

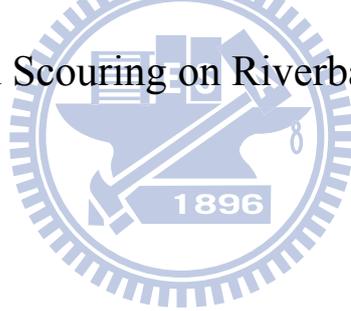
# 國立交通大學

## 土木工程學系

### 碩士論文

沖刷對河岸穩定之影響分析

Effect of Bed Scouring on Riverbank Stability



研究生：劉醇國

指導教授：楊錦釗 博士

謝德勇 博士

中華民國一〇二年七月

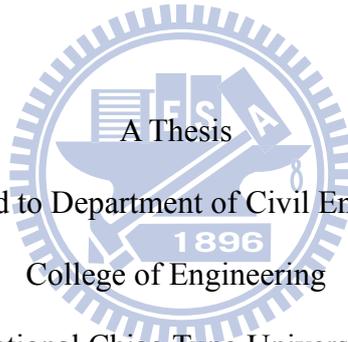
沖刷對河岸穩定之影響分析

Effect of Bed Scouring on Riverbank Stability

研究生：劉醇國  
指導教授：楊錦釗  
謝德勇

Student : Chun-Guo Liu  
Advisor : Jinn-Chuang Yang  
Te-Yung Hsieh

國立交通大學  
土木工程研究所  
碩士論文



Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master

in

Civil Engineering

July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇二年七月

## 誌謝

承蒙恩師楊教授錦釗與謝博士德勇之悉心教導及幫助，使學生得以順利完成學業，於此至上萬分感謝及敬意。特別感謝口試委員黃教授良雄、賴博士進松給予寶貴意見與指教，使本研究更加完善。

在學期間，感謝建華學長協助及教導，感謝文祿學長、胤隆學長、世偉學長、浩榮學長、弘恩學長、仲達學長、仁凱學長、聖翔學長、家偉學長、東洲學長、昀直學長、建翔學長、舒勤學姊、芳綺學姊的幫助及照顧。謝謝同窗蓉瑩、亞雯、莉玲、瑋廷、于軒、健賓彼此間之鼓勵及扶持，帶給我研究生涯歡樂及笑聲。謝謝學弟妹佩衡、承儒、柏華、怡君、瑋宸對試驗及生活上之幫助。謝謝大學同學顛泰、日星、書翰、品淳、宛伶讓我暫時忘記忙碌生活。下面分享這兩年的心得：



最後，感謝家人的照顧及關心，讓求學生涯得以順利完成，僅將本論文獻給你們，與你們一同分享這份喜悅。

# 沖刷對河岸穩定之影響分析

學生：劉醇國

指導教授：楊錦釗

謝德勇

國立交通大學土木工程研究所

## 摘要

本研究以動床試驗方式，探討不同入流量及岸壁坡度下，床型沖刷變遷對灘地崩塌時間與退縮距離之影響。岸壁試驗材料採用砂與高嶺土混合之凝聚性土壤，底床試驗材料採用砂之非凝聚性土壤，以此鋪設方式類比真實河川的情況。此外，本研究透過謝(2003)所發展的二維水深平均 RESED2D 水理動床模式，並加入 Arulanandan et al.(1980)之凝聚性岸壁沖刷經驗式及懸臂型岸壁之安全係數公式(姜,2011)，進行試驗案例之比對模擬分析。

**關鍵字：**動床試驗、河岸沖蝕、河岸懸臂型破壞、河岸穩定



# Effect of Bed Scouring on Riverbank Stability

Student : Chun-Guo Liu

Advisor : Jinn-Chuang Yang

Te-Yung Hsieh

Department of Civil Engineering National Chiao-Tung University

## ABSTRACT

In this study, a movable bed flume was set up. To make the conditions close to the natural rivers, the channel bank was paved with the cohesive material composed of the mixture of silica sand and kaolinite; the channel bed was paved with the noncohesive material of the silica sand. Several experimental cases with various inflows and angles of channel bank were conducted to investigate the influence of bed scouring to the time and distance of bank collapsing. Moreover, this study adopted a 2D Depth-Averaged Model (Hsieh, 2003) with adding bank scouring formula for cohesive material (Arulanandan et al., 1980) and safety factor of cantilever failure formula (Chiang, 2011) to simulate experiment cases. The simulation results were analyzed and compared with measured data.

***Keywords : movable bed experiments, bank erosion, bank cantilever failure, bank stability***

# 目錄

誌謝.....	I
摘要.....	II
ABSTRACT.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
照片目錄.....	IX
符號表.....	X
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 文獻回顧.....	1
1.3 研究方法.....	3
1.4 章節介紹.....	4
第二章 試驗案例設計.....	7
2.1 影響參數彙整分析.....	7
2.2 因次分析.....	10
2.3 案例設計.....	11
第三章 試驗規劃.....	14
3.1 試驗水槽及設備.....	14
3.2 試驗流程規劃.....	15
3.3 試驗材料製作.....	16
3.4 試驗動床段鋪設.....	17
3.5 試驗量測項目.....	17
第四章 試驗結果與討論.....	27
4.1 土壤基本參數分析.....	27
4.2 試驗現象說明.....	27

4.3 流速對河岸穩定之影響.....	28
4.4 底床變化對河岸穩定之影響.....	29
第五章 數值模式比對分析.....	53
5.1 理論基礎.....	53
5.1.1 水理動床計算.....	53
5.1.2 橫向沖刷計算.....	53
5.1.3 岸壁崩塌理論分析.....	54
5.2 模擬參數設定.....	54
5.3 模擬限制說明.....	55
5.4 臨界剪應力測試.....	56
5.5 格網配置測試.....	56
5.5.1 均勻格網測試.....	56
5.5.2 非均勻格網測試.....	56
第六章 結論與建議.....	60
6.1 結論.....	60
6.2 建議.....	61
參考文獻.....	62
附錄 A 模式理論基礎.....	64
附錄 B 模式數值方法.....	71



## 表目錄

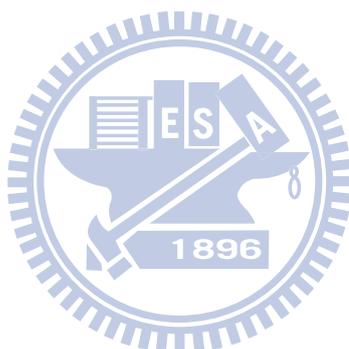
表 2.1 試驗案例之控制條件.....	12
表 4.1 試驗土壤基本性質.....	31
表 4.2 距上游 0.5m 之量測結果.....	31
表 4.3 距上游 0.75m 之量測結果.....	32
表 4.4 距上游 1.0m 之量測結果.....	32
表 4.5 距上游 1.25m 之量測結果.....	33
表 4.6 距上游 1.5m 之量測結果.....	33
表 4.7 距上游 1.75m 之量測結果.....	34
表 4.8 距上游 2.0m 之量測結果.....	34
表 4.9 距上游 2.25m 之量測結果.....	35
表 4.10 距上游 2.5m 之量測結果.....	35



## 圖目錄

圖 1.1 凝聚性岸壁破壞示意圖.....	5
圖 1.2 水流沖刷岸壁示意圖.....	5
圖 1.3 河岸沖刷後穩定性示意圖.....	6
圖 1.4 底床和岸壁材料之示意圖.....	6
圖 2.1 岸壁穩定分析示意圖.....	13
圖 2.2 岸壁幾何形狀.....	13
圖 3.1 試驗場地(A)側視圖；(B)俯視圖.....	19
圖 3.2 頭水箱開度與流量之率定.....	19
圖 3.3 試驗流程圖.....	20
圖 4.1 矽砂之粒徑分佈曲線.....	36
圖 4.2 直接剪力試驗結果圖.....	36
圖 4.3 案例 A 岸壁破壞過程.....	37
圖 4.4 案例 A 之距上游 125cm 處-崩塌圖.....	39
圖 4.5 案例 A 之距上游 150cm 之底床量測圖.....	39
圖 4.6 案例 A 之試驗結果圖.....	40
圖 4.7 案例 B 之試驗結果圖.....	40
圖 4.8 案例 C 之試驗結果圖.....	40
圖 4.9 案例 D 之試驗結果圖.....	41
圖 4.10 案例 E 之試驗結果圖.....	41
圖 4.11 案例 F 之試驗結果圖.....	41
圖 4.12 案例 G 之試驗結果圖.....	42
圖 4.13 案例 A、C、E 之上游流速與崩塌時間關係圖.....	42
圖 4.14 案例 F、G 之上游流速與崩塌時間關係圖.....	43
圖 4.15 案例 A、C、E 之上游流速與退縮距離關係圖.....	43
圖 4.16 案例 F、G 之上游流速與退縮距離關係圖.....	44
圖 4.17 案例 A 之底床量測圖.....	45
圖 4.18 案例 B 之底床量測圖.....	46

圖 4.19 案例 C 之底床量測圖 .....	47
圖 4.20 案例 D 之底床量測圖 .....	48
圖 4.21 案例 E 之底床量測圖 .....	49
圖 4.22 案例 F 之底床量測圖 .....	50
圖 4.23 案例 G 之底床量測圖 .....	51
圖 4.24 試驗結束後退水圖 .....	52
圖 5.1 數值模擬之岸壁斷面形狀 .....	58
圖 5.2 案例 C 距上游 1.5m 斷面模擬 .....	58
圖 5.3 案例 C 距上游 1.5m 斷面之臨界剪應力比較 .....	58
圖 5.4 案例 C 距上游 1.5m 斷面之格網數量比較 .....	59
圖 5.5 案例 C 距上游 1.5m 斷面之不規則佈點 .....	59
圖 5.6 非均勻格網之 FS 計算 .....	59



## 照片目錄

照片 3.1 頭水箱.....	21
照片 3.2 定床段蜂槽管.....	21
照片 3.3 透水隔板.....	22
照片 3.4 尾水閘門.....	22
照片 3.5 數位攝影機.....	23
照片 3.6 數位相機.....	23
照片 3.7 自製斷面測定儀.....	24
照片 3.8 矽砂與高嶺土混和前.....	24
照片 3.9 土體分層夯實.....	25
照片 3.10 試驗角度製作.....	25
照片 3.11 岸壁鋪設完成.....	26



## 符號表

$c'$  : 土壤有效凝聚力

$C_c$  : 曲率係數

$C_u$  : 均勻係數

$d_{10}$  : 矽砂有效粒徑

$d_{50}$  : 矽砂中值粒徑

$D_{50}$  : 土壤中值粒徑

$FD$  : 破壞面上下滑力

$FR$  : 破壞面上抗滑力

$FS$  : 安全係數

$FS_c$  : 懸臂型破壞之安全係數

$g$  : 重力加速度

$H$  : 岸壁高

$H_w$  : 河道水位

$h_{uw}$  : 破壞面上之某一點至水面線垂向距離

$h_{gw}$  : 岸壁內地下水位

$h_0$  : 上游水深

$K$  : 水力傳導係數

$L$  : 破壞面之總長度

$L_b$  : 岸壁灘地長度

$L_f$  : 沿破壞面方向

$L_{sat}$  : 破壞面之飽和土層長度

$L_{uns}$  : 破壞面之未飽和土層長度

$N$  : 總正向力

$P$  : 河道水位靜水壓力



$S$  : 破壞面上未飽和土壤之基質吸力  
 $S_0$  : 渠道初始坡度  
 $U$  : 破壞面上土體飽和孔隙壓力引發之上舉力  
 $U_0$  : 上游平均流速  
 $u_a$  : 孔隙氣壓力  
 $u_w$  : 孔隙水壓力  
 $V_c$  : 土壤啟動速度  
 $W$  : 破壞土體重  
 $\gamma_s$  : 土壤單位重  
 $\rho_s$  : 土壤密度  
 $\rho_w$  : 水密度  
 $\theta$  : 岸壁坡度  
 $\theta_w$  : 破壞面上某一點至水面線交點之水面線坡度  
 $\nu$  : 流體運動黏滯係數  
 $\sigma$  : 正向應力  
 $\sigma_g$  : 土壤粒徑及配分散度之幾何標準偏差  
 $\tau$  : 土壤之剪力強度  
 $\tau_c$  : 土壤臨界剪應力  
 $\tau_{sat}$  : 飽和土壤之剪力強度  
 $\tau_{uns}$  : 未飽和土壤之剪力強度  
 $\phi'$  : 土壤有效摩擦角  
 $\phi^b$  : 土體未飽和基質吸力造成剪力強度增加所對應之角度  
 $\Delta h$  : 底床之鋪砂厚度  
 $\Delta L$  : 橫向沖刷深度變化量  
 $\Delta t$  : 時間間距



# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與目的

由於臺灣地形狹長陡峭，水流湍急，各地降雨在時間分布上並不均勻，造成河川有多種不同之自然環境。雨季時河川流量豐沛，但在非雨季時，卻只有涓涓細流。因此，當暴雨來時，河川湧入大量雨水，岸壁發生沖刷，進而帶動沉滓運移。河川沖刷分成兩部分，一為河床沖刷，另一為河岸沖刷，前者加深河川深度，後者增加河川寬度，造成河道之幾何形狀改變。在寬淺河川中，岸壁沖刷影響大，在削弱土堤或是混凝土構造物之支撐力下，即會崩塌發生之疑慮，嚴重更改變原本河岸生態。考慮岸壁幾何形狀之變化，可幫助未來在河川規劃上，更有效率之治理。因此，河岸穩定分析，是相當重要的研究課題。

本研究藉由水槽試驗探討河岸沖刷所導致的崩塌情況，凝聚性岸壁破壞類型包括平面型破壞、圓弧形破壞和懸臂型破壞等，在沖刷岸壁導致之破壞案例中，大都以懸臂型破壞為主，故本研究以懸臂型破壞類型加以探討。當河川流量增加時，河岸基腳位置開始發生沖刷、掏空，當岸壁承受不了原本之支撐力時，即會發生崩塌行為。本研究之試驗透過改變不同流量、水位、岸壁坡度等參數下，探討河岸破壞之趨勢，並利用試驗和數值模式進行模擬。於相同條件下，比對試驗量測值和模式模擬值，討論試驗的崩塌行為及數值之可靠性。

## 1.2 文獻回顧

凝聚性河岸之穩定性，受到河岸沖刷、河道水位變化、滲流、管湧、岸壁上植生等影響，其中最主要因素為水位變化和河岸沖刷兩種。Thorne et al.(1981)針對凝聚性河岸破壞機制，提出三種破壞類型及分析方法(如圖 1.1 所示)，分別為坡低平緩岸壁之圓弧型破壞(如圖 1.1(a)所示)及坡高陡峭岸壁之平面型破壞(如圖 1.1(b)所示)，前述兩種破壞類型常發生於水位漲退時，岸壁受水壓力之減壓增壓及土體顆粒間鍵結強度改變所產生破壞。最後由圖 1.1(c)所示，河岸沖刷部分包

含岸壁面沖刷及岸壁基腳沖刷，此行為是岸壁與近岸壁水流互相影響之結果，近岸壁水流對岸壁橫向沖刷為導致崩塌之主因，當岸壁基腳位置掏刷，發生岸壁懸空之情況，土體內部重力之下滑力大於土體本身之抗滑力，此時發生崩塌稱為懸臂型破壞。

在水位改變影響岸壁穩定上，包含河道水位變化及地下水位升降，造成土體解壓使河岸穩定度降低。劉邦崇(2001)藉由砂箱試驗，模擬非凝聚性砂質岸壁，探討地下水滲流對岸壁影響，改變不同岸壁坡度及地下水位，得知不同岸壁坡度與單位寬土體流失量之關係，並發現此試驗材料受滲流作用影響下，以圓弧形破壞為主；呂家豪(2007)透過試驗與岸壁穩定理論，在不考慮地下水位變化下，探討當水位緩慢上升所發生之破壞情況，由試驗結果找出破壞型態及因子；Nardi *et al.*(2011)以礫石 60%與砂 40%之比例做混合，以試驗模擬粗顆粒之河岸，探討不同岸壁角度( $75^{\circ}\sim 90^{\circ}$ )及水位上升時之崩塌情況，由試驗觀察得知，當水位上升時，此材料會有顆粒滑落之現象，考量地下水位之情況下，發現崩塌時間與孔隙水壓及基質吸力有關；許家偉(2012)採用砂砂與高嶺土混合之材料，模擬凝聚性砂質岸壁，藉由水槽試驗探討河道水位改變對岸壁之影響，在相同之地下水頭、岸壁高度及灘地長度下，分別改變河道水位下降速度、岸壁坡度與初始水位，由試驗得知岸壁破壞時間及張力裂縫之位置。

河岸沖刷，導致岸壁上層土壤因重力因素發生滑動及崩塌。目前相關河岸沖刷試驗中，Hasegawa(1981)使用非凝聚砂質土壤進行模型試驗，假設在岸壁受到侵蝕後，坡角會有沉積物堆積，如圖 1.2 所示；Ikeda(1981)使用非凝聚性砂質土壤作為材料，設計單側岸壁之動床試驗，在無論流量大小、初始幾何形狀、砂之中值粒徑影響下，渠道在沖刷平衡後，岸壁都為退縮之情形；蔡長泰等(1996)以砂為中值粒徑為 0.5mm 之材料下，分別控制流量、輸砂量及渠岸植生型態等，探討渠道幾何形狀，發現流量增加造成河岸退縮增加，坡度卻變緩，並探討河岸上之植生情況，在植生密度較高時，水深增大和寬度變化小。以上都為非凝聚性河岸，關於凝聚性河岸沖刷之試驗，過去相關研究甚少。

至今關於河岸沖刷之分析中，有不同之解析理論和數值模式探討河岸破壞現象，在不考慮土體之變形下，分析方法大多採用大地工程邊壁穩定之理論，根據

土壤強度性質和幾何形狀，以莫爾-庫倫破壞準則(Mohr-Coulomb failure criterion)分析土壤之正向應力與抗剪強度之關係，並採用極限平衡法分析(limited equilibrium analysis)其穩定性。Osman (1985)和 Osman and Thome(1988)認為河岸為凝聚性土壤時，考慮河岸基腳受到水流沖刷對河川幾何形狀及土壤參數之影響等因子，推導河岸穩定分析之理論，如圖 1.3 所示；Nagata et al.(2000)使用二維模式對 Hasegawa(1981)試驗條件進行模擬，發現貼壁座標系統在河岸退縮之可用性；Simon *et al.*(1991)及 Darby and Thome(1996)將地下水位之孔隙水壓和河道水位之靜水壓力加入考量，並假設岸壁所沖刷後之物質，快速散佈在近岸壁區域；Rinaldi and Casagli(1999)加入未飽和土壤之基質吸力，發現低水位時基質吸力對河岸穩定之重要性；Dapporto *et al.*(2003)和 Rinaldi *et al.*(2004)對現地河岸調查資料與數值模擬之結果進行驗證，建立評估岸壁穩定之方法；Rinaldi *et al.*(2008)分析 Cecinaa River 河川，模擬變量流及高曲度彎道，推斷河岸崩塌是長時間之行為且沒有規律；Wang *et al.*(2008)模擬黃河下游縱向及側向變化過程，並對流量、輸砂過程、岸壁沖刷等參數做敏感度分析，發現岸壁沖蝕係數和岸壁臨界剪應力在河道沖蝕上較為敏感；Darby *et al.*(2010)在探討長期之河岸退縮發現，水流沖刷為主要原因；Takebayashi *et al.*(2012)模擬在低水位時，河岸與河床採用不同凝聚性質土壤進行數值分析，對沖刷後之河道變遷進行討論(如圖 1.4 所示)。林恩添(2005)使用 Osman and Thome(1988)分析方法，不考慮地下水與二維動床結合，並對實際河川進行模擬，探討河道變遷之問題；姜世偉(2011)利用一維非穩態 Boussinesq 地下水方程式，可更為準確計算出地下水位，並結合河岸破壞及水流沖刷，探討河岸退縮之行為。關於數值模擬懸臂型破壞上，甚少對此破壞類型探討。

綜觀上述回顧，目前甚少相關試驗研究探討河岸沖刷對岸壁崩塌破壞的影響，也甚少對於懸臂型破壞加以作探討，因此，本研究藉由水槽試驗，對岸壁穩定進行分析探討，並採用二維水理模式及岸壁崩塌理論進行驗證。

### 1.3 研究方法

本研究係利用以水槽試驗及數值模式來分析河岸穩定性，探討河岸退縮之問

題。水槽試驗方面，岸壁採用凝聚性土壤，河道底床採用非凝聚土壤，其較接近真實河川情況。控制條件方面，藉由改變不同入流量及岸壁坡度等參數，探討各別參數對於岸壁崩塌時間及退縮距離。數值模擬部分採用謝(2003)所發展之二維水深平均 RESED2D 模式計算，模式首先計算床型之變化，再透過懸臂型安全係數公式姜(2011)判別河岸是否崩塌，驗證試驗之合理性。

## 1.4 章節介紹

本研究以六個章節探討河岸穩定分析，茲將本文各章節內容扼要說明如下：

第一章為緒論，主要闡述本研究之動機及目的，並回顧相關文獻，提出本研究所採用方法與研究流程。

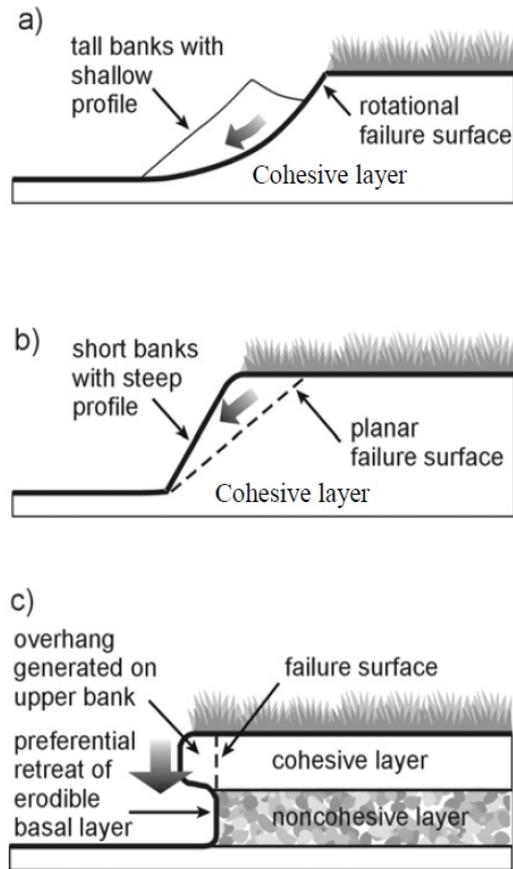
第二章為試驗案例設計，找出影響懸臂型安全係數公式之影響參數，並對各因子做因次分析，求得控制試驗之條件，最後對試驗案例進行設計。

第三章為試驗規劃，介紹試驗水槽及試驗流程，對試體製作、岸壁鋪設及量測項目等前置作業各別說明，以及試驗案例設計。

第四章為試驗結果分析，對試驗案例之結果進行分析，在設計條件中，最後對量測結果展示，探討岸壁穩定之影響。

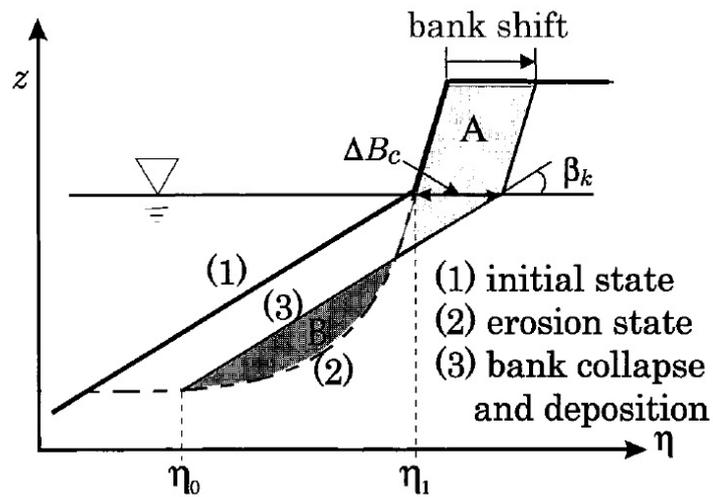
第五章為數值模式比對分析，先對數值模式之計算步驟及數值方法說明，並在數值模式與試驗條件相同條件下，對試驗結果與模擬結果進行比較及討論。

第六章為結論與建議，對本研究成果做綜合性之歸納說明，並對不盡完備及未來可改進之處提出建議。



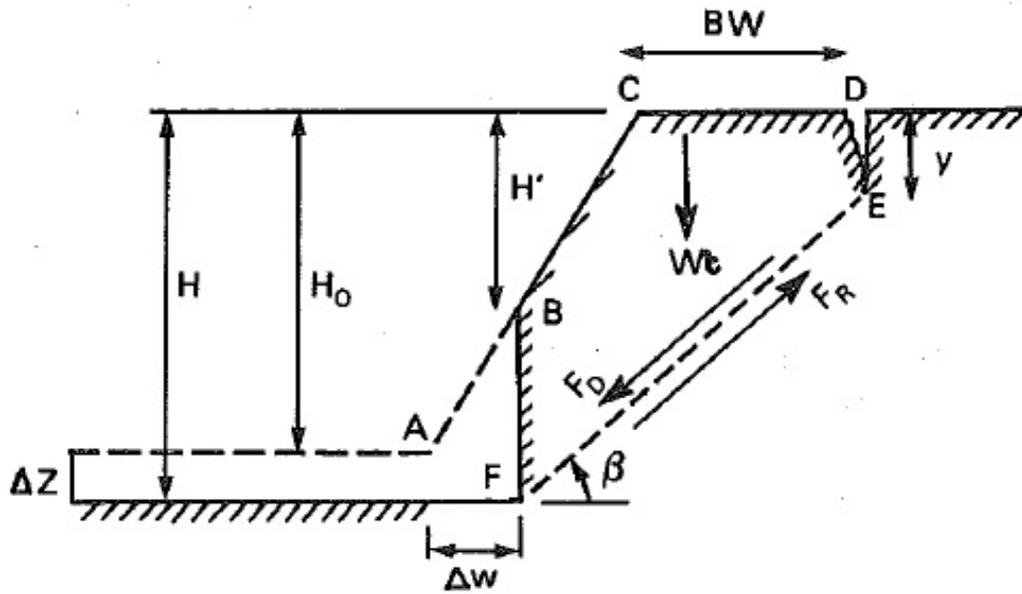
資料來源：Naswemoaddeli(2011)

圖 1.1 凝聚性岸壁破壞示意圖



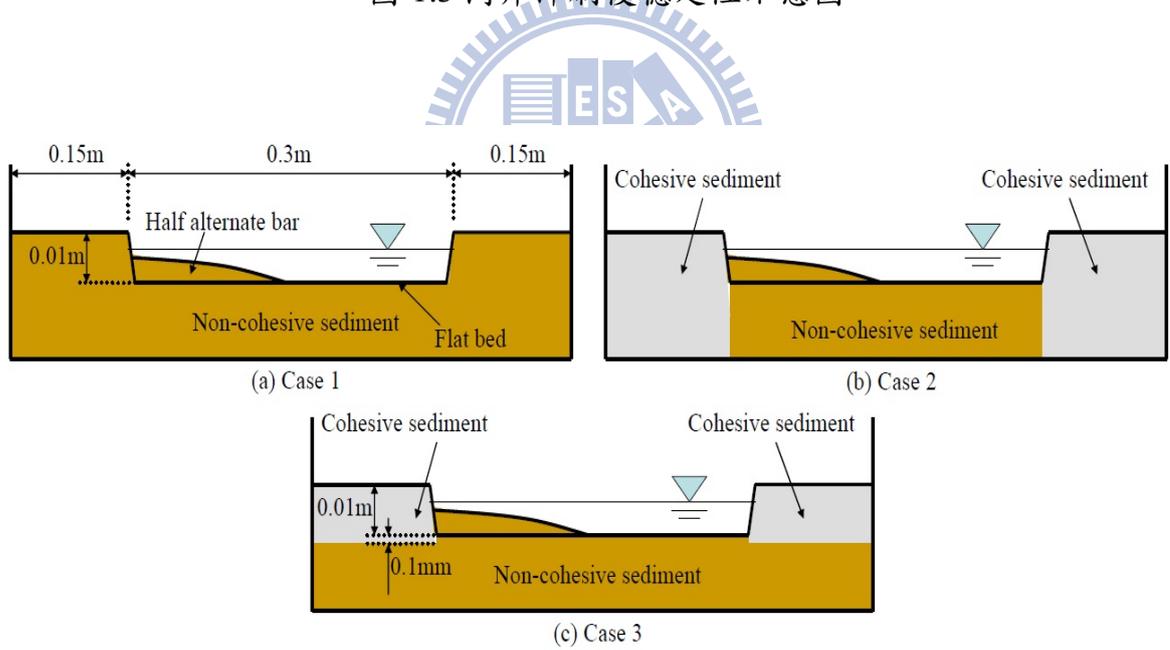
資料來源：Nagata et al. (2000)

圖 1.2 水流沖刷岸壁示意圖



資料來源：Osman and Thome (1988)

圖 1.3 河岸沖刷後穩定性示意圖



資料來源：Takebayashi *et al.*(2012)

圖 1.4 底床和岸壁材料之示意圖

## 第二章 試驗案例設計

本章節先對影響試驗之參數彙整，找出影響參數，再透過因次分析將參數無因次化，在相同試驗流體、試驗土壤及岸壁之幾何條件，並只考慮平床之情況下，簡化影響參數，最後依據簡化後之影響參數設計試驗案例。

### 2.1 影響參數彙整分析

本研究根據岸壁穩定分析理論，並基於極限平衡法(limited equilibrium analysis)，以莫爾-庫倫破壞準則(Mohr-Coulomb failure criterion)定義破壞面上之正向應力與剪力強度之關係，並透過安全係數(FS, factor of safety)判斷岸壁是否發生破壞。如下表示

$$FS = FR / FD \quad (2.1)$$

式中，安全係數 FS 定義為破壞面上之抗滑力 FR(force of resisting)與破壞面上之下滑力(force of driving)之比值。根據 FS 之定義，當抗滑力大於下滑力，此時  $FS > 1$  並表示河岸穩定未破壞；當抗滑力小於下滑力，此時  $FS < 1$  並表示河岸發生破壞； $FS = 1$  則表示河岸為臨界狀態。

Fredlund et al.(1978)基於前述的莫爾-庫倫破壞準則，提出廣義莫爾-庫倫破壞理論(extended Mohr-Coulomb failure theory)，將未飽和土壤之剪應力以淨正向應力(net normal stress)與基質吸力(matric suction)所組成之函數，如下表示：

$$\tau_{uns} = L_{uns} (c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b) \quad (2.2)$$

式中， $\tau_{uns}$  為未飽和土壤之剪應力， $L_{uns}$  為沿破壞面上之未飽和土層長度； $c'$  為土壤有效凝聚力(effective cohesion)； $\sigma$  為正向應力(total normal stress)； $u_a$  為孔隙氣壓力(pore air pressure)； $u_w$  為孔隙水壓力(pore water pressure)； $\phi'$  為土壤有效摩擦角(effective friction angle)； $\phi^b$  為土體未飽和基質吸力造成剪力強度增加所對應之角度(angle expressing the strength increase rate to the matric suction)； $(\sigma - u_a)$  為淨正向應力； $(u_a - u_w)$  為基質吸力。

當土壤飽和時，孔隙水壓力與孔隙氣壓力接近相等，在(2.2)式中  $u_a - u_w = 0$ ，其飽和土壤剪應力為：

$$\tau_{sat} = L_{sat}(c' + (\sigma - u_w)\tan\phi') \quad (2.3)$$

式中， $\tau_{sat}$  為飽和土壤之剪應力； $L_{sat}$  為沿破壞面上之飽和土層長度。

考量均質岸壁之幾何形狀並以懸臂型破壞分析，其安全係數表示為  $FS_c$ ，岸壁高為  $H$ ，岸壁坡度為  $\theta_i$ ，河道水位為  $H_w$ ，橫向沖刷深度變化量為  $\Delta L$ ，其中岸壁內地下水位線以上土體為未飽和土壤，地下水位線以下土體為飽和土壤，破壞面角度視為  $90^\circ$ ，如圖 2.1 所示。

將(2.2)式與(2.3)式合併後，土壤之剪應力  $\tau = \tau_{uns} + \tau_{sat}$ ，孔隙氣壓力通常視為大氣壓力 ( $u_a = 0$ )，土壤剪應力亦即為(2.1)式中破壞面上之抗滑力  $FR$ ，如下表示：

$$FR = \tau = c'L + (N - U)\tan\phi' + S\tan\phi^b \quad (2.4)$$

式中， $\tau$  為土壤剪應力； $L$  為沿破壞面之土層總長度 ( $L = L_{sat} + L_{uns}$ )； $N$  為總正向力 (total normal force)； $U$  為破壞面上土體飽和孔隙壓力引發之上舉力 (hydrostatic uplift force)； $S$  為破壞面上土體未飽和孔隙壓力所引發之基質吸力 (suction force)。

在(2.4)式中，總正向力包括破壞土體重與河道水位之靜水壓力分別在破壞面上分量之和，表示如下：

$$N = P \sin(\theta) \quad (2.5)$$

式中， $P$  為靜水壓力 (hydrostatic confining force)； $\theta$  為岸壁坡度。

$$\text{靜水壓力 } P = \int_A \gamma h dA = f(\rho_w, g, \theta, H_w, \Delta L) \quad (2.6)$$

式中， $\rho_w$  為水密度； $H_w$  為河道水位； $\Delta L$  為沖刷深度變化量。

$$\text{上舉力 } U = \int_0^{L_{sat}} u_w dL_f = f(u_w, \Delta L) \quad (2.7)$$

$$\text{基質吸力 } S = \int_0^{L_{uns}} -u_w dL_f = f(u_w, \Delta L) \quad (2.8)$$

式中， $L_f$  為破壞面方向； $u_w$  為孔隙水壓，如下表示：

$$\text{孔隙水壓 } u_w = \gamma_w h_{uw} \times \cos \theta_w^2 = f(\rho_w, g, h_{gw}) \quad (2.9)$$

式中， $h_{uw}$  為破壞面上至某一點至水面線垂向距離； $\theta_w$  為破壞面上某一點至水面線交點之水面線坡度； $h_{gw}$  為岸壁內地下水位，考量河道水位與岸壁土體內之地下水位，故本研究水力傳導係數  $K$  作為影響地下水位  $h_{gw}$  變化之參數。

下滑力  $FD$  為破壞土體重與河道水位所產生之靜水壓力沿破壞面方向分量之和，如下表示：

$$FD = W + P \cos(\theta) \quad (2.10)$$

式中， $W$  為破壞土體重。

$$\text{破壞土體重 } W = \rho g \sum A_i = f(\rho_s, \theta, \Delta L) \quad (2.11)$$

式中， $\rho_s$  為土壤密度。

結合式(2.4)、(2.10)，並採用每個單位土體作為計算後，再予其加總， $FS_c$  可表示：

$$FS_c = \frac{\sum_{i=1}^I \{c'_i L_i + S_i \tan \phi_i^b + [P_i \sin(\theta_i) - U_i] \tan \phi_i'\}}{\sum_{i=1}^I [W_i + P_i \cos(\theta_i)]} \quad (2.12)$$

式中， $FS_c$  為懸臂型破壞之安全係數， $FS_c < 1$  即發生懸臂型破壞。

另一方面，在影響橫向沖刷深度變化量  $\Delta L$  變數上，包含(1)流體性質包括水密度  $\rho_w$ 、流體運動黏滯係數  $\nu$ 、重力加速度  $g$ 。(2)水流條件包括上游平均流速  $U_0$ 、上游水深  $h_0$ 。(3)岸壁土壤性質包括土壤中值粒徑  $D_{50}$ 、土壤粒徑及配分散度之幾何標準偏差  $\sigma_g$ 、土壤啟動速度  $V_c$ 。

將影響岸壁穩定之參數，以及考慮橫向沖刷深度變化量  $\Delta L$  之參數因子，表示如下：

- (1) 流體性質：水密度  $\rho_w$ 、流體運動黏滯係數  $\nu$ 、重力加速度  $g$  等。

- (2) 水流條件：上游平均流速  $U_0$ 、上游水深  $h_0$ 、岸壁內地下水位  $h_{gw}$  等。
- (3) 岸壁土壤性質：土壤密度  $\rho_s$ 、土壤有效凝聚力  $c'$ 、土壤有效摩擦角  $\phi'$ 、水力傳導係數  $K$ 、土壤中值粒徑  $D_{50}$ 、土壤粒徑及配分散度之幾何標準偏差  $\sigma_g$ 、土壤啟動速度  $V_c$  等。
- (4) 幾何條件：岸壁高  $H$ 、岸壁坡度  $\theta$ 、渠道初始坡度  $S_0$ 、橫向沖刷深度變化量  $\Delta L$  等。

## 2.2 因次分析

本研究主要探討對象為岸壁沖刷對河岸穩定之影響，依據 2.1 節所整理之重要影響參數，安全係數各影響因子如下表示：

$$FS = f_1(\rho_w, \nu, g, U_0, h_0, h_{gw}, \rho_s, c', \phi', K, D_{50}, \sigma_g, V_c, H, \theta, S_0, \Delta L) \quad (2.13)$$

根據柏金漢  $\pi$  定理 (*Buckingham  $\pi$  theorem*)，將  $\rho_w, U_0, h_0$  作為特徵參數，可將 (2.13) 式無因次化表示如下

$$FS = f_2\left(\frac{\nu}{U_0 h_0}, \frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}, \frac{\rho_s}{\rho_w}, \frac{h_{gw}}{h_0}, \frac{c'}{\rho_w U_0^2}, \phi', \frac{K}{U_0}, \frac{D_{50}}{h_0}, \sigma_g, \frac{V_c}{U_0}, \frac{H}{h_0}, \theta, S_0, \frac{\Delta L}{h_0}\right) \quad (2.14)$$

本研究採用相同試驗流體、試驗土壤及岸壁之幾何條件，並只考慮平床之情況，另外當洪水期間，地下水位變化遠小於河道水位變化，故忽略地下水位，因此流體性質  $\rho_w, \nu$ 、岸壁土壤性質  $\rho_s, c', \phi', K, D_{50}, \sigma_g, V_c$  及幾何條件  $H$  視為定值，可將 (2.14) 式簡化為表示如下：

$$FS = f_3\left(\frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}, \theta, \frac{\Delta L}{h_0}\right) \quad (2.15)$$

式中，自變數包含上游平均流速  $U_0$ 、岸壁坡度  $\theta$  及上游水深  $h_0$ ；待解之應變數為橫向沖刷深度變化  $\Delta L$ 。

## 2.3 案例設計

本研究試驗材料採用相同試驗土壤，依據前節因次分析之結果，影響岸壁穩定性之參數為四個參數，分別為上游平均流速 $U_0$ 、岸壁坡度 $\theta$ 、上游水深 $h_0$ 及橫向沖刷深度變化量 $\Delta L$ ，而 $U_0$ 和 $h_0$ 受到入流量變化，因此本研究藉由改變入流量及岸壁坡度作為控制條件。

本研究為了達試驗現象，岸壁坡度採用陡坡狀態(坡度 $> 60^\circ$ )，並且在考慮崩塌時若灘地長度過短可能無法得知真正之退縮距離，以及鋪砂厚度不因厚度不足而被沖刷使混泥土渠底出露。故試驗前之幾何條件分別為，岸壁高 $H$ 為 47cm，灘地長 $L_b$ 為 50cm，底床之鋪砂厚度 $\Delta h$ 為 20cm，如圖 2.2 所示，固定以上之幾何條件下，藉由岸壁角度 $\theta$ 為 $75^\circ$ 、 $65^\circ$ 及不同入流量，探討沖刷對河岸其穩定性，並對各斷面進行分析，茲將透過不同影響參數值分述如下，試驗相關控制條件彙整於表 2.1。

- (1) 在相同岸壁坡度下，透過不同上游流速 $U_0$ 分析：案例 A、B、C、D、E 為 $75^\circ$ ，上游流速為 0.675、0.620、0.494、0.448、0.084cms。案例 F、G 為 $65^\circ$ ，上游流速為 0.308、0.387cms。
- (2) 在不同岸壁坡度 $\theta$ 下，探討不同岸壁坡度間對岸壁穩定之結果：採用相同岸壁高、灘地長、底床高之幾何條件，採用岸壁坡度為 $75^\circ$ 及 $65^\circ$ 。

表 2.1 試驗案例之控制條件

案例	岸壁坡度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	福祿數 Fr
A	75	0.0529	0.25	0.675	0.431
B	75	0.0529	0.27	0.620	0.381
C	75	0.0529	0.33	0.494	0.2746
D	75	0.0529	0.36	0.448	0.2384
E	75	0.00673	0.255	0.084	0.0531
F	65	0.02455	0.305	0.308	0.178
G	65	0.02455	0.25	0.387	0.247



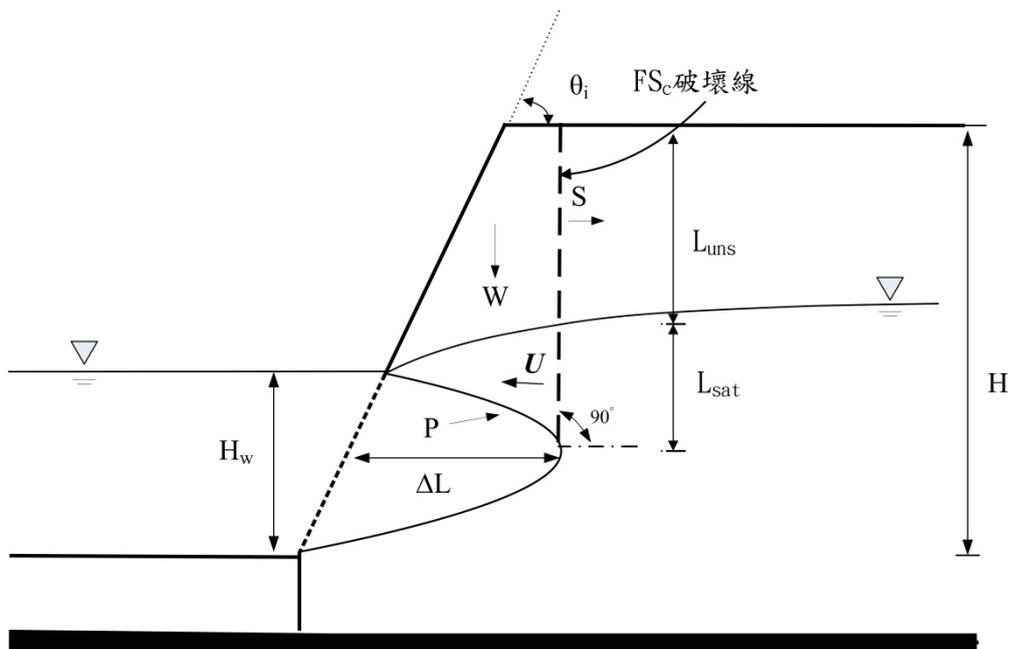


圖 2.1 岸壁穩定分析示意圖

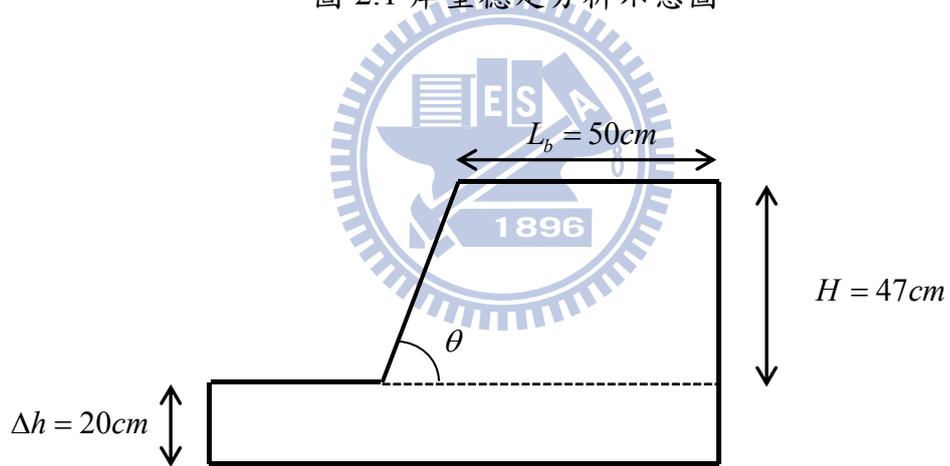


圖 2.2 岸壁幾何形狀

## 第三章 試驗規劃

藉由試驗規劃了解試驗環節，可以減少測試之不確定性。本研究主要是了解沖刷對岸壁穩定之影響分析，對崩塌時間及退縮距離為主要試驗目的。本章節就試驗規劃，分別介紹試驗水槽及量測儀器、試驗前置作業、試驗材料製作及試驗量測項目。

### 3.1 試驗水槽及設備

本試驗設置由圖 3.1 所示，主要分成頭水箱、整流定床段、試驗動床段、尾水閘門、沉砂池，以下各別說明：

- (1) 頭水箱：頭水箱組，是由長、寬、高各為 152cm 不鏽鋼所製成(如照片 3.1 所示)。入流來源是抽水馬達將蓄水池水抽至頭水箱，頭水箱前方有閘門，藉由調整頭水箱閘門開度，控制入流量多寡，頭水箱開度與流量率定結果，如圖 3.2 所示。
- (2) 整流定床段：在試驗渠道上，分成束縮段、定床段及試驗段，束縮段寬度為 250cm 束縮至 88cm，藉此提高流速，使試驗沖刷較易。定床段設置於試驗段前後(前段長為 600cm、後段長為 150cm)，為避免水流接觸空氣夾帶氣泡擾亂流況，故參照試驗段之幾何形狀，鋪設與試驗段相同斷面形狀之定床段，並自製蜂巢管貼合定床段之幾何形狀(如照片 3.2 所示)，藉此穩定流況。最後，為了讓定床段和試驗段糙度相同，定床段有進行噴砂之行為。
- (3) 試驗動床段：試驗段為長 300cm，寬 88cm。另外在靠岸壁之壓克力板上，鑽洞再鋪上不織布，製成透水隔板(如照片 3.3 所示)，以模擬地下水位邊界條件情況。
- (4) 尾水閘門：不鏽鋼百頁式閘門(如照片 3.4 所示)，葉片兩兩平行，藉葉片開啟角度控制尾水流況，使水面不會有洩降或迴水情況，以穩定試驗水流

狀態。

- (5) 沉砂池：沉砂池為長 530cm、寬 250cm 之混凝土結構物，設置目的是為阻止試驗後之泥砂流入蓄水池中，影響蓄水池之容量。
- (6) 三用電錶：本研究採用三用電錶量測試驗前岸壁地下水位，其量測方法為將三用電錶切換至電阻模式並連接電線，當裸線一端與水體接觸時，三用電錶之指針隨即跳動，並且記錄此時電線長度，由電線長度可知水面距量測基準面之距離，接著進一步換算為水位高程。其缺點為量測耗時、只能對固定時刻量測單一水面，對時變性其不可得知。
- (7) 攝影器材：為記錄試驗岸壁破壞時間與岸壁破壞後之退縮距離，分別利用數位攝影機與數位照相機進行記錄，其中數位攝影機採用日本新力 (SONY) 公司製造，型號 HDR-XR150，動態影像規格為 AVCHD：1980x1080i(最高畫質)，如照片 3.5 所示，本試驗以兩台數位攝影機同步針對試驗水槽上方及側方向進行記錄；數位相機則採用日製佳能 (CANON) 廠牌，型號 S2 之高精確度光學變焦相機，以水平解析度 2592 像素、垂直解析度 1944 像素進行拍攝，如照片 3.6 所示。
- (8) 自製斷面測定儀：為了量測底床之時變性，本研究自行製作斷面測距儀(如照片 3.7 所示)。由壓克力平板及金屬探針所製成，其中壓克力平板上貼有刻度，而金屬探針底部則黏有保麗龍球。當試驗開始時，由於試驗土壤係為砂砂與高嶺土混合，沖刷過程中，水體會混濁情況，使量測底床不易，避免探針對底床表面及水流造成影響，在固定時間放下金屬探針，並拍攝此時刻之壓克力平板上刻度，與試驗開始前壓克力平板所記錄位置進行計算，即可得底床高程。

### 3.2 試驗流程規劃

本試驗流程規劃分為試驗前置作業與試驗操作步驟兩部分，整體試驗流程規劃如圖 3.3 所示，以下分別對試驗步驟說明並介紹其內容。

#### (1) 試驗前置作業

1. 試驗材料製作：準備試驗材料，本研究試驗材料包含矽砂與高嶺土兩種試驗土壤，以固定比例進行混和。
2. 土壤基本參數試驗：為了解試驗土壤基本性質，本研究針對試驗土壤進行室內試驗，包含篩分析試驗、直接剪力試驗等。
3. 試驗段動床鋪設：分成岸壁及底床兩部分。在岸壁部分上，將試驗材料堆置於水槽中，並分層夯實土體，接著使用刮板去除多餘試驗材料，逐步調整岸壁坡面至所需角度。在底床上，將不具凝聚性之矽砂放置於底床處，刮平至河道坡度為平床。
4. 試驗初始條件設定：先在地下水位達預設水位，靜置一段時間，緩慢地加入水流至試驗渠道，待河道水位上升至預定水位後，即試驗開始。

## (2) 試驗步驟

1. 量測儀器設置：依據量測項目設置試驗儀器。
2. 放水至試驗渠道：啟動抽水馬達讓水流入頭水箱，並調整頭水箱開口，使預訂流量流入渠道。
3. 記錄試驗過程：量測試驗結果與記錄過程。
4. 試驗結束，改變試驗條件，重複上述步驟。

茲將上述試驗步驟，包括試驗材料製作、試驗岸壁鋪設及試驗量測項目，分別於以下小節詳細說明。

### 3.3 試驗材料製作

在試驗材料之選擇上，分成非凝聚性土壤及凝聚性土壤兩種。在非凝聚土壤上，因不具凝聚性使岸壁坡度大多為小於或等於安息角，且不具凝聚性使沖刷時土壤顆粒滑動為主。在凝聚性土壤上，因具凝聚性受岸壁坡度能保持較大陡坡，並且具凝聚性當受沖刷時以塊狀或團狀型態崩落，後者符合預期之岸壁崩塌情形。在動床段鋪設上，為了接近真實河川，岸壁部分採用凝聚性土壤，底床部分採用非凝聚性土壤。

在試驗材料製作上，為使試驗土壤具凝聚力，本研究將不具凝聚力之矽砂與

具凝聚力之高嶺土進行混合，本研究在試驗土壤沿用許家偉(2012)所之土壤混和比例，經由試誤法調整比例，故採用矽砂 76%和高嶺土 24%所組成，並利用水泥攪拌機進行混合(如照片 3.8 所示，白色部分為高嶺土，灰色部分為矽砂)。單場試驗用土量約 3200kg，故單次攪拌約為 320kg，分十次攪拌，單次攪拌時間約 20min。攪拌過程中須注意，高嶺土顆粒相當細，建議戴口罩進行拿取。高嶺土在與水進行攪拌後，成奶油狀並具有黏性，採用扣重方式拿取秤重。

### 3.4 試驗動床段鋪設

試驗動床段鋪設可分為三方面，首先是將試驗岸壁土體分層夯實(如照片 3.9 所示)，為使試驗土體夯實均勻，每層夯實相同重量試驗材料(約為攪拌機容量一半 160kg)，以每層固定 39 下並且 20cm 夯錘高度落下(有 13 個位置，每次各位置 1 下為一輪，共 3 輪)，為了不讓試驗受土體孔隙影響，每層夯實動作完成後，輕微用手鋪平孔隙，由於試驗段中間位置設置不鏽鋼管，採用在兩管之間夯實。接著為依據試驗所規劃之岸壁坡度，利用刮板逐步將土體均勻地修整成試驗所需坡度(如照片 3.10 所示)。最後，將河道底床上之多餘土體移除，鋪上非凝聚性之矽砂，將放置擋板，即完成岸壁鋪設(如照片 3.11 所示)。

### 3.5 試驗量測項目

根據本研究試驗流程規劃內容，整體試驗預定量測項目包含：

#### (1) 水理資訊：

1. 河道入流量：率定頭水箱開口高度與流量關係，以頭水箱開口來決定入流量。
2. 河道下游水位：下游定床段上之尺刻度。
3. 初始地下水位：地下水位之尺刻度。

#### (2) 岸壁幾何形狀變化資訊：

1. 底床時變高程：使用自製斷面測定儀，間隔某段時間量測。自距上游位置 50cm，間隔 50cm 量測一次，至 250cm，共五個位置。
2. 第一次岸壁崩塌之退縮距離：由於在試驗段上下游設有定床段，當

崩塌發生後，渠道變寬，水流易受到上下游定床岸壁影響而不穩定，故本研究只探討第一次崩塌之退縮距離。藉由數位攝影機錄影試驗過程，試驗結束後對照錄影得知。自距上游位置 50cm，間隔 25cm 觀測，至 250cm，共九個位置。

3. 第一次岸壁崩塌之破壞時間：原因如前述，藉由數位攝影機錄影試驗過程，試驗結束後對照錄影得知。自距上游位置 50cm，間隔 25cm 觀測，至 250cm，共九個位置。



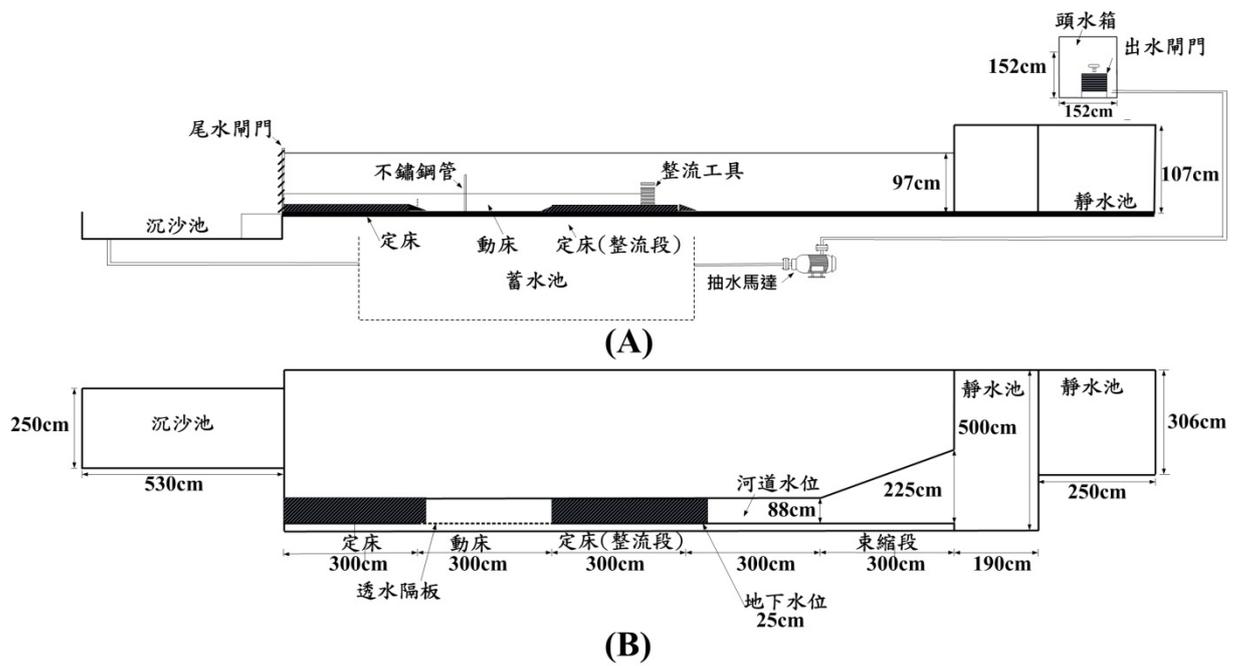


圖 3.1 試驗場地(A)側視圖；(B)俯視圖

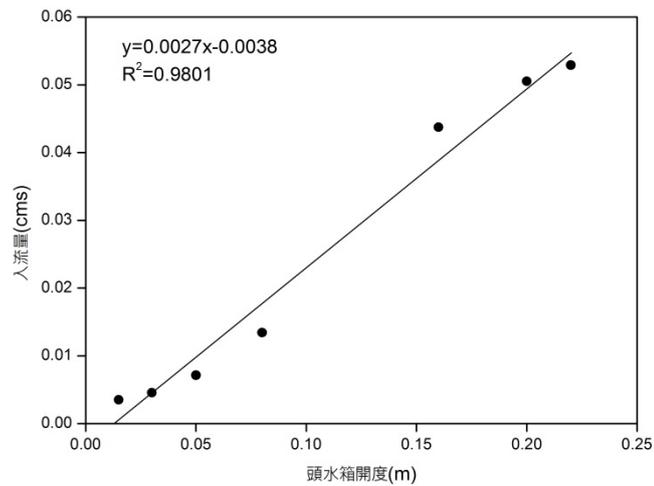


圖 3.2 頭水箱開度與流量之率定

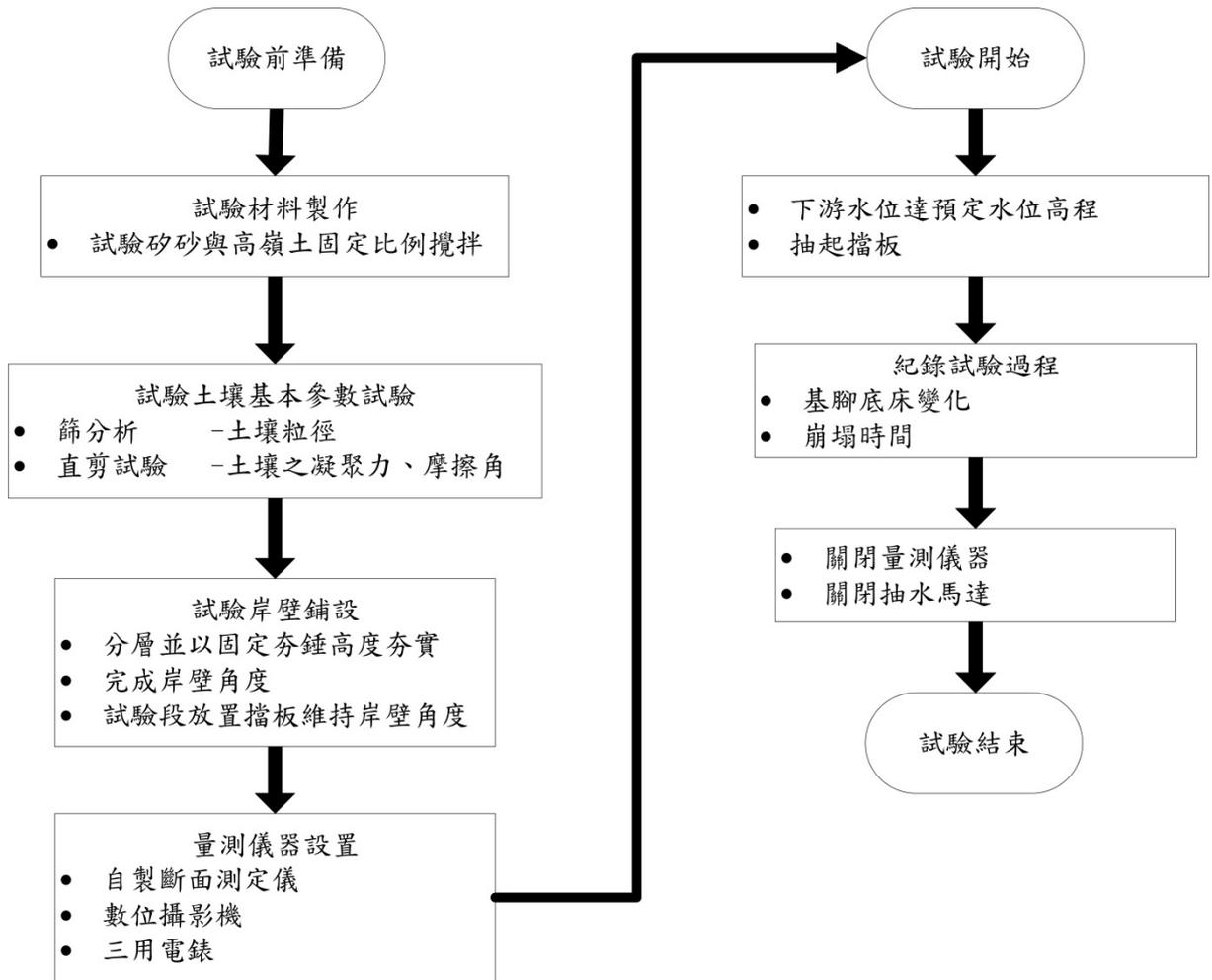


圖 3.3 試驗流程圖



照片 3.1 頭水箱



照片 3.2 定床段蜂槽管



照片 3.3 透水隔板



照片 3.4 尾水閘門



照片 3.5 數位攝影機



照片 3.6 數位相機



照片 3.7 自製斷面測定儀



照片 3.8 砂砂與高嶺土混和前



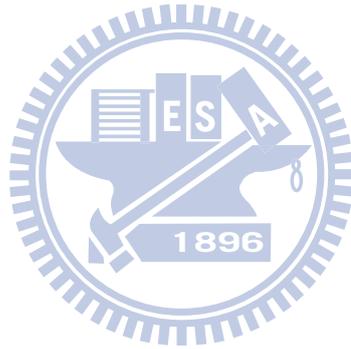
照片 3.9 土體分層夯實



照片 3.10 試驗坡度製作



照片 3.11 岸壁鋪設完成



## 第四章 試驗結果與討論

本章節先對試驗土壤參數分析，了解試驗土壤特性，接著藉由錄影及量測結果，對試驗現象進行說明，最後對流速對河岸穩定之影響及底床變化對河岸穩定之影響進行分析探討。

### 4.1 土壤基本參數分析

試驗開始之初，藉由土壤試驗求得試驗材料之基本性質，本試驗需求得土壤基本性質包含粒徑大小、土壤內摩擦角、凝聚力等，對應上述各項基本性質，分別利用篩分析試驗(分析矽砂粒徑)、直接剪力試驗(分析土壤內摩擦角與凝聚力)求得，以下各別分析並將試驗結果彙整於表 4.1。

#### (1) 篩分析試驗(底床土壤)

依據規範 ASTM D421-85 進行篩分析試驗，試驗結果如圖 4.1 所示。由分析結果可知，本試驗使用矽砂之粒徑範圍約介於 0.30~0.05mm 之間，中值粒徑  $d_{50}$  為 0.22mm；均勻係數  $C_u < 6$ 、曲率係數  $C_c$  介 1~3 之間，經由統一土壤分類系統(USCS)分類屬於級配不良(poorly graded)之均勻砂(SP)。

#### (2) 直接剪力試驗(岸壁土壤)

透過規範 ASTM D3080-04，試驗結果如圖 4.2 所示，連接圖上各點成一直線，並根據莫爾-庫倫破壞準則，土壤抗剪強度可表示為  $\tau = c + \sigma \tan \phi$ ，其中  $\tau$  為土壤剪應力， $c$  為凝聚力， $\sigma$  為正向應力， $\phi$  為內摩擦角；其直線斜率可經由上述公式計算得土壤內摩擦角  $\phi = 26.538^\circ$ ，在剪力軸上的截距即為土壤凝聚力  $c = 1805\text{Pa}$ 。

### 4.2 試驗現象說明

試驗目的為藉由動床試驗探討沖刷對河岸穩定之影響，以河岸第一次崩塌之退縮距離及崩塌時間為研究方向，並對底床時變性進行探討，各案例試驗現象及

結果之趨勢相近，故以案例 A 之試驗結果說明。

藉由數位錄影機紀錄各時刻之岸壁變化(圖 4.3 所示)，分別於試驗段之上游面對下游拍攝及於下游面對上游拍攝，對照試驗開始時刻，即可得知崩塌時間，並在岸壁上方放置透明尺得知第一次崩塌之退縮距離。由圖中所示，在 0s 時，岸壁完整未有崩塌，顯示符合試驗初始條件。在 60s 時，顯示距上游 150cm 處已發生第一次崩塌。在 150s 時，試驗段前 175cm 都已發生第一次崩塌，由 150s 左圖所示中間可看出塊狀土體堆積，由 60s 及 150s 右圖比較得知距上游 150cm 處已發生二次崩塌。在 200s 時，距上游 250cm 處已發生崩塌。在 250s 時，全試驗段都已有第一次崩塌。隨錄影時間繼續觀察，岸壁接續有第二次崩塌發生，且岸壁各處之灘地長度不相同，對 0s 與 350s 水面流況比較，可看出 350s 水面流況較混亂，推測原因為崩塌後底床不規則且各處灘地長度不同。

在此試驗條件下，可由圖 4.4 為土體崩塌前後之拍攝圖所得知，圖中 349s 紅圈處顯示岸壁為懸臂型，還未發生崩塌，在 351s 紅圈處發生崩塌，相差 7 秒顯示崩塌為瞬間發生，並且圖中 351s 紅圈顯示土體以塊狀或團狀崩落。由圖 4.5 得知岸壁坡面有沖刷(量測點右側)，可得知本試驗在岸壁破壞類型中，屬於凝聚性土壤之懸臂型破壞。懸臂型破壞為水流沖刷岸壁，使岸壁基腳位置發生土體流失或掏空現象，即岸壁呈現懸空之情況，當岸壁懸空之土體重大於其支撐條件時，就會發生整塊土體崩塌之破壞行為，崩塌瞬間得知張力裂縫位置，崩落土體由張力裂縫之位置決定塊狀土體大小，崩塌後藉由觀察，得知張力裂縫深度位置與水位等高。

使用自製式斷面測定儀之量測底床結果中(如圖 4.5 所示)，發現斷面在試驗開始之初，量測點之基腳處就開始有土壤堆積產生，量測點左側可發現底床有被沖刷，隨試驗時間拉長，由量測點之左側到右側，底床有堆積愈堆愈高之趨勢。堆積原因將在 4.4 節說明。

### 4.3 流速對河岸穩定之影響

各案例之試驗結果(如圖 4.6 至圖 4.12 所示)，由圖 4.7 中可發現案例 B 在距上游 150cm 處之退縮距離明顯過大，及試驗段前半段崩塌時間上也明顯過快，

其可能原因為試驗時過於倉促導致夯實強度不夠，另外崩塌後試驗段中間為凹槽，造成流況不穩定(如局部二次流)因而加強沖刷此位置，進而影響上下游岸壁，另由圖 4.9 案例 D 可得知，發生第一次崩塌時，各斷面退縮距離明顯較短且試驗時都會呈現較小塊剝落，現象顯示與其他案例不同，推測可能為此案例水位較高或是攪拌不均勻未使土壤有凝聚性呈現剝落情形，故案例 B、D 暫不分析。各斷面之試驗結果(如表 4.2 至表 4.10 所示)，探討坡度同為  $75^\circ$  之案例 A、C、E 三組，將其中未崩塌之斷面扣除，並透過迴歸處理得圖 4.13 為案例 A、C、E 之上游流速與崩塌時間關係圖，圖中最右側點為案例 A 之流速為  $0.675\text{ m/s}$ ，中間點為案例 C 之流速為  $0.494\text{ m/s}$ ，最左側點為案例 E 之流速為  $0.084\text{ m/s}$ ，大都有當流速愈快，崩塌時間也愈快之趨勢。在岸壁坡度同為  $65^\circ$  案例 F、G 上，扣除案例 G 未崩之斷面，流速快之案例 G 於崩塌時間都快於流速較慢之案例 F，案例 G 前半段未崩之原因為試驗時尚未崩塌卻因人為因素提早結束試驗，在不考慮其斷面之情況下，透過迴歸處理得圖 4.14，由各斷面仍可看其隨上游流速愈大，崩塌時間愈快之趨勢，惟  $R^2$  相較於圖 4.13 略小。因為當流速愈快時，相對橫向沖刷速率愈快，也就是土壤被水流帶走之量愈多。當水流向岸壁發生橫向沖刷，進而掏刷基腳土體，使其土體重力所引起之下滑力大於其土體顆粒間之摩擦力，即岸壁導致破壞，安全係數小於 1 之情況( $FS < 1$ )。

在案例 A、C、E 探討上游流速與退縮距離關係上，各斷面之退縮距離不具規則性，透過迴歸處理(如圖 4.15 所示)， $R^2$  為 0.0687，更加得知幾乎無相關度。對案例 F、G 上游流速與退縮距離迴歸處理(如圖 4.16 所示)， $R^2$  為 0.037。由於此試驗不可控制因素較多(如水位、地下水水位)，僅能說明就本研究之試驗結果而言上游流速與退縮距離較無顯著相關性。

#### 4.4 底床變化對河岸穩定之影響

本研究在底床時變性上，採用自製式斷面測定儀進行量測，以接觸底床之方式，得知此時刻之底床高程，並增加基腳位置量測點。各案例底床量測結果如圖 4.17 至圖 4.23 所示，各案例在試驗開始之初，位於左側量測點處有向下沖刷之現象，表示位於底床之非凝聚性砂砂有隨水流帶走，量測點右側岸壁位置也有降低，表示岸壁坡面有沖刷，中間量測點卻是堆積，推斷可能為斷面上游處或是此斷面位置之岸壁沖刷後土壤堆積，隨試驗時間增加，底床及岸壁都發生堆積愈來

愈多之情形，在崩塌後量測更可明顯得知有凸起土體，較明顯之結果為圖 4.19 之距上游 150cm 處，原因可能為岸壁凝聚性土壤以塊狀或團狀沖刷至河道，雖崩落之土壤會被水流帶走一部分高嶺土，但掉落土體仍為塊狀或團狀凝聚性土壤，因沖刷不易而底床愈堆積愈高。另外在圖中可發現案例 B、C、F、G 明顯看出距上游愈遠，底床堆積愈高，堆積原因一部分為前述，另一部分可能為試驗段下游位置設置定床段之關係，崩塌後靠近河道之土體被水流帶走，留下之岸壁土壤繼續沖刷卻被下游定床段岸壁卡住而不易沖刷(如圖 4.24 所示，圖中下方為上游處，上方藍色部分為下游定床段岸壁)。

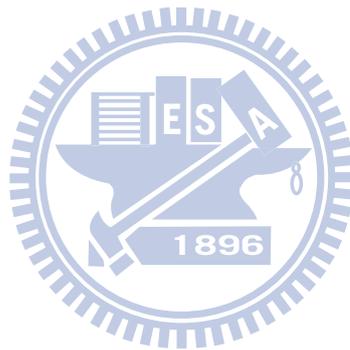


表 4.1 試驗土壤基本性質

矽砂	中值粒徑 $d_{50}$ (mm)	0.221
	有效粒徑 $d_{10}$ (mm)	0.152
	均勻係數 $C_u$	1.546
	曲率係數 $C_c$	1.056
高嶺土	黏度(cps)	311
	平均粒徑( $\mu\text{m}$ )	1.25
	含水率(%)	1.7
試驗材料	凝聚力 $c$ (Pa)	1805
	內摩擦角 $\phi$ ( $^\circ$ )	26.538

註： $C_u = d_{60} / d_{10}$ ， $C_c = d_{30}^2 / (d_{60} \cdot d_{10})$ 。

表 4.2 距上游 0.5m 之量測結果

案例	岸壁角度 ( $^\circ$ )	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	158	0.1
B	75	0.0529	0.27	0.620	80	0.08
C	75	0.0529	0.33	0.494	432	0.11
D	75	0.0529	0.36	0.448	207	0.025
E	75	0.00673	0.255	0.084	1492	0.08
F	65	0.02455	0.305	0.308	339	0.05
G	65	0.02455	0.25	0.387	未崩	0

表 4.3 距上游 0.75m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	158	0.12
B	75	0.0529	0.27	0.620	80	0.08
C	75	0.0529	0.33	0.494	298	0.065
D	75	0.0529	0.36	0.448	291	0.035
E	75	0.00673	0.255	0.084	1492	0.085
F	65	0.02455	0.305	0.308	339	0.06
G	65	0.02455	0.25	0.387	未崩	0.0

表 4.4 距上游 1.0m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	158	0.1
B	75	0.0529	0.27	0.620	65	0.09
C	75	0.0529	0.33	0.494	298	0.075
D	75	0.0529	0.36	0.448	225	0.015
E	75	0.00673	0.255	0.084	1492	0.08
F	65	0.02455	0.305	0.308	339	0.11
G	65	0.02455	0.25	0.387	204	0.035

表 4.5 距上游 1.25m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	158	0.08
B	75	0.0529	0.27	0.620	90	0.15
C	75	0.0529	0.33	0.494	367	0.07
D	75	0.0529	0.36	0.448	328	0.10
E	75	0.00673	0.255	0.084	未崩	0.0
F	65	0.02455	0.305	0.308	251	0.085
G	65	0.02455	0.25	0.387	143	0.035

表 4.6 距上游 1.5m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	54	0.1
B	75	0.0529	0.27	0.620	90	0.2
C	75	0.0529	0.33	0.494	367	0.07
D	75	0.0529	0.36	0.448	286	0.08
E	75	0.00673	0.255	0.084	1025	0.18
F	65	0.02455	0.305	0.308	251	0.085
G	65	0.02455	0.25	0.387	143	0.08

表 4.7 距上游 1.75m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	146	0.09
B	75	0.0529	0.27	0.620	221	0.15
C	75	0.0529	0.33	0.494	258	0.075
D	75	0.0529	0.36	0.448	294	0.05
E	75	0.00673	0.255	0.084	1025	0.12
F	65	0.02455	0.305	0.308	251	0.065
G	65	0.02455	0.25	0.387	263	0.1

表 4.8 距上游 2.0m 之量測結果

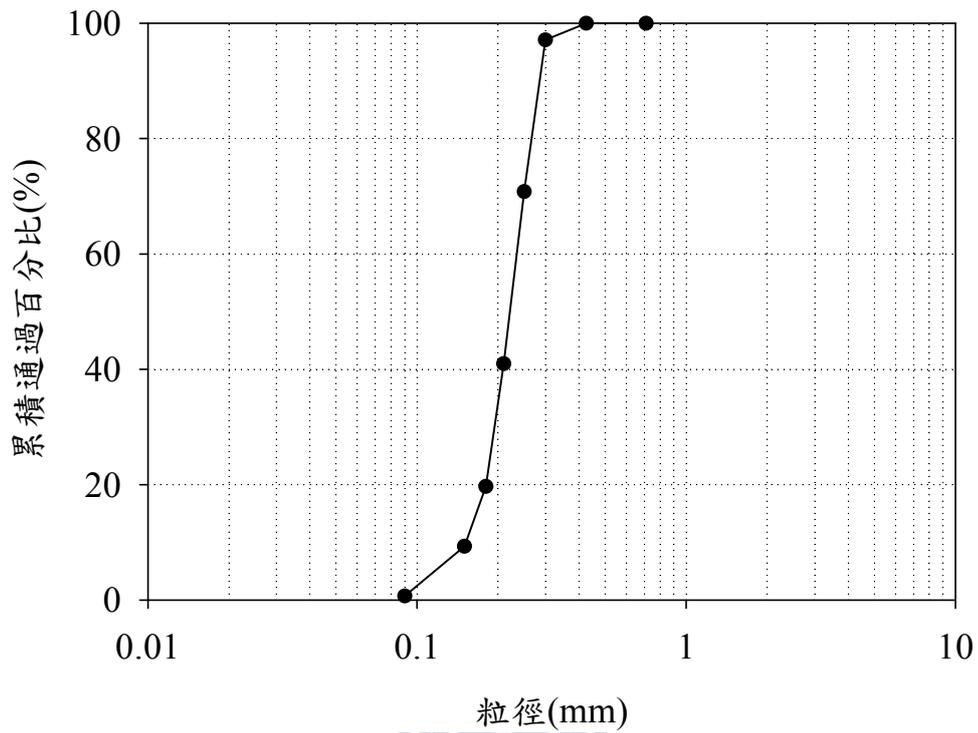
案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	238	0.1
B	75	0.0529	0.27	0.620	277	0.13
C	75	0.0529	0.33	0.494	258	0.085
D	75	0.0529	0.36	0.448	294	0.05
E	75	0.00673	0.255	0.084	1025	0.12
F	65	0.02455	0.305	0.308	251	0.065
G	65	0.02455	0.25	0.387	153	0.06

表 4.9 距上游 2.25m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	172	0.07
B	75	0.0529	0.27	0.620	277	0.1
C	75	0.0529	0.33	0.494	258	0.085
D	75	0.0529	0.36	0.448	335	0.03
E	75	0.00673	0.255	0.084	未崩	0.0
F	65	0.02455	0.305	0.308	291	0.08
G	65	0.02455	0.25	0.387	153	0.075

表 4.10 距上游 2.5m 之量測結果

案例	岸壁角度 (°)	入流量 (cms)	下游水位 (m)	上游流速 (m/s)	崩塌時間 (s)	岸壁退縮距離 (m)
A	75	0.0529	0.25	0.675	172	0.07
B	75	0.0529	0.27	0.620	410	0.07
C	75	0.0529	0.33	0.494	258	0.1
D	75	0.0529	0.36	0.448	423	0.035
E	75	0.00673	0.255	0.084	未崩	0.0
F	65	0.02455	0.305	0.308	251	0.06
G	65	0.02455	0.25	0.387	153	0.07



資料來源:許家偉(2012)

圖 4.1 矽砂之粒徑分佈曲線

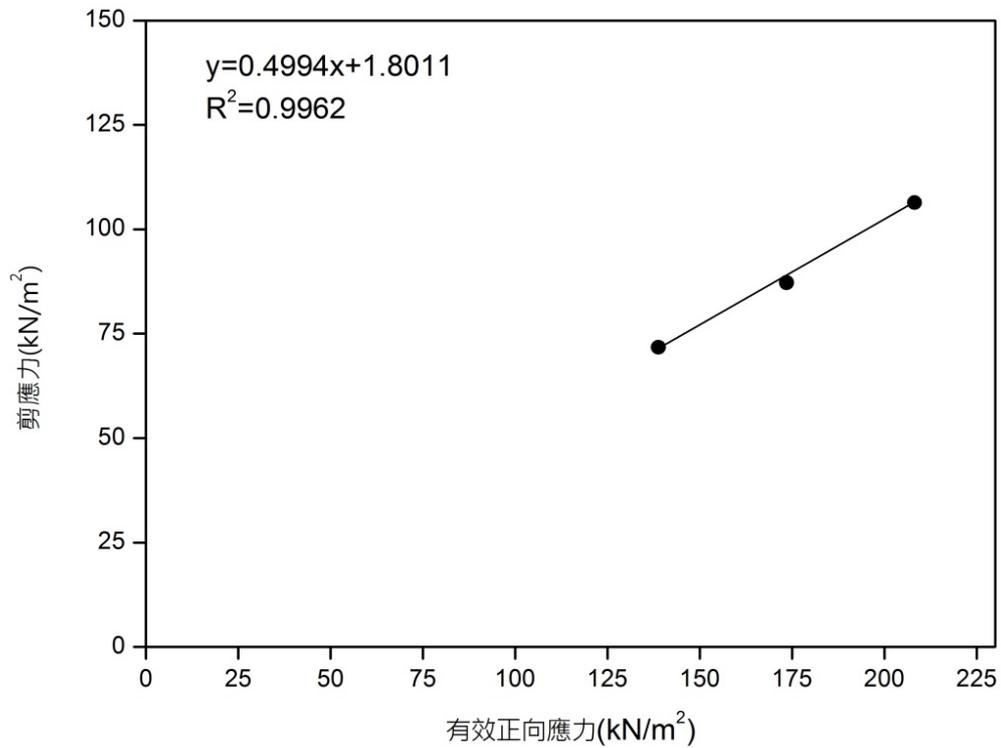


圖 4.2 直接剪力試驗結果圖

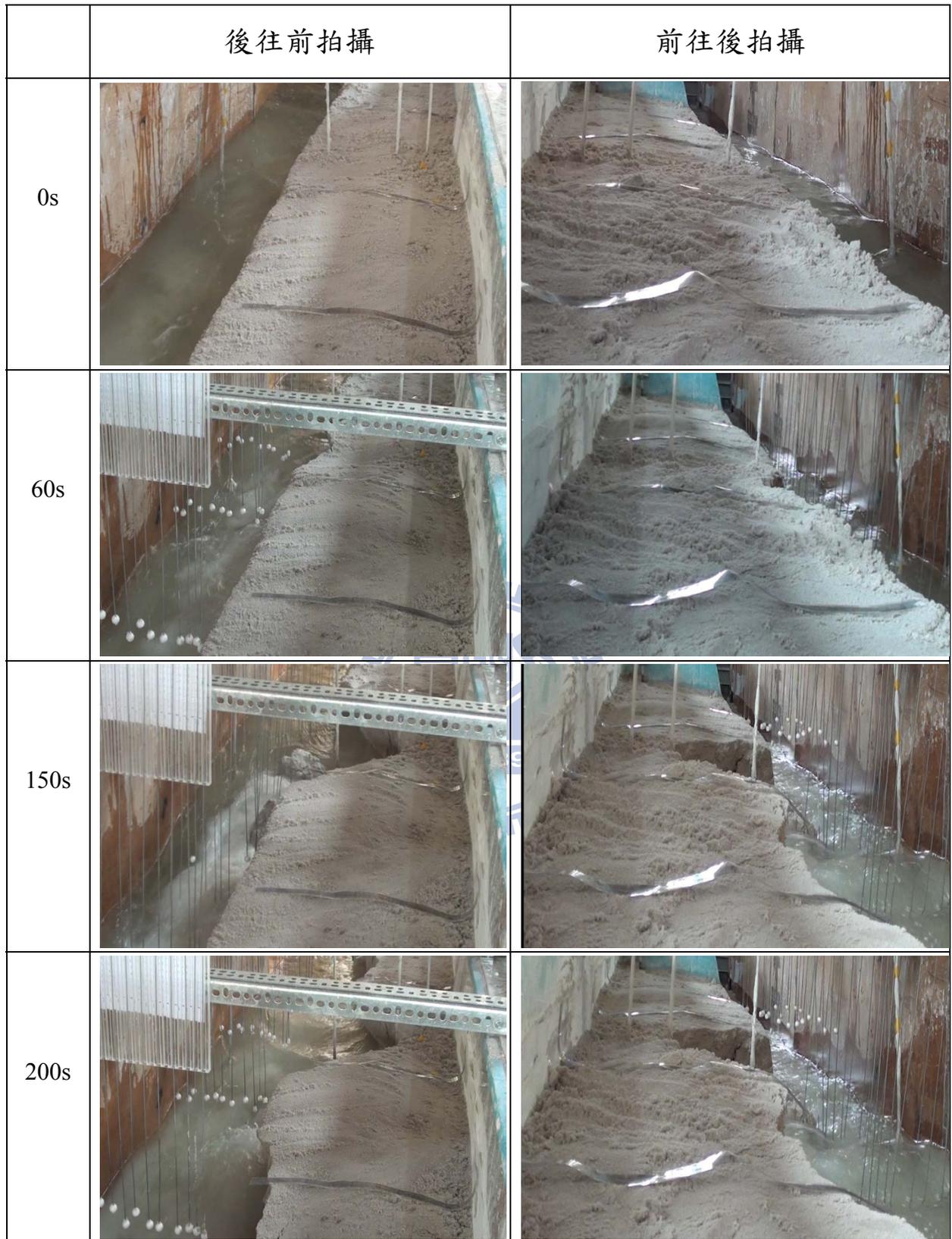


圖 4.3 案例 A 岸壁破壞過程

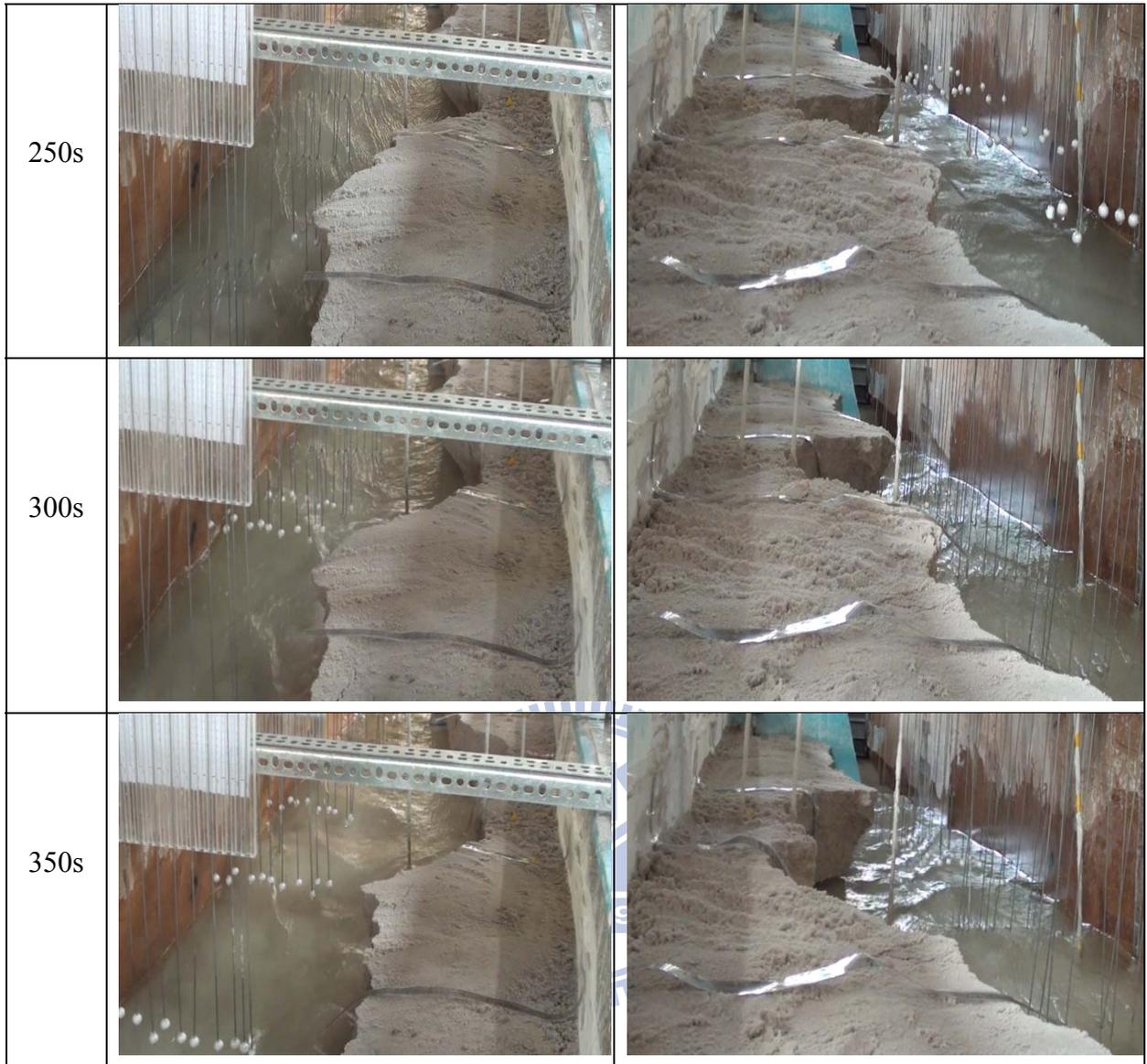


圖 4.3(續)案例 A 岸壁破壞過程

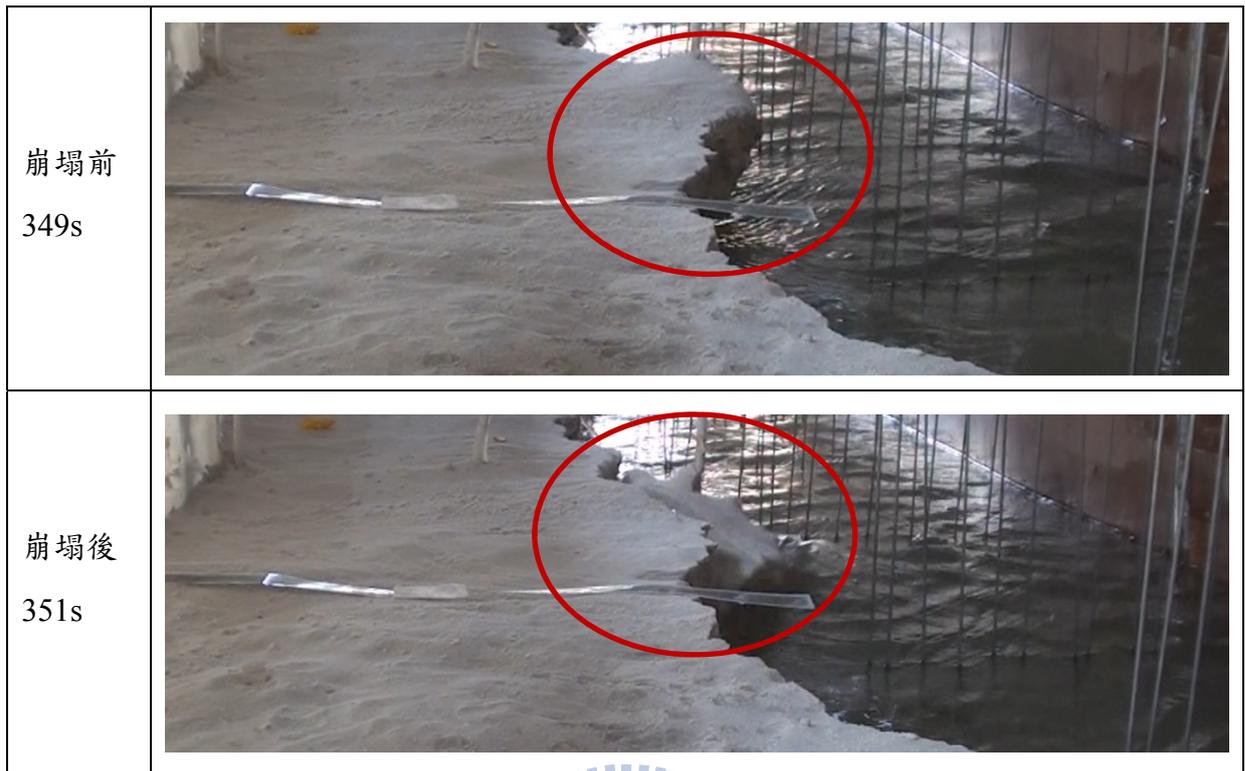


圖 4.4 案例 A 之距上游 125cm 處-崩塌圖

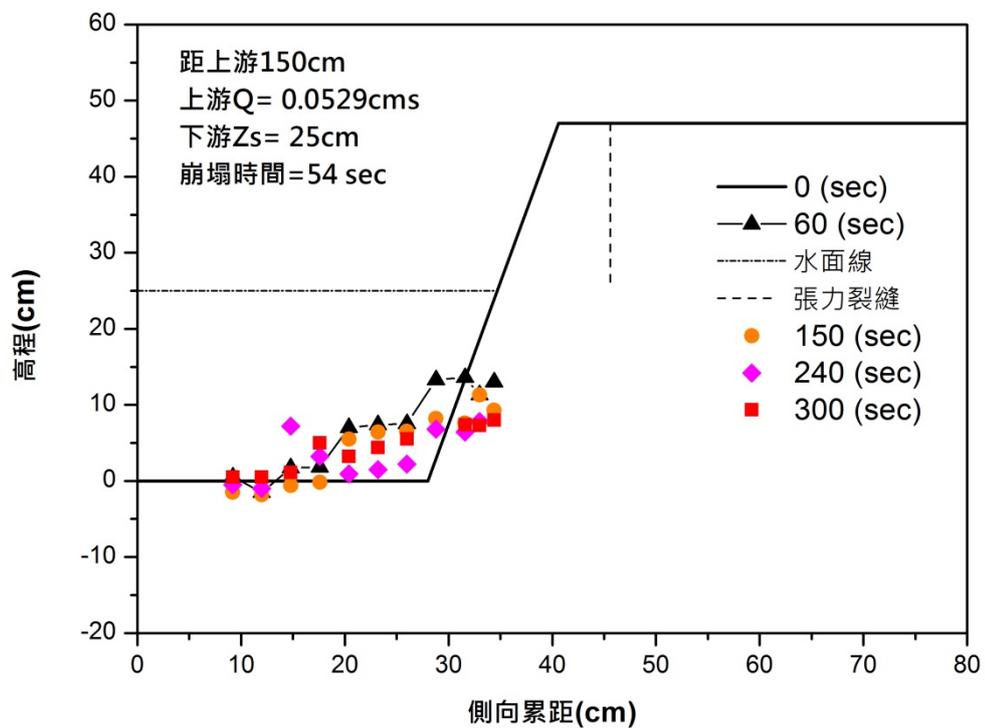


圖 4.5 案例 A 之距上游 150cm 之底床量測圖

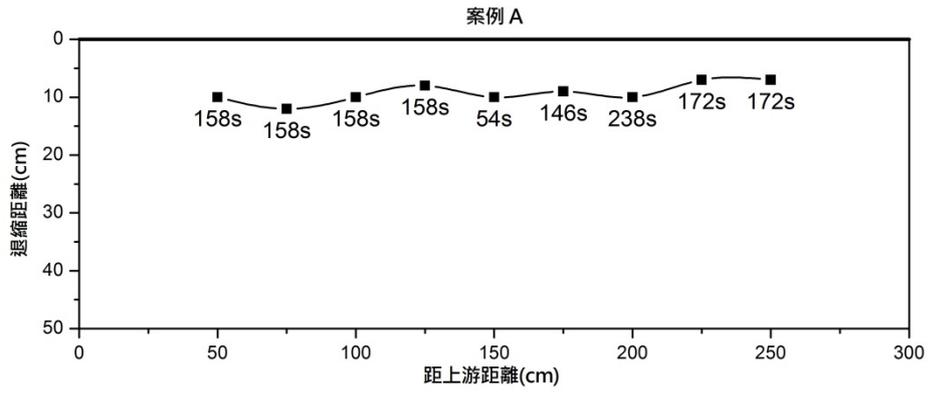


圖 4.6 案例 A 之試驗結果圖

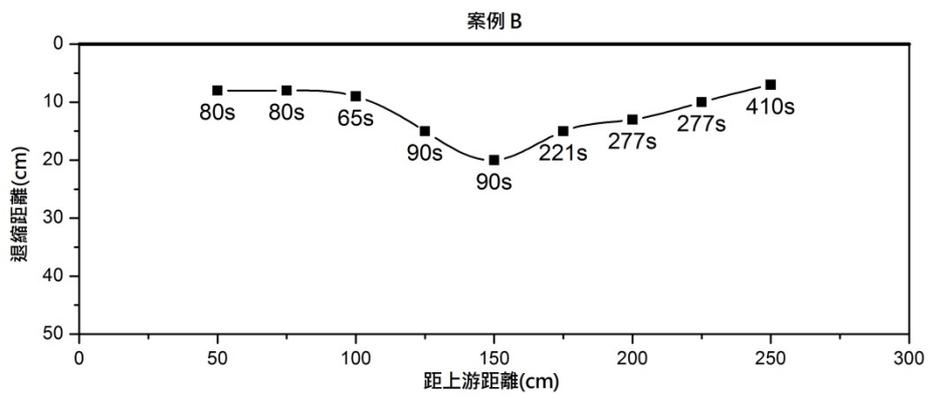


圖 4.7 案例 B 之試驗結果圖

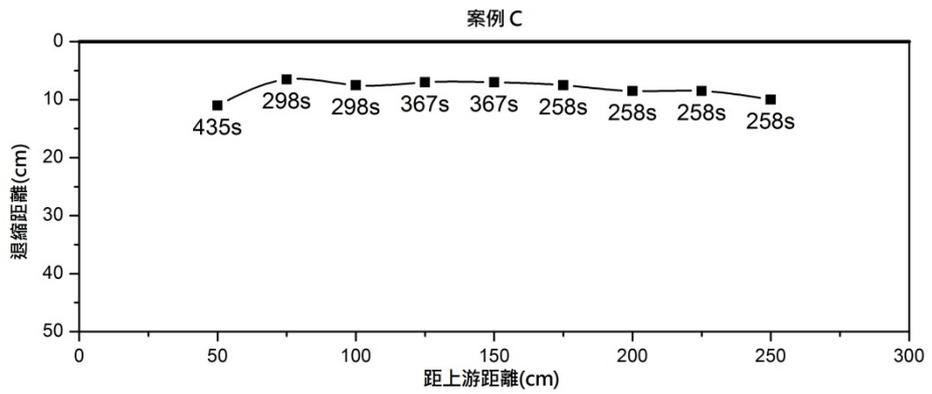


圖 4.8 案例 C 之試驗結果圖

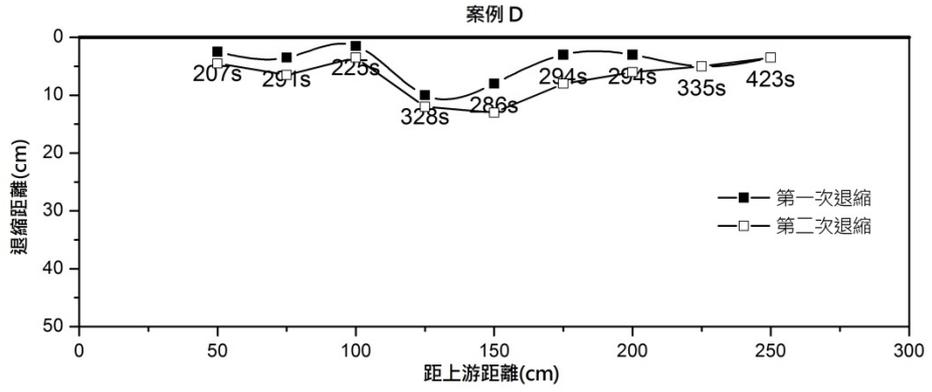


圖 4.9 案例 D 之試驗結果圖

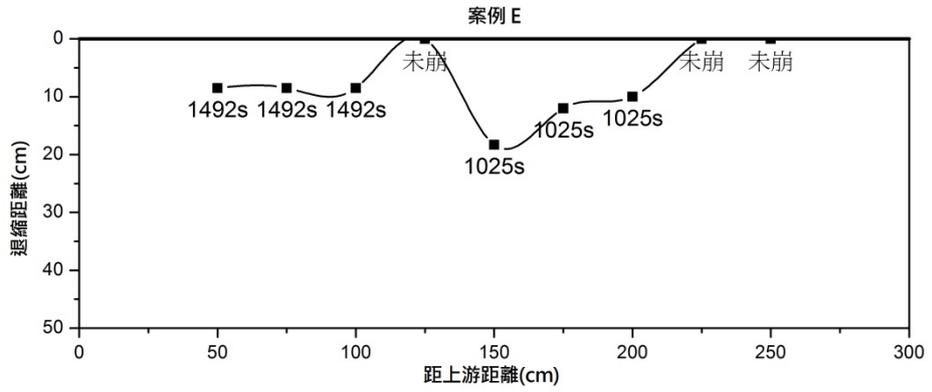


圖 4.10 案例 E 之試驗結果圖

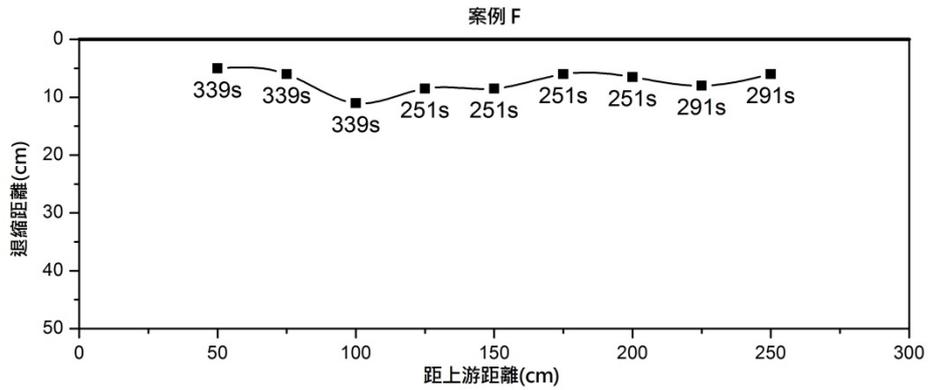


圖 4.11 案例 F 之試驗結果圖

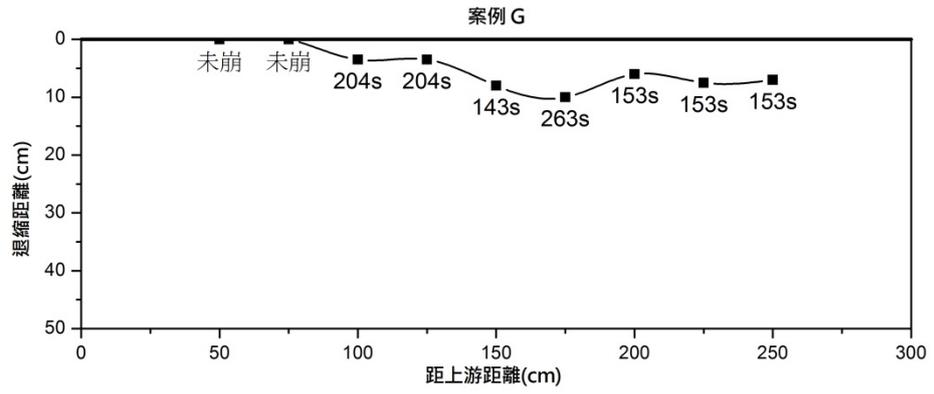


圖 4.12 案例 G 之試驗結果圖

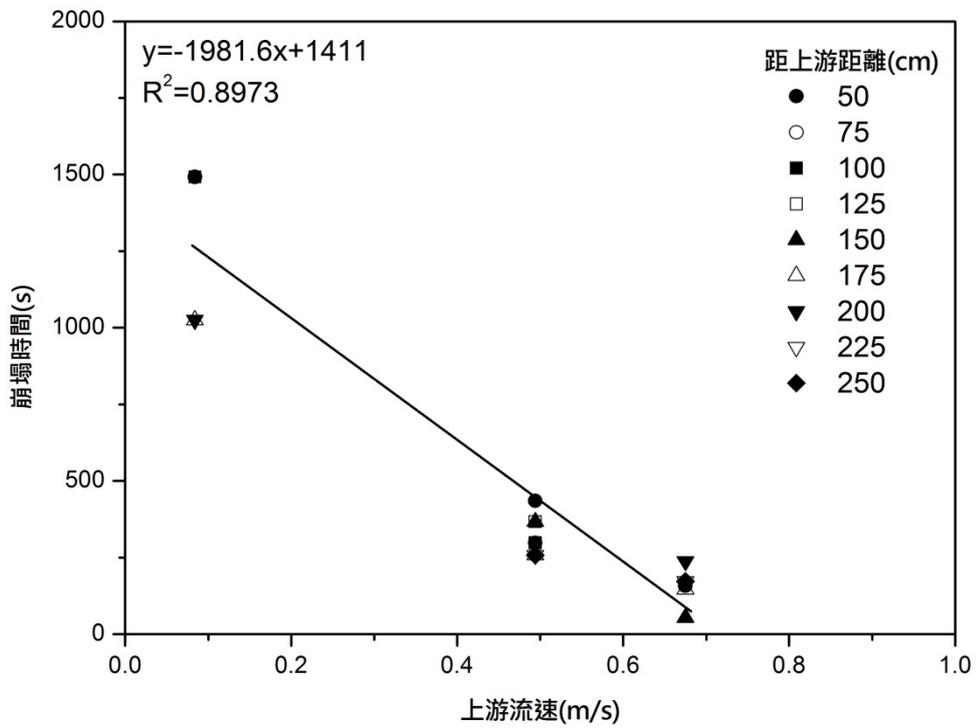


圖 4.13 案例 A、C、E 之上游流速與崩塌時間關係圖

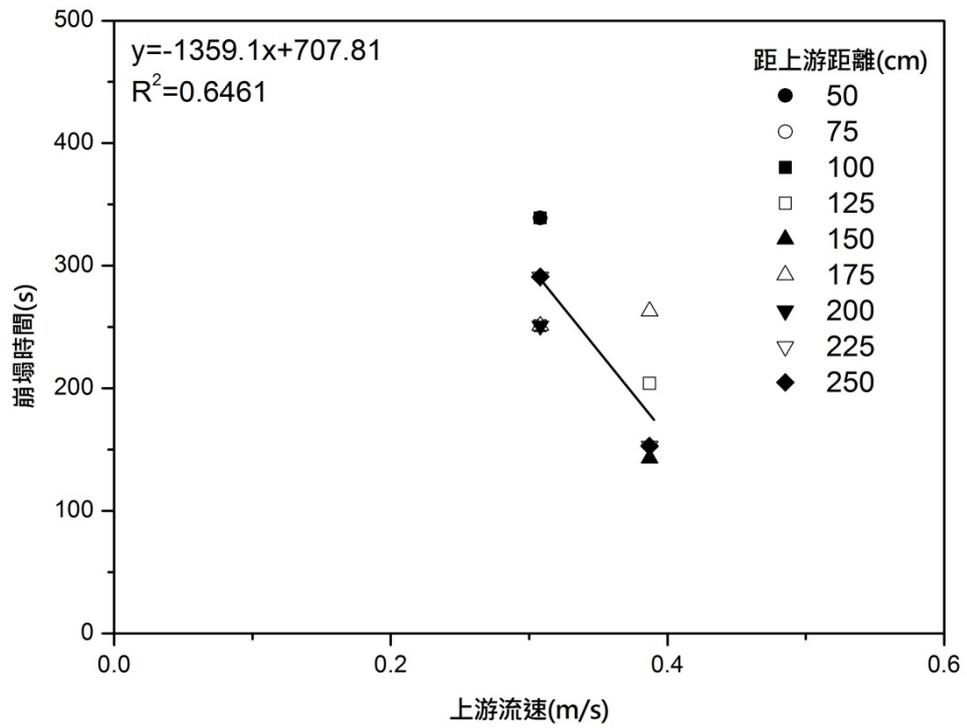


圖 4.14 案例 F、G 之上游流速與崩塌時間關係圖

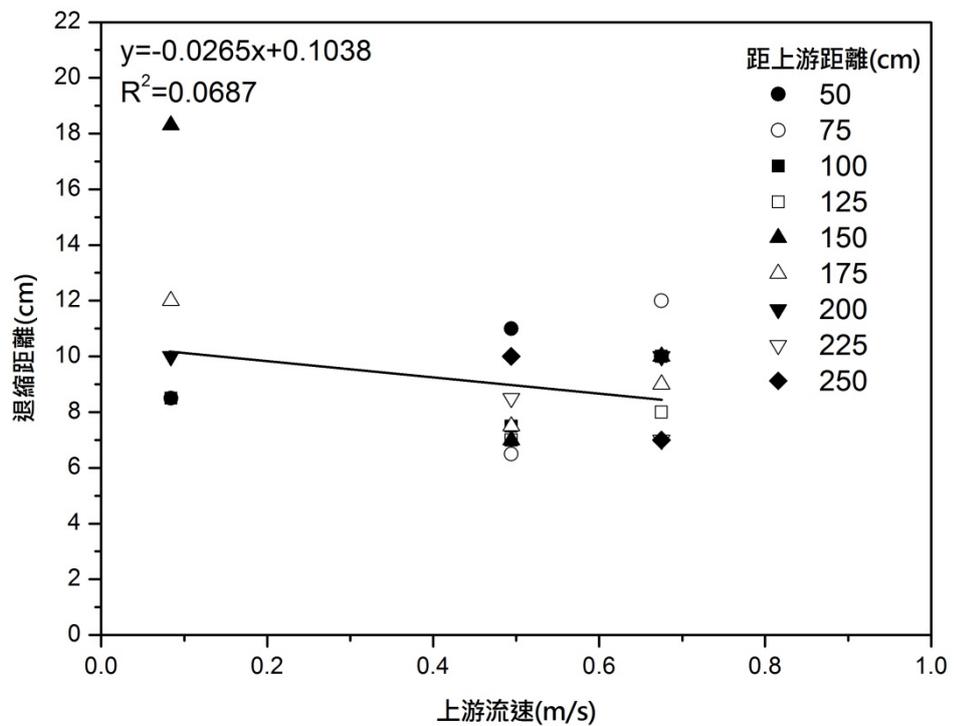


圖 4.15 案例 A、C、E 之上游流速與退縮距離關係圖

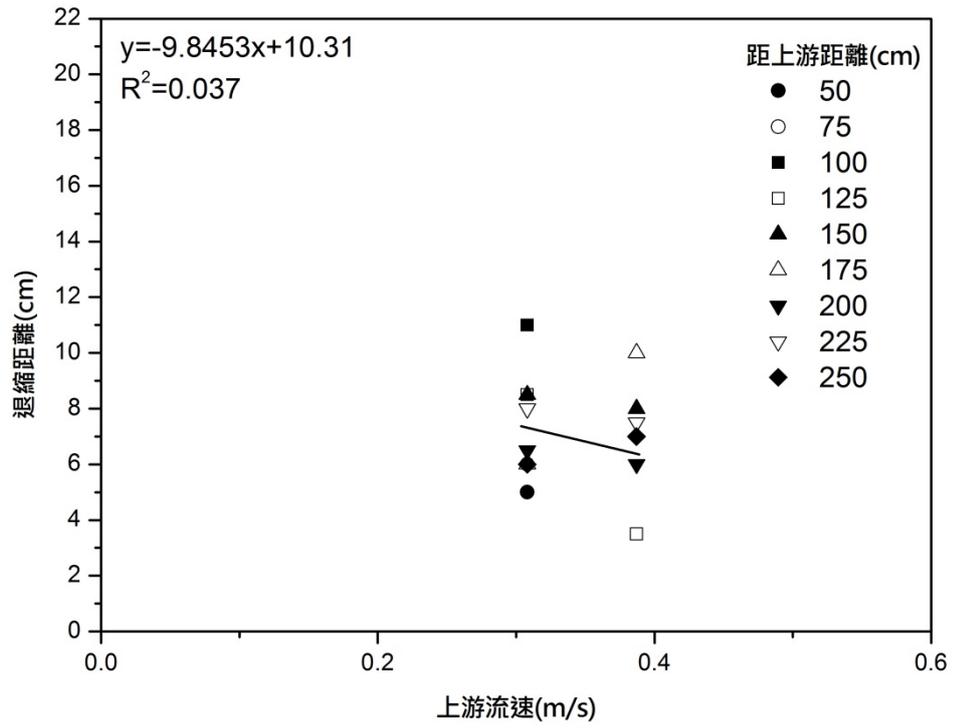


圖 4.16 案例 F、G 之上游流速與退縮距離關係圖



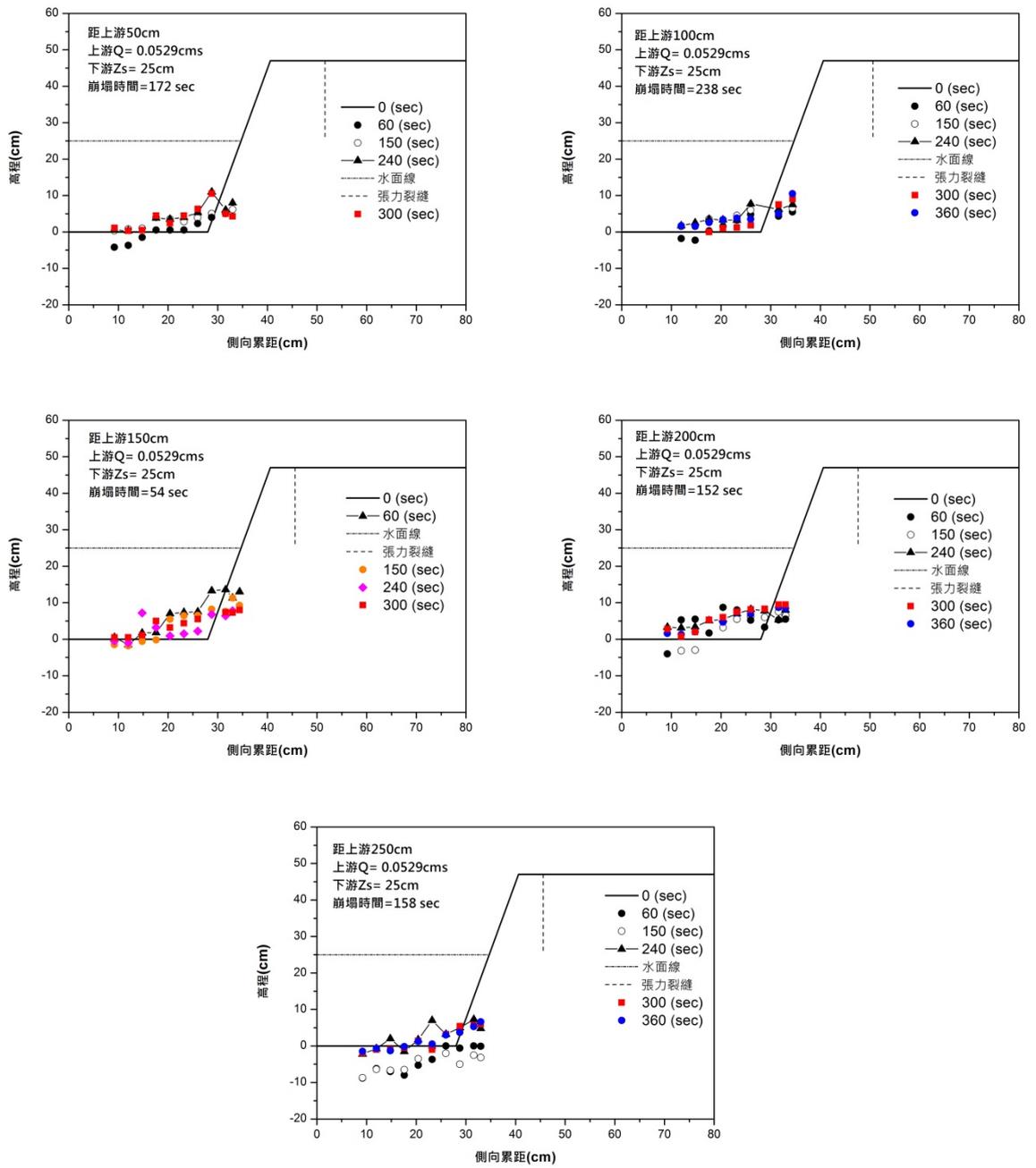


圖 4.17 案例 A 之底床量測圖

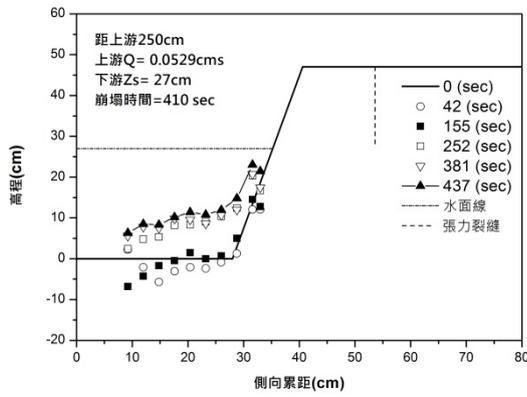
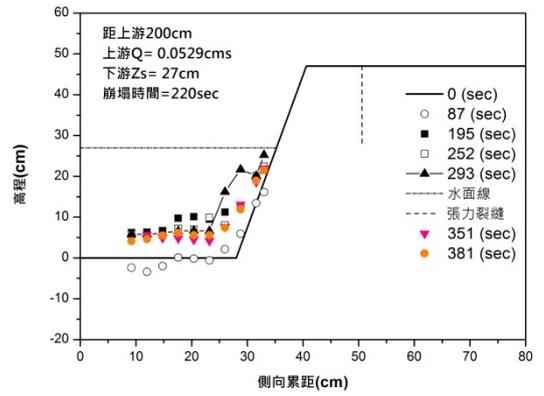
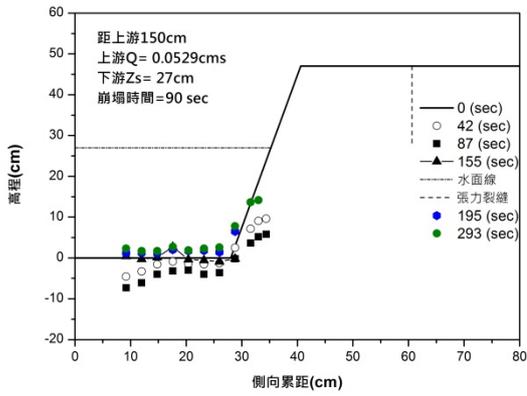
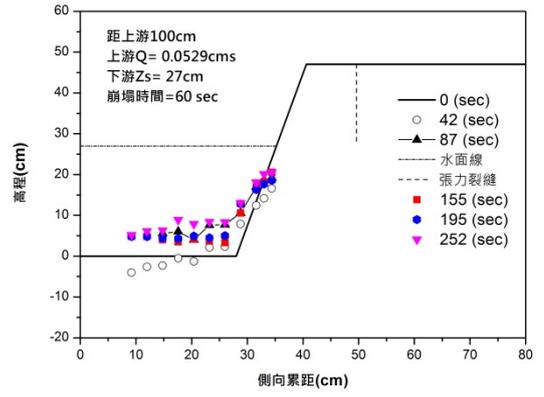
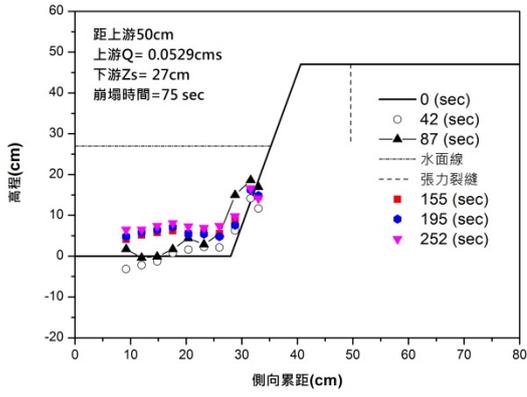


圖 4.18 案例 B 之底床量測圖

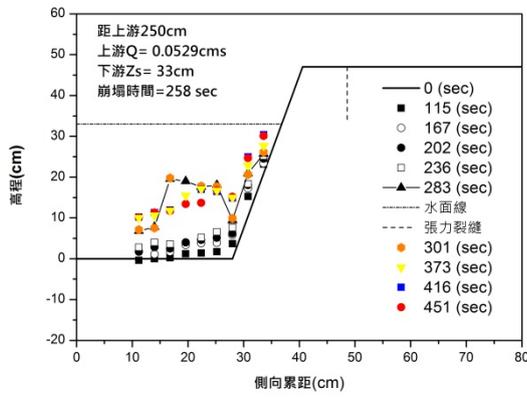
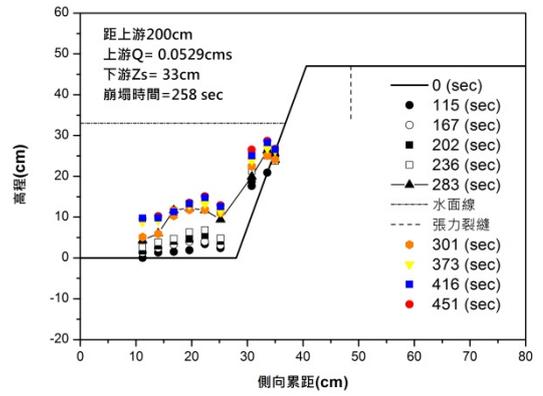
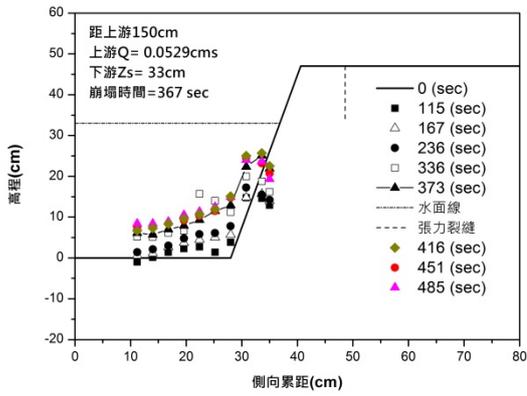
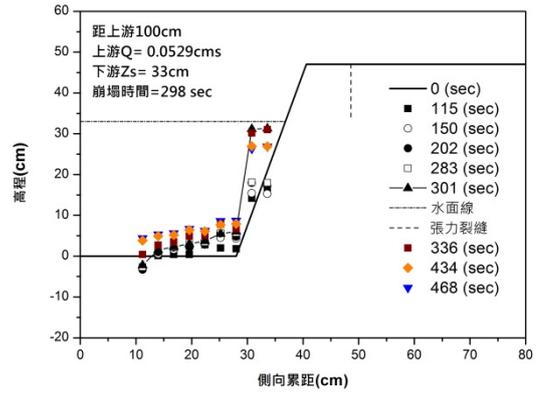
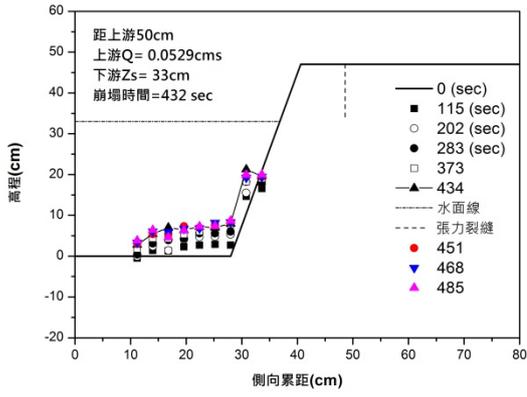


圖 4.19 案例 C 之底床量測圖

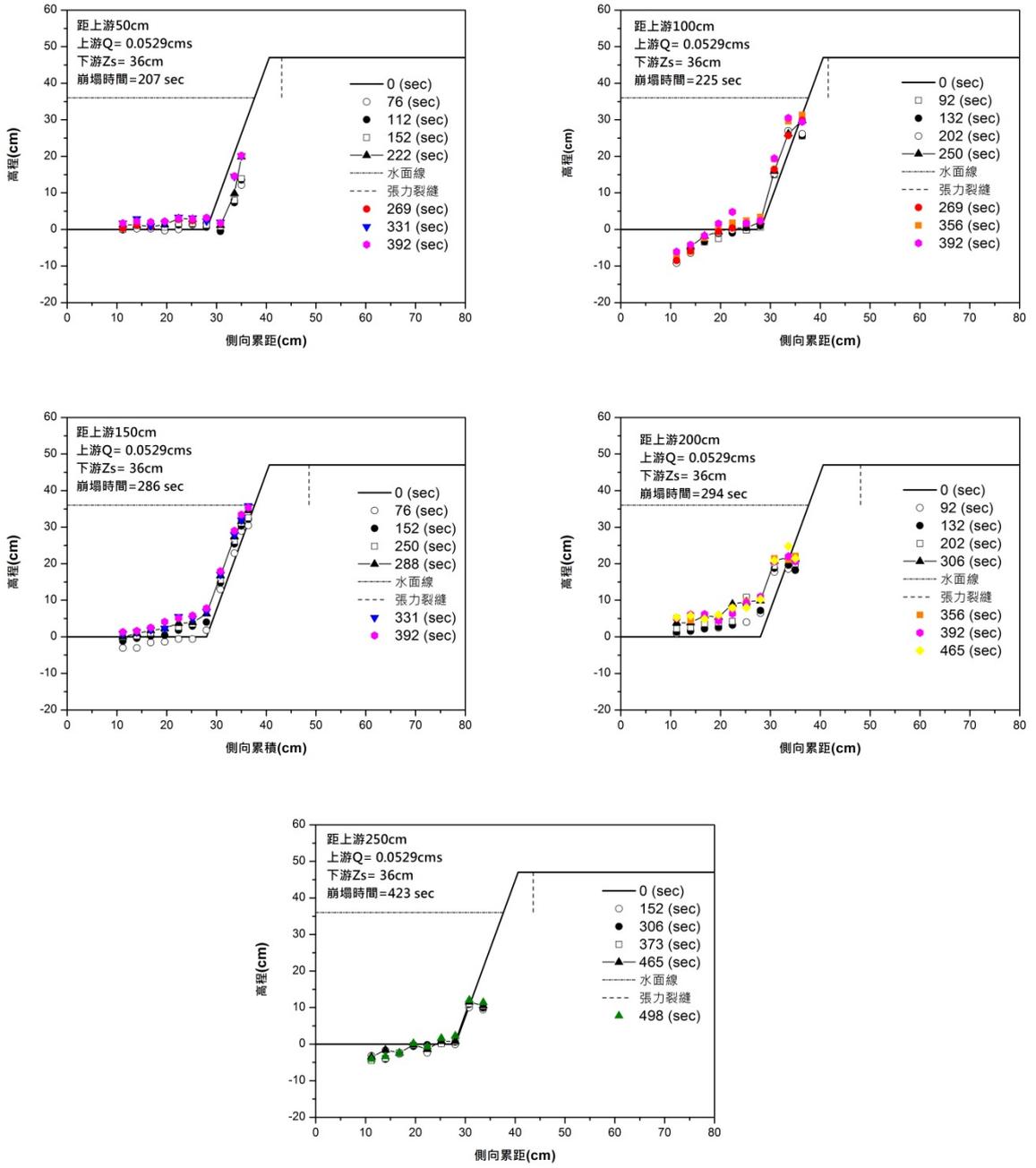


圖 4.20 案例 D 之底床量測圖

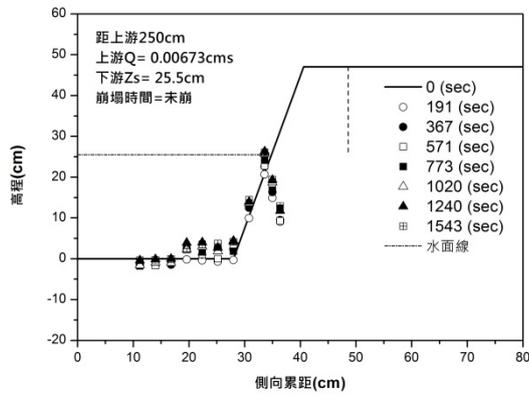
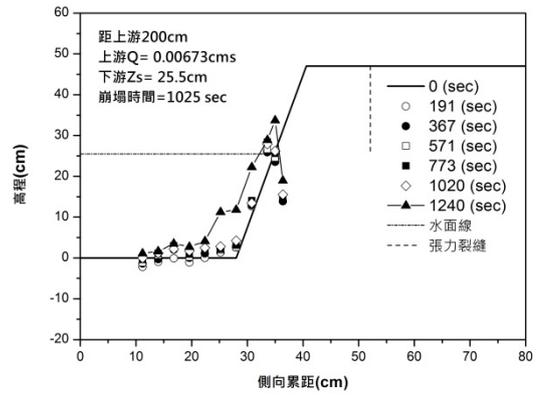
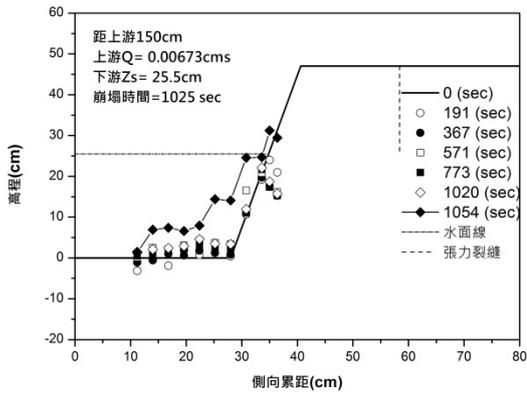
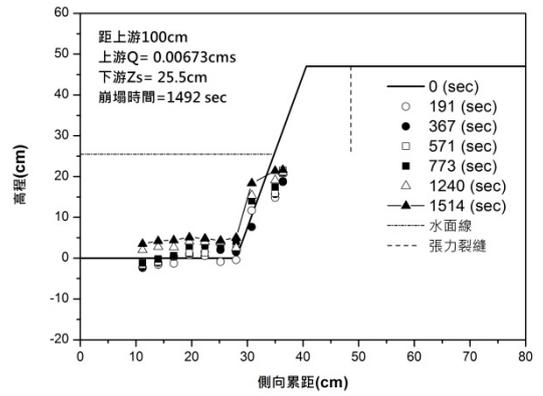
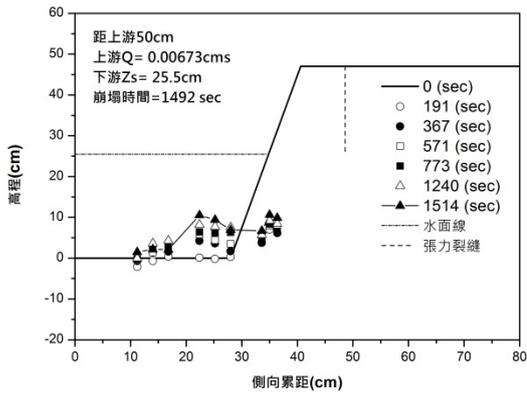


圖 4.21 案例 E 之底床量測圖

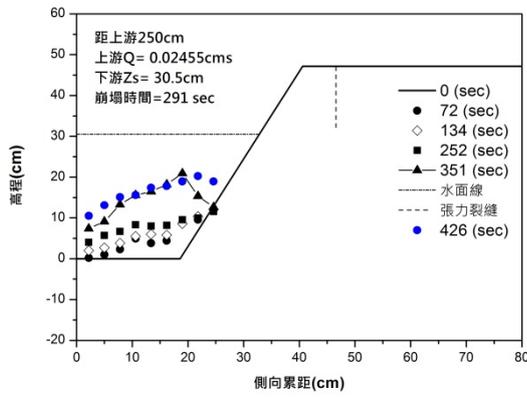
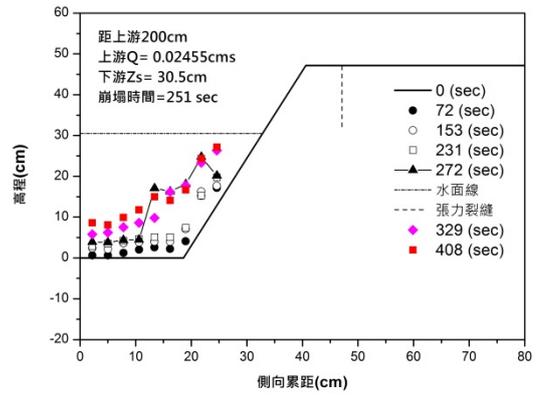
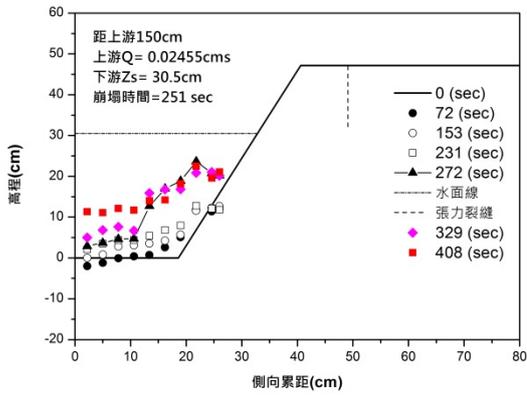
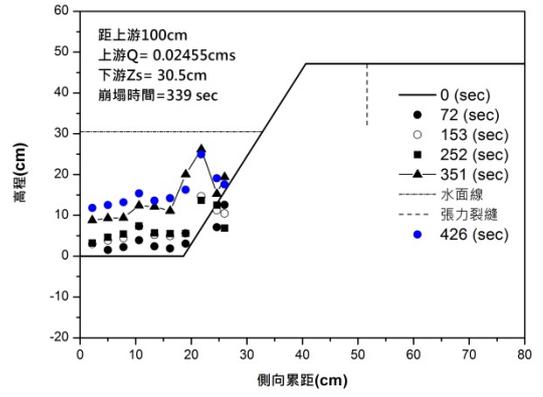
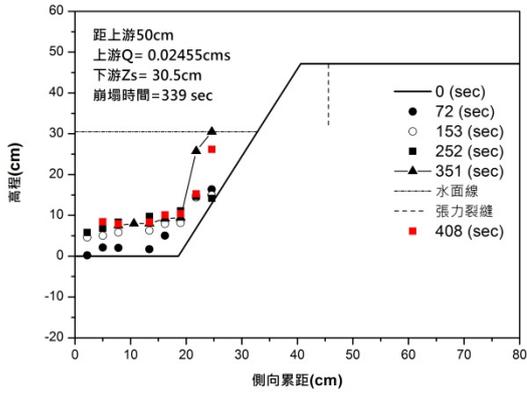


圖 4.22 案例 F 之底床量測圖

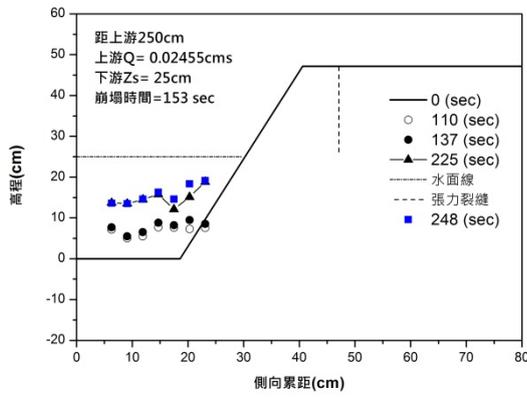
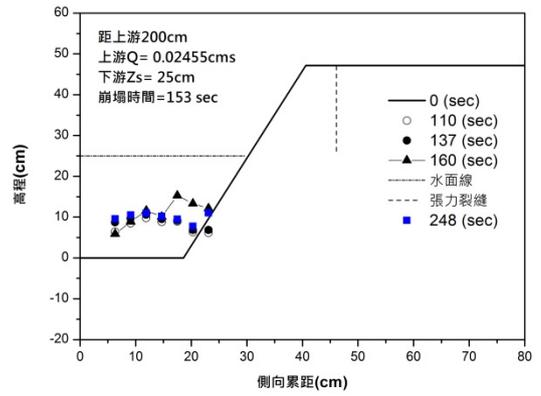
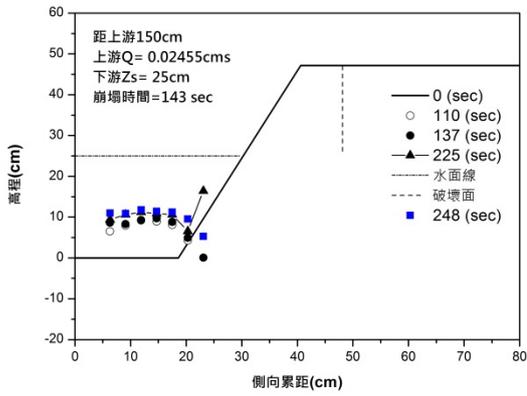
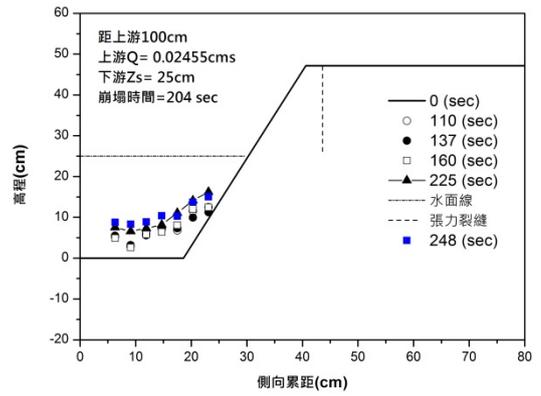
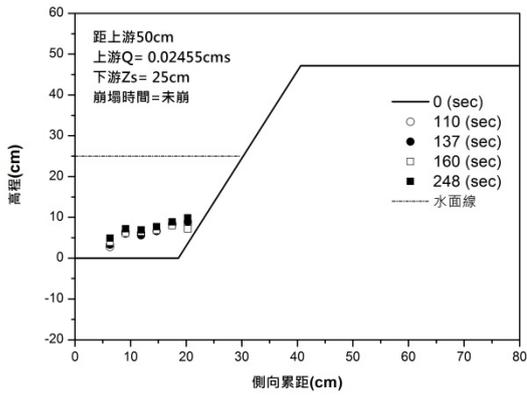


圖 4.23 案例 G 之底床量測圖



圖 4.24 試驗結束後退水圖

## 第五章 數值模式比對分析

本研究採用謝(2003)所發展的二維水深平均 RESED2D 水理動床模式，並加入 Arulanandan *et al.*(1980)之凝聚性岸壁沖刷經驗式及懸臂型岸壁之安全係數公式姜(2011)，以模擬河岸沖刷對河岸穩定之問題。模式首先計算岸壁處之剪應力值，再以凝聚性岸壁沖刷經驗式，計算橫向沖刷深度，進而可得知沖刷後之岸壁位置，最後透過懸臂型岸壁之安全係數公式，判斷河岸是否發生崩塌，如果安全係數未小於一( $FS_c > 1$ )，再將沖刷後之岸壁位置改變格網再帶入 RESED2D 計算，重複以上步驟，如果安全係數小於一( $FS_c < 1$ )，即停止計算，此時表示岸壁發生崩塌。

### 5.1 理論基礎

#### 5.1.1 水理動床計算

本研究採用謝(2003)所發展的二維水深平均 RESED2D 水理動床模式。關於本模式水理動床方程式、輔助方程式及數值方法於附錄 A、B 表示。關於輔助方程式，特別針對床型變遷之凝聚性岸壁橫向沖刷方程式及判定河岸穩定之懸臂型破壞之安全係數公式，說明如下：

#### 5.1.2 橫向沖刷計算

在探討凝聚性岸壁橫向沖刷之文獻較少，目前普遍採用 Arulanandan *et al.*(1980)之經驗式，表示如下：

$$LE = \frac{r_{deg}}{\gamma} \left( \frac{\tau - \tau_c}{\tau_c} \right) \quad (5.1)$$

式中，LE 為橫向沖刷速率 ( $m/min$ )； $\gamma$  為岸壁土體比重； $\tau$  為岸壁土體之流體剪應力； $\tau_c$  為岸壁土體之臨界剪應力； $r_{deg}$  為起始土體沖刷速率 ( $g/cm^2/min$ )，另可表示為

$$r_{\text{deg}} = 0.0223\tau_c \exp(-0.13\tau_c) \quad (5.2)$$

由(5.1)及(5.2)即可計算凝聚性岸壁沖刷後之橫向距離，當橫向距離增加至岸壁土體無法承受自身重量時，即發生懸臂型破壞。水流沖刷帶土體崩塌後，土體大都呈現團狀或是塊狀剝落並堆積於底床。在凝聚性岸壁破壞，水流沖刷導致岸壁崩塌為主要因素，橫向沖刷對於懸臂型崩塌更為重要因子，故本研究以橫向沖刷及懸臂型破壞探討。

### 5.1.3 岸壁崩塌理論分析

本研究利用懸臂型破壞之安全係數判別是否發生崩塌，其安全係數定義為破壞面上之抗滑力與下滑力之比值。由 2.1 節之推導得知懸臂型破壞之安全係數公式為：

$$FS_c = \frac{\sum_{i=1}^I \{c'_i L_i + S_i \tan \phi_i^b + [P_i \sin(\theta_i) - U_i] \tan \phi_i'\}}{\sum_{i=1}^I [W_i + P_i \cos(\theta_i)]} \quad (5.3)$$

本模式之岸壁型態如圖 2.1 所示，由於床型為動床加上岸壁崩塌，影響參數多且複雜，藉由簡化探討，故對岸壁破壞過程做出以下假設

1. 岸壁由凝聚性土壤組成並均勻分佈。
2. 地下水位與河道水位相同。
3. 由於破壞類型為懸臂型破壞，故破壞面角度為  $90^\circ$ 。
4. 沖刷現象只對岸壁作橫向沖刷，沖刷土體被水流帶走，不會堆積在底床。

## 5.2 模擬參數設定

試驗岸壁為單一岸壁，但為了接近真實河川情況，數值模擬採用右岸及左岸計算。在數值模式初始設定上，可分成四類，分別為岸壁幾何條件、土壤參數、數值參數及邊界條件設定。本研究參照試驗設置，相關參數設定如下表示：

- (1) 岸壁幾何條件：岸壁高  $H = 47\text{cm}$ ，灘地長  $L_b = 50\text{cm}$ ，底床之鋪砂厚度

$\Delta h = 20\text{cm}$ ，岸壁坡度  $\theta = 75^\circ$ ，河道底床寬  $b = 56\text{cm}$ ，河道長河道  $L = 300\text{cm}$ ，採用平床設置，如圖 5.1 所示。

- (2) 土壤參數：參考本研究試驗土壤基本性質試驗結果，其土壤單位重  $\gamma_s = 18\text{ kN/m}^3$ ，凝聚力  $c = 1800\text{Pa}$ ，內摩擦角  $\phi = 26^\circ$ ，土體未飽和基質吸力造成剪力強度增加所對應之角度  $\phi^b = 11^\circ$ ，如表 4.1 所示。
- (3) 數值參數：水理間距  $\Delta t = 0.1\text{sec}$ ，輸砂間距  $\Delta t = 0.1\text{sec}$ 。
- (4) 邊界條件設定：參考本研究試驗設置入流量及下游水位，地下水位假設與下游水位一致。本研究對案例(C)之條件進行模擬，入流量為  $0.0529\text{cms}$ ，下游水位為  $0.33\text{m}$ 。

各試驗案例中，上游水位之中間值約為  $31\text{cm}$  左右，故模擬採用試驗條件最相近此中間值之案例 C。參照案例 C 之試驗設計案例，探討數值模式與試驗結果之可行性。由於本試驗未量測臨界剪應力  $\tau_c$ ，以相同幾何形狀之定床模擬此案例，得知位於岸壁處之剪應力約為  $\tau = 0.5 \sim 0.9(\text{Pa})$ ，但在試驗中觀察可得知，在近水面之岸壁處有發生沖刷現象，故  $\tau_c$  選用小於  $0.5(\text{Pa})$  即可，故假設為  $\tau_c = 0.01(\text{Pa})$ 。格網設置採用  $49 \times 31$ 。

### 5.3 模擬限制說明

參照案例 C 之試驗條件，進行數值模擬分析。由於其為直線渠道，各斷面模擬結果幾乎相同，故以距上游  $1.5\text{m}$  之斷面呈現(如圖 5.2 所示)，在左右岸壁上各佈設 5 點，底部佈設 21 點，隨時間變化，可發現在岸壁上格點受沖刷因而向兩側外移，但在 130s 模式就停止，此時還未發生崩塌，原因為作用在梯形岸壁上之剪應力，會隨水深變淺，剪應力變小，故在相同時間下，岸壁之基腳位置橫向位移量大，以此趨勢繼續沖刷，會發生模式格網交錯之問題，即不能繼續演算，因二維模式在格網交錯上無法處理。

雖模式不能運算至懸臂型岸壁崩塌，但可藉由目前模擬值作探討，岸壁上有懸臂型情形，懸臂型破壞之安全係數為右岸  $FS_c = 4.185$ 、左岸  $FS_c = 4.425$ ，表示 130s 未發生崩塌，但此位置之試驗案例破壞時間為 367s，說明在模式停止前，岸壁是未發生崩塌。

由於模式在未發生崩塌前就停止運算，為了使模擬結果能運算至崩塌時刻，作了以下數值模擬測試：

## 5.4 臨界剪應力測試

在相同條件下，改變臨界剪應力( $\tau_c$ )進行模擬。由於岸壁之剪應力約為 $\tau = 0.9 \sim 0.5(Pa)$ ，故岸壁之臨界剪應力採用大於岸壁剪應力之 $\tau_c = 1.1(Pa)$ 及位於中間值之 $\tau_c = 0.7(Pa)$ 進行模擬，由圖 5.3 所示， $\tau_c = 1.1(Pa)$ 模擬時間為 1000s(為預設模擬時間)， $\tau_c = 0.7(Pa)$ 為模擬 230s 之值， $\tau_c = 0.01(Pa)$ 為 130s 之值。在不同臨界剪應力下，由於 $\tau_c = 1.1(Pa)$ 大於岸壁剪應力，岸壁上之格網點無位移，表示岸壁沒有發生橫向沖刷。在 $\tau_c = 0.7(Pa)$ 上，岸壁上半段剪應力小於臨界剪應力未發生橫向沖刷，下半段大於臨界剪應力發生橫向沖刷，但下半段受沖刷後仍有格網交錯之情況，導致模式停止運算。至於 $\tau_c = 0.01(Pa)$ 與 $\tau_c = 0.7(Pa)$ 比較上，臨界剪應力愈小，橫向沖刷速率愈快，沖刷量也愈大。

## 5.5 格網配置測試



### 5.5.1 均勻格網測試

在相同條件下，藉由改變不同格網數量及格網間距探討。由圖 5.4 所示，在不同格網間距下，對於相同斷面位置，其模式運算停止前之值，底床位置差異不大。說明格網數量對於模式之限制未有改善。

### 5.5.2 非均勻格網測試

在相同條件下，改變較不均勻之格網佈設位置模擬， $49 \times 33$ 之格網設置。由圖 5.5 所示，此佈點設置為集中在岸壁基腳(如時間 0s 時岸壁格網點之佈置，約為水深之  $1/6$  處集中佈點，近水面佈置 1 點)，可明顯看出，隨時間變化岸壁刷深程度與前幾案例不同，安全係數計算可由圖 5.6 表示，在 222s 時右岸  $FS_c = 0.9676$ ，表示右岸已發生崩塌，在 256s 時左岸  $FS_c = 0.9886$ ，表示左岸發生崩塌，左右岸崩塌時間不同，可能為每次沖刷後更新格網上，模式採用權重分配

於新格點位置，使之產生誤差。此測試案例原因為採用不規則之佈點方式，邊界條件之格點都為最外側，讓格網交錯較慢發生，基腳上格網點因剪應大橫向沖刷快速。另可表示沖刷深度約要在此深度位置才會崩塌。跟試驗案例比較，此位置之試驗案例崩塌時間為 367s 及此試驗案例各斷面之平均崩塌時間約為 300s，兩者都顯示模擬結果較快崩塌。在模擬之退縮距離上，約為 10cm，此位置之試驗案例退縮距離為 7cm 及此試驗案例各斷面退縮距離約為 7cm~11cm。該現象可能為在試驗時，基腳處發生淤積，而使崩塌時間較慢，但此模擬案例為如前所述利用格網點佈置，實用上可能不易有通用性，由圖中可得知，因為佈點位置之安排，讓岸壁沖刷只發生在基腳及接近水面之位置，所以結果僅供參考。

由 5.3~5.5 節所示，目前本模式還未能妥善對於懸臂型破壞進行模擬，一旦發生格網交錯情形，模式即不能繼續演算，雖嘗試採用不規則佈點方式(如 5.5 節(2)所示)，可以模擬出懸臂型破壞，但僅適用於特異之格網佈點情況。



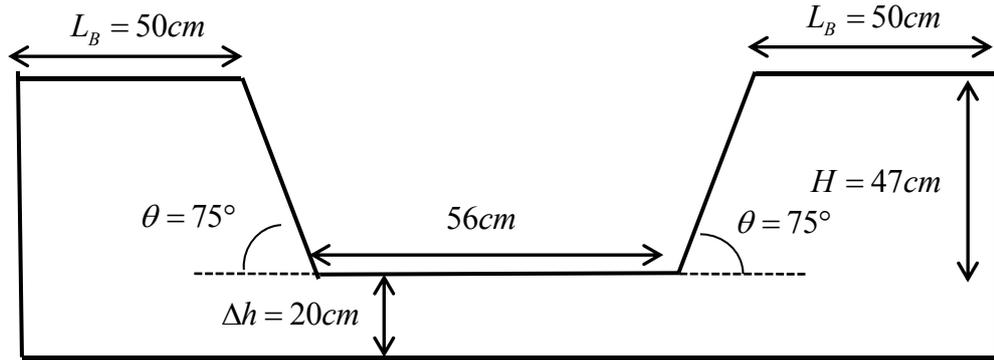


圖 5.1 數值模擬之岸壁斷面形狀

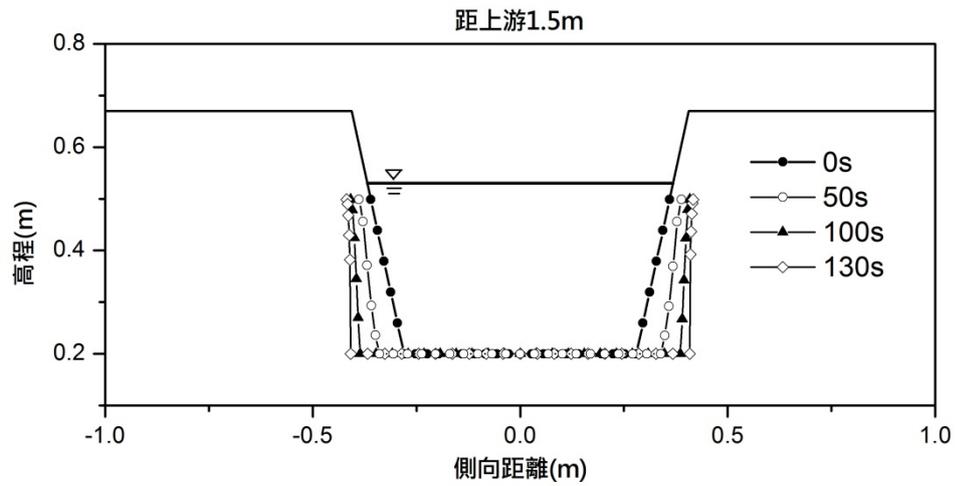


圖 5.2 案例 C 距上游 1.5m 斷面模擬

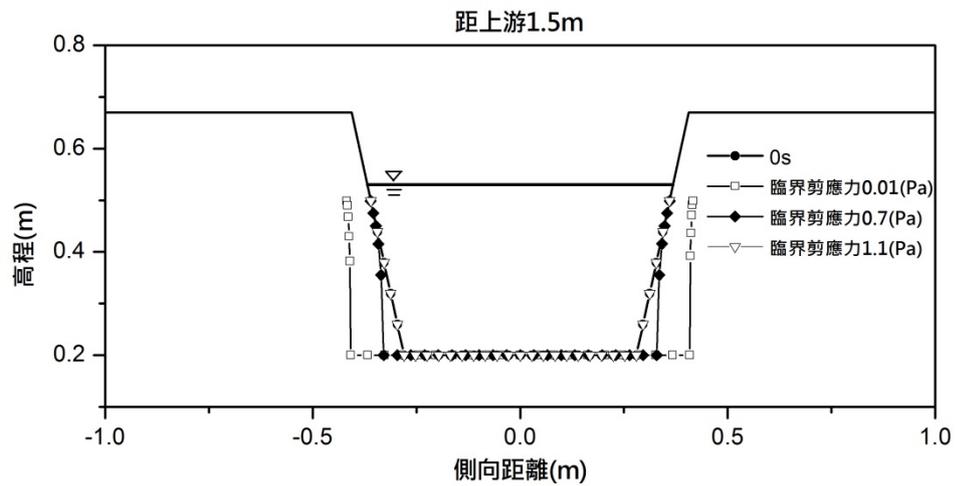


圖 5.3 案例 C 距上游 1.5m 斷面之臨界剪應力比較

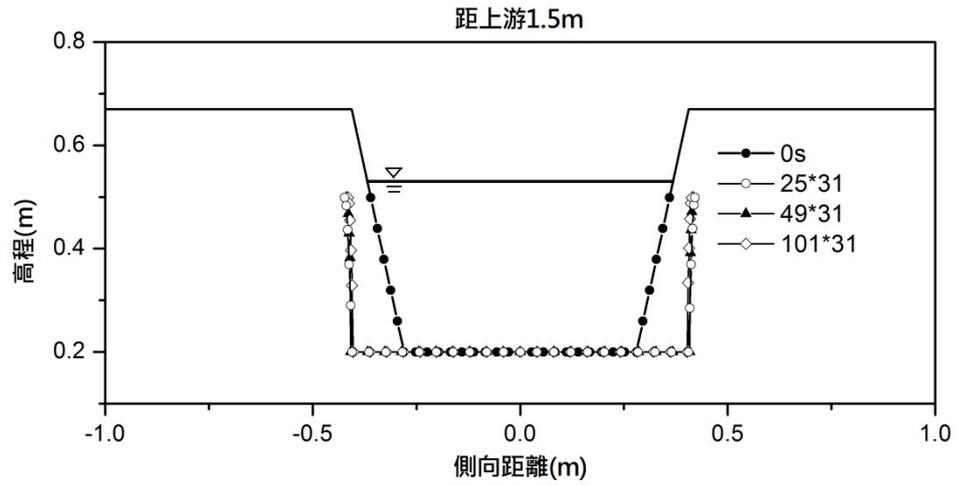


圖 5.4 案例 C 距上游 1.5m 断面之格網數量比較

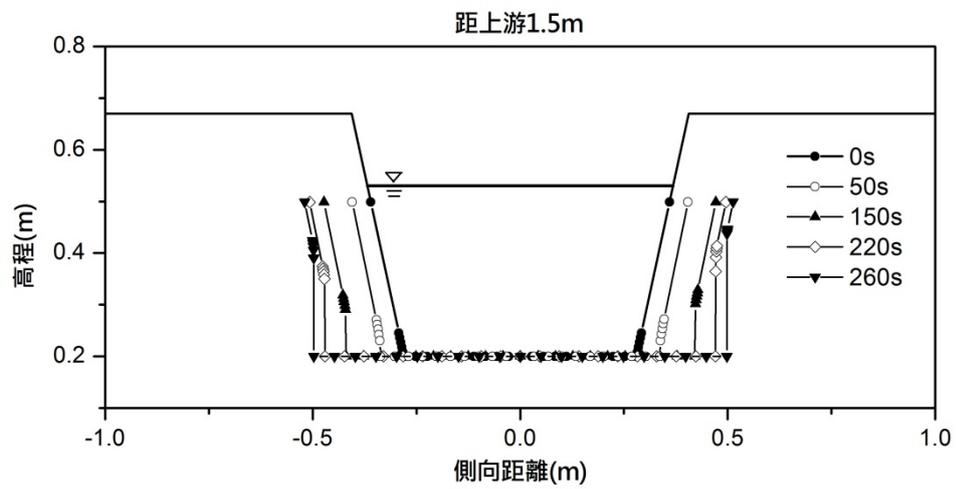


圖 5.5 案例 C 距上游 1.5m 断面之不規則佈點

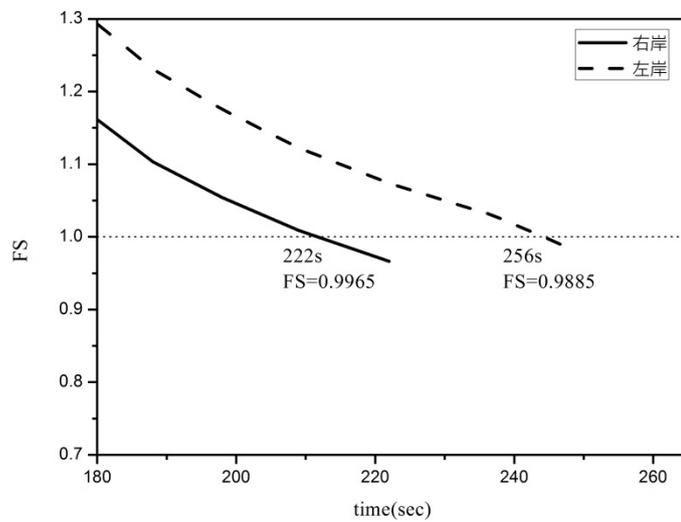


圖 5.6 非均勻格網之 FS 計算

## 第六章 結論與建議

### 6.1 結論

本研究為動床水槽試驗，藉由因次分析簡化其影響參數，以不同入流量及岸壁坡度探討分析，並透過數值模式，驗證試驗之合理性，故結論分成試驗部分及數值部分：

#### (1) 試驗部分

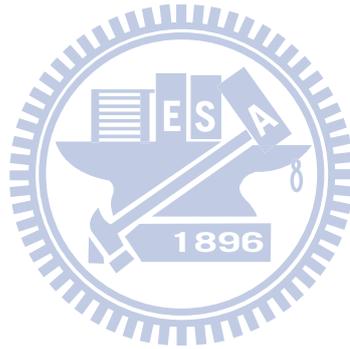
1. 本研究採用相同試驗土壤，共進行 7 組不同入流量及坡角之試驗案例。
2. 藉由試驗現象觀察崩塌為瞬間崩塌，說明其破壞類型為懸臂型破壞。
3. 當入流流速愈快，表示近河岸處剪應力愈大，橫向沖刷速率愈快，導致發生崩塌時間愈快。
4. 藉由量測底床時變性推測當凝聚性岸壁受沖刷後，土體以塊狀或團狀崩落至底床，其土體仍具凝聚性而使沖刷不易，造成近河岸處底床有明顯堆積現象。

#### (2) 數值部分

1. 二維模式在模擬懸臂型破壞上具有其限制性，因沖刷而改變床型時，易發生格網交錯之情形，即不能繼續演算。
2. 在相同條件下採用不同臨界剪應力進行模擬，當臨界剪應力愈小時，橫向沖刷速率愈快，沖刷量也愈大。
3. 在相同條件下採用以不同格網間距之均勻格網模擬，並未能對於模式之限制有所改善。
4. 在格網配置測試上，以非均勻格網模擬，雖能使模式達到崩塌條件( $FS < 1$ )，但為利用數值技巧，實用上可能較不具通用性。

## 6.2 建議

- (1) 由試驗結果及量測資料得知，在探討岸壁沖刷上，橫向沖刷位置較為重要，可增加儀器量測橫向沖刷之深度，對崩塌時間及退縮位置能更加以探討。
- (2) 由於材料採用矽砂與高嶺土混和，以模擬凝聚性土壤，但在水流沖刷時觀察，明顯有白色懸浮物隨水流移動。表示此混和材料，接觸至水流時，兩種材料可能就會分離，導致高嶺土被水流帶走，矽砂堆積至底床，建議可採用其他試驗材料解決此問題。



## 參考文獻

- 蔡長泰、詹錢登、蔡嘉蓉(1996),「河岸沖蝕問題之試驗研究」,行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告。
- 劉邦崇(2001),「以砂箱試驗探討地下水滲流對邊坡崩壞之影響」,國立中興大學水土保持研究所碩士論文。
- 謝德勇(2003),「二維水理、污染傳輸及沉澱運移模式之研發與應用」,國立交通大學土木工程研究所博士論文。
- 林恩添(2005),「二維水深平均模式應用於河川變遷過程之研究」,國立交通大學土木工程研究所博士論文。
- 呂家豪(2007),「水位變化下河岸邊坡破壞之研究」,華梵大學環境與防災設計研究所碩士論文。
- 姜世偉(2011),「河道退縮數值計算模式之發展與應用」,國立交通大學土木工程研究所博士論文。
- 許家偉(2012),「河道水位變化對岸壁穩定性影響之試驗研究」,國立交通大學土木工程研究所碩士論文。
- Darby, S.E. & Thorne, C.R., (1996) Stability analysis for steep, eroding, cohesive riverbank. *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 122(8) 443-454.
- Darby, S.E., Trieu H.Q., Carling P.A., Sarkkula J., Koponen J., Kummu M., Conlan I., Leyland J. (2010) A physically based model to predict hydraulic erosion of fine-grained riverbanks: The role of form roughness in limiting erosion. *Journal of Geophysical Research*, 115, F04003
- Dapporto, S., Rinaldi, M., Casagli, N., & Vannocci, P. (2003) Mechanisms of riverbank failure along the Arno River, central Italy. *Earth Surface Processes and Landforms*, 28(12), 1303-1323.
- Hasegawa, K. (1981) Bank erosion discharge based on a non-equilibrium theory. *Proc JSCE, Tokyo*, 316, 37-50(in Japanese).
- Ikeda, S. (1981) Self-formed straight channels in sandy beds. *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 107, 389-406.

- Nagata, T., Hosoda, T. & Muramoto, Y. (2000) Numerical analysis of river channel processes with bank erosion. *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 126(4), 243-252.
- Nardi, L., Rinaldi M., Solari L. (2011) An experimental investigation on mass failures occurring in a riverbank composed of sandy gravel. *Geomorphology*, 163-164, 56-69.
- Naswemoaddeli, M.H. (2011) Bank Erosion in Alluvial Rivers with Non-cohesive Soil in Unsteady Flow. *TuTech Verlag*. ISBN 978-937693-14-9.
- Osman, A.M. (1985) Channel width response to changes in flow hydraulics and sediment load. Ph.D., Colorado state University, Fort Collins.
- Osman, A.M., & Thorne, CR. (1988) River bank stability. I: Theory. *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 114(2), 134-150.
- Rinaldi, M., & Casagli, N. (1999). Stability of streambanks formed in partially saturated soils and effects of negative pore water pressures: the Sieve River (Italy). *Geomorphology*, 26(4), 253-277.
- Rinaldi, M., Casagli, N. Dapporto, S. & Gargini, A. (2004) Monitoring and modeling of pore water pressure changes and riverbank stability during flow event. *Earth Surface Processes and Landforms.*, 29(2), 237-254.
- Rinaldi, M., Mengoni, B., Luppi L. & Draby, S.E. (2008) Numerical simulation of hydrodynamics and bank erosion in a river bend. *Water Resources Research*, 44 W09428.
- Simon, A., Wolfe, WJ. & Molinas, A. (1991) Mass wasting algorithms in an alluvial channel model. *In Proceedings Fifth Federal Interagency Sedimentation Conference.*, 22-29 August, Las Vegas, Nevada.
- Takebayashi, H., Masaharu F. (2012) Numerical Model of bank erosion process of rivers in wetland. 9<sup>th</sup>, Vienna.
- Thorne, CR., Tovey NK. (1981) Stability of composite river bank. *Earth Surface Processes and Landforms* 6:469-484
- Wang, G., Xia J., Wu B. (2008) Numerical Simulation of Longitudinal and Lateral Channel Deformations in the Braided Reach of the Lower Yellow River. *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 134, 1064-1078.

## 附錄 A 模式理論基礎

模式透過座標轉換將基本控制方程式轉換為正交座標系統方程式，並對控制方程式取時間平均與水深平均後，即二維正交曲線座標模式所需之控制方程式。其中水理控制方程式包括水流連續方程式及水流動量方程式；沉滓運移部份之控制方程式，則將輸砂通量區分為非均勻質之懸浮載與底床載，控制方程式包含了某一粒徑懸浮載之質量守恆方程式、某一粒徑於作用層(active layer)之質量守恆方程式以及整體河床沉滓運移之質量守恆方程式。以下將就水理及沉滓運移部份之理論基礎敘述如下：

### A.1 水理部分

#### (1) 控制方程式

為簡化控制方程式，需對數值模式做出若干假設，分別為：(1)流體為不可壓縮之牛頓流體；(2)水壓為靜水壓分布；(3)忽略風剪力；(4)忽略地球自轉科氏力。根據以上假設進行座標轉換可得正交曲線座標下之水理控制方程式：

##### 1. 水流連續方程式

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} d) = 0 \quad (\text{A.1})$$

##### 2. 水流動量方程式

$\xi$  方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u} \bar{v} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{v}^2 = f(\xi) - \frac{g}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (z_b + d) \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_1 T_{11}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{12}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{12} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{22} \\ & - \frac{\tau_b}{\rho d} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[ -(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$\eta$  方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{u} \bar{v} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u}^2 = f(\eta) - \frac{g}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (z_b + d) \\
& + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 T_{12}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{22}) - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{11} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{12} \quad (\text{A.3}) \\
& - \frac{\tau_{b_2}}{\rho d} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[ -(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right]
\end{aligned}$$

式中，

$$T_{11} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{11} - \rho \bar{u}'^2 - \rho (\bar{u} - \bar{u})^2] dz \quad (\text{A.4})$$

$$T_{22} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{22} - \rho \bar{v}'^2 - \rho (\bar{v} - \bar{v})^2] dz \quad (\text{A.5})$$

$$T_{12} = T_{21} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{12} - \rho \bar{u}' \bar{v}' - \rho (\bar{u} - \bar{u})(\bar{v} - \bar{v})] dz \quad (\text{A.6})$$

以上諸式中， $\xi$ 、 $\eta$  = 平面上兩正交曲線座標方向； $h_1 = \xi$  方向轉換係數； $h_2 = \eta$  方向轉換係數； $u = \xi$  方向速度； $v = \eta$  方向速度； $\rho$  流體密度； $d$  水深； $g$  重力加速度； $t$  時間； $z_b$  底床高程； $z_s$  水面高程； $\tau_{b_i}$  底床剪應力在  $\xi$  與  $\eta$  方向之分量； $(\bar{\quad})$  時間平均； $(\bar{\quad})$  水深平均； $(\quad)$  時間平均瞬時擾動量；下標  $s$ 、 $b$  分別代表變數在水面與底床的數值； $T_{11}$ 、 $T_{12}$ 、 $T_{22}$  有效剪應力項 (effective stress term)，包含層流剪應力、亂流剪應力與延散剪應力 (dispersion stresses)，由於本研究針對直線渠道，故不考慮延散剪應力項。

## (2) 輔助關係式

### 1. 底床剪應力

底床剪應力採用 Rastogi and Rodi (1978) 之經驗式

$$\tau_{b_1} = C_f \rho \bar{u} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \quad (\text{A.7})$$

$$\tau_{b_2} = C_f \rho \bar{v} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \quad (\text{A.8})$$

式中  $C_f = g / c^2$  為摩擦係數； $C = \text{chezy}$  係數

### 2. 層流與亂流剪應力

模式採用 Boussineq 之渦流黏性理論，將層流與亂流剪應力合併表示為

$$\frac{\tau_{11}}{\rho} - \bar{u}'^2 = 2\nu \left[ \frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\tau_{22} - \overline{v'^2}}{\rho} = 2\nu \left[ \frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\tau_{12} - \overline{u'v'}}{\rho} = 2\nu \left[ \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

式中， $\nu = \nu_l + \nu_t$ ； $\nu_l$  為層流黏滯係數； $\nu_t$  為亂流黏滯係數  $= ku_* d/6$  (Falcon 1979)； $u_*$  為剪力速度； $k = \text{von Karman's 係數}$ (約等於 0.4)

### (3) 水理邊界條件

本研究考量三種邊界條件設定，分別為渠道入流、渠道出流與固體邊界。一般而言，渠道入流邊界條件設定為單位寬度入流量，渠道出流邊界則採用水位高程設定。在固體邊界處，沿固體邊界法線方向採不透水邊界條件；而沿固體邊界切線方向可分為滑移與非滑移邊界條件。

## A.2 沉滓運移部分

### (1) 控制方程式

依照運移方式的不同，輸砂通量可分為非均勻質之懸浮載與底床載。因此模式中的控制方程式包含了某一粒徑懸浮載質量守恆方程式、某一粒徑於作用層之質量守恆方程式以及整體河床中泥砂運移之質量守恆方程式，茲說明如下

#### 1. 某一粒徑懸浮載之質量守恆方程式

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{d\bar{C}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{d\bar{C}}{d\eta} = \frac{1}{h_1 h_2 d} \frac{d}{d\xi} \left( \varepsilon_1 \frac{h_1}{h_2} \frac{d\bar{C}}{d\xi} \right) + \frac{1}{h_1 h_2 d} \frac{d}{d\eta} \left( \varepsilon_2 \frac{h_1}{h_2} \frac{d\bar{C}}{d\eta} \right) + \frac{S}{\rho d} \quad (\text{A.12})$$

#### 2. 某一粒徑於作用層之質量守恆方程式

$$\rho_s (1-p) h_1 h_2 \frac{\partial(\beta E_m)}{\partial t} + \frac{\partial(h_2 q_{b_1})}{\partial \xi} + \frac{\partial(h_1 q_{b_2})}{\partial \eta} + S - S_f = 0 \quad (\text{A.13})$$

#### 3. 整體河床泥砂運移之質量守恆方程式

$$\rho_s (1-p) h_1 h_2 \frac{\partial z_b}{\partial t} + \sum \left[ \frac{\partial(h_2 q_{b_1})}{\partial \xi} + \frac{\partial(h_1 q_{b_2})}{\partial \eta} + S \right] = 0 \quad (\text{A.14})$$

以上式子中， $\rho_s$  = 泥砂密度； $\beta$  = 粒徑百分比； $p$  = 孔隙率； $E_m$  = 作用層厚度； $q_{b_i}$  =  $i$  方向某一粒徑之河床載通量； $S$  = 懸浮載源； $S_f$  = 作用層源(active-layer floor source)。

## (2) 輔助關係式

### 1. 亂流傳輸係數 $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$

亂流傳輸係數採用 Elder(1959)之經驗公式表示

$$\varepsilon_1 = 5.93u_*d, \quad \varepsilon_2 = 0.23u_*d \quad (\text{A.15})$$

### 2. 河床載通量 $q_b$

凝聚性泥砂之通量可假定為零，而非凝聚性沉滓之河床載通量，模式中採用 van Rijn(1984a)之輸砂經驗式計算(以  $\xi$  方向為例):

$$q_{b_i} = q_{b_i}(D)_k = 0.053\rho_s \sqrt{(s-1)gD_k} D_k \frac{T_k^{2.1}}{D_{*k}^{0.3}} \quad (\text{A.16})$$

式中， $D_{*k} = D_k \left[ \frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{1/3}$  = 無因次顆粒粒徑； $D_k$  = 顆粒粒徑；

$T_k = \frac{u_*^2 - (u_{*c})_k^2}{(u_{*c})_k^2}$  = 輸砂參數； $u_{*c} = \frac{u\sqrt{g}}{c_1}$  = 臨界剪力速度； $c_1 = 18 \log\left(\frac{12d}{3D_{90}}\right)$  = 顆

粒蔡司參數； $s = \frac{\rho_s}{\rho}$  = 砂比重。

另外，泥砂運移過程中，較細之顆粒除了以懸浮載型式移動外，由於泥砂為非均質，細顆粒可能隱藏於較粗顆粒之間而不易被水流帶走。為體現此一機制，模式進一步將非均勻粒徑所產生的遮蔽效應納入考慮並進行修正為：

$$q_{b_i} = \zeta_{h_k} \beta_k q_{b_i}(D)_k \quad (\text{A.17})$$

式中， $\zeta_{h_k}$  = 隱藏因子(hiding factor) (Karim 等 1987)

### 3. 懸浮載源 $S$

針對非凝聚性之泥砂而言，懸浮載源可定義為懸浮載向下通量與底床質向上通量之間交互作用的結果。對某一特定粒徑  $k$  而言，受到重力作用而沉降至底床，其向下之通量可表示為下式

$$S_{d_k} = -\rho w_{f_k} C_{d_k} \quad (\text{A.18})$$

其中負號代表通量向下，反之為向上之通量；

$$C_{d_k} = [3.25 + 0.55 \ln(\frac{w_{f_k}}{\kappa u_*})] C_k \quad (\text{Lin 1984}); C_k = \text{顆粒 } k \text{ 的深度平均濃度}; w_{f_k} =$$

顆粒  $k$  的沉降速度。

另一方面，河床載成為懸浮質，主要受到底床之亂流作用所造成。對某一粒徑而言，河床載向上之通量可表為

$$S_{e_k} = \rho w_{l_k} \beta_k C_{e_k} \quad (\text{A.19})$$

$$\text{上式 } C_{e_k} = 0.015 \frac{D_k}{a} \frac{T_k^{1.5}}{D_k^{0.3}} \quad (\text{van Rijn 1984b}); a = \text{砂丘高度之一半}; w_{l_k} = \text{顆}$$

粒  $k$  躍起之速度。

顆粒躍起速度定義為河床質發生跳躍(saltation)離開底床瞬間時的垂直速度，採用 Hu and Hui(1996)提出之經驗公式

$$\frac{w_{l_k}}{u_*} = \begin{cases} 3.2 - 4.5 \log \Theta & \Theta < 1.2 \\ 3.1 & \Theta > 1.2 \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

$$\text{式中 } \Theta = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho)gD_k}$$

故由(A.18)及(A.19)式知，對某一粒徑  $k$  之懸浮載源可表為：

$$S_k = \rho(w_{lk}\beta_k C_{e_k} - w_{fk}C_{d_k}) \quad (\text{A.20})$$

#### 4. 作用層源 $S_f$

作用層源之產生乃肇因於母層(active stratum)頂面之升降，當其下降時，

$$S_f = -\rho_s(1-p)\frac{\partial}{\partial t}[(\beta_s)_k(z_b - E_m)] \quad (\text{A.21})$$

式中  $(\beta_s)_k$  = 母層中某一顆粒  $k$  之粒徑百分比；若母層厚度增加，即其頂面上升時，(A.21)式中  $(\beta_s)_k$  以  $\beta_k$  取代。

#### 5. 作用層厚度 $E_m$

沖刷現象發生時，根據 Bennet and Nordin (1977)之研究，可以下式表示：

$$E_m = -C_{em}(z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (\text{A.22})$$

式中  $C_{em}$  為一數值參數，模式暫取為 20。

當河床表面接近護甲條件時，作用層厚度接近零，在這種情況下，可用 Borah 等(1982)所提出護甲層之厚度，予以修正：

$$E_m = -C(z_b^{n+1} - z_b^n) + \frac{1}{\sum_{k=m}^K \beta_k} \frac{D_m}{1-p} \quad (\text{A.23})$$

式中， $D_m$  = 不產生移動的最小顆粒粒徑。

另外，作用層在淤積期間可定義為：

$$E_m^{n+1} = E_m^n + (z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (\text{A.24})$$

#### (3) 沉滓運移邊界條件

沉滓運移求解的為之變數為深度平均懸浮載濃度  $\bar{C}$ 、粒徑百分比  $\beta$  及河床高程  $z_b$ 。渠道入流邊界設定為入流濃度分布，渠道出流邊界條件為  $\partial \bar{C} / \partial \xi = 0$ 。在固體邊界處，由於控制方程式並不具有動量方程式，因此動床子模式沿用謝(2003)

之概念，邊界條件設定為 $\partial\bar{C}/\partial\xi=0$ 。 $\beta$ 及 $z_b$ 之入流邊界條件則以已知值設定，由於下游邊界坡度通常較為平緩，邊界條件可以設為 $\partial\beta/\partial\xi=0$ 與 $\partial z_b/\partial\xi=0$ ，在固體邊界部分同樣設定為 $\partial\beta/\partial\xi=0$ 與 $\partial z_b/\partial\xi=0$ 。



## 附錄 B 模式數值方法

### B.1 水理部分

#### (1) 分割操作趨近法

本研究使用分割操作之概念，將求解動量方程式之過程分成延散、傳播以及浸沒邊界求解三個步驟。其中延散步驟求解移流項以及擴散項，傳播步驟則求解壓力項、底床剪應力項及連續方程式，浸沒邊界求解步驟則進行內部邊界虛擬力之求解。根據以上所述將水理控制方程式改寫為

#### 延散步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -(V^n \cdot \nabla)V^{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot T^{n+\frac{1}{2}} \quad (\text{B.1})$$

#### 傳播步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n^*} - \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -g \nabla (z_b + d)^{n^*} - \frac{\tau_d}{\rho d} \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla \cdot V^{n^*} = 0 \quad (\text{B.3})$$

上方各方程式中， $V$  代表流速在各方向之分量； $T$  代表擴散項及延散項；上標  $n+1$  表示在  $(n+1)\Delta t$  時刻之未知變數； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ ；上標  $n$  代表在  $n\Delta t$  時刻之已知變數；上標  $n+1/2$  及  $n^*$  分別代表求解傳播與浸沒邊界步驟時，在  $n\Delta t$  與  $(n+1)\Delta t$  時刻之間的未知變數。

將(B.1)至(B.3)之一般式表示如下

#### 延散步驟

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u} \bar{v} - \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{v}^2 \right] \\
& + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_1 T_{11}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{12}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{12} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{22} \\
& + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[ -(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right]
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{u} \bar{v} + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u}^2 \right] \\
& + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 T_{12}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{22}) - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{11} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{12} \\
& + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[ -(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right]
\end{aligned} \tag{B.5}$$

傳播步驟

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{g}{h_1} \left( \frac{\partial(z_b + d)}{\partial \xi} \right) - \frac{C_f \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{d} \tag{B.6}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{g}{h_1} \left( \frac{\partial(z_b + d)}{\partial \xi} \right) - \frac{C_f \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{d} \tag{B.7}$$

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} d) = 0 \tag{B.8}$$

對  $n+1$  時刻之水深  $d^{n+1}$  做線性化處理，剔除高階項並保留一階項，則(B.8)式可改寫為

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \alpha_1 \frac{\partial(\Delta d)}{\partial \xi} + \beta_1 \Delta d + \gamma_1 \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \alpha_2 \frac{\partial(\Delta d)}{\partial \eta} + \beta_2 \Delta d + \gamma_2 \right] = 0 \tag{B.9}$$

$$\begin{aligned}
& \text{式 中 } \alpha_1 = -\frac{h_2 g \Delta t}{C_\tau h_1} d^n \quad ; \quad \beta_1 = \frac{h_2}{C_\tau} \bar{u}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_2 g \Delta t}{C_\tau h_1} \left[ \frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial d^n}{\partial \xi} \right] \quad ; \quad \gamma_1 = \beta_1 d^n \quad ; \\
& \alpha_2 = -\frac{h_1 g \Delta t}{C_\tau h_2} d^n \quad ; \quad \beta_2 = \frac{h_1}{C_\tau} \bar{v}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_1 g \Delta t}{C_\tau h_2} \left[ \frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \eta} + \frac{\partial d^n}{\partial \eta} \right] \quad ; \quad \gamma_2 = \beta_2 d^n \quad ;
\end{aligned}$$

$$C_\tau = 1 + \Delta t \frac{C_f \sqrt{(\bar{u}^{n+\frac{1}{2}})^2 + (\bar{v}^{n+\frac{1}{2}})^2}}{d^n} ; \Delta d = d^{n+1} - d^n .$$

## (2) 數值差分式

延散及傳播兩步驟採用隱式數值方法求解。模式採用控制體積(control volume)法之觀念來離散控制方程式，控制體積法的基本概念如圖 B.1(a)圖 B.1(b)及所示，其中圖 B.1(a)為實際區域，圖 B.1(b)則為計算區域，E、W、N、S 代表相鄰之格點，e、w、n、s 代表控制面。在水理控制方程式部分，除移流項採用一階精度之混合型上風法(hybrid scheme)(Spalding 1972)外，其餘的空間差分採用二階精度之中央差分法，時間差分則使用簡單的前項差分法。浸沒邊界求解步驟中之虛擬力為純量，則無須進行差分。

中央差分法表示如下：

$$\left( \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)_p^{n+1} = \frac{\Psi_e^{n+1} - \Psi_w^{n+1}}{\Delta \xi} \quad (\text{B.10})$$

$$\left( \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)_p^{n+1} = \frac{\Psi_n^{n+1} - \Psi_s^{n+1}}{\Delta \eta} \quad (\text{B.11})$$

式中， $\Psi$  代表了在 e、w、n、s 四個控制面之  $u$ 、 $v$ 、 $h_1$ 、 $h_2$ 、 $d$ 、 $z_s$  和  $z_b$

$$\Psi_e^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_E^{n+1} + \Psi_P^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i+1,j}^{n+1} + \Psi_{i,j}^{n+1})$$

$$\Psi_w^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_P^{n+1} + \Psi_W^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1})$$

$$\Psi_n^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_N^{n+1} + \Psi_P^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j+1}^{n+1} + \Psi_{i,j}^{n+1})$$

$$\Psi_s^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_P^{n+1} + \Psi_S^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1})$$

混合型上風法由上風法(upwind scheme)與中央差分法組合而成，當移流效應重要時，採用上風法；而移流效應不重要時，則採用中央差分法。移流效應之重要程度以格網雷諾數(mesh Reynolds number)  $Re_x$ 、 $Re_y$  做為判斷之因子，當  $|Re_x|$  或  $|Re_y|$  大於 2 時，代表移流效應重要，差分方法採用能反應方向性的上風法； $|Re_x|$  或  $|Re_y|$  小於 2 時，移流效應視為不重要，差分方法採用中央差分法。

混合型上風法應用於本研究移流項的處理可表示為

$$\frac{\bar{u}^n}{h_1} \left( \frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \xi} \right) = 0.5 \frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left[ (1 - \alpha_x) \left( \frac{\Phi_{i+1,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \xi} \right) + (1 + \alpha_x) \left( \frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta \xi} \right) \right] \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\bar{v}^n}{h_2} \left( \frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \eta} \right) = 0.5 \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left[ (1 - \alpha_y) \left( \frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \eta} \right) + (1 + \alpha_y) \left( \frac{\Phi_{i,j-1}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \eta} \right) \right] \quad (\text{B.13})$$

其中

$$\alpha_x = \begin{cases} 0 & |R_x| \leq 2 \\ 1 & R_x > 2 \\ -1 & R_x < -2 \end{cases} ; \alpha_y = \begin{cases} 0 & |R_y| \leq 2 \\ 1 & R_y > 2 \\ -1 & R_y < -2 \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

在上列諸式中， $R_x = \frac{\bar{u}_{i,j}^n h_{1,i,j} \Delta \xi}{\mu / \rho}$ ； $R_y = \frac{\bar{v}_{i,j}^n h_{2,i,j} \Delta \eta}{\mu / \rho}$ ； $\mu$  = 流體動黏滯係數(dynamic viscosity)； $\Phi$  可代表  $\bar{u}$  或  $\bar{v}$ 。

## B.2 沉滓運移部分

### (1) 結合演算法

假定底床是為  $k$  種粒徑所組成，則與沉滓運移有關之控制方程式包含  $k$  個深度平均懸浮載之質量守恆方程式(A.12)、 $k$  個作用層質量之守恆方程式(A.13)及一個整體河床沉滓運移之質量守恆方程式(A.14)。求解的未知變數為  $k$  個深度平均懸浮載濃度  $C$ 、 $k$  個粒徑百分比  $\beta$  及河床高程  $z_b$ 。

由於各物理量有高度之相關性，如河床質與懸浮質藉著懸浮載源  $S$  連結，河床高程  $z_b$  及作用層內之粒徑百分組成  $\beta$  又因懸浮載源  $S$  而變動等，故有賴耦合演算方式以求解此三條方程式。A.13 式及 A.14 式式為雙曲線偏微分方程式，而 A.12 式為雙曲線-橢圓形混合之偏微分方程式，因此聯立解此三方程式時，須先對 A.12 式作一適當處理。

式 A.12 為延散方程式，解此方程如同解水流運動方程式，分成下列二個步驟：

#### 1. 移流及反應(advection-reaction)步驟

$$\left(\frac{d\bar{C}}{dt}\right)^a + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{d\bar{C}}{d\xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{d\bar{C}}{d\eta} = \frac{S}{\rho d} \quad (\text{B.15})$$

## 2. 擴散(diffusion)步驟

$$\frac{d\bar{C}}{dt} - \left(\frac{d\bar{C}}{dt}\right)^a = \frac{1}{h_1 h_2 d} \frac{d}{d\xi} \left( \varepsilon_1 \frac{h_1}{h_2} \frac{d\bar{C}}{d\xi} \right) + \frac{1}{h_1 h_2 d} \frac{d}{d\eta} \left( \varepsilon_2 \frac{h_1}{h_2} \frac{d\bar{C}}{d\eta} \right) \quad (\text{B.16})$$

分解之後的懸浮載質量守恆方程式，移流及反應步驟為一雙曲線偏微分方程式，擴散步驟則為橢圓偏微分方程式。先求解(A.13)、(A.14)及(B.16)三式之聯立方程，接著將求解得到的各變數之中間值與(B.16)式進行反覆之疊代至收斂。

### (2) 數值差分式

採用與水理部分相同之差分概念，以圖 B.1 中之主格點  $P$  為例，式(A.13)及式(A.14)之離散化方程式可分別表為：

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_s(1-p)}{\Delta t} [(\beta E_m)_p^{n+1} - (\beta E_m)_p^n] + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} [h_{2e}(q_{b1})_e^{n+1} - h_{2w}(q_{b1})_w^{n+1}] \\ & + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} [h_{2e}(q_{b1})_e^n - h_{2w}(q_{b1})_w^n] + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} [h_{1n}(q_{b2})_n^{n+1} - h_{1s}(q_{b2})_s^{n+1}] \\ & + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} [h_{1n}(q_{b2})_n^n - h_{1s}(q_{b2})_s^n] + 0.5S_p^{n+1} + 0.5S_p^n - (S_f)_p = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_s(1-p)}{\Delta t} [(z_b)_p^{n+1} - (z_b)_p^n] + \frac{1}{h_{1p} h_{2p}} \sum \{0.5[h_{2e}(q_{b1})_e^{n+1} - h_{2w}(q_{b1})_w^{n+1}] \\ & + 0.5[h_{2e}(q_{b1})_e^n - h_{2w}(q_{b1})_w^n] + 0.5[h_{1n}(q_{b2})_n^{n+1} - h_{1s}(q_{b2})_s^{n+1}] \\ & + 0.5[h_{1n}(q_{b2})_n^n - h_{1s}(q_{b2})_s^n]\} + \sum [0.5S_p^{n+1} + 0.5S_p^n] = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

懸浮載質量守恆方程式之移流及反應步驟可採用特性法求解，(B.15)式之等式左邊各項，可以全微分表示，為

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} = \frac{DC}{Dt} \quad (\text{B.19})$$

則(B.15)式變為

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{S}{\rho d} \quad (\text{B.20})$$

在正交曲線座標上，其方向軌跡為：

$$\frac{h_1 d\xi}{dt} = U \text{ 和 } \frac{h_2 d\eta}{dt} = V \quad (\text{B.21})$$

圖 B.2 為質點運動軌跡之示意圖，A 點為  $t^{n+1} = (n+1)\Delta t$  時之到達點，D 點為  $t^n$  時之離開點。要解(B.20)式之全微分項，必須先解(B.21)式，即求出其積分路徑。由於模式採用固定格點，故離開點不能保證剛好落在格點上，而須以鄰近格點採內差法求之。

由於底床載方程式與懸浮載方程式在時間尺度上相差很大，即底床載移動量遠小於懸浮質移動量。在必須聯立求解前提下，移流及反應步驟之懸浮載方程式(B.19)須使用較大之可蘭數(Courant number)，但大可蘭數將導至軌跡線必須穿過若干個格網方能落在  $t^n$  平面上，為求出質點之移動軌跡，路徑求解採分段方式處理，如圖 B.3 所示。

### 1. 運移軌跡之計算

對某一粒徑，如以從  $D_l$  積至  $A_l$  之軌跡為例，則：

$$\xi_D^{(m+1)} = \xi_A - \frac{(u_A + u_D^{(m)})}{2h_{1M}^{(m)}} (t_A - t_D^{(m+1)}) \quad (\text{B.22})$$

$$\eta_D^{(m+1)} = \eta_A - \frac{(v_A + v_D^{(m)})}{2h_{2M}^{(m)}} (t_A - t_D^{(m+1)}) \quad (\text{B.23})$$

$$t_D^{(m+1)} = t_A - \min\left[\frac{h_{1M}^{(m)}(\xi_D^{(m)} - \xi_A)}{\frac{1}{2}(u_A + u_D^{(m)})}; \frac{h_{2M}^{(m)}(\eta_D^{(m)} - \eta_A)}{\frac{1}{2}(v_A + v_D^{(m)})}\right] \quad (\text{B.24})$$

式中，下標  $A$ 、 $D$  表示在到達和離去點的軌跡， $M$  為  $A$ 、 $D$  之中點值；上標  $m$  表疊代次數。此疊代過程係為求得離去點  $D_l$  之座標值。

### 2. 移流及反應步驟之離散方程式

當運動軌跡已知後，可積分(B.20)式，以圖 B.3 之軌跡為例，其離散化之方程式為：

$$C_A - C_{D_L} = \sum_{l=L}^2 \left[ \left( \frac{S_{D_l}}{\rho d_{D_l}} + \frac{S_{D_{l-1}}}{\rho d_{D_{l-1}}} \right) \frac{t_{D_{l-1}} - t_{D_l}}{2} \right] + \left( \frac{S_{D_1}}{\rho d_{D_1}} + \frac{S_A}{\rho d_A} \right) \frac{t_A - t_{D_1}}{2} \quad (\text{B.25})$$

另外，懸浮載質量守恆之擴散項之數值方法，同水理部分之延散步驟，時間項採用前項差分方法，擴散項採用中央差分法

## (2) 數值解析法

在主格點  $P$  (如圖 B.1 所示) 上之離散化方程式共有  $k$  個 B.17 式, 1 個 B.18 式及  $k$  個 B.25 式。而在  $P$  點上之未知量, 可以如下向量表示之:

$$\vec{s}^{n+1} = (z_b^{n+1}, C_1, \beta_1, \dots, C_k, \beta_k, \dots, C_K, \beta_K) \quad (\text{B.26})$$

或更簡潔為

$$\vec{s}^{n+1} = (s_1, s_{2k}, s_{2k+1}) \quad k=1, K \quad (\text{B.27})$$

式中  $k$  為粒徑  $k$  之代號。則 B.17 式、B.18 式及 B.25 式可分別寫成:

$$F_1(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad (\text{B.28})$$

$$F_{2k}(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad k=1, K \quad (\text{B.29})$$

$$F_{2k+1}(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad k=1, K \quad (\text{B.30})$$

(B.28)至(B.30)為一非線性代數式, 可加以線性化後, 利用 Newton-Raphson 法疊代求解:

$$\left[ \frac{\partial F_1}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_1({}^m \vec{s}^{n+1}) \quad (\text{B.31})$$

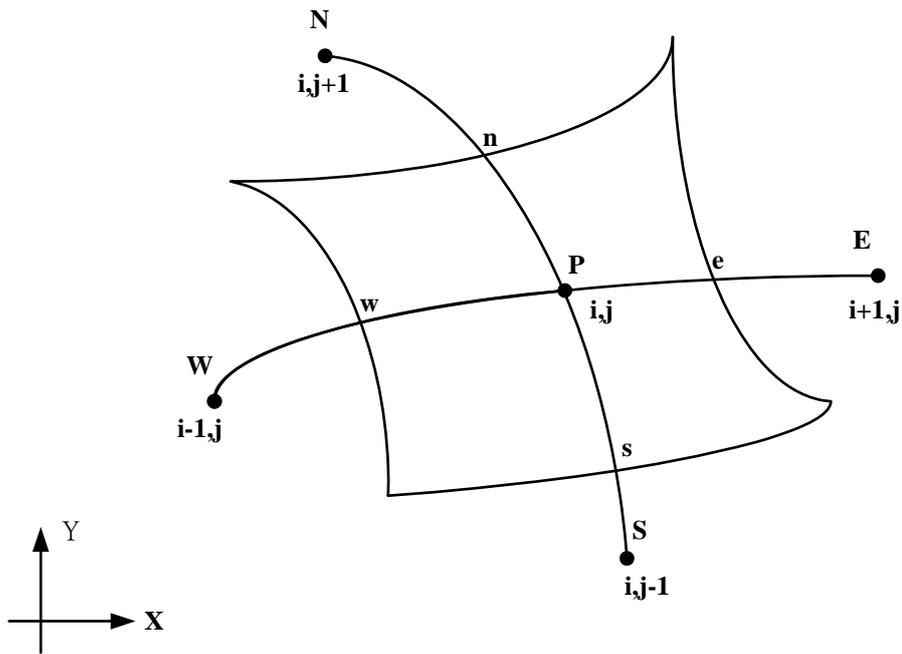
$$\left[ \frac{\partial F_{2k}}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_{2k}({}^m \vec{s}^{n+1}) \quad k=1, K \quad (\text{B.32})$$

$$\left[ \frac{\partial F_{2k+1}}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_{2k+1}({}^m \vec{s}^{n+1}) \quad k=1, K \quad (\text{B.33})$$

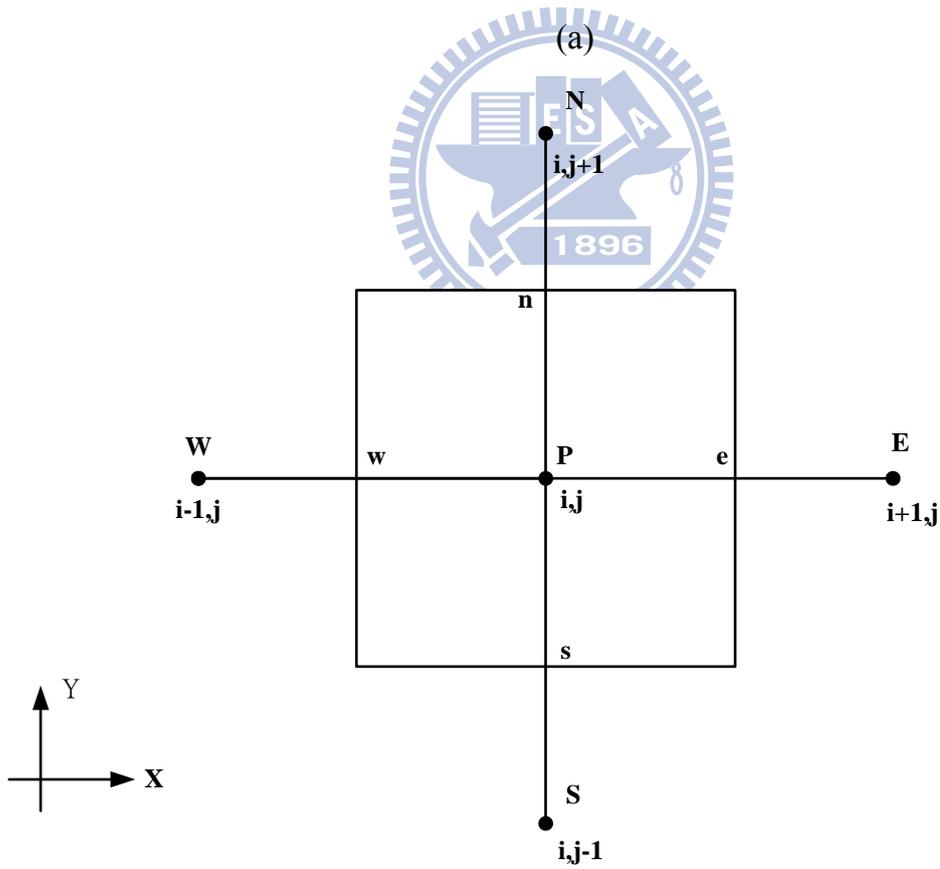
式中,  $\left[ \frac{\partial F}{\partial \vec{s}} \right]$  為 Jacobian 係數矩陣中之一列向量;  ${}^m \vec{s}^{n+1}$  為前一次疊代未知向量;  $\Delta \vec{s}$  為疊代修正向量, 可表為  $\Delta \vec{s} = (\Delta s_1, \Delta s_{2k}, \Delta s_{2k+1})$ 。解得修正向量  $\Delta \vec{s}$  後, 可得新的  ${}^{m+1} \vec{s}^{n+1}$  向量:

$${}^{m+1} \vec{s}^{n+1} = {}^m \vec{s}^{n+1} + \Delta \vec{s} \quad (\text{B.34})$$

當達到  $\Delta \vec{s} \leq \varepsilon_s$  ( $\varepsilon_s$  為收斂容許誤差值) 之收斂條件時, 疊代得以結束。

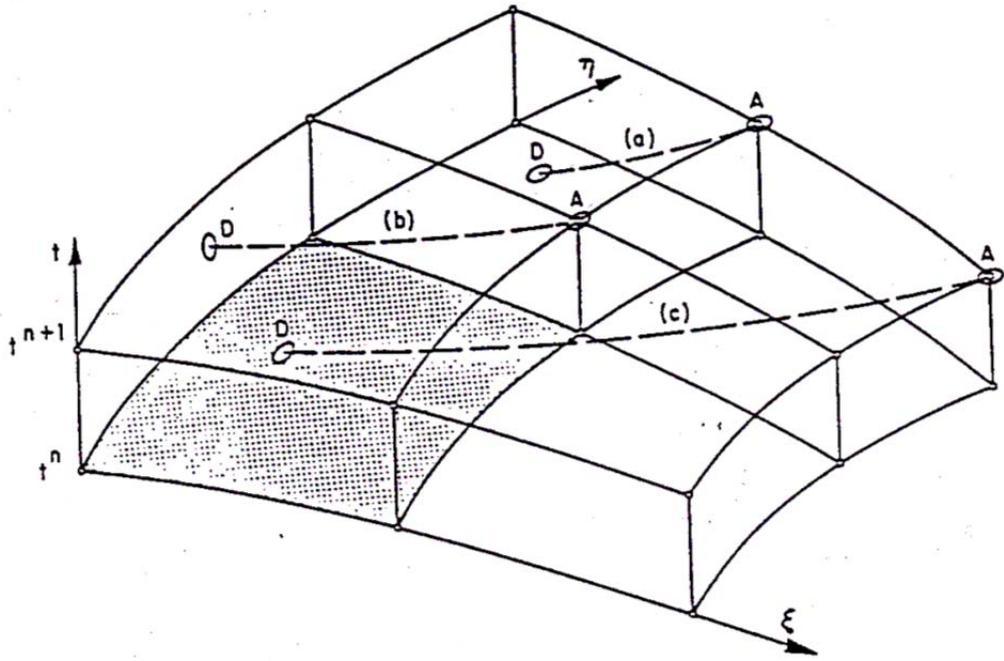


(a)



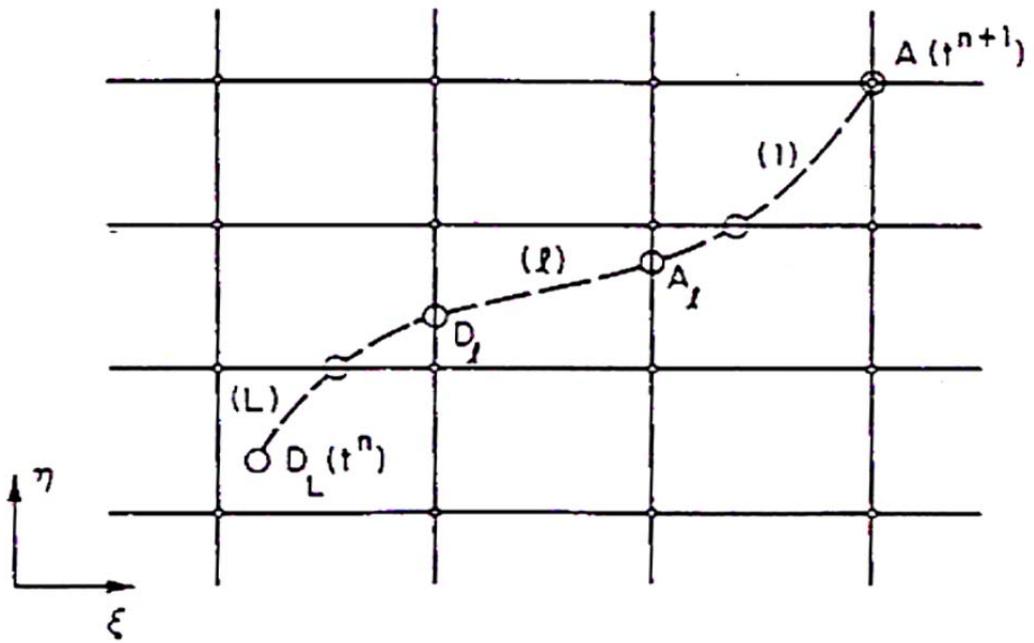
(b)

圖 B.1 控制體積法示意圖 (a)實際區域；(b)計算區域



資料來源：Spasojevic 1988

圖 B.2 質點運移軌跡示意圖



資料來源：Spasojevic 1988

圖 B.3 質點運移軌跡在計算平面之示意圖