國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

實質選擇權評價供水及污水系統BOT計畫
－最低營收保證複式選擇權

研 究 生：鄭偉廷

指導教授：黃玉霖 博士

中 華 民 國 九 十 四 年 八 月

實質選擇權評價供水及污水系統 BOT 計畫

－最低營收保證複式選擇權

研 究 生：鄭偉廷　　Student：Wei-Ting Cheng

指導教授：黃玉霖　　Advisor：Dr. Yu-Lin Huang

國 立 交 通 大 學

土木工程學系

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Civil Engineering

August 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年八月

實質選擇權評價供水及污水系統BOT計畫

－最低營收保證複式選擇權

研 究 生：鄭偉廷　　　　　　　　　　　　　指導教授：黃玉霖 博士

國立交通大學土木工程學系（研究所）碩士班

摘要

BOT基礎建設投資計畫通常含有許多風險，政府為了社會公利與民間利益之平衡，通常會給予特許公司保證政策以吸引民間參與公共建設。從選擇權的觀點來看，保證政策如同選擇權一樣，具有消除投資人下方風險的功能。在不確定性高的情況下，以實質選擇權方法來評價投資計畫較能表現出計畫的價值。本研究同時考慮投資選擇權及最低營收保證選擇權，建構複式選擇權評估模式。並以一個污水系統BOT計畫作為案例驗證。研究結果顯示：若只將投資選擇權與最低營收保證選擇權之價值相加會高估計畫之價值，需以複式選擇權評估模計算才能真正表現計畫的整體價值。

關鍵詞：民營化，實質選擇權，複式選擇權，最低營收保證。

Valuation of the Real Options to Water and Wastewater System in BOT Project: Minimum Revenue Compound Option

Student：Wei-Ting Cheng　　Advisor：Dr. Yu-Lin Huang

Department of Civil Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

BOT infrastruct projects usually involve substantial risks. In order to balance public benefits, host governments often provide guarantees in BOT infrastructure projects to attract private sector investors. From the options perspective, a guarantee and an option are similar in sense that they can provide a downside protection to their holders. A real options approach is proposed to recognize and capture project values hidden in dynamic uncertainties. This article develops a BOT project investment evaluation model that considers investment and minimum revenue guarantee decisions as compound options. A wastewater system in BOT project is used as a real case to apply the derived models. The results show that the project value of option to investment and minimum revenue guarantee are not straight additive, due to the interaction between these two options.

Keywords: BOT, real options, compound options, minimum revenue guarantee.

誌謝

本文承蒙指導教授黃玉霖博士的悉心指導，在此謹致上由衷的敬意與謝忱。導師於研究生涯期間，對於論文研究給予啟發與建議，使我的眼光更加開拓。此外，特別感謝本校財金所許和鈞教授，在我修習財金所課程期間，提供許多專業的財金知識，並給予論文寶貴的建議，使我的論文得以更加完善。

在研究所求學過程中，感謝蒔霈、鍵銘、明聰、俊男、志平、啓倫及二位世宏學長給予我精神上的支持與鼓勵，以及謝謝哲輝、育霖、冠文、銘利、明祥、奉宜、正倫、政曉、文彬、威樑和佩茹在這段時間與你們相處，使我在新竹的二年日子過的更加充實與快樂。謝謝學弟們在我碩二最繁忙時侯，將組上的事務及活動處理的很好，使我能專心作研究。

最後，謹將此論文獻給我敬愛的父母與家人，感謝他們無微不至的關懷與照顧。

目錄

圖目錄

表目錄

符號說明

R	：	營運收入
I	：	投入成本
M	：	最低營收保證收入
μ	：	計畫折現率
α	：	營運收入預期成長率
σ	：	營運收入預期成長率標準差
ε	：	成本預期成長率
ξ	：	最低營收保證收入預期成長率
δ_R	：	營運收入成長率不足折現之差額
δ_I	：	成本成長率不足折現之差額
δ_M	：	最低營收保證成長率不足折現之差額
Ω	：	投資組合
r	：	無風險利率
t	：	興建期之時間
T_i	：	營運期之時間, i=1,2,3…
$H(v)$	：	單位步階函數
$N(\bullet)$	：	標準常態分配累積機率函數
$F(R,I;0)$	：	投資選擇權 (單一選擇權)
f	：	放棄投資之價值
$G(R,M;0)$	：	最低營收保證擇權 (單一選擇權)
$FG(R,I,M;0)$	：	投資及最低營收保證選擇權 (複式選擇權)
$N(x,y;\rho)$	：	二元標準常態分配累積機率
X	：	臨界值

第1章　緒論

1.1 研究動機

由於公共建設具有投入金額龐大、風險高、回收期長等特質，且民間業者主導或控制專案外部效益的權利易受侵犯或剝奪、預期獲得的專案內部效益價值不高，導致民間參與公共建設的投資意願低落。但在良好的 BOT 機制及配套措施下，政府則能借重民間的技術及效率來興建或營運公共建設，除了可以減輕政府的財政負擔，亦可為民間業者帶來商機，帶動國家的經濟發展。

政府為了促進國家經濟建設之發展，在「政府最大的審慎」的原則下鼓勵「民間最大的參與」，先後制定了「獎勵民間參與交通建設條例(Statute for Encouragement of Private Participation in Transportation Infrastructure Projects)」及「促進民間參與公共建設法(Act for Facilitation of Private Participation in Infrastructure Projects)」以利民間參與公共建設政策之推動。「促參法」與「獎參條例」均提供了民間參與公共建設(Private Participation in Infrastructure, PPI)相當完備的政策配套措施；包括土地取得與開發協助、資本金融市場開放、資金取得協助與租稅優惠、風險分擔等…。而最低營收保證即是在風險分擔項目中的營運風險部分，政府提供最低營收保證的調節機制來分擔營收風險。

對於含有高度不確定性的 BOT 投資計畫，傳統的 NPV 法無法適當地表達在投資決策上的彈性，只以 NPV 法來評估投資計畫似乎不足以因應外在環境的改變。從選擇權的觀點來看，投資決策可視為一個買權，最低營收保證可視為一個賣權。因此，若在評估投資計畫時能加入實質選擇權的觀念，可彌補 NPV 法的不足，將能完整展現 BOT 投資計畫的價值。因此本研究嘗試以實質選擇權評價法，來評估在有提供營收保證下，計算投資 BOT 計畫之彈性價值。

1.2 研究目的

本研究的主要目的包括：

一、運用實質選擇權分析的觀念於 BOT 投資計畫，以 Black-Schole 選擇權評價模式評估 BOT 計畫投資價值。

二、對於政府提供 BOT 投資計畫之最低營收保證承諾，以 Black-Schole 選擇權評

價模式評估含有最低營收保證之 BOT 投資計畫價值。

三、以 Geske 的複式選擇權評估在擁有最低營收保證選擇權下，投資 BOT 投資計畫價值的選擇權價值。

四、透過案例驗證，以瞭解實質選擇權評價方法如何應用於供水及污水系統 BOT 投資計畫。

1.3 研究方法與步驟

本研究將透過下列方法及步驟進行：

一、文獻蒐集與回顧：

彙整有關民間參與公共建設及選擇權等理論文獻，蒐集 BOT 模式及實質選擇相關期刊論文，研讀瞭解觀念及研究成果，加以歸納整理。

二、問題分析：

本研究重點在於利用選擇權的觀對於 BOT 投資計畫進行研究，以實質選擇權評價模式分析 BOT 計畫之投資與否以及政府提供最低營收保證的價值問題。最後以複式選擇權的觀念來分析在投資選擇權下，擁有最低營收保證之投資價值。

三、評價模式推導

建立 BOT 投資計畫投資與最低營收保證之 Black-Scholes 偏微分方程式，並求推導出 Black-Scholes 實質選擇權評價模式。再以 Geske 複式選擇權分析結合投資及最低營收保證選擇權，推導投資及最低營收保證複式選擇權評價模式。

四、模式之驗證

使用高雄市楠梓區污水下水道系統之財務可行性分析資料進行投資選擇權、最低營收保證選擇權、投資及最低營收保證複式選擇權評價模式之驗證，並與傳統 NPV 法作比較。

五、結果分析

對於實質選擇權評價模式之驗證結果進行探討。

1.4 研究流程

本研究之研究流程如圖 **1-1** 所示：

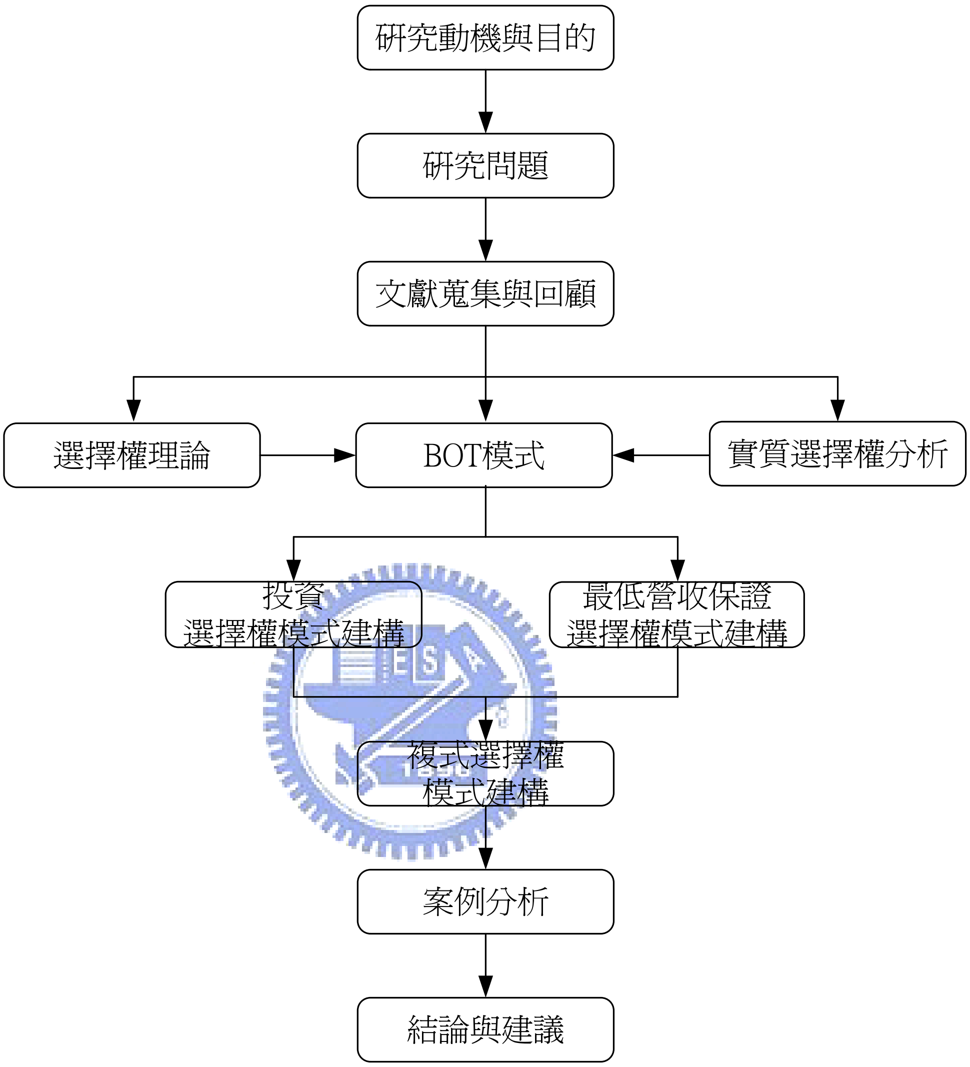


圖 1-1　研究流程

1.5 研究架構

本研究論文共分為五章，各章內容敘述如下：

第一章　緒論

說明本研究之研究動機、目的、方法與流程。

第二章　文獻回顧

蒐集傳統投資評估與實質選擇權評估之相關文獻並加以整理。

第三章　投資選擇權評估模式

利用 B-S 模式來建構 BOT 計畫投資選擇權評估模式。

第四章　最低營收保證選擇權評估模式

利用 B-S 模式與買權賣權等價理論建構 BOT 計畫最低營收保證選擇權評估模式。

第五章　投資及最低營收保證選擇權評估模式

利用 Geske 複式選擇權模式建構 BOT 計畫投資及最低營收保證複式選擇權評估模式。

第六章　案例分析

以高雄市楠梓污水下水道系統 BOT 計畫為例進行投資選擇權、最低營收保證選擇權及投資及最低營收保證複式選擇權進行分析。

第七章　結論與建議

對於 BOT 計畫投資選擇權、最低營收保證選擇權及投資及最低營收保證複式選擇權分析之結果，提出結論與建議。

第2章　文獻回顧

2.1 BOT 模式

2.1.1 BOT 的定義

所謂 BOT，乃是“興建-營運-轉移”(Build-Operate-Transfer)的縮寫，原意是由民間機構投資興建公共建設，並取得經營權，營運一段時間，待投資完全回收後，再將該建設的資產移轉給政府，同時喪失經營權。

BOT 之理論起源自英國經濟學家 E. Chadwick (1800-90)“competition-for-the-field”的原理；該原理利用特許競標(concession tendering)以解決公共設施的壟斷和惡性競爭問題。而後，美國經濟學家 H. Demsetz 重新將之發揚光大，倡導利用特許權競標以取代管制(economic regulation)，避免管制所引發之行政及效率問題。1979 年英國首相柴契爾(Margaret Thatcher)一方面推動「3Es」改革，即注重經濟(economy)、效率(efficiency)及效能(effectiveness)來改善財務管理；另一方面積極推重國營事業民營化，使民營化的風潮擴展至世界各地，促成現在所謂的 BOT 模式。

事實上，BOT 只是民間參與公共建設(Private Participation in Infrastructure, PPI)的一種特許模式(concession model)。所謂民間參與公共建設，乃是民間機構透過競標或申請、審核等公開程序，取得參與公共建設的權利，並承諾履行該公共建設之籌辦、資金取得、興建、營運及轉移等工作之全部或部份義務；而參與投資權利之取得，主要係透過特許競標。除了 BOT 之外，尚有很多其他民間參與公共建設的方式，如 BO、BOO、BOOT…等，整理如表 2-1。

表 2-1　民間參與公共建設之類型與意義

	類型	意義
1	BO (Build-Operate)	政府賦予民間機構超統包(duper-turnkey)的責任，並在雙方合意的費用協議下，賦予其營運與維修之義務
2	BOO (Build-Own-Operate)	由民間機構興建並擁有所有權，自為營運或委託第三人營運
3	BOOT (Build-Own-Operate-Transfer)	由民間機構興建並擁有所有權，自為營運或委託第三人營運一段時間後，將所有權移轉政府
4	BOOTT (Build-Operate-Own-Transfer-Training)	在開發中國家，由於技術較落後，公共建設於民間(通常為外商)營運期滿後交還政府，須特別加強技術之訓練與傳承，因而多加一項訓練的要求
5	BOTO'T (O'T 代表第二階段之後的營運循環)	BOT 特許期滿後，專案公司將專案之公共設施移轉政府，政府可以自行負責營運，亦可尋覓其他適當廠家，進行另一循環之營運合約
6	BT (Build-Transfer)	由民間機構籌資興建，待工程部分或全部完工後，政府再一次或分次償還工程款；或稱延遲付款(deferred payment)
7	BTO (Build-Transfer-Operate)	由民間機構籌資興建完成後，先將公共建設所有權轉移予政府，再由該民間機構營運一段時間
8	BTL (Build-Transfer-Lease)	由民間機構籌資興建完成後，先將公共建設所有權移轉予政府，再由政府出租予民間機構使用
9	BLT (Build-Lease-Transfer)	由民間機構籌資興建完成後，將公共建設租予政府使用，待租期屆滿後，一併將所有權移轉政府
10	OT (Operate-Transfer)	政府將已興建完成之公共建設，委託民間機構經營一定期限後，移轉予政府；或稱「公有民營」或「公辦民營」
11	ROT (Refurbish-Operate-Transfer)	政府將老舊的公共建設交由民間機構投資改建或增建，待營運一段時間，再將所有權移轉政府
12	ROO (Refurbish-Own-Operate)	政府將老舊的公共建設交由民間機構投資改建或增建，民間機構於完工後擁有該建設之所有權並為營運
13	LROT (Lease-Refurbish-Operate- Transfer)	由民間機構向政府承租老舊公共建設，並為投資改建或增建，待營運一段時間，再將所有權移轉政府
14	DBFO (Design-Build-Finance-Operate)	民間機構興建完成後，不直接向使用者收費，而是依據公、私部門雙方同意的計價方式計算出影子費率(shadow rate)，並載入特許契約，在特許營運期間內，由政府編列的預算直接依契約支付費用于特許公司

資料來源：參考 Huang(1995)、劉憶如、王文宇、黃玉霖(2000)、陳宥杉(1999)。

2.1.2 國外 BOT 配套措施

由於民間業者參與公共建設往往牽涉層面複雜且投資金額龐大，因此各國政府均會直接或間接提供配合措施，以降低民間業者的投資風險，提高參與公共建設之意願。各國對 BOT 專案所以供配合措施，以下七種為主：

1. 支援性貸款(support loans)

政府提供支援性貸款給參與 BOT 的民間公司，使其順利取得資金。

2. 最低營收保證(minimum operating revenue guarantee)

政府為了確保民間公司參與之意願，提供最低營收保證以確保特許公司在營運時有最低收益的保障。

3. 經營現有設施特許權(concession to operate existing facility)

政府提供參與 BOT 的特許公司經營現有設施的特許權，以降低特許公司的融資需求。

4. 營運自主性(commercial freedom)

政府為提高民間參與 BOT 之意願，提供營運上之自主性或半自主性的保證，包括可以自主或半自主調整費率的權利。

5. 匯兌保證(foreign exchange guarantee)

開發中國家籌措鉅額之建設資金，往往須引進國外資金，因此政府提供外匯保證以吸引外資參與建設。

6. 利率保護(interest rate guarantee)

政府為避免特許公司因利率上升而超支的利息費用，提供利率上升超過某程度時，將補償特許公司因利率上升而超支的利率費用。

7. 無相同競爭設施保證(no second facility guarantee)

政府為提高民間參與 BOT 之意願，承諾在幾年內不興建相同競爭設施的保證。

表 2-2　各國政府提供 BOT 計畫案例補貼措施

專案名稱	英法海底隧道	馬來西亞 高速公路	香港東區 海底隧道	澳洲雪梨 過港隧道	泰國曼谷 第二高速公路	台灣南北 高速鐵路
建造成本 (億美元)	120	18	5.65	5.5	8.8	125
自有資金要求	20%	8%	28%	2900 萬權利金	20%	25%
特許期間	原為 55 年 後來延長為 99 年 (1987~2086)	30 年 (1988~2018)	公路部份 30 年 鐵路部份 20 年 (1986 起算)	30 年 1992~2022)	30 年 (1988~2018)	35 年 (1998~2033)
預估稅前 報酬率	15% 目前為虧損	12~17%	N.A. 獲利良好	6% (通貨膨脹率平減後)	15%	IRR 約 14%
費率制定	自由調整	依物價指數調整	由政府與道路公司協商訂定	由政府制訂，因應物價調漲上限為澳幣 0.5 元	由政府制訂，且 15 年內調幅不能超過美金 0.8 元	依交通部費率委員會所訂基本費率與調整機制進行訂價，基本費率調整須經交通部同意
融資來源	從 209 家跨國銀行聯貸 85 億美金	從國內 45 家民營銀行聯貸，佔總資金比例 56%	道路鐵路分開融資，72 %資金採計畫性融資方式取得，鐵路部份以長期租賃契約方式向香港捷運局取得 9 億港幣之擔保	50%資金以發行 30 年期國內公債方式籌措	從國內取得資金貸款與股權融資	政府提供中長期資金透過銀行辦理貸款協助但不保證成功，最後透過政府、銀行、高鐵三方協議之基礎完成融資安排
最低營收保證	政府簽約買斷 50%之運量	經營期前 17 年有最低營收保證	N.A.	有	無	無

資料來源：國道新建工程民營化(BOT)之研究－台中環線段民營化策略規劃及資訊備忘錄附錄 C，1994 年。

表 2-1　各國政府提供 BOT 計畫案例補貼措施(續)

外匯保證(補貼)	無	匯率下跌超過 15%，由政府補貼損失	無	無	無	無
利率保證	無	當利率上升超過 20%時，可由償債本金中扣除超支利息	可採利率上限選擇權規避利率風險	無	無	無
政府其他特別補貼	無	無	特許經營者免稅	無	可以和政府共同分享第一高速公路的營收	無
政府特別立法	海峽隧道法案	設立 BOT 專責委員會	東區過港隧道條例	N.A.	通案立法	通案立法
政府提供貸款/投資	無	政府提供資金 19%之優惠貸款，15 年免稅，10 年年利率 8%，	香港政府投資 5%	政府提供佔資金 45%額度之無息貸款	政府同意持股 49%	獎參條例規定，政府基金及公營事業投資上限為 20%
土地取得	無土地取得問題	由政府取得	由政府取得	無土地取得問題	特許公司負責取得	由政府取得
無競爭之保證	英法政府承諾 33 年內不再興建類似隧道	無	無	N.A.	無	政府不再興建西部走廊第二條南北高速鐵路
其他	興建中發生財務困難，經政府協助，銀行貸款改為股本投資	特許公司需提撥一定金額之維護保證金；特許公司可於週邊土地經營附屬事業	特許公司主要由承包商(64.9%)、香港政府(5%)、銀行團(5.5%)與信託投資公司(24.5%)等組成。	營運期間政府提供償付債券持有人之擔保	特許公司與政府分享兩條高速公路營收之比例，每九年更改一次	政府不補貼自償率不足之虧損，高鐵每年稅前盈餘 10%回饋政府總計不低於 1080 億元，35 年期滿政府無償收回。

2.2 選擇權

2.2.1 選擇權介紹

選擇權(options)是一種衍生性證券(derivate security)，當契約買方付出權利金(premium)後，享有在特定期間內向賣方以約定的價格買入或賣出一定數量標的資產（underlying asset）的權利。在此強調選擇權是給予持有者買入或賣出標的資產的權利，而非是義務，因此持有者不一定要執行此權利。有關選擇權的重要名詞解譯如下：

1.履約價格(exercise price)

選擇權契約中，在特定期間內以約定的價格買賣某一定數量標的資產，此約定的價格稱為履約價格或執行價格(strike price)。

2.到期日(maturity)

選擇權契約中，在特定期間內以約定的價格買賣某一定數量標的資產，此特定的期間稱為到期日或失效日(expiration date)。

3.標的物資產(underlying asset)

目前在集中市場交易的選擇權其標的資產主要是：股票、股價指數、外幣及期貨約契；實質選擇權的交易標的為實質資產。

4.美式選擇權(American option)

選擇權可以在到期日前的任何時間執行稱為美式選擇權。

5.歐式選擇權(European option)

選擇權只可以在到期日當天執行稱為歐式選擇權。

6.買權(call option)

買權給予持有者在到期日前以履約價格買入標的資產的權利。

7.賣權(put option)

賣權給予持有者在到期日前以履約價格買入標的資產的權利。

8.選擇權的部位(options positions)

每個選擇權契約都有兩方，一方是買了選擇權的投資人，一方是賣出選擇權的投資人。選擇權的出售者先收取現金，但之後則有潛在的負債，出售者的利潤或損失剛好相反。如果 K 是履約價，S_T 是標的資產的最終價格，選擇權部位有四種形式：

(1)買進買權

買進買權的損益是：$\max\left(S_T - K, 0\right)$

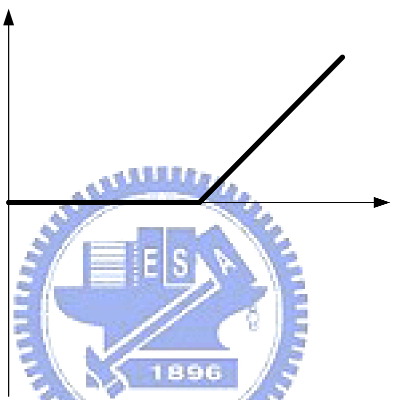
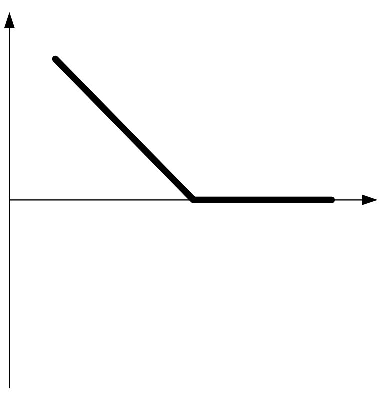


圖 2-1　買進買權

(2)買進賣權

買進賣權的損益是：$\max\left(K - S_T, 0\right)$



損益

圖 2-2　買進賣權

(3)賣出買權

賣出買權的損益是：$-\max\left(S_T-K,0\right)=\min\left(K-S_T,0\right)$

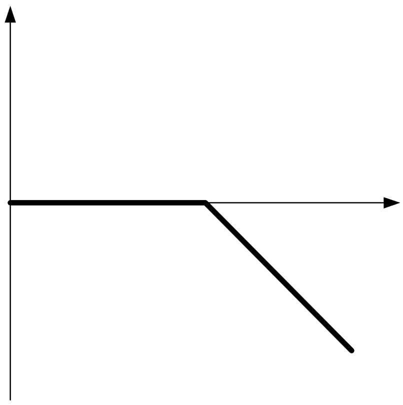


圖 2-3　賣出買權

損益

(4)賣出賣權

賣出賣權的損益是：$-\max\left(K-S_T,0\right)=\min\left(S_T-K,0\right)$

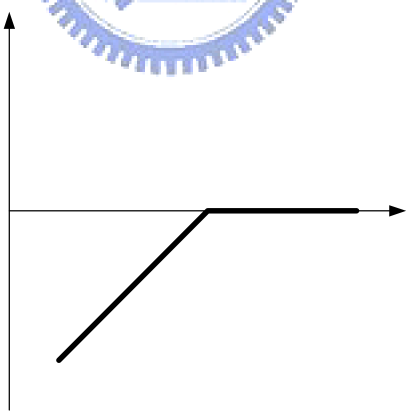


圖 2-4　賣出賣權

2.2.2 買權賣權等價理論

買權賣權等價理論(put-call parity)公式最早是由美國財務學家Stoll在1969年所推導出來的。公式表示如下：

$$C + Ke^{-rT} = S_0 + P$$

其中： C 為一歐式買權

Ke^{-rT} 為折現後之現金金額

P 為歐式賣權

S_0 為一股現股

此公式的意義表示：對相同標的資產、同一履約價格、同一到期日之買權賣權而言，在某個時點的買權、賣權相對價格應該等於當時股價減去履約價格之折現，否則會有套利的機會產生。

2.2.3 Black-Scholes 模型

1970 年早期，Fisher Black, Myron Scholes 及 Robert Merton 在股票選擇權的定價上有重要的突破，即推導出 Black-Schole 選擇權定價模型，此模型對交易員進行選擇權之評價及避險影響甚大。Robert Merton 及 Myron Scholes 在 1977 年獲得諾貝爾經濟學獎，奠定了 1980 年代及 1990 年代財務工程蓬勃發展的基礎。

Black、Scholes 及 Merton 建立一個包括衍生性金融性商品及股票的無風險投資組合，在無套利機會的情況下，該投資組合的報酬會等於無風險利率，導出 Black-Scholes-Merton 微分方程式，基本的假設如下：

1.股價遵循幾何布朗運動，其中平均值 μ 及標準差 σ 為常數；

2.賣空證券的收入可以全部使用掉；

3.沒有交易成本稅，所有的證券可以完全分割；

4.在衍生性商品的契約期間內，沒有發放現金股利；

5.無風險的套利機會是不存在的；

6.證券交易為連續的；

7.無風險率利為常數，且在到期日前都維持不變。

Black-Scholes 定價公式如下：

$$C = S_0 N\left(d_1\right) - Ke^{-rT} N\left(d_2\right)$$

其中：$d_1 = \dfrac{\ln\left(S_0/K\right) + \left(r + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$

$$\begin{aligned} d_2 &= \frac{\ln\left(S_0/K\right) + \left(r - \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ &= d_1 - \sigma\sqrt{T} \end{aligned}$$

$N\left(\bullet\right)$ 為標準常態分配的累積分配函數

C 為歐式買權價格

S_0 為初始股價

K 為履約價格

r 為連續複利的無風險利率

σ 為股價波動率

T 為選擇權距到期日的時間

$N(d_1)$ 為避險比率(hedge ratio)

$N(d_1)$ 為到期時股價大於履約價格的機率

2.3 實質選擇權分析

2.3.1 實質選擇權定義

實質選擇權乃將已發展出的選擇權觀念延伸到實質資產投資的評價，實質資產包括了土地、建築物、工廠…等等，而且通常會有附加的選擇權。

Trigeorgis(1996)將實質選擇權歸納成以下幾種類型：

1. 遞延選擇權(option to defer)

又稱為等待選擇權(option to wait)，投資人擁有延遲投資計畫的權利，可等待時機較佳時再進行投資，可視為一美式買權。

2.延續性投資選擇權(time-to-build option)

大部分的長期投資計畫中常具有階段性，在這期間中由於新資訊產生，故需重新評估投資計畫之可行性及價值，而每一期投入的成本可視為取得下一期投資的機會，可視為複式選擇權。

3.改變營運規模選擇權(option to alter operating scale)

可分為擴張選擇權(option to expand)、緊縮選擇權(option to contract)及暫時中止選擇權(option to shut down)三種。管理者可視的市場景氣的變化，隨著需求量的大小，來決定是否擴張、緊縮或暫時中止營運。

4.放棄選擇權(option to abandon)

當市場清況惡化，使投資計畫出現鉅額顧損或營運上產生嚴重困難時，投資人可考慮是否結束投資計畫，可視為一美式賣權。

5.轉換選擇權(option to switch)

投資方案執行過種中，管理者可依據市場需求的變化，來決定最有利的投入與產出，即管理者擁有一個轉換與否的選擇。

6.成長選擇權(growth option)

當投資計畫效益良好，可選擇是否擴張營運規模以獲得更多利潤，可視為一美式買權。

7.多重交互影響選擇權(multiple interacting options)

此為複式選擇權的延伸，由遞延選擇權、延續性投資選擇權、改變營運規模選擇權、放棄選擇權、轉換選擇權、成長選擇權、多重交互影響選擇權等各種選擇權組合所產生。

各類實質選擇權之特徵及適用情境整理如表 2-5：

表 2-3　實質選擇權的類型

種類	特徵	適用情境
遞延選擇權	管理者持有一個有價土地或資源的租約，可等待至直到產出價格與	自然資源、萃取物產物、不動產開發、農業與紙業
延續性投資選擇權	分期投資將一系列的費用支出，當新資訊不利時，考慮放棄目前進行	R&D 密集產業，特殊製藥、長期開發且資本密集
改變營運規模選擇權	若市場的條件比預期有利，則公司擴充生產；反之若條件比預期差，	自然資源產業、循環性設備規劃、建設業、流行服
放棄選擇權	若市場條件劇烈下跌，可放棄繼續營運並變賣資本設備和資產。	資本密集產業、不確定市場中開發新產品
轉換選擇權	若價值或需求改變，管理者能藉由設備的混和改變產出或是相同的	輸出替換：玩具、機械零件、汽車
成長選擇權	投資計畫連結一未來有開發可紡的有相關計畫鏈	基礎建設、策略產業、高科技、R&D、應用產品
多重交互影響選擇權	計畫通常包含不同的選擇權。	以上所有產業均有可能

資料來源: Trigeorgis(1996)

2.3.2 傳統計畫評估與實質選擇權評估

淨現值法是企業進行投資決策時廣泛使的用的工具，但淨現值法仍有其缺點。Klammer(1922)對一百多家大型企業的調查指出，1959 年時僅有 19%企業使用淨現值法，但至 1970 年時，使用比例已高達 57%。Schall, Sundem 和 Geijsbeek 於 1978 年對 424 家大型企業的研究結果,使用淨現值法的企業比例更高達 86%。Hayes 和 Garvin(1982) 指出 1959 年到 1975 年間，使用淨現值的企業比例由 19%成長到 94%，但企業在 R&D 費用與資本投資逐年下降，造成企業喪失競爭力。

雖然淨現值法與實質選擇權法均考慮專案存續期間所有的現金流量，並將現金流量以資金的市場機會成本折現，但此二法最大的不同是在於淨現值法只是實質選擇權法的特例，是假設無決策彈性的特殊情況下。傳統淨現值法與實質選擇權法評估之比較文獻有下：

Trigeorgis 和 Mason(1987)指出傳統淨現值法的問題在於，當不確定因素消失且未來情況並非如預期時，無法完全地衡量投資的價值。當市場情況佳時，管理者可擴大投資規模，以獲得更多利潤；當市場情況不佳時，則縮減投資規模或放棄投資計畫。因此投資計畫具有上方潛在利益無限而下方損失有限的不對稱性，Trigeorgis 和 Mason 稱投資計畫的價值為擴張的淨現值(expended NPV)，應包含傳統的淨現值再加上管理彈性所產生的選擇權價值公式表示如下：

擴張的淨現值 ＝ 淨現值 ＋ 實質選擇權價值

(Expanded NPV = Static NPV + Value of Real Option)

Paddock, Siegel 和 Smith (1988) 搜集公司對發展海上油田租賃權利的競標資料，分別利用官方現金流量折現模型及延遲選擇權計算租賃價值。結果發現兩種模式評估出的價值與得標結果高相關，但一般而言，理論價值只有實際得標價值的一半，而延遲選擇權計算可得出較高的價值。

Baily (1991) 使用 1983 年至 1985 年 7 家棕櫚油及橡膠園的股價來比較實質選擇權及現金流量折現法。7 家中的 6 家，實質選擇權法比現金流量折現法更符合真實的股價。

Dixit 和 Pindyck (1993) 指出傳統現金流量折現法所計算出的財務指標忽略了投資計畫具不可回復(irreversible)的時性、環境是不確定的及有些投資是可延遲的(deferrable)

等特性。

Quggi (1993)研究西雅圖 2700 家土地交易商，發現實證支持包含期待土地開發的選擇權模式，尚未開發的土地擁有者具有可在未來適當時機建造合適建築的永續選擇權。

Moel 和 Tufano (2000) 研究 1988 至 1997 年間 285 家北美已開採的黃金礦區每年營業開始與結束的決策，發現有強力證據支持以實質選擇模式解釋開始與結束決策是有效的。

Alexander B.及 Ian C.(2005)指出實質選擇權和現金流量折現法並非是互斥的估價方法，相反地，現金流量折現分析和實質選擇權具有互補性，而且方案的總價值是兩者價值的總和。Alexander B.及 Ian C.並發現絕大部分的成本投資方案都是位於現金流量折現分析和實質選擇權之間，而此種方案即在所謂的選擇權區中，並提出價價公式如下：

方案總價值 = 淨現值 + 調整後選擇權價值 + 撤銷價值

$$TPV = NPV + AOV + ABV$$

其中：AOV 為調整後選擇權的價值(adjusted option value)

ABV 為撤銷價值(abandonment value)

2.3.3 實質選擇權應用於 BOT 相關文獻

雖然 BOT 計畫具有投入金額龐大，風險高，回收期長等特質。但由於 BOT 計是由民間來主導，因此相對於傳統的政府採購模式，BOT 模式給與投資人較多的決策彈性。而實質選擇權便是一個能表現出決策彈性價值的方法，有關 BOT 投資計畫之文獻如下：

Rose (1998) 以澳洲莫爾本高速鐵路 BOT 計畫為例說明，政府給予特許公司 33.5 年經營權，但若特許廠商稅後收入之內部報酬率高於 17.5%，則政府有終止特許期間的權利；另一方面政府也給予特許廠商一個遞延支付承租費的權利。研究結果顯示，政府的回收價值約澳幣 2,400 萬元，特許公司的遞延價值約澳幣 94,000 萬元；同時考量二個權利之淨價值約澳幣 79,700 萬元。

Mason 和 Baldwin (1988)認為政府的貸款保證對於工程承包商是一有價資產，對政府是一或有負債，該研究建議以或有求償權分析法探討實質選擇權價值。

Tesiberg (1994) 利用選擇權定價模式來分析公用電廠興建的投資價值，指出資本投資往往忽略資本支出不可取消的性質及投資計畫未來的不確定性。研究結果顯示延後或放棄興建的決策具有彈性的價值。

張大成和賴景昌 (2000) 利用實質選擇權分析法探討強制收買條款修改的經濟分析。該條款的修改就如同政府給予特許廠商一隨時可放棄營運的美式賣權，即放棄價值。模擬結果發現，此放棄價值約為總建構成本的 12.18%。

周蒔霈 (2000) 利用實質選擇權理論建構 BOT 計畫籌辦始點投資選擇權評估模式與最低營收保證保證複式選擇權評估模式，以擴展淨現值的觀念，評估 BOT 計畫籌辦始點的選擇權價值。

陳西華 (2003) 運用衍生性商品選擇工具，將國道北宜高速公路 OT 方案設計為類比，以 B-S 買權模式評價。此案在傳統現金折現法的計算下，NPV 為負 47.18 億元，以 B-S OPM 所計算之結果，基本情境之深度價外買權理論價格為 6.58 億元，顯示在不確定發展的正向離散波動性愈大，愈有投資機會。

林達榮和柯娟娟 (2003) 在財務性效益評估前提下，應用實質選擇權法建構 BOT 模式下最適投資門檻值及最佳完工時間，研究顯示實質選擇權法在不確定營收狀況下，與一般傳統淨現值無法隨動態營收環境變化而進行彈性調整其經營策略，產生之差界為專案策略價值。

張大成、周麗娟及劉宛怡 (2004) 運用 NPV 法則與實質選擇權分析法，探討台灣高速鐵路契約中收購保證及貸款保證條件，評估該 BOT 專案之價值。結果發現在不考慮政府保證條款下，該專案之靜態 NPV 為 36 億元，而如果考慮政府同時給予特許廠商收購保證與貸款銀行團貸款保證的情況下，則理論上應向特許廠商收取 2,520 億元費用。

第3章　投資選擇權評估模式

3.1 供水及污水系統簡介

供水及污水公用事業之主要投資物為資本設備。供水系統主要投資於供水、處理、輸水及配水設備，服務住家、商業、學校、及工業買主。污水系統的主要投資在集水、輸水、處理及配置設備。詳細說明如下：

供水系統設施可分為集水、輸水、抽水、配水等五大項，各項主要設施包括：

1.集水工程(Collection works)

(1)進水設備。

(2)蓄水庫、堤、壩。

2.輸水工程(Transmission works)

壓力管線、順坡管渠、隧道。

3.抽水工程(Pumping works)

低揚抽水機、高揚抽水機、加壓抽水機。

4.淨水工程(Purification works)

氣曝、混凝、沉澱、過濾、軟化、消毒、其他化學處理、淨水儲槽。

5.配水工程(Distribution works)

配水池、配水管網、用戶水管、制水閥、消防栓、室內衛生設備。

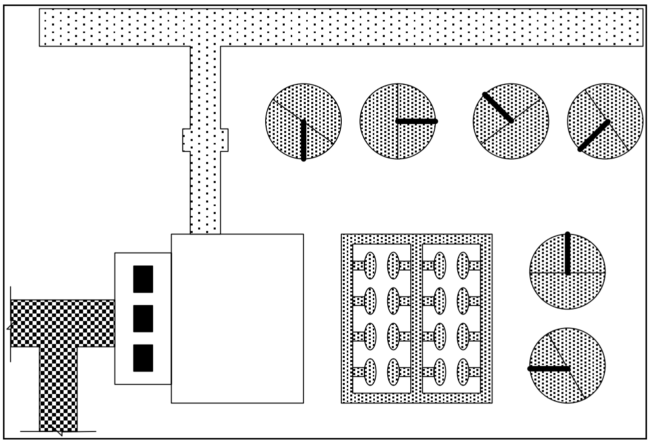


圖 3-1　典型的供水系統配置

污水系統應包括以下三部分：

1.收集系統工程(Collection works)

或稱下水道系統，包括家庭排水管(House-connection)、支管(Lateral sewer)、分管(Branch sewer)、小幹管(Submain)、總管(Main)、抽水設備。

原水供應及處理

2.處理系統工程(Treatment works)

污水廠各單元包括欄污柵、沉砂池、調和池、最初沉澱池、曝氣池、二次沉澱池、消毒設施，污水處理視其出水水質之需要，可分為初級處理(Primary treatment)、二級處理(Secondary treatment)、三級處理或高級處理(Tertiary or advanced treatment)。

3.出口或最後處置(Outfall or disposal works)

包括排放管。

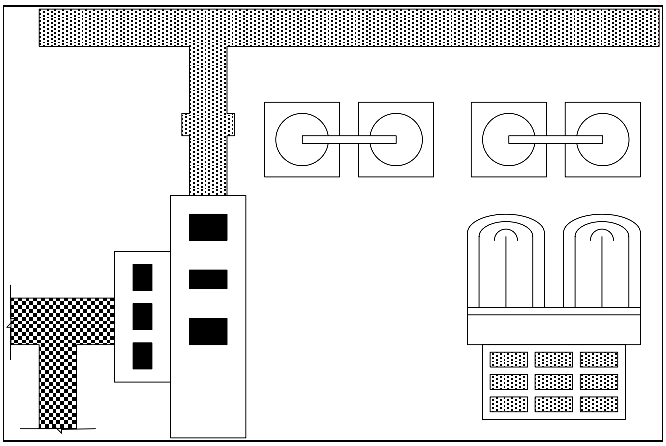


圖 3-2　典型的污水系統配置

3.2 投資選擇權基本說明與假設

本章以選擇權評價模式來評估特許公司投資 BOT 計畫之投資價值。以選擇權的觀點來看，當特許公司與政府簽約後，相當特許公司取得一個買權，此買權即是擁有投資的權利。特許公司在動工前，可以視未來的預測營運收入來決定是否要投資 BOT 計畫，如預測之營運收入大於所需投入的成本則可投資以獲得利潤；反之若營運收入之預測結果小於所需投入之成本則可選擇放棄投資的權利。此買權可以下圖表示：

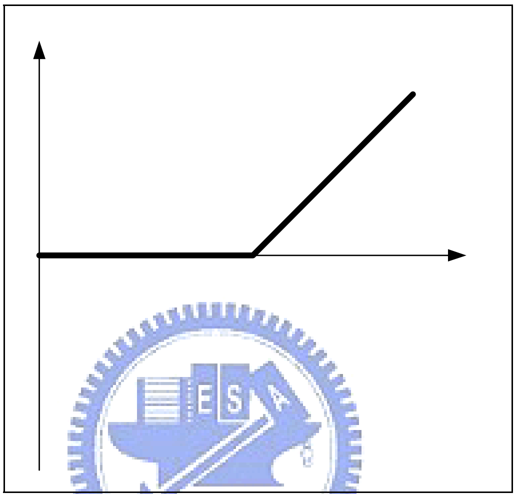


圖 3-3　投資選擇權示意圖

基本假設如下：

1.計畫之營運收入遵守幾何布朗運動

2.計畫之投入成本為固定值

3.計畫一但執行後，就不能放棄投棄，標的物亦不作變更

數學式可表示為：

$$F = Max(0, R - I)$$

其中，F 為營收保證之價值；

R 為營運收入；

I 為總投入成本。

3.3 模型建構

Black 和 Scholes 自從 1973 年提出了第一個選擇權定價權式 (options pricing model; OPM) 後，衍生性金融商品的交易便從此蓬勃發展，並在芝加哥選擇權外匯交易所被使用。隨後 McDonald 和 Siegel(1986)等將 OPM 的概念運用於實質資產 (real assets) 之資本預算決策評估，發展出實質選擇權分析 (ROA) 應用於投資決策相關領域。

本文仍以 Black 和 Scholes 的理論模型為中心，並結合 McDonald 和 Siegel 的變數變換轉換法，並根據上節對模型所設定的假設條件，開始進行供水及污水系統 BOT 計畫投資選擇權評價模式建構。

首先對營運收入 R 及成本 I 作設定：

營運收入 R 以專案計畫之預估淨營收為基礎，假設遵守幾何布朗運動 (geometric Brownian motion; GBM)，表示如下：

$$\begin{aligned} dR &= \alpha R dt + \sigma R dz \\ &= (\mu - \delta_R) R dt + \sigma R dz \end{aligned} \tag{3.1}$$

其中，α ：年平均收益之時間單位預期成長率；

σ ：年平均收益之平均成長率標差；

dz ：標準韋那過程 (Wiener process) 之隨機增量；

σ_R ：收益成長率不足折現率之差，即營收短少率。

成本 I 為預估投入總成本，包括投資活動、營運活動及融資活動所產生之成本合計，表示如下：

$$\begin{aligned} dI &= \varepsilon I dt \\ &= (\mu - \sigma_I) I dt \end{aligned} \tag{3.2}$$

其中，ε ：年平均成本之時間單位預期成長率；

σ_I ：成本成長率不足折現率之差。

依據 Ito's Lemma 定理，營運收入 R 及總投入 I 所衍生之 $F(R,I;t)$ 之微分將會服從：

$$\Delta F=\left[\frac{\partial F}{\partial R}\alpha R+\frac{\partial F}{\partial I}\varepsilon I+\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2\right]dt+\frac{\partial F}{\partial R}\sigma R dz \tag{3.3}$$

再運用投資組合原理，建構無風險之投資組合 Ω (riskless portfolio) 如下：

I. 買入 1 單位的投資選擇權：$-F$

II. 賣出 $\frac{\partial F}{\partial R}$ 單位投資計畫營運收入：$+\frac{\partial F}{\partial R}R$

III. 賣出 $\frac{\partial F}{\partial I}$ 單位的投資計畫成本：$+\frac{\partial F}{\partial I}I$

則此投資組合 Ω 之價值可表示為：

$$\Omega=-F+\frac{\partial F}{\partial R}R+\frac{\partial F}{\partial I}I \tag{3.4}$$

在 Δt 時間內，投資組合之變化量如下：

$$\Delta\Omega=-\Delta F+\frac{\partial F}{\partial R}\Delta R+\frac{\partial F}{\partial I}\Delta I+\delta_R R\frac{\partial F}{\partial R}dt+\delta_I I\frac{\partial F}{\partial I}dt \tag{3.5}$$

將式(3.1)、(3.2)及(3.3)代入上式，得：

$$\begin{aligned}\Delta\Omega=&-\left[\frac{\partial F}{\partial R}\alpha R+\frac{\partial F}{\partial I}\varepsilon I+\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2\right]dt-\frac{\partial F}{\partial R}\sigma R dz\\&+\frac{\partial F}{\partial R}\left[\alpha R dt+\sigma R dz\right]\\&+\frac{\partial F}{\partial I}\left[\varepsilon I dt\right]\\&+\delta_R R\frac{\partial F}{\partial R}dt\\&+\delta_I I\frac{\partial F}{\partial I}dt\\=&\left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2+\delta_R R\frac{\partial F}{\partial R}+\delta_I I\frac{\partial F}{\partial I}-\frac{\partial F}{\partial t}\right]dt\end{aligned} \tag{3.6}$$

上式中營運收入 R 之隨機項 dz 已消去，此投資組合在極短時間內風險已消除，此投資組合即等於無風險投資，否則會有套利的機會產生。

假設無風險利率為γ，則投資組合之價值可表示為：

$$\Delta\Omega = r \cdot \Omega\Delta t \tag{3.7}$$

將式(3.4)及(3.6)代入上式，可得：

$$\left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2 + \delta_R R\frac{\partial F}{\partial R} + \delta_I I\frac{\partial F}{\partial I} - \frac{\partial F}{\partial t}\right]dt = r\left[-\Delta F + \frac{\partial F}{\partial R}R + \frac{\partial F}{\partial I}I\right]dt \tag{3.8}$$

將兩邊的 dt 消除，可得：

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2 + \left(r-\delta_R\right)R\frac{\partial F}{\partial R} + \left(r-\delta_I\right)I\frac{\partial F}{\partial I} + \frac{\partial F}{\partial t} - rF = 0 \tag{3.9}$$

移項整理後即為偏微分方程式

$$rF\left(R,I;t\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2 + \left(r-\delta_R\right)R\frac{\partial F}{\partial R} + \left(r-\delta_I\right)I\frac{\partial F}{\partial I} + \frac{\partial F}{\partial t} \tag{3.10}$$

邊界條件：

$$F\left(R,I;t\right) = \begin{cases} R-I & if \quad R \geq I \\ 0 & if \quad R < I \end{cases}$$

上式即為本研究所建構之專案投資選擇權評價模式。

3.4 投資選擇權評估模式求解

已知投資選擇權之偏微分方程式如下：

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\sigma^2 R^2+\left(r-\delta_R\right)R\frac{\partial F}{\partial R}+\left(r-\delta_I\right)I\frac{\partial F}{\partial I}+\frac{\partial F}{\partial t}-rF=0$$

參考 McDonald 和 Siegel (1986)之變數轉換方法：

令 $Z=\frac{R}{I}$ 及 $W(Z;t)=\frac{F}{I}$

則 $F=W\left(Z;t\right)I$ 、 $R=ZI$ 和 $F=WI$

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial I}&=W+\frac{\partial W}{\partial Z}W\left(\frac{R}{I};t\right)I\\&=W+\frac{\partial W}{\partial Z}\left(-\frac{R}{I^2}\right)I\\&=W+\frac{\partial W}{\partial Z}\left(-Z\right)\end{aligned}\tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial R}&=\frac{\partial W}{\partial Z}W\left(\frac{R}{I};t\right)I\\&=\frac{\partial W}{\partial Z}W\left(\frac{1}{I}\right)I\\&=\frac{\partial W}{\partial Z}\end{aligned}\tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}&=\frac{\partial W}{\partial Z}\frac{\partial W}{\partial Z}W\left(\frac{R}{I};t\right)\\&=\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\left(\frac{1}{I}\right)\end{aligned}\tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial t}&=\frac{\partial W}{\partial t}W\left(Z;t\right)I\\&=\frac{\partial W}{\partial t}\left(I\right)\end{aligned}\tag{3.14}$$

將式(3.11)、(3.12)、(3.13)及(3.14)代入式(3.9)可得：

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\left(\frac{1}{I}\right)\right]\sigma^2\left(Z^2 I^2\right)+\left(r-\delta_R\right)\left(ZI\right)\left[\frac{\partial W}{\partial Z}\right]+\left(r-\delta_I\right)I\left[W+\frac{\partial W}{\partial Z}(-Z)\right]+\left[\frac{\partial W}{\partial t}(I)\right]$$
$$-r\left(WI\right)=0 \tag{3.15}$$

將 I 提出，並整理如下：

$$I\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\sigma^2 Z^2+\left(r-\delta_R\right)Z\frac{\partial W}{\partial Z}+\left(r-\delta_I\right)W-\left(r-\delta_I\right)Z\frac{\partial W}{\partial Z}+\frac{\partial W}{\partial t}-rW\right]=0$$

由於 I 非變數，可消去後再展開如下：

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\sigma^2 Z^2+rZ\frac{\partial W}{\partial Z}-\delta_R Z\frac{\partial W}{\partial Z}+rW-\delta_I w-rZ\frac{\partial W}{\partial Z}+\delta_I Z\frac{\partial W}{\partial Z}+\frac{\partial W}{\partial t}-rW=0$$

最後將上式整理為：

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\sigma^2 Z^2+\left(\delta_I-\delta_R\right)Z\frac{\partial W}{\partial Z}+\frac{\partial W}{\partial t}-\delta_I W=0 \tag{3.17}$$

上式即為降階後選擇權偏微分方程式。可應用 Kutner(1988)及 Hwang & Jou(1994)之選擇權偏微分方程式求解步驟：

令

$$W=e^{-\sigma_I \tau}y\left(u,v\right)$$

$$u=\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\left[\ln\Phi\left(T\right)Z+\left(\delta_M-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right]$$

$$v=\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\tau$$

$$\tau=t_B-t$$

則

$$\frac{\partial W}{\partial Z}=\frac{\partial y}{\partial u}\left[e^{-\delta_I\tau}y(u,v)\right]\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial y}{\partial v}\left[e^{-\delta_I\tau}y(u,v)\right]\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial u}\left[\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\left(\frac{1}{Z}+0\right)\right]+e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial v}[0]$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z} \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}=\frac{\partial^2 y}{\partial Z^2}\left[e^{-\delta_I\tau}y(u,v)\right]$$

$$=\frac{\partial y}{\partial Z}\left[e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\right]$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\left[\frac{\partial y}{\partial Z}\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}+\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\left(-\frac{1}{Z}\right)\right]$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\left[\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\frac{\partial y}{\partial Z}+\frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial v}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\frac{\partial v}{\partial Z}\right.$$

$$\left.-\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z^2}\right]$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\left[\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\left(\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\right)\right. \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial y}{\partial t}\left[e^{-\delta_I\tau}y(u,v)\right]$$

$$=\frac{\partial y}{\partial u}\left[e^{-\delta_I\tau}y(u,v)\right]\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial y}{\partial v}\left[e^{-\delta_I\tau}y(u,v)\right]\frac{\partial v}{\partial t}+e^{-\delta_I\tau}y(\delta_M)$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial u}\left[\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2(0-1)\right]+e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial v}\left[\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2(0-1)\right]$$

$$+ye^{-\delta_I\tau}\delta_M$$

$$=e^{-\delta_I\tau}\left[-\frac{\partial y}{\partial u}\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2-\frac{\partial y}{\partial v}\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\right]+ye^{-\delta_I\tau}\delta_M \tag{3.20}$$

將式(3.18)、(3.19)、(3.20)代入式(3.17)可得：

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2}\left\{e^{-\delta_I\tau}\frac{2}{\sigma^2 Z^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\left[\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2}-\frac{\partial y}{\partial u}\right]\right\}\sigma^2 Z^2 \\
&\quad +\left(\delta_I-\delta_R\right)Z\left\{e^{-\delta_I\tau}\frac{\partial y}{\partial u}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2 Z}\right\} \\
&\quad +\left\{e^{-\delta_I\tau}\left[-\frac{\partial y}{\partial u}\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2-\frac{\partial y}{\partial v}\frac{2}{\sigma^2}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\right]+ye^{-\delta_I\tau}\delta_M\right\} \\
&\quad -\delta_M\left(e^{-\sigma_I\tau}y\right)
\end{aligned}
$$

將 $e^{-\sigma_I\tau}$ 提出整理如下：

$$
\begin{aligned}
0 &= e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}-e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\frac{\partial y}{\partial u} \\
&\quad +e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R\right)\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial y}{\partial u} \\
&\quad -e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial y}{\partial u}-e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial y}{\partial v}
\end{aligned}
$$

再將 $\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}$ 提出：

$$
\begin{aligned}
0 &= e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\left[\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}-\frac{\partial y}{\partial u}+\left(\delta_I-\delta_R\right)\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial y}{\partial u}\right. \\
&\quad \left.-e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial y}{\partial u}-e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)^2\frac{2}{\sigma^2}\frac{\partial y}{\partial v}\right] \\
&= e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\left[\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}\left(\frac{2\delta_I}{\sigma^2}-\frac{2\delta_R}{\sigma^2}-1\right)\right. \\
&\quad +\frac{\partial y}{\partial u}\left(\frac{2\delta_I}{\sigma^2}-\frac{2\delta_R}{\sigma^2}-1-\frac{2\delta_I}{\sigma^2}+\frac{2\delta_R}{\sigma^2}+1\right) \\
&\quad \left.-\frac{\partial y}{\partial v}\left(\frac{2\delta_I}{\sigma^2}-\frac{2\delta_R}{\sigma^2}-1\right)\right] \\
&= e^{-\delta_I\tau}\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\left(\frac{2\delta_I}{\sigma^2}-\frac{2\delta_R}{\sigma^2}-1\right)\left[\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}-\frac{\partial y}{\partial v}\right]
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

將上式之非變數參數消除可得下式：

$$\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}=\frac{\partial y}{\partial v} \tag{3.22}$$

上式即為熱傳導方程式之形態，可用分離變數法進行求解。

令 $y(u,v)=V(u)\cdot W(v)$

則原式變成

$$V_{uu}(u)W(v)=V(u)W_v(v) \tag{3.23}$$

令 $\frac{V_{uu}(u)}{V(u)}=-p^2=\frac{W(v)}{W_v(v)}$

將上式分為二個偏微分方程式，先計算左式，經移項後得：

$$V_{uu}(u)+p^2V(u)=0$$

上式即為常係數二階線性微分方程式，公式解如下：

$$V(u)=C_1\cos pu+C_2\sin pu \tag{3.24}$$

再計算右式，經移項如下：

$$W_x(x)+p^2W(x)=0$$

上式為分離變數型微分方程式，公式解如下

$$W(v)=C_3e^{-p^2v} \tag{3.25}$$

將式(3.24)、(3.25)代入

$$\begin{aligned} y(u,v)&=V(u)\cdot W(v)\\ &=\left[C_1\cos pu+C_2\sin pu\right]C_3e^{-p^2v}dp \end{aligned} \tag{3.26}$$

其中：C_1、C_2及C_3均為與p有關之常數，分別以$A(p)$及$B(p)$表示如下：

$$y(u,v)=\left[A(p)\cos pu+B(p)\sin pu\right]e^{-p^2v}dp \tag{3.27}$$

將所有的 p $(0\le p<\infty)$ 代入得到之解，再加總成之函數：

$$y(u,v)=\int_0^\infty\left[A(p)\cos pu+B(p)\sin pu\right]e^{-p^2v}dp \tag{3.28}$$

此即傅立葉積分展開之形態，可利用傅立葉積分定理，給定初始條件：

$$y(u,0)=\int_0^\infty\left[A(p)\cos pu+B(p)\sin pu\right]dp$$

可得係數 $A(p)$ 及 $B(p)$ 如下：

$$A(p)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}y(w,0)\cos pwdw \tag{3.29}$$

$$B(p)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}y(w,0)\sin pwdw \tag{3.30}$$

其中：

$$y(w,0)=\left[\exp\left(\frac{w\dfrac{\sigma^2}{2}}{\delta_I-\delta_R-\dfrac{\sigma^2}{2}}\right)-1\right]H(w) \tag{3.31}$$

將式(3.29)、(3.30)、(3.31)代入式(3.28)

$$y(u,v)=\int_0^\infty\left[\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}y(w,0)\cos pwdw\cos pu+\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}y(w,0)\sin pwdw\sin pu\right]e^{-p^2v}dp$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\left[\int_{-\infty}^{\infty}y(w,0)\cos(w-u)dw\right]e^{-p^2v}dp$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}y(w,0)\left[\int_0^\infty\cos(w-u)e^{-p^2v}dp\right]dw \tag{3.32}$$

利用積分公式

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\cos 2bxdx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-b^2}$$

令 $-x^2=-p^2v$

則

$$x=p\sqrt{v}$$
$$dx=\sqrt{v}dp$$

式(3.27)整理如下：

$$\int_0^{\infty} e^{-p^2 v}\cos\left(2bp\sqrt{v}\right)\sqrt{v}dp=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-b^2}$$

$$\sqrt{v}\int_0^{\infty} e^{-p^2 v}\cos\left(2bp\sqrt{v}\right)dp=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-b^2} \tag{3.33}$$

令 $b=\dfrac{w-u}{2\sqrt{v}}$ 代入

$$\int_0^{\infty} e^{-p^2 v}\cos p\left(w-u\right)dp=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-\left(\frac{w-u}{2\sqrt{v}}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{v}}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-p^2 v}\cos p\left(w-u\right)dp=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{v}}e^{-\frac{(w-u)^2}{4v}} \tag{3.34}$$

將式(3.34)代入式(3.32)可得：

$$\begin{aligned} y(u,v)&=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} y(w,0)\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{v}}e^{-\frac{(w-u)^2}{4v}}\right]dw \\ &=\frac{1}{2\sqrt{\pi v}}\int_{-\infty}^{\infty} y(w,0)e^{-\frac{(w-u)^2}{4v}}dw \end{aligned} \tag{3.35}$$

令 $\dfrac{(w-u)^2}{4v}=\dfrac{q^2}{2}$ ，則

$$w=u+\sqrt{2v}q$$
$$dw=\sqrt{2v}dq$$

式(3.31)整理如下：

$$\begin{aligned} y(u,v)&=\frac{1}{2\sqrt{\pi v}}\int_{-\infty}^{\infty} y\left(u+\sqrt{2v}q,0\right)e^{-\frac{q^2}{2}}\sqrt{2v}dq \\ &=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} y\left(u+\sqrt{2v}q,0\right)e^{-\frac{q^2}{2}}dq \end{aligned} \tag{3.36}$$

邊界條件改變如下：

$$y(w,0)=\begin{cases}\left[\exp\left(\dfrac{\left(u+\sqrt{2v}q\right)\dfrac{\sigma^2}{2}}{\delta_I-\delta_R-\dfrac{\sigma^2}{2}}\right)-1\right]H\left(u+\sqrt{2v}q\right) & ,w\geq-\dfrac{u}{\sqrt{2v}}\\ 0 & ,w<-\dfrac{u}{\sqrt{2v}}\end{cases} \tag{3.37}$$

式(3.36)需作調整如下：

$$y(u,v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-\frac{u}{\sqrt{2v}}}(0)e^{-\frac{q^2}{2}}dq+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\frac{u}{\sqrt{2v}}}^{+\infty}\left[\exp\left(\frac{\left(u+\sqrt{2v}q\right)\frac{\sigma^2}{2}}{\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}}\right)-1\right]e^{-\frac{q^2}{2}}dq$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\frac{u}{\sqrt{2v}}}^{+\infty}e^{-\frac{q^2}{2}}\left[\exp\left(\frac{\left(u+\sqrt{2v}q\right)\frac{\sigma^2}{2}}{\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}}\right)-1\right]dq \tag{3.34}$$

假設

$$-\frac{u}{\sqrt{2v}}=-\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[\ln\Phi(T)Z+\left(\delta_I-\delta_R-\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right]=-k_2$$

則式(3.34)可改為：

$$y(u,v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-k_2}^{\infty}\Phi(T)Ze^{-\frac{\left(q-\sigma\sqrt{\tau}\right)^2}{2}}e^{(\delta_I-\delta_R)\tau}dq-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-k_2}^{\infty}e^{-\frac{q^2}{2}}dq \tag{3.35}$$

上式即常態分配之形態，分別整理如下

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-k_2}^{\infty}\Phi(T)Ze^{-\frac{\left(q-\sigma\sqrt{\tau}\right)}{2}}e^{(\delta_I-\delta_R)\tau}dq$$

$$=\Phi(T)Ze^{(\delta_I-\delta_R)\tau}\int_{-k_2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Phi(T)Ze^{-\frac{\left(q-\sigma\sqrt{\tau}\right)^2}{2}dq}$$

$$=\Phi(T)Ze(\delta_I-\delta_R)\tau N\left(k_2+\sigma\sqrt{\tau}\right)$$

$$=N\left(k_1\right) \tag{3.36}$$

同理

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-k_2}^{\infty} e^{-\frac{q^2}{2}}dq = N(k_2) \tag{3.37}$$

將式(3.37)、(3.38)代入式(3.35)可得：

$$y(u,v) = \Phi(T)Ze^{(\delta_I-\delta_R)\tau}N(k_1) - N(k_2) \tag{3.38}$$

將式(3.38)代回變數變換前之式

$$\begin{aligned} W(Z,0) &= e^{-\delta_I t_B} y(u,v) \\ &= \Phi(T)Ze^{-\delta_I t_B + (\delta_I-\delta_R)t_B}N(k_1) - e^{-\delta_I t_B}N(k_2) \\ &= \Phi(T)Ze^{-\delta_R t_B}N(k_1) - e^{-\delta_I t_B}N(k_2) \end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned} F(R,I:0) &= WI \\ &= \left[\Phi(T)\frac{R_0}{I}e^{-\delta_R t_B}N(k_1) - e^{-\delta_I t_B}N(k_2)\right]I \\ &= \Phi(T)R_0e^{-\delta_R t_B}N(k_1) - Ie^{-\delta_I t_B}N(k_2) \\ &= P_{t_B}e^{-\mu t_B}N(k_1) - I_0N(k_2) \\ &= P_0N(k_1) - I_0N(k_2) \end{aligned} \tag{3.40}$$

其中

$$k_1 = \frac{\ln\left(\Phi(T)R_{t_B}/I_{t_B}\right) + \left(\delta_I + \sigma^2/2\right)t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

$$= \frac{\ln\left(P_0/I_0\right) + \left(\sigma^2/2\right)t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

$$k_2 = \frac{\ln\left(P_0/I_0\right) - \left(\sigma^2/2\right)t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

$$= k_1 - \sigma\sqrt{t_B}$$

式(3.40)即為投資選擇權評價公式。

3.5 放棄投資選擇權

當特許公司不選擇放棄投資時，則 $N(k_1)$ 及 $N(k_2)$ 的機率為 1，即投資選擇權的價價會等於總營運收入收減總投入成本。反之；以投資選擇權之價值減投資計畫之淨現值即代表放棄投資選擇權的價值。表示如下：

$$\begin{aligned} f &= F - NPV \\ &= F - (P_0 - I_0) \end{aligned} \tag{3.41}$$

將投資選擇權 F 之公式代入上式後可得：

$$\begin{aligned} f &= P_0 N(k_1) - I_0 N(k_2) - (P_0 - I_0) \\ &= P_0 \left[N(k_1 - 1) \right] - I_0 \left[N(k_2 - 1) \right] \\ &= I_0 \left[N(-k_2) \right] - P_0 \left[N(-k_1) \right] \end{aligned} \tag{3.42}$$

可知放棄投資選擇權實為一賣權。

第4章　最低營收保證選擇權評估模式

4.1 基本說明及假設

本章以選擇權評價模式來評估政府給予特許公司於營運期提供營收保證價值。在政府提供給特許公司最低營收保證，即相當於給予特許公司一個賣權。當預期營運收入小於營收保證時，則特許公司會選擇以營收保證量乘上服務費用來計算營運收入；當預期營運收入大於營收保證時，則特許公司將證將不被採用營收保，以實際之運用收收計算，營收保證價值等於零。此賣權可以 4-1 圖表示：

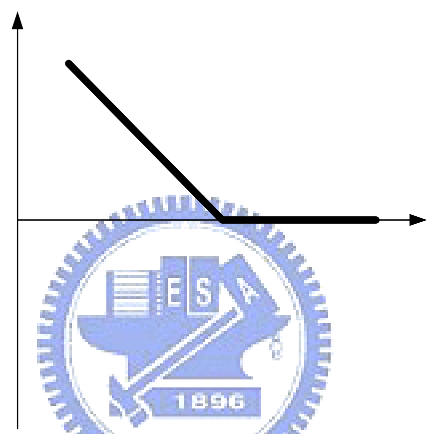


圖 4-1　最低營收保證選擇權示意

基本假設如下：

1.計畫之營運收入遵守幾何布朗運動

2.計畫之營收保證在整期營運期內為固定值

3.僅為單一選擇權，僅計算出有最低營收保證的價值

最低營收
保證價值

數學式可表示為：

$$G = Max\left(0, M - R\right)$$

其中，G 為營收保證之價值；

M 為營收保證之值；

R 為營運收入。

最低

4.2 最低營收保證選擇權模式建構

本章一開始即說明最低營收保證選擇權為一賣權，因此本節除了重複第三章的買權模型推導出買權之偏微分方程式之外，還需運用 Stoll(1969)所推導的買權賣權等價理論，將推導出的買權經買權賣權理論轉換為賣權之偏微分方程式。

首先對營運收入 R 及最低營收保證值 M 作設定：

營運收入 R 同式(3.1)仍遵守幾和不朗運動，表示如下：

$$dR = \alpha R dt + \sigma R dz \tag{4.1}$$

最低營收保證收入 M

$$dM = \xi M dt \tag{4.2}$$

其中，ξ：年平均最低營收保證收入之時間單位預期成長率；

由於最低營收保證收入假設為非隨機變數，故無隨機增量 dz 。

依據 Ito's Lemma 定理，營運收入 R 及總投入 I 所衍生之 $G\left(R, M; t\right)$ 之微分將會服從：

$$\Delta G = \left[\frac{\partial G}{\partial R} \alpha R + \frac{\partial G}{\partial M} \xi M + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial R^2} \sigma^2 R^2 \right] dt + \frac{\partial G}{\partial R} \sigma R dz \tag{4.3}$$

利用投資組合原理，建構無風險之投資組合Ω (riskless portfolio) 如下：

I. 買入 1 單位的投資選擇權：$-G$

II. 賣出 $\frac{\partial G}{\partial R}$ 單位投資計畫營運收入：$+\frac{\partial G}{\partial R} R$

III. 賣出 $\frac{\partial G}{\partial M}$ 單位的投資計畫成本：$+\frac{\partial G}{\partial M} M$

則此投資組合Ω之價值可表示為：

$$\Omega = -\Delta G + \frac{\partial G}{\partial R} R + \frac{\partial G}{\partial M} M \tag{4.4}$$

在極短時間Δt內的變動如下：

$$\Delta\Omega=-\Delta G+\frac{\partial G}{\partial R}\Delta R+\frac{\partial G}{\partial M}\Delta M+\delta_R R\frac{\partial G}{\partial R}\Delta t+\delta_M M\frac{\partial G}{\partial I}\Delta t \tag{4.4}$$

將式(4.1)、(4.2)及(4.3)代入上式，整理如下：

$$\Delta\Omega=\left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial R^2}\sigma^2 R^2+\delta_R R\frac{\partial G}{\partial R}dt+\delta_M M\frac{\partial G}{\partial M}dt-\frac{\partial G}{\partial t}\right]dt \tag{4.5}$$

此投資組合Ω在極短時間內風險已消除。設無風險利率為γ，則投資組合之價值可表示如下：

$$\Delta\Omega=r\cdot\Omega dt \tag{4.6}$$

將式(4.4)、(4.5)及代入上式：

$$\left[-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial R^2}\sigma^2 R^2+\delta_R R\frac{\partial G}{\partial R}+\delta_M M\frac{\partial G}{\partial M}-\frac{\partial G}{\partial t}\right]dt=r\left[-\Delta G+\frac{\partial G}{\partial R}R+\frac{\partial G}{\partial M}M\right]dt$$

整理如下：

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial R^2}\sigma^2 R^2+\left(r-\delta_R\right)R\frac{\partial G}{\partial R}+\left(r-\delta_M\right)M\frac{\partial G}{\partial M}+\frac{\partial G}{\partial t}-rG=0 \tag{4.7}$$

上式也可表示為：

$$\gamma G\left(R,M;t\right)=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial R^2}\sigma^2 R^2+\left(r-\delta_R\right)R\frac{\partial G}{\partial R}+\left(r-\delta_M\right)M\frac{\partial G}{\partial M}+\frac{\partial G}{\partial t} \tag{4.8}$$

上式即最低營收保證選擇權之偏微分方程式，但此式並非賣權，因此需要運用買權賣權等價理論，將買權轉換為賣權，才能得到最低營收保證選擇權之評價模型。

4.3 最低營收保證選擇權模式求解

上節所推導之最低營收保證選擇權與 3.3 節所推導之投資選擇權形式並無不同，僅將投資選擇權之成本 I 參數改為最低營收保證 M 參數，因此求解步驟同 3.4 節，可得公式解如下：

$$G(R,M;t)=R_0N(d_1)-M_0N(d_2) \tag{4.9}$$

其中

$$d_1=\frac{\ln\left(R_0/M_0\right)+\left(\sigma^2/2\right)t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

$$d_2=\frac{\ln\left(R_0/M_0\right)-\left(\sigma^2/2\right)t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

根據 Stoll(1969)買權賣權等價理論，將投資買權專換為最低營收保證賣權：

$$C+Ke^{-rT}=S_0+P \tag{4.10}$$

其中： C 為一歐式買權；

Ke^{-rT} 為折現後之現金金額；

P 為歐式賣權；

S_0 為一股現股。

於本模式可改寫為

$$G_c+M_0=R_0+G_p \tag{4.11}$$

其中： G_c 為一買權；

M_0 為折現後之最低營收保證值；

G_p 為歐式賣權；

R_0 為營運收入。

移項可得賣權之價值

$$G_p = G_c - R_0 + M_0 \tag{4.12}$$

將式(4.9)代入上式之買權 G_c ，可得：

$$G_p = \left[R_0 N(d_1) - M_0 N(d_2)\right] - R_0 + M_0$$

$$= R_0\left[N(d_1) - 1\right] + M_0\left[1 - N(d_2)\right]$$

再將上式整理如下：

$$G_p = R_0\left[N(d_1) - 1\right] - M_0\left[N(d_2) - 1\right] \tag{4.13}$$

利標準常態分配之性質：

$$N(d_1) + N(-d_1) = 1$$

則式(4.13)可改為：

$$\begin{aligned} G_p &= -R_0 N(-d_1) + M_0 N(-d_2) \\ &= M_0 N(-d_2) - R_0 N(-d_1) \end{aligned} \tag{4.13}$$

其中：

$$-d_1 = -\frac{\ln\left(R_0 / M_0\right) + \left(\sigma^2 / 2\right) t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

$$-d_2 = -\frac{\ln\left(R_0 / M_0\right) - \left(\sigma^2 / 2\right) t_B}{\sigma\sqrt{t_B}}$$

上式即最低營收保證選擇權(賣權)之解。

最低營收保證選擇權(賣權)是給予特許公司一個最低營收的保障，但並不一定要報行，特許公司可視營運量而作最有利的選擇。由於本研究假設在 BOT 投資計畫營運期是以年為單位，因此最低營收保證選擇權並非是只能於整個營運期選擇執行或不執行最低營收保證；而是以年為單位，每年均可以視實際之營運量來選擇執行最低營收保證或不執行，所以 BOT 計畫之最低營收保證政策實際上是給予特許公司一系列的賣權。

所以式(4.13)需作修改如下：

$$G=\sum_{i=1}^{n}M_{i}e^{-\gamma t}N\left(-d_{2}\right)-\sum_{i=1}^{n}R_{i}e^{-\gamma t}N\left(-d_{1}\right)$$
$$=\sum_{i=1}^{n}\left[M_{0i}N\left(-d_{2}\right)-R_{0i}N\left(-d_{1}\right)\right] \tag{4.14}$$

其中：

$$-d_{1}=-\frac{\ln\left(R_{0i}/M_{0i}\right)+\left(\sigma^{2}/2\right)t_{i}}{\sigma\sqrt{t_{i}}}$$

$$-d_{2}=-\frac{\ln\left(R_{0i}/M_{0i}\right)-\left(\sigma^{2}/2\right)t_{i}}{\sigma\sqrt{t_{i}}}$$

M_{0i} 為各期最低營收保證值之折現；

R_{0i} 為各期營運收入之折現值；

i 為年期。

第5章　投資及最低營收保證複式選擇權評估模式

5.1 基本說明及假設

本章以複式選擇權(compound options)評價模式來評估特許公司投資 BOT 計畫之投資及最低營收保證之價值。以選擇權的觀點來看，當特許公司與政府簽約後，相當特許公司取得一個買權，此買權即是擁有投資的權利，及取得在營運期享有最低營收保證之賣權，即為一個以賣權為標的物的買權，如下圖：

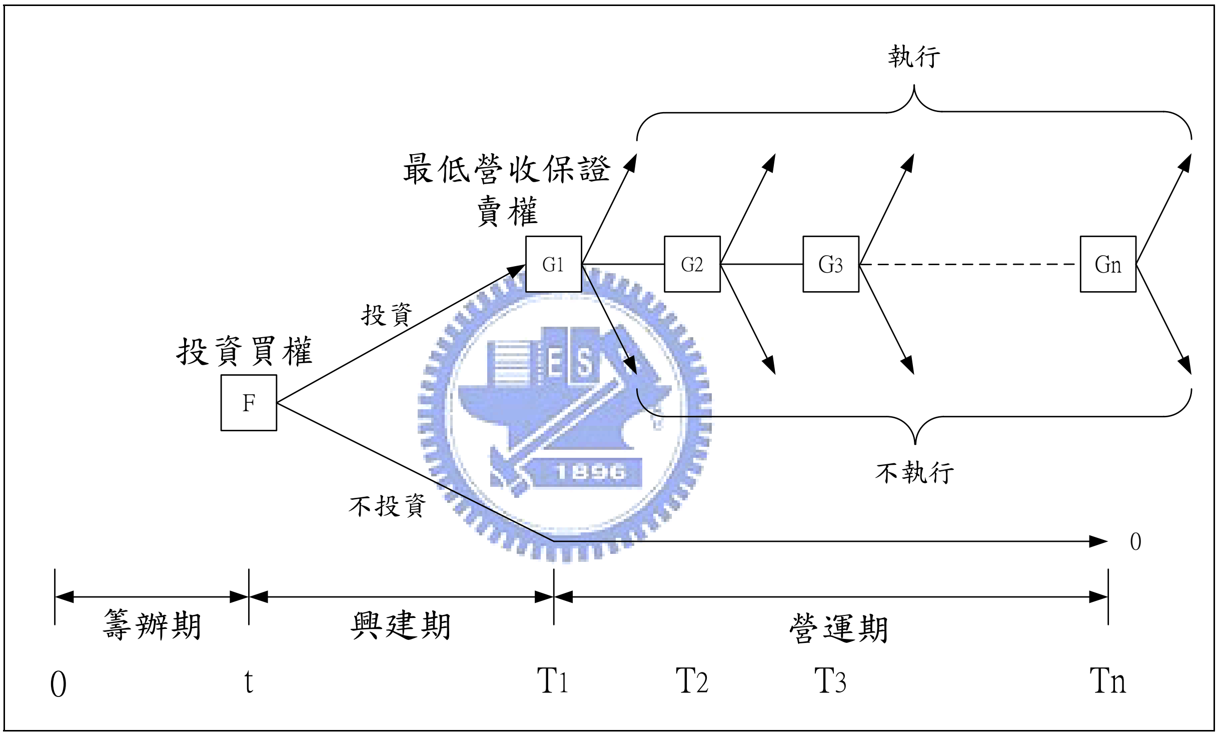


圖 5-1　複式選擇權示意圖

5.2 模式建構

本節將以複式選擇權的型式模擬當特許公司取得先了投資買權後，再取得最低營收保證賣權，為一賣權的買權(a call on a put)型態，即以最低營收保證賣權為標的物的投資買權。

以賣權為標的物的買權，其概念式可表示如下：

$$FG = Max\left[0, R - I + G\right]$$

將賣權之表示式代入上式 G 可得

$$FG = Max\left[0, R - I + Max\left(0, M - R\right)\right]$$

上式即複式選擇權之基本概念，以賣權為標的物的買權表示如下：

$$FG = r^{-t} E\left\{ Max\left[0, \sum_{i=1}^{n} PV_t\left[Max\left(0, M_i - R_i^* \mid T_i\right)\right] + R_t - I_t\right]\right\} \tag{5.1}$$

其中：

$\sum_{i=1}^{n} PV_t\left[\max\left(0, M_i - R_i^* \mid T_i\right)\right]$為標的賣權在時間 t 的價值；

$Max\left[0, \sum_{i=1}^{n} PV_t\left[Max\left(0, M_i - R_i^* \mid T_i\right)\right] + R_t - I_t\right]$為複式買權在時間 t 的價值；

t 為建造期；

T_i 為營運期，$i = 1, 2, 3...$。

令 $f\left(u\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{t}} \mathrm{e}^{-\frac{\left(\frac{u-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right)^2}{2}}, -\infty < u < \infty$

則式(5.1)可整理如下

$$FG = r^{-t} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \max\left[0, \sum_{i=1}^{n} PV_t\left[Max\left(0, M_i - R_i^* \mid T_i\right)\right] + R_t - I_t\right]\right\} f\left(u\right) du \tag{5.2}$$

令 $G_i\left(R_i e^u, t\right) = PV_t\left[Max\left(0, M_i - R_i^* \mid T_i\right)\right]$

則 $u = \ln\left(\frac{R^*}{R}\right)$ ， $Re^u = R \cdot \frac{R^*}{R} = R^*$

令 $\ln\left(\frac{X}{R}\right)$ 為積分下限。X 為能使 $\sum_{i=1}^{n} G_i\left(R_i e^u, t\right) + R_i - I_i$ 等於 0 之值，因此積分函數才不會是零，賣權的買權才會有價值。

式(5.2)可改為：

$$FG = r^{-t}\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}\left[\sum_{i=1}^{n} G\left(Re^u, t\right) + R_t - I_t\right] f\left(u\right) du \tag{5.3}$$

將第四章所求出之賣權公式代入式(5.3)

$$FG = r^{-t}\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}\left[\sum_{i=1}^{n}\left[-Re^u d^{-(T_i-t)} N\left(-d_1\right) + Mr^{-(T_i-t)} N\left(-d_2\right)\right] + R_t - I_t\right] f\left(u\right) du \tag{5.4}$$

此式即為投資及最低營收保證複式選擇權模型。

其中：

$$-d_1 = -\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-(T_i-t)}}{Mr^{-(T_i-t)}}\right) + \frac{\sigma^2\left(T_i - t\right)}{2}}{\sigma\sqrt{T_i - t}} \tag{5.5}$$

$$-d_2 = -\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-(T_i-t)}}{Mr^{-(T_i-t)}}\right) - \frac{\sigma^2\left(T_i - t\right)}{2}}{\sigma\sqrt{T_i - t}} \tag{5.6}$$

5.3 模式求解

由於式(5.4)之計算相當複雜且冗長，為了方便表達計算，將式(5.4)拆成三項數學式如下，依次分別進行求解：

I. $$\sum_{i=1}^{n}\left[-Rr^{-t}d^{-(T_i-t)}\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}e^{u}N\left(-d_1\right)f\left(u\right)du\right] \tag{5.7}$$

II. $$\sum_{i=1}^{n}\left[Mr^{-T_i}\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}N\left(-d_2\right)f\left(u\right)du\right] \tag{5.8}$$

III. $$\left(R_t-I_t\right)r^{-t}\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}f\left(u\right)du \tag{5.9}$$

先對第一部分式(5.7)內之積分進行求解如下：

$$\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}e^{u}N\left(-d_1\right)f\left(u\right)du \tag{5.10}$$

已知 $f\left(u\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{t}}\mathrm{e}^{-\frac{\left(\frac{u-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right)^2}{2}}, -\infty<u<\infty$

令 $v=\frac{u-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}$

則 $u=\mu t+v\sigma\sqrt{t}$ ， $du=\sigma\sqrt{t}dv$

積分上下限調整如下：

當 $u=\ln\left(\frac{X}{R}\right)$ ， $v=\frac{u-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}=\frac{\ln\left(\frac{X}{R}\right)-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}=h$ ，$h<v<\infty$

當 $u=\infty$ ， $v=\infty$

$-d_1$ 需作調整如下：

$$-d_1=-\frac{\ln\left(\frac{Re^u d^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}-\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}$$

$$=-\frac{u+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}-\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}$$

$$=-\frac{\left(\mu t+v\sigma\sqrt{t}\right)+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}-\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2} \tag{5.11}$$

因此式(5.10)調整為

$$\int_h^\infty e^{\mu t+v\sigma\sqrt{t}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{t}}e^{-\frac{v^2}{2}}N\left(-d_1\right)\sigma\sqrt{t}dv$$

$$=\int_h^\infty \frac{N\left(-d_1\right)}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(v^2-2v\sigma\sqrt{t}\right)+\mu t}dv \tag{5.12}$$

$$=\int_h^\infty \frac{N\left(-d_1\right)}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(v^2-2v\sigma\sqrt{t}+\sigma^2 t\right)}e^{\mu t+\frac{\sigma^2 t}{2}}dv$$

$$=\int_h^\infty \frac{N\left(-d_1\right)}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\left(v-\sigma\sqrt{t}\right)^2}{2}}e^{\ln\left(\frac{r}{d}\right)^t}dv \tag{5.13}$$

令 $W=v-\sigma\sqrt{t}$

則 $dW=dv$　，　$W^*=v-\sigma\sqrt{t}=\dfrac{\ln\left(\frac{X}{R}\right)-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}-\sigma\sqrt{t}$

式(5.13)可整理如下：

$$\left(\frac{r}{d}\right)^t\int_{W^*}^\infty \frac{N\left(-d_1\right)}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{W^2}{2}}dW \tag{5.14}$$

令 $f(W)=N(0,1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{W^2}{2}}$

$$\left(\frac{r}{d}\right)^t\int_{W^*}^{\infty}N(-d_1)f(W)dW \tag{5.15}$$

將式(5.11)代入式(5.15)中之 $N(-d_1)$ 計算如下：

$$N(-d_1)=N\left(-\frac{\left(\mu t+v\sigma\sqrt{t}\right)+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}-\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}\right)$$

$$=N\left(-\frac{\mu t+W\sigma\sqrt{t}+\sigma^2 t+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)+\frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)^t-\frac{\sigma^2 t}{2}+W\sigma\sqrt{t}+\sigma^2 t+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)+\frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{W\sigma\sqrt{t}+\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)+\frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{\dfrac{W\sigma\sqrt{t}+\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)+\frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}}{\dfrac{\sigma\sqrt{T-t}}{\sigma\sqrt{T}}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{W\sqrt{\frac{t}{T}}+\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)+\frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}}{\sqrt{\frac{T-t}{T}}}\right) \tag{5.16}$$

令 $y=\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)+\frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}$，代入式(5.16)

$$N(-d_1)=N\left(-\frac{y+W\left(\sqrt{\frac{t}{T}}\right)}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{t}{T}}\right)^2}}\right) \tag{5.17}$$

令 $\rho=\sqrt{\frac{t}{T}}$，代入式(5.17)

$$N(-d_1)=N\left(\frac{-y-W\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \tag{5.18}$$

將式(5.15)、(5.18)代入式(5.7)可得第一部分之結果

$$\sum_{i=1}^{n}\left[-Rr^{-t}d^{-(T-t)}\cdot\left(\frac{r}{d}\right)^{t}\int_{W^*}^{\infty}N\left(\frac{-y-\rho W}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)f(W)\,dW\right] \tag{5.19}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[-Rd^{-T}\int_{W^*}^{\infty}N\left(\frac{-y-\rho W}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)f(W)\,dW\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[-Rd^{-T}\left[1-\int_{-\infty}^{W^*}N\left(-\frac{-y-\rho W}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)f(W)\,dW\right]\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[-Rd^{-T}\int_{-\infty}^{W^*} N\left(\frac{-y-\rho W}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) f(W)\,dW\right] \tag{5.20}$$

令 $W^* = \dfrac{\ln\left(\dfrac{X}{R}\right)-\mu t}{\sigma\sqrt{t}} - \sigma\sqrt{t}$

$$= -\frac{\ln\left(\dfrac{R}{X}\right)+\mu t}{\sigma\sqrt{t}} - \sigma\sqrt{t}$$

$$= -\frac{\ln\left(\dfrac{R}{X}\right)+\ln\left(\dfrac{r}{d}\right)^{t} - \dfrac{\sigma^2 t}{2}}{\sigma\sqrt{t}} - \sigma\sqrt{t}$$

$$= -\frac{\ln\left(\dfrac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2} - \sigma\sqrt{t}$$

$$= -\frac{\ln\left(\dfrac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right)}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$= -x$$

因此式(5.20)可改寫為

$$\sum_{i=1}^{n}\left[-Rd^{-T}\int_{-\infty}^{-x} N\left(\frac{-y-\rho W}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) f(W)\,dW\right] \tag{5.21}$$

式(5.21)又可表示如下：

$$\sum_{i=1}^{n}\left[-Rd^{-T} N(-x,-y;\rho)\right] \tag{5.22}$$

其中，$N(-x,-y;\rho)$ 為二元標準常態分配累積機率，公式如下：

$$N(h,k;\rho)=\int_{-\infty}^{h}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{X^2}{2}}\left[\int_{-\infty}^{\frac{k-\rho X}{\sqrt{1-\rho^2}}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{W^2}{2}}dW\right]dX$$

$$=\int_{-\infty}^{h}N\left(\frac{k-\rho X}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)f(X)\,dX$$

計算第二部分式(5.8)內之積分如下：

$$\int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty}N(-d_2)\,f(u)\,du \tag{5.23}$$

已知 $f(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{t}}e^{-\frac{\left(\frac{u-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}\right)^2}{2}}$

令 $v=\frac{u-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}$

則 $u=\mu t+\sigma\sqrt{t}$ ， $\frac{du}{dv}=\sigma\sqrt{t}$

當 $u=\infty$ ， $v=\infty$

當 $u=\ln\left(\frac{X}{R}\right)$ ， $v=\frac{\ln\left(\frac{X}{R}\right)-\mu t}{\sigma\sqrt{t}}=v^*$

$-d_2$ 需作調整如下：

$$-d_2=-\frac{\ln\left(\frac{\mathrm{Re}^u d^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)-\frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$=-\frac{u+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)-\frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$=-\frac{\mu t+v\sigma\sqrt{t}+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)-\frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{5.24}$$

將式(5.24)代入$N\left(-d_2\right)$

$$N\left(-d_2\right)=N\left(-\frac{\mu t+v\sigma\sqrt{t}+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)-\frac{\sigma^2\left(T-t\right)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) \tag{5.25}$$

$$=N\left(-\frac{\ln\left(\frac{r}{d}\right)^t-\frac{\sigma^2 t}{2}+v\sigma\sqrt{t}+\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)-\frac{\sigma^2\left(T-t\right)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{v\sigma\sqrt{t}+\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)-\frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{v\left(\frac{\sigma\sqrt{t}}{\sigma\sqrt{T}}\right)+\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)}{\sigma\sqrt{T}}-\frac{\frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}}{\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{\sigma\sqrt{T}}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{v\left(\sqrt{\frac{t}{T}}\right)+\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)}{\sigma\sqrt{T}}-\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}}{\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{t}{T}}\right)^2}}\right)$$

$$=N\left(-\frac{v\rho+\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)}{\sigma\sqrt{T}}+\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}-\sigma\sqrt{T}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)$$

$$= N\left(-\frac{v\rho + \dfrac{\ln\left(\dfrac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right) + \dfrac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}} - \sigma\sqrt{T}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right)$$

$$= N\left(-\frac{v\rho + \left(y - \sigma\sqrt{T}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}} \right)$$

$$N\left(-d_2\right) = N\left(\frac{-y + \sigma\sqrt{T} - v\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \tag{5.26}$$

令 $g(v) = f(u)\left|\frac{du}{dv}\right|$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{t}} e^{-\frac{v^2}{2}} \cdot \sigma\sqrt{t}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} \sim N(0,1)$$

將式(5.26)代入式(5.23)可得：

$$\int_{v^*}^{\infty} N\left(\frac{-y + \sigma\sqrt{T} - v\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) g(v)\,dv \tag{5.27}$$

$$= 1 - \int_{-\infty}^{v^*} N\left(-\frac{-y + \sigma\sqrt{T} - v\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) g(v)\,dv$$

$$= \int_{-\infty}^{v^*} N\left(\frac{-y + \sigma\sqrt{T} - v\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) g(v)\,dv \tag{5.28}$$

其中：

$$v^* = \frac{\ln\left(\frac{X}{R}\right) - \mu t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$= -\frac{\ln\left(\frac{R}{X}\right) + \mu t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$= -\frac{\ln\left(\frac{R}{X}\right) + \ln\left(\frac{r}{d}\right)^t - \frac{\sigma^2 t}{2}}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$= -\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right) - \frac{\sigma^2 t}{2}}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$= -\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$= -\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right)}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma\sqrt{t}}{2} + \sigma\sqrt{t}$$

$$= -\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right)}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma\sqrt{t}}{2} + \sigma\sqrt{t}$$

$$= -x + \sigma\sqrt{t}$$

因此式(5.28)可改為

$$\int_{-\infty}^{-x+\sigma\sqrt{t}} N\left(\frac{-y+\sigma\sqrt{T}-v\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) g(v)\,dv \tag{5.29}$$

式(5.29)代入式(5.8)

$$\sum_{i=1}^{n}\left[Mr^{-T_i}\int_{-\infty}^{-x+\sigma\sqrt{t}} N\left(\frac{-y+\sigma\sqrt{T}-v\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) g(v)\,dv\right] \tag{5.30}$$

下可表示為：

$$\left[Mr^{-T_i} N\left(-x+\sigma\sqrt{t},-y+\sigma\sqrt{T};\rho\right)\right] \tag{5.31}$$

第三部分積分式(5.9)計算如下：

$$(R_t - I_t) r^{-t} \int_{\ln\left(\frac{X}{R}\right)}^{\infty} f(u) \tag{5.32}$$

$$= (R_t - I_t) r^{-t} \int_{v^*}^{\infty} g(v)\,dv$$

$$= (R_t - I_t) r^{-t} \left[1 - \int_{-\infty}^{v^*} g(v)\,dv\right]$$

$$= (R_t - I_t) r^{-t} \int_{-\infty}^{v^*} g(v)\,dv \tag{5.33}$$

將 $v^* = -x+\sigma\sqrt{t}$ 代入式(5.33)並調整：

$$\sum_{i=1}^{n} (R_{ti} - I_{ti}) r^{-t} \int_{-\infty}^{-x+\sigma\sqrt{t}} g(v)\,dv \tag{5.34}$$

式(5.34)又可改寫為

$$\sum_{i=1}^{n} (R_{ti} - I_{ti}) r^{-t} N\left(-x+\sigma\sqrt{t}\right) \tag{5.35}$$

綜合式(5.22)(5.31)(5.35)可得

$$FG = \sum_{i=1}^{n}\left[-Rd^{-T_i} N(-x,-y;\rho)\right] + \sum_{i=1}^{n}\left[Mr^{-T_i} N\left(-x+\sigma\sqrt{t},-y+\sigma\sqrt{T};\rho\right)\right]$$

$$+\sum_{i=1}^{n} (R_{ti} - I_{ti}) r^{-t} N\left(-x+\sigma\sqrt{t}\right) \tag{5.36}$$

式(5.36)即投資與最低營收保證複式選擇權評價模型之解。

其中：

$$x=\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-t}}{Xr^{-t}}\right)}{\sigma\sqrt{t}}+\frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$y=\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-T}}{Mr^{-T}}\right)+\frac{\sigma^{2}T}{2}}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$\rho=\sqrt{\frac{t}{T}}$$

欲計算式(5.36)須先求臨界值 X，臨界值的計算較複雜，須將下式中之 R 以 X 代入：

$$-d_1=-\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}-\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}\quad,\quad R=X$$

$$-d_2=-\frac{\ln\left(\frac{Rd^{-(T-t)}}{Mr^{-(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}+\frac{\sigma\sqrt{T-t}}{2}\quad,\quad R=X$$

再將上二式代入下式，以試誤法求出臨界值。

$$-Xd^{-(T-t)}N\left(-d_1\right)+Mr^{-(T-t)}N\left(-d_2\right)-\left(P_i-I_i\right)=\begin{cases}0 & if\ P_i<I_i\\ P_i-I_i & if\ P_i\geq I_i\end{cases}$$

關於二元標準常態分配累積機率之計算，可參考 Drezner (1978) 所提出之近似值解法。

第6章　案例分析

6.1 案例說明

計畫範圍包括高雄市楠梓區及附近地區污水下水道暨相關處理設施之公共建設(含污水處理廠與下水道主幹、次幹、分支管)，排水區域涵蓋高雄市楠梓區、左營海軍軍區、高雄縣蚵仔寮地區、高速公路以西高雄縣仁武鄉等區域。

6.1.1 興建計畫

為期配合污水管渠佈設、下水道用戶排水設備之安及人口成長，本計畫污水處理廠將分期興建。各期污水廠之規模與興建時程程如下：

1. 第一期污水處理廠

   平均日設計容量：75,000 噸

   興建起始：2004 年

   完工年度：2006 年

2. 第二期污水處理廠

   平均日設計容量：25,000 噸

   興起起始：2013 年

   完工年度：2014 年

3. 第三期污水處理廠

   平均日設計容量：25,000 噸

   興建起始：2025 年

   完工年度：2026 年

污水管渠建設期程亦分為三階，各階段之期程與用戶排水備設安裝普及率如下：

1. 第一階段污水管渠

為 2004 年 10 月至 2008 年，達 65%之涵蓋人口。

2. 第二階段污水管渠

為 2010 年至 2013 年，達 96%之涵蓋人口。

3. 第三階段污水管渠

為 2015 年側 2016 年，污水管渠佈設完成 100%。

6.1.2 基本假設

本計畫主要之假設參數如下所述：

1. 計畫起始年(評估基期)：民國 93 年(公元 2004 年)。
2. 興建營運期：自 2003 年至 2038 年，共計 35 年。
3. 污水處理廠運轉天數：年年 365 日。
4. 評估幣別：新台幣。
5. 物價上漲率：2%。
6. 折舊、攤提與重置

   本計畫之各項工程與設備以直線法和其耐用年期計算各年之折舊與攤提。土木工程之折舊年期為 35 年，而機電之折舊年期為 10 年，資本化利息依主要工程耐用年期攤提。各項工程與設備於耐用年期屆滿，以期初投資金額調整通貨膨脹率，等額重置。

7. 土地租金

   計畫之污水廠基地土地面積為 15 公頃，公告地價 1,600 元/平方公尺，而公告現值約為 4,200 元/平方公尺，預估公告地價未來每三年以 8%成長，截流站用地面積 2,000 平方公尺，公告現值為 15,000 元/平方公尺。污水處理廠和截流站之用地將按促參法相關規定計算各期土地租金，即以公告地價 3%計算分年土地租金，且特許期間前五年免繳土地租金。

8. 利息收入

為營運週轉金以活存方式，存放於銀行所產生之利息收入。預估存款利率為 0.45%。

9. 利息支出

依據長期貸款利率假設估算

10. 營業稅

考量進銷項互抵暫不列

11. 營利事業所得稅

以 25%稅率估算。另依據促參法民間機構得自所參與重大公共建設開始營運後有課稅所得之年度起，最長以五年為限，免繳納營利事業所得稅五年。

12. 營運期限屆滿資產轉移

依促參法規定民間機構於興建營運年期屆滿時，將本計畫資產無償移轉予主辦機關。

13. 法定公債盈餘

淨利彌補虧損後提列 10%。

14. 營運資金

假設應收帳款應收天期為 45 日，應付帳款付現天期為 30 日，存貨周轉天期為 30 日，現金安全存量為 5,000 萬元。

15. 資本結構

將興建期自有資金比例設為一般銀行能接受之比例及投資者所願意為本計畫所提供的自有資金比例，其假設比例為 30%。

16. 股東投資報率

考量台灣市場民間業者承包政府公共工程之報酬率、特許期營運風險、計畫財務特性與風險配置、政府提供最低營收及承擔合理風險下，股東報酬率暫以 10%估算。

17. 長期貸款

本計畫符合經建會中長期資金貸款申請條件，故融資資金需求之 70%由經建會中長期資金挹注，30%為一般銀行貸款。經建會中長期資金借款利率為 6.55%，國內五大行

庫資本支出貸款利率平均為 7.22%，因此本計畫融資之加權資金成本為 6.75%。

18. 貸款期間

本計畫貸款期間包括借款期、寬限期及還款期，其中寬限期配合興建期程，以不超過 5 年為限，且在最低償債能力不小於 1.2 要求下，規畫借款期間，而借款期間以不超過 15 年為限。

19. 履約保證金

假設民間機構負擔履約保證金 3.3 億元，並於工程完成進度於每期污水處理廠興建完成後，各減少 15%，所有網管系統興建完成後，減少 25%，特許年期屆滿完成資產移轉移程序後，減少 30%履約保證金，銀行保證金保證費為 1%。

20. 折現率

本計畫以加權資金成本(Weighted Average Cost of Capital; WACC)計算計畫折現率，為 6.75%。

6.1.3 資本支出假設

本計畫之直接工程包括污水處理廠和管網系統，加計相關之規畫設計費用、間接工程成本、興建期間營運資金需求和資本化利息後，所得之值為總開發金，分別計算如下：

一、 工程成本估算

1. 污水處理廠

二級污水處理廠一座，採地上化設施，分三段階興建，第一期污水處理廠平均日設計容量為 75,000 噸，第二期污水處理廠平均設計容量擴建 25,000 噸，第三期污水處理廠平均設計容量擴建 25,000 噸，終期污水處理廠之總計平均設計容量為 125,000 噸。合計總工程成本 1,787 百萬元。

表 6-1　污水處理廠分年資本支出

單位：新台幣仟元

工程期	年	土木工程	機電工程	總成本
第一期	2004	84,375	51,563	135,938
	2005	172,125	157,781	329,906
	2006	175,568	321,874	497,442
第二期	2013	64,535	59,157	123,692
	2014	98,739	140,794	239,533
第三期	2025	81,846	75,025	156,871
	2026	125,224	178,561	303,785
合計		802,412	984,755	1,787,167

2. 管網系統

計畫污水區下水道主幹、次幹和分支管共計 152 公里，其中既有管線 38 公里，待興建之管長主幹管 8 公里、次幹管 30 公里、分支管 75 公里。計 113 公里。

表 6-2　管線分年資本支出

單位：新台幣仟元

工程期	年	主幹管	次幹管	分支管
第一期	2004	110,469	56,646	86,902
	2005	338,034	173,338	265,921
	2006	344,795	176,805	271,239
	2007	234,460	120,227	184,443
	2008	119,575	61,316	94,066
第二期	2010	0	83,682	81,752
	2011	0	85,356	83,387
	2012	0	87,063	85,055
	2013	0	88,804	86,756
第三期	2015	0	21,603	42,906
	2016	0	22,035	43,764
合計		1,147,333	976,875	1,326,191

二、 設計階段作業費

包括資料蒐集調查預測及分析費、測量費、鑽探試驗費、設計費、設計階段營建管理費等，以污水處理廠及管線系統直接成本之 3%計。

三、 間接工程成本

包括工程監造費、工程行政管理費、施工階段營建管理費等，以污水處理廠和管線系統直接成本之 3%估算間接工程成本。

上述工程成本、設計階段作業費、間接工程成本、興建營運資金需求和資本化利息合計可得總開發金額為 55 億元。

表 6-3　總開發金額彙整

單位：新台幣仟元

項目	基年期幣值	當年期幣值	百分比
總工程成本	5,055,186	5,551,822	92%
興建期間營運資金需求	106,559	108,293	2%
資本化利息	320,516	390,184	6%
總開發金額	5,482,261	6,050,299	100%

6.1.4 資金來源規劃假設

專案之資金來源包括有三：一為自有資金，二為融資貸款資金，三為專案本身營運資金挹注。而污水下水道必須於建設完成開始營運後，始有融資資金與股東投資以外之資金流入，目前台灣大型公共建設之融資資金管道主要來源為銀行借貸與政府相關之優惠貸款，然而資金規劃仍視民間投資人需求而定，本計畫規劃之資金來源與金額如下表。

表 6-4　資金來源與資金用途

單位：新台幣仟元

項目	金額	%	項目	金額	%
營業自由資金	1,329,609	22%	資本支出	5,551,822	92%
權益資金	1,421,272	23%	興建期間營運資金需求	108,293	2%
負債資金	3,299,418	55%	資本化利息	390,184	6%
總資金來源	6,050,299	100%	總資本支出	6,050,299	100%

6.1.5 營運收入假設

一、 污水處理量假設

目前計畫區人口約 16 萬人，預計於每年人口成長為 1%~3%，至計畫目標年(2038)年，人口將達近 36 萬人，而每人用水量由 2004 年之 278 升/日，成長至 2038 年之 292 升，而污水/自來水轉換率為 85%，加計污水區污水與截流站截流水，本污水處理廠之污水處理量從 2007 年之 54,640 噸/日成長至 2038 年之 126,131 噸/日。

二、 本計畫之營業收入包括建設費收入、固定操作維護費收入和變動操作維護費用收入。在無最低營收保證下建設費用、固定操作維護費用和變動操作維護費用收入以其費率依實際污水處理量收取；而在有最低營收保證下建設費收入和固定操作維護費用收入以其費率依污水處理廠設計容量之 90%收取，變動操作維護費用收入以其費率依實際污水處理量收取。

污水處理量預估如下表：

表 **6-5**　計畫污水處理量預估

年期	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
人口數(人)	163,931	165,864	170,840	175,965	181,244	186,681	192,282	198,050	203,992	210,112	216,415	222,907	229,595
人口成長率	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
接管函蓋人口率	0	0	0	0	0	0	26	50	54	58	72	83	86
接管涵蓋人口(人)	0	0	0	0	0	0	49207	99025	109630	120763	155140	189471	197604
每人用水量(升／日)	272	274	276	280	282	284	286	288	290	290	292	292	292
每人污水產生量(升／日)	231	233	235	236	238	240	241	243	245	247	248	248	248
服務區污水量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	19179	31461	39813	42832	51568	60267	62347
滲流水量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	2802	4631	5871	6310	7621	8899	9202
納管污水量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	21981	36092	45685	49192	59279	69166	71575
截流站截流量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	32659	26659	26659	26659	26659	0	0
污水處理廠污水處理量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	54640	62751	72334	75801	85938	69166	71575

註：污水處理廠污水處理量平均成長率為2.6691%；

污水處理廠污水處理量平均成長率標準差為0.0635。

表 **6-5**　計畫污水處理量預估(續)

年期	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
人口數(人)	236,482	241,212	246,036	250,957	255,976	261,096	266,318	271,644	277,077	282,618	288,271	294,036	299,917
人口成長率	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
接管函蓋人口率	87	88	90	90	91	91	92	92	93	93	93	94	94
接管涵蓋人口(人)	206090	212905	220132	225737	231664	237698	243812	249973	256217	262654	269145	275856	282773
每人用水量(升／日)	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292
每人污水產生量(升／日)	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
服務區污水量(噸/日)	65764	67543	561940	71595	73329	75091	76871	78664	80447	82339	84213	86132	88122
滲流水量(噸/日)	9697	9951	10297	10532	10779	11030	11284	11540	11799	12065	12333	12609	12893
納管污水量(噸/日)	75461	77494	80237	82127	84108	86121	88155	90204	92276	94404	96546	98751	101015
截流站截流量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
污水處理廠污水處理量(噸/日)	75461	77494	80237	82127	84108	86121	88155	80204	92276	94404	96546	98751	101015

表 6-5　計畫污水處理量預估(續)

年期	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
人口數(人)	304,416	308,982	313,617	318,321	323,096	327,942	332,861	337,854	342,922	348,066	353,287	358,586
人口成長率	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
接管函蓋人口率	95	95	96	96	97	97	98	98	99	99	100	100
接管涵蓋人口(人)	288468	294251	300095	306005	312093	318343	324749	331253	337894	344644	351545	358586
每人用水量(升／日)	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292	292
每人污水產生量(升／日)	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
服務區污水量(噸/日)	89800	91498	93213	94942	96717	98532	100386	102173	104175	106114	108090	110100
滲流水量(噸/日)	13131	13373	13617	13863	14116	14375	14640	14908	15182	15459	15742	16031
納管污水量(噸/日)	102931	104871	106830	108805	110833	112907	115026	117171	119357	121573	123832	126131
截流站截流量(噸/日)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
污水處理廠污水處理量(噸/日)	102931	104871	106830	108805	110833	112907	115026	117171	119357	121573	123832	125000

6.1.6 營運費用假設

一、 污水處理廠相關之營運費用

1. 學藥品費用

每噸污水處理藥品費以 0.2 元計，其係以處理水中添加高分子混凝劑(50 元/kg)3mg/l 及污泥脫水添加高分子調理劑(200 元/kg)以乾污泥量之 0.1%估算。

2. 電力費用

每噸污水處理電費以 1 元計，其係以處理每噸污水需電電量 0.5Kwh，每 Kwh 平均電費以 2 元估算。

3. 水費

每噸污水處理水費以 0.015 計，其係以調配 0.2%濃度高分子混凝劑藥劑、0.2%濃度污泥脫水高分子調理劑藥液及人員生活用水(250 lpcd)估算處理每噸污水計需 0.0017 噸之自來水。

4. 污泥清運費及處置費

以含水率 75%推估每噸污水產生 0.47 公斤之污泥；每公噸污泥清運費 500 元(運距 20~30 公里計)，污泥處置費依該區之掩埋場收費標準每公噸 1,000 元計。

5. 維護費用

處理廠及截流設施年維護保養費以工程成本之 2.5%計；管線維護保養費用以管線工程成本之 0.6%計。

6. 人事費用估算基準

依一般民間代操作業者薪資估算為基準，主管級平均月薪 6 萬，技術人員平均月薪 4 萬，一般職工平均月薪 3 萬，每人年終加發 2 個月及每年提撥 1 個月退休金，每年薪資以 15 個月計，另再加計上述費用之 10%作為勞健保費及其他津貼。

7. 管理費

以人事費用之 20%計。

8. 水質檢測費

第一期污水處理廠營運期為每年 240 萬元，第二期污水處理廠營運期為每年 270 萬元，第三期污水處理廠營運期為每年 300 萬元。

9. 環境監測費

每年 600 百萬元。

二、 公司開辦費與行政管理費用

1. 人事費用估算基準

平均主管級月薪 9 萬，專業人員月薪 6 萬，一般職工月薪 3 萬。年終加發 2 個月及每年提撥 1 個月退休金，每年薪資以 15 個月計，另再加計上述費用之 10%作為勞健保費及其他津貼。

2. 辦公室租金

辦公室面積以 50 估算，租金以每坪每月 500 元計。

3. 管理費用

以人事費之 20%計。

4. 交通費

每月 50,000 元計。

5. 電費

每人每日用電以 12 小時計，每小時以 1000W 估算，每 Kwh 電價 3 元計。

6. 水費

每人每日用水 250 公升，每度水費 9 元計。

7. 辦公室設備

包含公司及處理廠使用之設備，以 500 萬元估算，每 5 年重置一次。

8. 保險費

辦公室設備保險費保額 500 萬，保險費率以 0.3%計。

固定營運費用項目計有維護保養費、產物保險費、人事費、管理費、水質檢驗費、環境監測費和行政管理費用 等；變動營運費用項目計有藥品費、電力費、水費、污泥委清運費及污泥委外處置費等。

6.2 投資選擇權分析

根據 6.1 節之基本假設，將計畫相關資料加以整理、計算，步驟如下：

一、 計畫生命週期

本 BOT 計畫之籌辦期為 1 年，建造期 3 年，營運期 32 年。籌辦期為計畫之必要籌辦期限，特許公司不會延長或縮短籌辦期限。建造期為污水處理廠之建造期間，不包含污水系統管線。營運期為特許公司開始營運收取服務費至結束營運之期間。

二、 預期成長率之標準差

由於預期成長率之標準差由於無法進行實際數據分析，故參考表 6-5 計畫預估污水處理量之預期成長率標準差 0.0635 設定為標準差；而一般股票市場標準備範圍為 0.2 至 0.4，本研究將另取標準差為 0.3 與預期成長率計算之標準差 0.0635 作比較。

三、 計畫營運收入

計畫之營運收入來源為委託服務費用，主要有建設費、固定操作維護費及變動操作維護費。在沒有最低營收保證下，委託服務費用為建設費、固定操作維護費及變動操作維護費之費率乘實際污處理量，並假設每年營運 365 天。

四、 總投入成本

本研究之總投入成本包括投資活動之建造成本、營運活動之營運成本及融資活動產生之成本，參考自計畫之財務報表。

表 6-6　投資選擇權基本參數假設

計畫建造期	3
計畫營運期	32
計畫折現率	6.75%
預期成長率	2%
預期成長率標準差	0.0635

分年委託服務費用金額之計算如下表：

表 6-7　分年委託服務費用金額

單位：新台幣仟元

年期	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
實際污水處理量(噸/日)	54640	62751	72334	75801	85938	69166	71575	75461	77494	80237	82127
建設費	393,853	452,318	521,394	546,385	619,454	498,559	515,923	543,934	558,588	578,360	591,984
固定操作維護費	83,922	96,380	111,099	116,424	131,993	106,233	109,933	115,902	119,024	123,237	126,140
變動操作維護費	42,121	48,374	55,761	58,434	66,248	53,319	55,176	58,172	59,739	61,853	63,310
委托服務操作費合計	519,897	597,072	688,254	721,242	817,695	658,111	681,032	718,007	737,351	763,451	781,434

表 6-7　分年委託服務費用金額(續)

單位：新台幣仟元

年期	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
實際污水處理量(噸/日)	84108	86121	88155	80204	92276	94404	96546	98751	101015	102931	104871
建設費	606,263	620,773	635,434	578,122	665,139	680,478	695,918	711,812	728,131	741,942	755,926
固定操作維護費	129,183	132,274	135,398	123,186	141,728	144,996	148,286	151,673	155,150	158,093	161,073
變動操作維護費	64,837	66,389	67,957	61,828	71,134	72,775	74,426	76,126	77,871	79,348	80,843
委托服務操作費合計	800,283	819,437	838,790	763,137	878,001	898,249	918,630	939,610	961,152	979,383	997,842

表 6-7　分年委託服務費用金額(續)

單位：新台幣仟元

年期	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
實際污水處理量(噸/日)	106830	108805	110833	112907	115026	117171	119357	121573	123832	125000
建設費	770,046	784,283	798,901	813,850	829,124	844,586	860,343	876,316	892,599	901,018
固定操作維護費	164,082	167,115	170,230	173,415	176,670	179,964	183,322	186,726	190,195	191,989
變動操作維護費	82,354	83,876	85,439	87,038	88,672	90,325	92,010	93,719	95,460	96,360
委托服務操作費合計	1,016,481	1,035,273	1,054,570	1,074,304	1,094,466	1,114,876	1,135,675	1,156,760	1,178,255	1,189,368

1. 先計算總收入與總成本，計算如下表：

表 6-8　投資選擇權價值計算

單位：新台幣仟元

年期	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
營運收入		0	0	0	519,897	597,072	688,254	721,242	817,695	658,111	681,032	718,007
營運收入現值		0	0	0	400,355	430,712	465,095	456,569	484,896	365,585	354,396	350,011
總收入	8,469,949											
營運成本		19,745	15,039	15,340	260,736	286,885	318,771	317,764	330,728	324,954	333,455	347,074
建造成本		561,473	1,222,182	1,477,332	572,101	302,229	0	170,397	173,805	177,282	180,827	62,854
融資成本		(631,820)	(1,239,723)	(1,494,759)	(254,130)	98,963	166,842	178,104	190,126	202,960	216,660	231,284
調整項目		603	2,501	2,089	107,973	4,858	4,962	(5,687)	(22,827)	10,260	(596)	(11,269)
成本合計		(49,999)	(1)	2	686,680	692,935	490,575	660,578	671,832	715,456	730,346	629,943
成本折現		(46,837)	(1)	2	528,790	499,865	331,511	418,166	398,398	397,440	380,058	307,082
總成本	6,029,438											
NPV	2,440,511											

表 6-8　投資選擇權價值計算(續)

單位：新台幣仟元

年期	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
營運收入	737,351	763,451	781,434	800,283	819,437	838,790	763,137	878,001	898,249	918,630	939,610	961,152
營運收入現值	336,713	326,587	313,142	300,418	288,157	276,312	235,494	253,808	243,242	233,032	223,282	213,959
總收入												
營運成本	342,074	345,130	359,292	359,292	360,124	360,124	360,124	361,024	361,024	361,024	361,995	361,995
建造成本	258,778	467,034	0	0	0	0	0	0	0	76,619	234,455	478,287
融資成本	246,896	114,419	383,810	300,343	29,173	31,142	33,244	0	0	0	0	0
調整項目	(16,144)	(24,740)	(45,892)	(61,230)	(73,246)	(70,391)	(92,696)	(67,429)	(63,824)	(60,540)	(55,802)	(51,083)
成本合計	831,604	901,843	697,210	598,405	316,051	320,875	300,672	293,595	297,200	377,103	540,648	789,199
成本折現	379,754	385,788	279,392	224,635	111,140	105,702	92,784	84,871	80,481	95,661	128,476	175,681

表 6-8　投資選擇權價值計算(續)

單位：新台幣仟元

年期	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
營運收入	979,383	997,842	1,016,481	1,035,273	1,054,570	1,074,304	1,094,466	1,114,876	1,135,675	1,156,760	1,178,255	1,189,368
營運收入現值	204,232	194,924	186,009	177,469	169,346	161,606	154,229	147,171	140,437	134,000	127,859	120,904
總收入												
營運成本	376,176	377,225	382,225	377,225	378,357	378,357	378,357	384,581	379,581	379,581	380,902	380,902
建造成本	0	0	0	0	0	0	0	93,398	285,799	583,030	0	0
融資成本	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
調整項目	(64,992)	(62,281)	(60,749)	(55,537)	(53,068)	(49,614)	(46,151)	(44,534)	(38,098)	(33,357)	(29,024)	(370,110)
成本合計	311,184	314,944	321,476	321,688	325,289	328,743	332,206	433,445	627,282	929,254	351,878	10,792
成本折現	64,892	61,523	58,828	55,144	52,236	49,452	46,814	57,218	77,569	107,645	38,184	1,097

2. 次計算投資選擇權之價值計算如下表：

表 6-9　投資選擇權計算結果彙整

單位：新台幣仟元

總營運收入 P	8,469,949
總投入成本 I	6,029,438
N(k1)	0.9991699
N(k2)	0.9987979
投資選擇權價值 F(R,I;0)	2,440,728
計畫淨現值 NPV	2,440,511
放棄投資選擇權價值 f(R,I;0)	217

6.3 最低營收保證選擇權分析

最低營收保證選擇權之基本假設除營運收入部分與投資選擇權不同外，其他部分無異。根據 6.1 節之假設，加以整理、計算如下：

一、 營運期

本 BOT 計畫之營運期 32 年，營運期為特許公司開始營運收取服務費至結束營運之期間。

二、 預期成長率之標準差

由於預期成長率之標準差由於無法進行實際數據分析，故參考表 6-5 計畫預估污水處理量之預期成長率標準差 0.0635 設定為標準差；而一般股票市場標準備範圍為 0.2 至 0.4，本研究將另取標準差為 0.3 與預期成長率計算之標準差 0.0635 作比較。

三、 計畫營運收入

1. 無最低營收保證情況

   委託服務費以建設費、固定操作維護費及變動操作維護費之費率乘實際污處理量，並假設每年營運 365 天。

2. 有最低營收保證情況

   委託服務費用為建設費及固定操作維護費之費率乘污水處理廠設計污水處理量之 90%，變動操作維護費之費率乘實際污處理量，並假設每年營運 365 天。

表 6-10　營收保證選擇權基本參數假設

基期(年)	2003
計畫營運期	32
計畫折現率	6.75%
預期成長率	2%
預期成長率標準差	0.0635
營收保證量	90%

1. 先計算最低營收保證下之營運收入，計算如下：

表 6-11　有最低營收保證之營運收入計算

單位：新台幣仟元

年期	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
實際污水處理量(噸/日)	54640	62751	72334	75801	85938	69166	71575	75461	77494	80237	82127
建設費與固定操作費給付量(噸/日)	67500	67500	67500	67500	67500	67500	67500	67500	90000	90000	90000
建設費	486,550	486,550	486,550	486,550	486,550	486,550	486,550	486,550	648,733	648,733	648,733
固定操作維護費	103,674	103,674	103,674	103,674	103,674	103,674	103,674	103,674	138,232	138,232	138,232
變動操作維護費	42,121	48,374	55,761	58,434	66,248	53,319	55,176	58,172	59,739	61,853	63,310
委托服務操作費合計	632,345	638,598	645,985	648,658	656,472	643,543	645,400	648,396	846,704	848,819	850,276

表 6-11　有最低營收保證之營運收入計算(續)

單位：新台幣仟元

年期	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
實際污水處理量(噸/日)	84108	86121	88155	80204	92276	94404	96546	98751	101015	102931	104871
建設費與固定操作費給付量(噸/日)	90000	90000	90000	90000	90000	90000	90000	90000	90000	112500	112500
建設費	648,733	648,733	648,733	648,733	648,733	648,733	648,733	648,733	648,733	810,917	810,917
固定操作維護費	138,232	138,232	138,232	138,232	138,232	138,232	138,232	138,232	138,232	172,790	172,790
變動操作維護費	64,837	66,389	67,957	61,828	71,134	72,775	74,426	76,126	77,871	79,348	80,843
委托服務操作費合計	851,803	853,355	854,923	848,793	858,100	859,740	861,391	863,091	864,836	1,063,055	1,064,550

表 6-11　有最低營收保證之營運收入計算(續)

單位：新台幣仟元

年期	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
實際污水處理量(噸/日)	106830	108805	110833	112907	115026	117171	119357	121573	123832	125000
建設費與固定操作費給付量(噸/日)	112500	112500	112500	112500	112500	112500	112500	112500	112500	112500
建設費	810,917	810,917	810,917	810,917	810,917	810,917	810,917	810,917	810,917	810,917
固定操作維護費	172,790	172,790	172,790	172,790	172,790	172,790	172,790	172,790	172,790	172,790
變動操作維護費	82,354	83,876	85,439	87,038	88,672	90,325	92,010	93,719	95,460	96,360
委托服務操作費合計	1,066,060	1,067,583	1,069,146	1,070,745	1,072,378	1,074,032	1,075,717	1,077,425	1,079,167	1,080,067

2. 次最低營收保證選擇權之價值，計算如下：

表 **6-14**　最低營收保證選擇權價值計算

單位：新台幣仟元

年期	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
營運收入 R					519,897	597,072	688,254	721,242	817,695	658,111	681,032	718,007
營運收入折現 R0					400,355	430,712	465,095	456,569	484,896	365,585	354,396	350,011
最低營收保證 M					632,345	638,598	645,985	648,658	656,472	643,543	645,400	648,396
最低營收保證折現 M0					486,948	460,668	436,531	410,620	389,290	357,492	335,854	316,077
d1					-1.4783	-0.4025	0.4853	0.7154	1.3125	0.2128	0.3680	0.5895
d2					-1.6053	-0.5445	0.3297	0.5473	1.1329	0.0223	0.1672	0.3789
N(-d1)					0.9303	0.6564	0.3137	0.2372	0.0947	0.4158	0.3564	0.2778
N(-d2)					0.0697	0.3436	0.6863	0.7628	0.9053	0.5842	0.6436	0.7222
G(R,M;0)	711,203				(338,539)	(124,394)	153,649	204,927	306,531	56,866	89,829	131,067

表 6-14　最低營收保證選擇權價值計算(續)

單位：新台幣仟元

年期	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
營運收入 R	737,351	763,451	781,434	800,283	819,437	838,790	763,137	878,001	898,249	918,630	939,610	961,152
營運收入折現 R0	336,713	326,587	313,142	300,418	288,157	276,312	235,494	253,808	243,242	233,032	223,282	213,959
最低營收保證 M	846,704	848,819	850,276	851,803	853,355	854,923	848,793	858,100	859,740	861,391	863,091	864,836
最低營收保證折現 M0	386,649	363,105	340,729	319,758	300,084	281,626	261,927	248,055	232,814	218,512	205,099	192,519
d1	-0.5187	-0.3485	-0.2366	-0.1307	-0.0327	0.0581	-0.2602	0.2212	0.2963	0.3666	0.4341	0.4990
d2	-0.7386	-0.5774	-0.4742	-0.3767	-0.2867	-0.2037	-0.5296	-0.0556	0.0123	0.0756	0.1363	0.1945
N(-d1)	0.6980	0.6363	0.5935	0.5520	0.5130	0.4768	0.6026	0.4125	0.3835	0.3570	0.3321	0.3089
N(-d2)	0.3020	0.3637	0.4065	0.4480	0.4870	0.5232	0.3974	0.5875	0.6165	0.6430	0.6679	0.6911
G(R,M;0)	(118,263)	(75,721)	(47,343)	(22,580)	(1,704)	15,592	(37,834)	41,058	50,244	57,326	62,834	66,962

表 6-14　最低營收保證選擇權價值計算(續)

單位：新台幣仟元

年期	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
營運收入 R	979,383	997,842	1,016,481	1,035,273	1,054,570	1,074,304	1,094,466	1,114,876	1,135,675	1,156,760	1,178,255	1,189,368
營運收入折現 R0	204,232	194,924	186,009	177,469	169,346	161,606	154,229	147,171	140,437	134,000	127,859	120,904
最低營收保證 M	1,063,055	1,064,550	1,066,060	1,067,583	1,069,146	1,070,745	1,072,378	1,074,032	1,075,717	1,077,425	1,079,167	1,080,067
最低營收保證折現 M0	221,680	207,955	195,082	183,007	171,687	161,071	151,116	141,779	133,023	124,809	117,106	109,793
d1	-0.1080	-0.0451	0.0148	0.0718	0.1272	0.1807	0.2325	0.2823	0.3306	0.3772	0.4224	0.4444
d2	-0.4191	-0.3626	-0.3090	-0.2581	-0.2089	-0.1613	-0.1153	-0.0712	-0.0286	0.0124	0.0521	0.0688
N(-d1)	0.5430	0.5180	0.4941	0.4714	0.4494	0.4283	0.4081	0.3888	0.3705	0.3530	0.3364	0.3284
N(-d2)	0.4570	0.4820	0.5059	0.5286	0.5506	0.5717	0.5919	0.6112	0.6295	0.6470	0.6636	0.6716
G(R,M;0)	(9,588)	(726)	6,788	13,092	18,423	22,866	26,515	29,424	31,713	33,443	34,707	34,041

將上述之計算結果彙整成表如下：

表 6-15　最低營收保證選擇權計算結果彙整

單位：新台幣仟元

最低營收保證選擇權價值 G(R,M,;0)	711,203
計畫淨現值 NPV	2,440,511
有最低營收保證選擇權計畫總收入 NPV+ G(R,M,;0)	3,151,414

6.4 投資及最低營收保證選擇權分析

投資及最低營收保證選擇權是以營運期之最低營收保證選擇權為標的物的投資選擇權。當特許公司決定投資 BOT 計畫時，同時也取得了營運期之最低營收保證選擇權，本節將以第五章所以推導出的投資及最低營收保證複式選擇權來進行 BOT 計畫之價值分析。

根據 6.1 節之假設，加以整理、計算如下：

表 **6-16**　投資及營收保證選擇權基本參數假設

基期(年)	2003
籌辦期	1
建造期	3
計畫營運期	32
計畫折現率	6.75%
預期成長率	2%
預期成長率標準差	0.0635
營收保證量	90%

1. 首先計算臨界值，結果如下：

表 6-17 臨界值之計算

年期	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
臨界值 X					454,335	651,042	666,505	670,914	657,984	688,511	657,306	643,731
(-d1)					1.0599	-3.8966	-3.9027	-3.9294	-3.7674	-4.2915	-4.0807	-4.0501
(-d2)					1.1234	-3.8068	-3.7927	-3.8024	-3.6254	-4.1360	-3.9127	-3.8705
N(-d1)					8.5542E-01	4.8786E-05	4.7587E-05	4.2593E-05	8.2499E-05	8.8789E-06	2.2457E-05	2.5608E-05
N(-d2)					8.6938E-01	7.0400E-05	7.4538E-05	7.1669E-05	1.4428E-04	1.7682E-05	4.5646E-05	5.4323E-05
Check (0 or P-I)					0	23,171	83,323	98,937	149,879	51,750	60,406	74,611

表 6-17 臨界值之計算(續)

年期	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
臨界值 X	933,074	846,498	860,506	771,274	786,617	738,152	752,486	677,741	855,271	631,931	649,302	605,566
(-d1)	-4.7197	-4.3155	-4.5042	-4.1127	-4.3235	-4.1743	-4.4140	-4.0841	-5.1007	-4.0765	-4.3019	-4.1774
(-d2)	-4.5292	-4.1147	-4.2936	-3.8927	-4.0946	-3.9367	-4.1681	-3.8301	-4.8389	-3.8071	-4.0251	-3.8934
N(-d1)	1.1821E-06	7.9672E-06	3.3343E-06	1.9563E-05	7.6826E-06	1.4954E-05	5.0777E-06	2.2131E-05	1.6949E-07	2.2875E-05	8.4746E-06	1.4754E-05
N(-d2)	2.9625E-06	1.9394E-05	8.7965E-06	4.9579E-05	2.1157E-05	4.1320E-05	1.5368E-05	6.4056E-05	6.5372E-07	7.0340E-05	2.8493E-05	4.9445E-05
Check (0 or P-I)	78,726	84,913	86,750	88,341	89,490	90,207	61,157	90,495	90,255	89,719	89,031	88,197

表 6-17 臨界值之計算(續)

年期	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
臨界值 X	711,726	705,230	668,630	625,821	662,717	638,346	551,295	527,748	601,937	547,046	479,522	512,856
(-d1)	-4.1540	-4.2491	-4.1972	-4.1080	-4.4129	-4.4148	-4.0874	-4.0796	-4.5857	-4.4227	-4.1640	-4.4707
(-d2)	-3.8630	-3.9513	-3.8926	-3.7969	-4.0954	-4.0910	-3.7574	-3.7436	-4.2437	-4.0749	-3.8105	-4.1115
N(-d1)	1.6343E-05	1.0739E-05	1.3523E-05	1.9970E-05	5.1051E-06	5.0596E-06	2.1825E-05	2.2565E-05	2.2652E-06	4.8780E-06	1.5643E-05	3.9020E-06
N(-d2)	5.6013E-05	3.8888E-05	4.9603E-05	7.3291E-05	2.1088E-05	2.1487E-05	8.5862E-05	9.0721E-05	1.1001E-05	2.3030E-05	6.9372E-05	1.9668E-05
check	86,422	84,563	82,627	80,624	78,624	76,621	74,618	72,594	70,575	68,555	66,553	63,474

2. 計算投資及最低營收保證複式選擇權，結果如下：

表 6-18　投資及最低營收保證複式選擇權價值計算

年期	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
營運收入折現 R					400,355	430,712	465,095	456,569	484,896	365,585	354,396	350,011
最低營收保證折現 M					486,948	460,668	436,531	410,620	389,290	357,492	335,854	316,077
每期平均成本折現 It					435,051	407,542	381,772	357,632	335,018	313,834	293,990	275,400
-x					1.2050	3.8113	3.3264	3.5546	2.8303	5.8106	5.6715	5.5950
-y					1.7070	0.5197	-0.6863	-1.0927	-2.1434	-0.3685	-0.6719	-1.1288
-x+$\sigma\sqrt{t}$					1.3150	3.9212	3.4364	3.6646	2.9403	5.9206	5.7815	5.7050
-y+$\sigma\sqrt{T}$					1.8170	0.6297	-0.5763	-0.9827	-2.0334	-0.2585	-0.5619	-1.0189
ρ					0.8660	0.7746	0.7071	0.6547	0.6124	0.5774	0.5477	0.5222
N(-x,-y; ρ)					0.8797	0.6984	0.2463	0.1373	0.0160	0.3563	0.2508	0.1295
N(-x+$\sigma\sqrt{t}$,-y+$\sigma\sqrt{T}$; ρ)					0.9006	0.7356	0.2822	0.1629	0.0210	0.3980	0.2871	0.1541
N(-x+$\sigma\sqrt{t}$)					0.9057	1.0000	0.9997	0.9999	0.9984	1.0000	1.0000	1.0000
FG(P,I,M;0)	2,919,049				54,896	61,222	91,955	103,135	150,031	63,797	67,936	78,003

表 6-18　投資及最低營收保證複式選擇權價值計算(續)

年期	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
營運收入折現 R	336,713	326,587	313,142	300,418	288,157	276,312	235,494	253,808	243,242	233,032	223,282	213,959
最低營收保證折現 M	386,649	363,105	340,729	319,758	300,084	281,626	261,927	248,055	232,814	218,512	205,099	192,519
每期平均成本折現 It	257,986	241,673	226,392	212,077	198,667	186,105	174,337	163,313	152,987	143,313	134,251	125,762
-x	9.3222	8.7145	9.2459	8.6277	9.1856	8.9891	10.6173	8.9852	11.4871	9.1254	9.7605	9.5143
-y	1.0374	0.7254	0.5110	0.2923	0.0755	-0.1384	0.6373	-0.5567	-0.7650	-0.9699	-1.1756	-1.3817
-x+$\sigma\sqrt{t}$	9.4322	8.8244	9.3559	8.7377	9.2956	9.0991	10.7273	9.0952	11.5971	9.2353	9.8705	9.6242
-y+$\sigma\sqrt{T}$	1.1473	0.8354	0.6210	0.4023	0.1855	-0.0284	0.7472	-0.4468	-0.6550	-0.8599	-1.0656	-1.2717
ρ	0.5000	0.4804	0.4629	0.4472	0.4330	0.4201	0.4082	0.3974	0.3873	0.3780	0.3693	0.3612
N(-x,-y; ρ)	0.8502	0.7659	0.6953	0.6150	0.5301	0.4450	0.7695	0.2889	0.2221	0.1660	0.1199	0.0835
N(-x+$\sigma\sqrt{t}$,-y+$\sigma\sqrt{T}$; ρ)	0.8744	0.7983	0.7327	0.6629	0.5736	0.4887	0.7725	0.3275	0.2562	0.1949	0.1433	0.1017
N(-x+$\sigma\sqrt{t}$)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
FG(P,I,M;0)	130,520	124,632	118,667	115,549	108,864	104,881	82,283	98,419	95,878	93,617	91,656	89,911

表 6-18　投資及最低營收保證複式選擇權價值計算(續)

年期	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
營運收入折現 R	204,232	194,924	186,009	177,469	169,346	161,606	154,229	147,171	140,437	134,000	127,859	120,904
最低營收保證折現 M	221,680	207,955	195,082	183,007	171,687	161,071	151,116	141,779	133,023	124,809	117,106	109,793
每期平均成本折現 It	117,810	110,361	103,382	96,845	90,722	84,985	79,611	74,577	69,862	65,444	61,306	57,430
-x	11.4060	11.7467	11.6878	11.5135	12.4603	12.5450	11.6368	11.6659	13.2876	12.8449	12.0735	13.1931
-y	0.3054	0.1301	-0.0436	-0.2155	-0.3885	-0.5618	-0.7353	-0.9076	-1.0797	-1.2509	-1.4219	-1.5181
-x+$\sigma\sqrt{t}$	11.5159	11.8567	11.7978	11.6235	12.5703	12.6550	11.7468	11.7758	13.3976	12.9548	12.1835	13.3031
-y+$\sigma\sqrt{T}$	0.4154	0.2401	0.0664	-0.1055	-0.2785	-0.4518	-0.6253	-0.7976	-0.9698	-1.1409	-1.3120	-1.4081
ρ	0.3536	0.3464	0.3397	0.3333	0.3273	0.3216	0.3162	0.3111	0.3062	0.3015	0.2970	0.2928
N(-x,-y;ρ)	0.6200	0.5518	0.4826	0.4147	0.3488	0.2871	0.2311	0.1820	0.1403	0.1055	0.0775	0.0645
N(-x+$\sigma\sqrt{t}$,-y+$\sigma\sqrt{T}$;ρ)	0.6611	0.5949	0.5265	0.4580	0.3903	0.3257	0.2659	0.2126	0.1661	0.1270	0.0948	0.0796
N(-x+$\sigma\sqrt{t}$)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
FG(R,I,M;0)	106,351	100,720	95,561	90,845	86,564	82,682	79,159	75,937	72,964	70,266	67,737	64,411

將上述之計算結果彙整成表如下：

表 6-19　投資及最低營收保證複式選擇權計算結果彙整

單位：新台幣仟元

投資及最低營收保證複式選擇權價值 FG(R,I,M;0)	2,919,049
計畫淨現值 NPV	2,440,511
放棄投資及最低營收保證複式選擇權之價值 fg(R,I,M;0)	478,590

6.5 投資選擇權與最低營收保證選擇權之關係

經由上述之各種選擇權計算結果可知，以選擇權計算的 BOT 計畫價值會高於傳統 NPV 所計算之價值，先將各種選擇權所計算出之價值整理如下：

表 6-20　最低營收保證選擇權計算結果彙整

單位：新台幣仟元

計算方法	結果	投資選擇權	最低營收保證選擇權
淨現值 NPV	2,440,511	無	無
投資選擇權之價值 F(R,I,;0)	2,440,728	有	無
僅最低營收保證選擇權之價值 G(R,M,;0)	711,203	無	有
有最低營收保證選擇權計畫總收入 NPV+ G(R,M,;0)	3,151,714	無	有
投資選擇權與最低營收保證選擇權價值合計 F(R,M,;0)+ G(R,M,;0)	3,151,931	有	有
投資及最低營收保證複式選擇權之價值 FG(R,M;0)	2,919,049	有	有

註。重疊價值為{F(R,M,;0)+ G(R,M,;0)}- FG(R,M;0)=232,882

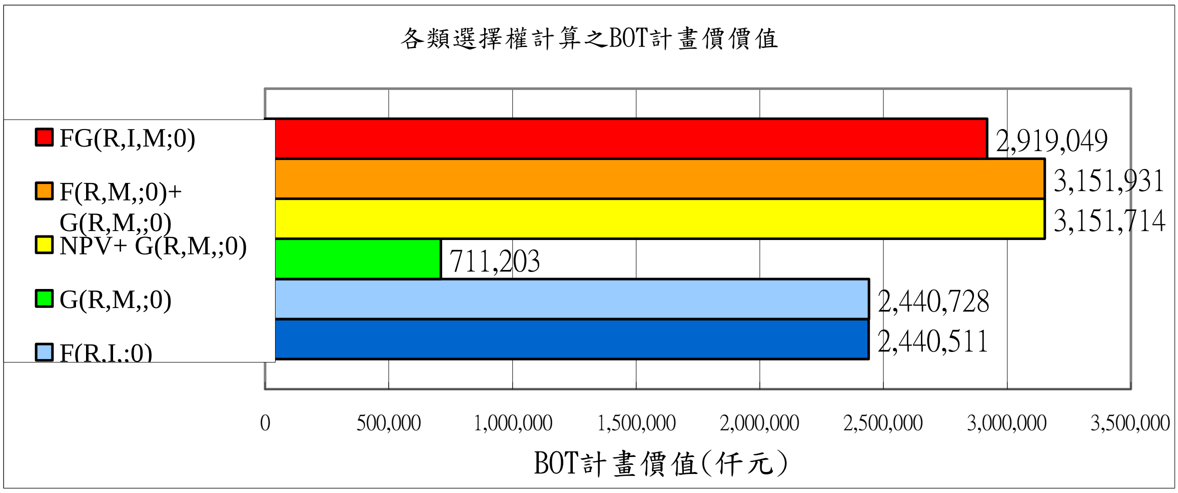


圖 6-1　各類選擇權計算之 BOT 計畫價價值

由上表可知：

1. 有投資選擇權但無最低營收保證選擇權之 BOT 計畫總價值約為 24 億 4 千 1 百萬，高於淨現值所算出之結果。

2. 無投資選擇權但有最低營收保證選擇權之 BOT 計畫總價值約為 31 億 5 千 2 百萬，高於淨現值所算出之結果，亦高於投資選擇權所算出之結果。

3. 將投資選擇權與最低營收保證選擇權計算出之價值相加，價值約為 31 億 5 千 2 百萬，高於僅有投資選擇權或僅有最低營收保證選擇權計算出之結果。

4. 投資及最低營收保證複式選擇權所計算之結果約為 29 億 1 千 9 百萬，小於將投資選擇權與最低營收保證選擇權相加的 31 億 5 千 2 百萬。

這些計算結果顯示每當特許公司擁有一個選擇權後，其價值會大於傳統淨現值所算出的結果；當有二個選擇權的 BOT 計畫價值又會大於僅有一個選擇權的 BOT 計畫價值。原因就是傳統淨現值乎略了彈性的價值，每當多一個選擇權，就多一個彈性的價值。上述之結果也顯示如單純的將投資選擇權與最低營收保證選擇權之價值相加，會大於投資及最低營收保證複式選擇權之價值。

關於此現象，Trigeorgis(1993)提出解釋：當兩個選擇權存在時，且彼此互斥時，在計畫過程中最多只會執行一種，由於兩者均屬於消除投資人下方風險之選擇權，其總彈性價值不為分別選擇權價值之疊加，否則將產生價值高估的現象。所以單純將二個單一選擇權評估之結果相加當作 BOT 計畫之總彈性價值，則會產生一段重疊的價值，必須以投資及最低營收保證複式選擇權計算才不會高估 BOT 計畫之總彈性價值，本案例中之重疊價值約為 2 億 3 千 3 百萬元。

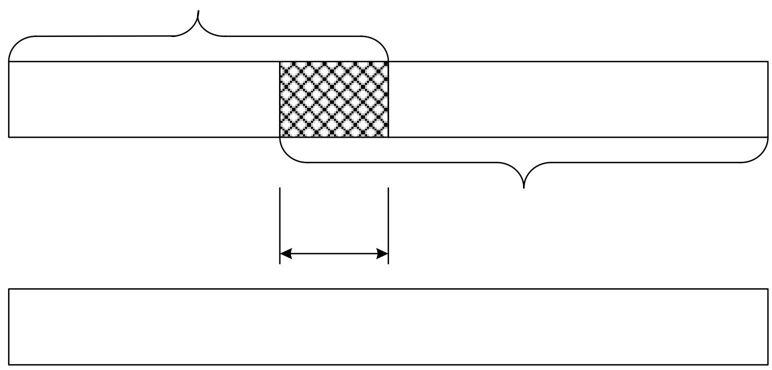


圖 6-2　投資與最低營收保證選擇權關係示意圖

6.6 選擇權價值與標準差之關係

在前幾節中，對於假設參數標準差之設定，是以表 6-5 計畫預估污水處理量之預期成長率標準差 0.0635 為設定值；而一般股票市場標準備範圍為 0.2 至 0.4，本節將兩種不同之標準差作比較。將兩種之各類選選擇權價值整理如下表：

表 6-21 不同標準差下各類型選擇權之價值

各類型選擇權之價值	標準差 0.0635	標準差 0.3
投資選擇權之價值 F(R,I,;0)	2,440,728	3,002,980
僅最低營收保證選擇權之價值 G(R,M,;0)	711,203	3,585,657
有最低營收保證選擇權計畫總收入 NPV+ G(R,M,;0)	3,151,714	6,026,168
投資及最低營收保證複式選擇權之價值 FG(R,M;0)	2,919,049	4,834,301

圖示如下：

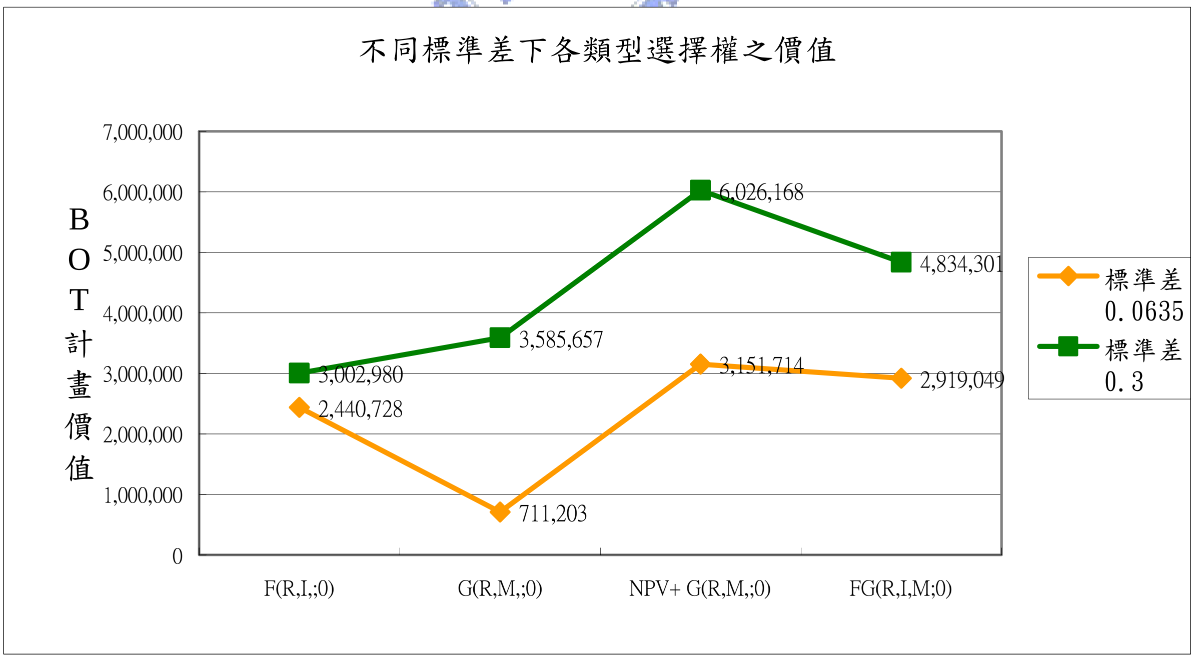


圖 6-3 不同標準差下各類型選擇權之價值

預期成長率之標準差一般可視為 BOT 計畫營運的風險指標，當標準差愈大，表示營運收入的變異性愈大，風險也愈高。上圖顯示了當標準差增加時，各類選擇權計算的價值也增加，原因是選擇權具有消除投資人下方風險的功能。當風險愈高時，各類選擇權的下風險因為選擇權所被消除，所以使得標準差與選擇權之價值成正向變動關係。

由上述可知，標準差的假設對於 BOT 計畫的價值估算影響甚大，為了解使用何種標準差會與現實之較接近，本研究以傳統淨現值法計算最佳營運收入的淨現值與上節之兩種清況下所估算的 BOT 計畫價值作比較。而本研究的最佳營運收入指是以每個營運期皆取在原始營運收入與有最低營收保證下營運收入之大值來估算，計算結果如表 6-22。

表 6-22　各種情境下之 BOT 計畫價值

情境	評價方法	價值
最佳營運收入	NPV	2,781,547
標準差 0.0635	投資及最低營收保證複式選擇權之價值	2,919,049
標準差 0.3	投資及最低營收保證複式選擇權之價值	4,834,301

圖 6-4 為政府有無提供最低營收保證對於營運期之現金流量影響之示意圖。圖 6-5 表示最佳營運收入，當原始的營運收入高於最低營收保證時，特許公司則不執行最低營收保證；當原始的營運收入低於最低營收保證時，特許公司會執行最低營收保證的選擇權，向政府請求補貼。

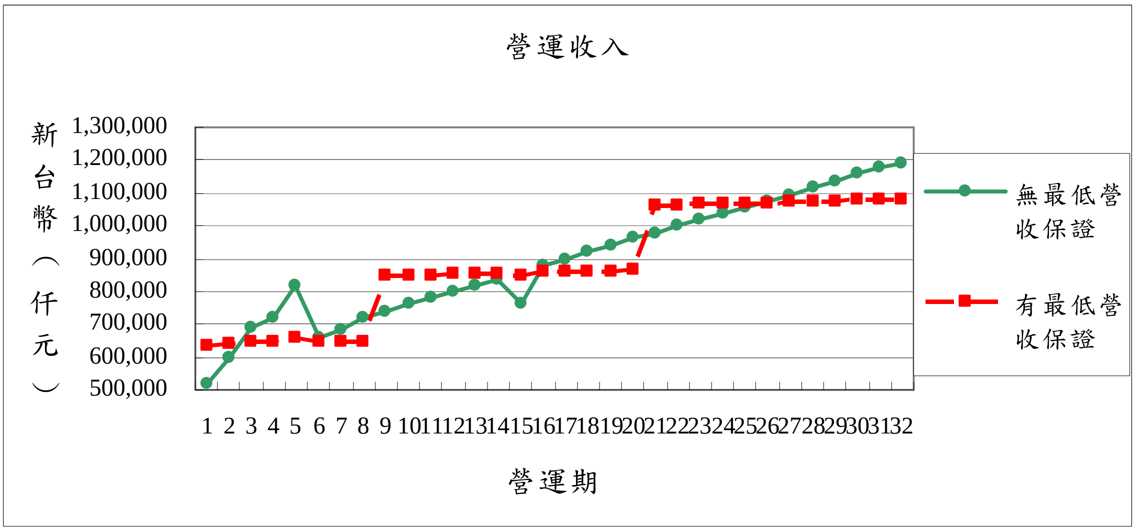
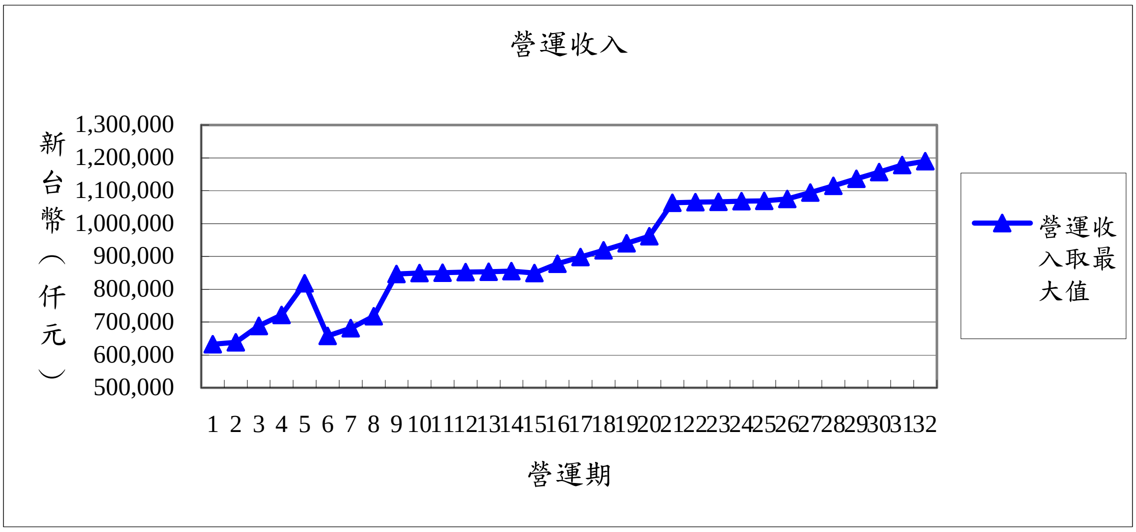


圖 6-4　原始營運收入與有最低營收保證下營運收入比較



由上述之結果可知，以實質選擇權法所計算的值會大於 NPV 所算出的值，而實質選擇權將決策彈性納入考量是造成此差異的原因。且當不確定因素愈大，即標準差愈大，實質選擇權所計算出的值愈大，反應了 NPV 法無法評估不確定性的缺點。

第7章　結論與建議

7.1 結論

本研究以 Black 和 Scholes 的選擇權定價權式理論為中心，參考 McDonald 和 Siegel 等學者的實質選擇權相關文獻，考量供水及污水系統 BOT 計畫之特性，建構投資及最低營收保證複式選擇權評價模式，並以一實際案例進行分析，結論如下：

1. 本研究分別以投資選擇權、最低營收保證選擇權及投資及最低營收保證複式選擇權，計算具有單一投資選擇、單一最低營收保證選擇和投資及最低營收保證雙重選擇三種情況下之 BOT 計畫之價值。研究發現擁有選擇權之 BOT 計畫其價值會高於無選擇之 BOT 計畫，而擁有雙重選擇權之 BOT 計畫其價值又高於有擁單一選擇權之 BOT 計畫。因此當一個專案如有決策彈性的存在，用實質選擇權方法來評價是比較能將決策之彈性價值表現出來，可避免傳統淨現值法低估專案價值而喪失投資機會的缺點。
2. 就供水及污水系統 BOT 計畫而言，最低營收保證之價值是相對高於投資選擇權之價值的，因此當供水及污水系統 BOT 計畫無法達到自償率時，政府可以考量給予特許公司一個適當保證量的最低營收保證選擇權，以提高民間參與投資意願。
3. 當特許公司擁有投資選擇權與最低營收保證選擇權時，由於兩種選擇權均為消除特許公司下方風險的選擇權，因此當兩項選擇權同時存在時，若單純的將兩種選擇權的價值相加，則會使得專案之價值膨脹，應以複式選擇權來計算才不會使的具有雙重選擇權的 BOT 計畫價值高估。

7.2 建議

本研究之建議如下：

1. 本研究建構之選擇權評價模式均有假設條件，這些假設並不一定適合於實際的 BOT 計畫，如能減少假設條件或使假設參數之值能符合 BOT 計畫之特性，則評價之結果將能更讓決策者接受。

2. 本研究所建構之選擇權評價模式均為歐式選擇權，雖然有封閉解，但計算不易，特別是複式選擇權之計算更是複雜。因此當欲評估之 BOT 計畫為擁多重選擇彈性時，應考慮以美式選擇權的模式來建構。

3. 關於最低營收保證選擇權評價模式部分，如預估處理量高於處理設備之限度，則會造成營運收入達到最高上限，使得營運收入為一固定值，這對於營運收入之假設遵守幾何布朗運動將不成立，因此預估處理量高於設備設計處理量之 BOT 計畫並不適合用最低營收保證選擇權評價。

4. 對於自償率低，但有決策彈性之 BOT 計畫，使用實質選擇權來評估是能將該計畫之決策彈性表現出來的；但對於自償率很高之 BOT 計畫，則不需要進行實質選擇權評價，可直接投資。

參考文獻

Black, F., and Myron S., “The pricing of options and corporate liabilities.”, *Journal of Political Economy*, p.637-654, 1973.

Dixit, A. K. and Pindyck, R.S., Investment Under Uncertainty, Princeton University Press, pp.213-244, 1994.

Drezner Z, “Computation of the bivariative normal integral.” ,*Mathemetics of Computation*, 32(14), p277-279, 1978.

Francis P. Ng and Hans C. Bjornsson, “Using real option and decision analysis to evaluate investments in the archecture, constructure and engineering indusity.”, *Construction Management and Economics*, 2004, pp.471-482.

Geske, R., “The valuation of compound options.”, *Journal of Finanical Economics*, 7(1), p.63-81, 1979.

Higham, D. J., An Introduction to Financial Option Valuation., Cambridge University Press, 2004.

Huang, Y. L., “Preoject and Policy Analysis of Build-Operate-Transfer Infeastructure Development.”, Ph. D. Disseration, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley, 1995.

Hudson, W. Ronald., Infrastructure management : integrating design, construction, maintenance, rehabilitation, and renovation., McGraw Hill, 1997.

Hull, J. C., Options, Futures, and other Derivatives., 3rd, Prentice Hall, 1997.

Kester, W. C., “Turning Growth Options Into Real Assets.”, Capital Budgeting under Uncertainty, ed. R. Aggarwal, Prenctice Hall, 1993.

Michael J. and Charles Y. J. Cheah , “Valuation Techniques for Infrastructure Investment

Decisions.", *Construction Management and Economics*, pp.373-378, 2004.

Hwang, D. Y. and Jou, J. B., "A Pedagogic Complement on Black's How We Came Up with the Option Formula.", *Journal of Financial Studies*, p.65-67, 1994.

Paddock, J., Siegel, D. and Smith, J., "Option valuation of ciaim on physical assect: The case of offshore petroleum leases.", *Quarterly Journal of Economics*, 103(3), p.479-508, 1988.

Raftelis, George A., The Arthur Young Guide to Water and Wastewater Financing and Pricing, 2nd ed, Lewis Publishers, 1989.

Tong, Zhao, Satheesh K. Sundararajan, and Chung-Li Tseng, "Highway Development Decision-Making under Uncertainty: A Real Options Approach.", *Journal of Infrastructure System*, ASCE, pp.23-32, 2004.

Trigeoris, L., "Real Options and Interactions with Financial Flexibility.", *Financial Management*, 22(3), p.202-224, 1993.

Trigeoris, L. and Mason, S. P., "Valuing Managerial Flexibility.", *Midland Corporate Financial Journal*, 5(1), 14-21, 1987.

王銘杰，「應用選擇權定價模式評估 BOT 投資計畫」，國立交通大學管理科學研究所，碩士論文，1997。

石村貞夫、石村園子，「細說 Black-Scholes 微分方程式」，初版，鼎茂圖書，2004。

周蒔霈，「BOT 計畫投資選擇權與最低營收保證之研究」，國立交通大學土木工程學研究所，碩士論文，2000。

國道新建工程民營化(BOT)之研究－台中環線段民營化策略規劃及資訊備忘錄，交通部臺灣區國道新建工程局， 1994。

郭旭全，「以複式選擇權評價模式評估 BOT 投資專案之研究－以台灣高速鐵路為例」，國立政治大學企業管理研究所，碩士論文，1998。

郭志強，「實質選擇權在 BOT 專案計畫之應用研究」，國立台灣科技大學管理技術研究所，碩士論文，1998。

陳松男，「金融工程學：金融商品創新選擇權理論」，初版，華泰書局，2002。

陳宥杉，「以實質選擇權模式評估台灣高鐵公司 BOT 案之等待價值」，國立政治大學企業管理所，碩士論文，1999。

黃玉霖，「公共建設民營化」，中華民國營建管理協會，1998。

滑明曙，「選擇權估價理論」，初版，華泰書局，1997。

詹傑麟，「BOT 放棄選擇權之研究－以台灣南北高速鐵路計畫為例」，國立交通大學管理科學研究所，碩士論文，1999。

劉憶如、黃文宇、黃玉霖，「BOT 之三贏策略」，商鼎財經叢書，2000。

駱尚廉、楊萬發，「環境工程(一)：自來水工程」，初版，茂昌圖書，1995。

駱尚廉、楊萬發，「環境工程(二)：下水道工程」，初版，茂昌圖書，1995。