

### 第三章 應用倒傳遞類神經網路建立地下水模擬模式

本研究應用倒傳遞類神經網路建立地下水模擬模式，作為後續地表地下聯合營運中之地下水等號限制式之用，該限制式是串聯抽水量(決策變數)與水位(狀態變數)之關係式。若應用傳統數值方法進行求解地下水方程式時，各時刻之狀態變數是藉由前一時刻之狀態變數與決策變數而求出，因此可視為一由該時刻水位、抽水量與下一時刻之水位之時序數列模擬。

#### 3.1 時序數列連續預測可行性驗證

在此以一非線性之時間序列函數式(3.1)作為利用類神經網路作連續預測之可行性驗證佐證。

$$y_t = x_{t-1} \times y_{t-1}^2 - x_{t-1} - y_{t-1}^2 - x_{t-1} \times y_{t-1} \dots \dots \dots [3.1]$$

建立一單一隱藏層之類神經網路，其輸入層、隱藏層與輸出層之節點個數分別為 2、5 與 1 個(如圖 3.1 所示)，輸入層到隱藏層轉換函

數採雙彎曲線函數  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ ，隱藏層到輸出層為線性轉換函數，

假設以  $y_0 = -0.5$  作為初始條件，每一個時刻的決策變數( $x_t$ )則以隨機函數隨機產生 100 個時刻之資料作為訓練案例。另外，在一樣的初始條件下，以隨機函數產生另 100 個時刻之資料作為驗證案例。

類神經網路之演算法採用 BFGS 演算法，收斂條件為整體誤差值小於  $10^{-7}$ 。完成類神經網路之訓練後，將訓練案例以類神經網路進行各時刻之模擬(其結果如圖 3.2 所示)，兩者趨勢一致，表示類神經網路確實受到良好之訓練；在類神經網路受到良好的訓練之後，以驗證案例對網路進行連續預測驗證，連續預測之流程如圖 3.4 所示，僅在第一個時刻將初始狀態輸入，後續各時刻則以前一個時刻之狀態變數

網路模擬值代入，以驗證案例繪製兩者之變化圖(如圖 3.3 所示)，仍可維持相同趨勢，顯示利用倒傳遞類神經網路可以成功地完成時序數列之連續預測。

## 3.2 應用類神經網路建立地下水模擬模式

本研究以地下水數值模式 MODFLOW 產生資料用以建立類神經網路，作為聯合營運模式中非拘限含水層地下水方程式，透過 MODFLOW 模式產生兩組數據，分別為訓練案例與驗證案例，首先以類神經網路建立地下水模擬模式，其流程如圖 3.5 所示，分為兩大部分，包含：「資料產生與處理」以及「訓練類神經網路」，將於 3.2.1 小節詳細敘述。

其次，以類神經網路進行地下水位連續預測模擬，其流程則如圖 3.13 所示，在初始時刻將地下水位輸入已經完成訓練之類神經網路，其後皆以網路模擬值帶回輸入結點，本研究將在 3.2.2 以驗證案例作連續預測之比較，以驗證類神經網路之強健性與適用性。

### 3.2.1 建立類神經網路

#### 步驟一、資料產生與處理

本研究應用 U.S.G.S.所開發的地下水數值模式 MODFLOW，模擬一均質、等向的二維非拘限含水層，模擬固定抽水井位下之水位變化。模式網格建置如圖 3.6 所示，模擬範圍係 17000(m)×17000(m)大小的矩形，切割分成 170×170 個網格，每個網格大小為 100(m)×100(m)。其水文地質參數設定如表 3.1 所示，其中水力傳導係數為 0.001(m/sec)，有效孔隙率為 0.2，儲水係數為 0.2，含水層的厚度為 110(m)。邊界設定為上下兩邊為無流量邊界條件，左右兩邊的

邊界條件為定水頭邊界條件，分別為 100(m)及 80(m)，所以邊界條件供應的水流方向為由左向右流。初始條件則以尚未設置抽水井時，相同邊界條件之穩態水位作為系統之初始水位，水位剖面如圖 3.7 所示。

井群佈置如圖 3.6 所示，編號 1 到 5 為觀測井，編號 5 到 9 為抽水井群，每一井群包含 100 個網格；每一井群之抽水量上下限則設定為 0 到 0.5cms 之間，以隨機函數決定抽水量後，再平均分配給 100 個網格。本案例以旬操作，建立 3650 筆資料，合計共 100 年，各觀測井水位如圖 3.8 至 3.12 所示。

資料處理方面，其中狀態變數上下限為含水層之範圍 0(m)到 110(m)，決策變數上下限為零抽水量與最大抽水量，將資料正規劃轉換至-1 到 1 之間。

## 步驟二、訓練類神經網路

本研究運用 MATLAB 之 Neural Network 函式庫建立一個單一隱藏層之類神經網路，其中輸入層共有 10 個節點，分別為 5 個決策變數(5 個抽水井群於 t 時刻的抽水量)及 5 個狀態變數(5 個觀測井於 t 時刻的水位)，輸出層的 5 個節點則分別為下一個時刻之狀態變數(5 個觀測井於 t+1 時刻的水位)，隱藏層為 20 個節點。其中輸入層至隱藏層的轉換函數為雙彎曲線函數  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ ，隱藏層至輸出層則採用線性轉換函數。類神經網路之演算法採用 BFGS 演算法，訓練之收斂條件設定為整體誤差收斂值小於  $10^{-7}$ 。

### 3.2.2 地下水連續預測模擬驗證

當類神經網路建立完成後，接下來需要驗證類神經網路是否具備強健性與適用性，必須以另一組案例透過連續預測的方式進行檢驗

(其流程如圖 3.13 所示)，本研究以沿用 3.2.1 小節步驟一所述流程，在此分別以隨機函數及階梯函數建立兩種不同型態決策變數之驗證案例，來進行連續預測之驗證，在此為第一階段之驗證，後續在地表地下聯合營運時，仍需將地下水操作方式輸入 MODFLOW 模式，比對類神經網路與 MODFLOW 模式兩者模擬之水位變化。

案例 A(隨機函數)：

本驗證案例是以隨機函數產生各抽水井之抽水量，圖 3.14 至圖 3.18 為各觀測井全時刻之水位變化圖，圖 3.19 至圖 3.23 則是僅繪出第 0 旬至 500 旬之水位變化，由圖面顯示類神經網路可成功地進行連續預測，與 MODFLOW 模擬數據相比，可以正確掌握水位變化。表 3.2 為各觀測井之誤差列表，其中可發現 3 號井的表現為五口井中最差，3 號井位於地下水系統中心點(如圖 3.6 所示)，其水位變化受到所有抽水井抽水行為之影響，水位變化因素最為複雜，其洩降幅度亦為最大，由表 3.2 所示，經過 3650 時刻(旬)模擬後，其最大誤差為 2.44 公尺，以該時刻水位計算相對誤差為 4.06%，其模擬誤差在可接受範圍。

案例 B(階梯函數)：

此案例之設計理念為假定抽水量之供給配合水文周期之循環連續 18 旬枯水期、連續 18 旬豐水期之情形，圖 3.24 至圖 3.28 為各觀測井全時刻之水位變化圖，圖 3.29 至圖 3.33 則是僅繪出第 0 旬至 500 旬之水位變化，由圖面顯示類神經網路可成功地進行連續預測，與 MODFLOW 模擬數據相比，可正確掌握水位變化。表 3.3 為各觀測井之誤差列表，由表 3.3 所示，經過 3650 時刻(旬)模擬後，最大誤差為 3.54 公尺，以該時刻水位計算相對誤差為 5.90%，其模擬誤差在可

接受範圍，但是誤差較案例 A 來的大。

綜合案例 A 與案例 B 之驗證，可以證實本類神經網路可以模擬不同抽水型態下之水位變化，因此可以用以作為地表地下聯合營運之地下水反應方程式。



表 3.1 水文地質參數表

含水層參數別	參數值
水力傳導係數	0.0001(m/sec)
儲水係數	0.2
有效孔隙率	0.2
時間間距	10 天(旬)
含水層厚度	110 m

表 3.2 驗證案例 A 之誤差統計列表

	均方誤差(m <sup>2</sup> ) (MSE)	均方根誤差(m) (RMSE)	絕對平均誤差(m) (AME)	最大誤差值(m) (Max error)
觀測井 1	0.30	0.54	0.40	1.63
觀測井 2	0.40	0.63	0.49	1.83
觀測井 3	<b>0.83</b>	<b>0.91</b>	<b>0.72</b>	<b>2.44</b>
觀測井 4	0.30	0.55	0.39	1.73
觀測井 5	0.41	0.64	0.50	1.72

表 3.3 驗證案例 B 之誤差統計列表

	均方誤差(m <sup>2</sup> ) (MSE)	均方根誤差(m) (RMSE)	絕對平均誤差(m) (AME)	最大誤差值(m) (Max error)
觀測井 1	1.58	1.26	1.10	2.31
觀測井 2	0.72	0.85	0.70	1.87
觀測井 3	<b>3.84</b>	<b>1.96</b>	<b>1.70</b>	<b>3.53</b>
觀測井 4	1.32	1.15	1.00	2.06
觀測井 5	3.00	1.73	1.55	3.02



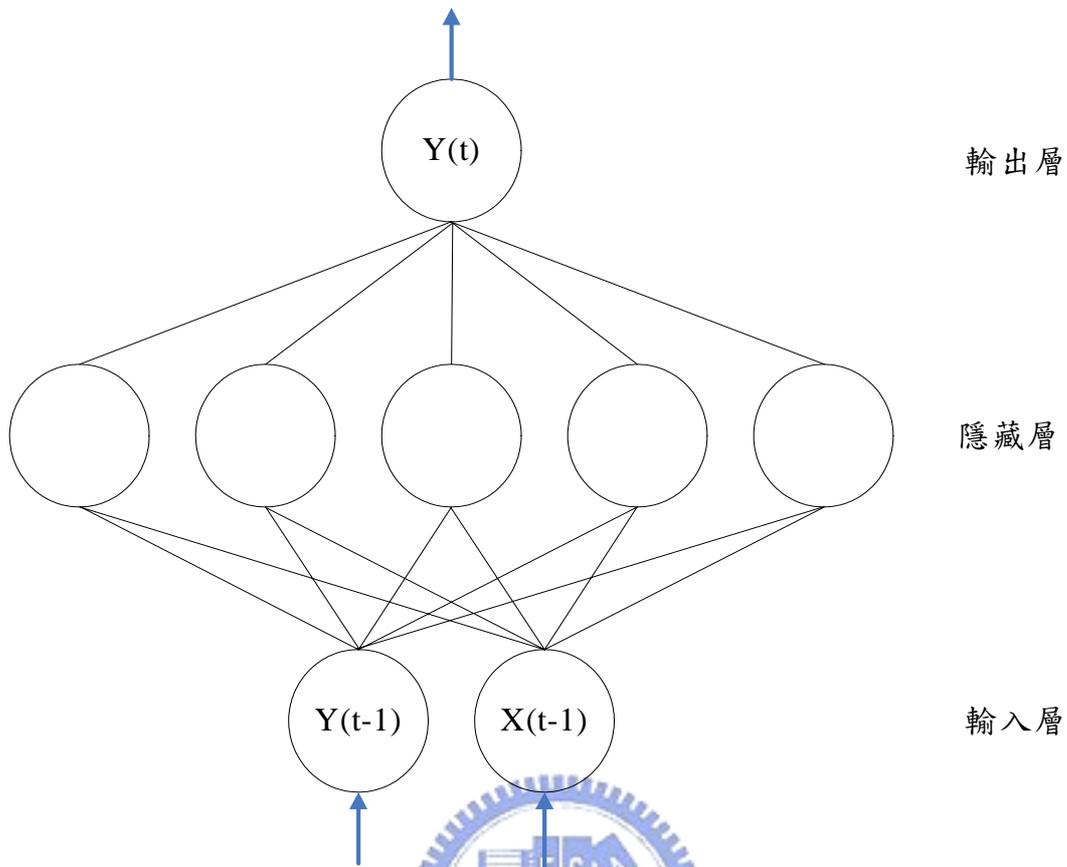


圖 3.1 網路架構圖

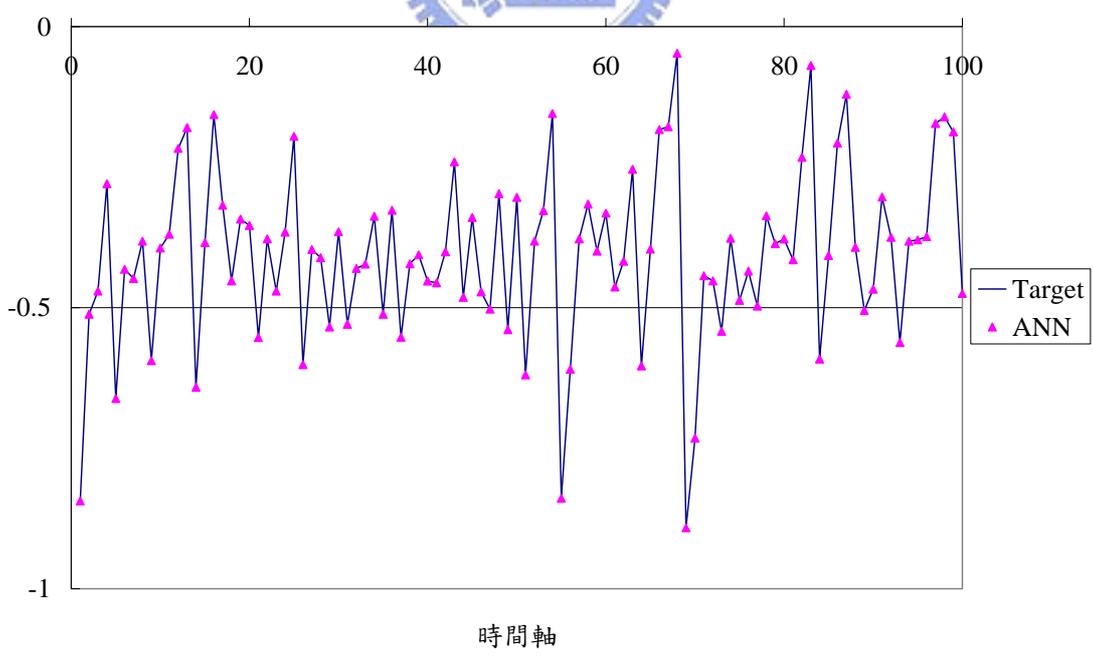
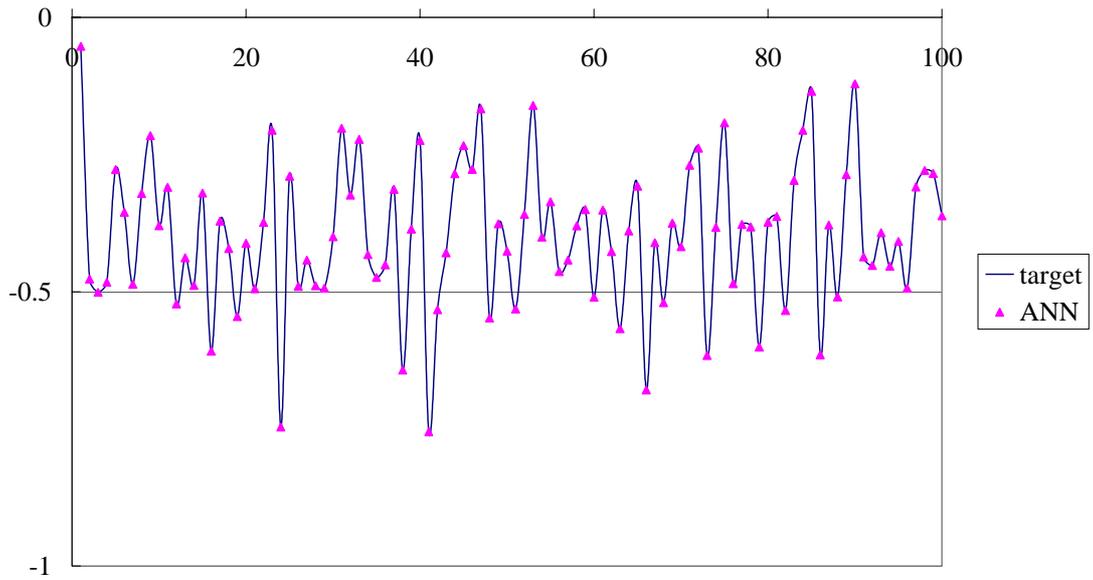


圖 3.2 訓練案例訓練成果



時間軸

圖 3.3 驗證案例驗證成果

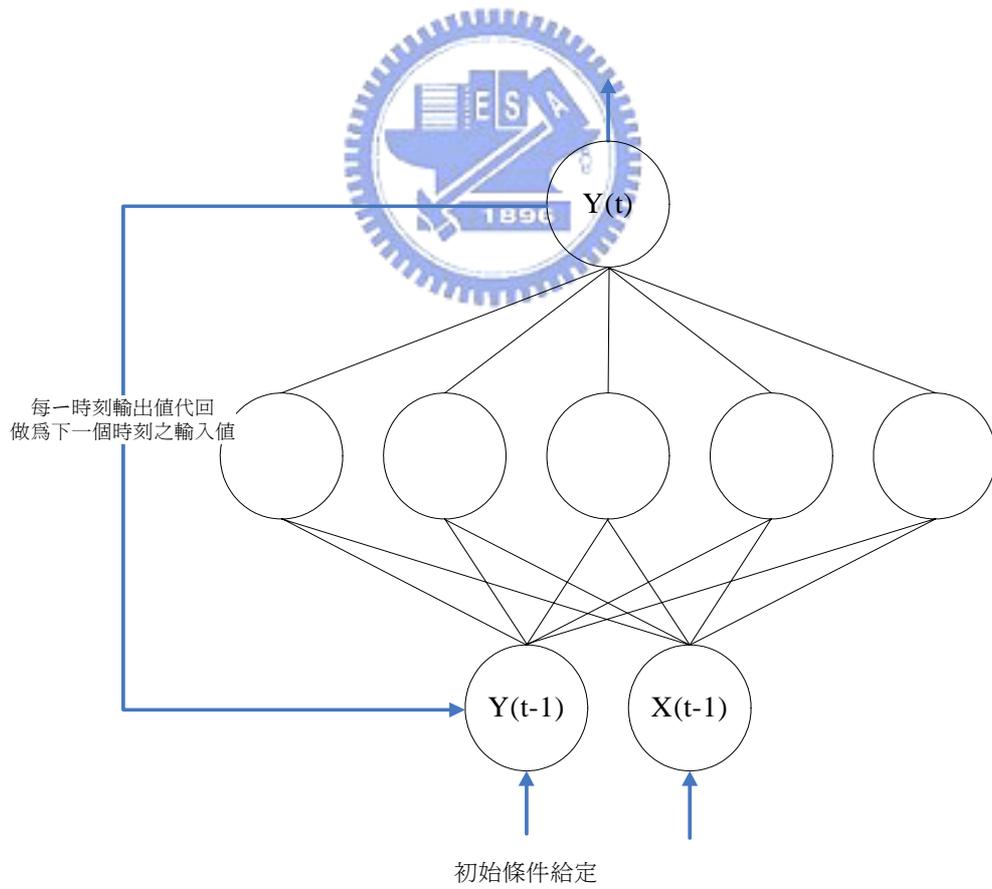


圖 3.4 連續預測流程圖

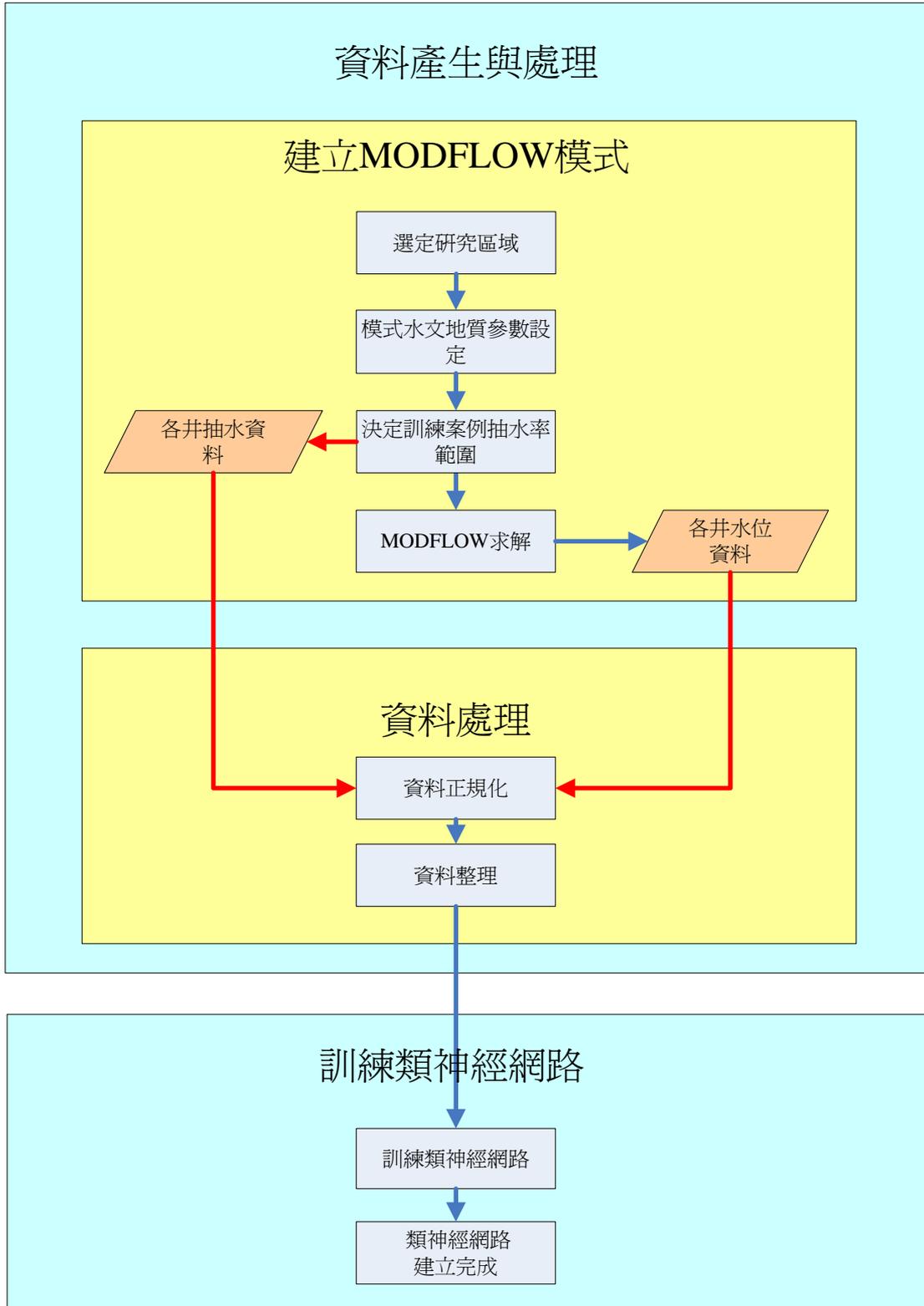


圖 3.5 類神經訓練流程圖

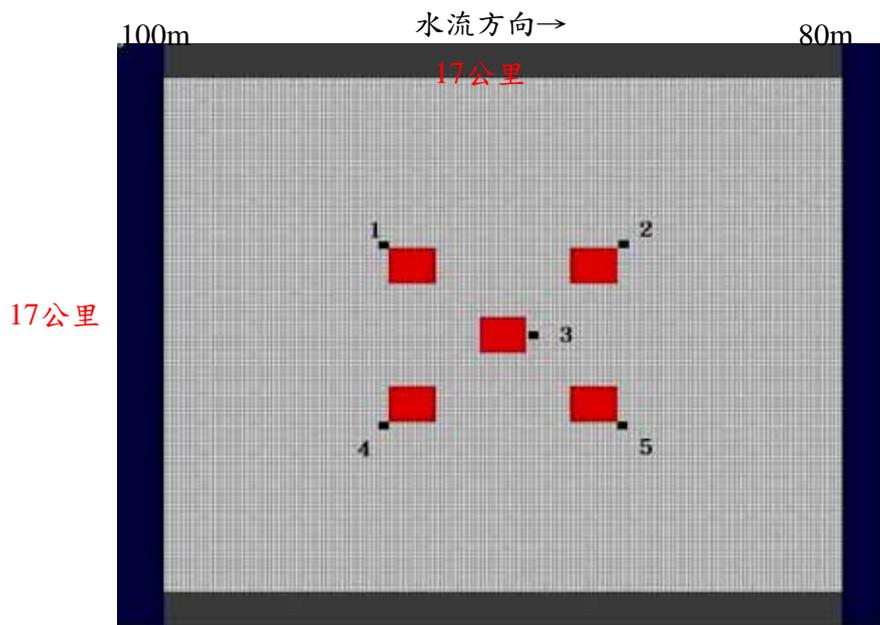


圖 3.6 地下水系統建置圖

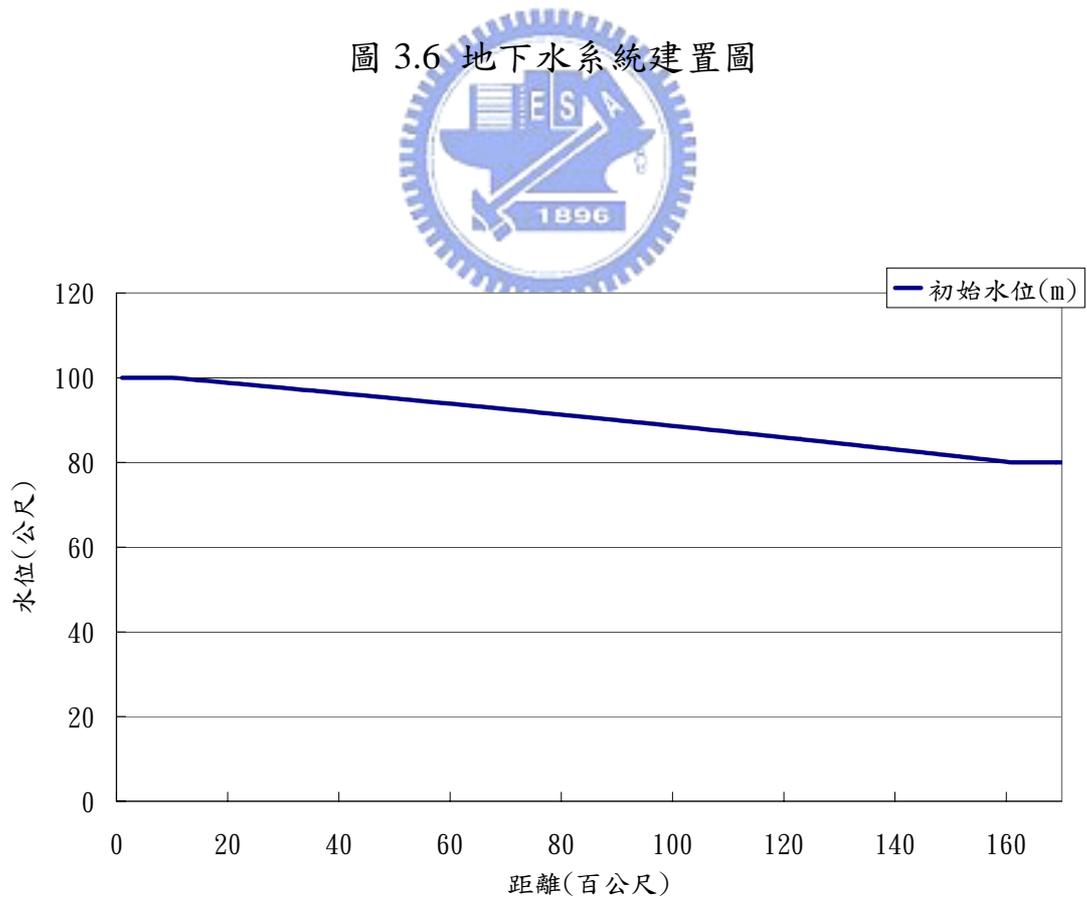


圖 3.7 初始水位剖面圖

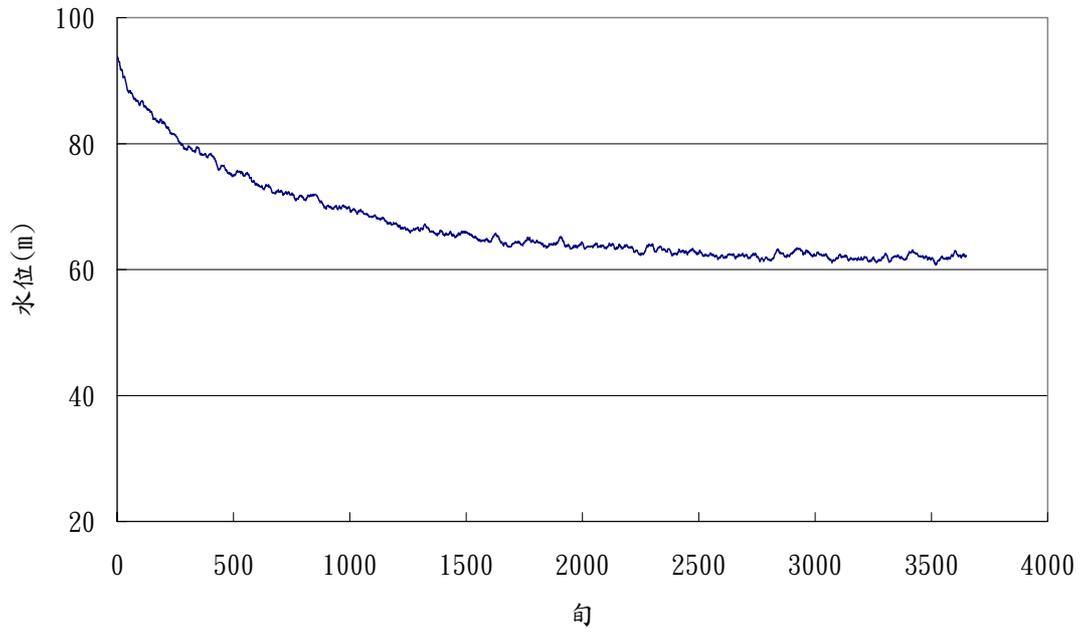


圖 3.8 訓練案例 1 號井水位圖

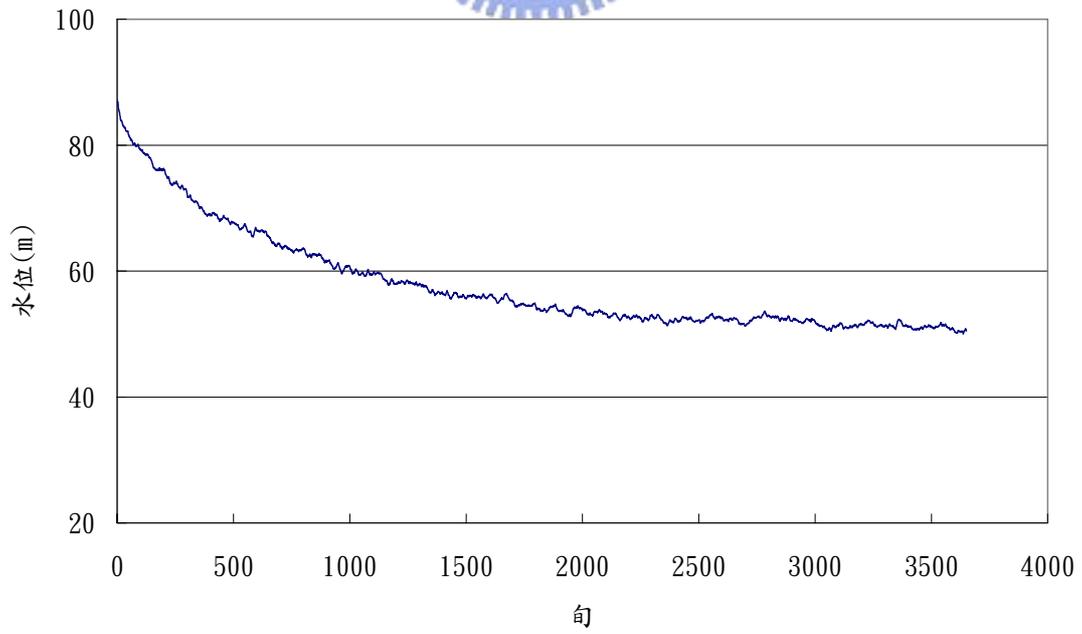


圖 3.9 訓練案例 2 號井水位圖

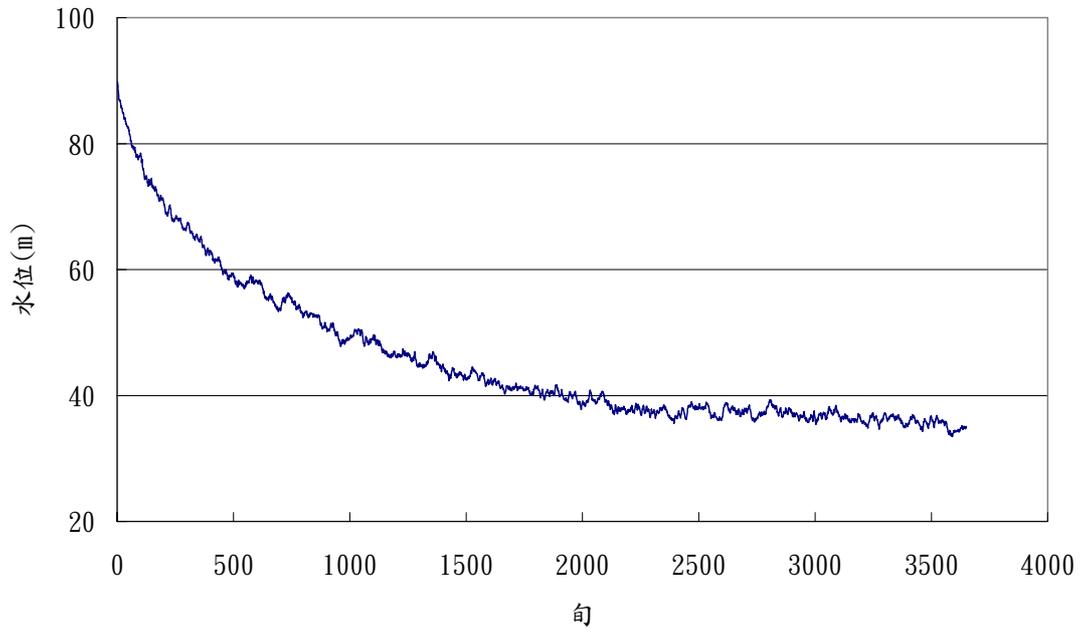


圖 3.10 訓練案例 3 號井水位圖

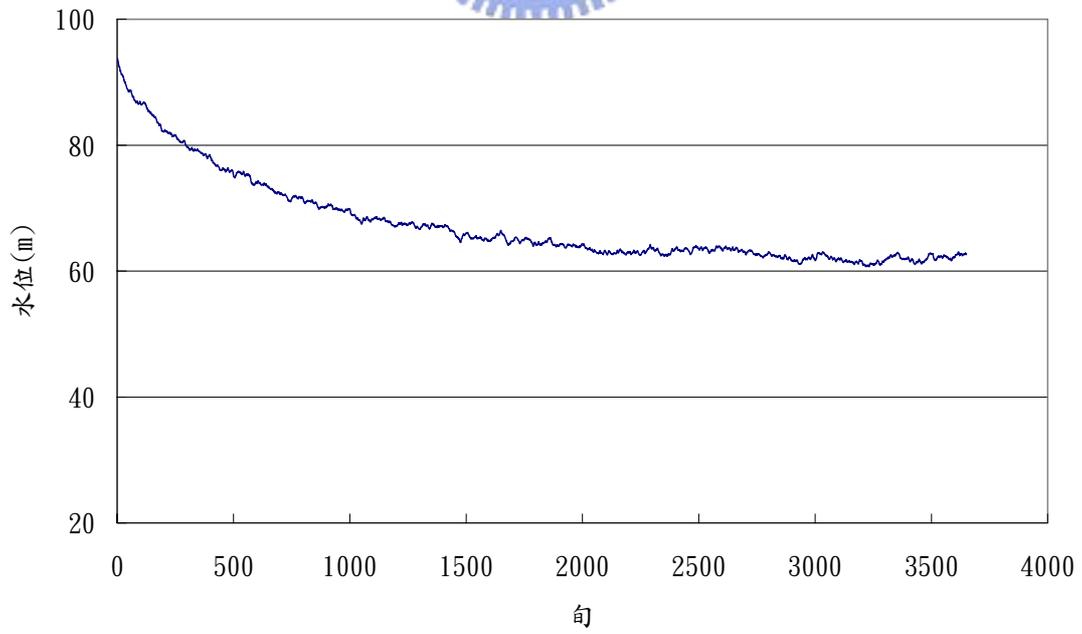


圖 3.11 訓練案例 4 號井水位圖

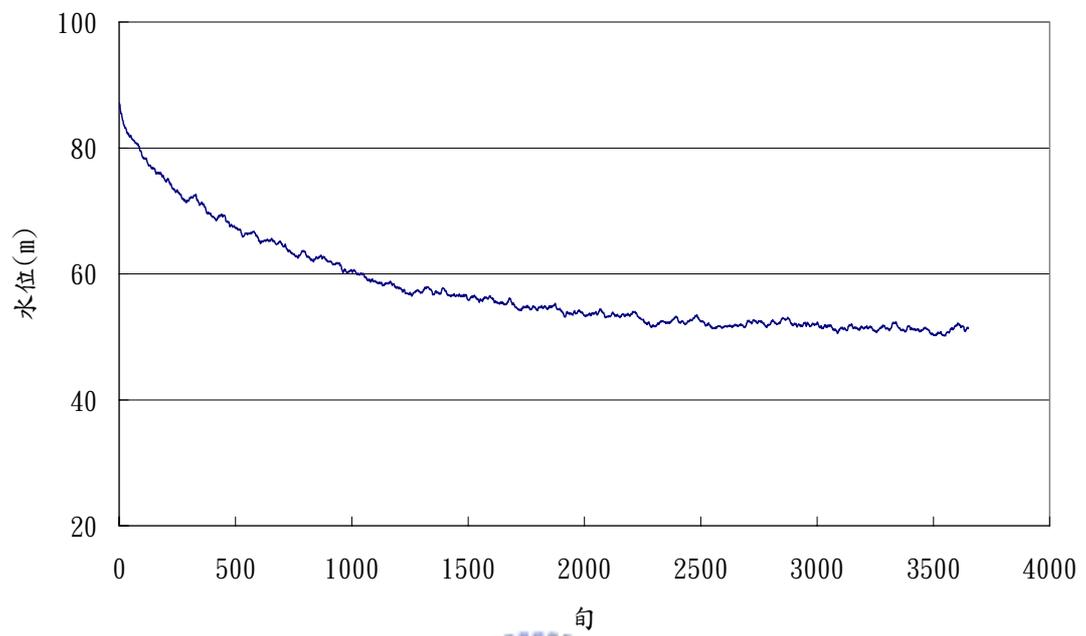


圖 3.12 訓練案例 5 號井水位圖



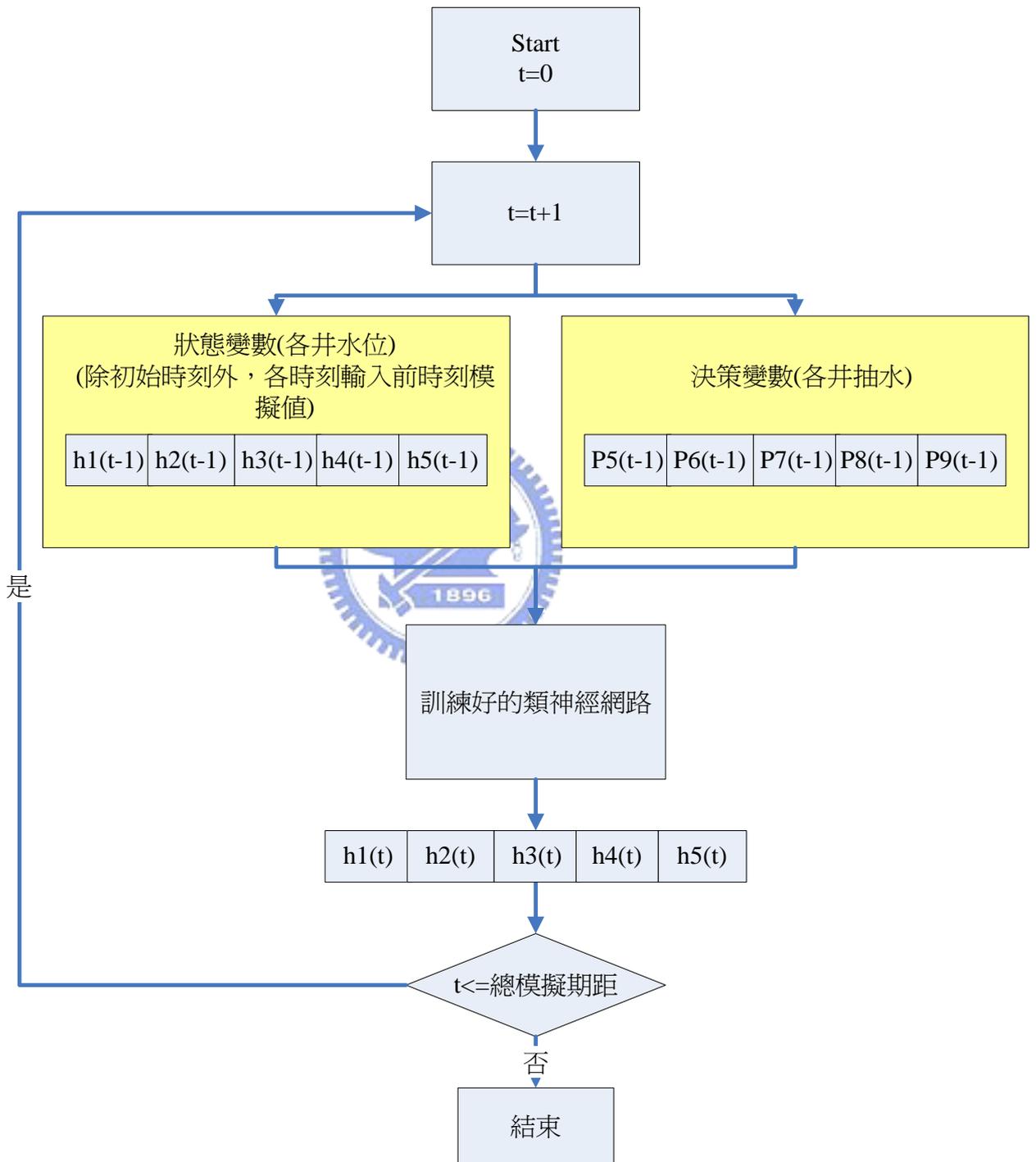


圖 3.13 地下水連續預測模擬流程圖

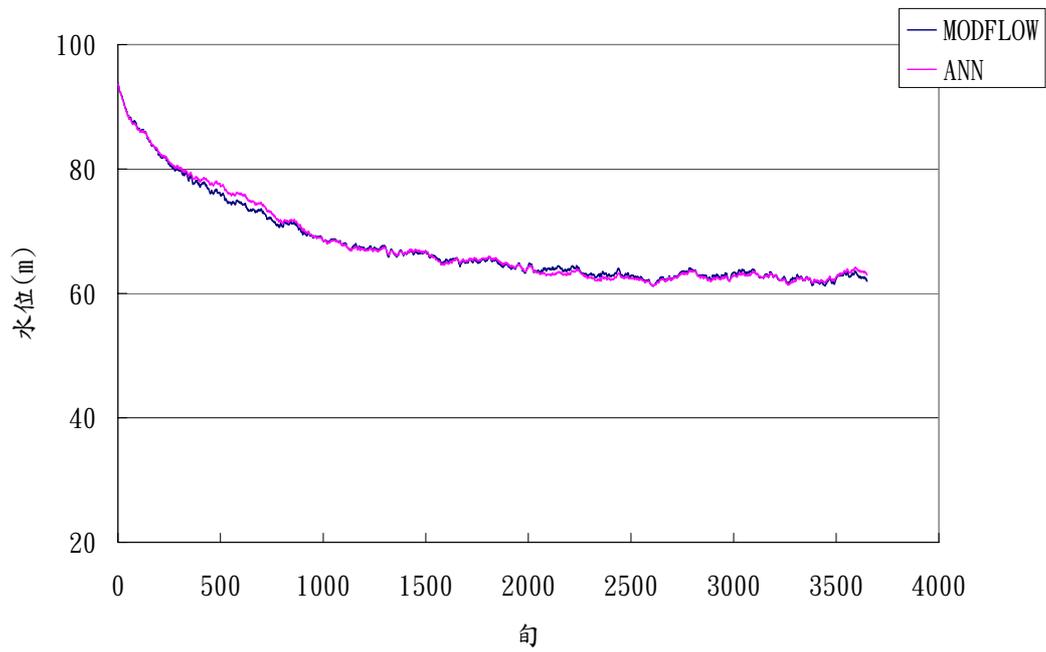


圖 3.14 預測案例 A.1 號井水位比較圖

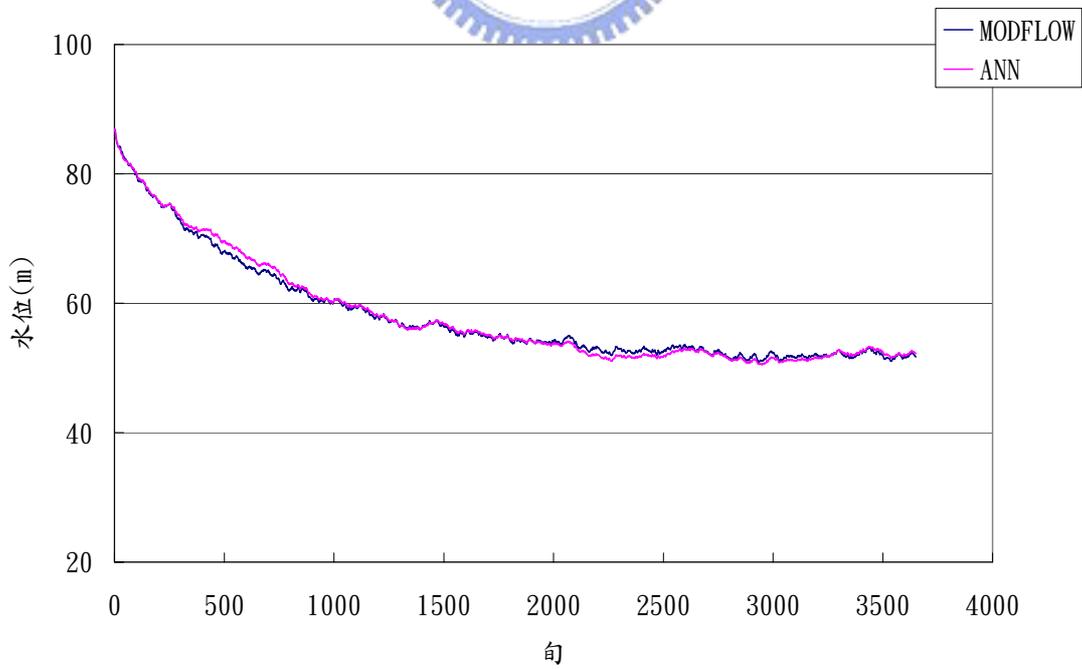


圖 3.15 預測案例 A.2 號井水位比較圖

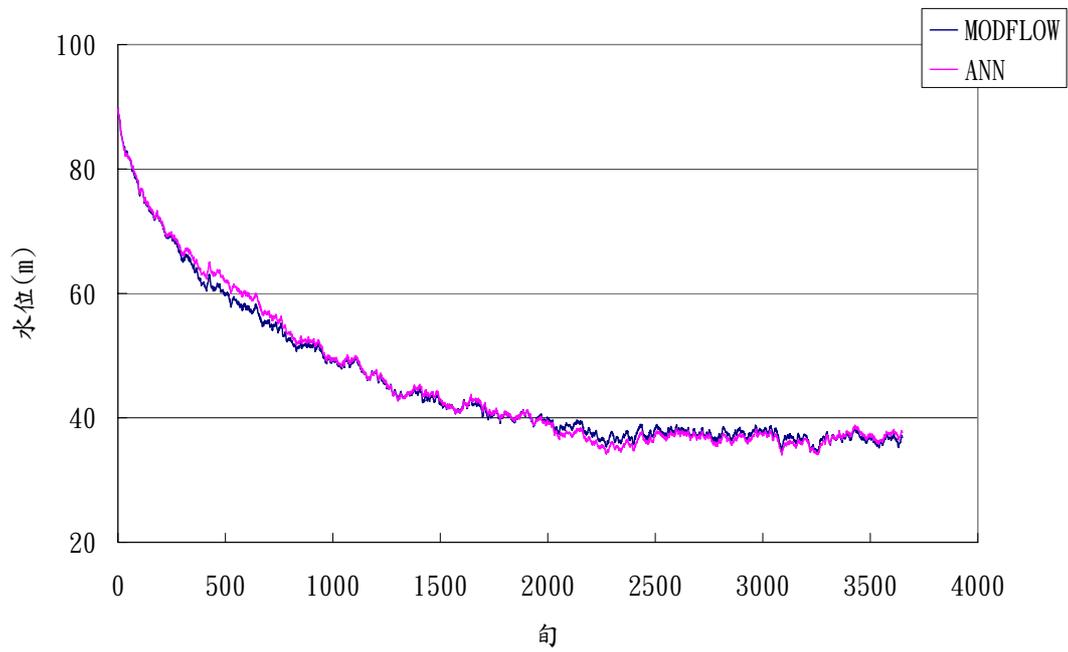


圖 3.16 預測案例 A.3 號井水位比較圖

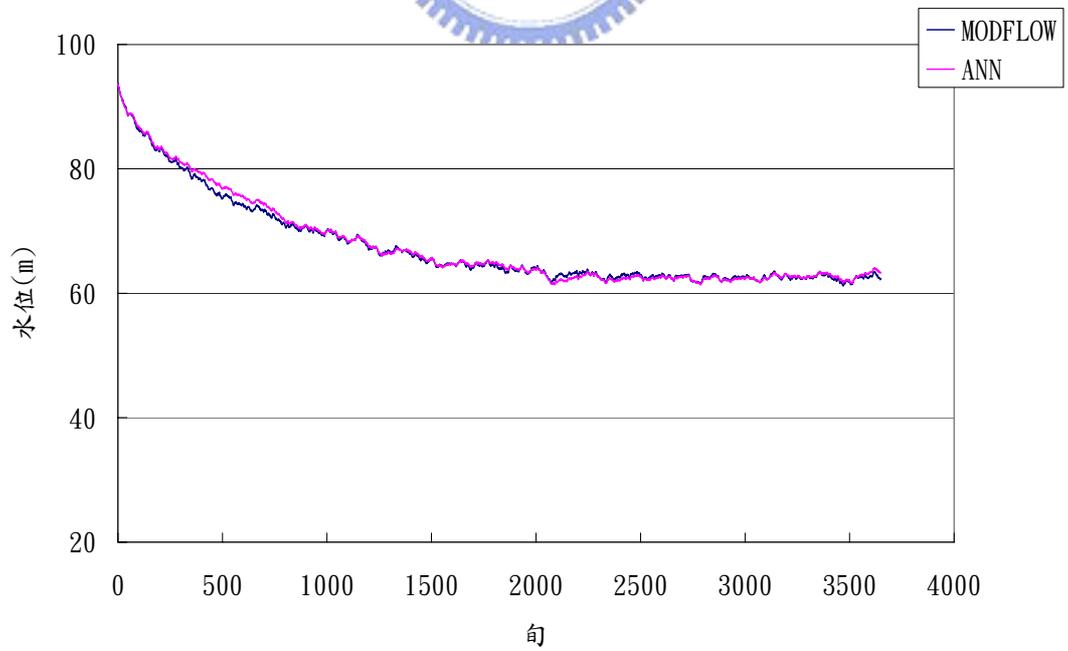


圖 3.17 預測案例 A.4 號井水位比較圖

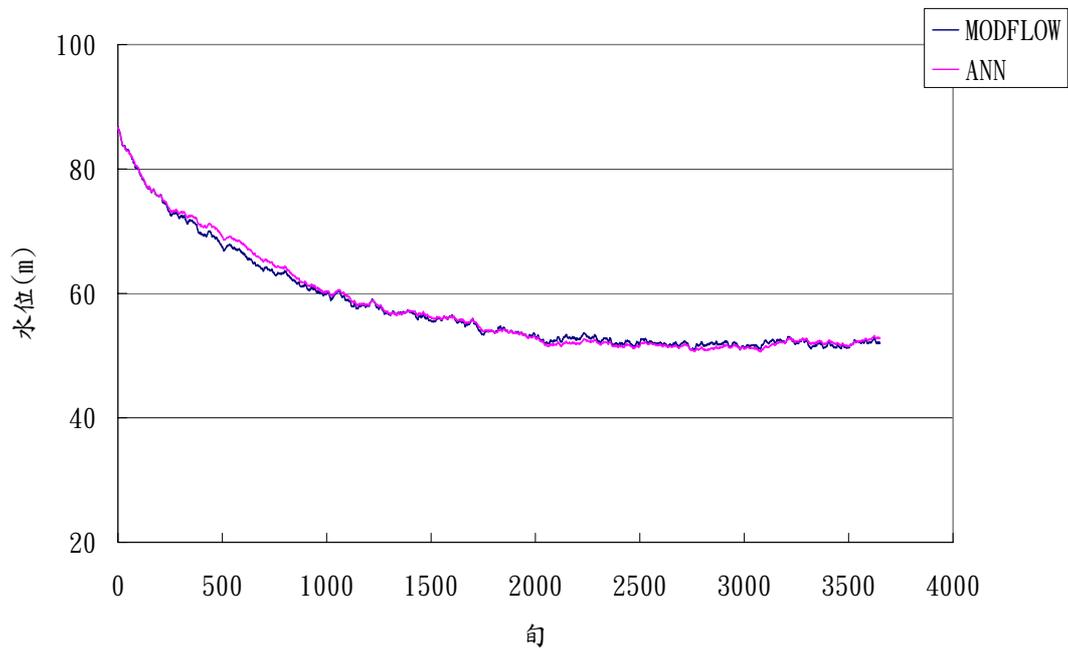


圖 3.18 預測案例 A.5 號井水位比較圖

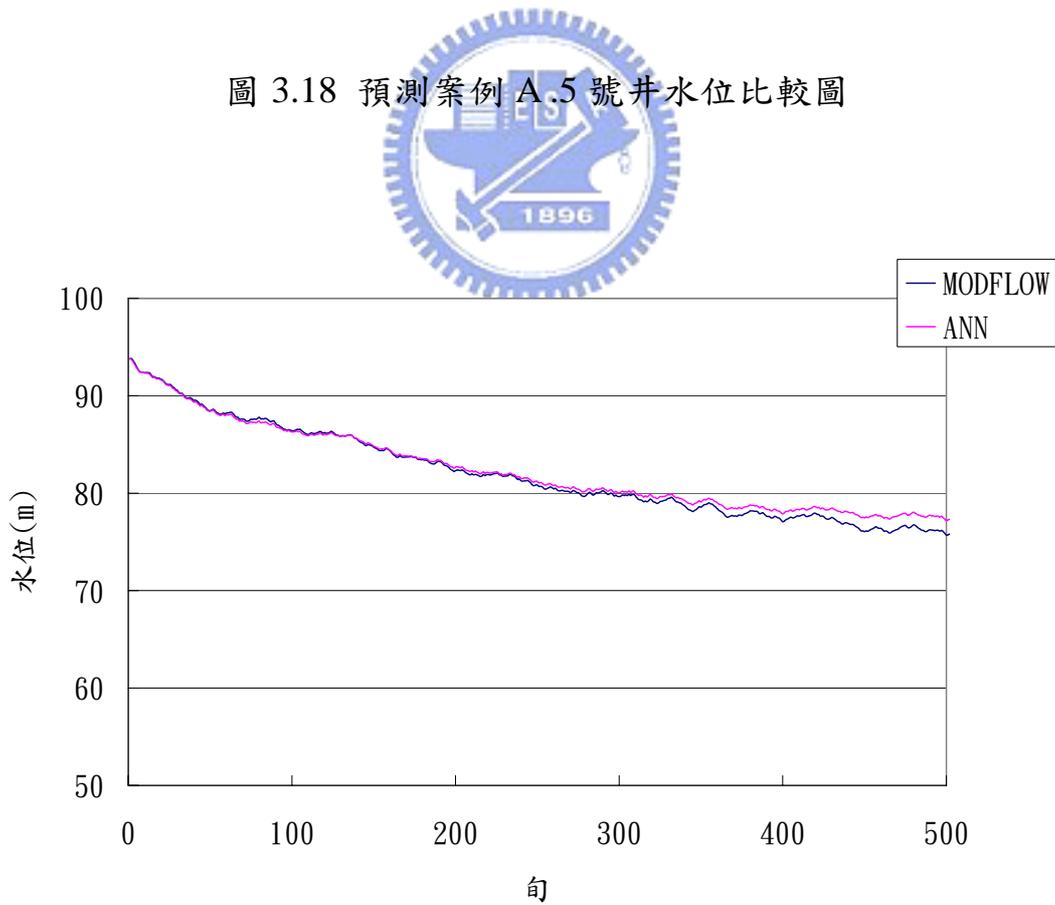


圖 3.19 預測案例 A.1 號井 0~500 旬水位比較圖

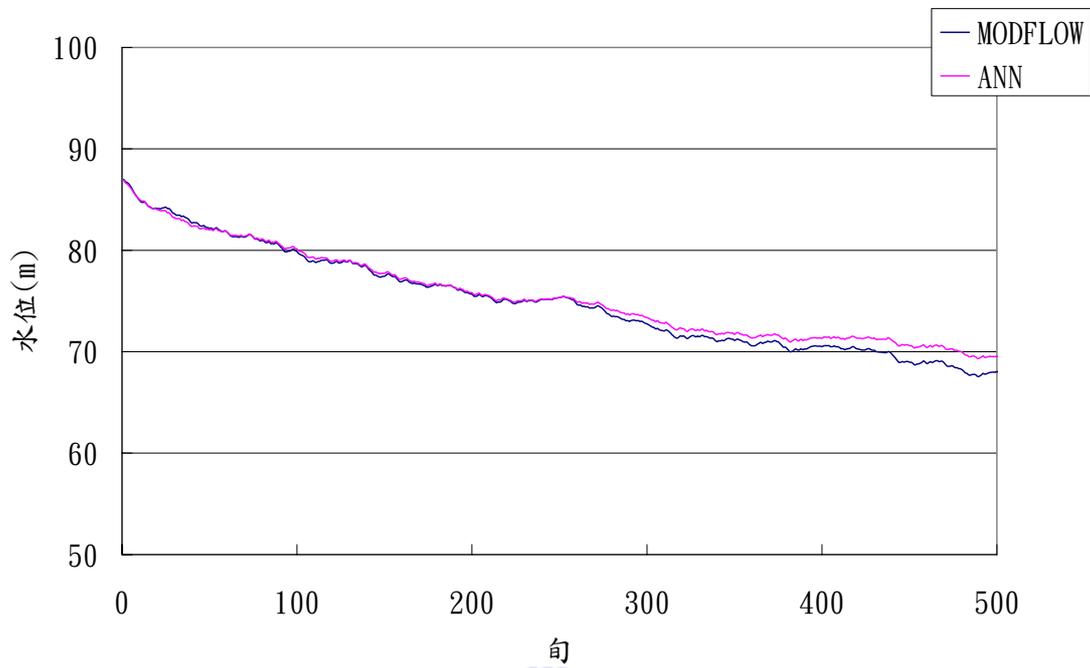


圖 3.20 預測案例 A.2 號井 0~500 旬水位比較圖

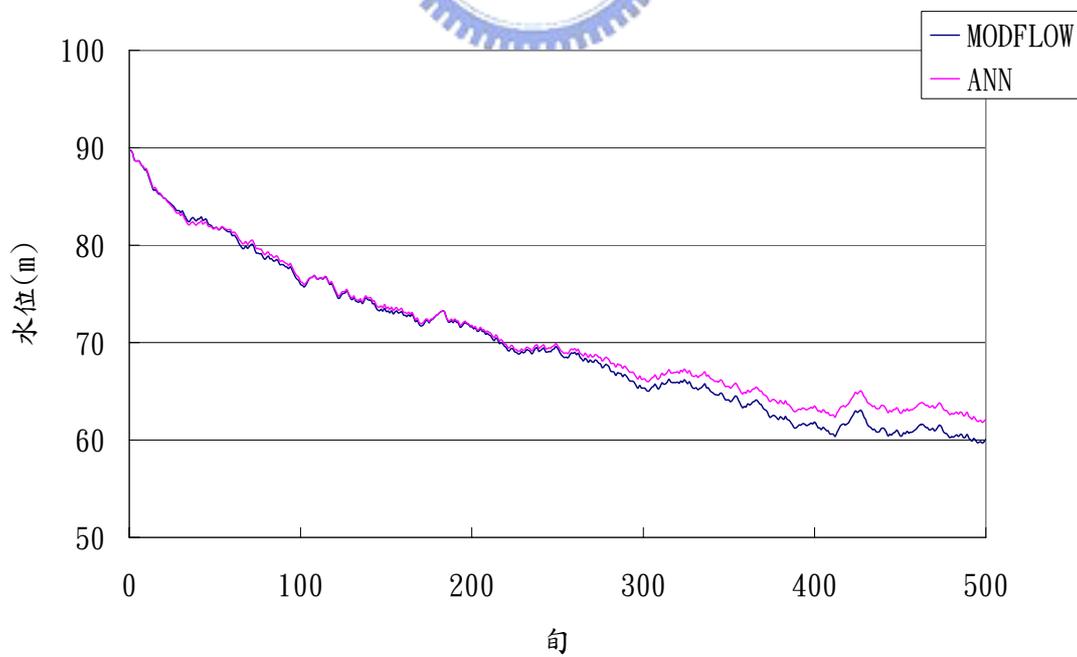


圖 3.21 預測案例 A.3 號井 0~500 旬水位比較圖

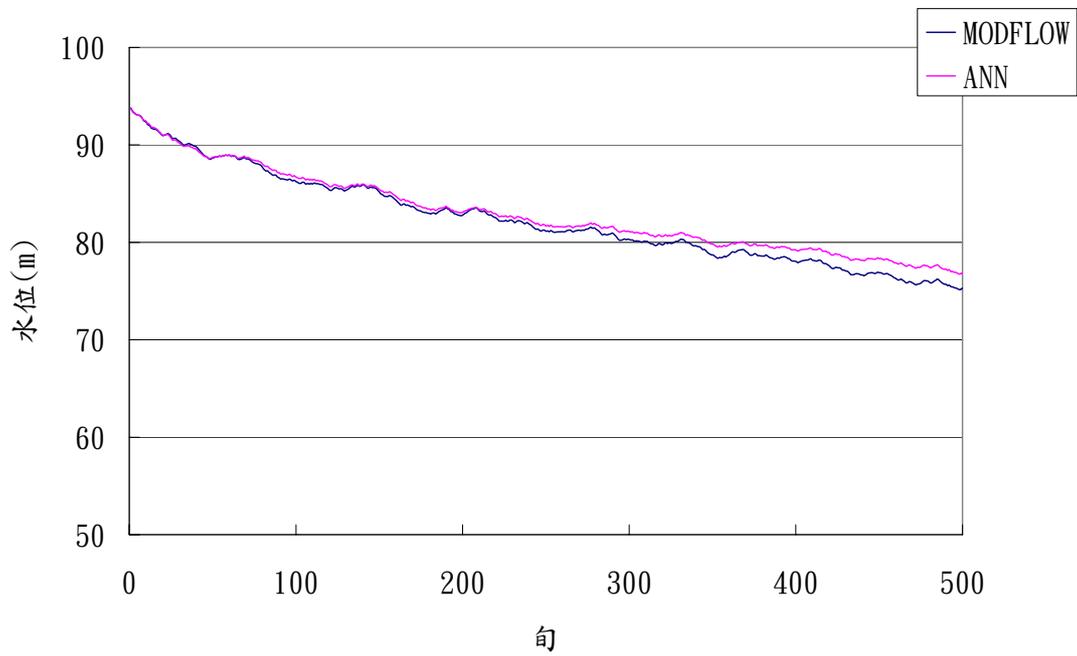


圖 3.22 預測案例 A.4 號井 0~500 旬水位比較圖

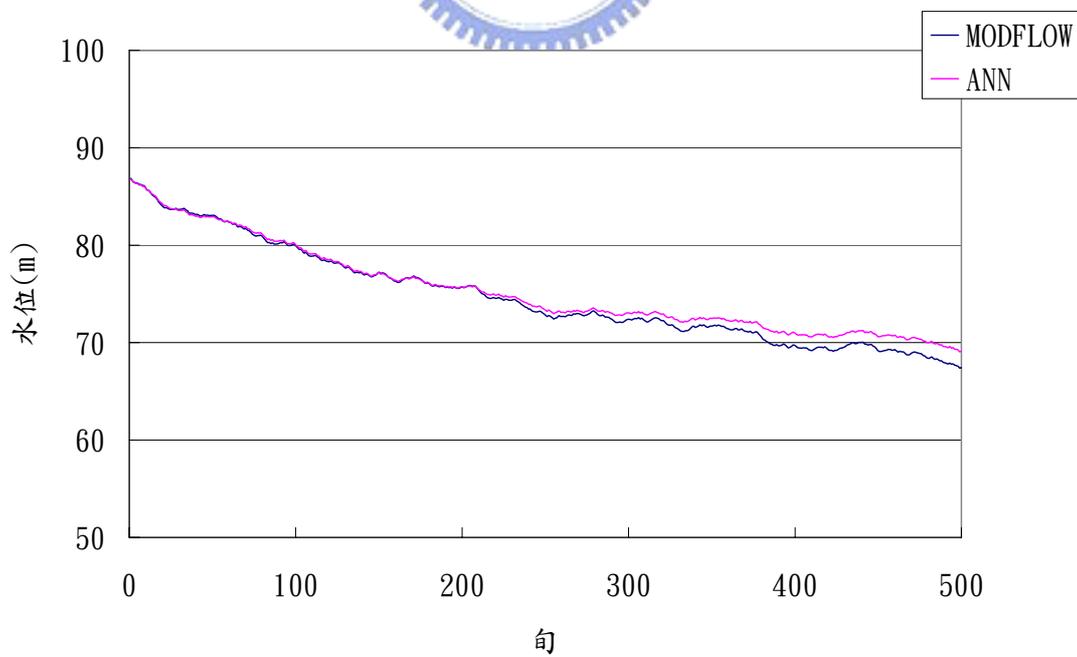


圖 3.23 預測案例 A.5 號井 0~500 旬水位比較圖

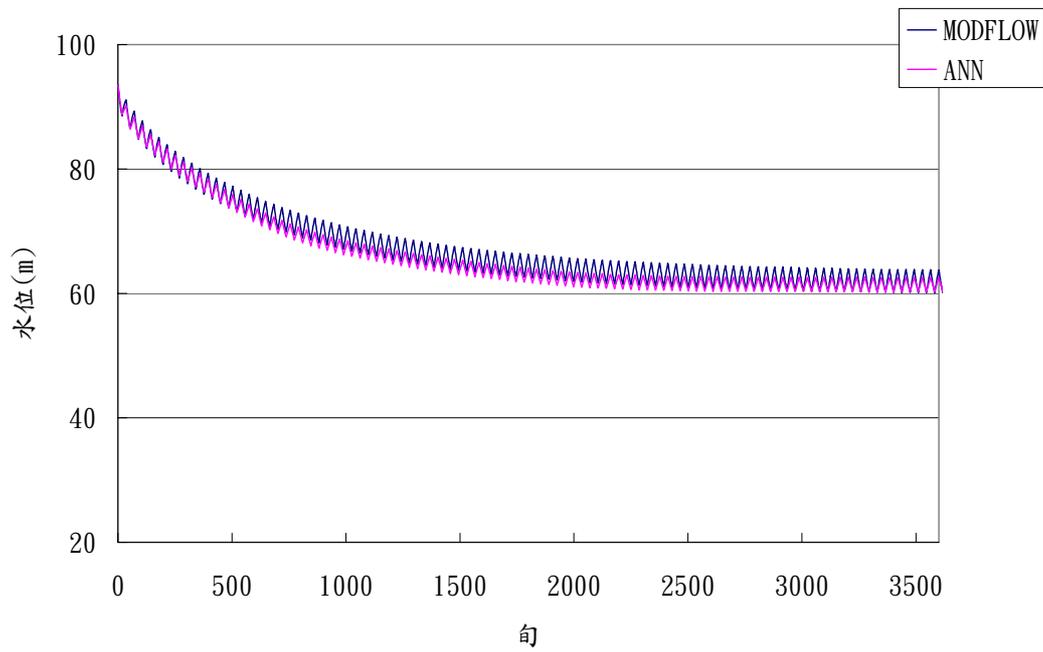


圖 3.24 預測案例 B.1 號井水位比較圖

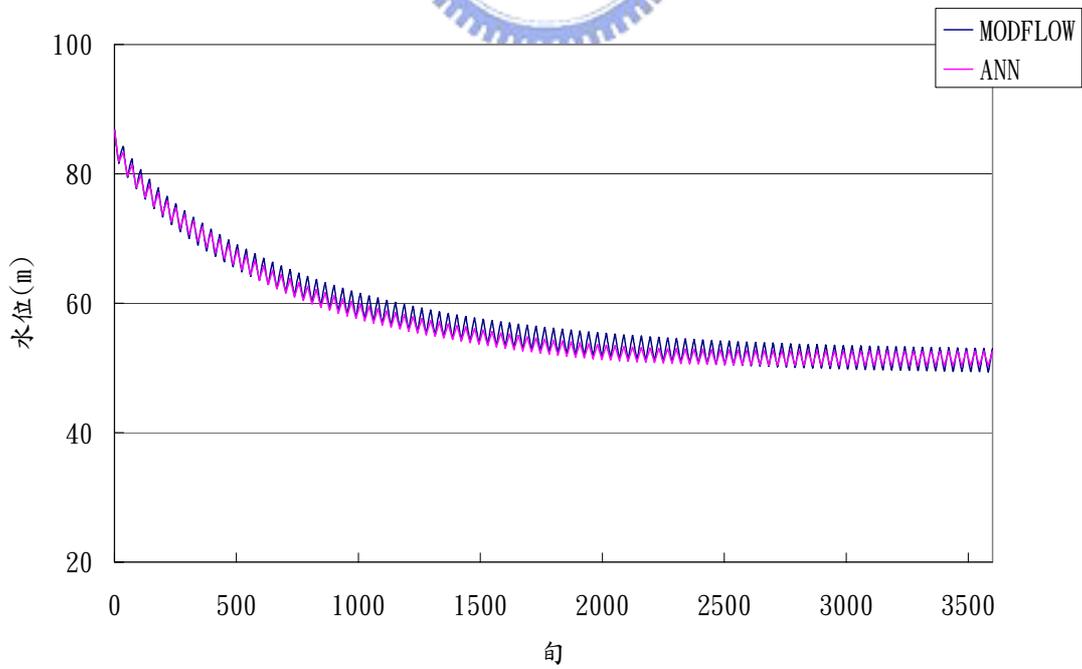


圖 3.25 預測案例 B.2 號井水位比較圖

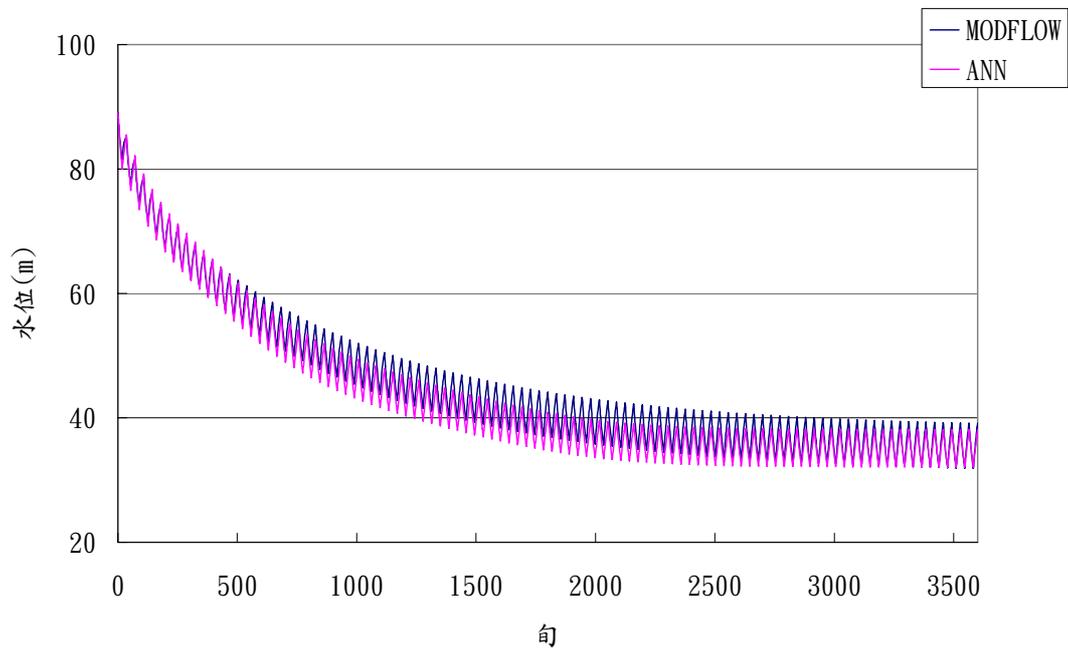


圖 3.26 預測案例 B.3 號井水位比較圖

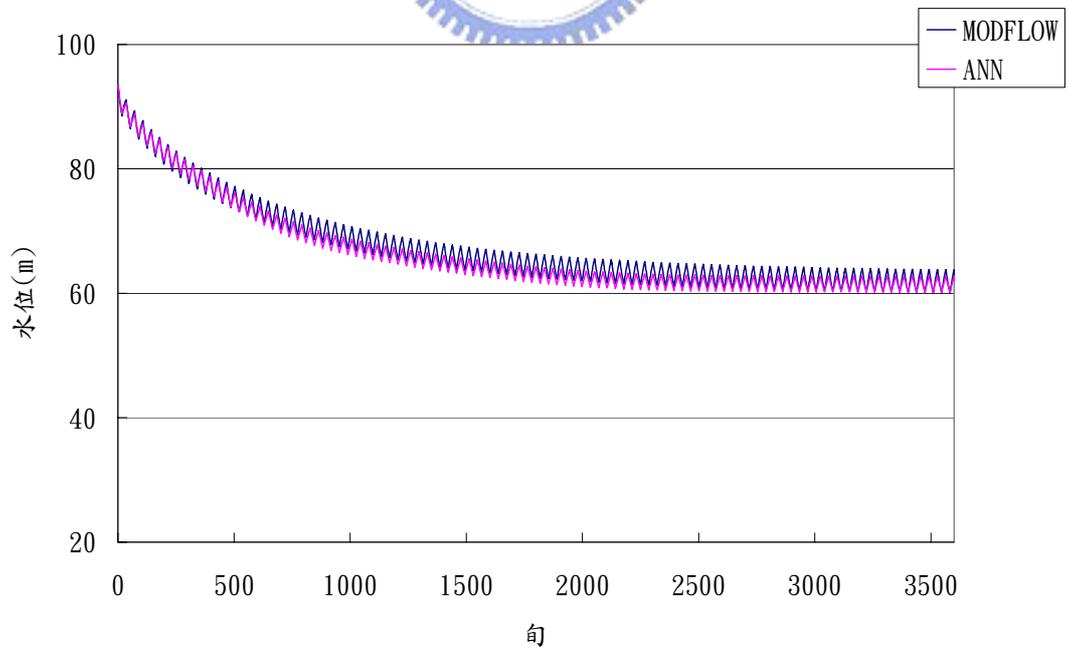


圖 3.27 預測案例 B.4 號井水位比較圖

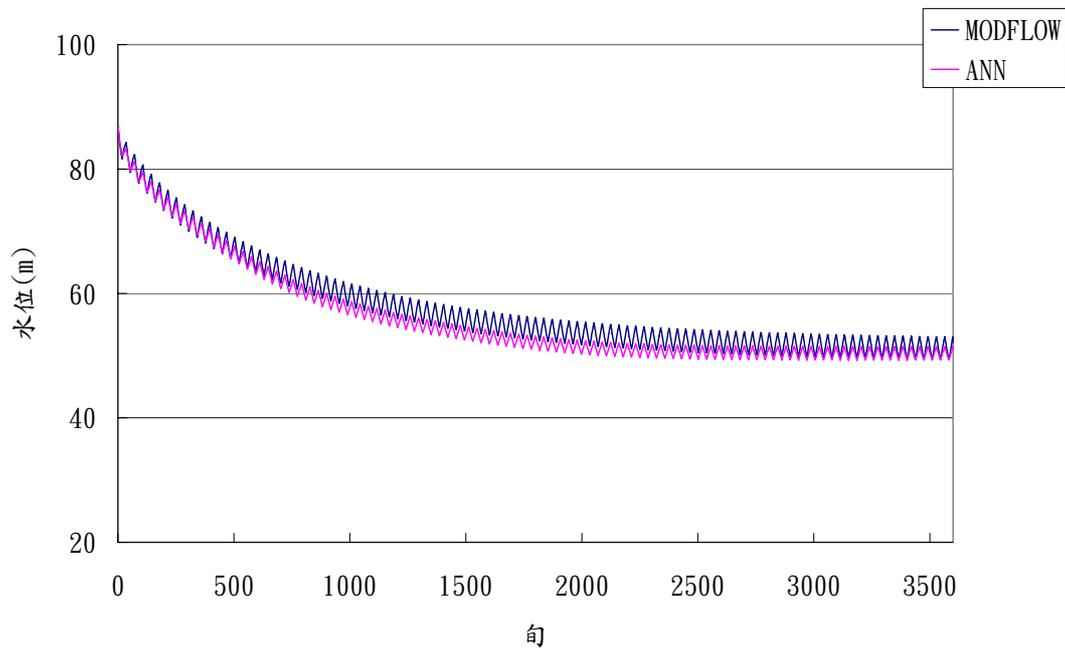


圖 3.28 預測案例 B.5 號井水位比較圖

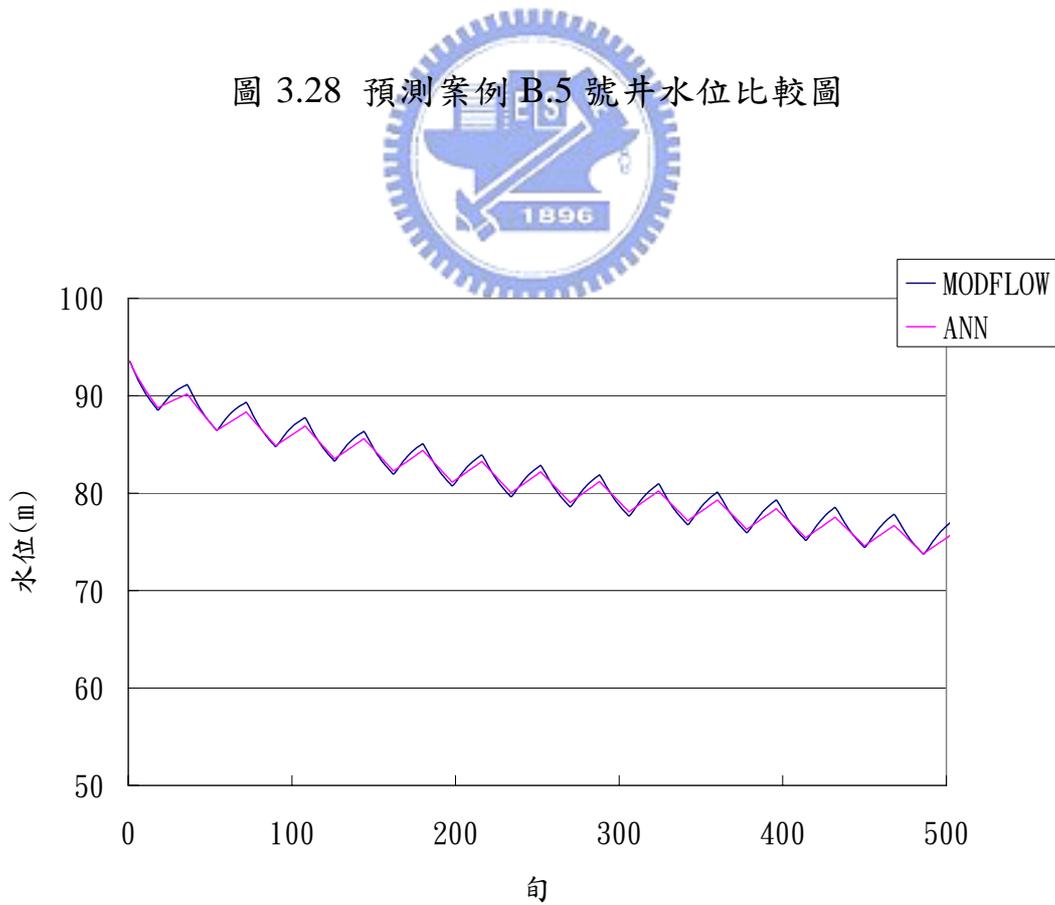


圖 3.29 預測案例 B.1 號井 0~500 旬水位比較圖

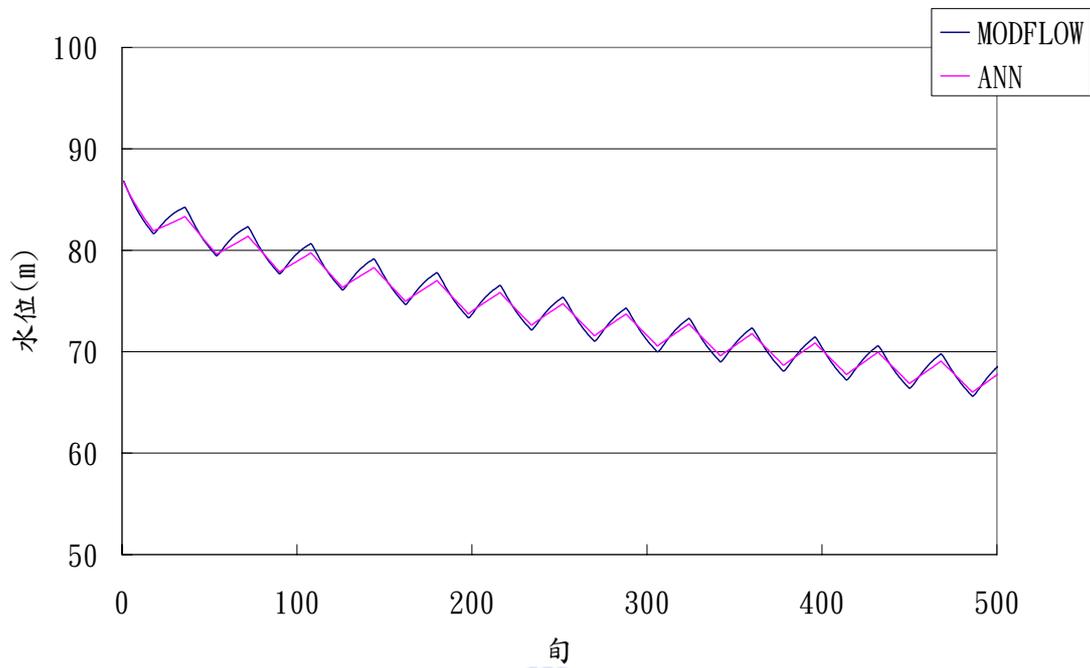


圖 3.30 預測案例 B.2 號井 0~500 旬水位比較圖

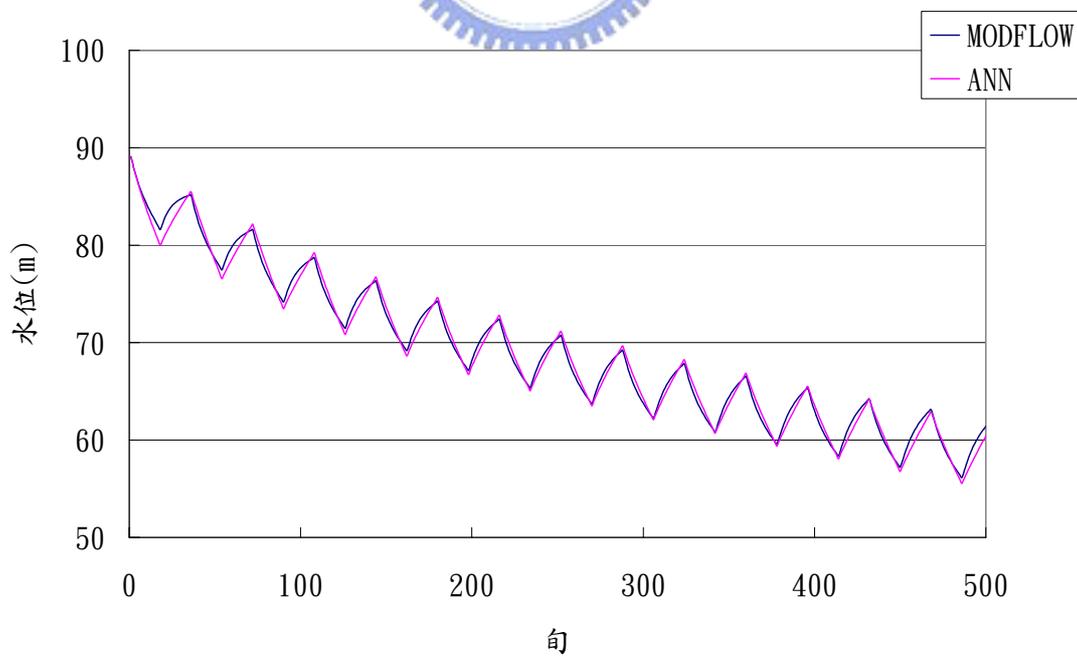


圖 3.31 預測案例 B.3 號井 0~500 旬水位比較圖

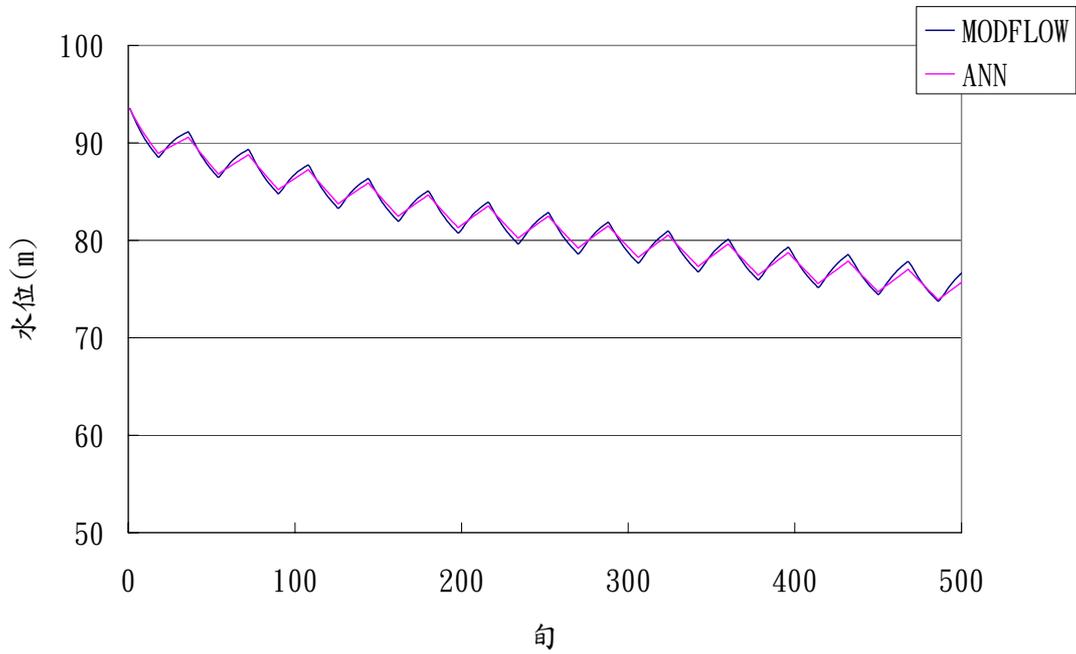


圖 3.32 預測案例 B.4 號井 0~500 旬水位比較圖

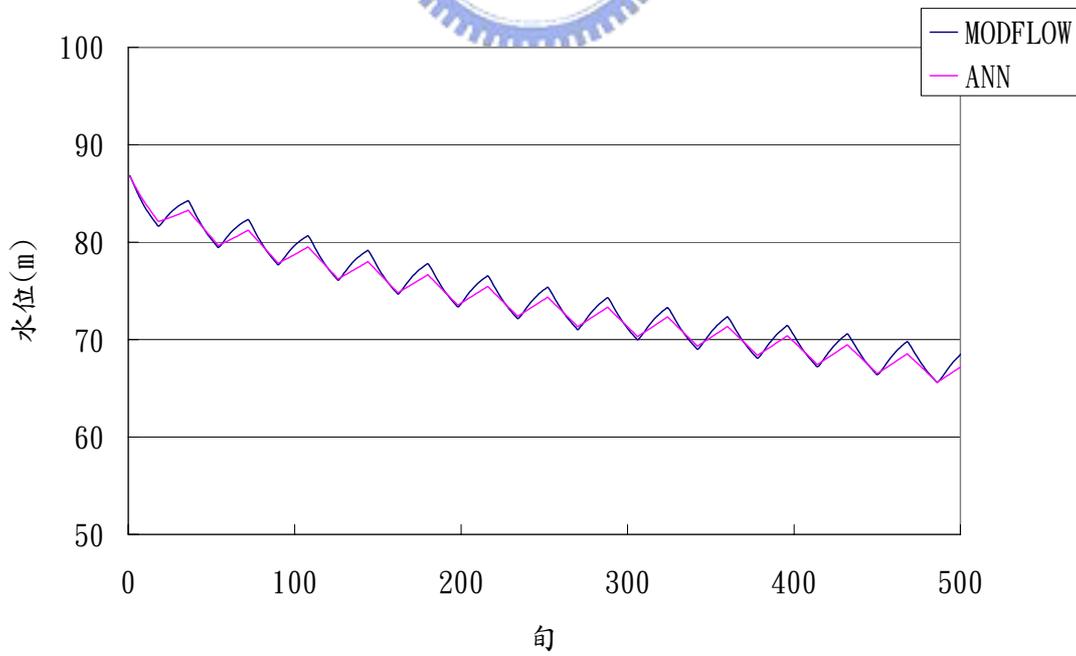


圖 3.33 預測案例 B.5 號井 0~500 旬水位比較圖