

# 國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸：  
使用混合式陣列天線之 DoA 估計與定位

Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems :  
DoA estimation and Localization with hybrid antenna array

研究生：姚侑君

指導教授：吳文榕 博士

中華民國 102 年 7 月

OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸：

使用混合式陣列天線之 DoA 估計與定位

Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems :

DoA estimation and Localization with hybrid antenna array

研 究 生：姚侑君

Student : Yu-Chun Yao

指 導 教 授：吳文榕 博士

Advisor : Dr. Wen-Wrong Wu



A Thesis

Submitted to Institute of Communications Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master of Science

In

Communications Engineering

July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 102 年 7 月

# OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸：

## 使用混合式陣列天線之 DoA 估計與定位

學生：姚侑君

指導教授：吳文榕 博士

國立交通大學電信工程研究所碩士班

### 摘要

IEEE 802.15.3c系統是一適合高速之上網或高畫質之影音傳輸的規格，但操作的頻段是在免執照的57 ~ 64 GHz 的頻段，由於此頻段通道對訊號有嚴重的路徑損失、反射損失及其他衰減的問題。為了解決路徑損失這些問題，混合平面陣列天線(hybrid planar antenna arrays)被提出用以波束形成的傳輸與接收。本論文在探討60GHz系統中LOS/NLOS之傳輸技術與多使用者環境的定位問題。首先，我們提出遞迴的波束搜尋法，可快速且精確地搜尋出最佳的波束對。同時，我們針對環境須由NLOS變動成LOS提出一偵測架構。最後，我們考量到多使用者環境中的定位問題。我們提出兩個方法分別為角度法及座標法來估計使用者之間的相對位置。在已知使用者間的相對位置情況下，波束形成可以進行用戶對及多個排程平行傳輸有效改善系統吞吐量。

# Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems :

## DoA estimation and Localization with hybrid antenna array

Student : Yu-Chun Yao

Advisor : Dr. Wen-Wrong Wu

Institute of Communications Engineering

National Chiao Tung University

### Abstract

IEEE 802.15.3c system offers data rates of multiple Gbit/s for applications such as high speed internet access or high quality video streaming and it is operated in unlicensed 57-64 GHz band. However, this band is suffering from high path loss, high penetration loss, and other problems. To alleviate the path loss problem, hybrid planar antenna arrays have been proposed for beamformed transmission/receiving. In this thesis, we consider LOS/NLOS transmission technologies for 60GHz systems and the localization problem in the multiuser environment. First, we propose a recursive beam matching method, which can find the best transmit and receive beamforming pair. Then, we propose a sensing scheme that can detect the environment change from NLOS to LOS. Finally, we consider the localization problem in the beamformed multiuser environment. We propose two methods, the angle and coordinate method, such that the relative positions of users can be estimated. With the relative positions, beamforming can be conducted for user pairs and multiple parallel transmissions can be scheduled to enhance the system throughput.

## 誌謝

這篇論文的完成，首先要感謝我的指導教授吳文榕老師對我的指導，當我研究遇到瓶頸時老師總是能給予我寶貴的建議與協助；在每周的 meeting 中與我討論研究問題，每每都讓我有收穫與突破。在研究的期間，同時也要感謝 Lab720 的學長姊、學弟妹們，在研究上能夠適時提供幫助，在生活上能夠一起歡笑、一起成長。再來感謝的是我的家人，總是在我需要鼓勵時給我溫暖，回家一趟就會讓我感覺幹勁十足。兩年碩士學生生活，謝謝一直在我身邊支持給我鼓勵的人，謝謝你們。



# 目錄

摘要 .....	I
ABSTRACT .....	II
目錄 .....	IV
圖目錄 .....	VI
表目錄 .....	VII
第一章: 簡介 .....	1
第二章: 波束形成與 DOA 估計 .....	4
2.1 線陣天線(Uniform Antenna Array) .....	4
2.2 線陣天線的波束形成 .....	5
2.3 線陣天線的 DoA 估計 .....	7
2.3.1 線陣天線之 MUSIC 演算法 .....	7
2.3.2 線陣天線之 TLS-ESPRIT 演算法 .....	9
2.3.3 混合式線陣列天線之 MUSIC 演算法 .....	10
2.3.4 混合式線陣列天線之 TLS-ESPRIT 演算法 .....	13
2.4 平面陣列天線(Planar Antenna Array) .....	14
2.5 平面陣列天線的波束形成 .....	14
2.6 平面陣列天線的訊號抵達方位估計 .....	17
2.6.1 平面陣列天線之 MUSIC 演算法 .....	17
2.6.2 平面陣列天線之 TLS-ESPRIT 演算法 .....	19
2.6.3 混合式平面陣列天線之 MUSIC 演算法 .....	22
2.6.4 混合式平面陣列天線之 TLS-ESPRIT 演算法 .....	25
2.7 混合式平面陣列天線 DoA 之遞迴估計 .....	25
2.7.1 混合式平面陣列天線之遞迴 MUSIC 演算法 .....	26

2.7.2 混合式平面陣列天線之遞迴 TLS-ESPRIT 演算法 .....	27
第三章: LOS 與 NLOS 傳輸：估計與傳輸 .....	28
3.1 從 LOS 到 NLOS 之傳輸 .....	28
3.2 從 NLOS 到 LOS 之傳輸 .....	34
3.2.1 傳送端的能量分配 .....	35
3.2.2 接收端的干擾消除 .....	39
第四章: 混合式陣列天線使用者的相對位置估計 .....	43
4.1 二維的角度法-凸多邊形 .....	43
4.2 二維的座標法-凸多邊形 .....	45
4.3 二維的角度法及座標法-凹多邊形 .....	48
4.4 三維的座標法 .....	50
第五章: 模擬結果 .....	53
5.1 直視環境下的波束搜尋 .....	53
5.2 LOS 與 NLOS 的切換 .....	58
5.3 混合式陣列天線使用者位置估計 .....	60
5.3.1 二維角度法-凸多邊形 .....	60
5.3.2 二維角度法-凹多邊形 .....	61
5.3.3 二維座標法-凸多邊形 .....	63
5.3.4 二維座標法-凹多邊形 .....	66
5.3.5 三維座標法 .....	68
第六章: 結論與未來展望 .....	70
參考資料 .....	72



## 圖目錄

圖 2-1- 1：線陣天線架構圖 .....	4
圖 2-2- 1：線陣天線的數位波束形成架構 .....	6
圖 2-2- 2：線陣天線的混合式波束形成架構 .....	7
圖 2-4- 1： $N_x$ 乘 $N_y$ 個天線組成的平面陣列天線 .....	14
圖 2-5- 1：混合式波束形成架構圖 .....	16
圖 2-5- 2： $8 \times 8$ 平面陣列天線劃分成 4 個區塊分別是 A、B、C、D，每個區塊分享同一個數位轉類比轉換器。 .....	16
圖 3-1- 1：波束搜尋流程圖 .....	29
圖 3-1- 2：最小平方法 .....	32
圖 3-2- 1：NLOS 與 LOS 切換示意圖 .....	35
圖 3-2- 2：NLSO 與 LOS 切換範例示意圖 .....	37
圖 3-2- 3：延伸的一維 LCMV 例子示意圖 .....	40
圖 4-1- 4：三個使用者估測 DoA 所建構出的三角形 .....	43
圖 4-3- 1：四個使用者在凹多邊形情況建構出的三角形 .....	48
圖 4-3- 2：凸多邊形與凹多邊形判斷流程圖 .....	49
圖 5-1- 1：傳送端與接收端位置俯視圖 .....	53
圖 5-1- 2：直視和三組一次反射的群集 .....	54
圖 5-1- 3：近似全向性的波束場型 .....	55
圖 5-1- 4：配對錯誤率( $k=2$ 波束搜尋排序, $T=5$ ) .....	56
圖 5-1- 5：比較遞迴前與後的配對錯誤率( $k=2$ , $T=5$ ) .....	57
圖 5-2- 1：接收波束場型 .....	58
圖 5-2- 2：LOS 利用 LCMV 消除 NLOS 干擾的波束場型 .....	59
圖 5-2- 3：NLOS 利用 LCMV 消除 LOS 干擾的波束場型 .....	59
圖 5-3- 1：角度法凸多邊形的均方誤差 .....	62
圖 5-3- 2：角度法凹多邊形的均方誤差 .....	63
圖 5-3- 3：座標法凸多邊形的均方誤差 .....	64
圖 5-3- 4：使用者為 3 時，角度法與座標法比較 .....	65
圖 5-3- 5：使用者為 4 時，角度法與座標法比較 .....	65
圖 5-3- 6：使用者為 5 時，角度法與座標法比較 .....	66
圖 5-3- 7：座標法凹多邊形的均方誤差 .....	67
圖 5-3- 8：使用者數為 4 時，座標法與多步驟座標法比較 .....	67
圖 5-3- 9：使用者數為 5 時，座標法與多步驟座標法比較 .....	68
圖 5-3- 10：三維空間中，三個使用者位置構成的平面 .....	69
圖 5-3- 11：三維空間中，座標法的均方誤差 .....	69



## 表目錄

表 3-1- 1：平面陣列天線的訓練序列數 .....	28
表 3-3- 1：HSI 實體層 MCS 相關參數.....	34



## 第一章：簡介

隨著無線的應用迅速發展，無線個人網路(wireless personal area network; WPAN)的效能大幅的提升，目前已能在短距離範圍內提供很高傳輸率的服務，例如IEEE所定義之WPAN資料傳輸其傳輸率最少是1Gbps，最高可達5Gbps，適合高速之上網或高畫質之影音傳輸。由於毫米波(millimeter-wave)段的免執照頻寬很寬，其相關技術受到重視且被用於IEEE的WPAN系統，IEEE在2005三月成立了802.15 WPAN Task Group (TG3c) 發展毫米波的實體層規格。此毫米波是操作在免執照 57 ~ 64 GHz 的頻段，由於此頻段通道對訊號有嚴重的路徑損失、反射損失及其他衰減的問題，因此當傳送端與接收端之間有障礙物無法達到直視(Line of Sight ; LOS)的傳輸時傳收的效能將大受影響，如何在非直視(non-line of sight ; NLOS) 的環境下能夠正常運作是此一技術的重大關鍵。

波束形成(beamforming)為有效改善NLOS傳輸問題的方法之一，因此有研究者提出在傳送端與接收端使用陣列天線(antenna array)而能做波束形成[1]-[3]，希望可以藉此達到能量集中提高傳輸效能，能量集中並不侷限於單一方位，陣列天線波束形成技術可以把訊號集中在多個特定方位，也可以使某些特定方位收不到訊號。波束形成可以用類比或數位的方式來實現，如用類比的方式則無法達到干擾消除的目的，但如用數位的方式則每一根天線都需要一組數位類比轉換器(digital-to- analog circuit; DAC)和類比數位轉換器(analog-to-digital circuit; ADC)，成本會大大的提高，最近有研究者提出用混合式的波束形成(hybrid beamforming)來解決此問題，其想法是把陣列天線分成少許區塊，同一區塊共同使用同一個轉換器，如此一來就可在效能與成本之間取得一平衡。使用波束形成之一重要的前提是訊號的接收方位須能準確的估計，此問題在文獻上稱之為(direction of Arrival; DoA)，數位波束形成之DoA的問題已經廣泛的被討論[4][5]，最近也有研究者提出應用在混合式陣列天線的DoA估測演算法。

本篇論文的目的即是研究 60GHz 系統中使用混合波束形成之 LOS/NLOS 傳輸技術及多使用者之間的定位。首先考慮環境在變動時波束配對的問題，亦即傳輸環境可能瞬間從 LOS 變為 NLOS 的狀況，或者也可能從 NLOS 變回成 LOS，我們首先考慮第一種狀況，一開始先做傳送與接收訊號的 DoA 估計，接著做波束搜尋流程時，根據每組波束配對收到的訊號大小，依序排列出最佳、次佳... 等的序列，再依照當時的環境選擇最適當的一組波束配對，例如一開始採用最佳的波束配對，但當此組波束配對被阻礙物擋住訊號無法傳遞時，改採用次佳的波束配對。接著我們考慮環境由 NLOS 切換成 LOS 的情況，我們所提出的方法是在傳送端和接收端在 NLOS 傳輸的過程中，LOS 同時保留一能量較小的波束形成用於偵測 LOS 是否可以進行資料傳輸。但在傳送端會有能量分配的問題，在接收端的則會有兩波束形成相互干擾的問題，我們參考 IEEE 802.15.3c 規格書 [7] 中接收端靈敏度(receive sensitivity)來做傳送功率的分配，並且提出延伸的二維線性限制最小變異量(linear constrained minimum variance, LCMV)演算法來消除干擾。

為了因應 WPAN 的網路環境，IEEE802.15.3 定義了微網(piconet)為網路的基本架構，微網系統主要針對大約 10 公尺範圍的個人網路，微網允許多個獨立的網路裝置彼此能夠相互溝通且可移動。本論文的另外一個主題就是探討在多個使用者傳輸環境中，我們如何估計多個使用者間的相對位置，如果使用者的相對位置可以知道，使用波束形成就可以做使用者之間的平行傳輸，透過適當的排程可以大幅的提高整體網路的傳輸率。現有使用者定位的方法有很多種，但都是為了找到使用者之間的方位及距離而設計[16]，也就是估計使用者間的絕對位置，不但困難而且有很多限制，我們提出一個的做法可以簡單有效的估得使用者間的相對位置，我們假設每個使用者都具備有混合式的陣列天線及估計 DoA 的能力，因此可以估計出其它使用者的方位，透過幾何的關係我們發展了兩個估計的方法：角度法(angle method)及座標法(coordinate method)。

本篇論文的組織如下:第二章我們敘述混合式波束形成與 DoA 估計演算法，

第三章中敘述 LOS 與 NLOS 之下的路徑切換方法，第四章討論利用混合式的平面陣列天線多使用者相對位置的估計，第五章是討論敘述所提出方法之模擬結果，第六章則是總結。



## 第二章：波束形成與 DoA 估計

### 2.1 線陣天線(uniform antenna array)

一個典型的線性陣天線的架構如圖 2-1-1 所示：

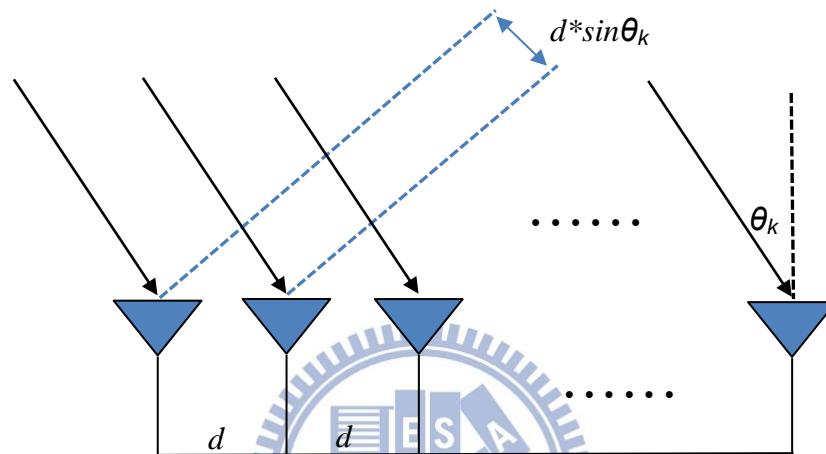


圖 2-1-1：線陣天線架構圖

假設有  $K$  個期望值是零、彼此不相干而且是窄頻的訊號入射到有  $N$  根天線的線陣天線上，入射到線陣天線的角度分別是  $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\}$ ， $\theta_k \in [0^\circ \sim 180^\circ]$ ，而且  $K < N$ 。此陣列的  $N$  個單一天線彼此相距離  $d$ ，而且  $d$  剛好是頻率是  $f_c$  的弦波的半波長。線陣天線接收到的訊號可以看成一個向量  $\mathbf{y}$ ，其數學模型可以表示如下：

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(n) &= \begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_2(n) \\ \vdots \\ y_N(n) \end{bmatrix} \\
&= [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_K)] \begin{bmatrix} s_1(n) \\ s_2(n) \\ \vdots \\ s_K(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(n) \\ n_2(n) \\ \vdots \\ n_K(n) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

其中  $\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \quad e^{-j2\pi f_c d \sin(\theta_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1)d \sin(\theta_k)/C}]^T$  是一個操控向量 (steering vector)， $\mathbf{n}(n)$  是期望值為零的複數相加性高斯白雜訊向量。

## 2.2 線陣天線的波束形成

線陣天線的波束形成可以分成：類比波束形成、數位波束形成及混合式波束形成。首先我們介紹線陣天線的類比波束形成，類比的波束形成場型 (analog beamforming pattern) 可表示為：

$$RF(\theta) = \sum_{m=1}^N e^{-j\pi[(m-1)\sin\theta_0]} \times e^{j\pi[(m-1)\sin\theta]} \tag{2.1}$$

場型  $RF(\theta)$  的物理意義是說把接收天線擺放在遠區 (far zone) 所接收到的訊號振幅。由於線陣天線的每一個天線都有一個自己的移相器 (phase shifter)，移相器用來調整每一根天線所發射出去訊號的相位，因此我們可以適當的調整欲接收或傳送的相位  $\theta_0$  使得  $RF(\theta)$  可以在某個特定方位有最大的強度。

數位波束形成場型 (digital beamforming pattern) 可以表示為：

$$DF(\theta) = k \times \sum_{m=1}^N e^{-j\pi[(m-1)\sin\theta_0]} \times e^{j\pi[(m-1)\sin\theta]} \tag{2.3}$$

線陣天線的數位波束形成與類比波束形成最大的差別在於數位波束形成的每根天線都各自配一個 DAC 或 ADC。透過在 DAC 或 ADC 之前調整訊號的相位和振幅，可以決定想要傳送或接收的訊號方向。而可以調整振幅與相位的原因是每

一根天線都接著數位轉類比轉換器，我們可以在數位端做振幅跟相位之調整，雖然類比的波束形成也可以也類似的功能，但精準度及彈性遠不及數位的波束形成。

線陣天線的數位波束形成架構如下圖 2-2- 1 所示：

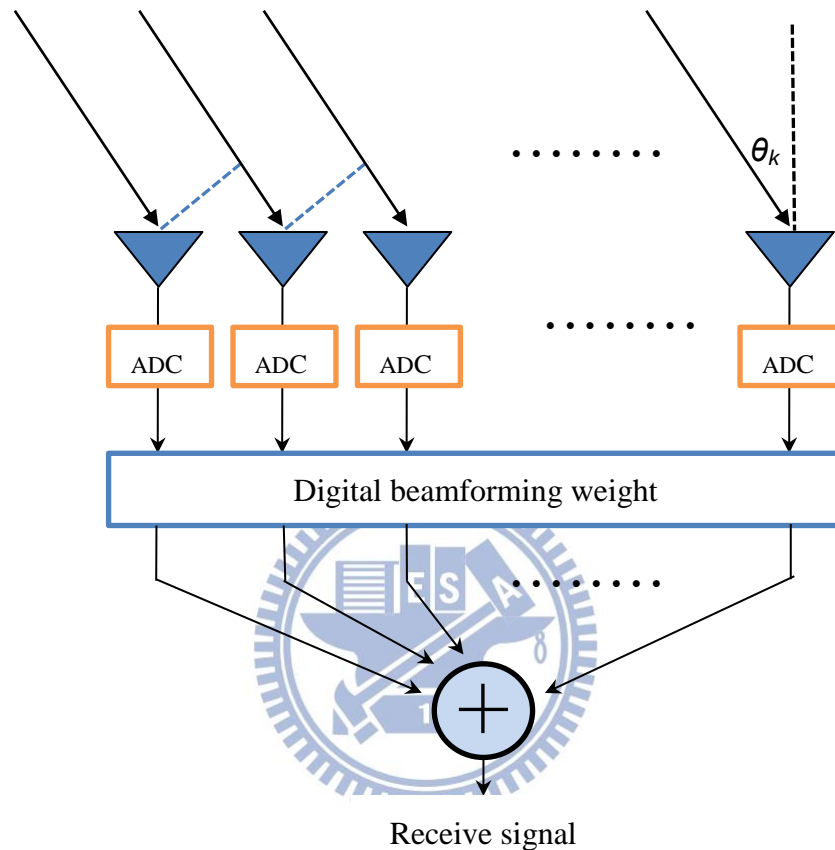


圖 2-2- 1：線陣天線的數位波束形成架構

可以同時調整振幅與相位的數位波束形成有一個很大的優點，它可以使在特定方位的接收天線收不到訊號並且在另外一個特定方位的接收天線接收到的訊號強度是最大，也就是說可以作干擾消除以及訊號聚焦。

混合式波束形成是由不同的區塊(section)分享共同的 DAC 和 ADC，每一根天線配有一移相器可以控制訊號的相位。此種做法可以把 DAC 和 ADC 的數量大幅降低，藉以節省硬體成本。另外我們也可以使用混合的波束形成，利用類比的權重調整相位，數位的權重調整振幅。混合式波束形成架構如圖 2-2- 2 所示：



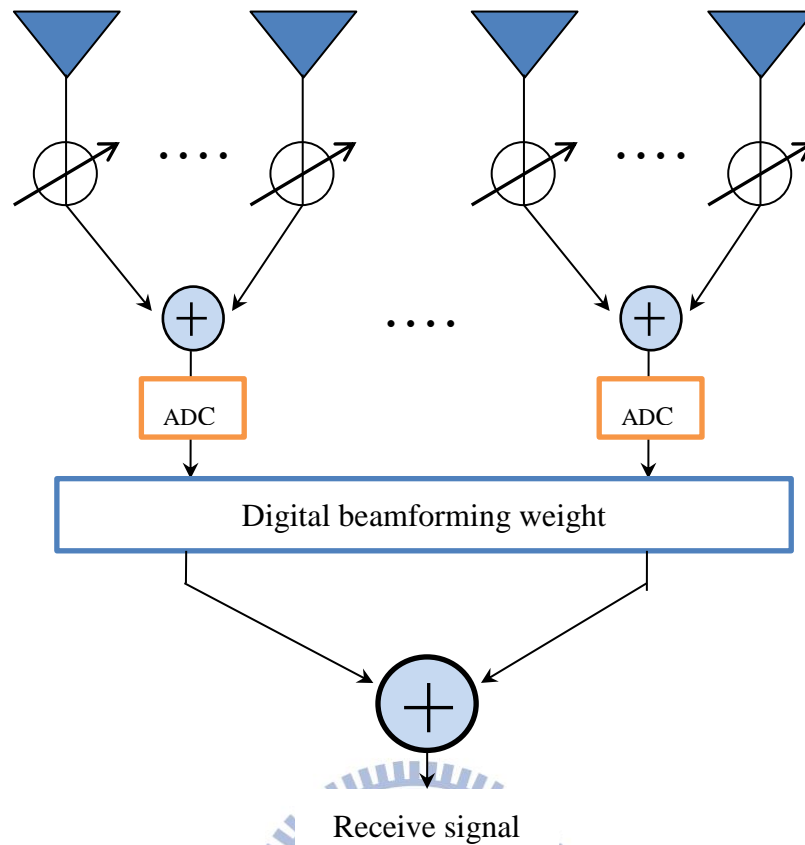


圖 2-2- 2：線陣天線的混合式波束形成架構

## 2.3 線陣天線的 DoA 估計

首先我們介紹一些傳統的 DoA [4][5]，之後再敘述適用於混合式陣列天線訊號之 DoA 估計。我們要做方位估測是因為在做波束形成之前，需要知道訊號的傳收方向，值得注意的是 DoA 只能決定訊號之接收方向，如果我們假設通道是可逆的(Reciprocal)，那麼最好的接收方向也將是最好的傳送方向，因此接收端照著 DoA 所估出的方向發射訊號就可以讓傳送端收到最強的訊號。

### 2.3.1 線陣天線之 MUSIC 演算法

式子(2.1)中  $\mathbf{y}$  的協方差矩陣(covariance matrix)為:



$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\
&= \mathbf{A}E[\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)]\mathbf{A}^H + E[\mathbf{n}(n)\mathbf{n}^H(n)] \\
&= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\
&\approx \frac{1}{P} \sum_{m=0}^P \mathbf{y}_m\mathbf{y}_m^H
\end{aligned} \tag{2.4}$$

其中  $\mathbf{R}_s$  為  $\mathbf{s}$  的協方差矩陣， $\mathbf{I}$  是單位矩陣對角為  $\sigma_n^2$ ， $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \in \mathbb{C}^{N \times N}$  是一個秩(rank)為  $K$  的矩陣，這是因為每一個訊號是不相關而且矩陣  $\mathbf{A}$  的列向量(column vector)互相獨立並且  $\mathbf{R}_s$  是一個滿秩(full rank)矩陣。我們可以使用  $\mathbf{y}\mathbf{y}^H$  的時間平均來估計  $\mathbf{R}_y$ ，在雜訊為高斯分布下這樣的估計是最大似然。更進一步來把  $\mathbf{R}_y$  做 SVD 分解我們可以得到:

$$\mathbf{R}_y = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

其中  $\Sigma_s$  與  $\Sigma_n$  為對角矩陣， $\Sigma_s \in \mathbb{R}^{K \times K}$ 、 $\Sigma_n = \text{Diag}\{\sigma_n^2, \dots, \sigma_n^2\} \in \mathbb{R}^{(N-K) \times (N-K)}$ 。從以上觀察，我們可以得到下面結論:

$$\begin{aligned}
\text{span}(\mathbf{A}) &= \text{span}(\mathbf{U}_s) \\
\text{span}(\mathbf{A}) &\perp \text{span}(\mathbf{U}_n)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

令  $\mathbf{e}_n \in \mathbf{U}_n$  是  $\mathbf{R}_y$  的特徵向量(eigenvector)，我們可以得到:

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_n^H (\mathbf{R}_y - \sigma_n^2 \mathbf{I}) \mathbf{e}_n &= \mathbf{e}_n^H (\sigma_n^2 \mathbf{e}_n - \sigma_n^2 \mathbf{e}_n) \\
&= \mathbf{0} \\
&= \mathbf{e}_n^H \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n \\
&= \mathbf{v}^H \mathbf{R}_s \mathbf{v}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

其中  $\mathbf{v} = \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n$ 。因為  $\mathbf{R}_s$  是正定矩陣(positive definite matrix)，我們得到  $\mathbf{v}^H \mathbf{R}_s \mathbf{v} \geq 0$ ，所以  $\mathbf{v} = \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n = \mathbf{0}$ 。從以上討論，我們可以看出  $\mathbf{a}(\theta)$ ， $\theta \in \Theta$ ，跟特徵向量  $\mathbf{e}_n$  垂直，然後我們可以由以下數學計算得到  $\theta$ :

$$\max_{\theta} P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \tag{2.8}$$

其中  $\mathbf{a}(\theta)$  是操控向量。然而在我們真正執行 DoA 計算之前，我們需要估計有多少個不同方向的訊號入射到線陣天線。我們假設所有天線的雜訊功率都相等而且  $K < N$ ，我們可以重新排列  $\mathbf{R}_y$  的特徵值(eigenvalue)由大排到小，也就是說  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_N > 0$ 。若  $SNR > 0$  時，且不同方向的訊號源共有  $K$  個，則我們可以假設得到  $\lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_N = \sigma_n^2$ 。

### 2.3.2 線陣天線之 TLS-ESPRIT 演算法

MUSIC 演算法需要高複雜度的搜尋，而 ESPRIT 演算法[4]改良天線排列的幾何圖形，讓我們不需要很複雜的搜尋。ESPRIT 演算法把線陣天線分成兩個子線陣天線。或者從數學上等價的角度，我們可以把它看成是做適當的行(row)交換來做訊號來源方位估計。

我們把式子(2.1)中  $\mathbf{y}$  做適當的行交換，數學模型可以改寫為：

$$\bar{\mathbf{y}}(n) = \begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_3(n) \\ \vdots \\ y_{N-1}(n) \\ y_2(n) \\ y_4(n) \\ \vdots \\ y_N(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (2.9)$$

其中  $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c \sin(\theta_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c \sin(\theta_K)/C}\}$ 。跟之前一樣的做法，我們找出  $\bar{\mathbf{y}}$  的協方差矩陣如下：

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{U}_s \Sigma_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \Sigma_n \mathbf{U}_n^H \quad (2.10)$$

接下來我們推導 ESPRIT 演算法找出  $\Phi$  如下：

$$\begin{aligned}
& \min_{\bar{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\bar{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2
\end{aligned} \tag{2.11}$$

其中  $\mathbf{U}_{s_1}$ 、 $\mathbf{U}_{s_2}$  分別為  $\mathbf{U}_s$  的上下兩半部。由最小平方誤差(least-square; LS)我們可以得到:

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = \mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2} \tag{2.12}$$

我們要求的方向  $\Phi$  即為  $\mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2}$  的特徵值。利用最小平方誤差求得的  $\Phi$  是有偏差的，這是由於雜訊或時間平均的影響造成的誤差使得  $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ 。我們可以使用全部最小平方法(total-least-square; TLS)，利用最小的校正量來解決此問題，使得  $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，解出來的解即為：

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \tag{2.13}$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^{\mathbf{H}} \\ \mathbf{U}_{s_2}^{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^{\mathbf{H}} & \mathbf{V}_{21}^{\mathbf{H}} \\ \mathbf{V}_{12}^{\mathbf{H}} & \mathbf{V}_{22}^{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

我們要找的方向  $\Phi$  就是  $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特徵值。

### 2.3.3 混合式線陣天線之 MUSIC 演算法

在混合式陣列天線中，由不同的區塊分享共同的 DAC 和 ADC，而對第  $i$  格區塊在某一個時間點接收到的訊號為：

$$y_i(n) = \mathbf{u}_i^H [\mathbf{A}_i s(n) + \mathbf{n}_i(n)] \quad (2.15)$$

其中  $\mathbf{u}_i$  為一個操控向量，由各種相位所構成：

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} u_{i,1} \\ u_{i,2} \\ \vdots \\ u_{i,N} \end{bmatrix}, |u_{i,1}| = |u_{i,2}| = \cdots = |u_{i,N}| = 1 \quad (2.16)$$

因為此時線陣天線收到的值，在  $\mathbf{u}_i$  的投影下只剩下一維的資訊，無法用傳統的 DoA 估計角度。所以一個簡單的方式是蒐集更多時間點的訊號，每個時間點採用不同的  $\mathbf{u}_i$ ，以取得更多軸的資訊來估計角度。假設現在共蒐集了  $T$  個時間， $T < N$ ，則形成一操控矩陣 (steering matrix)：

$$\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i,1} \\ \mathbf{u}_{i,2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{i,N} \end{bmatrix}, \text{rank}(\mathbf{U}_i) = T \quad (2.17)$$

在  $T$  個時間中觀察到的訊號會形成一個向量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i(n) &= \begin{bmatrix} y_i(n) \\ y_i(n+1) \\ \vdots \\ y_i(n+T-1) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{U}_i^H \mathbf{A}_i \mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n) \end{aligned} \quad (2.18)$$

蒐集所有區塊的訊號，假設共有  $M$  組區塊，可形成一組新的向量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(n) \\ \mathbf{y}_2(n) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M(n) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) + \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \\ \mathbf{U}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \end{bmatrix} \mathbf{n}(n) \end{aligned} \quad (2.19)$$

其中

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f((i-1)Nd)\sin(\theta_k)} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j2\pi f((i-1)Nd)\sin(\theta_k)} \end{bmatrix}, i=1 \sim M \quad (2.20)$$

式(2.18)的  $\mathbf{y}$  的協方差矩陣為:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2.21)$$

更進一步來把  $\mathbf{R}_y$  做 SVD 分解我們可以得到:

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.23)$$

因此我們可以從以下數學式子找出  $(\theta_k)$ :

$$\max_{\theta} P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{a}}(\theta)^H} \quad (2.24)$$

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{a}(\theta) \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{a}(\theta) e^{-j2\pi f(Nd)\sin(\theta)} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{a}(\theta) e^{-j2\pi f((M-1)Nd)\sin(\theta)} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

### 2.3.4 混合式線陣天線之 ESPRIT 演算法

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{span}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix}\right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.26)$$

因此我們可以利用 ESPRIT 演算法解  $\Phi_x$  與  $\Phi_y$ ，推導如下:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{U}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{T} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

其中  $\mathbf{U}_{s_1}$  與  $\mathbf{U}_{s_2}$  是  $\mathbf{U}_s$  的上下半部。由 LS 法我們可以得到:

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} = \mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2} \quad (2.28)$$

我們要求的方向  $\Phi$  即為  $\mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2}$  的特徵值。然而由最小平方誤差求得的  $\Phi$  是有偏差

的最佳解，這是因為雜訊的影響或者時間平均造成的誤差，使得

$\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ 。我們可以使用 TLS 演算法，利用最小的校正量，使得

$\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，所得的解為:

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (2.29)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^H \\ \mathbf{U}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

我們要找的方向  $\Phi$  就是  $-\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特徵值。

## 2.4 平面陣列天線(Planar Antenna Array)

平面陣列天線[9]是由許多相同的天線所組成，天線排列方式一般是成矩形，如圖 2-1-1 所示，每一個圓點都代表著一個天線。我們定義平面陣列天線的長跟寬分別是在 x 軸與 y 軸，在 x 軸上面的天線每個相距離  $d_x$ ，在 y 軸上面的天線每個相距離  $d_y$ ， $d_x$  與  $d_y$  都是  $\frac{\lambda}{2}$ ，令此陣列共有  $N_x \times N_y$  個天線。同樣的，平面陣列天線的每一個元件都有一個自己的移相器，用來調整每一根天線所發射出去訊號的相位。

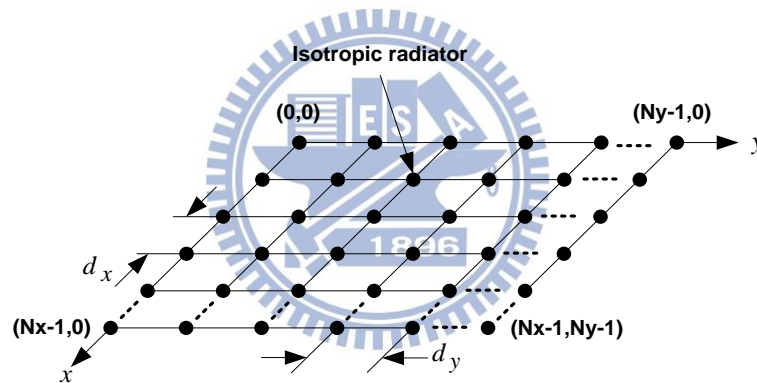


圖 2-4- 1：  $N_x$  乘  $N_y$  個天線組成的平面陣列天線

## 2.5 平面陣列天線的波束形成

平面陣列天線的類比波束形成場型可表示為：

$$RF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} \times e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (2.31)$$

$$w_{m,n} = e^{-j\pi[(m-1)\sin\theta_0 \cos\phi_0 + (n-1)\sin\theta_0 \sin\phi_0]} \quad (2.32)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (2.33)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (2.34)$$

場型  $RF(\phi, \theta)$  的物理意義是說把接收天線擺放在遠區所接收到的訊號振幅。我們可以藉由移相器適當的調整相位  $(\theta_0, \phi_0)$  使得  $RF(\phi, \theta)$  可以在某個特定方位有最大強度。

平面陣列天線的數位波束形成場型[10]可表示為：

$$DF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (2.35)$$

$$w_{m,n} = \alpha_0 e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} + \alpha_1 e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_1 \cos \phi_1 + (n-1)\sin \theta_1 \sin \phi_1]} \quad (2.36)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (2.37)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (2.38)$$

數位波束形成最大的優點在於可以同時調整振幅與相位，也就是說可以做干擾消除。例如我們想要往  $(\theta_0, \phi_0)$  方位發射訊號並且使得在  $(\theta_1, \phi_1)$  方位的接收機收不到往  $(\theta_0, \phi_0)$  發射的訊號。則我們只需要讓  $w_{m,n}$  滿足下列方程式：

$$\begin{bmatrix} RF_0(\theta_0, \phi_0) & RF_1(\theta_0, \phi_0) \\ RF_0(\theta_1, \phi_1) & RF_1(\theta_1, \phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$RF_0(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{j\pi[(m-1)\sin \theta \cos \phi + (n-1)\sin \theta \sin \phi]} \quad (2.40)$$

$$RF_1(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_1 \cos \phi_1 + (n-1)\sin \theta_1 \sin \phi_1]} e^{j\pi[(m-1)\sin \theta \cos \phi + (n-1)\sin \theta \sin \phi]} \quad (2.41)$$

上列數學式子所代表的意義是，數位波束先形成到兩個不同的方位，然後解數位



的權重使得某一特定方位可以接收到最大能量，另一方位則為零。由上列數學式子也可以看出  $w_{m,n}$  振幅跟相位會隨著  $m,n$  改變而改變。

由於 DAC 和 ADC 的成本比較高，如果我們可以使用比較少的 DAC 和 ADC [1]-[3]，就可以節省成本。混合式波束形成的平面陣列天線架構如下圖所示：

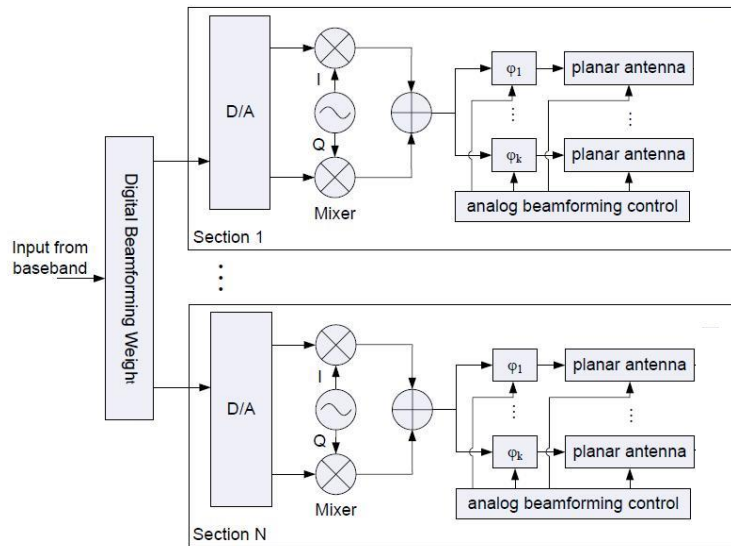


圖 2-5-1：混合式波束形成架構圖

由不同的區塊分享相同的 DAC 和 ADC，因此可以把 DAC 和 ADC 的數量大幅降低。區塊的劃分有很多種，在此我們以  $8 \times 8$  的系統為例：

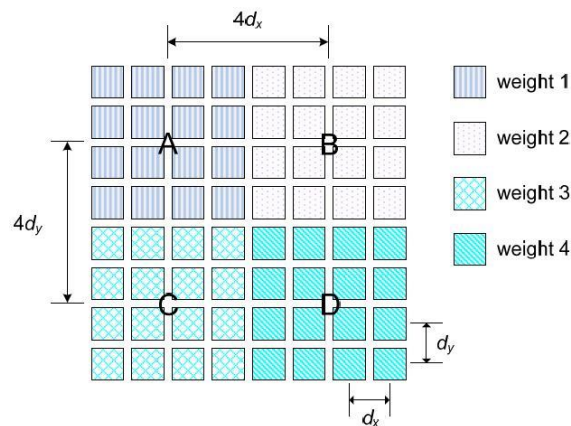


圖 2-5-1： $8 \times 8$  平面陣列天線劃分成 4 個區塊分別是 A、B、C、D，每個區塊分享同一個數位轉類比轉換器。

混合式波束形成的場型可表示為：

$$BP(\theta, \phi) = w_1 RF_{\text{section1}}(\theta, \phi) + w_2 RF_{\text{section2}}(\theta, \phi) + w_3 RF_{\text{section3}}(\theta, \phi) + w_4 RF_{\text{section4}}(\theta, \phi) \quad (2.42)$$

其中每個區塊的場型：

$$\begin{aligned} RF_{\text{section1}}(\theta, \phi) &= \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section1}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \\ RF_{\text{section2}}(\theta, \phi) &= e^{4j\pi(\sin\theta\sin\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section2}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \\ RF_{\text{section3}}(\theta, \phi) &= e^{4j\pi(\sin\theta\cos\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section3}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \\ RF_{\text{section4}}(\theta, \phi) &= e^{4j\pi(\sin\theta\cos\phi)} e^{4j\pi(\sin\theta\sin\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section4}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \end{aligned} \quad (2.43)$$

每個區塊的天線權重為：

$$\begin{aligned} w_{\text{section1}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section1}m,n}} \\ w_{\text{section2}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section2}m,n}} \\ w_{\text{section3}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section3}m,n}} \\ w_{\text{section4}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section4}m,n}} \end{aligned} \quad (2.44)$$

在混合式波束形成中，假如要往 $(\theta_0, \phi_0)$ 方位發射訊號，同時讓 $(\theta_1, \phi_1)$ 方位的天線

收不到訊號的話， $w_1 \sim w_4$ 須滿足下列方程式：

$$\begin{bmatrix} RF_{\text{section1}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section2}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section3}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section4}}(\theta_0, \phi_0) \\ RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

## 2.6 平面陣列天線的 DoA 估計

### 2.6.1 平面陣列天線之 MUSIC 演算法

平面陣列天線的 MUSIC 演算法可以由線陣天線的 MUSIC 演算法加以延伸而得，他們主要的差別是在於線陣天線只搜尋一個角度，而平面陣列天線是要搜

尋兩個角度。平面陣列天線的 DoA 估計是估計三維空間的方位，平面陣列天線的 DoA 估計需要估計兩個角度，一個是垂直角  $\theta$ ，另外一個是水平角  $\phi$

平面陣列天線收到的訊號  $\mathbf{y}$  可以排成一個向量，它的數學模型表示如下

$$\mathbf{y}(n) = \begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_2(n) \\ \vdots \\ y_{N_x \times N_y}(n) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (2.46)$$

此時：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \left[ \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1)) \quad \cdots \quad \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K)) \right] \\ \mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) &= \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1)d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T \\ \mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) &= \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1)d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T \end{aligned} \quad (2.47)$$

$\otimes$  是克羅內克積(kronecker product)。vec(.) 是一個把矩陣的列(column)排成一整列向量的函數。

$\mathbf{y}$  的協方差矩陣可表示為：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\ &= \tilde{\mathbf{A}}E[\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)]\tilde{\mathbf{A}}^H + E[\mathbf{n}(n)\mathbf{n}^H(n)] \\ &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{R}_s\tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\ &\approx \frac{1}{P} \sum_{m=0}^P \mathbf{y}_m\mathbf{y}_m^H \end{aligned} \quad (2.48)$$

更進一步來把  $\mathbf{R}_y$  做 SVD 分解可得：

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

跟 2.3.1 節一樣的分析，我們可以得到：

$$\begin{aligned} \text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) &= \text{span}(\mathbf{U}_s) \\ \text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) &\perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \end{aligned} \quad (2.50)$$

然後我們可以由以下數學計算得到  $\theta$  與  $\phi$ ：

$$\max_{\theta, \phi} P_{MUSIC}(\theta, \phi) = \frac{1}{\tilde{\mathbf{a}}^H(\theta, \phi)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\tilde{\mathbf{a}}(\theta, \phi)} \quad (2.51)$$

## 2.6.2 平面陣列天線之 TLS-ESPRIT 演算法

平面陣列天線的 DoA 估計也可以適當的分成兩個子平面陣列天線，或者從數學上的等價，我們可以把接收到的訊號做適當的行交換，來找出方位，跟線陣天線不同的是我們需要做兩次行交換，解出兩個角度，並且要配對，因為假設垂直角解出來有 30 度跟 60 度，水平角解出來有 0 度跟 180 度，那真正的方位是垂直角 30 度必須配水平角 0 度還是配水平角 180 度？在接下來的推導可以得到答案。我們先解出  $\{\theta_{y_1}, \dots, \theta_{y_K}\}$  也就是  $\{\sin(\theta_1)\sin(\phi_1), \dots, \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)\}$ ，其中  $\theta_k$  是第 k 個訊號源的垂直角， $\phi_k$  是第 k 的訊號源的水平角。利用

$$\text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.52)$$

做更進一步的推導：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{U}_s - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_1\mathbf{U}_s - \mathbf{E}_1\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_1\mathbf{U}_s - \mathbf{E}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_1\mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 = \min_{\mathbf{A}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 = \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s2} \\ \mathbf{U}_{s1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s2} \\ \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \end{aligned} \quad (2.53)$$

其中  $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C}\}$ ， $\mathbf{U}_{s_1}$ 、 $\mathbf{U}_{s_2}$  分別為  $\mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s$  的

上下半部， $\mathbf{E}_1$  為行交換矩陣。

如此一來，我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (2.54)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^H \\ \mathbf{U}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

我們就解出了  $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C}\}$  為  $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特徵

值。

接著我們用另外一種行交換方式解出  $\{\theta_{x1}, \dots, \theta_{xK}\}$  也就是

$\{\sin(\theta_1) \cos(\phi_1), \dots, \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)\}$ ，推導如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{U}_s - \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{T}\|^2 &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2 \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{T}\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & & & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A} \Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 = \min_{\mathbf{A}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} \mathbf{T} \\ \mathbf{A} \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 = \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \end{aligned} \quad (2.56)$$

其中  $\tilde{\Phi} = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}\}$ ， $\tilde{\mathbf{U}}_{s_1}$ 、 $\tilde{\mathbf{U}}_{s_2}$  分別為  $\mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s$  的

上下半部， $\mathbf{E}_2$  為行交換矩陣。

如此一來，我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1} \tilde{\Phi} \mathbf{T} = -\tilde{\mathbf{V}}_{12} \tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1} \quad (2.57)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1}^H \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} & \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

我們就解出了  $\tilde{\Phi} = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}\}$  為  $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特徵值。

接下來我們要配對  $\Phi$  跟  $\tilde{\Phi}$ ，從以上的觀察我們發現  $-\mathbf{V}_{11} \mathbf{V}_{22}^{-1}$  跟  $-\tilde{\mathbf{V}}_{11} \tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1}$  有相同的特徵向量  $\mathbf{T}$ ，把相同的特徵向量所對應個別的特徵值配對起來，就是我們要的配對方式。配對完後我們要把  $\Phi$  跟  $\tilde{\Phi}$  轉換到  $\theta_k$  跟  $\phi_k$ ，方法是我們取出

$\Phi_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$  跟  $\tilde{\Phi}_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$  的相位，相除得到  $\tan \phi_k$ ，此時的

做  $\tan$  的反函數得到兩個可能的  $\phi_k$ ，把這兩個帶回  $e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$  跟

$e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，會發現只有一組  $(\theta_k, \phi_k)$  滿足  $\Phi_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$  跟

$\tilde{\Phi}_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，及解得我們要的相位。

我們可以從幾何意義上來看我們所做的兩次行交換把接收到的訊號排成向量  $\mathbf{y}$  換成  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{E}_1 \mathbf{y}$  與  $\mathbf{y}_2 = \mathbf{E}_2 \mathbf{y}$ ，如下圖所示。 $\mathbf{y}$  所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (1,0) \cdots (0,1) (1,1) \cdots (0,N_y-1) (1,N_y-1) \cdots (N_x-1, N_y-1)]^T$$

也就是說  $\mathbf{y}$  即順著  $x$  軸方向照順序排成一個向量。 $\mathbf{y}_1$  所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (1,0) \cdots (0,3) (1,3) \cdots (0,2) (1,2) \cdots (0,4) (1,4) \cdots]^T$$

也就是說把 x 軸方向的奇數次序(order)先排，再來排 x 軸方向的偶數次序。 $\mathbf{y}_2$  所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (0,1) \cdots (3,0) (3,1) \cdots (2,0) (2,1) \cdots (4,0) (4,1) \cdots]^T$$

即把 y 軸方向的奇數次序先排，再來排 y 軸方向偶數次序。

### 2.6.3 混合式平面陣列天線之 MUSIC 演算法

圖 2-5-2 的區塊 A 的天線共同用一個 ADC，也就是說 A 區塊的所有天線接收到的訊號經過移相器後，在經過 ADC 器之前需要把它們加起來。所以區塊 A 的 ADC 的輸出數學模型是：

$$y_A(n) = \mathbf{u} \mathbf{r}_A(n) \quad (2.59)$$

其中  $\mathbf{r}$  是區塊 A 的所有天線接收到的訊號所排成的向量， $\mathbf{u}$  是區塊 A 每根天線經過移相器後所位移的相位， $t$  代表著時間，我們先讓相位位移向量  $\mathbf{u}$  不隨時間改變。

我們把區塊 A~D 的天線，相對位置一樣的天線讓它們經過移相器後所位移的相位相同，也就是對於不同的區塊， $\mathbf{u}$  都相同：

$$\begin{aligned} y_B(n) &= \mathbf{u} \mathbf{r}_B(n) \\ y_C(n) &= \mathbf{u} \mathbf{r}_C(n) \\ y_D(n) &= \mathbf{u} \mathbf{r}_D(n) \end{aligned} \quad (2.60)$$

我們把四個區塊的數位類比轉換器的輸出排成一個向量：

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(n) &= \begin{bmatrix} y_A(n) \\ y_B(n) \\ y_C(n) \\ y_D(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A(n) \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_B(n) \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_C(n) \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_D(n) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{s}(n)
\end{aligned} \tag{2.61}$$

其中

$$\tilde{\mathbf{A}}_A = \left[ \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1)) \quad \cdots \quad \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K)) \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_x-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_y-1) d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T,$$

$$\Phi_x = \text{Diag}\{e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_1 \cos \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_K \cos \phi_K / C}\}$$

$$\Phi_y = \text{Diag}\{e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_1 \sin \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_K \sin \phi_K / C}\}$$

那麼  $\mathbf{y}$  的協方差矩陣為:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix}^H \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix}^H
\end{aligned} \tag{2.62}$$

從上面數學式子的觀察我們得到:

$$\text{span}\left( \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \tag{2.63}$$



$$\text{span}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}\right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.64)$$

上面的推導  $\mathbf{u}$  是  $1 \times 16$  的向量，代表著我們只利用一種相位位移，並且此時  $\mathbf{y}$  的維度是四，如果時間允許的話，我們可以多等幾個符元時間(symbol time)，每個符元利用不同的相位位移，來增加  $\mathbf{y}$  的維度。例如我們利用兩個符元時間，其中一個符元的數位類比轉換器輸出是  $y_{A1} = \mathbf{u}_1 \mathbf{r}_{A1}$  另一個符元的輸出是  $y_{A2} = \mathbf{u}_2 \mathbf{r}_{A2}$ ，考慮四個區塊 A~D，則接收向量的維度從四增加到八，最多可偵測的方向從三增加到七，這時  $\mathbf{y} = [y_{A1} \ y_{A2} \ y_{B1} \ y_{B2} \ y_{C1} \ y_{C2} \ y_{D1} \ y_{D2}]^T$ 。

因此  $\mathbf{R}_y$  可以改寫成：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A & \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x & \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y & \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y & \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}^H \\ &= [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n]^H \end{aligned} \quad (2.65)$$

從上面數學式子推論：

$$\text{span}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}\right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.66)$$

$$\text{span}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}\right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.67)$$

其中  $\mathbf{U}$  表示如下， $\mathbf{u}_k$  是相位位移相量：

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} \quad \& \quad \text{rank}(\mathbf{U}) = n \quad (2.68)$$

利用類似於 3.61 章節的方式，可以從以下數學式子找出  $(\theta_k, \phi_k)$ :

$$\max_{\theta, \phi} P_{MUSIC}(\theta, \phi) = \frac{1}{(\mathbf{U}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)))^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H (\mathbf{U}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)))^H} \quad (2.69)$$

要注意的是我們選擇的  $\mathbf{U}$  不能跟  $\text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi))$  垂直，選法是不要讓  $\mathbf{U}$  的相位有一定的規律。

## 2.6.4 混合式平面陣列天線之 TLS-ESPRIT 演算法

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.70)$$

我們可以利用 ESPRIT 演算法解  $\Phi_x$  與  $\Phi_y$ ，代入利用 3.6.2 章節的方式，此時原

本的  $\tilde{\mathbf{A}}$  為：

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

即可解得我們要的相位。

## 2.7 混合式平面陣列天線 DoA 之遞迴估計

由於 DoA 容易產生不精確的方位估計，因此我們提出混合式平面陣列天線 DoA 的遞迴估計，也就是利用遞迴的方式重新設計  $\mathbf{u}$  (sample matrix) 後再作 DoA

估計，來改善因為 DoA 估計不準確的情況。

### 2.7.1 混合式平面陣列天線之遞迴 MUSIC 演算法

首先，在完成一次的 MUSIC 演算法後，可以得到訊號抵達方位一個是垂直角  $\theta_1$ ，另外一個是水平角  $\phi_1$ 。有了特定的方向  $(\theta_1, \phi_1)$ ， $\mathbf{u}$  (sample matrix) 就可以重新設為一個波束形成矩陣，指向估得的方向，令一固定且有規律的相位差向量  $\mathbf{u}_{NEW}$ ， $\mathbf{u}_{NEW}$  可以寫成：

$$\mathbf{u}_x = \left[ 1 \quad e^{j2\pi f_c d_x \sin(\theta) \cos(\phi)/C} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_c (N_x - 1) d_x \sin(\theta) \cos(\phi)/C} \right]^T \quad (2.72)$$

$$\mathbf{u}_y = \left[ 1 \quad e^{j2\pi f_c d_y \sin(\theta) \sin(\phi)/C} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_c (N_y - 1) d_y \sin(\theta) \sin(\phi)/C} \right]^T \quad (2.73)$$

$$\mathbf{u}_{NEW} = \left[ \text{vec}(\mathbf{u}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{u}_x(\theta, \phi)) \right]^T \quad (2.74)$$

我們便可以將式(2.61)，即四個區塊的輸出，重新改寫成：

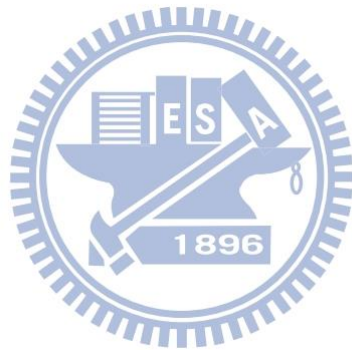
$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{NEW}(n) &= \begin{bmatrix} y_A(n) \\ y_B(n) \\ y_C(n) \\ y_D(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{NEW} \mathbf{r}_A(n) \\ \mathbf{u}_{NEW} \mathbf{r}_B(n) \\ \mathbf{u}_{NEW} \mathbf{r}_C(n) \\ \mathbf{u}_{NEW} \mathbf{r}_D(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_A \mathbf{s}(n) \\ \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_B \mathbf{s}(n) \\ \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_C \mathbf{s}(n) \\ \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_D \mathbf{s}(n) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u}_{NEW} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) \end{aligned} \quad (2.75)$$

利用 2.3.3 章節 DoA 估計 MUSIC 演算法估計出新的一組方向  $(\theta_2, \phi_2)$ ，再根據

新的  $(\theta_2, \phi_2)$  重新設計  $\mathbf{u}_{NEW}$ ，來達到遞迴的目的。

## 2.7.2 混合式平面陣列天線之遞迴 TLS-ESPRIT 演算法

同樣地，在完成 ESPRIT 估計後，我們假設也可以得到訊號抵達方位 ( $\theta_1$ ,  $\phi_1$ )，依照前一章節 2.4.1 設計  $\mathbf{u}_{NEW}$  的方式，重新設計  $\mathbf{u}_{NEW}$ 。根據之前的討論，我們同樣也可以得到式(2.70)的特性，利用 2.6.2 及 2.3.4 兩個章節 ESPRIT 演算法的方式，就可以求得我們要的相位。



### 第三章: LOS 與 NLOS 傳輸:估計與傳輸

#### 3.1 從 LOS 到 NLOS 之傳輸

由於 60GHz 的訊號穿透性較差，當 LOS 路徑突然被擋住時，傳輸即會中斷，如要避免中斷，則需適時的切換至一適當的反射路徑，因此傳送與接收的方向波束對在 NLOS 的環境下與 LOS 環境時會不同，如何快速的找到最佳波束對即是 60GHz 傳輸的一關鍵問題。現有的波束搜尋流程包括窮舉法、802.15.3c 中建議的兩級訓練法(two level)、二分法(tree search)及[6]所提出的 LOS 到 NLOS 快速波束配對法。令平面陣列天線數為  $M$ ，二維的波束數  $K$ ， $G = K \times K$ ，在  $K=M$  的情況下，每種波束搜尋流程所需的訓練序列數如下表所示：

窮舉法	$G \times G$
兩級訓練	$16 + 81 \times (\ln(K) - 1)$
二分法	$4 \times \ln(G)$
[6]提出的方法(符元數 $m$ )	$m+m$

表 3-1-1：平面陣列天線的訓練序列數

比較每種波束搜尋流程所需的訓練序列數可得知，窮舉法是最簡單且精確但所需訓練序列數最高，而兩級訓練和二分法都可以有效降低訓練序列數，但兩級訓練法較不精確，而二分法另外需要天線控制開關和類比振幅控制器，相對的，[6]所提出的方法只要接收夠多的 OFDM 符元數可以有效降低波束搜尋所需傳送訓練序列的次數，並減少設計的複雜度且提高精確度。

接下來我們將介紹[6]提出的波束搜尋法，假設傳輸鏈結開始時是 LOS 的環境，在做初始波束搜尋時利用訊號處理得到多組可能的波束配對，根據每組波束配對收到的訊號大小，依序排列出最佳、次佳...等的序列，再依照當時的環境選

擇最適當的一組波束配對。例如一開始採用最佳的波束配對(LOS 的配對)，但當此組波束配對被阻礙物擋住訊號無法傳遞時，改採用次佳的波束配對。值得注意的是，一個波束對是對應到一組傳送與接收方向，波束搜尋流程圖如圖 3-1-1 所示。本論文採用 IEEE802.15.3c 規格中的 OFDM 多載波模式，系統中有 512 個子載波，其中 336 個子載波可以用來傳輸資料，[6]中有討論到子載波間的頻率差相較中心載波是小的，對於某一方向來的訊號，其相位差可視為相同，因此我們可以利用這些子載波的訊號來統計接收向量  $\mathbf{y}$  的協方差矩陣(covariance matrix)：

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \approx \frac{1}{336} \sum_{m=1}^{336} y_m y_m^H \quad (3.1)$$

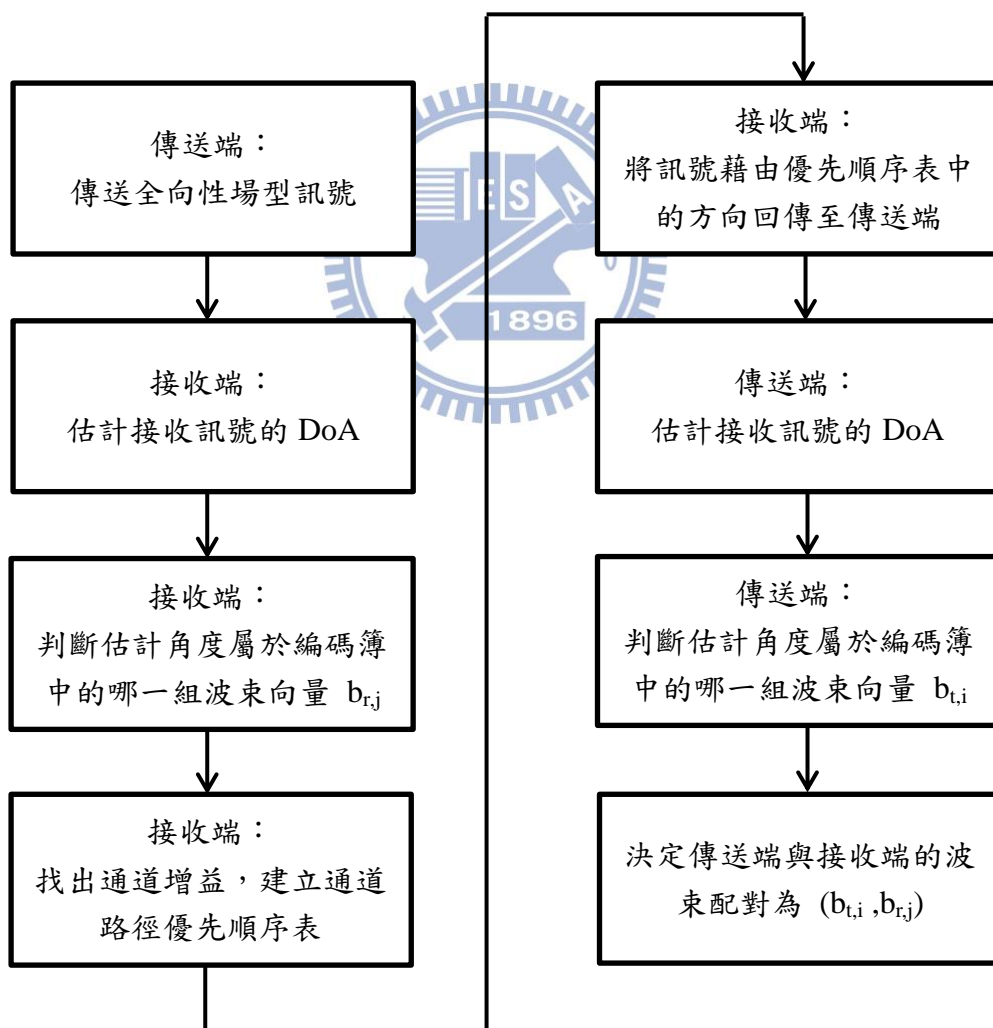


圖 3-1-2：波束搜尋流程圖

另外，802.15.3c 的編碼簿設計主要是針對相位控制的陣列(Phased array) ，也就是為了降低設計複雜度而只控制天線的相位偏移。在編碼簿中每一列向量皆代表一組天線陣列的相位偏移，又稱為波束向量，根據編碼簿中的波束向量可產生不同指向的波束，且每一波束向量彼此正交，因此利用編碼簿可以同時產生多組波束並能將彼此的干擾降到最小。而為了降低射頻端的功率損耗，802.15.3c 採用的編碼簿其移相器之解析度僅有 90 度，即只用 2 位元來控制移相器。

接者我們討論 802.15.3c 所定義之碼簿，首先考慮一維陣列天線，假設天線數為  $M$ ，天線間距  $d$  為  $\lambda/2$ ，天線為均勻排列，且一波束編碼簿  $\mathbf{W}$  包含的波束數為  $K$ ，在此  $\mathbf{W}$  為一  $M \times K$  矩陣，該矩陣中每一元素由下式決定：

$$\mathbf{W}(m,k) = j^{\text{floor}\left\{\frac{m \times \text{mod}[k+(K/2),K]}{K/4}\right\}}, \text{ for } K \geq M$$

$$\mathbf{W}(m,k) = \begin{cases} (-j)^{\text{mod}(m,k)}, & \text{when } k = 0 \\ (-1)^{\text{floor}\left\{\frac{m \times \text{mod}[k+(K/2),K]}{K/4}\right\}}, & \text{when } k = 1, \dots, K \end{cases}, \text{ for } K = \frac{M}{2}$$

$$m = 0, \dots, M-1; k = 0, \dots, K-1$$

其中  $\text{floor}(\cdot)$  為一階梯函數，回傳小於或等於輸入的最大整數。 $\text{mod}(\cdot)$  定義為回傳餘數的函數。而二維的波束編碼簿定義如下：

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_x \otimes \mathbf{W}_y \quad (3.3)$$

$\mathbf{W}_x$  和  $\mathbf{W}_y$  分別定義如式(3.2)所示。

DoA 估計可以採用前面提到的 MUSIC 或 ESPRIT，注意在這個系統中只有一個 DAC 或 ADC，所以需要收較多個 OFDM 符元估計 DoA。假設我們設定有四組波束配對選擇，系統在  $8 \times 8$  混合式平面陣列天線的情況下，採用 MUSIC 演算法估計 DoA，則最少需要 5 個符元的時間才能估出 4 個角度，詳細的波束搜尋步驟如下：

1. 傳送端傳送一個近似全向性場型的訊號。
2. 接收端利用 DoA 估計接收訊號的角度，找出接收到訊號最強的四個角度，再



做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的哪一組波束向量  $b_{r,j}$ ， $j$  為 1~4。其

中系統模型可表示如下式：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(f) &= \begin{bmatrix} y_1(f) \\ y_2(f) \\ y_3(f) \\ y_4(f) \\ y_5(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{s}_3 \\ \mathbf{s}_4 \\ \mathbf{s}_5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{j\theta_1(f)} & e^{j\theta_2(f)} & e^{j\theta_3(f)} & e^{j\theta_4(f)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jM\theta_1(f)} & e^{jM\theta_2(f)} & e^{jM\theta_3(f)} & e^{jM\theta_4(f)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1(f) \\ h_2(f) \\ h_3(f) \\ h_4(f) \end{bmatrix} \times x(f) + \mathbf{n}(f) \\ &= \mathbf{A}(f) \times \mathbf{h}(f) \times x(f) + \mathbf{n}(f) \end{aligned} \quad (3.4)$$

上式中假設共有 4 個通道路徑， $h_j(f)$  為第  $j$  個通道路徑的響應， $\theta_i(f)$  是每個通道路徑抵達接收端的角度， $j$  為 1~4， $y_i(f)$  是在第  $i$  個符元時間收到的某個頻率的訊號， $s_i$  是第  $i$  個符元時間在接收端採用的近似全向性場型， $i$  為 1~5， $x(f)$  為某個頻率的傳送訊號，且  $\mathbf{n}(f)$  為雜訊。

- 將 4 個通道路徑根據收到訊號的強弱排序，也就是排序  $|h_j(f)|$ ， $j$  為 1~4，如 (3.1) 式所示。其中  $\mathbf{y}(f)$ 、 $\mathbf{A}(f)$ 、 $x(f)$  為已知，我們要求出  $h_j(f)$  並依照振幅大小排列。現在的問題是如何解出  $\mathbf{h}(f)$ ，因為式子 (3.2) 是一個超定 (over-determined) 的系統，也就是方程式的個數多於未知數 (變數)。[6] 中提出了數種方法來解此問題，包括最小平方法 (least square; LS)、最小平方誤差 (minimum mean square error, MMSE)、依次干擾消除法 (successive interference cancellation algorithm; SIC)、相關性演算法 (correlation algorithm)、分區演算法 (windowing algorithm) 等。以下依序介紹。

- 最小平方法： $\mathbf{h}(f)$  的解滿足最小平方差：

$$\min_{\mathbf{h}(f)} (\mathbf{y}(f) - \mathbf{A}(f)\mathbf{h}(f)x(f))^2 = (\mathbf{y}(f) - \mathbf{B}(f)\mathbf{h}(f))^2 \quad (3.5)$$

利用標準方程式 (normal equation) 可找出最佳近似解：



$$\mathbf{h}(f) = (\mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f))^{-1} \mathbf{B}(f)^H \mathbf{y}(f) \quad (3.6)$$

其中  $\mathbf{B}(f) = \mathbf{A}(f) \times x(f)$ 。

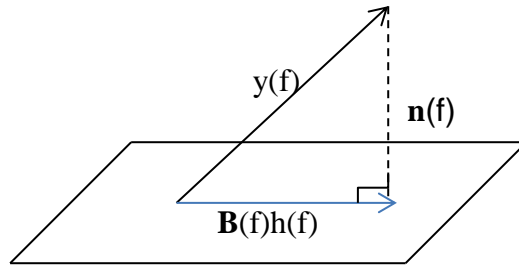


圖 3-1-2：最小平方法

- 最小平方誤差：在式子(3.1)中找到一組估計的  $\hat{\mathbf{h}}(f) = \mathbf{F}(f) \mathbf{y}(f)$  使得：

$$\min_{\hat{\mathbf{h}}(f)} E \left[ \left( \mathbf{h}(f) - \hat{\mathbf{h}}(f) \right)^2 \right] = \min_{\mathbf{F}(f)} E \left[ \left( \mathbf{h}(f) - \mathbf{F}(f) \mathbf{y}(f) \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

使用正交定理，我們可以得到：

$$E \left[ \left( \mathbf{h}(f) - \mathbf{F}(f) \mathbf{y}(f) \right) \mathbf{y}^H(f) \right] = 0 \quad (3.8)$$

因此可得  $\mathbf{h}(f)$  的最佳解：

$$\hat{\mathbf{h}}(f) = \mathbf{B}(f)^H \times \left( \mathbf{B}(f) \mathbf{B}(f)^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \times \mathbf{y}(f) \quad (3.9)$$

- 依次干擾消除法：第一次求解的時候，利用 LS 或 MMSE 求得一組  $\mathbf{h}(f)$ ，並對裡面的元素  $|h_j(f)|$  加以排序， $j$  為 1~4，令最大的值為  $h_{k_1}(f)$ 。將原本接收到的訊號  $\mathbf{y}(f)$  扣掉跟  $h_{k_1}(f)$  有關的成分後得到  $\mathbf{y}'(f)$ ：

$$\mathbf{y}'(f) = \mathbf{y}(f) - \mathbf{b}_{k_1}(f) h_{k_1}(f) \quad (3.10)$$

其中  $\mathbf{b}_{k_1}(f)$  是  $\mathbf{B}(f)$  的第  $k_1$  個行向量。此時  $\mathbf{y}'(f)$  與有最大通道增益值

$h_{k_1}(f)$  的通道無關，再利用 LS 或 MMSE 求得新的一組  $\mathbf{h}(f)$ ，依相同步

驟逐次更新  $\mathbf{h}(f)$ ，直到  $\mathbf{y}'(f)$  中每個通道的成分都被扣掉為止。我們可以讓此法遞迴的運作，在第二次遞迴時，將接收訊號扣掉之前求得的  $h_{k_2}(f)$ 、 $h_{k_3}(f)$ 、 $h_{k_4}(f)$ ，更新  $\mathbf{y}'(f)$ ：

$$\mathbf{y}''(f) = \mathbf{y}(f) - \mathbf{b}_{k_2}(f)h_{k_2}(f) - \mathbf{b}_{k_3}(f)h_{k_3}(f) - \mathbf{b}_{k_4}(f)h_{k_4}(f) \quad (3.11)$$

從中求得新的  $h_{k_1}(f)$ 。再將接收訊號扣掉之前求得的  $h_{k_1}(f)$ 、 $h_{k_3}(f)$ 、 $h_{k_4}(f)$ ，求得新的  $h_{k_2}(f)$ 。以此類推，利用遞迴的關係逐漸求得更精確的  $\mathbf{h}(f)$ 。

- 相關性演算法：首先計算接收訊號  $y$  的自相關矩陣。

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbf{B}E[\mathbf{h}\mathbf{h}^H]\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} = \mathbf{B}\mathbf{R}_h\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (3.12)$$

先將  $\mathbf{R}_y$  左乘  $\mathbf{B}^H$  且右乘  $\mathbf{B}$ ：

$$\mathbf{B}^H\mathbf{R}_y\mathbf{B} = \mathbf{B}^H\mathbf{B}\mathbf{R}_h\mathbf{B}^H\mathbf{B} + \sigma_n^2\mathbf{B}^H\mathbf{B} \quad (3.13)$$

接著從  $\mathbf{R}_y$  計算  $\mathbf{R}_h$ ：

$$\mathbf{K} = (\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^H\mathbf{R}_y\mathbf{B}(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1} = \mathbf{R}_h + \sigma_n^2(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{K} - \sigma_n^2(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1} \quad (3.15)$$

所求的  $\mathbf{h}(f)$  就是  $\mathbf{R}_h$  的對角元素：

$$\mathbf{h} = \text{diag}(\mathbf{R}_h) \quad (3.16)$$

(4.17) 式中  $\sigma_n^2$  是雜訊的變異量，可從 SVD 之後的對角線的值得到。

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_s + \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

- 分區演算法：假設視窗(window)的大小為  $k$ ，令在頻率  $f_i \sim f_{i+k}$  間的通道增益  $\mathbf{h}(f)$  皆相同並以其平均值為代表：

$$\mathbf{h}'(f_i) = \frac{\mathbf{h}(f_i) + \mathbf{h}(f_{i+1}) + \cdots + \mathbf{h}(f_{i+k-1})}{k} \quad (3.18)$$

亦即我們可以將頻率  $f_i \sim f_{i+k}$  間的接收訊號  $\mathbf{y}(f)$  取其平均值  $\mathbf{y}'(f_i)$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}'(f_i) &= \frac{\mathbf{y}(f_i) + \mathbf{y}(f_{i+1}) + \cdots + \mathbf{y}(f_{i+k-1})}{k} \\ &= \mathbf{B}\mathbf{h}'(f_i) + \frac{\mathbf{n}_1(f_i) + \mathbf{n}(f_{i+1}) + \cdots + \mathbf{n}(f_{i+k-1})}{k} \end{aligned} \quad (3.19)$$

接者我們可以用上面提到的 LS 或 MMSE 估計  $\mathbf{h}'(f_i)$ 。這種方法的好處

是雜訊的能量可以有效的降低。當更新完  $\mathbf{h}'(f_i)$  後，接下來就是更新

$\mathbf{h}'(f_{k+i}), \mathbf{h}'(f_{2k+i}) \dots$ 。我們也可以讓視窗重疊，在這種情況下接下來我們

更新的便是  $\mathbf{h}'(f_{i+1}), \mathbf{h}'(f_{i+2}) \dots$ 。

4. 因為通道都有對稱的特性，即在同一環境下，傳送端看到的通道和接收端看到的通道是相同的，接收端分別判斷出的波束向量  $b_{r,i}$ ， $i$  為 1~4，並將其回傳至傳送端。
5. 傳送端同樣利用 DoA 估計接收訊號的角度，找出接收到訊號最強的角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的哪一組波束向量  $b_{t,i}$ ， $i$  為 1~4。
6. 最後決定最佳、次佳、... 等的傳送與接收端的波束配對為  $(b_{t,i}, b_{r,i})$ ， $i$  為 1~4。

### 3.2 從 NLOS 到 LOS 的傳輸

在這個章節，我們考慮當 NLOS 在傳輸的過程中，假若障礙物排除 LOS 路徑可以傳輸，此時則必須切回 LOS 的路徑，這是因為 LOS 的訊雜遠高於 NLOS 路徑。我們提出一個同時進行傳輸及偵測的方法。假設傳輸鏈結開始時是 NLOS 環境，我們在傳送端及接收端同時使用兩個波束形成，在 NLOS 路徑的波束形成用於資料傳輸，而 LOS 路徑則保留一能量較小的波束形成用於偵測 LOS 路徑

是否已經導通，可以開始進行路徑切換，其架構如圖 3-2-3 所示。

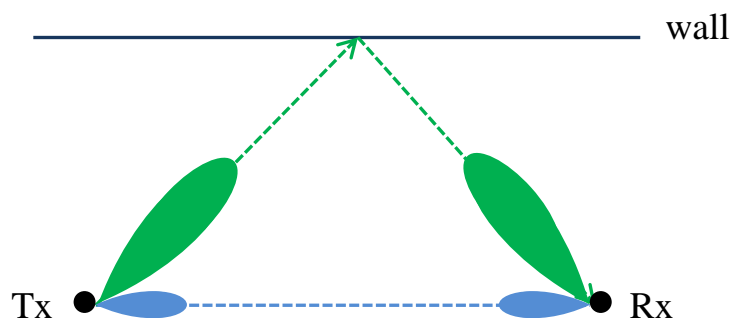


圖 3-2-1：NLOS 與 LOS 切換示意圖

同時使用兩個波束形成會在傳送端和接收端分別有能量分配(Power allocation)及干擾(Interference)的問題產生。以下兩個章節將分別討論這兩個問題。

### 3.2.1 傳送端的能量分配

傳送端使用兩個波束形成會有能量分配的問題，LOS 路徑的傳送能量理論上是越小越好，但太小接收端則無法接收，因此我們必須考慮路徑損失(Pass loss; PL)，以及接收端最小靈敏度(Receive sensitivity)等問題。根據 IEEE 802.15.3c 的規格書[7]，我們得知在 HSI (High-speed interface)模式下，當  $BER = 10^{-6}$  以及 MCS index (modulation and coding schemes) 為 0 時，接收端最小靈敏度為 -70 dBm，而 MCS index 為 1 時，接收端最小靈敏度為 -50dBm，詳細的 MCS 說明如表 3-3-1 所示。

MCS index	Data rate (Mb/s)	Modulation scheme	Spreading factor	Coding mode	FEC rate	
					Msb 8b	Lsb 8b
0	32.1	QPSK	48	EEP	1/2	
1	1540	QPSK	1		1/2	
2	231.	QPSK	1		3/4	
3	2695	QPSK	1		7/8	
4	3080	16-QAM	1		1/2	
5	4620	16-QAM	1		3/4	
6	5390	16-QAM	1		7/8	
7	5775	64-QAM	1		5/8	
8	1925	QPSK	1	UEP	1/2	3/4
9	2503	QPSK	1		3/4	7/8
10	3850	16-QAM	1		1/2	3/4
11	5005	16-QAM	1		3/4	7/8

表 3-3- 1：HSI 實體層 MCS 相關參數

由上表可知，在 60GHz 中不同的調變和編碼都其接收端靈敏度都不同。在我們所提出的系統中，我們選擇最小的 MCS index 為 0 來考量，也就是接收端靈敏度最小為-70dBm 的情況。下面以一個例子說明如何計算傳送端 NLOS 須分配給 LOS 多大的能量，才能使接收端收到訊號後還能夠正確的解調及偵測。首先假設此會議室長度為九公尺、寬九公尺、高兩公尺，傳送端和接收端放在同一張高度為一公尺的會議桌上面，傳送端和接收端天線為 8×8 的平面陣列天線距離 4 公尺，如圖 3-2- 2 所示。

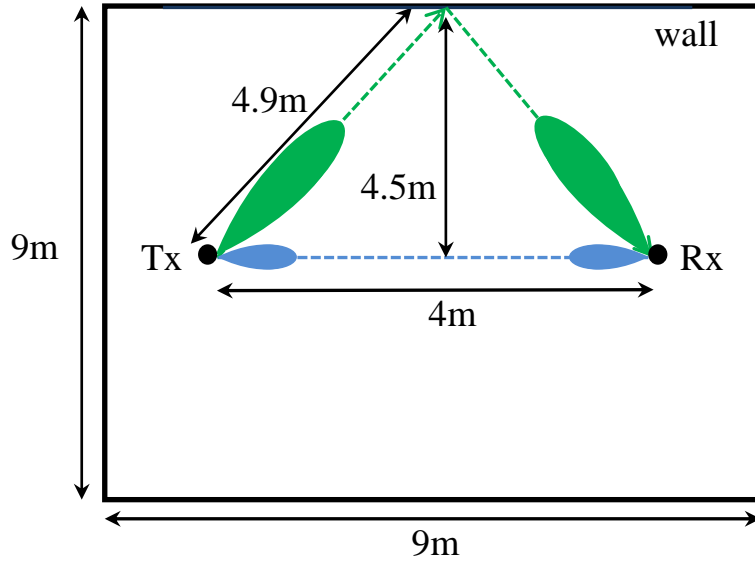


圖 3-2-2：NLSO 與 LOS 切換範例示意圖

我們令  $P_{Tx,LOS}$ 、 $P_{Tx,NLOS}$ 、 $P_{Rx,LOS}$  與  $P_{Rx,NLOS}$  分別表示為傳送端 LOS 與 NLOS 的傳送功率，以及接收端 LOS 與 NLOS 的接收功率，傳收之間的關係如下：

$$P_{Rx,LOS} = P_{Tx,LOS} + G_{Tx} + G_{Rx} - PL_{LOS} \quad (3.20)$$

$$P_{Rx,NLOS} = P_{Tx,NLOS} + G_{Tx} + G_{Rx} - PL_{NLOS} - RL \quad (3.21)$$

其中  $G_{Tx}$  與  $G_{Rx}$  為傳送端與接收端的天線增益， $PL_{LOS}$  和  $PL_{NLOS}$  為 LOS 和 NLOS 的路徑損失， $RL$  為一次路徑反射的衰減量。我們假設 LOS 跟 NLOS 的訊號都須滿足系統要求的最小靈敏度要求，因此  $P_{Rx,LOS} = P_{Rx,NLOS} = -70dBm$ ，可以將式

(3.18)與式(3.19)改寫為：

$$P_{Tx,LOS} + G_{Tx} + G_{Rx} - PL_{LOS} = P_{Tx,NLOS} + G_{Tx} + G_{Rx} - PL_{NLOS} - RL \quad (3.22)$$

簡化後可得：

$$\begin{aligned} P_{Tx,LOS} - P_{Tx,NLOS} &= G_{Tx} + G_{Rx} - PL_{NLOS} - RL - G_{Tx} - G_{Rx} + PL_{LOS} \\ &= PL_{LOS} - PL_{NLOS} - RL \end{aligned} \quad (3.23)$$

傳送端與接收端的天線增益可以用以下的計算而得：

$$G_{Tx} = G_{Rx} = 10 \times \log_{10}(64) \cong 18dB \quad (3.24)$$

根據 Intel 的 60GHz 通道模型[11]研究結果， $RL=10\text{dB}$ ，而路徑損失可由福利斯自由空間方程式(Friis Free Space Equation) [8]計算出，我們得到 60-GHz 傳收距離  $d$  (單位為公尺)和路徑損失以 dB 表示的關係式為：

$$\begin{aligned} PL &= 10 \times \log_{10} \left( \frac{P_T}{P_R} \right) = 10 \times \log_{10} \left( \frac{(4\pi)^2 d^2}{\lambda^2} \right) \\ &= 20 \times \log_{10} \left( \frac{(4\pi) d}{\lambda} \right) = 20 \times \log_{10} \left( \frac{(4\pi) f d}{c} \right) \quad (3.25) \\ &= 20 \times \log_{10} (f_{\text{Hz}}) + 20 \times \log_{10} (d_m) - 147.56 \text{dB} \end{aligned}$$

其中  $P_T$  為傳送功率， $P_R$  為接收的功率， $\lambda$  為載波波長(單位為公尺)，由式(3.25)可以計算出在 60GHz，傳送端與接收端距離為 4 公尺 LOS 與 9.8 公尺 NLOS 的路徑損失分別為：

$$\begin{aligned} PL_{\text{LOS}} &= 20 \times \log_{10} (60 \times 10^9) + 20 \times \log_{10} (4) - 147.56 \text{dB} \quad (3.26) \\ &\cong 80 \text{dB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PL_{\text{NLOS}} &= 20 \times \log_{10} (60 \times 10^9) + 20 \times \log_{10} (9.8) - 147.56 \text{dB} \quad (3.27) \\ &\cong 88 \text{dB} \end{aligned}$$

依照上述參數，我們可以計算出式(3.21) LOS 與 NLOS 傳送之功率差為：

$$\begin{aligned} P_{\text{Tx,LOS}} - P_{\text{Tx,NLOS}} &= PL_{\text{LOS}} - PL_{\text{NLOS}} - RL \quad (3.28) \\ &= 80 - 10 - 88 = -18 \text{dB} \end{aligned}$$

由式(3.28)可知，傳送端 LOS 與 NLOS 傳送之功率只要相差大於 18dB，也就是說 NLOS 只需要將其 1.5% 的傳送功率分配給 LOS 用來保留一個較小的波束形成進行偵測，在接收端便可以正確地解調與偵測，對系統的影響很小。

接收端同時放置兩個波束形成會使得一波束形成在接收訊號時對另外一波束形成造成干擾，這也代表說在 LOS 的障礙物尚未移除前，LOS 方向就可以收到訊號，這對於 LOS 的偵測有不利的影響。另一方面，如果障礙物移除了，那 NLOS 方向的訊號也會因為 LOS 的干擾而瞬間能量變大，這對偵測也有不利的影響。我們將傳統的二維 LCMV (linearly constrained minimum -variance)演算法加



以延伸用來消除干擾，以減低這種影響，詳細的方法下節有詳細的說明。令  $\tilde{P}_{Rx,LOS}$  為 LOS 消除干擾後的接收功率，與未消除干擾前的接收功率  $P_{Rx,LOS}$  與  $P_{Rx,NLOS}$  關係如下：

$$\begin{aligned}\tilde{P}_{Rx,LOS} &= 10 \times \log_{10} \left( 10^{\frac{P_{Rx,LOS}}{10}} + 10^{\frac{P_{Rx,NLOS} - P_{LS}}{10}} \right) \\ &= 10 \times \log_{10} \left( 10^{\frac{-70(dBm)}{10}} + 10^{\frac{-70(dBm) - P_{LS}}{10}} \right)\end{aligned}\quad (3.29)$$

其中  $P_{LS}$  代表 LCMV 消除的干擾功率。由式(3.27)可看出消除的干擾越大，也就是  $P_{LS}$  越大，NLOS 對 LOS 方向的訊號能量影響就越小。第五章的模擬將顯示，使用延伸的 LCMV 演算法，干擾可以有效的消除。

### 3.2.2 接收端的干擾消除

我們將傳統的二維 LCMV (linearly constrained minimum -variance)演算法加以延伸用來消除干擾。我們利用混合式平面陣列天線的優點，也就是在數位端作振幅及相位的調整，使得在特定方向的接收天線收不到能量，並且在另外一特定方向的接收天線收到的訊號強度是最大，藉此來做消除干擾。從 NLOS 傳輸資料的觀點來看，必須將 LOS 偵測訊號對 NLOS 產生的干擾消除，相對的，如果以 LOS 偵測的觀點來看，則必須將 NLOS 傳輸訊號對其產生的干擾消除。下面我們將說明如何利用延伸的二維 LCMV 消除干擾，首先我們介紹延伸的一維 LCMV。

我們以一個例子來說明，假設天線的個數為 12，每根天線間的距離為  $\frac{\lambda}{2}$ 。將 12 根天線分 4 個一組總共 3 組。每一組中以第一根天線為基準，天線與天線間會有等比例的相位延遲  $e^{-jk\theta}$ ，組與組間的天線也會有等比例的相位延遲即  $e^{-j4k\theta}$ ，利用這種關係可以把 12 根天線等效於三根天線，如圖 3-2-3 所示。



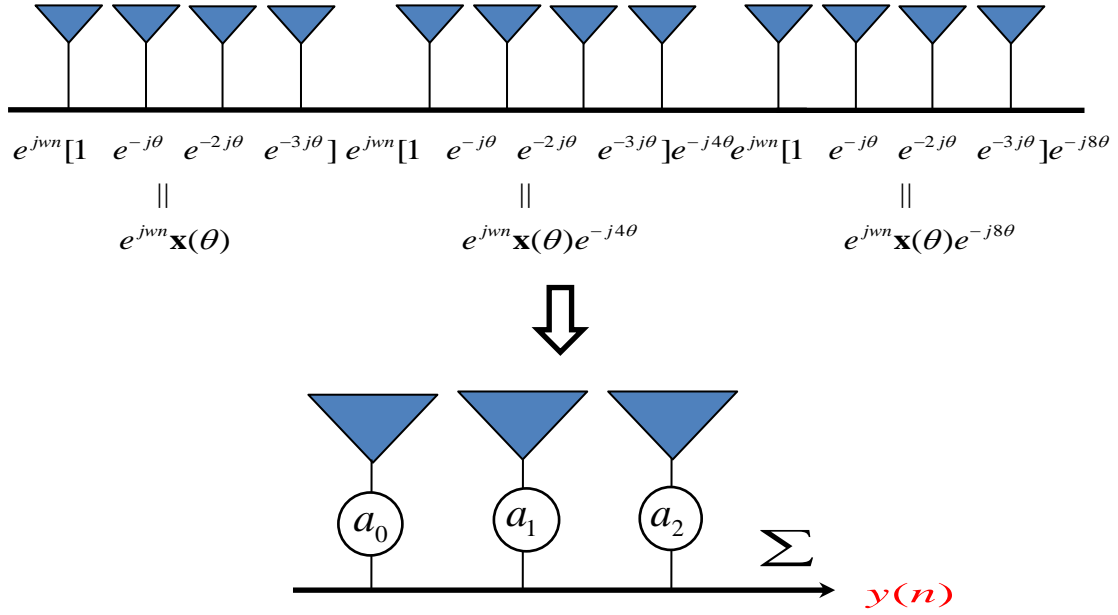


圖 3-2-3：延伸的一維 LCMV 例子示意圖

其中圖 3-2-3 中的  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  為我們所要求得的 ADC 權重係數，用來調整相位及振幅，藉此消除干擾。等效三根線陣天線輸出訊號為：

$$y(n) = \mathbf{x}(\theta) \cdot e^{jwn} \sum_{k=0}^2 a_k e^{-j4\theta k}, \quad k=0,1,2 \quad (3.30)$$

現在的問題在於如何使特定方向的能量最強。因此必須給一限制式，我們將式 (3.27) 寫成 LCMV 的形式，如下：

$$\begin{aligned} \min_a J(a) &= E\{|y(n)|^2\} \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{k=0}^2 a_k^* e^{-j4\theta k} = 1 \end{aligned} \quad (3.31)$$

上述的問題可以利用 Lagrange 演算法將其轉換成無限制性的最佳化問題：

$$\begin{aligned} \min_a J(a) &= E\{|y(n)|^2\} + \text{Re} \left[ \lambda^* \left( \sum_{k=0}^2 a_k^* e^{-j4\theta k} - 1 \right) \right] \\ &= \|\mathbf{x}(\theta)\|^2 \cdot \sum_{k=0}^2 \sum_{i=0}^2 a_k^* a_i \cdot r(i-k) + \text{Re} \left[ \lambda^* \left( \sum_{k=0}^2 a_k^* e^{-j4\theta k} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

其中  $\lambda$  為 Lagrange 權重。對  $a$  微分，並令結果為零以求解，即：

$$\begin{aligned}\nabla_{a_k} J(\mathbf{a}) &= \|\mathbf{x}(\theta)\|^2 \cdot 2 \sum_{i=0}^2 a_i r(i-k) + \lambda e^{-4jk\theta} = 0 \\ \Rightarrow \sum_{i=0}^2 a_i r(i-k) &= -\frac{\lambda^*}{2\|\mathbf{x}(\theta)\|^2} e^{-4jk\theta}, \quad k=0,1,2\end{aligned}\quad (3.33)$$

利用矩陣的形式表示為：

$$\begin{aligned}\mathbf{R}\mathbf{a} &= -\frac{\lambda^*}{2\|\mathbf{x}(\theta)\|^2} \mathbf{s}(\theta), \\ \Rightarrow \mathbf{a} &= -\frac{\lambda^*}{2\|\mathbf{x}(\theta)\|^2} \mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}(\theta)\end{aligned}\quad (3.34)$$

其中  $\mathbf{s}(\theta) = [1 \ e^{-4j\theta} \ e^{-8j\theta}]^T$  為操控向量 (steering vector)，即為等效三根天線的延遲相位差。利用限制式來求解  $\lambda$ ：

$$\mathbf{a}^H \mathbf{s}(\theta) = 1 \Rightarrow \mathbf{a} = \frac{1}{\mathbf{s}^H(\theta)} \quad (3.35)$$

求出的  $\lambda$  為：

$$\lambda = -\|\mathbf{x}(\theta)\|^2 \frac{2\mathbf{a}}{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}(\theta)} = -\frac{2\|\mathbf{x}(\theta)\|^2}{\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}(\theta)} \quad (3.36)$$

把  $\lambda$  代入式(3.32)，便可以求得我們要的權重係數向量  $\mathbf{a}$ ：

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}(\theta)}{\mathbf{s}^H(\theta)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}(\theta)} \quad (3.37)$$

二維的 LCMV 可以由一維的 LCMV 延伸而來。我們使用一個  $8 \times 8$  的混合式平面陣列天線的例子來說明，首先將陣列天線劃分成四個區塊，每個區塊共享一個 ADC，因此此陣列天線可以等效於一  $2 \times 2$  平面陣列天線。天線接收到的訊號，可以表示成一個  $4 \times 1$  的向量  $\mathbf{x}(t)$ ：

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_A(t) \\ x_B(t) \\ x_C(t) \\ x_D(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_A s(t) \\ \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_B s(t) \\ \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_C s(t) \\ \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_D s(t) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{g}\tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} s(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3.38)$$

其中  $x_A(t)$  為區塊 A 接收到的訊號， $\mathbf{g}$  為類比波束形成向量決定訊號是從那個角度進入天線， $\mathbf{n}(t)$  為  $4 \times 1$  的白高斯雜訊向量，以及

$$\tilde{\mathbf{A}}_A = \left[ \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1)) \quad \cdots \quad \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K)) \right]^T$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_x-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_y-1) d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T$$

$$\Phi_x = \text{Diag}\{e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_1 \cos \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_K \cos \phi_K / C}\}$$

$$\Phi_y = \text{Diag}\{e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_1 \sin \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_K \sin \phi_K / C}\}$$

我們可以將最後的輸出訊號表示為:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (3.39)$$

我們所要的權重係數向量為  $\mathbf{w}$ ，用它來消除干擾。為了讓天線在某個方向接收到的訊號能量是最強的，我們必須給予一限制式，最後我們得到一 LCMV 的問題:

題:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & E[|y(t)|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}_d^H \mathbf{w} = 1 \end{aligned} \quad (3.40)$$

其中  $\mathbf{s}_d = \mathbf{s}_x \otimes \mathbf{s}_y$

$$\mathbf{s}_x = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_x-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T \quad (3.41)$$

$$\mathbf{s}_y = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_y-1) d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T \quad (3.42)$$

將  $\mathbf{s}_d$  正規化:

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{s}_d}{\sqrt{\mathbf{s}_d^H \mathbf{s}_d}} \quad (3.43)$$

我們可以使用一維 LCMV 的方法就可以求得最佳解，即為:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}} \quad (3.44)$$

## 第四章：混合式陣列天線使用者的相對位置估計

在多天線多個使用者的系統中，為了增加系統的吞吐量，我們可以使用平行傳輸的排程機制。要使用平行傳輸機制，首先就必須知道每個使用者的相對位置並使用波束形成，在本章中我們考慮使用者相對位置的估計問題，利用混合陣列天線之波束形成以及 DoA 估計的技術，我們提出了兩個方法：角度法(angle method)及座標法(coordinate method)來估計出使用者的位置。

在一多使用者系統中，我們假設每一個使用者都具有混合式陣列天線，並可以做波束形成以及 DoA 估計，混合式陣列天線只能估計的範圍為半個球面，亦即水平角為  $1^\circ \sim 360^\circ$ 、仰角為  $1^\circ \sim 90^\circ$  的範圍。另外，我們也假設兩個使用者之間的距離可以利用其他的方法求得，我們只是估計使用者相對位置，值得注意的是，在使用波束形成之平行傳輸系統中，接收端所收到訊號和干擾的比例只跟使用者之間的角度有關，跟距離是沒有關係的。我們就使用者在空間中所形成的形狀為凸多邊形(convex polygon)及凹多邊形(concave polygon)兩種狀況分別討論。首先會先介紹如何在二維空間位置估計，再延伸到三維空間的估計。

### 4.1 二維的角度法-凸多邊形

我們先假設波束形成是二維的且使用者的個數為三，我們的方法說明如下：

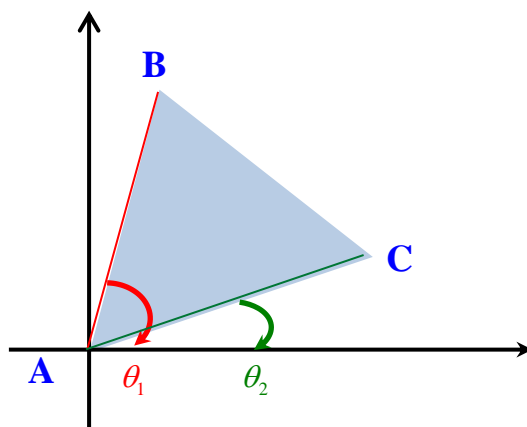


圖 4-1-4：三個使用者估測 DoA 所建構出的三角形

1. 每個使用者輪流傳送一個近似全向性場型的訊號。
2. 每個使用者估計其他使用者的 DoA 資訊。以使用者 A 為例，其估計到的使用者 B 及使用者 C 的 DoA 分別為  $\theta_1$  及  $\theta_2$ ，如圖 4-1-4。若以使用者 B 為例，其估計到的使用者 A 及使用者 C 的 DoA 分別為  $\theta_3$  及  $\theta_4$ 。
3. 假設有一使用者為協調者，每個使用者將估計的 DoA 傳送給協調者作處理，根據所得的資訊，協調者可以得到使用者間夾角的觀測值：

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_A &= \theta_2 - \theta_1 = \theta_A + n_A \\ \tilde{\theta}_B &= \theta_4 - \theta_3 = \theta_B + n_B \\ \tilde{\theta}_C &= \theta_6 - \theta_5 = \theta_C + n_C\end{aligned}\quad (4.1)$$

其中  $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、 $\theta_C$  分別為兩個使用者間實際的夾角， $n_A$ 、 $n_B$ 、 $n_C$  為雜訊。利用三角形的特性，我們可以使用最小平方法 (least-squares; LS) 做  $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、 $\theta_C$  之估計：

$$\min_{\theta_A, \theta_B, \theta_C} (\tilde{\theta}_A - \theta_A)^2 + (\tilde{\theta}_B - \theta_B)^2 + (\tilde{\theta}_C - \theta_C)^2 \quad (4.2)$$

$$s.t. \quad \theta_A + \theta_B + \theta_C = \pi \quad (4.3)$$

以矩陣的形式表示式(4.2)並將  $\theta_A$  以式(4.3)替換，我們可以得到：

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_A - \pi \\ \tilde{\theta}_B \\ \tilde{\theta}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_B \\ \theta_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_A \\ n_B \\ n_C \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.4)$$

利用標準方程式(normal equation)可找出 LS 的最佳近似解為：

$$\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (4.5)$$

最後，估測的角度  $\mathbf{y}$  為：

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\mathbf{x}_{LS} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (4.6)$$

利用上述同樣的步驟，我們可以推廣到  $N$  個使用者的情況。

## 4.2 二維的座標法-凸多邊形

在二維平面，同樣以三個使用者為例，座標法是設法解出使用者的座標，再利用座標求得使用者之間的夾角，值得注意的我們要的是使用者的相對位置，也就是三個使用者所形成的三角形的形狀，因此我們可以任意的訂定兩個使用者的座標以求出第三者得座標，令點 A 為協調者且其座標為(0,0)，B 的座標為(1, 1)，使用者 C 座標為未知(x,y)，我們所提方法的步驟如下：

1. 每個使用者輪流傳送一個近似全向性場型的訊號。
2. 每個使用者估計其他使用者的 DoA 資訊。
3. 每個使用者將估計的 DoA 傳送給協調者作處理，得到使用者間夾角的觀測值：



$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_A &= \theta_2 - \theta_1 = \theta_A + n_A \\ \tilde{\theta}_B &= \theta_4 - \theta_3 = \theta_B + n_B \\ \tilde{\theta}_C &= \theta_6 - \theta_5 = \theta_C + n_C\end{aligned}\quad (4.7)$$

實際的角度  $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、 $\theta_C$  與座標的關係可以用坐標及餘弦定理表示如下：

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_A &= \cos^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{x^2+y^2}} + n_A = \theta_A + n_A \\ \tilde{\theta}_B &= \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)}{\sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2}\sqrt{1^2+1^2}} + n_B = \theta_B + n_B \\ \tilde{\theta}_C &= \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)}{\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} + n_C = \theta_C + n_C\end{aligned}\quad (4.8)$$

式(4.7)可以改寫成：

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_A &= \theta_1 - \theta_2 = \cos^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{x^2+y^2}} + n_A \\ \tilde{\theta}_B &= \theta_3 - \theta_4 = \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)}{\sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2}\sqrt{1^2+1^2}} + n_B \\ \tilde{\theta}_C &= \theta_5 - \theta_6 = \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)}{\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} + n_C\end{aligned}\quad (4.9)$$

接著利用 LS 求解估測的角度：

$$\begin{aligned} \min_{x,y} & \left( \tilde{\theta}_A - \cos^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{x^2+y^2}} \right)^2 + \left( \tilde{\theta}_B - \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)}{\sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2}\sqrt{1^2+1^2}} \right)^2 \\ & + \left( \tilde{\theta}_C - \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)}{\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.10)$$

式(4.10)可以用矩陣的形式表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}) + \mathbf{n} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_A \\ \tilde{\theta}_B \\ \tilde{\theta}_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{x^2+y^2}} \\ \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)}{\sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2}\sqrt{1^2+1^2}} \\ \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)}{\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_A \\ n_B \\ n_C \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

其中  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi})$  為  $\boldsymbol{\varphi}=[x \ y]^T$  的函數。則式(4.10)可改寫成：

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \arg \min_{\boldsymbol{\varphi}} [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi})]^T [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi})] \quad (4.12)$$

由於式(4.12)為一非線性 LS 的問題，無法利用標準方程式得到最佳近似解，因此我們提出使用一階泰勒級數近似(Taylor series approximation)的一個遞迴解。首先給一初始值  $\boldsymbol{\varphi}_0=[x_0 \ y_0]^T$ ，對  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi})$  第  $i$  個元素的  $x$  和  $y$  偏微分可得

$$f_i(\boldsymbol{\varphi}) \approx f_i(\boldsymbol{\varphi}_0) + \left. \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\varphi})}{\partial x} \right|_{\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{\varphi}_0} \Delta x + \left. \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\varphi})}{\partial y} \right|_{\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{\varphi}_0} \Delta y \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi} &= \boldsymbol{\varphi}_0 + \Delta \boldsymbol{\varphi} \\ x &= x_0 + \Delta x \\ y &= y_0 + \Delta y \end{aligned} \quad (4.14)$$

由於  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi})$  為一  $3 \times 1$  的向量，因此我們將 3 個方程式以向量的形式表示：

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}) \approx \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_0) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi}_0) \quad (4.15)$$

其中  $\mathbf{H}$  為  $3 \times 2$  的矩陣:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1(\varphi)}{\partial x} \right|_{\varphi=\varphi_0} & \left. \frac{\partial f_1(\varphi)}{\partial y} \right|_{\varphi=\varphi_0} \\ \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_3(\varphi)}{\partial x} \right|_{\varphi=\varphi_0} & \left. \frac{\partial f_3(\varphi)}{\partial y} \right|_{\varphi=\varphi_0} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

將式(4.15)代入式(4.12)可以得以下的結果，令為  $\rho(\varphi)$ ：

$$\begin{aligned} \rho(\varphi) &\approx [\mathbf{r} - \{\mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}(\varphi - \varphi_0)\}]^T [\mathbf{r} - \{\mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}(\varphi - \varphi_0)\}] \\ &= [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}\varphi_0 - \mathbf{H}\varphi]^T [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}\varphi_0 - \mathbf{H}\varphi] \end{aligned} \quad (4.17)$$

我們令  $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}\varphi_0$ ，式(4.17)可簡化為：

$$\rho(\varphi) = [\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{H}\varphi]^T [\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{H}\varphi] \quad (4.18)$$

接著式(4.18)可將式(4.12)簡化成：

$$\hat{\varphi} = \arg \min_{\varphi} \rho(\varphi) \quad (4.19)$$

式(4.19)為一線性 LS 方程式，可以利用標準方程得到近似解：

$$\hat{\varphi} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{r}} \quad (4.20)$$

其中將  $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}\varphi_0$  替換，可以得到：

$$\begin{aligned} \hat{\varphi} &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}\varphi_0) \\ &= \varphi_0 + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0)) \end{aligned} \quad (4.21)$$

對於式(4.21)，若給定一個估計的初始值  $\hat{\varphi}_0$  時，就可以得到一新的估測值  $\hat{\varphi}$ ，

為了讓  $\hat{\varphi}$  更加逼近最佳解，我們可以做遞迴的運算如下：

$$\hat{\varphi}[n+1] = \hat{\varphi}[n] + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{f}(\hat{\varphi}[n])) \quad (4.22)$$

利用上述同樣的步驟，可以推廣到  $N$  個使用者的情況。

### 4.3 二維的角度法及座標法-凹多邊形

在二維凹邊形部分，以四個使用者為例，我們的想法是使用漸進式的估計，



意即先估三個使用者的相關位置，再延伸至第四個使用者的估計，如圖 4-3-1 所示。其詳細的步驟如下：

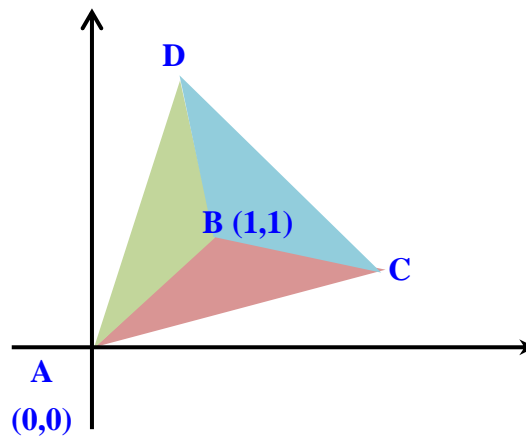


圖 4-3-1：四個使用者在凹多邊形情況建構出的三角形

1. 在四個使用者中，選擇任意三個使用者輪流傳送一個近似全向性場型的訊號，另外一使用者不傳送任何訊號。要注意的是如果以坐標法估計角度，選擇的三個使用者中必須包含 A、B 這兩個使用者，否則會因為方程組的數目比未知數來的少，使系統成為一欠定系統(underdetermined system) 具有無窮多組解而無法估計。
2. 選擇的三個使用者估計另外兩個使用者的 DoA。
3. 三個使用者將相關估計的角度訊息傳送給協調者作 4.1 或 4.2 章節的第三個步驟。
4. 完成上述步驟後，再增加一個使用者，也就是四個使用者輪流傳送一個近似全向性場型的訊號。
5. 每個使用者估計其他使用者的 DoA。
6. 在凹邊形的結構中有一個不同於凸邊形的問題，意即對一特定的使用者，它不一定可以收到所有其他使用者的訊號(天線接收範圍為 0 到 180 度)。因此，當所有使用者估計完 DoA 後，我們必須判斷哪一個使用者無法估計其他所有使用者的 DoA，判斷流程如下：

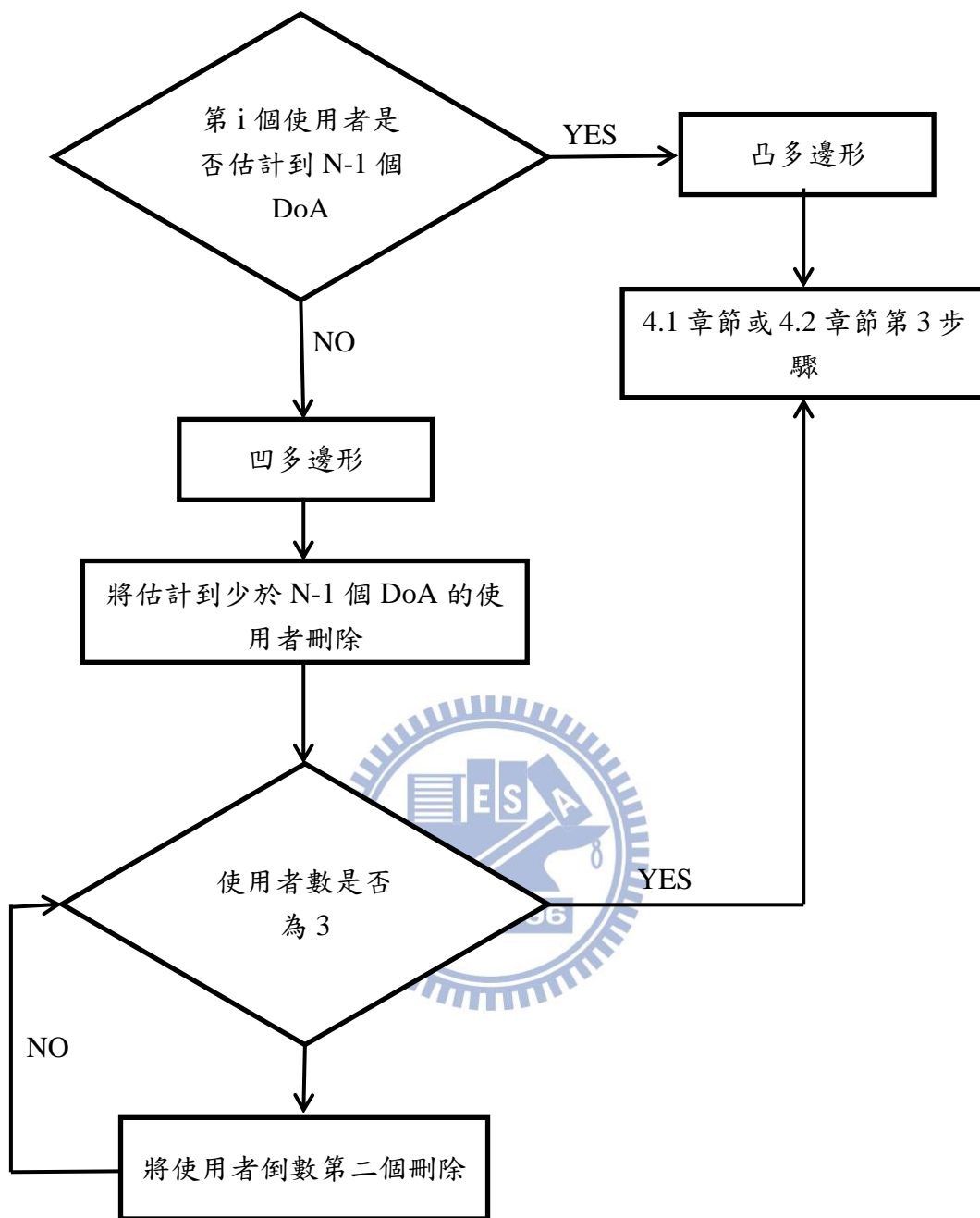


圖 4-3-2：凸多邊形與凹多邊形判斷流程圖

利用上述同樣的步驟，可以推廣到二維平面中  $N$  個使用者為凹多邊形的情況。

#### 4.4 三維的座標法

三維空間可以從二維平面延伸而來，兩者差別在於二維平面只需要估計一個

角度，三維空間必須估計水平角及仰角兩個角度。必須注意的是，在三維空間中，除了個使用者數為三時可構成一平面外，當使用者數大於三以上時，構成的是一  $C_3^N$  個面的柱體，無法利用角度法來計算出柱體的角度，因此在三維空間中我們以坐標法來估計角度。以三個使用者為例，我們將使用者 A、B 固定其座標分別為(0,0,0)及(1,1,1)，其詳細的步驟如下：

1. 每個使用者輪流傳送一個近似全向性場型的訊號。
2. 每個使用者估計其他使用者的 DoA
3. 每個使用者將相關估計的角度訊息傳送給協調者作處理，得到的觀測值如下：

$$\begin{aligned}
 \tilde{\theta}_A &= \cos^{-1} \frac{x+y+z}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{x^2+y^2+z^2}} + n_A = \theta_A + n_A \\
 \tilde{\theta}_B &= \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)+(1-z)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2+(1-z)^2}} + n_B = \theta_B + n_B \\
 \tilde{\theta}_C &= \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)+z(z-1)}{\sqrt{x^2+y^2+z^2} \sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2}} + n_C = \theta_C + n_C
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

實際的夾角  $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、 $\theta_C$  與坐標的關係可以用餘弦定理表示如下：

$$\begin{aligned}
 \theta_A &= \cos^{-1} \frac{x+y+z}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{x^2+y^2+z^2}} \\
 \theta_B &= \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)+(1-z)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2+(1-z)^2}} \\
 \theta_C &= \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)+(1-z)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2+(1-z)^2}}
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

將式(4.24)寫成一個 LS 的問題可以得到：

$$\begin{aligned}
 \min_{x,y,z} & \left( \tilde{\theta}_A - \cos^{-1} \frac{x+y+z}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right)^2 \\
 & + \left( \tilde{\theta}_B - \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)+(1-z)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2+(1-z)^2}} \right)^2 \\
 & + \left( \tilde{\theta}_C - \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)+z(z-1)}{\sqrt{x^2+y^2+z^2} \sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2}} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

式(4.25)可以用矩陣的形式表示如下:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_A \\ \tilde{\theta}_B \\ \tilde{\theta}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^{-1} \frac{x+y+z}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \\ \cos^{-1} \frac{(1-x)+(1-y)+(1-z)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2+(1-z)^2}} \\ \cos^{-1} \frac{x(x-1)+y(y-1)+z(z-1)}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_A \\ n_B \\ n_C \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

其中  $\mathbf{f}(\varphi)$  為  $\varphi=[x \ y \ z]^T$  的函數。則式(4.25)可改寫成:

$$\hat{\varphi} = \arg \min_{\varphi} [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi)]^T [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi)] \quad (4.27)$$

跟二維的情況一樣，我們使用一階泰勒級數近似  $\mathbf{f}(\varphi)$  得到一近似解:

$$f_i(\varphi) \approx f_i(\varphi_0) + \left. \frac{\partial f_i(\varphi)}{\partial x} \right|_{\varphi=\varphi_0} \Delta x + \left. \frac{\partial f_i(\varphi)}{\partial y} \right|_{\varphi=\varphi_0} \Delta y + \left. \frac{\partial f_i(\varphi)}{\partial z} \right|_{\varphi=\varphi_0} \Delta z \quad (4.28)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \Delta\varphi \\ x &= x_0 + \Delta x \\ y &= y_0 + \Delta y \\ z &= z_0 + \Delta z \end{aligned} \quad (4.29)$$

因此  $\mathbf{f}(\varphi)$  可以用以下的形式表示:

$$\mathbf{f}(\varphi) \approx \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}(\varphi - \varphi_0) \quad (4.30)$$

其中  $\mathbf{H}$  為  $3 \times 3$  的矩陣:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1(\varphi)}{\partial x} \right|_{\varphi=\varphi_0} & \left. \frac{\partial f_1(\varphi)}{\partial y} \right|_{\varphi=\varphi_0} & \left. \frac{\partial f_1(\varphi)}{\partial z} \right|_{\varphi=\varphi_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_3(\varphi)}{\partial x} \right|_{\varphi=\varphi_0} & \left. \frac{\partial f_3(\varphi)}{\partial y} \right|_{\varphi=\varphi_0} & \left. \frac{\partial f_3(\varphi)}{\partial z} \right|_{\varphi=\varphi_0} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

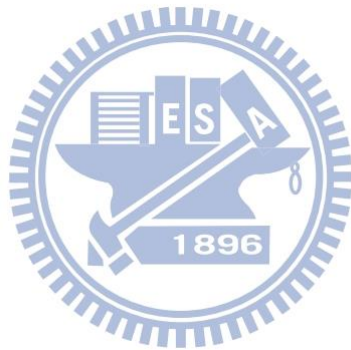
將式(4.30)代入式(4.27)化簡後可得:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi} &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0) + \mathbf{H}\varphi_0) \\ &= \varphi_0 + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{f}(\varphi_0)) \end{aligned} \quad (4.32)$$

最後我們得到遞迴式如下:

$$\hat{\phi}[n+1] = \hat{\phi}[n] + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{f}(\hat{\phi}[n])) \quad (4.33)$$

利用上述同樣的步驟，同樣可以推廣到三維空間中 N 個使用者的情況。



## 第五章：模擬結果

### 5.1 直視環境下的波束搜尋

以下模擬中的通道我們採用 Intel 會議室模型[11]，傳送端與接受端天線數之設定則參考[12]，在此我們採用  $8 \times 8$  混合式平面陣列天線，天線之間假設不會相互感應，且天線法向量對齊傳送端與接收端的連線方向。在這種環境下接收端只能收到八組群集，分別是一個直視群集，兩個從牆壁的一次反射，一個從天花板

的一次反射，兩個只經由牆壁反射的二次反射，兩個經由牆壁一次反射與天花板一次反射的二次反射，共八個群集。

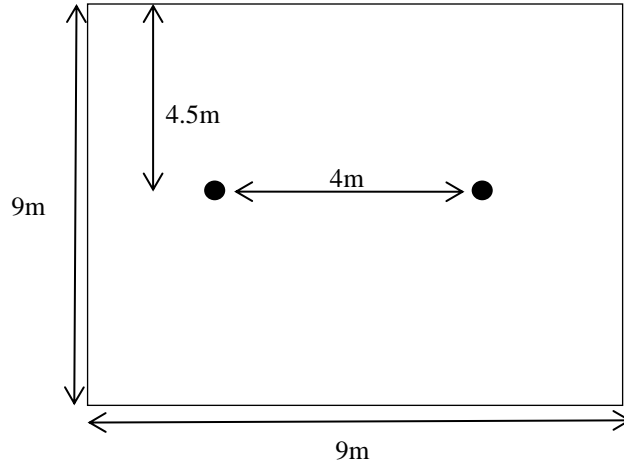


圖 5-1- 1: 傳送端與接收端位置俯視圖

如 3.1 節中所述，我們可以利用配對排序的方式可以在變動的環境下(例如 LOS 瞬間變為 NLOS)穩定的傳輸資料。假設我們想利用  $T$  個 OFDM 符元來搜尋出  $k$  組較佳的波束配對( $T$  需要大於  $k$ )，則系統模型可以表示如下：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(f) &= \begin{bmatrix} y_1(f) \\ y_2(f) \\ y_3(f) \\ \vdots \\ y_T(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\theta_1(f)} & e^{j\theta_2(f)} & \dots & e^{j\theta_4(f)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{jM\theta_1(f)} & e^{jM\theta_2(f)} & \dots & e^{jM\theta_k(f)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1(f) \\ h_2(f) \\ \vdots \\ h_k(f) \end{bmatrix} \times x(f) + \mathbf{n}(f) \\
 &= \mathbf{A}(f) \times \mathbf{h}(f) \times x(f) + \mathbf{n}(f) = \mathbf{B}(f) \times \mathbf{h}(f) + \mathbf{n}(f)
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

我們可以看到在圖 5-1- 2 中有八個群集，其中直視群集和三組一次反射的群集能量值較大，因此我們模擬波束配對數目為 2、3、4 時的結果，也就是  $k$  分別 2、3、4，其他群集的訊號當作干擾處理，和雜訊一起合併在式子(5.1)的  $\mathbf{n}(f)$ 。我們利用 3.1 節所述的多種排序方法，依序排列出最佳、次佳...等的序列，並依照當時的環境選擇最適當的一組波束配對。例如  $k$  為 2 時，可以搜尋出最佳和次佳的波束配對，也就是平均能量最強的群集(直視群集)和次強的(天花板的一次反

射)，當最佳的波束配對被障礙物擋住時，可以迅速切換成次佳的波束配對。圖 5-1-1 是這四個群集的響應，時間單位為 IEEE802.15.3c 系統的取樣週期，即 0.39 ns。

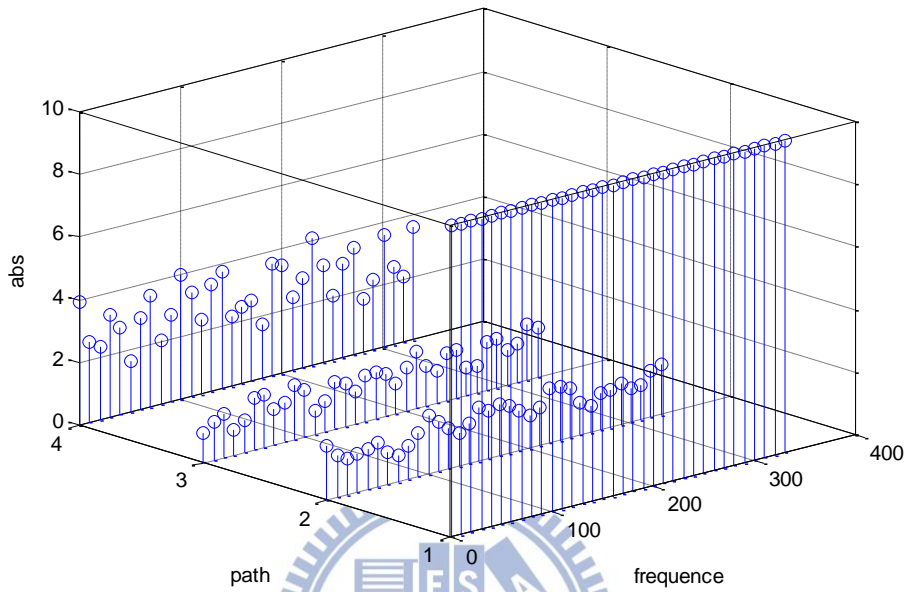


圖 5-1-2：直視和三組一次反射的群集

模擬中採用的  $T$  為 5，每個符元時間在接收端採用不同的近似全向性的場型來接收，圖 5-1-2 是 5 個符元時間平均的接收波束場型。圖中所標示出的部分為對應到圖 5-1-1 的四個群集。

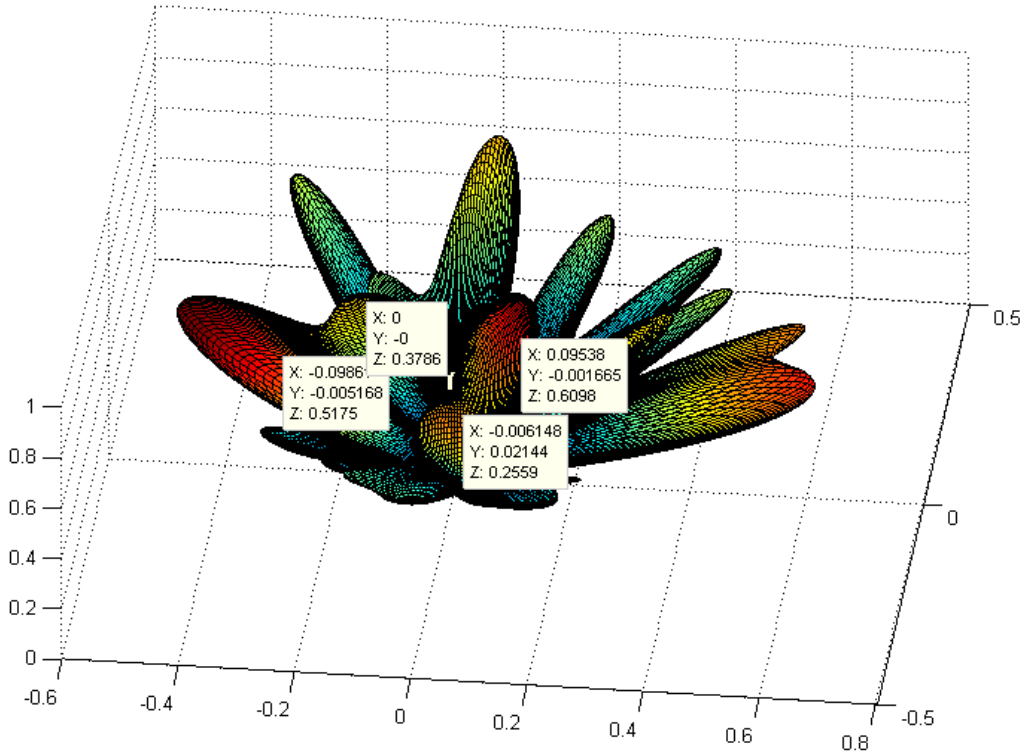


圖 5-1-3：近似全向性的波束場型

接收端先利用 MUSIC 估計出  $k$  個接收訊號的角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的那一組波束向量  $b_i$ ，並分別採用最小平方方法(LS)、最小平方誤差(MMSE)、依次干擾消除法(SIC)、相關性演算法(correlation algorithm)、分區演算法作排序(windowing algorithm)來估計通道係數。

在  $k$  為 2 時，我們可以搜尋出最佳和次佳的波束配對，也就是平均能量最強的群集(直視群集)和次強的(天花板的一次反射)，圖 5-1-3 比較了各種搜尋波束排序方法的模擬結果。從圖中可知 LS 和相關性演算法的結果較差。將式(5.1)代入式(3.4)中可得：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{h}(f) &= \left( \mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f) \right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H \mathbf{y}(f) \\
 &= \left( \mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f) \right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H \left( \mathbf{B}(f) \times \mathbf{h}(f) \right) + \left( \mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f) \right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H \times \mathbf{n}(f)
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

從上式中可看出 LS 會將雜訊會放大  $\left( \mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f) \right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H$  倍。而相關性演算法



也有相同問題，這可從式(3.13)看出：

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{K} - \sigma_n^2 (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \quad (5.3)$$

也就是說雜訊會放大 $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1}$ 倍，所以在低訊雜比時效果皆會較差。如果將 LS 或 MMSE 法配合依次干擾消除法(SIC-LS、SIC-MMSE)，當遞迴次數夠多時錯誤率可改善，我們以 W 後加一個數字來代表分區的大小，例如 W3 表示分區大小為 3，我們模擬了 LS-W3、LS-W5、LS-W10、MMSE-W3、MMSE-W5、MMSE-W10 等情況，比較各種搜尋波束排序方法的模擬結果，從圖 5-1-1 中可以發現以 MMSE-W5 效果較佳。

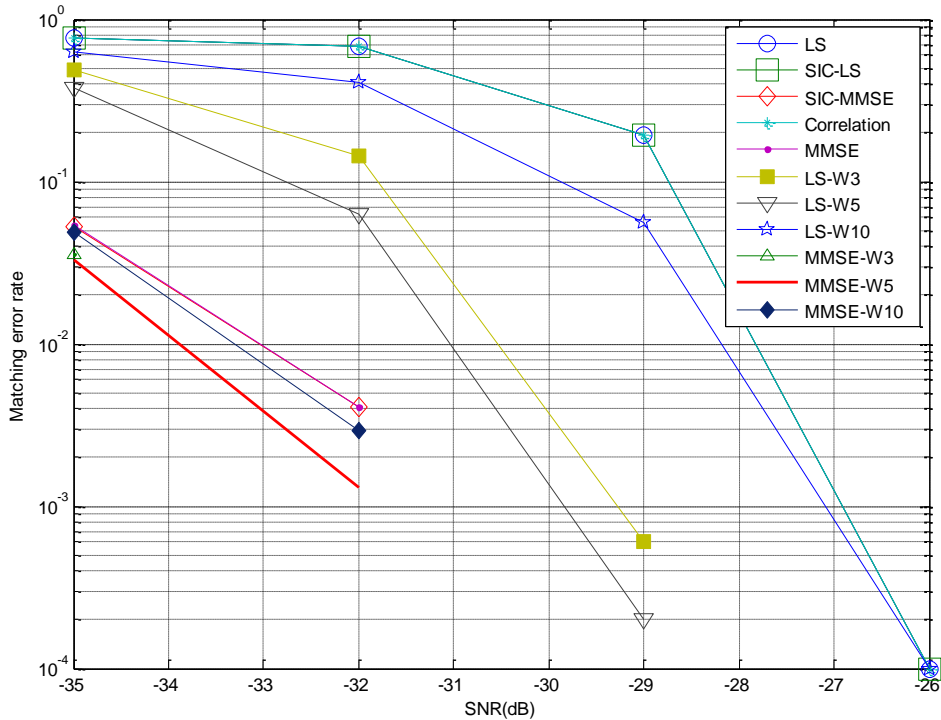


圖 5-1-2：配對錯誤率 ( $k=2$  波束搜尋排序， $T=5$ )

我們在 2.7 節提出混合式平面陣列天線 DoA 的遞迴估計，藉此使 DoA 估計得更加精確。在下面的模擬中，我們使用  $8 \times 8$  混合式平面陣列天線的遞迴 MUSIC 演算法來評估效能，在接收 5 個符元的時間下估計  $k=2$  的情況與未作遞迴結果較佳的 MMSE-W3、MMSE-W5、MMSE-W10 情況相互比較。值得注意的是， $8 \times 8$

陣列天線波束形成寬度較窄，因此第一次角度估計不精確的話容易導致遞迴後的結果更加地不精確。為了解決這個問題，我們使用 $8 \times 8$ 陣列天線估計完第一次 DoA 後，改採用 $4 \times 4$ 陣列天線，也就是 $8 \times 8$ 陣列天線分成的四個區塊，每個區塊形成一個寬度較寬的波束形成，將四個區塊接收到的訊號取其平均值去估計 DoA，藉由這種方式便可以有效降低因為第一次不精確 DoA 估計的影響。

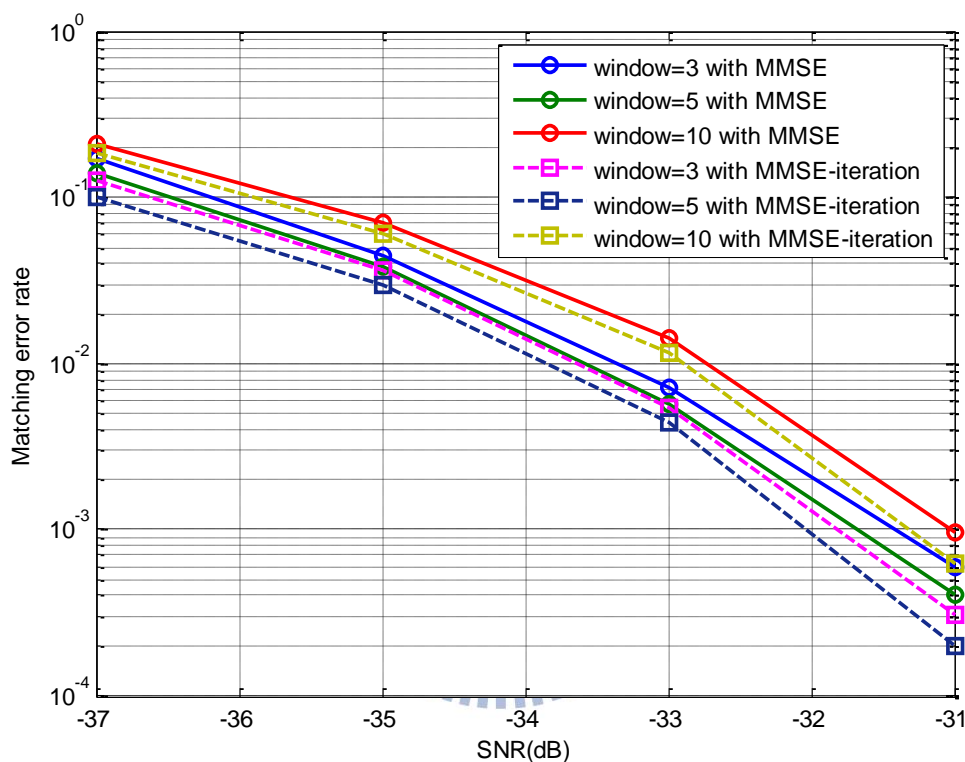


圖 5-1- 5：比較遞迴前與後的配對錯誤率 ( $k=2, T=5$ )

從模擬圖 5-1- 5 結果得知，波束配對錯誤率經過 DoA 遞迴估計後有所下降，在分區大小(window size)為 5 時效果最佳。

## 5.2 LOS 與 NLOS 的切換

在 3.2 節中，我們提出同時在傳送端與接收端的 LOS 與 NLOS 分別使用波束成型以方便判定傳輸環境是否有改變而需做切換(NLOS 切換成 LOS)。在模擬中採用的通道為圖 5-1-1 的直視與第一組反射的群集，接收端同樣利用 MUSIC

來估計出 LOS 與 NLOS 接收訊號的角度。圖 5-2-1 為接收的波束場型，NLOS 有一能量較大的波束形成用於資料傳輸，在 LOS 則保留一能量較小的波束形成用於偵測。

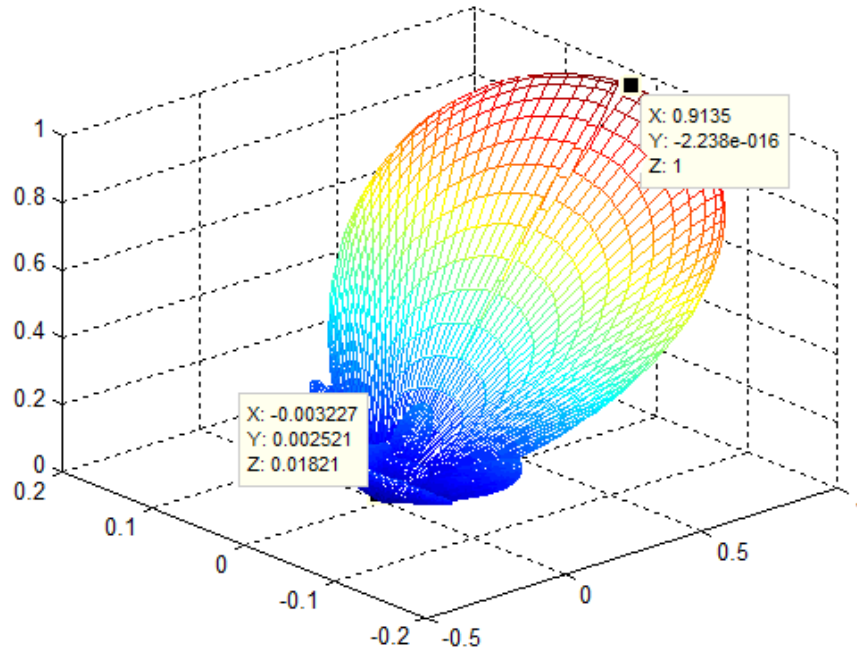


圖 5-2-1：接收波束場型

在接收端同時使用兩個波束形成會產生干擾問題，其中又以 NLOS 對 LOS 的干擾較為嚴重，這是由於我們在 LOS 保留一較小的波束形成來作偵測藉此來實現 NLOS 與 LOS 切換的動作，如果現有一障礙物在 LOS 上，而 NLOS 對 LOS 的干擾大到使 LOS 誤以為接收到偵測信號，因而從 NLOS 傳輸切換成 LOS 傳輸，如此一來就會造成傳輸中斷。相較之下，LOS 對 NLOS 的干擾比較不這麼嚴重，因為我們在傳送端 NLOS 與 LOS 分別傳送能量一大一小的相同資料信號，所以就算 NLOS 接收到 LOS 的干擾也會是一能量較小且是相同的資料信號。為了避免上述傳輸中斷的情況發生，我們利用的第三章提到的二維 LCMV 演算法來解決此問題。在以下的模擬中，接收端接收兩條路徑訊號的水平角皆為零度，因此我們觀察仰角上 LCMV 是否有將另外一條的路徑干擾消除。

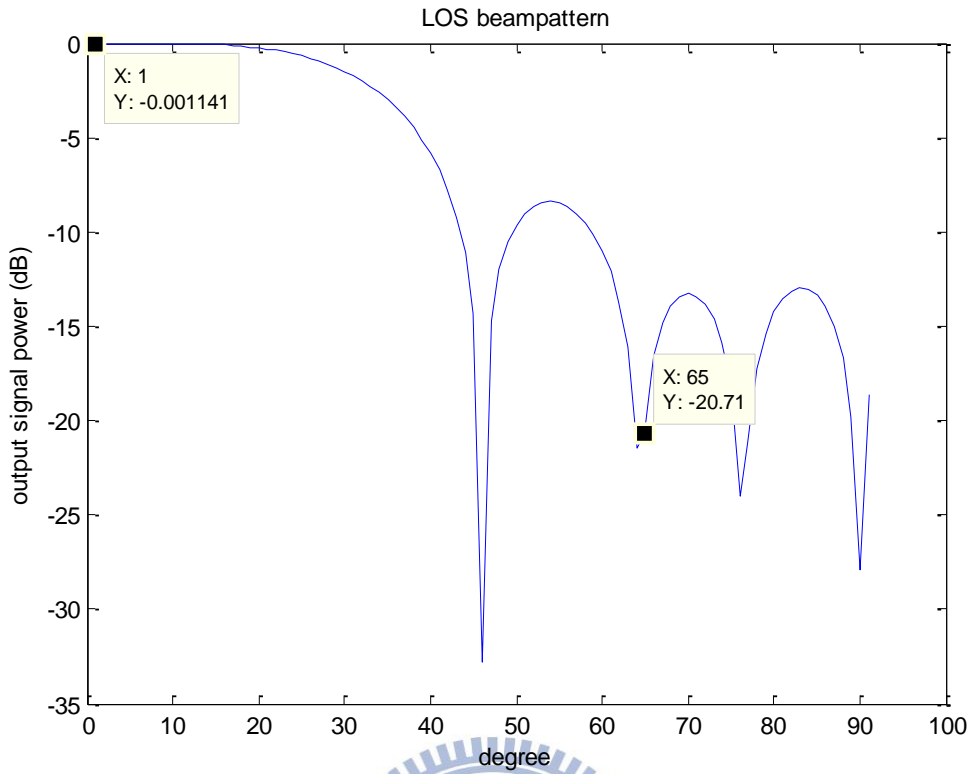


圖 5-2- 2 : LOS 利用 LCMV 消除 NLOS 干擾的波束場型

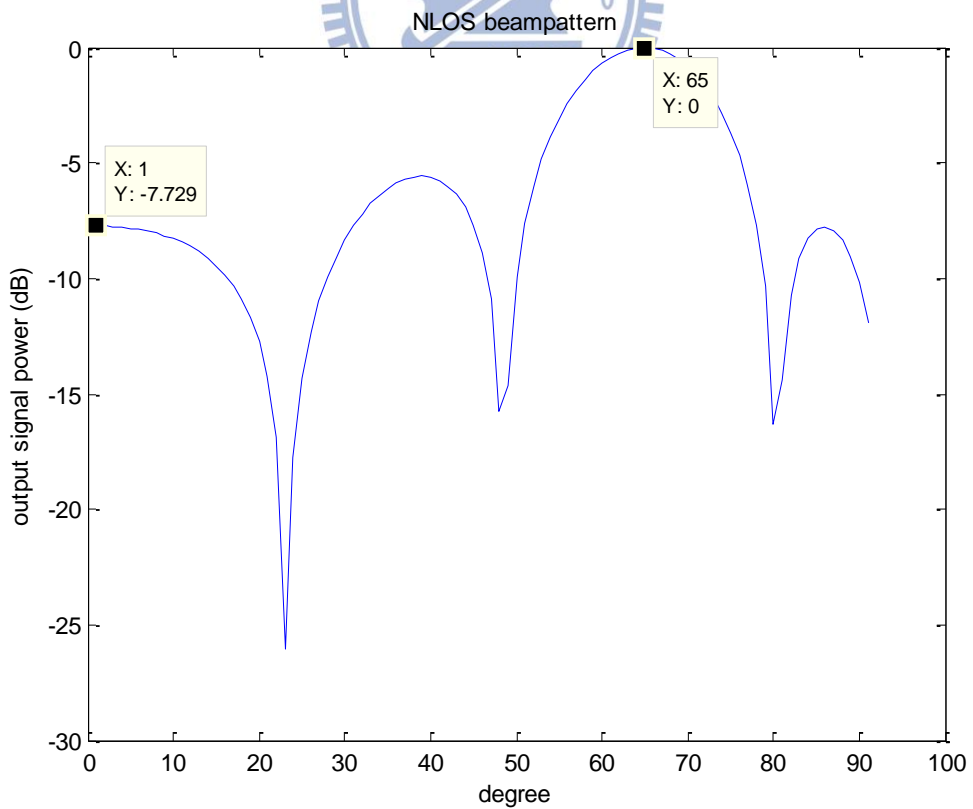


圖 5-2- 3 : NLOS 利用 LCMV 消除 LOS 干擾的波束場型

在圖 5-2-2 中，我們可以看出 LOS 利用 LCMV 可以將 NLOS 對其的干擾消除 20dB，消除了大部分的干擾。在圖 5-2-3 中，雖然 NLOS 只可以將 LOS 對其干擾消除 7dB，結果不如圖 5-2-2 的結果好，但如同上述所說就算 NLOS 接收到 LOS 的干擾也會是一能量較小且是資料信號，並不影響資料傳輸，因此結果是可以接受的。

### 5.3 混合式陣列天線使用者位置估計

#### 5.3.1 二維角度法-凸多邊形

我們使用波束成型的特性及混合式陣列天線估計 DoA 的估計能力，利用第四章提出的角度法(angle method)及坐標法(coordinate method)來估計使用者的相對位置，以下分別針對二維平面、三維空間及不同使用者數目模擬並加以分析。在二維的平面上，使用者圍成的形狀可以分成凸多邊形及凹多邊形兩種情況。凸多邊形中所構成的每一個角度皆會小於 $180^\circ$ ，但在凹多邊形中則會有一角度大於 $180^\circ$ 的情況，使得某一使用者的 DoA 無法被其他使用者估計，凹多邊形情況將在下一章節中討論。在以下的模擬中，我們考慮使用者圍成凸多邊形的情況，每個使用者接收端的接收波束場型為全向性的波束場型如圖 5-1-2 所示，使用者利用 $8 \times 8$ 混合式平面陣列天線 MUSIC 演算法來估計其他使用者的 DoA。估計出使用者相對位置後，我們使用均方誤差(mean square error; MSE)來評估效能，定義如下：

$$MSE_{convex} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i) \right) \quad (5.4)$$

其中 $k$ 代表使用者數目也就是其圍成的 $k$ 凸多邊形， $\hat{y}_i$ 為估計出的角度； $y_i$ 為實際使用者圍成的多邊形角度。我們分別模擬了使用者數目為3、4、5的狀況，如圖 5-3-1 所示，從此圖中可以發現，不管 $k$ 為何，MSE 都很小，在相同的 SNR 下 MSE 也很接近。MSE 會隨者 SNR 的提高而變小，不過有一個下限，使用者

數目越多時此下限就越慢發生，而且值也比較小，我們猜測可能和觀測得的角度數目有關，當使用人數只有 3 人時，觀測角度數只有 3 個；當使用者人數為 5 時，觀測數增加為 15 個。

### 5.3.2 二維角度法-凹多邊形

凹多邊形中由於構成的其中一個角度會大於 $180^\circ$ ，如果使用角度法來估計使用者間的相對位置容易造成判斷上的錯誤，因此我們利用第 4.2 章節提出的多階段角度法(multi-stage angle method)來解決此問題。在多階段角度法中，我們從多個使用者中任選三個使用者來使用者數目為 3 的角度估計法，而這三個使用者選擇的前提必須是可以估計到其他使用者的 DoA。此外，多階段角度法除了可以估計出凹多邊形的情況，同時也可以估計出凸多邊形的情況。另外，在凹多邊形的情況，為了能和凸多邊形結果公平的比較，我們定義凹多邊形的 MSE 為：

$$MSE_{concave} = \frac{1}{k-2} \left( \frac{1}{3} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{y}_i) \right) \right) \quad (5.5)$$

其中  $k$  代表使用者數目，3 代表選擇的三個使用者圍成的三個角度。下面我們分別模擬了使用者數為 4、5 凹多邊形的情況，如圖 5-3-2 所示。

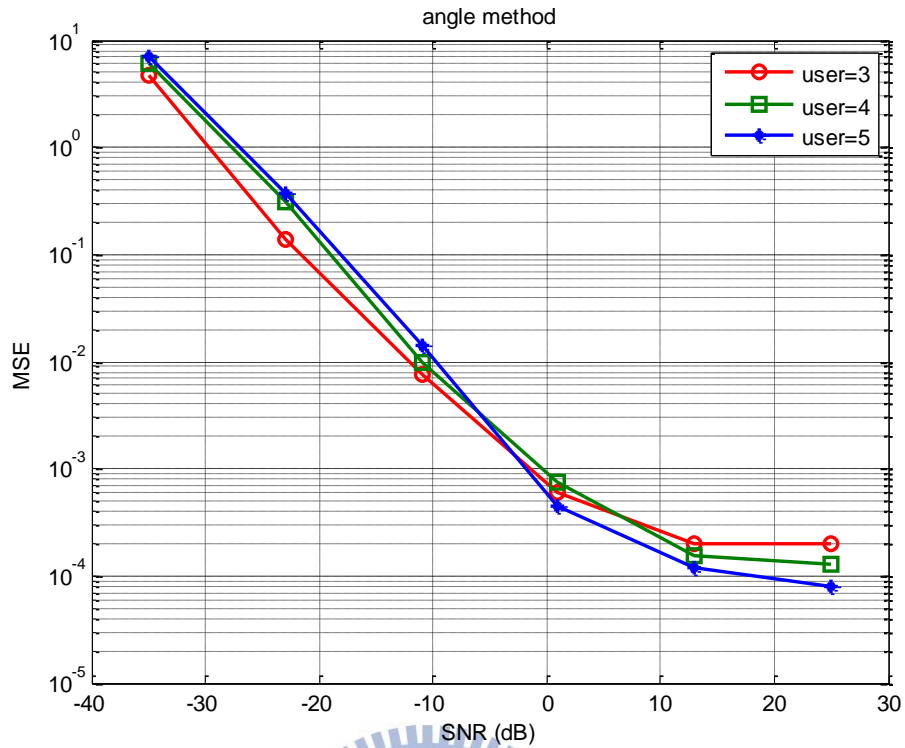


圖 5-3-1：角度法凸多邊形的均方誤差

從圖 5-3-2 中可看出其行為和圖 5-3-1 類似，不過使用多階段角度法的效能和使用者的個數關係比起單階段的方法似乎關係又更小。

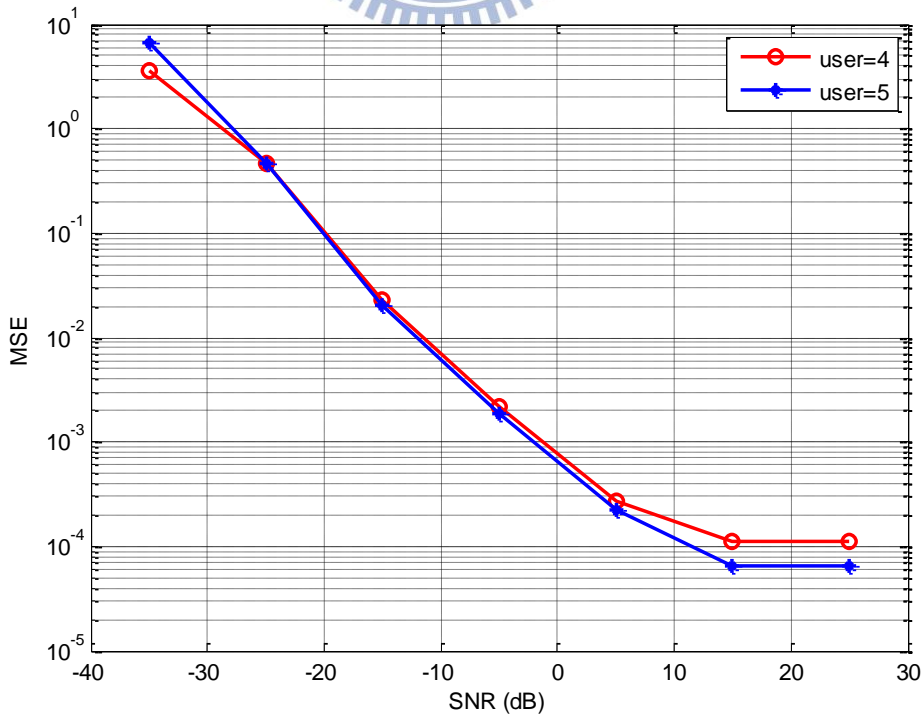


圖 5-3-2：角度法凹多邊形的均方誤差



### 5.3.3 二維座標法-凸多邊形

如 4.2 節座標法中所述，我們給予使用者座標藉此來估計使用者間的相對位置。同時，與角度法一樣我們也考慮使用者圍成凸多邊形及凹多邊形的情況。在凸多邊形的情況，MSE 的計算方法為式(5.4)，下面分別模擬了使用者數目為 3、4、5，結果如圖 5-3-3 所示。

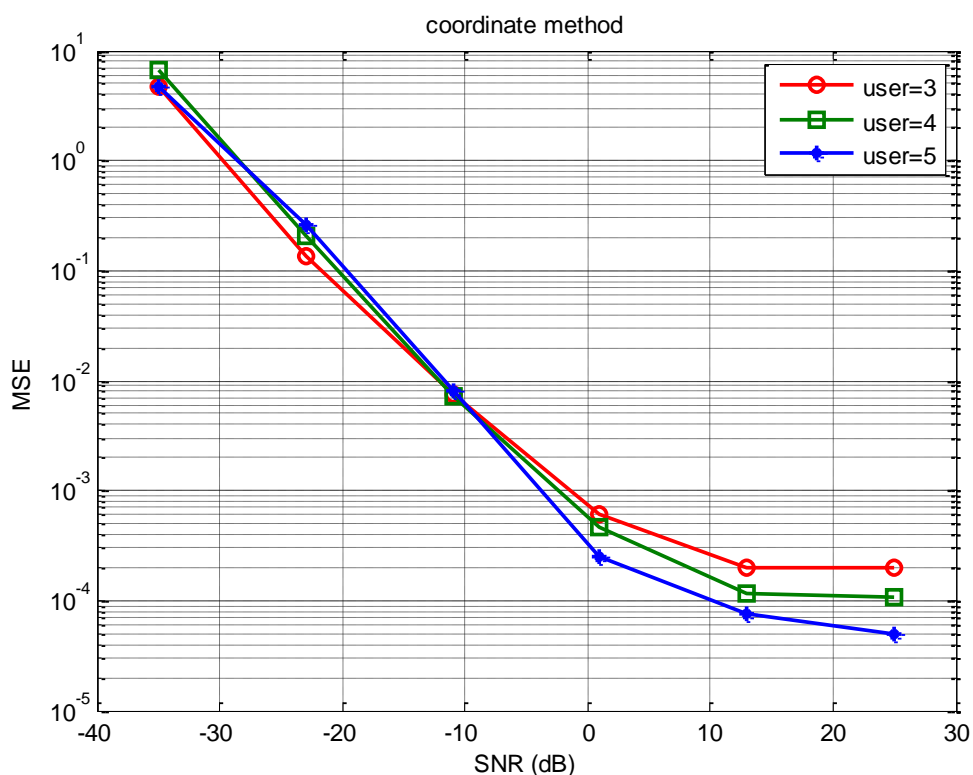


圖 5-3-3：座標法凸多邊形的均方誤差

在座標法凸多邊形的模擬圖中，我們也可以觀察出和圖 5-3-1 相似的結果，當使用者人數越多時，估計出的使用者相對位置在高 SNR 時就越精確。下面我們將角度法與座標法兩者同樣是在凸多邊形的情況相互比較，結果如圖 5-3-4、圖 5-3-5 和圖 5-3-6 所示。在使用者數為 3 時，可以看出角度法及座標法 MSE 是相同的；但在使用者人數大於 3 時，可以觀察出座標法的 MSE 是比角度法來的較低。



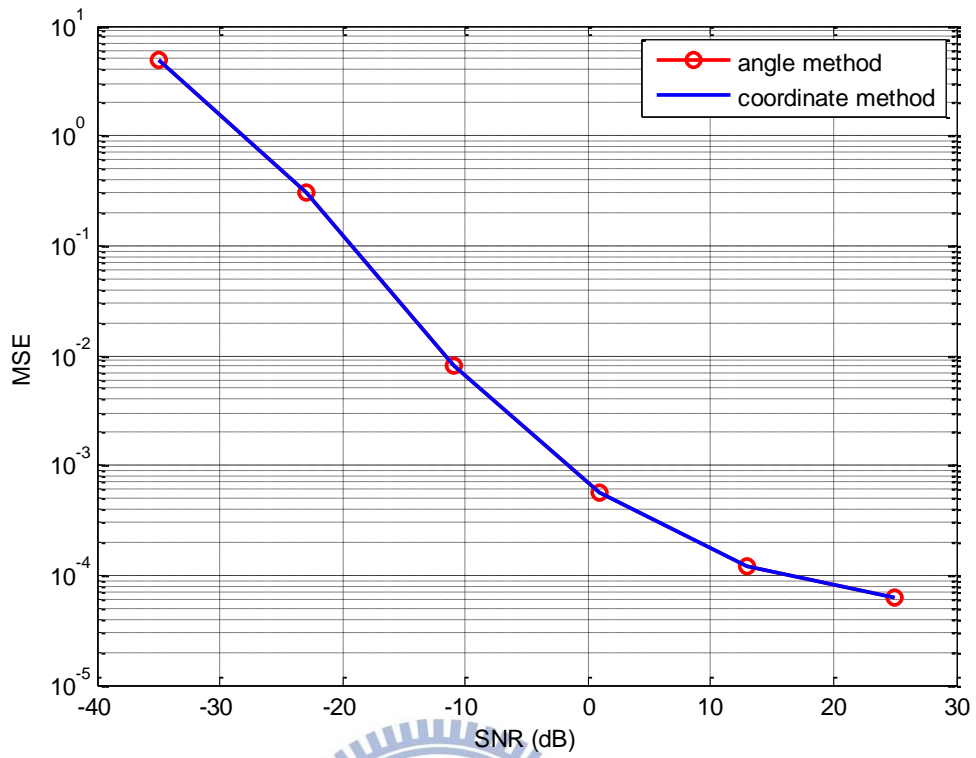


圖 5-3-4：使用者為 3 時，角度法與座標法比較

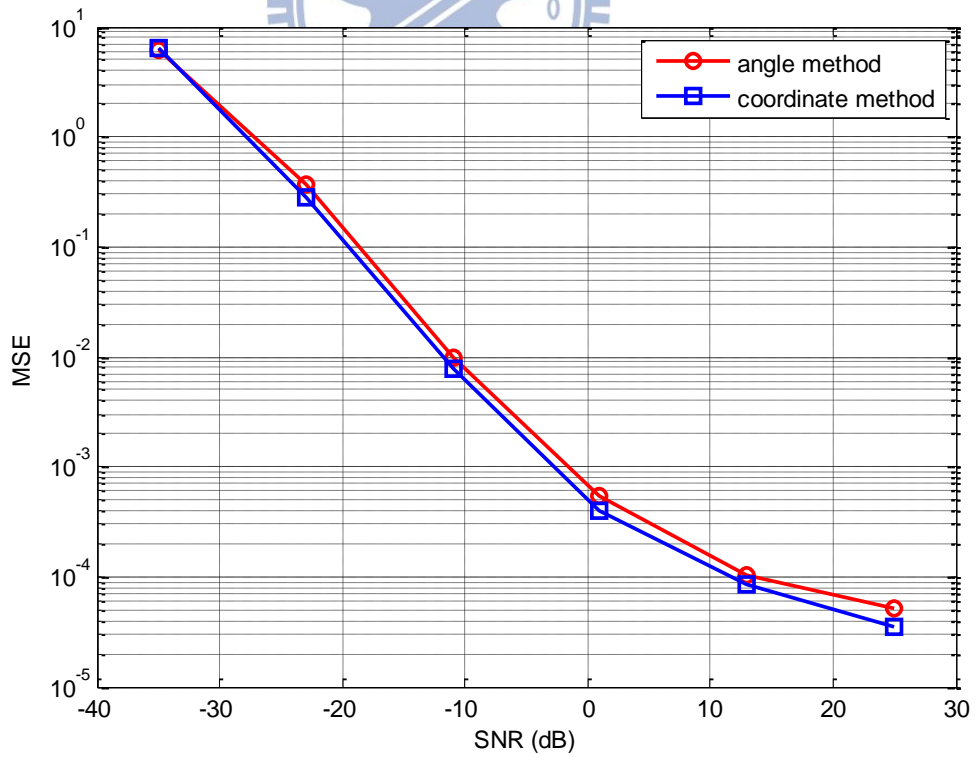


圖 5-3-5：使用者為 4 時，角度法與座標法比較

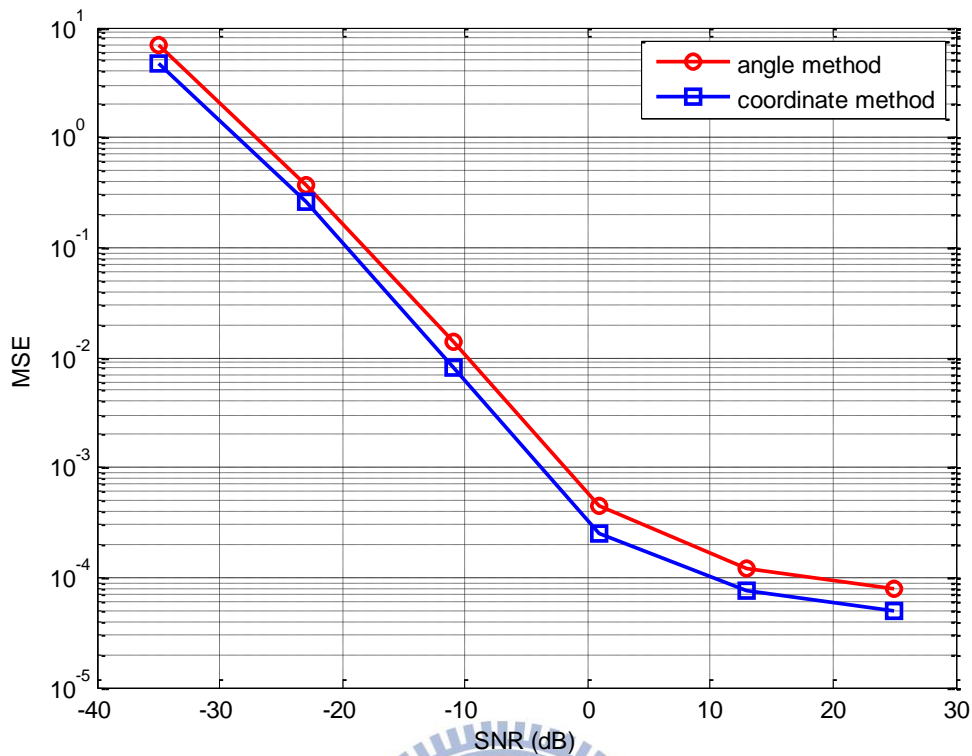


圖 5-3- 6：使用者為 5 時，角度法與座標法比較

#### 5.3.4 二維座標法-凹多邊形

如前所述，在凹邊形情況下，我們提出多步驟座標法來解決問題。假設使用者數目為 4 時，在 4 個使用者中選擇已知座標的兩個使用者及一未知座標的使用者來進行使用者數為 3 的座標法，估計完後再選擇一組未知座標的使用者來估計使用者的相對位置，藉此來解決凹多邊形某一個角度大於 $180^\circ$ 的問題。和多步驟角度法一樣，多步驟座標法不僅可以估計凹多邊形的情況，也可估計凸多邊形的情況。我們模擬了使用者數為 4、5 凹多邊形的狀況，如圖 5-3- 7 所示。同時，我們也比較了座標法和多步驟座標法在凸多邊形的情況，如圖 5-3- 8、圖 5-3- 9 所示。我們可以從模擬圖中觀察出和前面相同的行為，當使用者數越多時，估計的 MSE 在高 SNR 時就越準確；另外，在同樣的使用者人數時，座標法會比多步驟座標法的結果還來的好，這是由於座標法所使用的觀測數比多步驟座標法的觀測數來的多，同時單階段的結果會比多階段來的好，這是因為多階段並不是同時

將所有的觀測值一起最佳化。

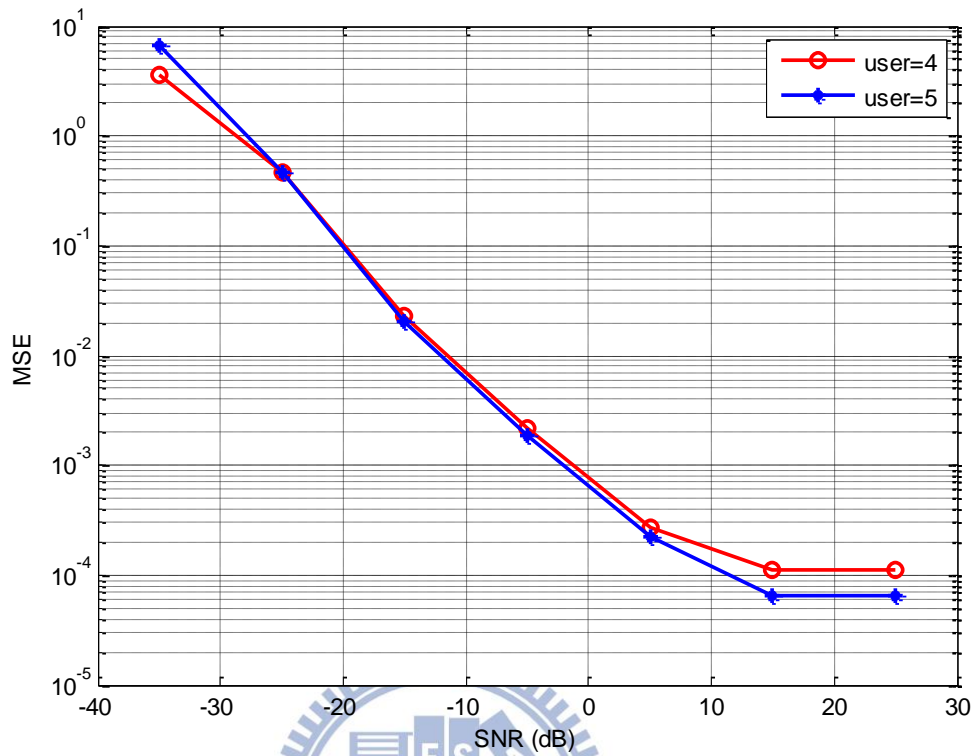


圖 5-3-7：座標法四多邊形的均方誤差

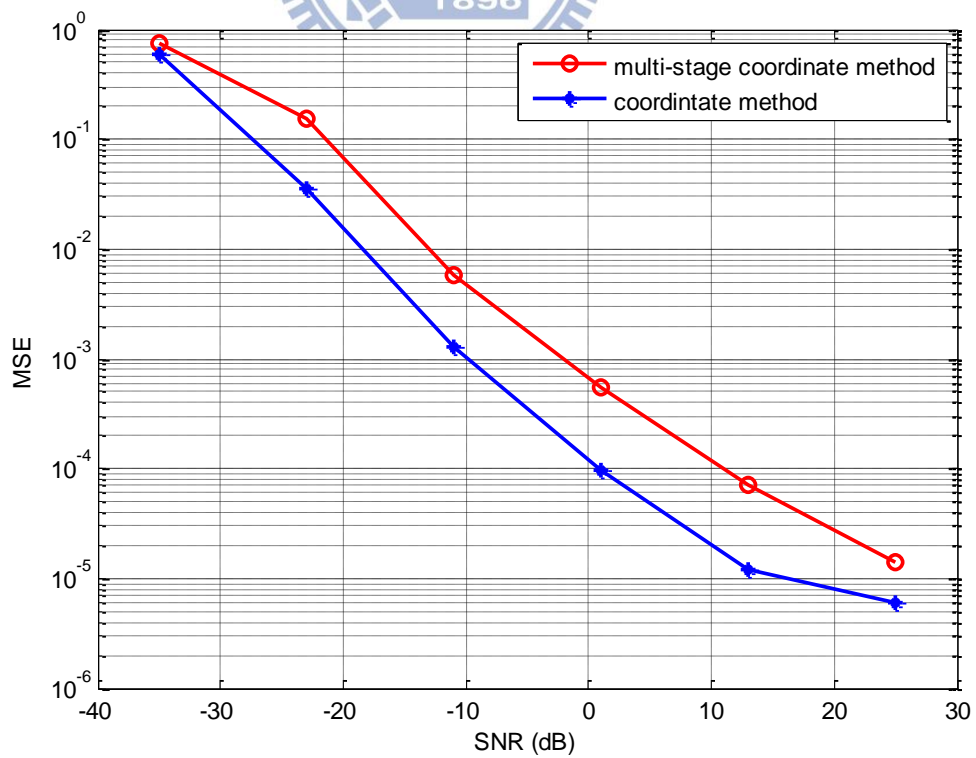


圖 5-3-8：使用者數為 4 時，座標法與多步驟座標法比較

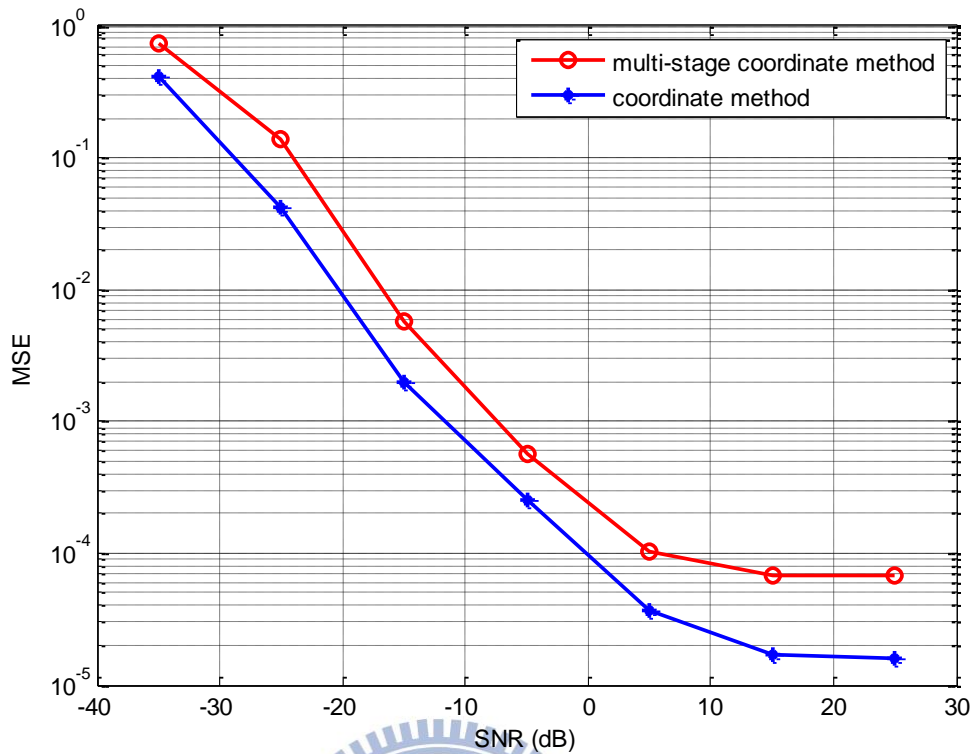


圖 5-3-9：使用者數為 5 時，座標與多步驟座標法比較

### 5.3.5 三維座標法

如 4.4 節所述，在三維空間中除了使用者數目為 3 在空間中可構成一平面外，當使用者數目大於 3 時則會構成一  $C_3^N$  的柱體，因此必須估計  $C_3^N$  個面的每個角度才能估計出使用者的相對位置，我們利用三維座標法來解決這個問題。以下的模擬，我們假設  $8 \times 8$  平面陣列天線擺放的位置為垂直或平行  $xy$  平面，分別模擬使用者數目為 3、4、5 的情況。模擬結果如圖 5-3-10 所示，我們可觀察出使用者數目為 3 時，觀測數只有使用者構成平面的三個角度，因此其 MSE 會高於使用者數為 4、5 的情況。大體來看，當使用者數越多時觀測數也就越多，MSE 也就會越低。

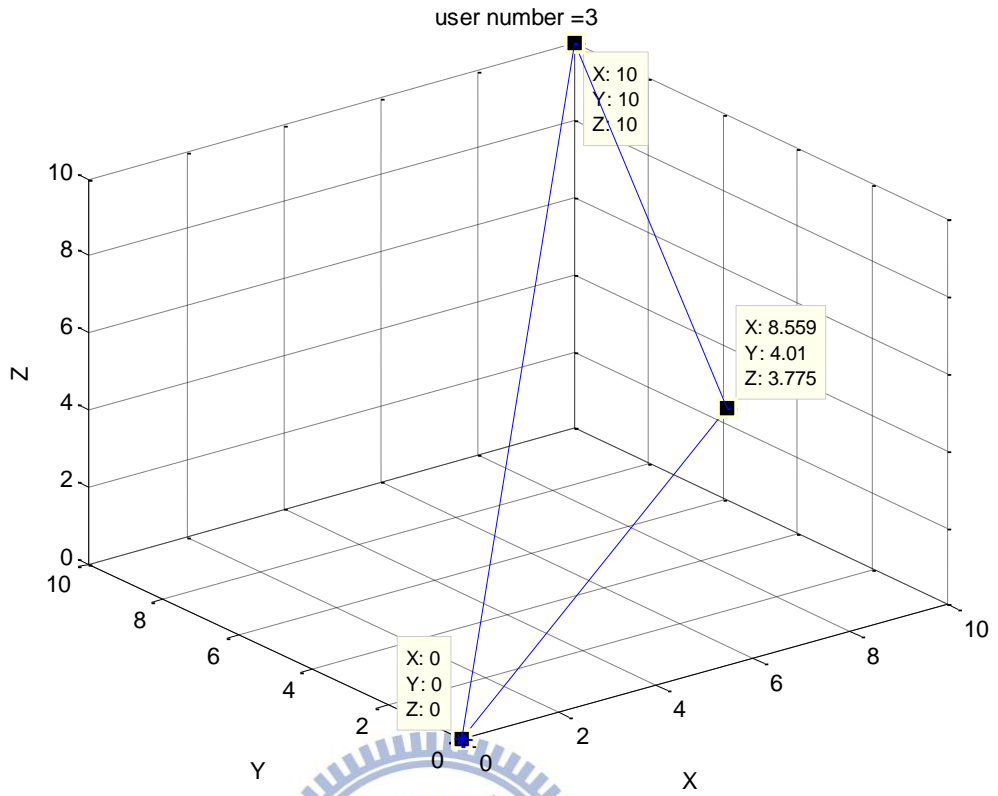


圖 5-3- 10：三維空間中，三個使用者位置構成的平面

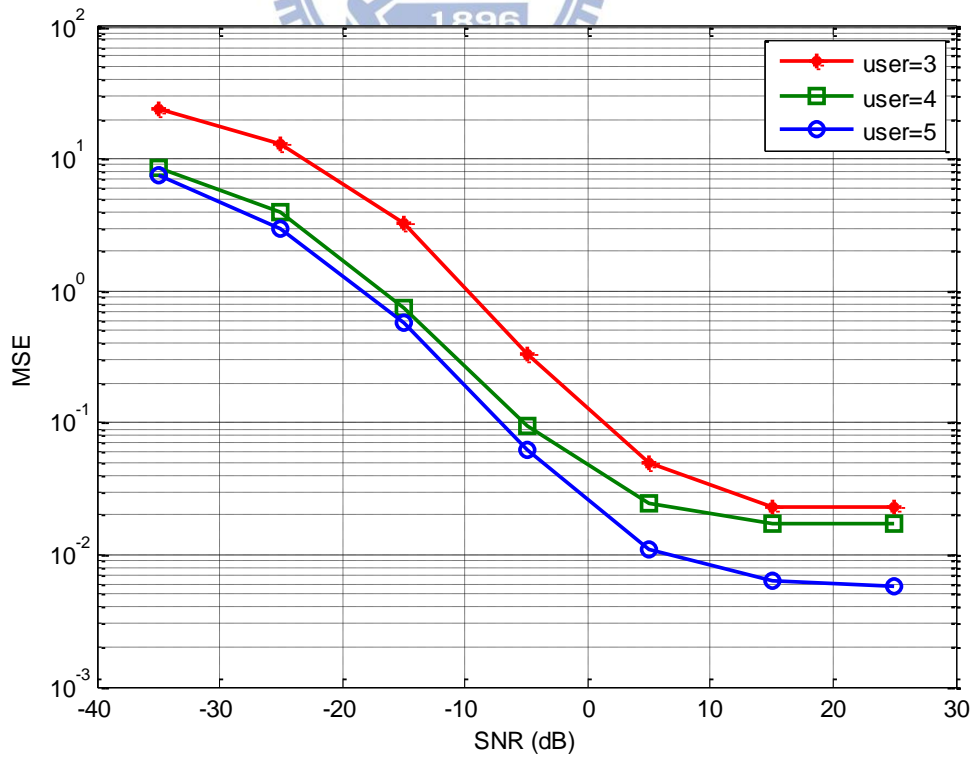


圖 5-3- 11：三維空間中，座標法的均方誤差

## 第六章：結論與未來展望

在本篇論文中，我們首先探討在60GHz系統下使用混合式平面陣列天線以及波束形成技術來解決在NLOS的傳輸問題，接著我們可考慮在環境變動時如何快速的切換傳輸路徑，以達到不中斷的連續傳輸，最後我們討論多個使用者之間的定位問題。

由於60GHz此頻段對於訊號有嚴重的訊號損失，波束形成可以有效的解決此問題，但數位的波束形成需要多DAC/ADC，不但造成功耗的大幅上升也使得成本便的高昂，因此混合式平面陣列天線就成了一個較佳的選擇。60GHz環境另一個問題是訊號的穿透性較差，因此如何在NLOS的環境下傳輸是一個重要的問題，當環境是在LOS或是NLOS的環境時，皆有其最佳的傳輸路徑，我們可以利用訊號處理的方法做波束配對，事先得到這些最佳路徑，而當環境變動時可選擇一個最適當的一組波束配對所對應的路徑。從模擬結果得知，最小平方法MMSE配合分區演算法，在分區的大小(window size)為5時可以有最佳的效果。另外為了偵測NLOS變為LOS的情境，我們提出在傳送端及接收端同時使用兩個波束形成來進行偵測及傳輸，同時搭配延伸的二維LCMV演算法來做干擾消除，模擬的結果可以發現在LOS干擾可以消除20dB，針對NLOS的干擾可以消除大概7dB，這使得我們的偵測的可靠性大為提升。

最後我們考慮在一多使用者傳輸的環境下使用者定位的問題，本論文所考慮的定位和一般的定位有所不同，一般的定位指的是找到使用者之間絕對的位置，而本論文是使用波束形成及估計DoA的技術，因此我們的定位是指找到使用者之間的相對位置，使用者會圍成一多邊形，我們所要估計的是此多邊形的夾角。我們提出兩個方法：角度法及坐標法，不管是在凸邊形或凹邊形的情況，我們都可以估計使用者的相對位置。模擬結果顯示，二維的坐標法和角度法在凸邊形使用者數為三時，結果是一樣的，當使用者數大於三時，坐標法會比角度法來的好。

在三維空間中，我們使用座標法來估計使用者間的相對位置，當使用者人數越多時觀測值也就越多，估計出使用者間的相對位置更加的準確。

針對本論文所提出的波束形成應用於定位多使用者間的相對位置，期許未來能有以下的延伸研究：

- 將三維空間中凹多邊形的情況加以考慮，以確保在三維空間中任一種情況使用者相對位置是可以估計的。
- 在已知使用者間的相對位置情況下，考慮傳輸要求的排程順序，提出一有效改善系統吞吐量的排程演算法



## Reference

- [1] Z. Zhang, M. F. Iskander, Z. Yun, and A. H. Madsen, "Hybrid smart antenna system using directional elements—Performance analysis in flat rayleigh fading," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 10, pp.2926–2935, Oct. 2003.
- [2] M. Rezk, W. Kim, Z. Yun, M. F. Iskander, "Performance comparison of a novel hybrid smart antenna systems versus the fully adaptive and switched beam antenna arrays," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol.4, pp. 285-288, Oct. 2005.
- [3] N. Celik *et al.*, "Implementation and experimental verification of hybrid smart-antenna beamforming algorithm," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol. 5, pp. 280–283, 2006.
- [4] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath, "Performance analysis of the total least squares ESPRIT algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, pp. 1122-1135, May 1991.
- [5] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Sep. 1986.
- [6] Y.T. Liu, "Non line-of-sight transmission in 60GHz OFDM systems: Hybrid Beamforming and Full-Duplex Relaying, " Master thesis, National Chiao Tung university, 2012.
- [7] "IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks –Specific requirements. Part 15.3: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for High Rate Wireless Personal Area Networks (WPANs) Amendment 2: Millimeter-wavebased Alternative Physical Layer Extension, " IEEE Std 802.15.3c- 2009, vol., no., pp. c1–187, Oct. 12, 2009.
- [8] S.K. Yong, P. Xia, V. G. Alberto, *60GHz Technology for Gbps WLAN and WPAN: From Theory to Practice*. 29 SEP 2010



- [9] S.H. Wu, L.K. Chiu, K.Y. Lin and S. J. Chung "Planar Arrays Hybrid Beamforming for SDMA in Millimeter Wave Applications, " *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2008. PIMRC 2008. IEEE 19th International Symposium on*, 15-18 Sept. 2008, pp. 1-6
- [10] T. Kuhwald and H. Boche, "A constrained beam forming algorithm for 2D planar antenna arrays," in *Proc. IEEE VTC-Fall*. Sep. 1999, pp. 1–5.
- [11] IEEE doc. 802.11-09/0334r0, "Channel Models for 60 GHz WLAN Systems," Alexander Maltsev, Intel, Mar. 2009.
- [12] S. Emami, SiBEAM, R.F. Wiser, E. Ali, M.G. Forbes, M.Q. Gordon, G. Xiang, S. Lo, P.T. McElwee, J. Parker, J.R. Tani, J.M. Gilbert, C.H. Doan, "A 60GHz CMOS phased-array transceiver pair for multi-Gb/s wireless communications," *Solid-State Circuits Conference Digest of Technical Papers (ISSCC), 2011 IEEE International*, 20-24 Feb. 2011, pp. 164 - 166
- [13] I. Salem, H.A. Hanafy, A.D. Moufid, "Two-dimensional generalized sidelobe canceller (GSC) with partial adaptivity," *Radio Science Conference, 2001. NRSC 2001. Proceedings of the Eighteenth National*, 2001, pp. 81 – 88
- [14] A. Valdes-Garcia, S. T. Nicolson, J.W. Lai, A. Natarajan, P.Y. Chen, S. K. Reynolds, J.H. Conan Zhan, D. G. Kam, D. Liu, and B. Floyd, "A Fully Integrated 16-Element Phased-Array Transmitter in SiGe BiCMOS for 60-GHz Communications, " in proc. *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol. 45, issue:12 ,pp. 2757 – 2773
- [15] A. Natarajan, S. K. Reynolds, M.D. Tsai, S.T. Nicolson, J.H. Conan Zhan, D.G. Kam, D. Liu, Y.L. Oscar Huang, A. Valdes-Garcia, and B. A. Floyd, "A Fully-Integrated 16-Element Phased-Array Receiver in SiGe BiCMOS for 60-GHz Communications, " in proc. *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol.46, issue:5 ,pp. 1059 – 1075
- [16] C. Yiu and S. Singh "SDMA for 60GHz Gigabit Wireless Networks, " *Communications (ICC), 2009. ICC'09. IEEE International Conference on*, 2009, pp. 1-6

- [17] N.Malhotra, M. Keasniewski, C. Yang, S. Bagchi, W. Chappell "Location Estimatein in Ad Hoc Networks with Directional Antennas, " *Distributed Computing System, 2005 ICDCS 2005 Proceddings. 25<sup>th</sup> IEEE International Conference on*, 10-10 June 2005, pp. 633-642

