

國立交通大學

電子物理學系

碩士論文

利用低溫光激螢光光譜偵測半導體微量雜質濃度

The background features a large, semi-transparent watermark of the Tsinghua University seal. The seal is circular with a gear-like outer edge. Inside the circle, there is a central emblem with the letters 'ES' and 'A' on either side, and the year '1896' at the bottom. The text of the title is overlaid on this watermark.

**Determination of trace impurity  
concentration in semiconductor by  
low-temperature photoluminescence  
measurements**

研究生：陳鑫封

指導教授：張文豪 教授

中華民國一百零二年七月

利用低溫光激螢光光譜偵測半導體微量雜質濃度

**Determination of trace impurity concentration in  
semiconductor by low-temperature photoluminescence  
measurements**

研究生：陳鑫封 Student：Hsin-Feng Chen  
指導教授：張文豪 教授 Advisor：Prof. Wen-Hao Chang



in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in  
Electrophysics

July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零二年七月

# 利用低溫光激螢光光譜偵測半導體微量雜質濃度

學生：陳鑫封

指導教授：張文豪 博士

國立交通大學電子物理所

## 摘要

本實驗第一部分利用光激螢光光譜分析矽晶圓中微量 III 族或 V 族雜質的種類與濃度。在低溫低激發功率的條件下，可清楚觀察到自由激子發光以及受雜質原子吸引的束縛激子發光。其中束縛激子與自由激子發光強度的比值有隨雜質濃度上升而增加的特性，其關聯性相當接近於線性增加。透過標準樣品校正，我們測得雜質濃度介於  $10^{11} \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  間的螢光比例。藉由此方法，我們可分析未知樣品的雜質種類及濃度。論文第二部分利用光激螢光光譜與反射光譜量測氮化鎵中錳原子濃度與對其能隙的影響。首先我們利用光激螢光光譜觀察到自由激子能量有隨錳濃度上升而增加的現象，證明了 p-d 交換作用在此材料中扮演了關鍵角色。接著利用反射光譜可量得三價錳的吸收，我們發現其隨參雜濃度有線性上升的現象。

# Determination of trace impurity concentration in semiconductor by low-temperature photoluminescence measurements

Student: Hsin-Feng Chen

Advisor: Prof. Wen-Hao Chang

Department of Electrophysics  
National Chaio Tung University

## Abstract

The species and concentration of trace III-V impurity in silicon wafers are determined by photoluminescence (PL). At low temperature and low excitation conditions, the emission of free exciton (FE) and impurity-bound exciton (BE) could be clearly observed. In particular, the intensity ratio between BE and FE increases with increasing impurity concentration, having a correlation close to linear dependence. The intensity ratio for impurity concentration between  $10^{11} \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  have been measured using calibration samples, by which the impurity species and concentration in silicon wafers can be determined. In the second part, the Mn concentration in GaN is determined by reflectance spectra, and the impact of Mn on bandgap is measured by PL. First, the increasing FE energy with the increasing Mn concentration is observed by PL, indicating the p-d exchange interaction plays a very important role in this material. Then, the intra-atomic absorption of  $\text{Mn}^{3+}$  can be measured by reflectance spectra, the concentration of  $\text{Mn}^{3+}$  has a linear dependence on the Mn incorporation.

## 致謝

當初聽說這間實驗室相對來說是比較辛苦的，但我想唯有如此才能得到真正的磨練，毅然決然進入了張文豪老師的實驗室。

首先要感謝指導教授 張文豪老師，您幽默又帶有哲理的話語，讓我受益良多，並且在您嚴厲的督導下，在心智方面的訓練我想也是其他實驗室的同學所無法獲得的，也因為您的循循善誘，讓我對於人生的態度及看法都有了重大的改變。

在畢業的旅途當中，大雄學長拉了我一大把，你那清晰的思慮以及對研究的執著，是我所欽佩也是學習的對象，謝謝你一直以來的照顧與幫忙。感謝林萱學姐對學弟妹的照顧，也常常聽我們吐露心聲，就像姐姐一般的存在在實驗室中。衍均潮學長是講義氣的大哥，感謝你平常帶我們出去吃好料，以及對學弟妹研究的問題所耐心的回應，讓我們研究生涯得以更加順利。感謝家賢學長時常提出在實驗上有用的建議，並且也沒有學長的架子，與我們更親近。也要感謝建儒學長對學弟妹的照顧，並且在需要幫助的時候也完全不吝嗇的對我們伸出援手。

感謝我的同儕們，我從中央來的同學冠宇平常在生活上的肝膽相照，承晏獨到的見解以及遠大的志向，廷晏平常的義氣相挺，雅菱對同學的細心呵護，梓榆的大姐風範，每個人獨特的個性，使我們的生活聲色不少，也因為有你們的互相幫助，才完整了我兩年的碩士生涯。

同時要感謝學弟妹們的幫忙，承皓的好人支援，淇輔的搞笑幽默，彥倫在球場上的支援，子昂的重情重義，以及碧珊的豪邁大氣，一起在課業上進步，在生活上互相幫助，實著使我的碩士生涯聲色不少。

最後要感謝我的家人時常的關心以及支持，以及我的好朋友盈嘉、政毅與瀧毅在我最需要你們的時候伸出援手。感謝筠婕，謝謝妳陪伴我度過最辛苦的時刻，以及日常生活的細心照料，還有在我最煩悶的時候願意耐心的聽我抱怨任何事情，因為你的鼓勵，總是讓我在無力的時刻又提起勁來，讓我能對抗所有的困難以及壓力，我真的非常感謝你在我身旁的所有支持。

碩士兩年，經歷了許多酸甜苦辣，許多難以預料的改變，影響了我的生活、習慣，有時候閉上眼睛還是會想起這些荒唐的事情，只是此刻回想起，若不經歷這些事情，或許就沒有辦法成就今天的我，我還是得感謝所有讓我經歷這些歷練的人，沒有你們，這兩年我不會有如此的改變。

陳鑫封 於  
國立交通大學第九宿舍  
中華民國一百零二年七月二十九日

## 目錄

摘要 .....	i
Abstract .....	ii
致謝 .....	iii
圖目錄 .....	vi
表目錄 .....	viii
第一章 序論 .....	1
1.1 實驗背景 .....	1
1.2 實驗動機 .....	4
第二章 實驗架構 .....	7
2.1 光激發螢光 .....	7
2.2 矽晶圓樣品介紹 .....	10
2.3 錳參雜氮化鎵樣品製備 .....	12
第三章 實驗原理、結果與討論 .....	14
3.1 實驗原理介紹 .....	15
3.1.1 激子發光原理 .....	15
3.1.2 p-d 軌域混成與耦合 .....	19
3.2 矽晶圓參雜濃度測量 .....	21
3.2.1 激發功率變化矽晶圓光譜譜線 .....	21

3.2.2 激發功率變化與發光強度.....	24
3.2.3 不同濃度矽晶圓光譜 .....	26
3.2.4 校正曲線.....	28
3.2.5 樣品濃度量測 .....	30
3.3 氮化鎵參雜過鍍金屬錳濃度測量.....	32
3.3.1 氮化鎵參雜錳光譜 .....	32
3.3.2 自由激子能量藍移分析.....	34
3.3.3 原子內部能階分裂光激螢光光譜與反射測量.....	37
第四章 結論 .....	42
參考文獻 .....	43



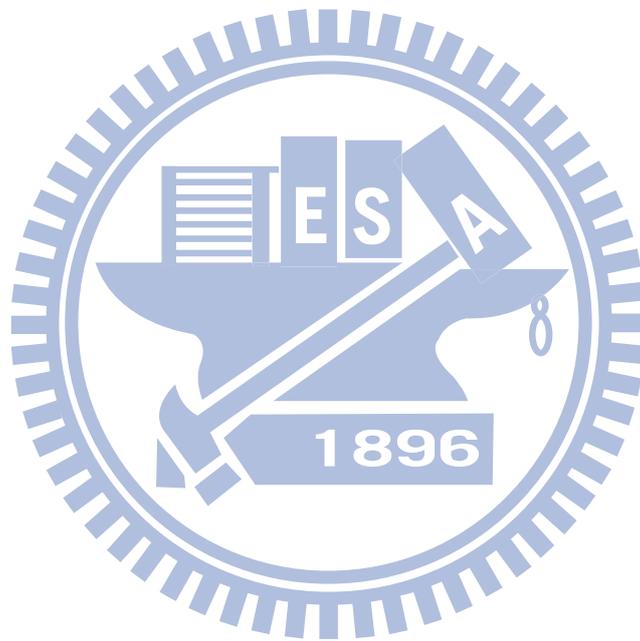
## 圖目錄

圖【2.1】光激螢光原理示意圖 .....	8
圖【2.2】Photoluminescence 實驗架設 .....	9
圖【2.3】 $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{N}$ 樣品結構圖 .....	13
圖【3.1-1】激子在半導體中示意圖 .....	16
圖【3.1-2】磷參雜半導體束縛激子示意圖 .....	17
圖【3.1-3】(a) p-d 軌域弱耦合場示意圖 (b) p-d 軌域強耦合示意圖	20
【3.2-1】樣品 n50 之 PL 譜線圖 .....	22
【3.2-2】樣品 n50 之 PL 譜線圖—橫向聲學聲子與無聲子發光範圍譜 線圖 .....	23
圖【3.2-3】樣品 n50 之橫向光學聲子發光光激發功率變化強度(a)光 激螢光光譜 (b)自由激子與載子束縛激子發光強度 (c) 發光強度比 .....	25
圖【3.2-4】不同電阻值 n 型矽晶圓光譜 .....	26
圖【3.2-5】不同電阻值 p 型矽晶圓光譜 .....	27
圖【3.2-6】n 型矽晶圓校正曲線 .....	29
圖【3.2-7】p 型矽晶圓校正曲線 .....	29
圖【3.2-8】樣品 SI01 之光譜譜線 .....	31
圖【3.2-8】樣品 SI01、SI02、SI03、SI04 之光譜譜 .....	31

圖【3.3-1】	氮化鎵光譜譜線.....	33
圖【3.3-2】	不同錳參雜濃度氮化鎵光譜譜線.....	33
圖【3.3-3】	不同錳參雜濃度氮化鎵光譜譜線-絕對能量.....	35
圖【3.3-4】	不同錳參雜濃度氮化鎵光譜譜線-相對能量.....	36
圖【3.3-5】	$Mn^{3+}$ d 軌域光激螢光與吸收示意圖.....	37
圖【3.3-6】	$Mn^{3+}$ 內部能階光激螢光光譜譜線.....	38
圖【3.3-7】	不同濃度之 $Mn^{3+}$ 內部能階光激發螢光光譜強度比較....	39
圖【3.3-8】	不同錳參雜濃度之反射光譜 (a)未參雜錳之氮化鎵 (b)錳 濃度為 0.034 % 之氮化鎵 (c) 錳濃度為 0.102 % 之氮化鎵 (d) 錳濃度 為 0.170% 之氮化鎵.....	40
圖【3.3-9】	吸收係數與錳濃度關係圖.....	41

## 表目錄

表【1-1】各種測量儀器極限.....	5
表【2.1】矽晶圓雜質濃度.....	11



# 第一章 序論

## 1.1 實驗背景

矽 (Silicon) 為周期表上 IVA 族的類金屬元素，是極為常見的一種元素，廣泛的存在於岩石、砂礫、塵土之中，在地殼中是為第二豐富的元素，構成地殼總質量的 25.7%，僅次於第一位的氧 (49.4%)。矽被廣泛的應用在半導體材料中，在商業應用上極具影響力。

半導體的材料能隙 (band-gap) 約介於 1 到 3 個電子伏特 [1]，介於導體與絕緣體之間，若提供適當激發能量，或改變其能隙間距，就可使半導體材料能夠導電，而半導體傳遞電流是透過自由電子 (free electron) 或電洞 (holes)，而此兩種載子都稱為電荷載體 (charge carriers)。如果我們在半導體中加入其他的雜質原子 (impurity atoms)，這些參雜 (doping) 會讓載子的數目大量的增加。如果我們在矽裡面參雜少許的砷 (Arsenic) 或磷 (Phosphorus)，其最外層有五個電子，因此這種半導體內會多出一個自由電子，這樣的半導體我們稱為 n 型半導體。若參雜的雜質為硼 (Boron)，其最外層只有三個電子，則會形成一個電洞，這樣的半導體我們稱作 p 型半導體。半導體在參雜了不同濃度的雜質濃度後，會有不同的物理特性，若參雜的雜質濃度夠

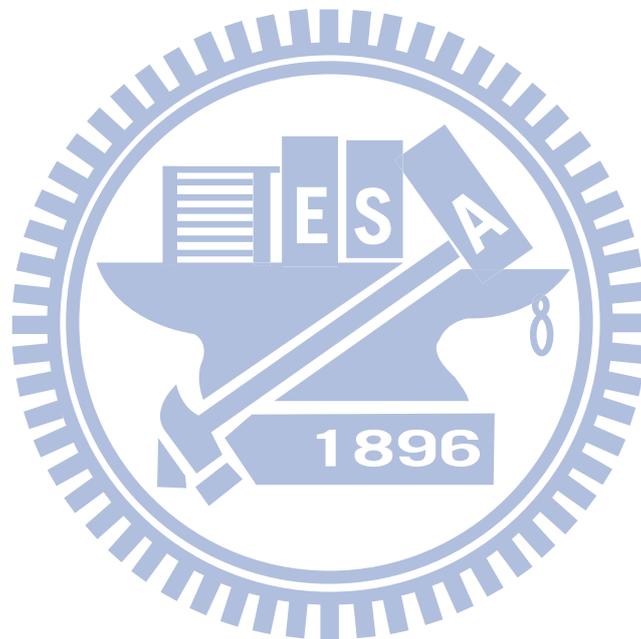
高，半導體也可能會出現如同導體般的特性。

矽參雜雜質的濃度可以利用測量電阻值的方式得知，但測量電阻值會有一些問題，例如我們無法藉由測量電阻的方式得知參雜雜質的種類，而在補償（compensation）半導體中，我們也無法得知不同參雜雜質的比例為何，而在高電阻值的樣品中，測量電阻值的方法也因為電阻值過大而產生誤差。利用光激螢光光譜測量參雜雜質之矽晶圓，藉由光譜分析，可以得知參雜雜質的種類、參雜濃度等資訊，並且保留樣品的完整性。

氮化鎵（Gallium Nitride, GaN）是氮和鎵的化合物，為一種直接能隙的三五族半導體材料，常用為發光二極體的材料。長久以來，磁性材料與半導體材料分別在各自領域中受到重視以及廣泛的研究，並且被廣泛的應用在科學元件上。而結合了磁學與電子學兩大領域的自旋電子學（Spintronics）和自學電子元件的應用與研究，更被視為未來科學的發展之一。目前稀磁半導體為一種廣泛研究的題材，現今三五族化合物半導體已經被廣泛的使用在高速電子元件以及光電元件中，而以三五族為主的稀磁性半導體結合了電性，磁性以及光學性質，所以被認為最適合做為自旋電子元件的應用材料[2]。

另一方面，在稀磁半導體中，鐵磁性物質的參雜濃度亦是一個影響的參數。除了傳統的二次離子直譜儀（Secondary Ion Mass

Spectrometer, SIMS)、超導量子干涉磁量儀(Superconducting Quantum Interference Device Magnetometer)等儀器可以量測鐵磁性物質的參雜濃度，在本實驗中，我們也利用光學方法，測量在不同鐵磁性物質的參雜濃度下，對於其光學性質有何改變。



## 1.2 實驗動機

一般常見測量半導體參雜雜質濃度的方法有 SIMS (Secondary Ion Mass Spectrometer)、SRP (Spreading Resistance Probe)、SCM (Scanning capacitance microscopy)、C-V (Capacitance voltage profiling) 和 Differential Hall 等方法，然而這些方法中，除了 SIMS 可以判別參雜的物質以外，其餘測量發法須了解參雜類型為 n 型或者 p 型，才能借由測量電子電洞而推得雜質濃度，表【1-1】為各種量測方法的極限以其所測量載子的種類[3]。

在這些測量方法中，其測量極限最高為 $\sim 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ 的數量級。1978 年，Tajima 提出利用光激發螢光光譜的方法[4]，利用已知參雜硼與磷雜質濃度之矽，計算其橫向光學聲子束縛激子 (transverse optical phonon donor bound exciton)  $D_{\text{TO}}$  發光強度與橫向光學聲子自由激子 (free exciton transverse optical phonon)  $I_{\text{TO}}$  之發光強度的比值，可以做出一校正曲線。以此校正曲線為基準，藉由測量待測樣品之光激發螢光光譜，並計算其發光強度的比值，觀察其在校正曲線的位置，就可推測樣品所參雜硼或者磷之濃度。除了利用  $D_{\text{TO}}$  與  $I_{\text{TO}}$  的強度比作校正曲線，在 Colley 與 Lightowlers 團隊的研究中，其利用無聲子束縛激子  $D_{\text{NP}}$  發光強度與無聲子自由激子  $I_{\text{TO}}$  發光強度比，亦可作校正曲線[5]。除了測量磷與硼之參雜濃度以外，在其他研究中也有測

量其他參雜雜質種類的濃度校正曲線，立如砷的濃度也可以利用此法量測[ 6]。

利用 PL 量測法，可以利用束縛激子的發光波長來判別參雜雜質的種類，並且利用 PL 校正曲線量測，量測極限可以到達 $\sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ 的數量級，較一般半導體雜質測量方法要來的高。

	<b>SIMS</b>	<b>SRP</b>	<b>SCM</b>	<b>C-V</b>	<b>Differential Hall</b>
Atoms/cm <sup>3</sup>	10 <sup>13</sup> -10 <sup>21</sup>	10 <sup>13</sup> -10 <sup>21</sup>	10 <sup>14</sup> -10 <sup>18</sup>	10 <sup>14</sup> -10 <sup>18</sup>	10 <sup>16</sup> -10 <sup>21</sup>
Material	Impurity	e or h	e or h	e or h	e or h

表【1-1】各種測量儀器極限

除了對於砷參雜雜質的濃度觀察以外，稀磁半導體中所參雜過渡金屬元素的濃度測量亦是個議題。一般測量過渡金屬的濃度，除了一般的 SIMS，亦可以用 SQUID (Superconducting QUantum Interference Device Magnetometer)。對於 GaMnN 而言，我們所要測量的為 Mn<sup>3+</sup> 在 GaMnN 內的濃度，利用 SIMS 測量法，所測量得濃度為所有錳原子的濃度，若無法得知其 Mn<sup>2+</sup> 與 Mn<sup>3+</sup> 之比例，也將無法得知 Mn<sup>3+</sup> 的濃度為何。另外利用 SQUID 測量其磁化量，在 GaN 緩衝層以及藍寶石基板中的磁化量亦會被量測到，故利用 SQUID 量測，所量測到的不僅僅為 GaMnN 層的磁化量，正確的錳濃度亦難以確定。

在 GaMnN 的量測中，利用參雜錳會使能隙移動的特性，借由測

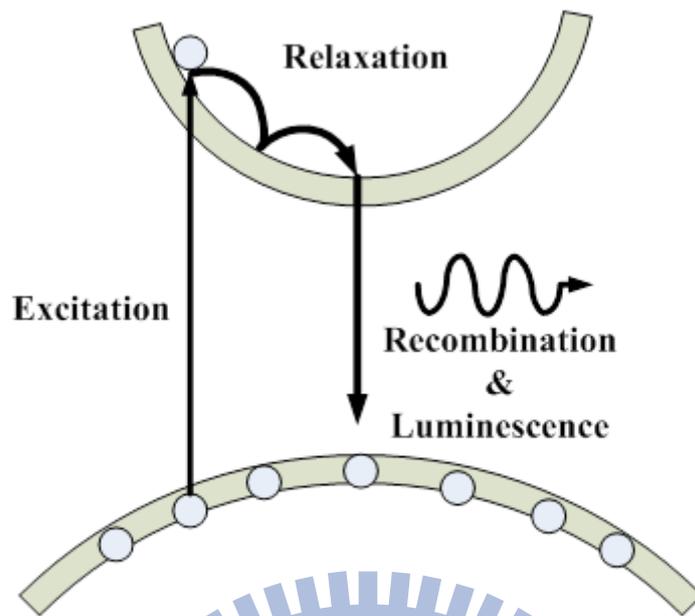
量自由激子的能量位移量，來決定錳的濃度。另外我們也利用反射光譜，量測在 GaMnN 中， $Mn^{3+}$  來自於晶格場的能量分裂，來觀察其對於錳濃度的變化。



## 第二章 實驗架構

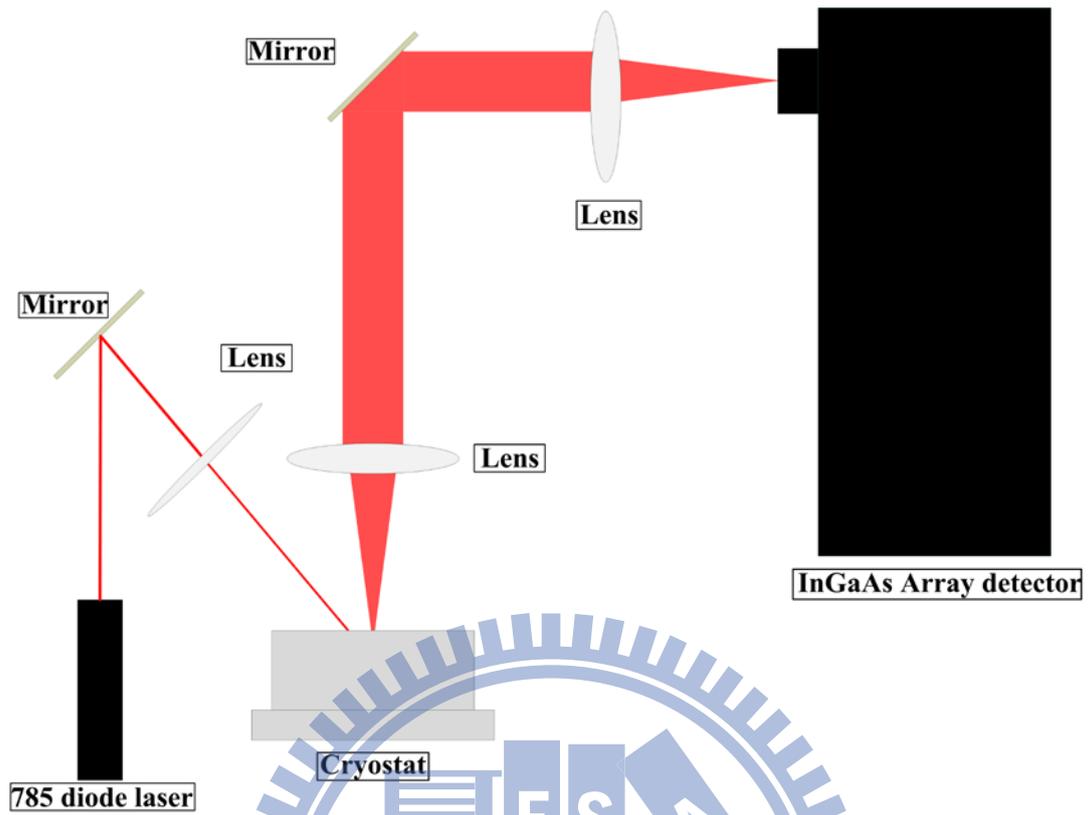
### 2.1 光激發螢光

光激發螢光 (Photoluminescence, PL) 光譜，為一不具破壞性之量測方法，因此常用於半導體材料檢測。藉由分析樣品光激發特性，可由譜線中得到樣品參雜雜質種類，樣品能隙大小，雜質活化能等特性。光激發螢光為一個電磁輻射激發的系統。當我們所使用的雷射光源入射在樣品上，樣品被能量高於能隙之光子所激發，處於價帶之電子吸收到光子能量後會躍遷至高能階，在原本的價帶型成一個電洞，進而行程電子電洞對 (Electron-Hole Pair)。然而，當被激發至導帶之電子釋放 (relax) 回價帶後，會與電洞結合，並且放出一個光子，此現象稱為輻射複合 (radiative recombination)。在此過程中，載子有可能發生與晶格碰撞等因素，造成能量上的損失，以至於最後放出的光子能量有可能會以較低的能量放射出來。圖【2.1】為光激螢光原理示意圖。



圖【2.1】光激螢光原理示意圖

實驗裝置如圖【2.2】為實驗架設圖。我們所使用的雷射為二極體雷射以及氬鎘雷射，發光波長分別為 785 nm 以及 325 nm。藉由一面反射鏡反射將雷射反射到低溫恆溫器 (Cryostat) 內，並且用一面透鏡，使雷射聚焦在樣品上，再利用一面透鏡，使出射光以平行光的型式傳遞至收光透鏡，並且打入光譜儀。我們使用的光譜儀為砷化鎵銦陣列探測器 (InGaAs array detector)，所擷取的光為紅外光波段。



圖【2.2】Photoluminescence 實驗架設

## 2.2 矽晶圓樣品介紹

我們的矽晶圓樣品是由國外公司 EL-CAT Inc. 所購買，共有八片，其中 n 型矽晶圓四片，p 型矽晶圓四片。在挑選矽晶圓時，我們先由爾文曲線 (Irvin curve)，利用此參雜濃度與電阻值關係表，在 n 型與 p 型中，各挑選四片參雜濃度分不在不同數量級的樣品，來量測我們的校正曲線。

所購入之矽晶圓，我們利用四點探針技術 (4-point probe) 測量電阻值。由半導體物理得知：


$$\rho = \frac{1}{e(\mu_n n + \mu_p p)}$$

其中  $\rho$  為電阻值， $e$  為基本電荷， $n$  與  $p$  則代表 n 型與 p 型半導體內的雜質濃度。

$\mu_n$  與  $\mu_p$  則為載子的移動率，而其理論值我們亦可查表得知

( $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{V} - \text{s}$ ,  $\mu_p = 480 \text{ cm}^2/\text{V} - \text{s}$ )，由此公式可由電阻值

推得樣品雜質。

表【2.1】為所有矽晶圓之參數整理表格，p 型與 n 型的樣品的雜質濃度皆介於  $10^{11}$  到  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  之間，適合作為校正曲線的範圍。

樣品編號	參雜類型	參雜物質	電阻值 ( $\Omega\text{-cm}$ )	參雜濃度 ( $\text{cm}^{-3}$ )	厚度 ( $\mu\text{m}$ )
N50	N 型	磷	103±5	$4.5 \times 10^{13}$	370
N130			349±1	$1.3 \times 10^{13}$	900
N660			1944 ±86	$2.4 \times 10^{12}$	500
N4300			18100 ±1393	$2.6 \times 10^{11}$	300
P20	P 型	硼	157 ±1	$8.3 \times 10^{13}$	110
P1300			3858 ±46	$3.4 \times 10^{12}$	5000
P3500			23979 ±416	$5.4 \times 10^{11}$	275
P8000			70743 ±1978	$1.8 \times 10^{11}$	380

表【2.1】矽晶圓雜質濃度

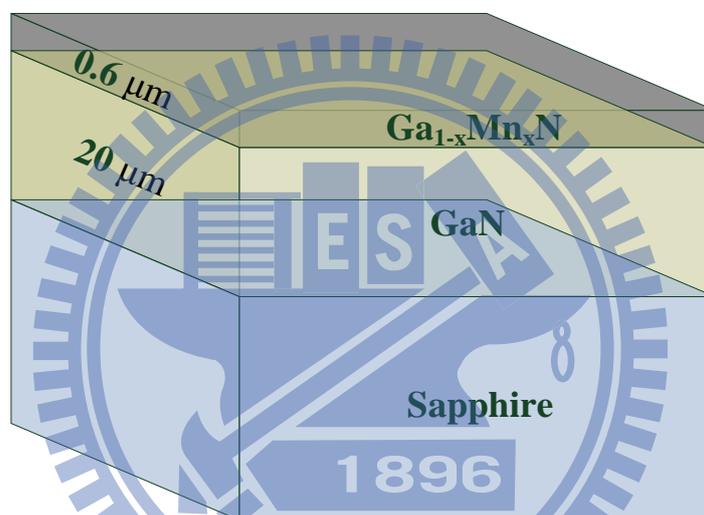
另外，我們也將利用 PL 方法，分別對四片 SI01、SI02、SI03 與 SI04 未知參雜濃度的樣品作分析，並利用校正曲線來估算代測樣品的參雜濃度。

### 2.3 錳參雜氮化鎵樣品製備

本論文所研究之樣品為，氮化鎵參雜錳原子，所有的樣品是利用有機金屬化學氣相沉積法（Metalorganic vapour phase epitaxy，MOCVD）所製備而成，由國立成功大學許進恭老師實驗室所提供。樣品結構共有三層：第一層為主要樣品的結構層，為錳參雜的氮化鎵層（ $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{N}$ ）， $x$  代表錳所參雜的濃度，第二層為砷化鎵層，作為緩衝層，第三層為藍寶石基板。

首先在藍寶石基板上成長一層  $2\ \mu\text{m}$  的氮化鎵緩衝層，並在  $1010\ ^\circ\text{C}$ ，壓力  $100\ \text{torr}$  的環境下成長 30 分鐘的  $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{N}$ ，厚度為  $0.6\ \mu\text{m}$ 。樣品共有四片，TMGa 流量皆為  $40\ \text{sccm}$ ，而 Mn 流量分別為 0、100、300、500 sccm，編號分別為 B111203 GaN:Mn(0)、B111203 GaN:Mn(100)、B111203 GaN:Mn(300)、B111203 GaN:Mn(500)，結構如圖【2.3】所示。

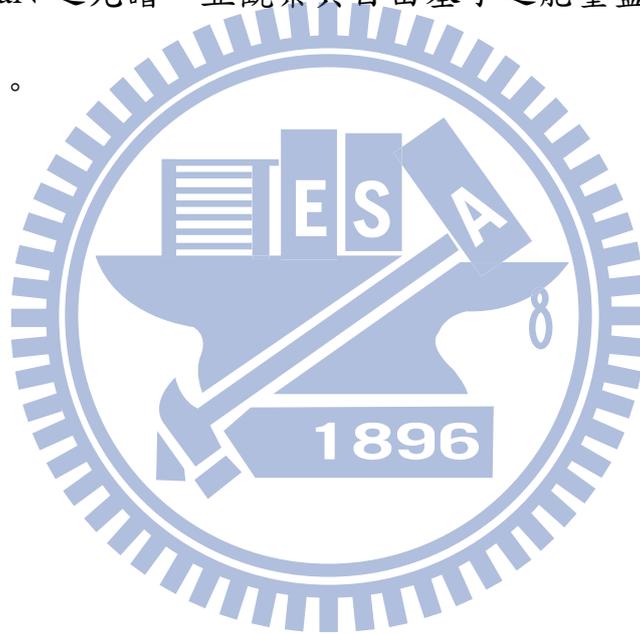
利用二次質譜儀 (Secondary Ion Mass Spectrometer, SIMS) 量測技術, 對其中錳流量為 500 sccm 的樣品作量測。在纖維鋅礦 (wurtzite) 結構中, GaN 的鎵濃度為  $4.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , 利用 SIMS 量測得到錳濃度在  $6 \sim 9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , 藉由推算得知錳的濃度為  $0.17 \pm 0.05 \%$ 。假設錳濃度與成長流量為正比關係, 則四片樣品的濃度分別為  $x=0.000 \%$ 、 $x=0.340 \%$ 、 $x=0.102 \%$ 、 $x=0.170 \%$ 。



圖【2.3】 $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{N}$  樣品結構圖

### 第三章 實驗原理、結果與討論

本章分成三部分討論。第一部分討論 Si 的發光原理，以及討論 GaMnN 的自由基子發光波長藍移的現象。第二部分討論參雜雜質矽晶圓的實驗結果，透過 PL 量測所測得的譜線，以及得到的校正曲線，並且利用量測待測樣品 PL，利用校正曲線觀察其參雜雜質濃度。第三部分討論 GaN 之光譜，並觀察其自由基子之能量藍移對於錳參雜濃度之變化量。



### 3.1 實驗原理介紹

#### 3.1.1 激子發光原理

在一個理想的純半導體內，最主要的電子激發是來自自由電子電洞對 (free electron-hole pair)，若要產生一個電子電洞對，我們需要從外界給予能量，這個能量大約是帶隙 (band-gap) 的大小。激子 (exciton) 可以被視為一對由電子與電洞介藉由庫倫吸引力而侷限在一起的電子電洞對，而此電子電洞對也不能被視為單獨的粒子，而且他們的內能 (internal energy) 也會小於帶隙的大小。這樣的準立子 (quasi-particle) 描繪了半導體中最低能量的電子激發。

激子又可以分成三種類型：

- 1、 Frenkel 激子，其在空間分布被侷限在約一個單位晶格 (unit cell) 的大小，這種激子通常會被束縛在單一顆原子或者分子，而這種激子在晶體中的運動通常被躍遷機制 (hopping mechanism) 所限制。這類激子通常存在於分子晶體中。
- 2、 電荷轉移激子 (charge transfer exciton) 主要是存在於離子晶體內，這類的激子是陰離子中的電子轉移到最靠近的陽離子，並且在那裏有最大的電荷密度。這種激子的半徑會比 Frenkel 激子稍大一些。

3、 Wannier 激子，當電子跟電洞距離相距好幾個晶格長數之多，此類的激子其波函數的離域效應 (delocalized) 會非常的強烈，而且可以自由在晶體裡面運動，這樣的激子也稱為自由激子 (free exciton)。這種激子多數存在於半導體內，圖【3.1-1】為示意圖。

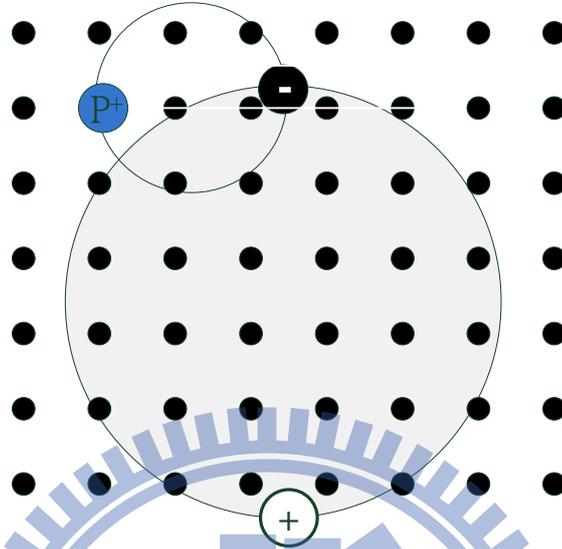


圖【3.1-1】激子在半導體中示意圖

激子的共滅 (annihilation) 藉由輻射複合 (radiative recombination) 通常會伴隨著螢光 (luminescence) 產生，而在半導體內的 Wannier 激子的發光，正是我們探討的重點。

當半導體中參有雜質，雜質中心因為放出一個電子或吸附一個電子，使得雜質中心帶電，庫倫吸引力會使激子失去動能，電子或電洞則被吸引而使激子被侷限住，這樣被雜質侷限的激子我們稱為束縛激子 (bound exciton)，束縛激子與激子一樣，會產生輻射複合效應 (radiative recombination) 或者非輻射複合 (non-radiative

recombination)，圖【3.1-2】為在參雜磷的半導體中之束縛激子示意圖。



圖【3.1-2】磷參雜半導體束縛激子示意圖

束縛激子的發光效率基本上會比自由激子好很多，主要因素有二：

- 1、 Wannier 激子的半徑大，使激子在量子井內的俘獲面積 $\sigma_x$  (capture cross-section) 很大 ( $\sigma_x \approx \pi a_x^2 \approx 10^{-12} \text{ cm}^2$ ，假設波爾半徑 $a_x = 5 \text{ nm}$ )。可以預期的是，當俘獲面積越大、雜質濃度 $N$ 越高或者激子的移動速度越快，自由激子平均生命週期 $\tau_{tr}$

(mean free exciton lifetime) 就會越短：

$$\tau_{tr} \approx \frac{1}{\sigma_x N v}$$

其中 $v$ 為激子在晶體理面散佈的熱速率。假設

$N = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ， $\sigma_x = 10^{-12} \text{ cm}^2$ ， $v = 10^6 \text{ cm/s}$ ，我們可以得到

$\tau_{tr} \approx 10^{-9} \text{ s}$ 。此生命週期與直接能隙半導體的輻射複合生命週期 $\tau_r$

差不多，這代表半導體內的自由激子產生輻射複合而放出螢光的機率與被一個雜質吸附而產生束縛激子的機率是差不多的。在非直接能隙半導體內之 $\tau_r \geq 10^{14} s$ ，所以 $\tau_{tr} \ll \tau_r$ ，因此激子被束縛住成為束縛激子的機率比複合發光的機率高上許多。

2、束縛激子的發光又稱做「giant oscillator strength」，這代表在雜質原子周圍體積大約為 $\sim a_x^3$ 內的單位晶格都對束縛激子的輻射複合有貢獻。因此，複合發光的機率會提升幾個數量級，而輻射生命週期 $\tau_r$ 會等比例縮短。

雖然參雜雜質濃度與導體本身粒子濃度相差幾個數量級，但由於束縛激子的發光效率比自由激子還要高出許多，我們可以藉著觀察其螢光強度，利用自由激子與束縛激子的發光強度比，了解參雜雜質的濃度[7]。

### 3.1.2 p-d 軌域混成與耦合

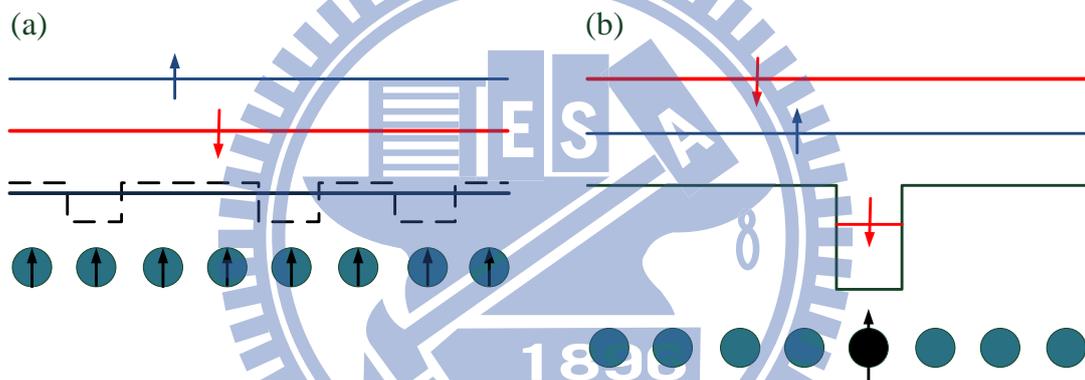
在稀磁半導體內，過鍍金屬與半導體之間存在著 p-d 軌域混成的效應，並且伴隨能隙的改變。根據理論，過鍍金屬在稀磁半導體內的位能大小決定了能隙的走向，其位能可表示成以下的式子[8][9]：

$$\frac{U}{U_c} = 6m^* \left[ W - \frac{(S+1)\beta}{2} \right] / (\pi^3 \hbar^2 b)$$

其中  $U$  為過鍍金屬在半導體內的位能， $U_c$  則描述了此未能是否可以型成一個束縛態的臨界值， $WN_0 = dE_v(x)/dx$  則為價帶的偏移量， $S$  為雜質的自旋量， $m^*$  為有效質量。當  $U/U_c \ll 1$ ，band-edge 的位置  $\tilde{E}_0$  可以表示為  $-xN_0W$ ，當  $U/U_c$  的值提高，在價帶的電洞與鎂的局部電子 (localized spins) 耦合會由弱耦合 (weak coupling) 轉為強耦合 (strong coupling)，p-d 軌域交換常數  $\beta$  (exchange integral) 會改變其正負值，由於  $W$  為一個與  $\beta$  相關的值[9]，band-edge 會由原本的降低轉為提高的趨勢，特別是在  $U/U_c > 1$  會變得顯著，這也代表來自過鍍金屬的位能產生束縛態。當  $U/U_c > 1$ ，氮化鎵參雜鎂，其  $U/U_c$  為  $0.96 \leq U/U_c \leq 1.6$ ，鎂原子，使 band-gap 變大。

以鎵為例，鎂參雜取代鎵的位置，其電洞處在離域態 (delocalized state)，其雜質所產生的微擾位能  $V_{Mn}(r) - V_{Ga}(r)$  主要為長距離的庫倫作用力，GaZnAs 或者是 p 型雜質半導體 CdMnTe 可以利用這種模型

來描述。但在氮化鎵參雜錳中，錳的 d 軌域則處在局域態 (localized state) [ 10]。如圖【3.1-3】 p-d 軌域強弱耦合的示意圖。如圖(a)，為弱耦合的情形。在半導體內所參雜的過渡金屬，其產生的位能較半導體原子低，以位能井的型式表現。根據古典近似，可將半導體與過渡金屬之位能平均化，使其能階用一平均位能表示。當過渡金屬產生位能足以形成一束縛態，並束縛一個電洞，並與半導體之 p 軌域電子耦合，此情形則為強耦合，如圖(b)所示。



圖【3.1-3】(a) p-d 軌域弱耦合場示意圖 (b) p-d 軌域強耦合示意圖

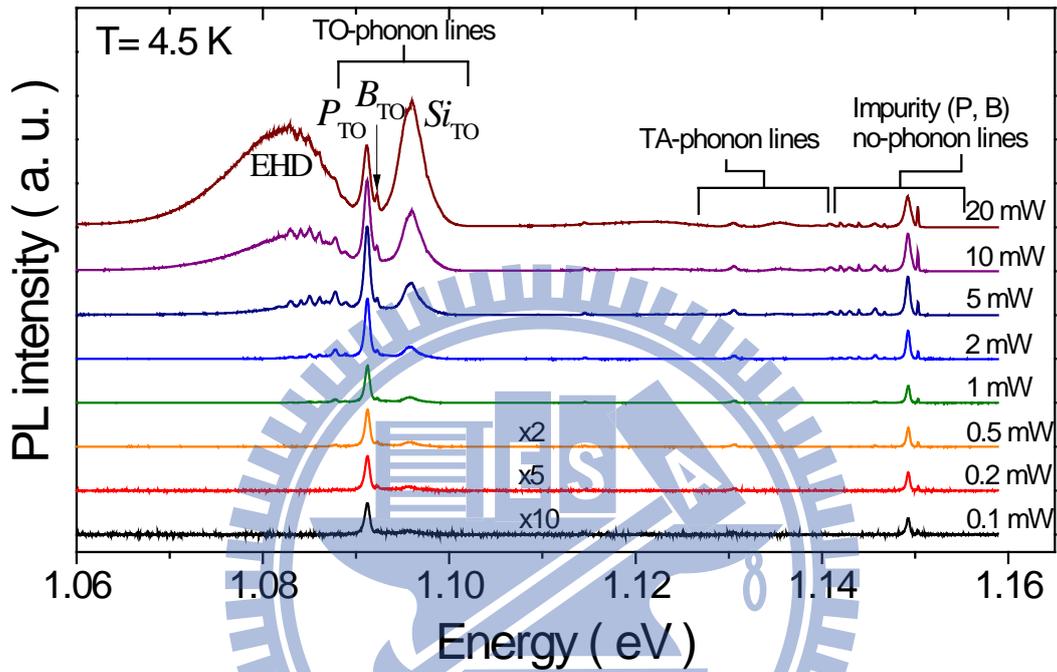
## 3.2 矽晶圓參雜濃度測量

### 3.2.1 激發功率變化矽晶圓光譜譜線

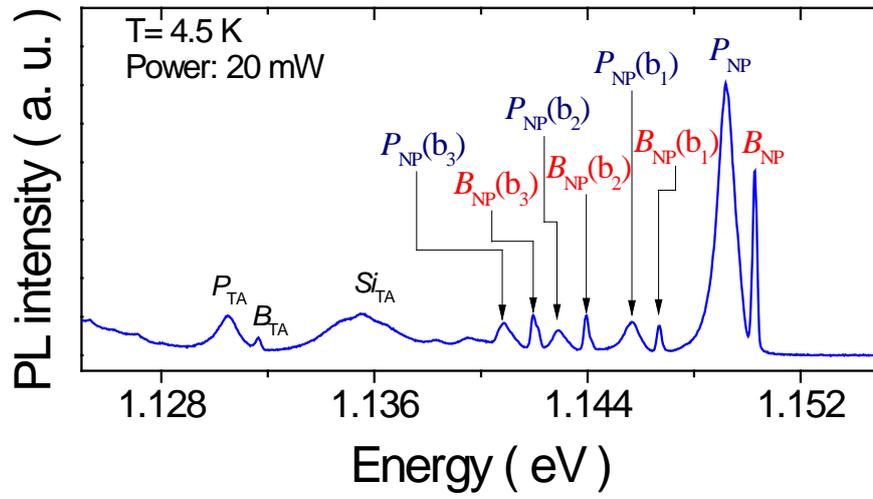
圖【3.2-1】為 n50 樣品之 PL 作光激發功率變化的譜線圖，利用測得電組值可得雜質濃度為  $4.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ 。由此譜線我們可以將其發光分為三個區域：在能量最低，約 1.08 到 1.10 eV 的範圍，為橫向光學聲子 (transverse optical phonon lines) 的發光範圍， $P_{\text{TO}}$  為磷的橫向光學聲子束縛激子的發光， $B_{\text{TO}}$  為硼的橫向光學聲子束縛激子的發光， $Si_{\text{TO}}$  則是在矽晶圓內橫向光學聲子自由激子的發光，而 EHD 則為電子-電洞滴 (electron-hole droplet) 的發光。而 1.11 與 1.14 eV 之間為橫向聲學聲子 (transverse acoustic phonon lines) 的發光範圍，在最高能量的，約在 1.14 到 1.16 eV 之間，為無聲子 (no-phonon lines) 的發光範圍[4]。另外，隨著激發功率的提升，電子-電洞滴 (EHD) 的發光也隨之變強[11]，在較弱的激發功率則是看不到其發光。另外由此譜線可以觀察知道，隨著雷射激發功率由小變大的過程中，束縛激子的發光強度相對於  $Si_{\text{TO}}$  發光強度的比例會隨之變小。

圖【3.2-2】為橫向聲學聲子與無聲子發光範圍的譜線圖。其中  $P_{\text{NP}}$  與  $B_{\text{NP}}$  分別為磷和硼的無聲子發光， $P_{\text{TA}}$  與  $B_{\text{TA}}$  則為磷與硼的橫向聲學聲子發光。在無聲子發光的範圍內，亦可看到 Bound multiexciton

complexes (BMEC) 的發光[ 12]，用  $P_{NP}(b_x)$  與  $B_{NP}(b_x)$  表示。在無聲子的範圍內，因為矽的能隙不是直接能隙，故無法看到矽本質自由激子的發光。



【3.2-1】樣品 n50 之 PL 譜線圖



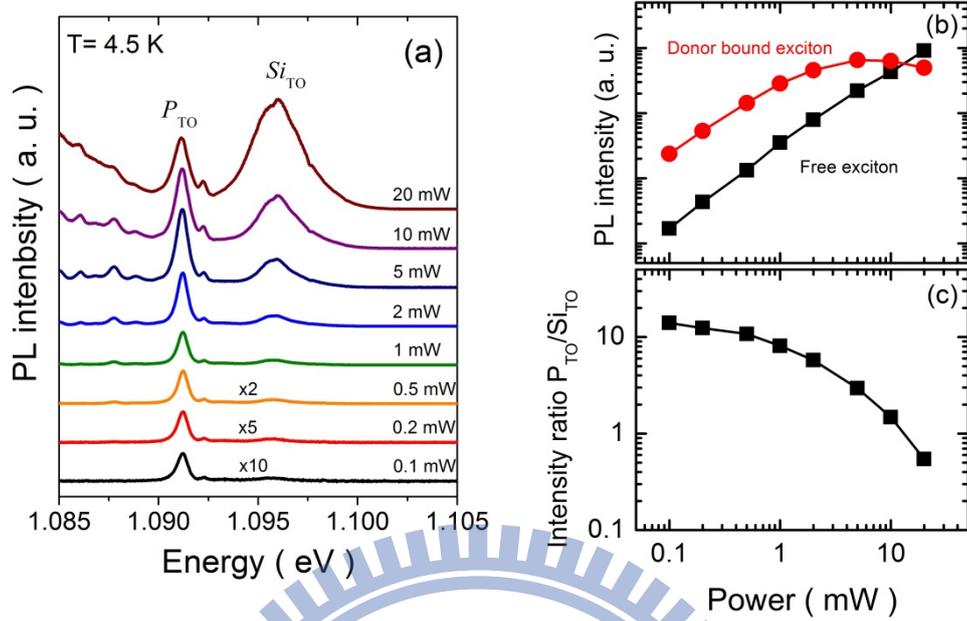
【3.2-2】樣品 n50 之 PL 譜線圖—橫向聲學聲子與無聲子發光範圍譜



### 3.2.2 激發功率變化與發光強度

圖【3.2-3 (a)】為橫向光學聲子激子發光強度隨著激發功率變化之譜線。比對於載子束縛激子之發光強度，自由激子的發光強度隨著激發功率變小也有明顯降低的趨勢。在圖【3.2-3 (b)】中，可以觀察到自由激子的發光強度在我們所使用的激發功率範圍內，隨著激發功率的增強其發光強度趨近於線性成長，但載子束縛激子的發光隨著激發功率的增強，漸漸的會有達到飽合的趨勢。另外在圖【3.2-3 (c)】對  $P_{TO}/Si_{TO}$  比值對於激發功率的變化。當激發功率由大至小的變化，其比值會上升[6]，並且在小於 0.5 mW 的時候， $P_{TO}/Si_{TO}$  的比值會漸漸達到飽和。



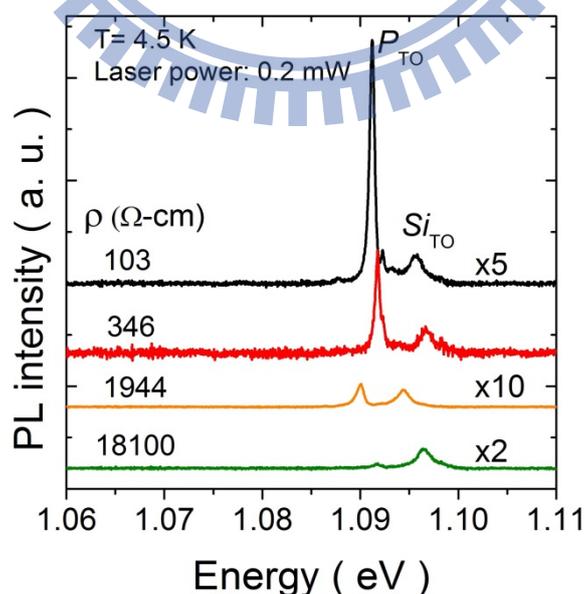


圖【3.2-3】樣品 n50 之橫向光學聲子發光光激發功率變化強度(a)光  
 激螢光光譜 (b)自由激子與載子束縛激子發光強度 (c) 發光強度比

### 3.2.3 不同濃度矽晶圓光譜

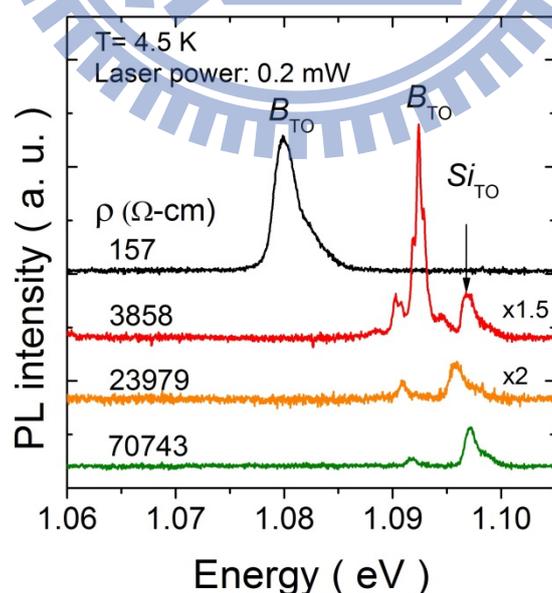
在 3.2.1 我們討論了改變激發功率對矽晶圓譜線的影響，發現其在低激發功率時，其比例會有飽合的趨勢，故我們選擇激發功率在 0.2 mW 所得到的光譜譜線來作校正曲線。

圖【3.2-4】為不同電阻值 n 型矽晶圓的光譜譜線，而在 n 型的樣品中，參雜雜質為硼。將  $Si_{TO}$  的發光強度調製到相近的強度，並觀察  $P_{TO}$  的發光強度隨著不同電阻值的變化。在電阻值較小的樣品中， $P_{TO}$  的發光強度會較強，並且隨著電阻值變大而變弱。在 n 型樣品中藉由電阻與濃度的換算，其最低濃度在  $\sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ，故在我們的測量當中，是可以測得  $\sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  數量級濃度的樣品。



圖【3.2-4】不同電阻值 n 型矽晶圓光譜

圖【3.2-5】為 p 型矽晶圓的光譜圖。與 n 型相同，我們將  $Si_{TO}$  之強度調製到相近的強度，亦發現  $B_{TO}$  之發光強度隨著電阻變小而增大。其中在  $\rho = 157 \Omega - \text{cm}$  這片樣品中， $Si_{TO}$  的發光強度在激發功率小於 0.5 mW 以後會變得非常微弱並難以觀察。在第二章我們討論過樣品藉由電阻值所換算的濃度，在  $\rho = 157 \Omega - \text{cm}$  這片樣品當中所得到的濃度為  $8.3 \times 10^{13} \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ，這代表利用低激發雷射功率量測樣品濃度雖然可以量測到為量雜質濃度的光譜 ( $\sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ )，但在測量較高濃度的樣品時 ( $\sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ )，由於矽本身的自由激子發光會漸漸的消失，故量測會有上限極限，但是對於低濃度樣品是非常適用的。



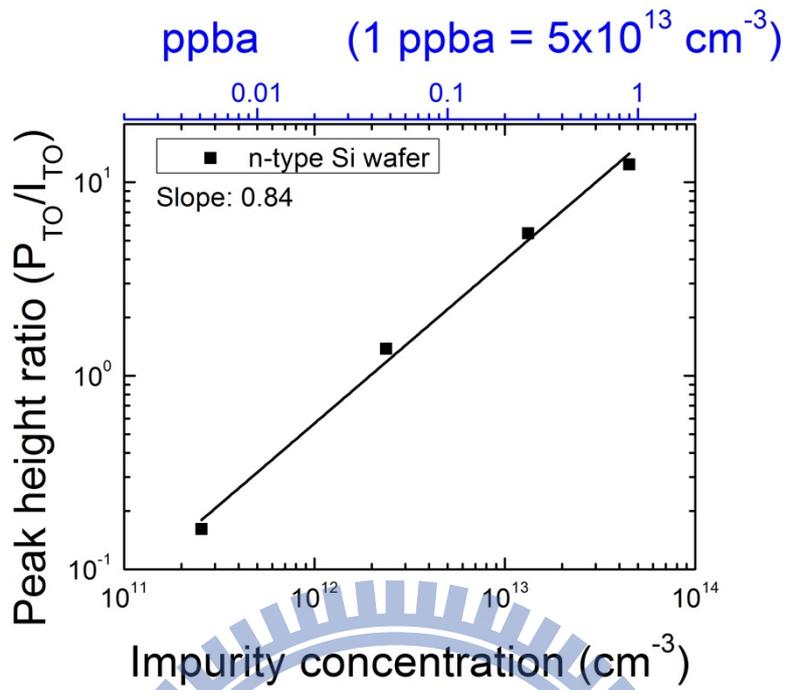
圖【3.2-5】不同電阻值 p 型矽晶圓光譜

### 3.2.4 校正曲線

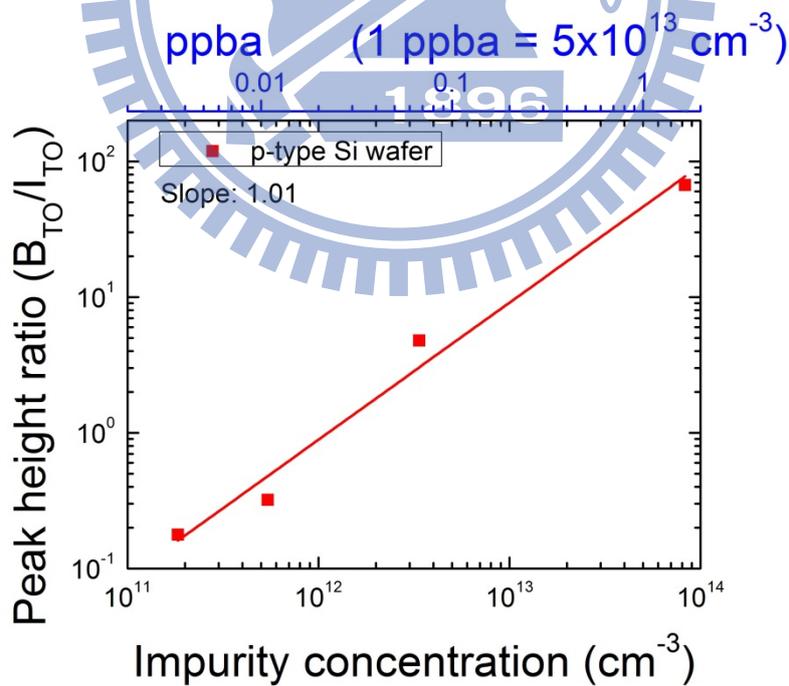
利用上一節所量測的光譜，利用樣品  $D_{TO}/Si_{TO}$  的比值與不同的參雜濃度，我們可以得到硼與磷的濃度校正曲線。

圖【3.2-6】為利用不同參雜 n 型矽晶圓校正曲線。利用磷之載子束縛激子發光與自由激子發光的高度比所作出的校正曲線，利用線性曲線作擬合，得到其斜率為 0.84，非常接近線性的變化。在 n50 的樣品當中，除了磷的載子束縛激子的發光以外，我們也發現了硼的載子束縛激子發光。利用電阻值與參雜濃度的關係式計算參雜濃度，由於在計算時，我們假設其參雜為單一參雜，忽略除了磷以外的參雜濃度，因此導致斜率不為線性。

圖【3.2-7】為 p 型矽晶圓校正曲線，利用線性曲線擬合所得到的斜率為 1.01。在前一節我們所提到在最高濃度的樣品中， $Si_{TO}$  的譜線在激發功率小於 0.5 mW 難以觀測，在此我們利用內插法去得到 0.2 mW 的比值，並利用此值去製作校正曲線。



圖【3.2-6】n 型矽晶圓校正曲線



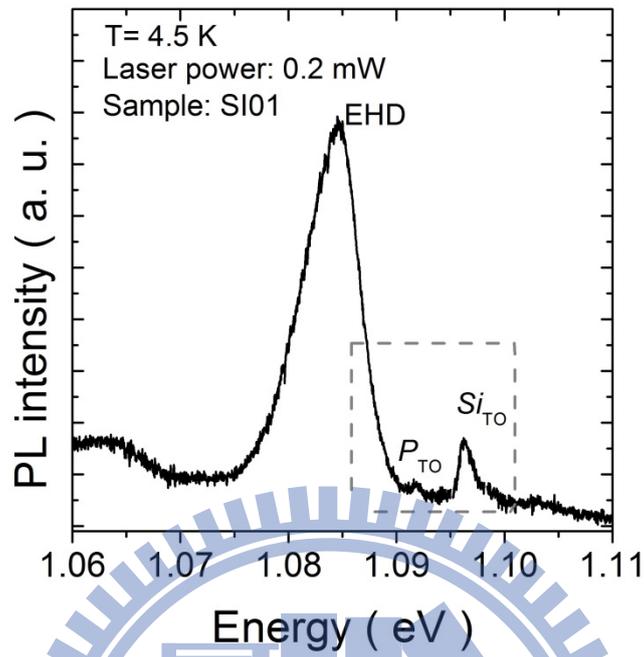
圖【3.2-7】p 型矽晶圓校正曲線

### 3.2.5 樣品濃度量測

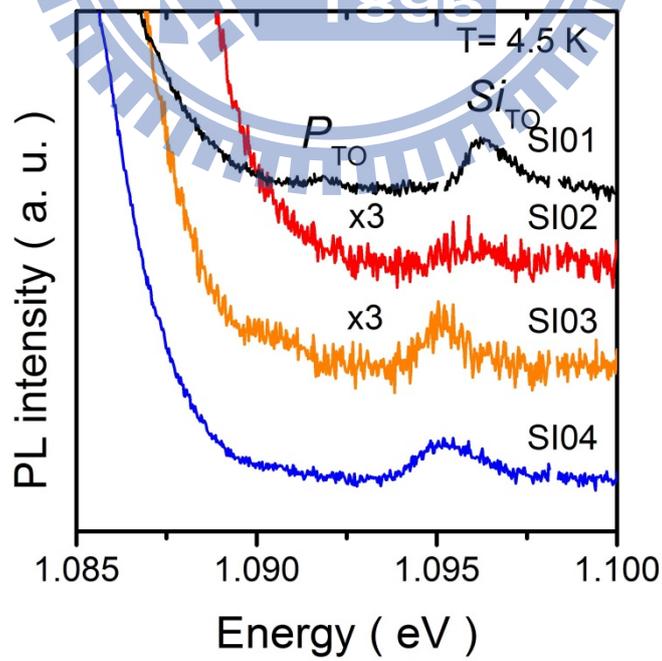
利用校正曲線，藉由測量待測樣品的光激發螢光光譜，再利用載子束縛激子與自由激子的強度比，並與校正曲線比對，便可得到待測樣品的濃度。

圖【3.2-8】為待測樣品 SI01 在 4.5 K 並利用 0.2 mW 激發功率所得到的譜線圖，在此譜線我們可以看到電子電洞滴的發光，以及自遊激子的發光  $S_{TO}$  與載子束縛激子的發光  $P_{TO}$ ，藉由計算比值，在將比值與校正曲線作比對，得到雜質濃度為  $9.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 。在譜線中， $P_{TO}$  之光譜強度已經接近量測極限，因此我們也由此推測其測量極限約在  $\sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  的數量級。

在另外三片樣品的量測中，除了 SI01 可以看到載子束縛激子的發光，在其他樣品已經無法看到載子束縛激子的發光。由於無法看見發光，故無法判斷其參雜濃度，但我們可以知道其雜質濃度小於  $9.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 。



圖【3.2-8】樣品 SI01 之光譜譜線



圖【3.2-8】樣品 SI01、SI02、SI03、SI04 之光譜譜線

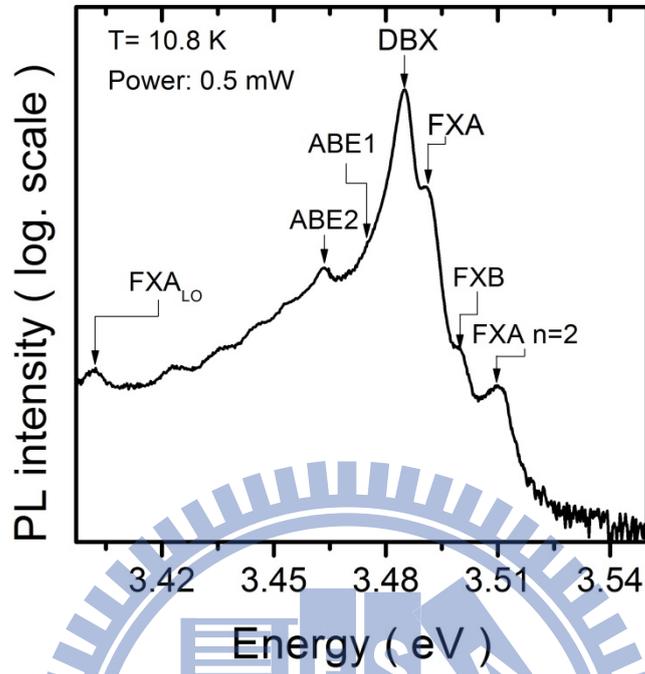
### 3.3 氮化鎵參雜過鍍金屬錳濃度測量

#### 3.3.1 氮化鎵參雜錳光譜

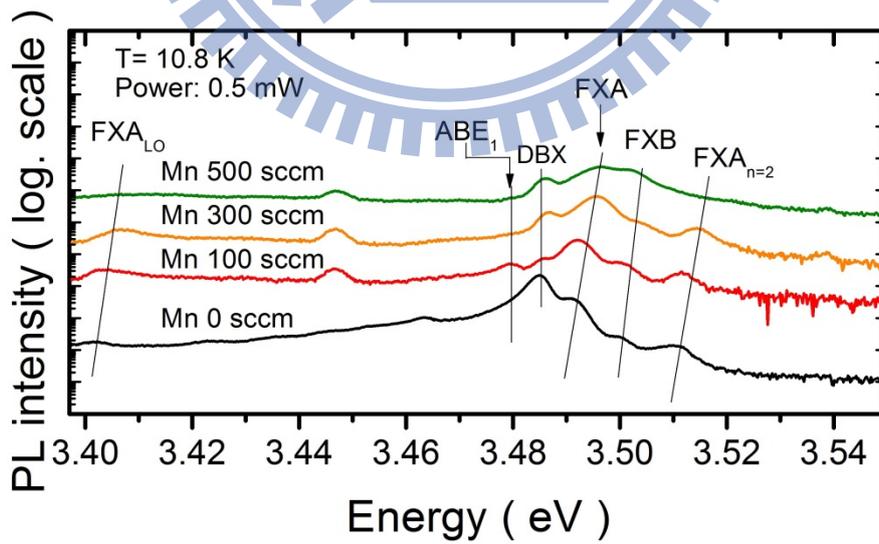
在理論的部分提到，參雜錳後氮化鎵之能隙大小會提升，觀察自由激子能量的藍移與錳濃度的關係為本節的重點。

圖【3.3-1】為氮化鎵的光譜譜線。在此譜線中，載子束縛激子 (DBX) 與自由激子 A (FXA) 的發光可以很清楚的被看見，而自由激子 B (FXB) 的發光則較 FXA 來的弱，且自由激子 C 的發光則無法被看見。另外自由激子 A 在  $n=2$  第一激發態的發光 ( $FXA_{n=2}$ )、縱向光學聲子自由激子 A ( $FXA_{LO}$ ) 的發光也可以觀察的到。另外我們也發現線了受體束縛激子 (ABE1, ABE2)，其來自鎂與鋅的參雜 [13]。由於觀察到自由激子 A 第一激發態的發光與自由激子 A 的發光，利用 Rydberg's formula 可計算出束縛能為 25.5 meV。

圖【3.3-2】為不同錳參雜濃度之氮化鎵光譜譜線。根據文獻，在改變錳的參雜濃度時，氮化鎵的價帶會往負能量的方向位移 [14]，利用自於 GaN 緩衝層的載子束縛激子的發光作為參考點，可看到除了載子束縛激子與受體束縛激子發光能量未藍移以外，關於自由激子的能量皆有藍移的趨勢，並且隨著濃度增加，藍移量有增大的趨勢。



圖【3.3-1】氮化鎵光譜譜線



圖【3.3-2】不同錳參雜濃度氮化鎵光譜譜線

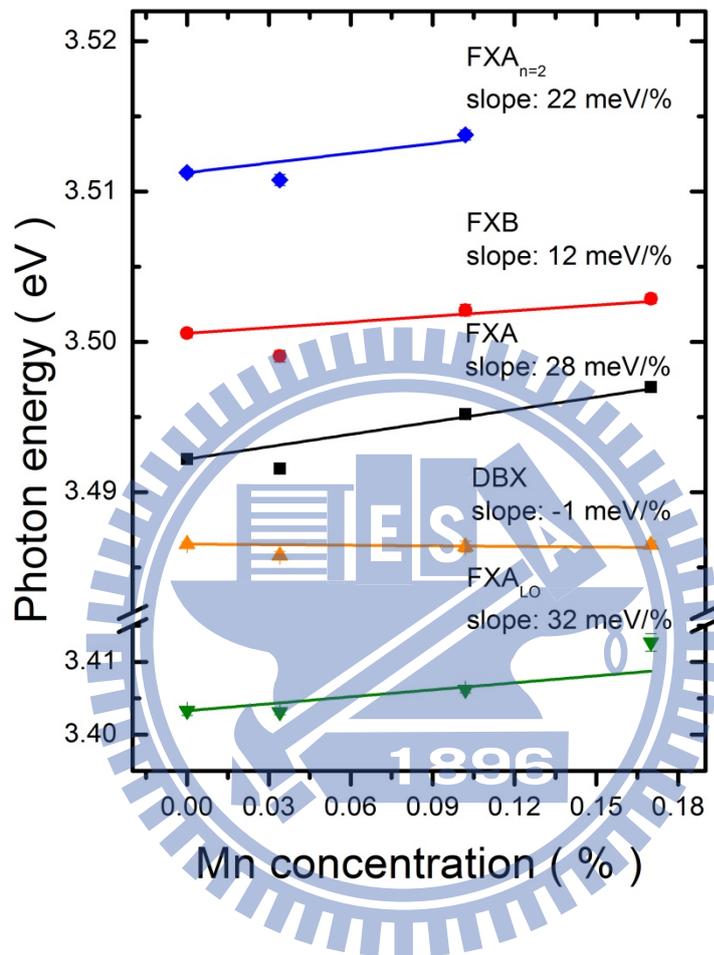
### 3.3.2 自由激子能量藍移分析

在參雜錳的氮化鎵樣品中，皆可以發現自由激子的藍移。在圖【3.3-3】顯示了在不同錳參雜濃度時所有發光的能量，由於自由激子 A 第一激發態的發光在錳濃度為 0.17 % 的樣品中無法被看見，故僅取三點數據點。

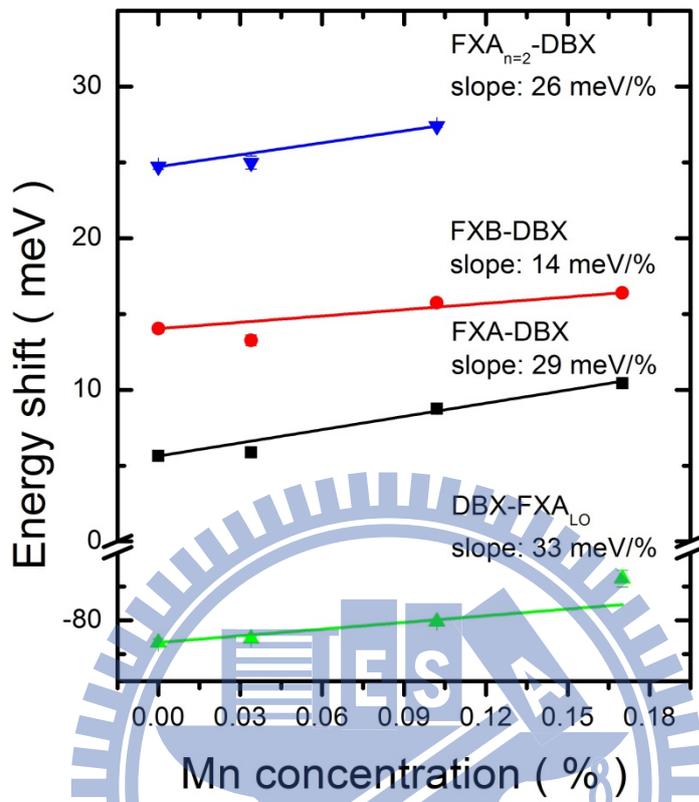
利用線性擬合函數擬合我們的數據點，並以氮化鎵樣品所測量的譜線為零點。擬合後可以得到斜率，並知道能量藍移隨濃度的變化為合。由實驗結果可以看到載子束縛激子的發光能量不會隨著參錳濃度有所變化。自由激子 A 的變化量在  $28 \pm 4 \text{ meV}/\%$ ，而自由激子 A 第一激發態利用三點所擬合出來的斜率為  $22 \pm 7 \text{ meV}/\%$ ，考慮誤差範圍，其變化量是相近的，在考慮縱向光學聲子自由激子 A 的變化量為  $32 \pm 10 \text{ meV}/\%$ ，與自由激子 A 和自由激子 A 第一激發態皆在同一的變化範圍內。另外自由激子 B 在參雜錳以後變化斜率  $12 \pm 5 \text{ meV}/\%$ ，較自由激子 A 變化量來的小。

除了觀察各個譜線的發光能量以外，另外亦使用載子束縛激子為參考點作分析。圖【3.3-4】為分析結果，FXA-DBX 利用線性曲線擬合得到的能量改變量為  $29 \pm 1 \text{ meV}/\%$ ，其誤差較 FXA 所擬合出來的要小，而  $\text{FXA}_{n=2}$ -DBX 的斜率為  $26 \pm 1 \text{ meV}/\%$ ， $\text{FXA}_{\text{LO}}$ -DBX 則為  $33 \pm 7 \text{ meV}/\%$ 。FXB-DBX 變化量依然較自由激子 A 的小，為

$14 \pm 1 \text{ meV}/\%$ 。



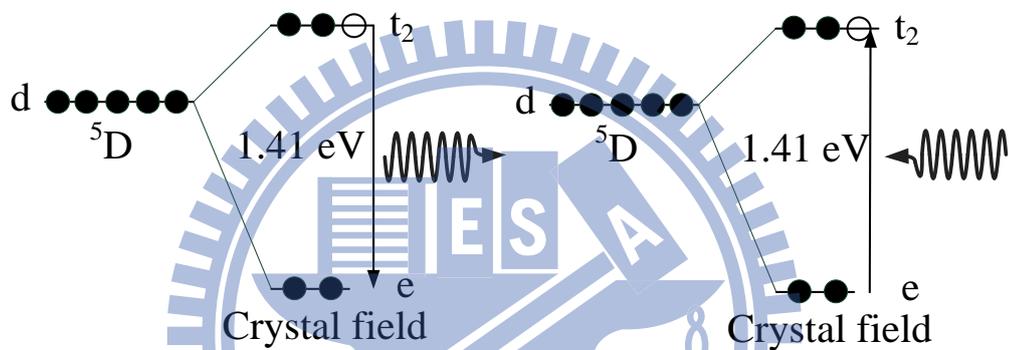
圖【3.3-3】不同錳參雜濃度氮化鎵光譜譜線-絕對能量



圖【3.3-4】不同錳參雜濃度氮化鎵光譜譜線-相對能量

### 3.3.3 原子內部能階分裂光激螢光光譜與反射測量

錳參雜氮化鎵中，主要是取代鎵的位置，故提供三個電子並組成  $sp^3$  混成軌域，因此錳主要為正三價，並且因為晶體場 (crystal field) 效應，使其  $d$  軌域分裂成  $t_2$  與  $e_g$  [15]，如圖【3.3-5】，在此能階我們可發現其光激螢光與吸收的譜線。



圖【3.3-5】 $Mn^{3+}$   $d$  軌域光激螢光與吸收示意圖

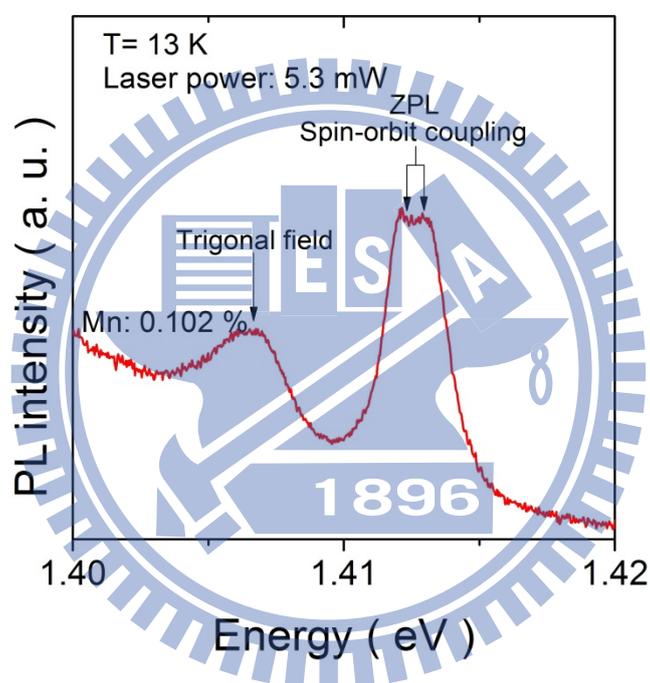
由於  $Mn^{3+}$  本身能階的分裂的光激發螢光光譜可以被測量到，我們亦希望可以利用在 1.41 eV 的發光強度來觀察錳濃度的變化。圖

【3.3-6】為  $Mn^{3+}$  內部能階躍遷的光激發螢光光譜，發光能量在 1.412 eV，因為自旋-軌道耦合的效應會被分為兩段發光，相差約 1 meV，

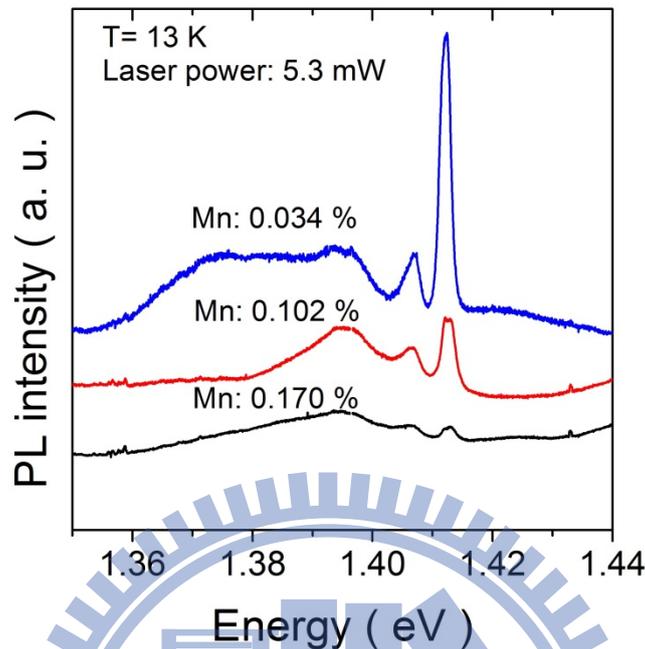
另外在相距 12 meV 外有個三角場 (trigonal field) 分裂的發光譜線 [16]。

接下來對於不同錳參雜濃度的光譜作比較，圖【3.3-7】為不同濃度之  $Mn^{3+}$  內部能階光激發螢光光譜的比較，在參雜濃度較低時會有較強的光激發螢光光譜，當濃度到達 0.170% 時，其螢光光譜非常微弱。

在參雜錳後，氮化鎵內的非輻射複合效應會增加，並且隨著錳濃度增加而有增強的趨勢，導致所有譜線的發光強度都會變弱。在錳的內部能階躍遷發光也因為參雜濃度提高，使其非輻射複合效應增強，使發光變弱[ 13 ]。



圖【3.3-6】 $\text{Mn}^{3+}$ 內部能階光激螢光光譜譜線



圖【3.3-7】不同濃度之  $Mn^{3+}$  內部能階光激發螢光光譜強度比較

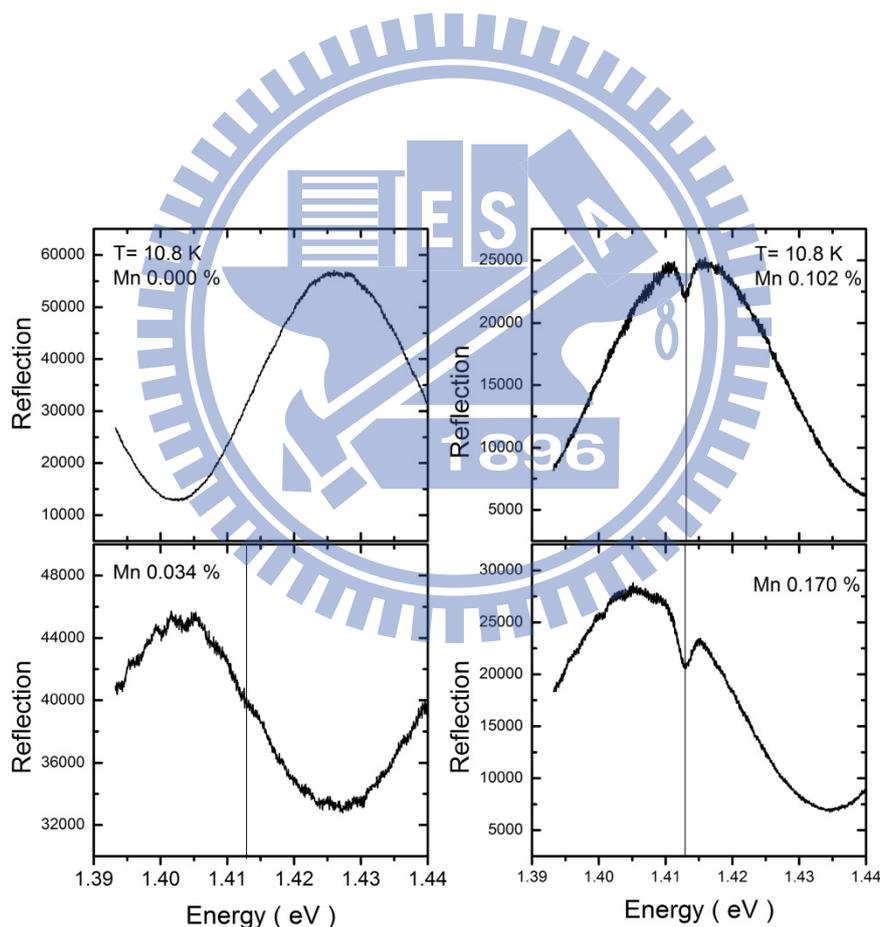
在  $Mn^{3+}$  內部能階的光激發螢光光譜隨著錳參雜濃度增加而變弱，故我們使用了反射光譜觀察其隨著濃度的變化。在圖【3.3-8】可以看到不同濃度之樣品反射光譜情形。在參雜錳的樣品，在 1.41 eV 的位置可量得其吸收訊號。在這利用正弦函數與羅倫茲數[17][18]，由  $Mn^{3+}$  所貢獻的阻尼介電質函數 (damped dielectric function)，可利用阻尼羅倫茲震盪器 (damped Lorentzian oscillators) 來模擬：

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{GaN}(\omega) + \frac{fN_{Mn^{3+}}}{E_0^2 - (\hbar\omega)^2 - i\hbar\omega\Gamma},$$

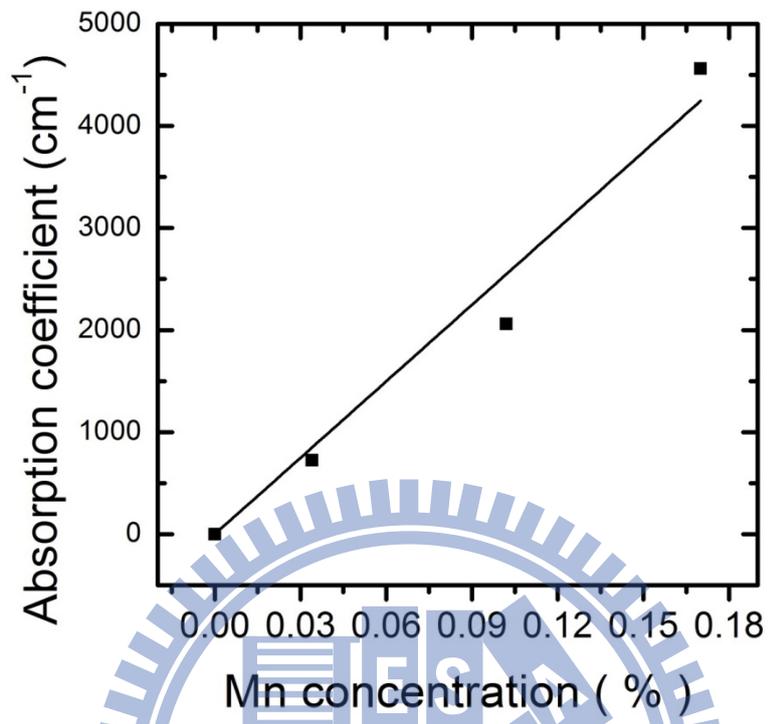
電場在經過阻尼震盪器，而有些許能量被吸收，而電場：

$$\tilde{E}(z, t) = \tilde{E}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)},$$

其中  $\tilde{k} = k + i\kappa = \sqrt{\epsilon\mu_0}\omega$ 。其中吸收係數 (absorption coefficient)  $\alpha$  定義為  $\alpha \equiv 2\kappa$ ，利用發光強度  $I = E^2$  的關係，由於樣品厚度為已知，故利用此模型可以得到不同錳參雜濃度的吸收係數。1.41 eV 被吸收的深度與錳參雜濃度之關係圖，如圖【3.3-9】，由圖可以知道，其吸收係數與錳之濃度變化為一線性變化，隨著參錳的濃度增加，其吸收係數線性增加，故可利用反射光譜在 1.41 eV 的吸收係數判斷參雜錳的濃度。



圖【3.3-8】不同錳參雜濃度之反射光譜 (a)未參雜錳之氮化鎵 (b)錳濃度為 0.034 %之氮化鎵 (c) 錳濃度為 0.102 %之氮化鎵 (d) 錳濃度為 0.170% 之氮化鎵



圖【3.3-9】吸收係數與錳濃度關係圖

## 第四章 結論

本論文第一部分研究參雜不同濃度雜質之 n 型與 p 型樣品低溫光激螢光光譜譜線，利用改變不同激發功率得之自由激子發光強度與載子束縛激子發光強度比值在低激發功率會呈現飽和。選定適當激發功率，並利用發光強度比隨雜質濃度之變化，利用線性擬合得到其比值與濃度之關係校正曲線，利用此校正曲線估計未知雜質濃度樣品之參雜濃度

在第二部份我們利用錳參雜氮化鎵能隙之改變，利用自由激子之能量變化來觀察其濃度變化，並藉由線性分析得到能量變化與濃度的關係。另外利用反射光譜，利用羅倫茲函數擬合得到吸收深度，並以此觀察濃度變化，發現其為線性變化。

## 參考文獻

- [ 1 ] Neamen “Semiconductor physics and devices” 4th edition McGraw Hill (2012)
- [ 2 ] 胡裕民, “III-V 稀磁性半導體薄膜之研究與發展” (2004)
- [ 3 ] 潘扶民, “積體電路分析量測技術的現況與未來發展” (1999)
- [ 4 ] Michio Tajima, Appl. Phys. Lett. **32**, 719 (1978)
- [ 5 ] P. McL. Colley and E. C. Lightowers, Semicond. Sci. Technol. **2**, 157 (1987)
- [ 6 ] I. Broussel, J. A. H. Stotz, and M. L. W. Thewalt, J. Appl. Phys. **92**, 5913 (2002)
- [ 7 ] Ivan Pelant “Luminescence spectroscopy of semiconductors” 1st edition Oxford (2012)
- [ 8 ] T. Dietl, Phys. Rev. B **77**, 085208 (2008)
- [ 9 ] C. Benoit a la Guillaume, D. Scalbert and T. Dietl, Phys. Rev. B **46**, 9853 (1992)
- [ 10 ] Alex Zunger and U. Lindefelt, Phys. Rev. B **27**, 1191 (1983)
- [ 11 ] R. B. Hammond, T. C. McCoill, and J. W. Mayer. Phys. Rev. B **13**, 3566 (1976)
- [ 12 ] K. Kosai and M. Gershenson, Phys. Rev. B **9**, 723 (1974)
- [ 13 ] B. Monemar, Materials Science and Engineering B **59**, 122 (1999)
- [ 14 ] J. Suffczyński, A. Grois, W. Pacuski, A. Golnik, J. A. Gaj, A. Navarro-Quezada, B. Faina, T. Devillers, and A. Bonanni, Phys. Rev. B **83**, 094421 (2011)
- [ 15 ] Priya Mahadevan and Alex Zunger, Phys. Rev. B **69**, 115211 (2004)
- [ 16 ] J. Zenneck, T. Niermann, D. Mai, M. Roever, M. Kocan, J. Malindretos, M. Seibt, and A. Rizzi, J. Appl. Phys. **101**, 063504 (2007)
- [ 17 ] J. Griffiths, “Introduction to electrodynamics” 3rd edition Pearson (2008)
- [ 18 ] A. Bonanni, M. Sawicki, T. Devillers, W. Stefanowicz, B. Faina, Tian Li, T. E. Winkler, D. Sztenkiel, A. Navarro-Quezada, M. Rovezzi, R. Jakiela, A. Grois, M. Wegscheider, W. Jantsch, J. Suffczyński, F. D’Acapito, A. Meingast, G. Kothleitner, and T. Dietl, Phys. Rev. B **84**, 035206 (2011)