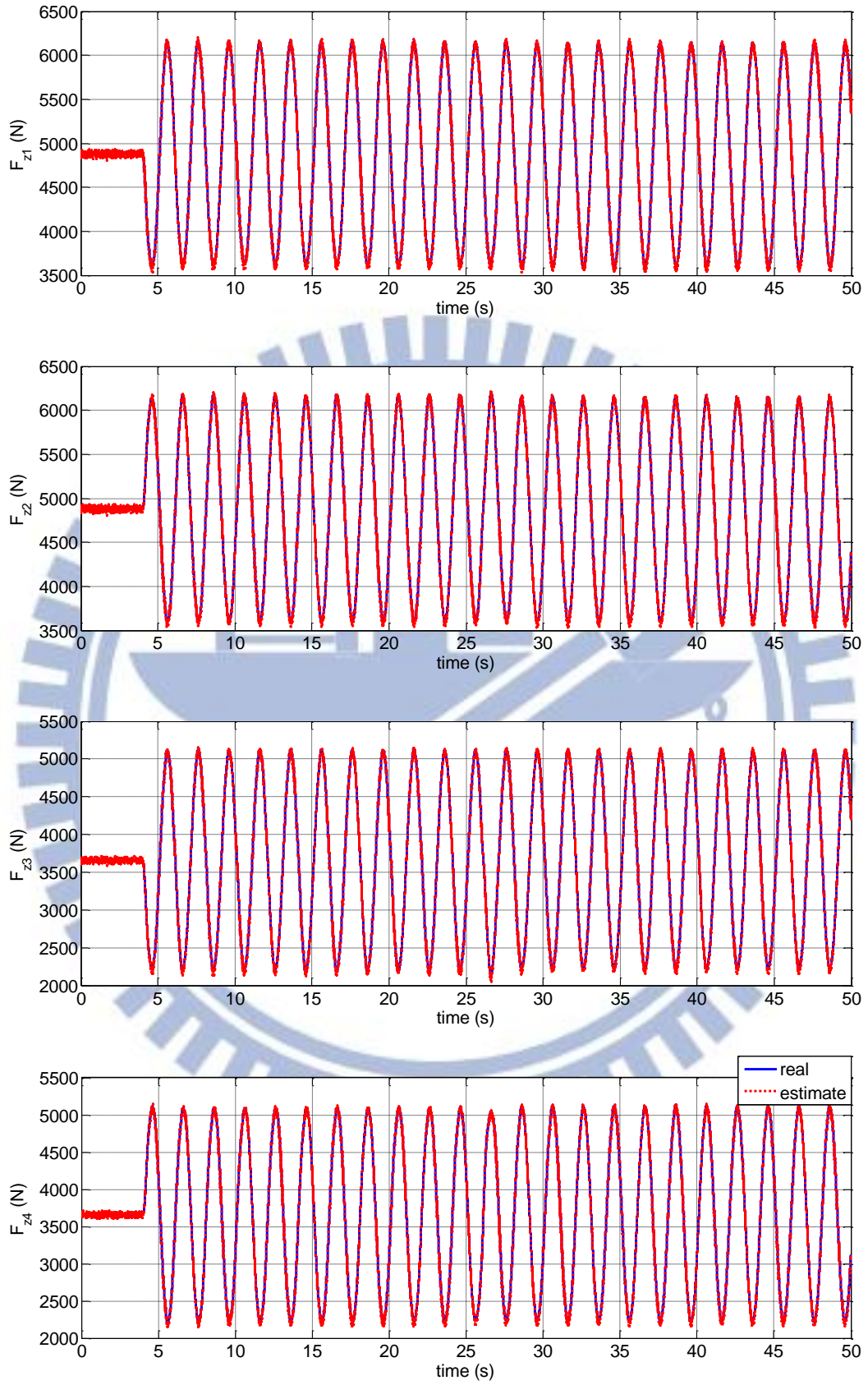


圖 5.33 模擬五之輪胎正向力實際與估測結果

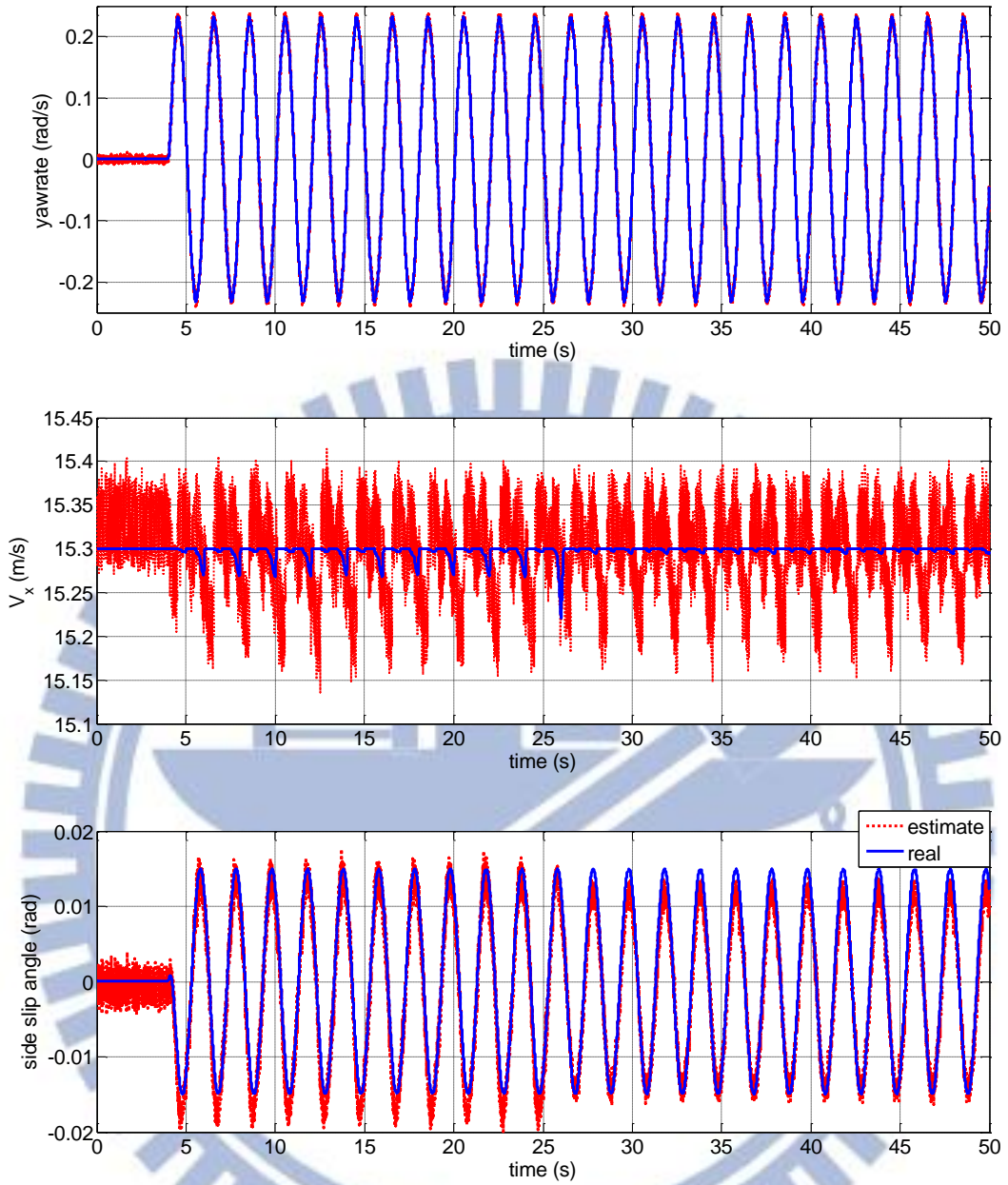


圖 5.34 模擬五之橫擺角速度(上)、車速(中)、質心側滑角(下)估測與實際結果

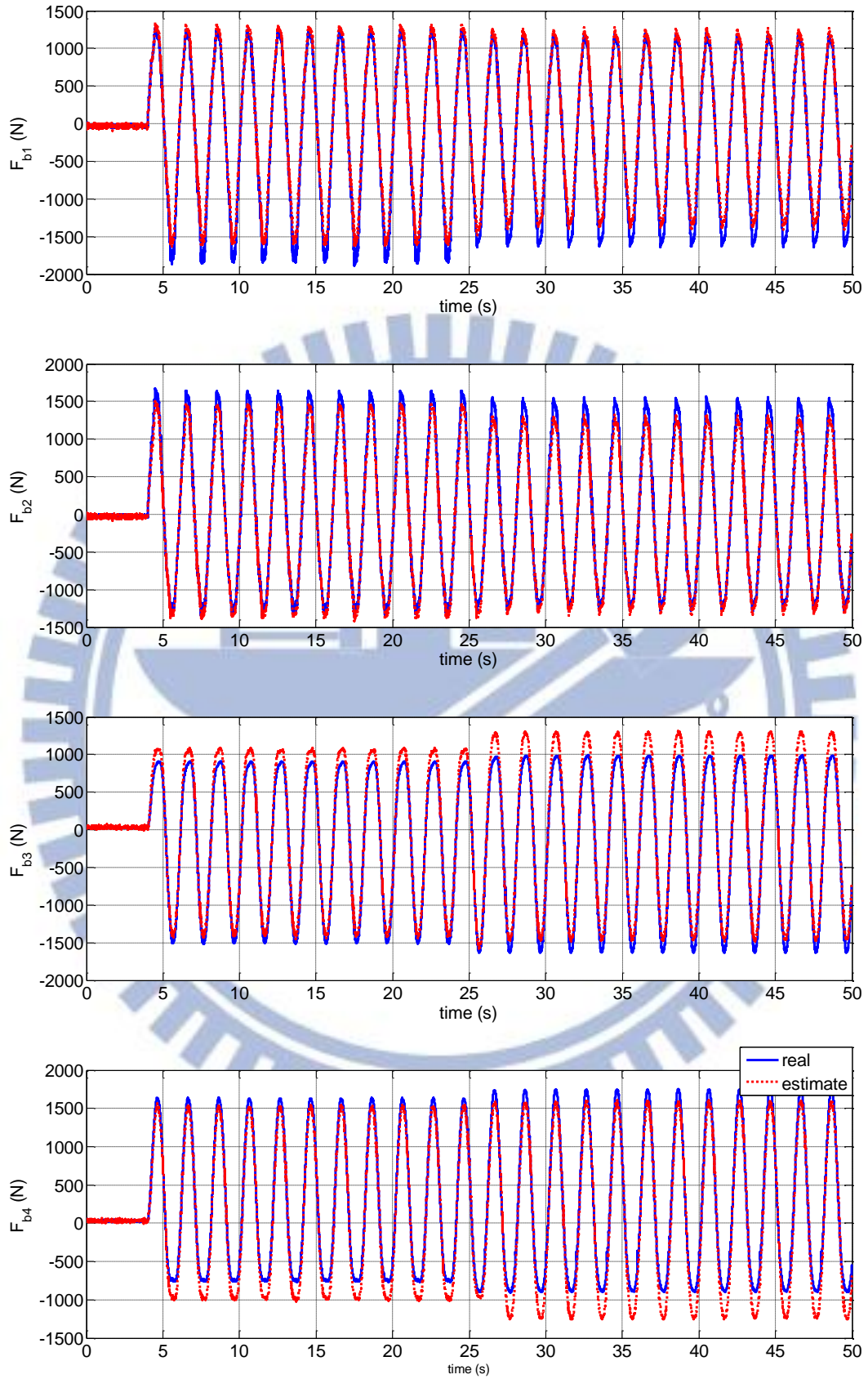


圖 5.35 模擬五之輪胎側向力實際與估測結果

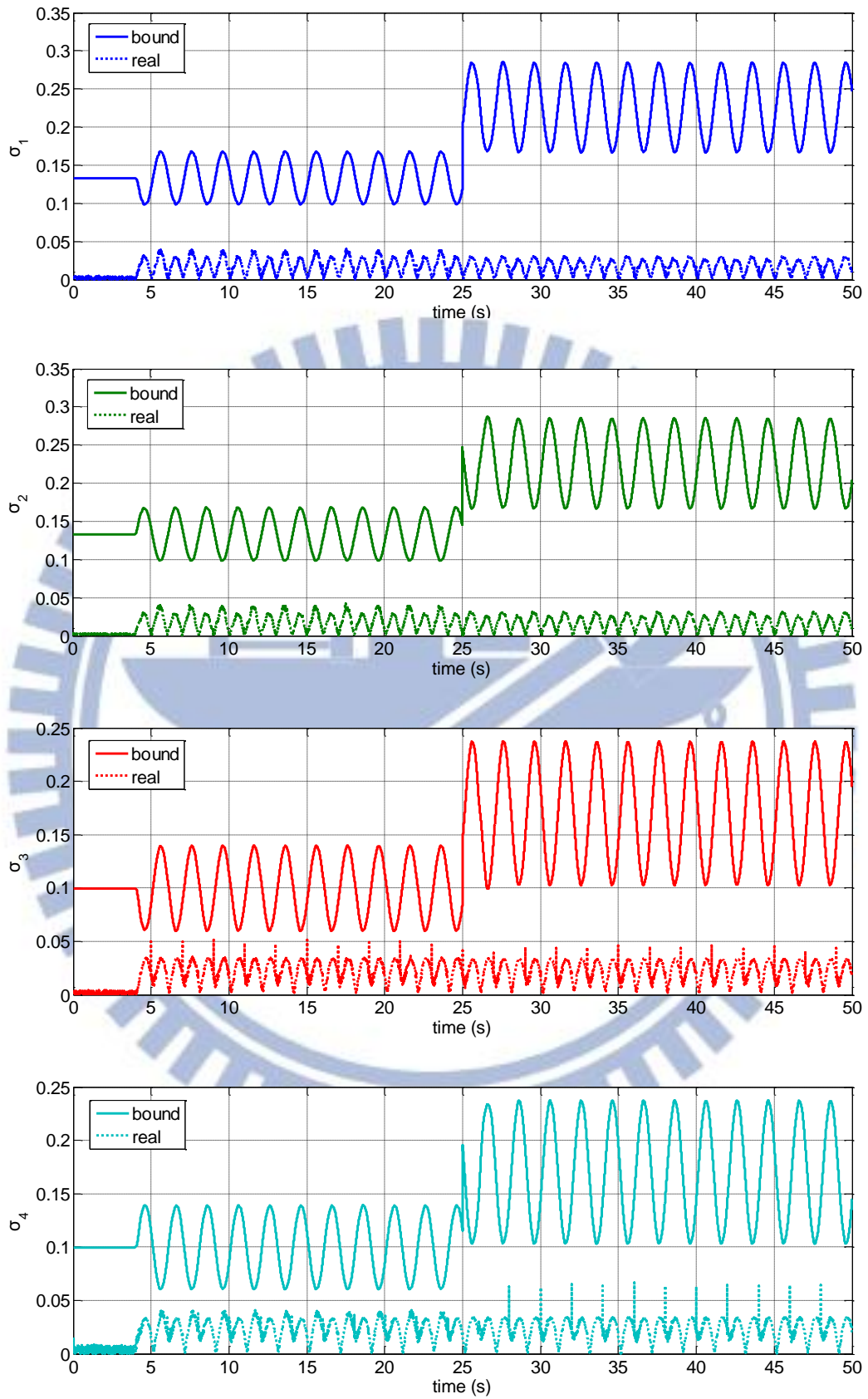


圖 5.36 模擬五之組合滑動限制與真實值

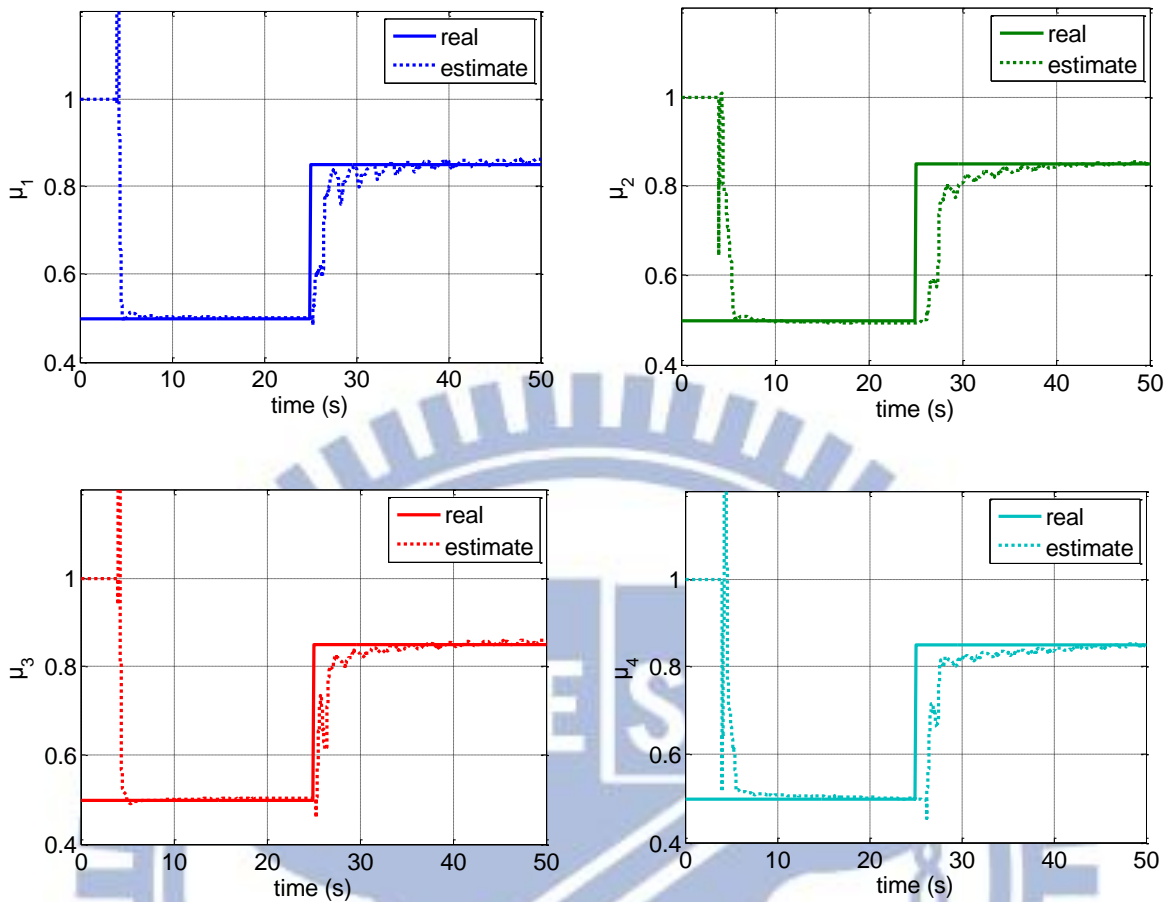


圖 5.37 模擬五之摩擦係數實際與估測結果

模擬六中，為了顯示加上估測系統後的控制器效能明顯改善，我們讓路面狀況由柏油路面改變為結冰路面($\mu = 0.3$)。在原本的最佳化輪胎力量分配控制器裡，路面摩擦係數假設為已知常數，在此設定為一般柏油路面($\mu = 0.85$)，在路面狀況變化時，比較此最佳化輪胎力量分配控制器回授路面摩擦係數前後的控制效果。

在此模擬情況中，為了讓控制器在結冰路面能穩定的控制車輛動態，我們選取較寬鬆的值來承受上層控制器控制輸入的變化量：縱向速度的順滑層 ε_x 選定為0.05、質心側滑角的順滑層 ε_y 選定為0.001、橫擺角速度的順滑層 ε_M 選定為0.03。

圖 5.39~5.41 分別為控制器在假設摩擦係數為常數的情況下，車輛之縱向速度、質心側滑角與橫擺角速度參考值與真實動態，可以明顯發現到路況改變為結冰路面之後，車輛動態無法穩定跟隨給定之參考值。

圖 5.42 則是所設計的參數估測系統整合於最佳化輪胎力量分配控制器後，在路況變化時所估測到的路面摩擦係數，在結冰路面情況下依舊能即時且準確的估測到。而圖 5.43~5.45 為將估測到的摩擦係數回授至控制器運用，車輛參考值與實際動態的比較，在路況變化之下，還是能穩定的控制縱向速度、質心側滑角與橫擺角速度跟隨給定之參考值，而橫擺角速度的參考值在結冰路面時已達到物理限制，但由於回授摩擦係數的原因，還是可以穩定的控制車輛動態跟隨參考值。圖 5.46~5.48 則為回授摩擦係數前後的控制器之控制誤差比較，回授摩擦係數資訊後控制效果明顯地優於回授前的控制效果。

模擬六：

車輛以初速 $V_x = 15.3\text{m/s}$ 直線前進，4 秒時駕駛者下達振幅 4 度且頻率為 0.5Hz 的轉向命令， V_x 維持等速。路面狀況在 1~25 秒時為柏油路面 ($\mu = 0.85$)，25~50 秒則改變為結冰路面 ($\mu = 0.3$)。

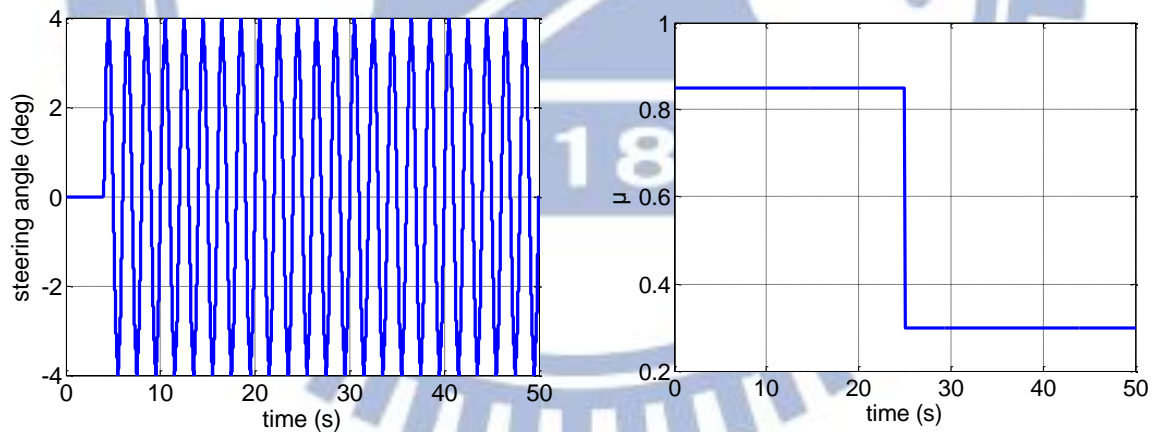


圖 5.38 模擬六之駕駛者轉向命令(左)與路況變化(右)圖

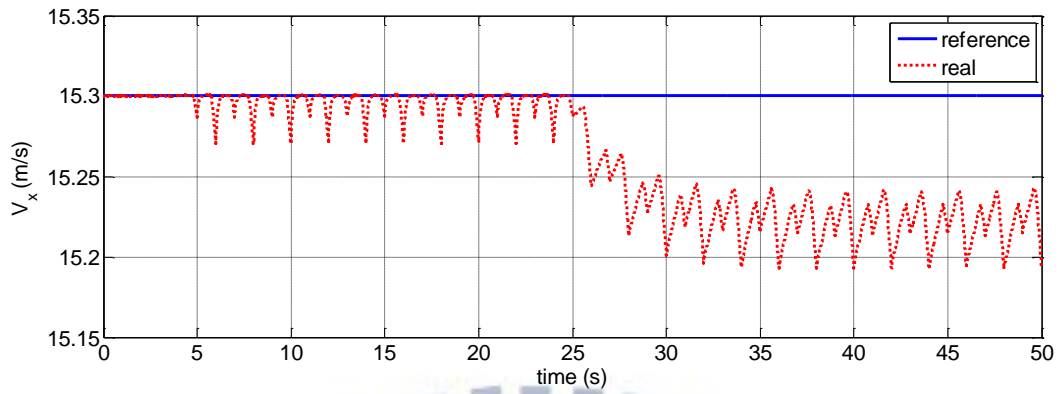


圖 5.39 模擬六之回授摩擦係數前的車速參考值與車輛控制結果

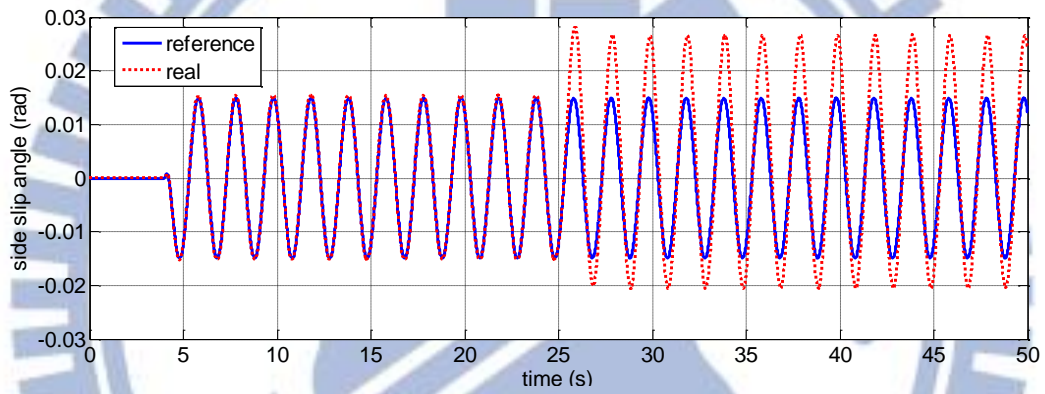


圖 5.40 模擬六之回授摩擦係數前的質心側滑角參考值與車輛控制結果

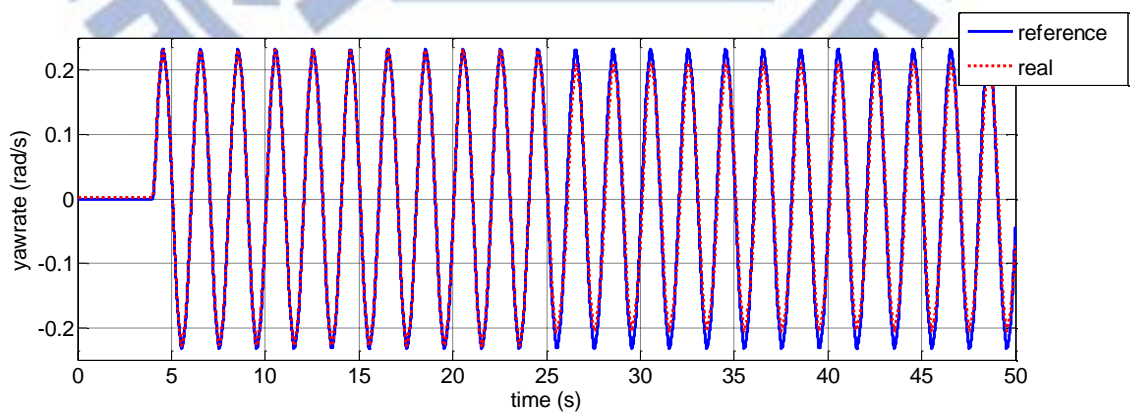


圖 5.41 模擬六之回授摩擦係數前的橫擺角速度參考值與車輛控制結果

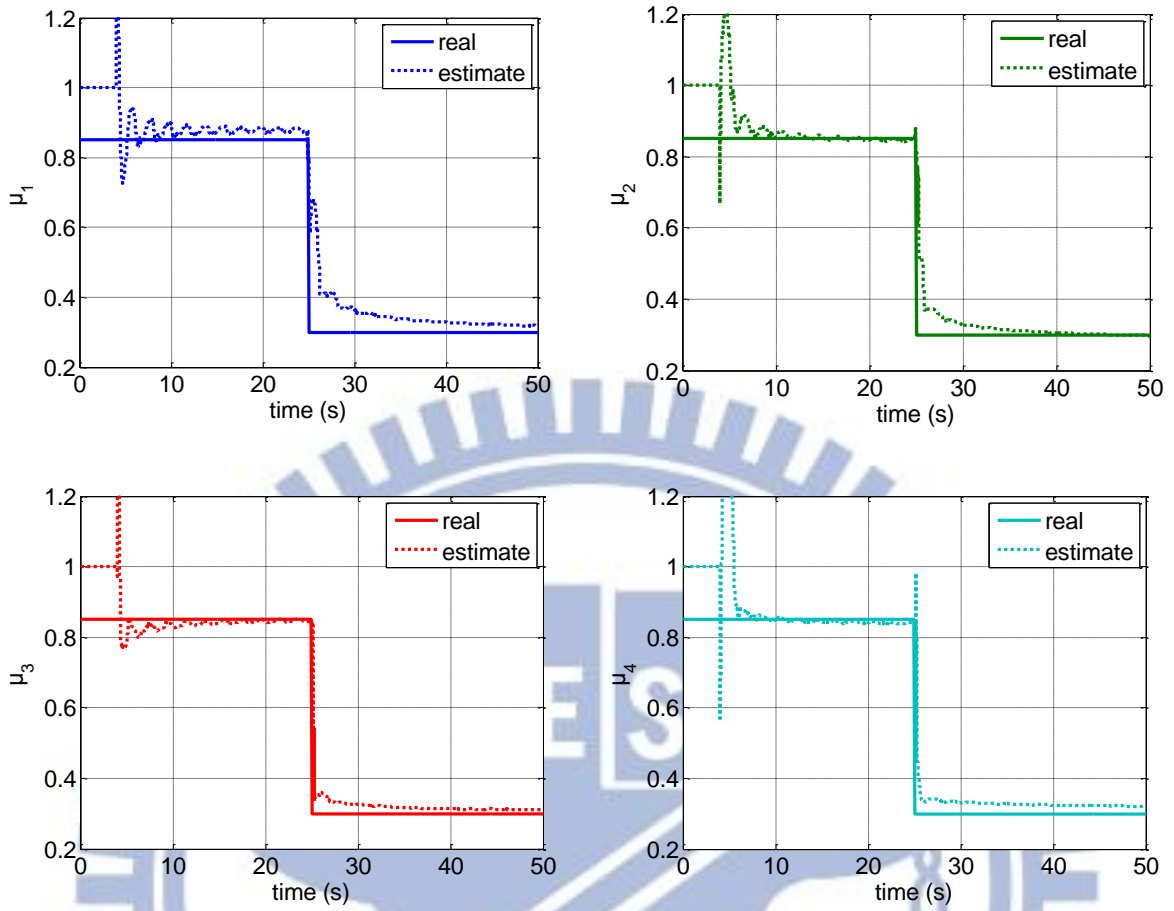


圖 5.42 模擬六之摩擦係數實際與估測結果

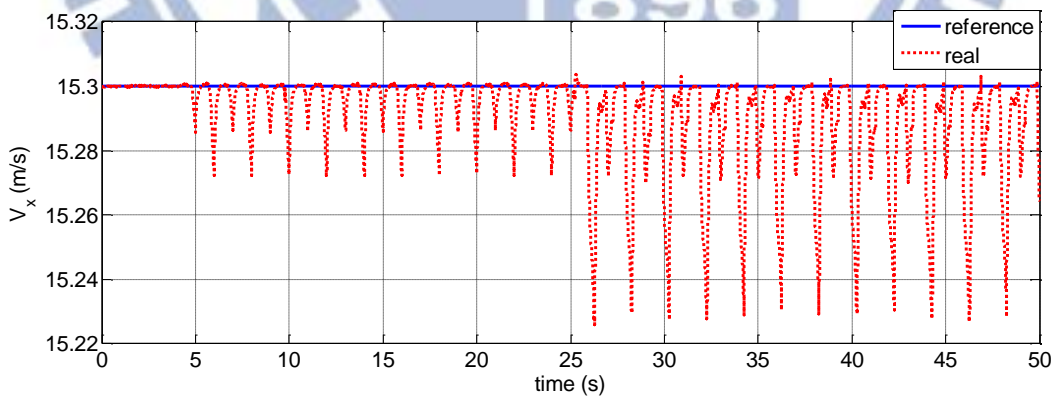


圖 5.43 模擬六之回授摩擦係數後之車速參考值與車輛控制結果

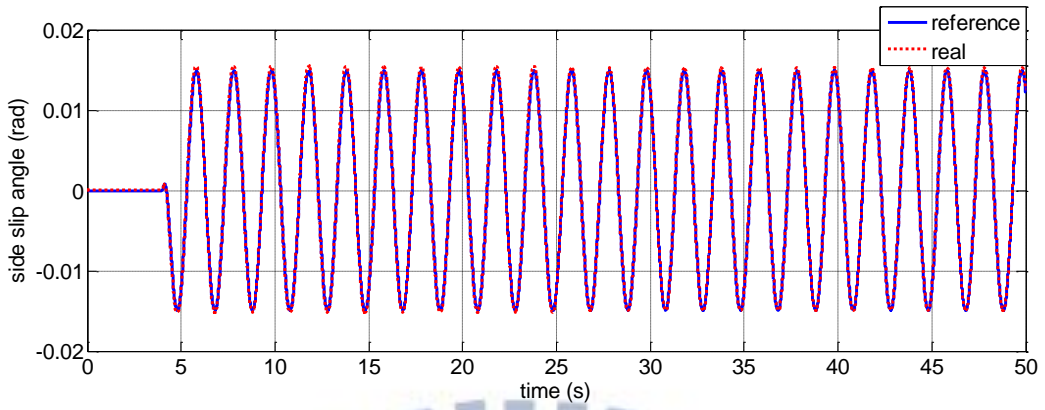


圖 5.44 模擬六之回授摩擦係數後的質心側滑角參考值與車輛控制結果

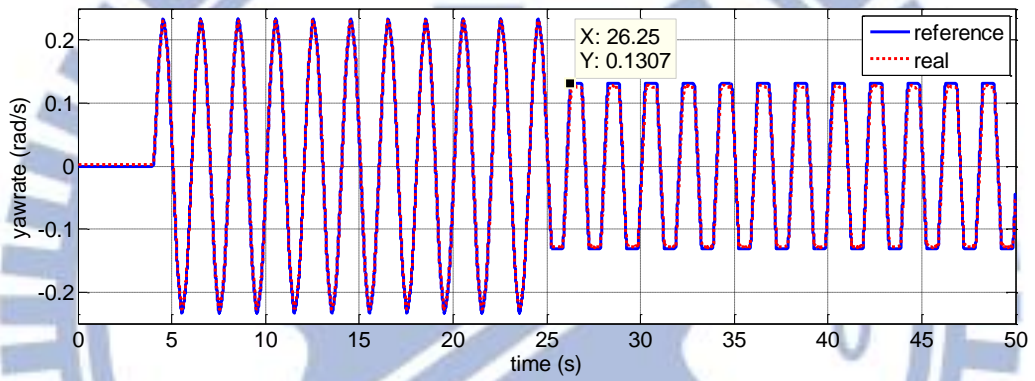


圖 5.45 模擬六之回授摩擦係數後的橫擺角速度參考值與車輛控制結果

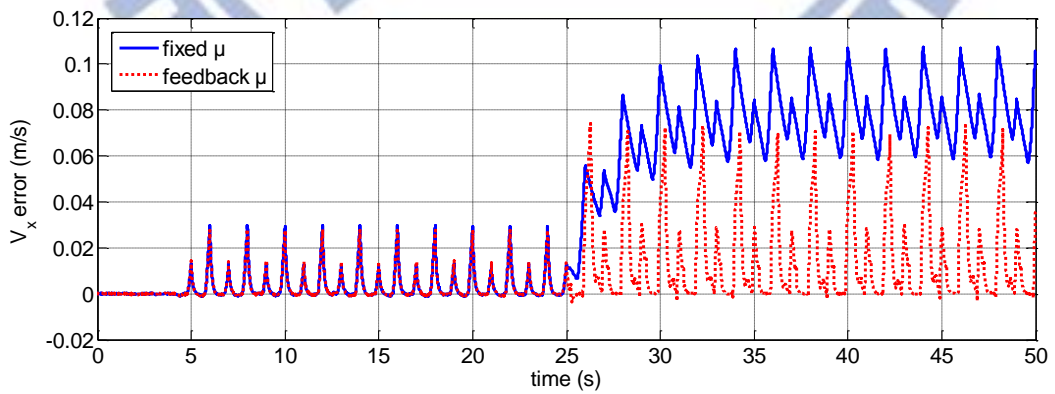


圖 5.46 模擬六之回授摩擦係數前後車速之間的控制誤差比較圖

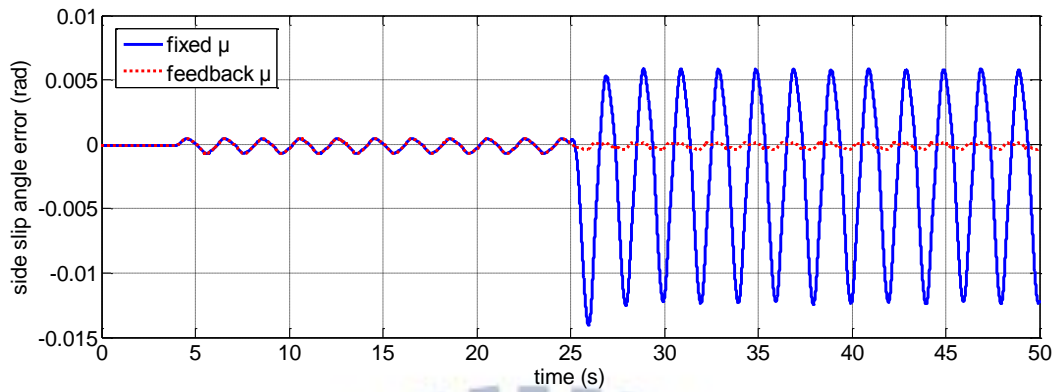


圖 5.47 模擬六之回授摩擦係數前後質心側滑角之間的控制誤差比較圖

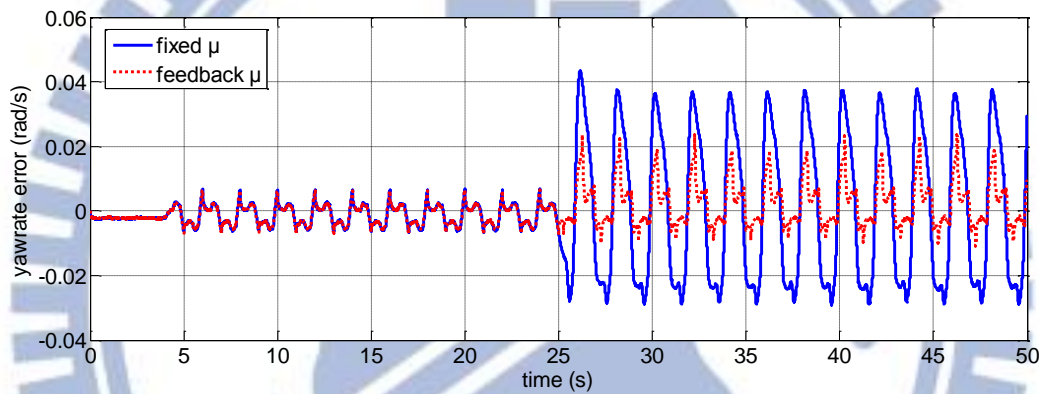


圖 5.48 模擬六之回授摩擦係數前後橫擺角速度之間的控制誤差比較圖

總結參數估測系統整合於最佳化輪胎力量分配控制器模擬的部分，所設計的估測系統能運用於一般安全控制系統，協助控制器即時得知路面變化，改善控制效能。在模擬四與模擬五中，不同的路況變化，估測系統依舊能準確估測到摩擦係數並回授到控制器運用，而在模擬六的極限狀況中，橫擺角速度參考值已被限制在物理極值，而控制器仍然可以依靠估測系統得到的路況資訊穩定跟隨給定之參考值，大幅改善此控制器在路況變化時的控制效能，達到本研究最初的目的，且模擬時考慮了輪胎模型不準確性作假設，提出以參數修正輪胎模型之方法來克服，整體模擬的估測結果不論是暫態響應或穩態響應效果都相當優異。

第六章、 結論與未來展望

6.1 結論

本研究藉由一般車用感測器可得到的量測資訊，設計了參數估測系統，分別即時估測縱向速度、四個輪胎正向力與側向力以及摩擦係數。首先利用加速度與輪胎轉速求得車輛質心之縱向速度，透過可量測到的懸吊系統壓縮量藉由輪胎正向力方程式估測四個輪胎的正向力，之後使用無味卡爾曼濾波器(Unscented Kalman Filter：UKF)與遞迴最小平方方法(Recursive Least Square：RLS)分別且即時估測四個輪胎之側向摩擦力與摩擦係數，並考慮輪胎模型不準確性(Model uncertainty)，提出修正輪胎模型的方法來克服，而為了即時且準確的估測到路面摩擦係數，在設計 RLS 估測法時，利用可調整的限制閾值讓估測變異矩陣在更新效果降低時重設為初始值，並將參數的數值正規化(Normalize)讓估測法能夠穩定收斂，且透過投影(Projection)來確保估測得到的摩擦係數只有唯一解，使所設計的估測系統能運用於任何的安全控制系統。

而為了驗證此估測系統對安全控制系統的重要性，整合本實驗室已設計完成之最佳化輪胎力量分配控制器，將所估測到的資訊回授到控制器作運用，協助此控制器即時得知路況變化，改善控制器的控制效能。

在第五章模擬了不同的路面變化，包含柏油路面、積水路面與結冰路面，從模擬結果可以看出估測系統在不同的路況變化下，都能準確且即時的估測到輪胎與路面間摩擦力與摩擦係數，而雖然所估測的輪胎側向力受到模型不準確因素與其他估測誤差的影響存在著誤差，藉由輪胎模型修正參數的設計，仍然可以準確且即時估測到路面摩擦係數。而將估測系統整合於最佳化輪胎力量分配控制器使用時，由比較結果可以看出在低摩擦係數路面的情況下，所設計的估測系統更能協助控制器在路況變化時大幅改善控制效能，讓車輛動態可以穩定跟隨給定之參考值，使控制器在縱向、側向與橫擺運動皆有比較好的控制效果。

6.2 未來工作

未來工作分成以下幾點陳述：

一、在最佳化輪胎力量分配控制器中，下層控制器的縱向力控制部分有使用到縱向力估測回授值來設計控制器，但對於側向力的控制，目前還是以開迴路的形式設計出最佳化轉向角控制器，未來希望能夠回授側向摩擦力的估測資訊並將側向控制部分重新設計為閉迴路控制器。

二、在本研究中所使用的 RLS 估測法，並沒有考慮遺忘因子(Forgetting factor)，對於路面摩擦係數快速改變的情況下，可能造成估測結果無法即時收斂而影響到無味卡爾曼濾波器的穩定性，若能加入遺忘因子將能使 RLS 估測法穩健性更高，加快估測參數收斂的速度。

三、未來實驗驗證部分，初期會以建構單一個輪胎動態實驗平台(Quarter car model)與模擬軟體模擬的車輛動態整合成一個 Hardware-in-the-loop 的實驗環境，驗證下層控制器控制的結果；之後進展到實車驗證，上層控制器會需要回授車輛的縱向、側向速度和橫擺角速度；車輛側向速度可以利用全球定位系統(GPS)來判斷質心的位置與移動速度；用陀螺儀來量測橫擺角速度；車輛的縱向速度與質心側滑角則在本研究中已可即時估測而得。

參考文獻

- [1] M. Choi, J. J. Oh, and S. B. Choi, "Linearized Recursive Least Square Methods for Real-Time Identification of Tire-Road Friction Coefficient," *IEEE Transactions on Vehicle Technology*, Apr 2013.
- [2] M. Doumiati, A. C. Victorino, A. Charara, and D. Lechner, "Onboard Real-Time Estimation of Vehicle Lateral Tire-Road Forces and Sideslip Angle," *IEEE/ASME Transactions in Mechatronics*, vol. 16, no. 4, pp. 601-614, Aug 2011.
- [3] Q. Cheng, A. Correa-Victorino and A. Charara, "A new nonlinear observer using unscented Kalman filter to estimate sideslip angle, lateral tire road forces and tire road friction coefficient," *2011 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV) Baden-Baden, Germany*, pp. 709-714, June 2011.
- [4] R. Rajamani, G. Phanomchoeng, D. Piyabongkarn, and J. Y. Lew, "Algorithms for Real-Time Estimation of Individual Wheel Tire-Road Friction Coefficients," *Journal of IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 17, no. 6, pp. 1183-1195, Dec 2012.
- [5] J. Hahn, R. Rajamani, and L. Alexander, "GPS-Based Real-Time Identification of Tire-Road Friction Coefficient," *IEEE Transaction on control systems technology*, vol. 10, pp. 331-343, May 2002.
- [6] C. Ahn, H. Peng, and H. E. Tseng, "Robust Estimation of Road Frictional Coefficient," *IEEE Transaction on control systems technology*, vol. 21, no. 1, pp. 1-13, Jan 2013.
- [7] C. Ahn, H. Peng, and H. E. Tseng, "Estimation of Road Friction for Enhanced Active Safety Systems: Algebraic Approach," *2009 American Control Conference Hyatt Regency Riverfront, St. Louis, MO, USA*, pp. 1104-1109, June 2009.
- [8] 鄭勝元, "應用最佳化輪胎與路面間摩擦力分配於車輛運動控制," 國立交通大學, 碩士論文, 2011。

- [9] 王俊傑，「運用最佳化輪胎力量分配於前輪轉向/後輪驅動車輛之運動控制，」*國立交通大學*，碩士論文，2012。
- [10] C. C Wang, S. Y Cheng, T. Hsiao, and W. Y. Chou, "Application of optimum tire force distribution to vehicle motion control," *2012 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics(AIM)*, pp. 538-543, 11-14 July 2012.
- [11] 許齡元，「車輛動態估測與預測系統，」*國立交通大學*，博士論文，2011。
- [12] H. B. Pacejka, *Tyre and Vehicle Dynamics*, 2002.
- [13] C. K. Song, M. Uchanski, and J. K. Hedrick, "Vehicle Speed Estimation Using Accelerometer and Wheel Speed Measurements," *Proceedings of the 2002 SAE International Body Engineering Conference and Automotive & Transportation Technology Conference*, July 2012.
- [14] <http://www.systemaccess.com.tw/front/bin/ptdetail.phtml?Part=Z27&Category=100087>
- [15] J. R. Ellis, *Vehicle dynamics*, London, United Kingdom: London Business Book Limited, 1969.
- [16] U. Kiencke and L. Nielsen, *Automotive Control Systems*, 2nd ed. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, ch. 10.
- [17] J. J. E. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators," *Int. J. Control*, vol. 38, pp. 465-492, 1983.
- [18] O. Mokhiamar and M. Abe, "How the four wheels should share force in an optimum cooperative chassis control," *Control Engineering Practice*, vol. 14, pp. 295-304, Mar. 2006.
- [19] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, New York: Cambridge University Press, 2004.
- [20] R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*, New York: Springer-Verlag, 2006.
- [21] J. Ahmadi, A. Khaki-Sedigh and M. Kabganian, "Adaptive Vehicle Lateral-Plane Motion Control Using Optimal Tire Friction Forces With Saturation Limits Considerations," *IEEE Transaction on Vehicle Technology*, vol. 58, no. 8, pp. 4098-4107, OCT. 2009.