

## 第四章 地表地下聯合營運模式發展

本研究以「指標平衡」概念作為地表地下系統間之調配原則，並結合遺傳演算法與線性規劃方法建構地表地下聯合營運模式。

### 4.1 指標平衡

當地表水系統中水庫不只一座時，我們如何決定各水庫之供水順序呢？目前水庫與水庫間放水策略常用之一的方法乃以「指標平衡」作為供水順序之原則，此方法最早為美國陸軍兵工團工程師所提出，其基本精神為保持各蓄水單元蓄水量之平衡。運用指標平衡方法可平衡水庫與水庫間入流量相對於庫容之豐枯狀態，以獲得水資源調配時之最大效益。

指標平衡方法對水庫操作規線之分層賦予整數之基本指標  $I_i$ ，系統中之任一水庫在  $t$  時刻，若其放水後之蓄水量位在水庫之第  $i$  分層，則其指標可表示如下：


$$I^t = I_i + \frac{V^t - V_i}{V_{i+1} - V_i}, \quad (V_{i+1} \geq V^t > V_i) \dots\dots\dots [4.1]$$

其中，

$I^t$ ：第  $t$  時刻時指標值；

$I_i$ ：第  $i$  層基本指標；

$V^t$ ：第  $t$  時刻放水後之蓄水量；

$V_i$ ：第  $i$  層底對應之蓄水量；

$V_{i+1}$ ：第  $i+1$  層層底(即第  $i$  層頂)所對應之蓄水量；

由上述可知，「指標」為水庫在  $t$  時刻存放於對應分層(規線)之蓄水體積相對該分層之整體體積的比值，當不同水庫規模有所差異時，

應用水庫庫容與其蓄水量之比值，可以更客觀地評估蓄水狀態。指標平衡基本運算式則如下式[4.2]所示。

$$G_{mn}^t = \left| I_{s,m}^t - I_{s,n}^t \right| \dots\dots\dots [4.2]$$

$m, n \in N_F$

其中，

$G_{mn}^t$ ：第  $t$  時刻第  $m$  與第  $n$  水庫之指標差值；

$I_{s,m}^t$ ：第  $t$  時刻第  $m$  水庫放水後之指標，其計算如式[4.1]所示；

$I_{s,n}^t$ ：第  $t$  時刻第  $n$  水庫放水後之指標，其計算如式[4.1]所示；

$N_F$ ：參與指標平衡操作之水庫群集；

本研究中將引入此構想，將地下水含水層作分層設計，並且與地表水系統進行指標平衡之操作，以保持地表水系統與地下水系統間蓄水指標之平衡為原則，建立地表地下聯合營運模式。其中，如地表水水庫不只一座時，地表水系統可將所有地表水庫相同分層以線性疊加方式合成「對等水庫」，以下皆以地表水系統稱之，因此本研究中地表水系統指標與地下水系統指標與指標平衡運算式可寫為式[4.3]、[4.4]、[4.5]：

$$G_{sys}^t = \left| I_s^t - I_g^t \right|, \quad t = 1 \sim n \dots\dots\dots [4.3]$$

$$I_s^t = \left( I_i + \frac{V^t - V_i}{V_{i+1} - V_i} \right)_s \dots\dots\dots [4.4]$$

$$I_g^t = \left( I_i + \frac{V^t - V_i}{V_{i+1} - V_i} \right)_g \dots\dots\dots [4.5]$$

其中，

$G_{sys}^t$ ：第  $t$  時刻地表水系統與地下水系統之指標差值；

$I_s^t$ ：第  $t$  時刻地表水系統(對等水庫)放水後之指標；

$I_g^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統放水後之指標；

然而，地下水系統的蓄水體積並不容易估算，因此本研究中以地下水系統所有的觀測井的平均水位來推估地下水指標，地下水指標可表示為式[4.6]所示。

$$I_g^t = I_i + \frac{\tilde{h}^t - \tilde{h}_i}{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_i}, \quad (\tilde{h}_{i+1} \geq \tilde{h}^t > \tilde{h}_i) \dots\dots\dots[4.6]$$

其中，

$\tilde{h}^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統放水後所有觀測井網平均水位；

$\tilde{h}_i$ ：第  $t$  時刻地下水系統第  $i$  層底對應之平均水位；

$\tilde{h}_{i+1}$ ：第  $t$  時刻地下水系統第  $i+1$  層底(第  $i$  層頂)對應之平均水位；

因此本研究中地表、地下指標與地表地下間之指標平衡式如式 [4.3]、[4.4]、[4.6] 所示。

## 4.2 地表地下聯合營運模式之建立

本研究以指標平衡操作來維持各時刻地表水系統與地下水系統之蓄水平衡。因此各時刻地表地下聯合營運問題可表示如下：

### 一、目標函數

本模式求解地表地下聯合營運問題時，考量以下四項原則：

(1) 該時刻的系統缺水率為最小

(2) 該時刻的地下水系統與地表水系統之間指標差值為最小

(3)該時刻的地表水水庫之間指標差值為最小

(4)該時刻的地表水系統與地下水系統蓄水減少量為最小

各原則考量的優先順序為(1)>(2)=(3)>(4)，因此各時刻目標函數  $Z^t$  如下式所示：

$$Z^t = \min_{\bar{X}^t, \bar{P}^t} \left\{ \sum_{i \in N_D} W_{SH,i} SHR_i^t + W_G \left( G_{sys}^t + \sum_{m \in N_F} \sum_{n \in N_F} G_{mn}^t \right) + W_{SL} (Z_{SL}^t + Y_{SL}^t) \right\} \quad [4.7]$$

$$t = 1 \sim n, \quad W_{SH,i} > W_G > W_{SL}$$

其中，

$SHR_i^t$  :第  $t$  時刻第  $i$  需求節點之缺水率(缺水量與需求量之比)；

$G_{sys}^t$  :第  $t$  時刻地表水系統與地下水系統之指標平衡差值；

$G_{mn}^t$  :第  $t$  時刻欲進行指標平衡之第  $m$  與  $n$  地表水庫之指標差值；

$Z_{SL}^t$  :第  $t$  時刻地表水系統之空庫容積與庫容比；

$Y_{SL}^t$  :第  $t$  時刻地下水系統滿庫水位與抽水後平均水位差和滿庫水位與庫底水位差值比以代表地下水系統之空庫容積與庫容比；

$W_{SH,i}$  :第  $i$  需求節點缺水率之權重；

$W_G$  :指標差值項之權重；

$W_{SL}$  :地表水系統與地下水系統空庫容積與庫容比之權重；

$\bar{X}^t$  :第  $t$  時刻地表水之決策變數向量(各水庫節點放水量)；

$\bar{P}^t$  :第  $t$  時刻地下水之決策變數向量(各抽水井抽水量)；

$N_D$  :需求節點之集合；

$N_F$  :欲進行指標平衡放水之水庫群集；

本研究之目標函數為求解最小化(Minimize)的決策問題，目標函數中的  $SHR_i^t$  項次是為使該時刻系統缺水量最小； $G_{sys}^t$  項次則是為了地表水系統與地下水系統指標差值最小，以維持地表水系統與地下水系

統蓄水之平衡； $G'_{mm}$  項次為地表水系統中各水庫之指標差值最小，以維持地表水各水庫間供水之平衡； $Z'_{SL}$  項次為地表水系統之空庫容積與庫容比最小，以達成地表水蓄水減少量最小之目的； $Y'_{SL}$  項次同上達成地下水蓄水減少量最小之目的，以避免浪費水資源。

目標函數中之  $W_{SH,i} > W_G > W_{SL}$ ，為各目標欲滿足之先後順序，以缺水量最小為最優先考量；指標平衡為次以維持供水平衡之供水原則；最後為空庫容積與庫容比，以使水盡量留在蓄水節點內，避免因進行指標平衡時平衡於較低之指標，造成水資源不必要之浪費。

## 二、限制式

### 1. 質量平衡式

#### (1) 蓄水節點（水庫）

$$V_i^{t+1} = V_i^t + \sum IF_i^t - E_i^t - \sum X_i^t - OF_i^t \quad \forall i \in N_S, t=1 \sim n \quad [4.8]$$

其中，

$V_i^t$ ：第  $t$  時刻初第  $i$  水庫節點之蓄水量；

$V_i^{t+1}$ ：第  $t+1$  時刻初第  $i$  水庫節點之蓄水量；

$IF_i^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  水庫節點之入流量；

$E_i^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  水庫節點之蒸發量；

$X_i^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  水庫節點之放水量；

$OF_i^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  水庫節點之溢流量；

$N_S$ ：水庫節點之集合；

$t$ ：模擬時間；

$n$ ：總模擬期距。

#### (2) 非蓄水節點

$$\sum_{i \in \Lambda} X_{i,j}^t - \sum_{k \in \Phi} X_{j,k}^t = 0$$

$$\forall j \in N_q, t = 1 \sim n \quad \dots\dots\dots [4.9]$$

其中，

$X_{i,j}^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  節點流入第  $j$  節點之水量；

$X_{j,k}^t$ ：第  $t$  時刻第  $j$  節點流出至第  $k$  節點之水量；

$\Lambda$ ：流入第  $i$  節點之節點集合；

$\Phi$ ：第  $j$  節點可流至之節點集合；

$N_q$ ：非蓄水節點之集合；

$t$ ：模擬時間；

$n$ ：總模擬期距。

(3) 需求節點

$$D_j^t = \sum_{i \in \Lambda} X_{i,j}^t + \sum_{i \in N_p} P_{i,j}^t + SH_j^t$$

$$\forall j \in N_D, t = 1 \sim n \quad \dots\dots\dots [4.10]$$

其中，

$D_j^t$ ：第  $t$  時刻第  $j$  需求節點之公共需求量；

$X_{i,j}^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  節點流入第  $j$  需求節點之水量；

$SH_j^t$ ：第  $t$  時刻第  $j$  需求節點之缺水量；

$P_{i,j}^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  抽水井抽至第  $j$  需求節點之抽水量；

$\Lambda$ ：流入第  $j$  需求節點之節點集合；

$N_D$ ：公共需求節點之集合；

$N_p$ ：抽水井群之集合；

$t$ ：模擬時間；

$n$ ：總模擬期距。

## 2. 地下水反應方程式

$$\vec{h}^{t+1} = f(\vec{h}^t, \vec{P}^t) \dots\dots\dots [4.11]$$

$$\vec{h}^t \in R^l, \quad \vec{P}^t \in R^k, \quad t = 1 \sim n$$

其中，

$\vec{h}^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統狀態變數(水位)向量；

$\vec{P}^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統決策變數(抽水量)向量；

$l$ ：觀測井個數(R 代表實數)；

$k$ ：抽水井個數(R 代表實數)；

$t$ ：模擬時間；

$n$ ：總模擬期距。



## 3. 指標平衡式

### (1) 系統指標平衡

$$G_{sys}^t = |I_s^t - I_g^t| \dots\dots\dots [4.3]$$

$$I_s^t = \left( I_i + \frac{V^t - V_i}{V_{i+1} - V_i} \right)_s \dots\dots\dots [4.4]$$

$$I_g^t = \left( I_i + \frac{\tilde{h}^t - \tilde{h}_i}{\tilde{h}_{i+1} - \tilde{h}_i} \right)_g \dots\dots\dots [4.6]$$

$$m, n \in N_F, \quad t = 1 \sim n$$

其中，

$G_{sys}^t$ ：第  $t$  時刻地表水系統與地下水系統之指標差值；

$I_s^t$ ：第  $t$  時刻地表水系統放水後之指標；

$I_g^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統放水後之指標；

$V^t$  : 第  $t$  時刻地表水系統放水後之蓄水量；  
 $V_i$  : 第  $t$  時刻地表水系統第  $i$  層底對應之蓄水量；  
 $\tilde{h}^t$  : 第  $t$  時刻地下水系統抽水後所有觀測井平均水位；  
 $\tilde{h}_i$  : 第  $t$  時刻地下水系統第  $i$  層底對應之平均水位；  
 $\tilde{h}_{i+1}$  : 第  $t$  時刻地下水系統第  $i+1$  層底(第  $i$  層頂)對應之平均  
 水位；  
 $t$  : 模擬時間；  
 $n$  : 總模擬期距。

(2) 地表水各水庫指標平衡式

$$G_{mn}^t = \left| I_{s,m}^t - I_{s,n}^t \right| \dots\dots\dots [4.2]$$

$m, n \in N_F, t = 1 \sim n$

其中，

$G_{mn}^t$  : 第  $t$  時刻第  $m$  與第  $n$  水庫之指標差值；  
 $I_{s,m}^t$  : 第  $t$  時刻第  $m$  水庫放水後之指標，其計算如式[4.1]所示；  
 $I_{s,n}^t$  : 第  $t$  時刻第  $n$  水庫放水後之指標，其計算如式[4.1]所示；  
 $N_F$  : 參與指標平衡操作之水庫群集；

4. 其他等式及不等式

(1) 蓄水節點（水庫）

$$V_{d,i} \leq V_i^t \leq V_{u,i} ; \forall i \in N_S, t = 1 \sim n \dots\dots\dots [4.12]$$

其中，

$V_i^t$  : 第  $t$  時刻第  $i$  水庫之蓄水量；

$V_{d,i}$  : 第  $i$  水庫之呆水位對應之蓄水量 ;

$V_{d,i}$  : 第  $i$  水庫之滿水位對應之蓄水量 ;

$N_S$  : 水庫節點之集合 ;

$t$  : 模擬時間 ;

$n$  : 總模擬期距。

## (2) 地下水水位限制

$$\tilde{h}_{\min} \leq \tilde{h}^t \leq \tilde{h}_{\max}, t=1 \sim n \dots\dots\dots [4.13]$$

其中，

$\tilde{h}^t$  : 第  $t$  時刻地下水系統之平均水位 ;

$\tilde{h}_{\max}$  : 地下水系統分層設計之最高平均水位 ;

$\tilde{h}_{\min}$  : 地下水系統分層設計之最低平均水位 ;

$t$  : 模擬時間 ;

$n$  : 總模擬期距。



## (3) 生態基流量

$$RI_{i,j}^t \geq \text{Min} \left( \sum_{m \in \Pi} IF_m^t, B_{i,j}^t \right), t=1 \sim n \dots\dots\dots [4.14]$$

其中，

$RI_{i,j}^t$  : 第  $t$  時刻第  $i$  節點流至第  $j$  節點之河川川流量 ;

$IF_{i,j}^t$  : 第  $t$  時刻第  $i$  節點之上游第  $m$  天然入流量 ;

$B_{i,j}^t$  : 第  $t$  時刻第  $i$  節點流至第  $j$  節點之生態基流量 ;

$\Pi$  : 第  $i$  節點上游天然入流量之集合 ;

$t$  : 模擬時間 ;

$n$  : 總模擬期距。

(4) 地表水系統空庫與庫容比

$$Z_{SL}^t = \frac{V_{d,i} - V_i^t}{V_{d,i} - V_{u,i}} ; \forall i \in N_S , t = 1 \sim n \dots\dots\dots [4.15]$$

其中，

$Z_{SL}^t$ ：第  $t$  時刻對等水庫之空庫容積與庫容比；

$V_i^t$ ：第  $t$  時刻第  $i$  水庫之蓄水量；

$V_{d,i}$ ：第  $i$  水庫之呆水位對應之蓄水量；

$V_{u,i}$ ：第  $i$  水庫之滿水位對應之蓄水量；

$N_S$ ：水庫節點之集合；

$t$ ：模擬時間；

$n$ ：總模擬期距。

(5) 地下水系統空庫與庫容比

$$Y_{SL}^t = \frac{\tilde{h}_{\max} - \tilde{h}^t}{\tilde{h}_{\max} - \tilde{h}_{\min}} , t = 1 \sim n \dots\dots\dots [4.16]$$

其中，

$Y_{SL}^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統之空庫容積與庫容比；

$\tilde{h}^t$ ：第  $t$  時刻地下水系統之平均水位；

$\tilde{h}_{\max}$ ：地下水系統分層設計之最高平均水位；

$\tilde{h}_{\min}$ ：地下水系統分層設計之最低平均水位；

$t$ ：模擬時間；

$n$ ：總模擬期距。

本問題之最佳化數學表示式已詳列如上所示，由於問題中包含了非線性方程式(地下水流方程式)，因此傳統水資源調配模式常見之線性規劃法，並不適用。若以遺傳演算法求解本問題，則在計算效率上

遠低於傳統之線性規劃法。因此本研究以混合式演算法(架構如圖 4.1 所示)進行求解，可兼顧線性規劃法之高計算效率與遺傳演算法在非線性規劃上之便利。因此目標函數式[4.7]及其限制式[4.2]至[4.4]、[4.6]、[4.8]至[4.16]所定義之原問題，分解為下列之主次問題，詳列如下：

主問題：

$$Z^t = \min_{\bar{P}^t} \{ J^*(\bar{P}^t) + W_G G_{sys}^t + W_{SL} Y_{SL}^t \} \dots\dots\dots [4.17]$$

限制式：

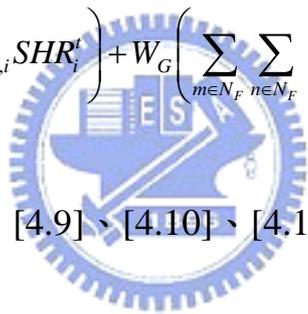
式[4.3]、[4.4]、[4.6]、[4.11]、[4.13]、[4.16]

次問題：

$$J^*(\bar{P}^t) = \min_{\bar{X}^t} \left\{ \left( \sum_{i \in N_D} W_{SH,i} SHR_i^t \right) + W_G \left( \sum_{m \in N_F} \sum_{n \in N_F} G_{mn}^t \right) + (W_{SL} Z_{SL}^t) \right\} \dots\dots\dots [4.18]$$

限制式：

式[4.2]、[4.8]、[4.9]、[4.10]、[4.12]、[4.14]、[4.15]



在[4.17]式所定義的主問題中，決策變數為地下水系統各抽水井群於該時刻之抽水量做為染色體，以遺傳演算法進行求解，搭配類神經網路，主要求解非線性部分；在次問題中，以主問題給定一組地下水抽水量決策變數條件下，其決策變數為各水庫於本時刻之放水量，目標函數與各限制式均屬於線性方程式，因此可選用線性規劃法求解。

### 4.3 模式演算流程

由前述 4.2 節得知，本研究解題架構為整合遺傳演算法與線性規劃法兩種方法來求解地表地下聯合營運問題，整合後模式演算流程如

圖 4.2 所示，說明如下：

- (1)一開始由隨機產生初始群集，每一染色體均代表該時刻抽水井抽水量組合。本模式後續應用實例中，每一代的族群共有 50 條染色體，每一條染色體代表一種抽水量組合。
- (2)將染色體解碼後，得該時刻各抽水井抽水量。
- (3)代入類神經網路中，模擬觀測井網水位變化，可由地下水位計算抽水後地下水系統指標。
- (4)檢驗地下水位是否滿足地下水位限制式[4.13]，如果滿足則進入下一步驟 5，如果不滿足限制式，則進入步驟 6。
- (5)代入通過步驟 3 之抽水量組合，以線性規劃法求解地表水各水庫放水量，並求得次問題之目標函數  $J^*(\bar{P}^t)$ ，亦即求得放水後地表水系統指標。
- (6)違反地下水位限制式，給予懲罰函數，目標函數給一極大值，使其不符合收斂條件。
- (7)由步驟 3 求得之地下水系統指標與步驟 5 求得之地表水系統指標計算整體系統指標差值，另外由步驟 3 所得觀測井網平均水位 以式[4.16]求得地下水系統滿庫水位與抽水後平均水位差值和滿庫水位與庫底水位差值比以代表地下水系統之空庫容積與庫容比。
- (8)計算該時刻適合度  $Z^t$ 。
- (9)檢視目標函數是否滿足收斂條件，本研究後續應用實例中，收斂條件之設定為在連續 20 代後，最佳染色體的適合度不變，意即連續 20 代後找不到更佳之解，則視為收斂。如不滿足收斂條件往步驟 10 進行複製、交配、突變，如滿足則往步驟 11。
- (10)a.複製

依據每個染色體的適合度，以杜魯門選取法(Toroment selection)決定族群中可生存下來的染色體。模式中依每代所需選取個數，每次隨機選取 5 個母代染色體，比較其適合度最佳者保留下來的機會越高，使得子代的染色體也有更多的機會保有親代染色體內品質良好的基因，這亦類似於自然界的生存機制。

#### b. 交配

染色體經由複製後，隨機選擇兩個染色體進行交配(Crossover)，交配為隨機重新進行字串交配結合的程序，是以字串兩兩交配的方法進行，本研究採用均勻交配，產生模板以判斷交換點，進行交配的目的乃利用母體互相交換改變基因的方式保留母代較好基因以傳給子代的。一般而言，依照交配率( $P_{cross}$ )進行交配，所以僅是一部分的族群而並非所有的族群都進行交配，在後續的應用案例中訂其交配率  $P_{cross}$  為 0.8。

#### c. 突變

突變的目的是為了使搜尋的點更為多樣化，以防止過早收斂於局部最佳值，以致無法獲得最佳解，突變就是隨機地以極小的機率( $P_{mutat}$ )改變某一字串的字元，本研究  $P_{mutat}$  設定為 0.1。在本研究採用之突變的過程中，係針對染色體中每一個基因會隨機產生一個突變的機率值，若是此值低於事先所定義的突變率，染色體便會進行突變的程序。突變係針對交配產生的子代進行，即改變子代字串的某一字元 (0→1or1→0)。

經過複製、交配與突變產生新的族群後，回到步驟 2 進行下一世代的優選，直到滿足事先設定的收斂條件為止。

(11)如完成模擬總期距則結束，如未完成則往下一個模擬時刻。

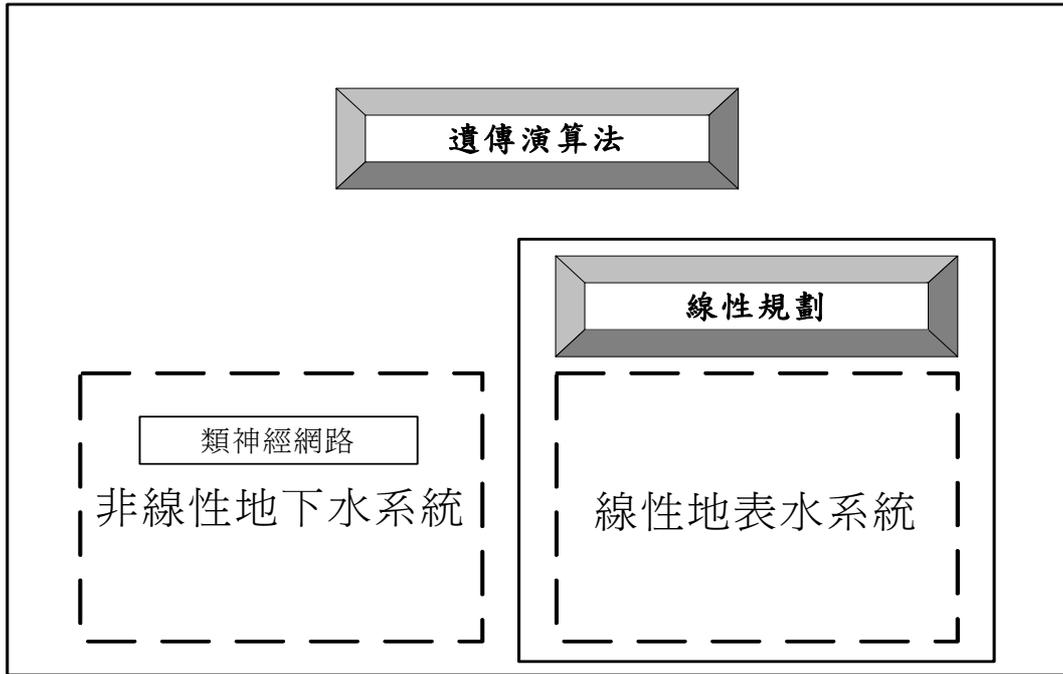


圖 4.1 地表地下聯合營運模式架構圖



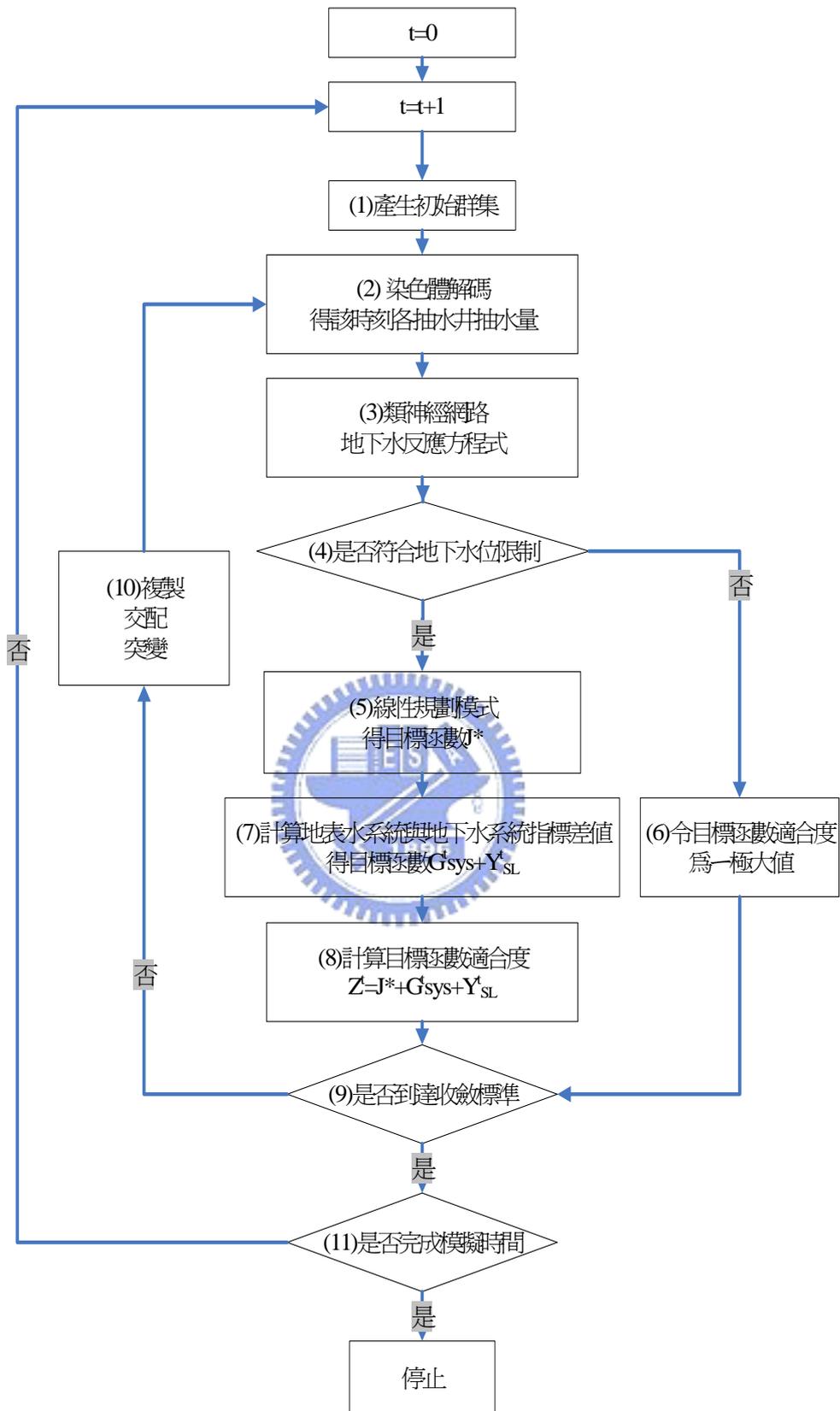


圖 4.2 地表地下聯合營運模式演算流程圖