

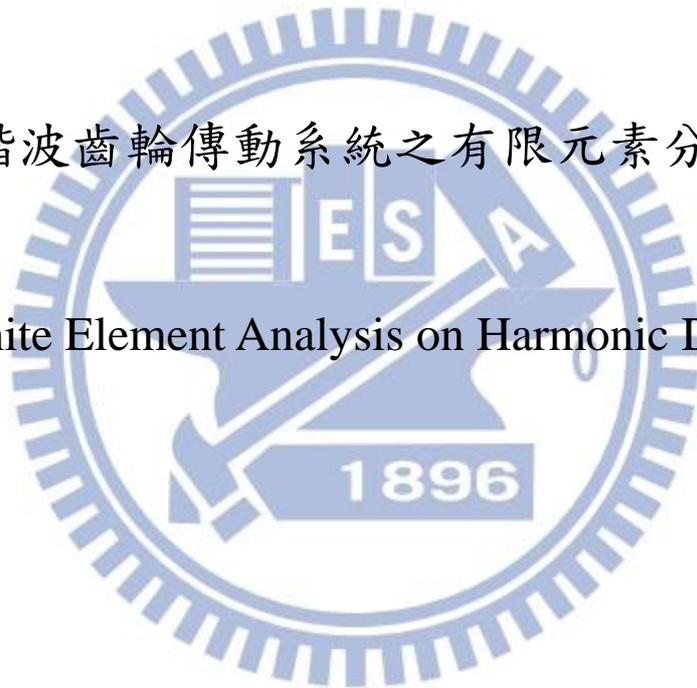
國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

諧波齒輪傳動系統之有限元素分析

Finite Element Analysis on Harmonic Drive



研究生：陳毅恆

指導教授：洪景華 教授

中華民國 一百零二年 七月

諧波齒輪傳動系統之有限元素分析  
Finite Element Analysis on Harmonic Drive

研究生：陳毅恆

Student: Yi-Heng Chen

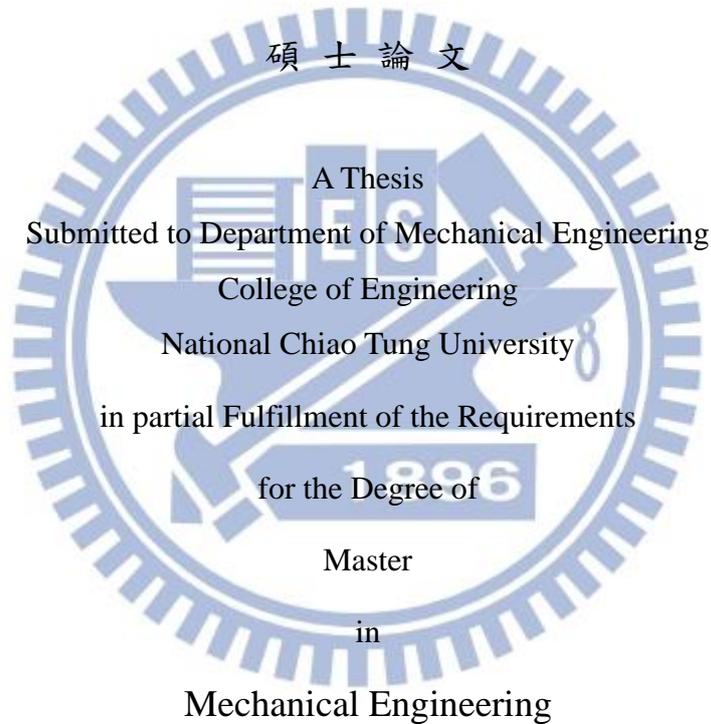
指導教授：洪景華 教授

Advisor: Dr. Ching-Hua Hung

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文



July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零二年七月

# 諧波齒輪傳動系統之有限元素分析

研究生：陳毅恆

指導教授：洪景華 教授

國立交通大學機械工程學系

## 摘要

諧波齒輪為現今機械產業重要零件，體積小且傳動比高，國內外市場均大，而國內無法自行生產，全部需仰賴進口。本研究旨在建立對諧波齒輪傳動機構之分析模組，先針對局部的齒型接觸，以二維分析模型諧波齒輪傳動運作時柔輪齒上之應力狀況，求出平均和交變 von Mises 應力，帶入疲勞破壞公式計算疲勞壽命，並求出疲勞破壞的安全係數，並由模擬結果取得諧波齒輪的傳動誤差、扭轉剛性以及柔輪的運動軌跡。比對 Harmonic Drive 公司之型錄，確認二維分析模型之準確性，進而建立一完整可靠之諧波齒輪二維分析模式，以提供國內產業界設計與製造諧波齒輪之參考。

關鍵字：有限元素分析、諧波齒輪傳動系統

# Finite Element Analysis On Harmonic Drive

Student : Yi-heng Chen

Advisor : Prof. Ching-hua Hung

Institute of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

## Abstract

Because of small size and high gear ratio, harmonic drives have great potential in global machinery markets. However, the domestic industry is still lack of the abilities in researching and designing harmonic drives. The purpose of this research is focused on building up the complete two-dimensional finite element stress analysis on harmonic drives, and use the module to analyze the stress state of the flexspline when the teeth of the flexspline engage with the teeth of circular spline. From the finite element analysis, the angle transmission accuracy of harmonic drive, the rigidity of the flexspline and the trajectory of the flexspline are obtained and compared with the specifications on the products catalog of Harmonic Drive, LLC.. The result of this study may act as a reference for designing and manufacturing of this mechanism.

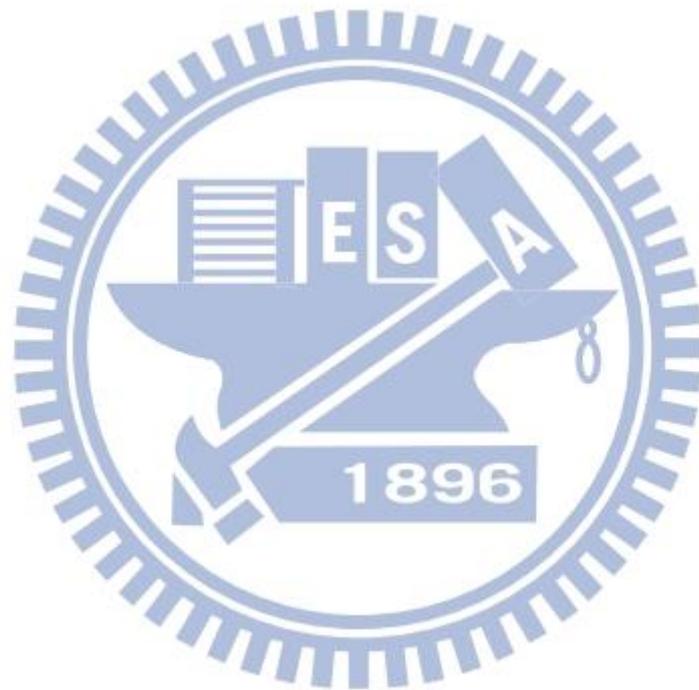
Keyword: Finite element analysis, Harmonic drive

## 致謝

在碩班兩年的日子裡，最感謝的是指導教授洪景華老師，總是在我研究遇到困難時給予良好的建議，在合作公司查訪時，看老師輕鬆卻嚴謹的報告實在很佩服，老師的為人處事更是值得人學習。

從大學一路升上碩士都是在新竹，時感寂寞與無趣，好在在碩班的日子裡遇到實驗的大夥們，讓我在碩班求學過程中生活能夠多采多姿。在模擬摸索時，麒禎學長都會很有耐心的給予良好的建議及解答，有學長在總能心安；常當忍者不多話的銘傑學長，總覺得你做的研究頗困難，希望學長的人工脊椎能造福大眾；面對樓下機台總能笑咪咪地放上乖乖的彥彬學長，樂觀的態度實在令我欽佩，也恭喜學長畢業與生女雙喜臨門；實驗室最好先生的志嘉學長，做人方式令人值得學習；沒有軍人架子的明輝學長，總是教導我往後的處世方法；常陪我去頂樓透氣曬太陽的志傑學長，對於有興趣的事物都能全心投入，不三分鐘熱度，總是令我嚮往；話題很多、滔滔不絕講不完的璟璿學長，因為我個性太害羞，不能甚麼都能跟學長聊，每次都覺得不好意思。同窗正斌常陪我到處開發吃的，甚至我們自己下廚，滿足老饕的胃，讓我更有精神做研究；瑜文與陸生宗岳，超牛逼的遊戲技巧總讓我在休息時光能拿場勝利；愛玉姊姊文玉，娃娃音的聲音總讓我覺得置身

在幼幼班，能短暫拋開在碩班遇到困難的挫折感。學弟妹東祐、逸翔、宛伶和祺津都會幫忙實驗室的瑣事，分擔解憂，也常幫大家辦活動讓實驗室氣氛更加融洽。還要感謝家人的全力支持與鼓勵以及女友的關心照顧，讓我在外地能無憂無慮的求學。



# 目錄

摘要.....	i
Abstract.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	v
圖目錄.....	viii
表目錄.....	xiii
第一章 緒論.....	1
1.1. 簡介.....	1
1.2. 文獻回顧.....	4
1.3. 研究動機與目的.....	6
1.4. 研究方法與步驟.....	7
1.5. 論文架構.....	9
第二章 有限元素分析.....	10
2.1. 有限元素分析系統.....	11
2.2. Abaqus 軟體介紹.....	13

2.3. 建立模型 .....	14
2.3.1. 建立諧波齒輪幾何外型 .....	14
2.3.2. 網格之建立 .....	16
2.3.3. 材料及元素性質給定 .....	18
2.3.4. 接觸設定 .....	19
2.3.5. 邊界條件 .....	20
2.3.6. 負載控制 .....	24
第三章 模擬分析結果 .....	26
3.1. CSF_25_100 模型分析結果 .....	27
3.1.1 波產生器之扭矩 .....	27
3.1.2 柔輪運動軌跡 .....	29
3.1.3 角度傳遞精準度 .....	31
3.1.4 扭轉剛性 .....	37
3.1.5 柔輪所受最大應力及疲勞分析 .....	40
3.2. CSF_25_80(HW)模型之分析結果 .....	50
3.2.1 波產生器之扭矩 .....	50

3.2.2 柔輪運動軌跡 .....	51
3.2.3 角度傳遞精準度 .....	53
3.2.4 扭轉剛性 .....	56
3.2.5 柔輪所受最大應力及疲勞分析 .....	57
第四章 模型與分析模式之比較討論 .....	65
4.1. CSF_25_100 和 CSF_25_80(HW)之差異與討論 .....	65
4.1.1 設計上之比較 .....	65
4.1.2 柔輪運動軌跡之比較與討論 .....	66
4.1.3 角度傳遞精準度之比較與討論 .....	67
4.1.4 扭轉剛性之比較與討論 .....	68
4.2. 二維分析與三維分析之差異與討論 .....	70
第五章 結論與未來工作 .....	75
5.1. 結論 .....	75
5.2. 未來工作 .....	77
參考文獻 .....	78
附錄 A .....	80

附錄 B .....82

## 圖目錄

圖 1.1 諧波齒輪.....1

圖 1.2 柔輪底部示意圖.....2

圖 1.3 減速原理示意圖.....3

圖 1.4 HARMONIC DRIVE 公司 CS 系列尺寸比較圖[5].....5

圖 1.5 帽型柔輪專利圖示[6].....5

圖 1.6 研究步驟流程圖.....7

圖 2.1 有限元素軟體之分析流程圖[9].....11

圖 2.2 市售諧波齒輪 CSF\_25\_100 的剛輪與柔輪之投影 .....15

圖 2.3 CSF\_25\_80(HW)設計圖檔 .....16

圖 2.4 CSF\_25\_100 網格.....17

圖 2.5 CSF\_25\_80(HW)網格 .....17

圖 2.6 收斂性測試.....18

圖 2.7 裝配時柔輪的邊界條件示意圖之一 .....21

圖 2.8 裝配時柔輪的邊界條件示意圖之二 .....21

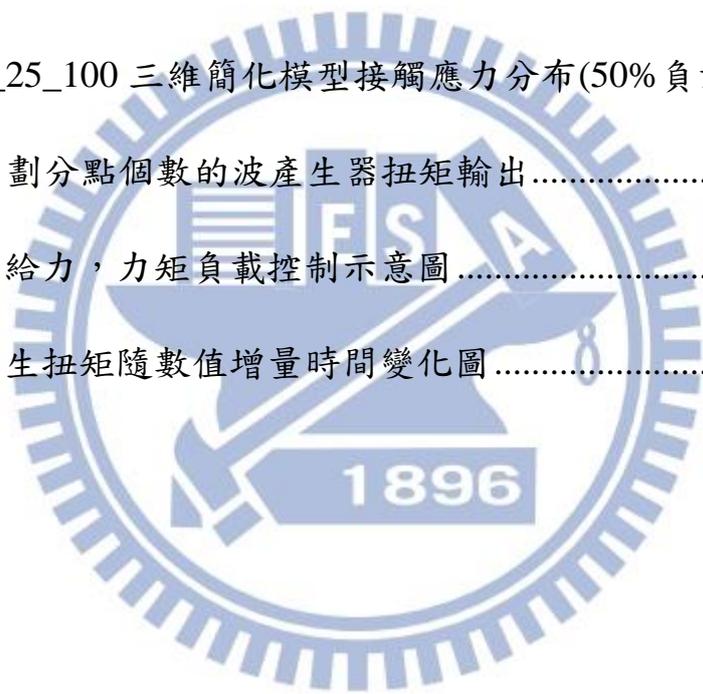
圖 2.9 裝配時柔輪的邊界條件示意圖之三 .....22

圖 2.10 剛匯入模型的初始狀態.....	22
圖 2.11 施加壓力下被撐起的柔輪.....	23
圖 2.12 推出干涉部分，完成諧波齒輪裝配.....	23
圖 2.13 力矩負載控制示意圖.....	24
圖 2.14 旋轉波產生器兩圈.....	25
圖 3.1 選取柔輪頂部一齒為主要分析對象.....	26
圖 3.2 柔輪主要分析齒(圖 3.1 之局部放大).....	27
圖 3.3 CSF_25_100 波產生器扭矩隨數值增量時間變化圖.....	28
圖 3.4 CSF_25_100 柔輪運動軌跡(10%負載).....	29
圖 3.5 CSF_25_100 柔輪運動軌跡(20%負載).....	30
圖 3.6 CSF_25_100 柔輪運動軌跡(30%負載).....	30
圖 3.7 CSF_25_100 柔輪運動軌跡(40%負載).....	31
圖 3.8 柔輪與波產生器長軸處交點示意圖.....	32
圖 3.9 CSF_25_100 長軸處角度傳遞誤差(10%負載).....	32
圖 3.10 柔輪與波產生器短軸處交點示意圖.....	33
圖 3.11 CSF_25_100 短軸處角度傳遞誤差(10%負載).....	33
圖 3.12 橢圓映射成圓示意圖.....	34
圖 3.13 CSF_25_100 角度傳遞誤差(10%負載).....	35
圖 3.14 CSF_25_100 角度傳遞誤差(20%負載).....	35

圖 3.15 CSF_25_100 角度傳遞誤差(30% 負載).....	36
圖 3.16 CSF_25_100 角度傳遞誤差(40% 負載).....	36
圖 3.17 CSF_25_100 柔輪剛性模擬值與型錄值比較 .....	39
圖 3.18 CSF_25_100 主要分析齒之時間與應力圖(10% 負載) .....	41
圖 3.19 CSF_25_100 主要分析齒之時間與應力圖(20% 負載) .....	41
圖 3.20 CSF_25_100 主要分析齒之時間與應力圖(30% 負載) .....	42
圖 3.21 CSF_25_100 主要分析齒之時間與應力圖(40% 負載) .....	42
圖 3.22 CSF_25_100 柔輪發生最大應力位置(10% 負載) .....	43
圖 3.23 CSF_25_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(10% 負載)	44
圖 3.24 CSF_25_100 柔輪發生最大應力位置(20% 負載) .....	44
圖 3.25 CSF_25_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(20% 負載)	45
圖 3.26 CSF_25_100 柔輪發生最大應力位置(30% 負載) .....	45
圖 3.27 CSF_25_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(30% 負載)	46
圖 3.28 CSF_25_100 柔輪發生最大應力位置(40% 負載) .....	46
圖 3.29 CSF_25_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(40% 負載)	47
圖 3.30 CSF_25_100 柔輪之疲勞圖 .....	48
圖 3.31 CSF_25_80(HW)波產生器扭矩隨數值增量時間變化圖 .....	50
圖 3.32 CSF_25_80(HW)柔輪運動軌跡(10% 負載) .....	52
圖 3.33 CSF_25_80(HW)柔輪運動軌跡(20% 負載) .....	52

圖 3.34 CSF_25_80(HW)柔輪運動軌跡(30% 負載)	53
圖 3.35 CSF_25_80(HW)角度傳遞誤差(10% 負載)	54
圖 3.36 CSF_25_80(HW)角度傳遞誤差(20% 負載)	54
圖 3.37 CSF_25_80(HW)角度傳遞誤差(30% 負載)	55
圖 3.38 CSF_25_80(HW)柔輪剛性模擬值與型錄值比較	56
圖 3.39 CSF_25_80(HW)主要分析齒之時間與應力圖(10% 負載)	57
圖 3.40 CSF_25_80(HW)主要分析齒之時間與應力圖(20% 負載)	58
圖 3.41 CSF_25_80(HW)主要分析齒之時間與應力圖(30% 負載)	58
圖 3.42 CSF_25_80(HW)柔輪發生最大應力位置(10% 負載)	59
圖 3.43 CSF_25_80(HW)最大應力發生元素之時間與應力圖(10% 負載)	60
圖 3.44 CSF_25_80(HW)柔輪發生最大應力位置(20% 負載)	60
圖 3.45 CSF_25_80(HW)最大應力發生元素之時間與應力圖(20% 負載)	61
圖 3.46 CSF_25_80(HW)柔輪發生最大應力位置(30% 負載)	61
圖 3.47 CSF_25_80(HW)最大應力發生元素之時間與應力圖(30% 負載)	62
圖 3.48 CSF_25_80(HW)柔輪之疲勞圖	63
圖 4.1 兩模型之柔輪運動軌跡	66
圖 4.2 文獻[3]柔輪運動軌跡	67

圖 4.3 兩種模型之剛性.....	69
圖 4.4 兩種模型的柔輪與剛輪接觸長度比例 .....	70
圖 4.5 諧波齒輪輸出輸入端示意圖.....	71
圖 4.6 錐化效應示意圖 A .....	72
圖 4.7 錐化效應示意圖 B.....	72
圖 4.8 CSF_25_100 三維簡化分析模型.....	73
圖 4.9 CSF_25_100 三維簡化模型接觸應力分布(50%負載) .....	74
圖 A.1 不同劃分點個數的波產生器扭矩輸出.....	80
圖 B.2 八點給力，力矩負載控制示意圖 .....	82
圖 B.3 波產生扭矩隨數值增量時間變化圖 .....	83



## 表目錄

表 2.1 柔輪材料機械性質.....	19
表 3.1 CSF_25_100 波產生器輸入扭矩實際與模擬比較 .....	28
表 3.2 CSF_25_100 角度傳遞誤差模擬值與型錄之比較 .....	37
表 3.3 原廠扭轉剛性測試.....	39
表 3.4 CSF_25_100 柔輪剛性模擬值與型錄值比較 .....	39
表 3.5 CSF_25_100 不同負載下，柔輪之最大等效 MISE 應力 .....	47
表 3.6 CSF_25_100 不同負載下，柔輪之平均及交變應力 .....	48
表 3.7 CSF_25_100 不同負載下的疲勞破壞安全因數 .....	49
表 3.8 CSF_25_80(HW)波產生器輸入扭矩實際與模擬比較 .....	51
表 3.9 CSF_25_80(HW)角度傳遞誤差模擬值與型錄之比較 .....	56
表 3.10 CSF_25_80(HW)柔輪剛性模擬值與型錄值比較 .....	57
表 3.11 CSF_25_80(HW)不同負載下，柔輪之最大等效 MISE 應力 ..	62
表 3.12 CSF_25_80(HW)不同負載下，柔輪之平均及交變應力 .....	63
表 3.13 CSF_25_80(HW)不同負載下的疲勞破壞安全因數 .....	64
表 4.1 兩模型設計上之比較.....	65
表 4.2 兩種模型之角度傳遞誤差比較.....	68
表 4.3 兩種模型之扭轉剛性比較.....	69

# 第一章 緒論

## 1.1. 簡介

自 1955 年美國學者 C. W. Musser 提出諧波傳動(Harmonic Drive)的概念，並於 1960 年發展出諧波驅動器，成功應用於衛星、火箭、機床等傳動系統後，各國陸續投入此新型的傳動技術之開發及研製工作。

諧波齒輪由三個構件所組成，如下圖 1.1 由左到右分別為波產生器(Wave generator)、柔輪(Flexspline)、剛輪(Circular spline)，



圖 1.1 諧波齒輪

其中波產生器為橢圓形狀之凸輪於其外環中間嵌有滾珠軸承，軸承的

內環固定於凸輪，藉此使外環產生彈性變形；柔輪為杯狀的彈性金屬，開口切割齒型，杯底中央鑽有圓形孔洞(佈線所用)，其周圍鑽有螺孔(裝配所用)，如圖 1.2 所示；剛輪則為一剛性體，內周切割齒型(一般設計比柔輪多兩齒)。

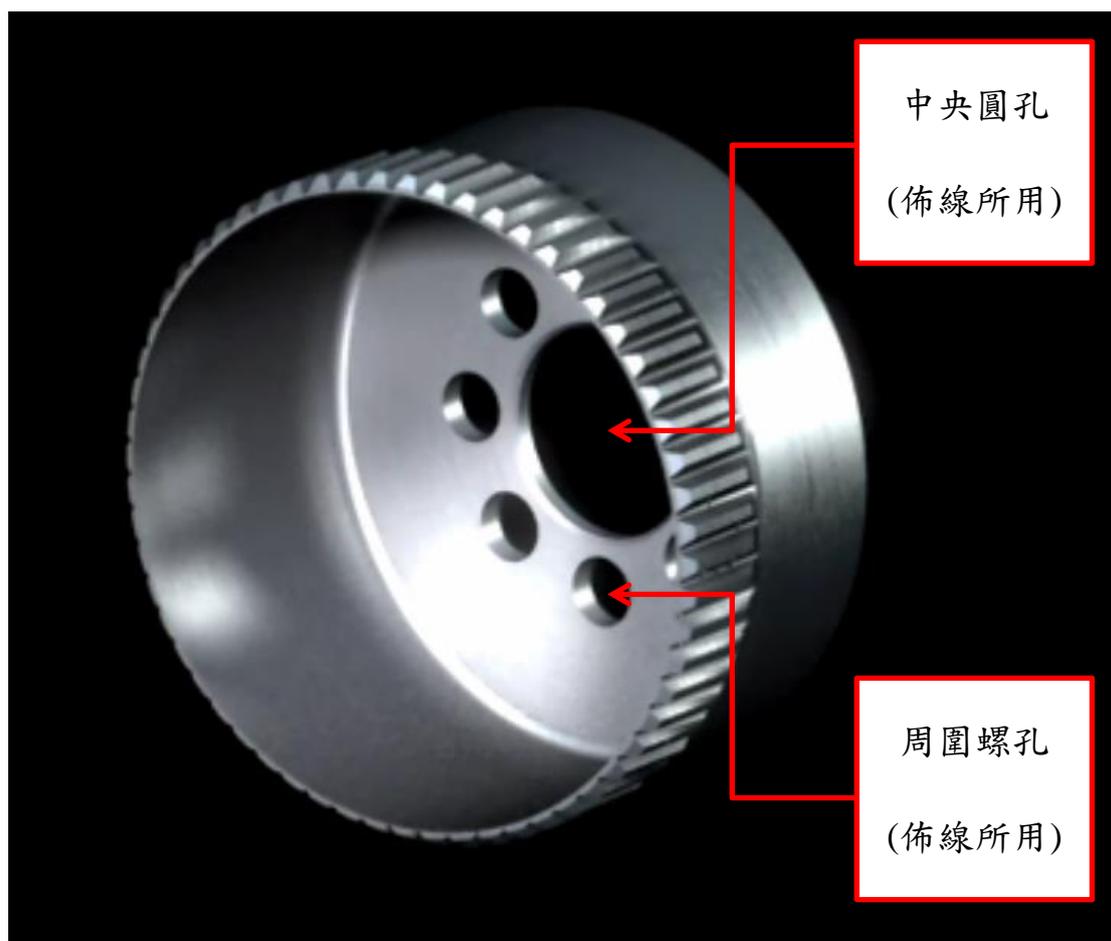


圖 1.2 柔輪底部示意圖

諧波齒輪傳動方式為先將柔輪放入剛輪內，再將波形產生器套入柔輪當中使其彈性變形與剛輪上下各約啮合 60 度，每當波形產生器轉一圈時，柔輪會比剛輪少轉兩齒，如圖 1.3 所示，藉以達高傳動比。

其傳動比為：

$$i = \frac{\text{剛輪齒數} - \text{柔輪齒數}}{\text{柔輪齒數}} = \frac{2}{\text{柔輪齒數}} \quad (1.1)$$

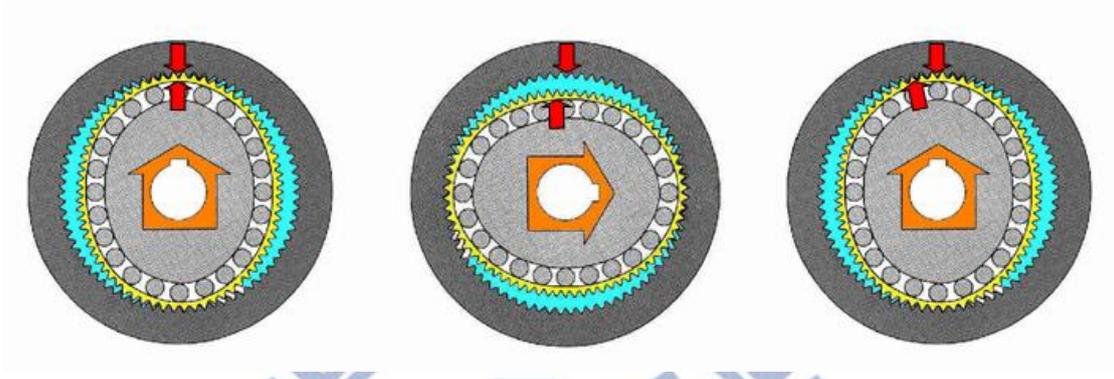


圖 1.3 減速原理示意圖

谐波齒輪傳動系統具有重量輕、體積小、運動精度高、背隙小、傳動比大、乘載能力高、噪音小等優點，且能在密閉空間和介質輻射的狀況下正常運作。無論是使用於高靈敏從動系統或是傳遞大扭矩的動力系統都能得到相當大的效益，因此近十幾年來在衛星通訊、航空、汽車、機器人、醫療儀器等领域被廣泛運用，國際市場大。

## 1.2. 文獻回顧

自 1957 年美國學者 C. M. Musser 提出諧波齒輪傳動的概念後，各國學者陸續投入此方面之研究，大約分成下列幾項：

柔輪、剛輪齒型：

諧波齒輪傳動與傳統齒輪傳動不同，柔輪為一撓性機構，受波產生器撐起而變形，杯口不再是圓形，而是以橢圓形在剛輪內運轉，若以傳統的擺線、漸開線齒型是無法順利運作。因此齒型的設計尤為重要，像是 Kondo 等人以近次漸開線方式來做設計[1]，Kiyosawa 等人以 S 齒型來做設計[2]，另外 Ishikawa 在美國專利也發表了以柔輪的運動軌跡來設計 S 齒型[3]。

柔輪杯身結構：

為配合日漸縮小的裝配空間，縮小諧波齒輪，亦即縮小柔輪的杯身長度是必須的，然而縮小柔輪的杯身則會使柔輪剛性增加，在需要相同的扭矩輸出、相同的變形量狀態下，會使柔輪受到更大的應力，減少其壽命，如何取捨或改善也成為極重要的研究課題，像 Kiyosawa 在美國專利發表了短杯身的柔輪設計[4]。下圖 1.4 為 Harmonic Drive LLC. 的 CS 系列產品顯示出日漸縮小的諧波齒輪。



諧波齒輪之力學理論及數值分析：

Hsia 以運動學模型計算諧波齒輪角度傳遞誤差[7]。侍等人利用有限元素法分析在三維諧波齒輪裝配完成後，柔輪的應力狀態[8]。

### 1.3. 研究動機與目的

諧波齒輪傳動系統具有重量輕、體積小、運動精度高、傳動比大、乘載能力高等優點，相較於其他齒輪傳動具有不可取代的優勢，甚至被喻為機器人的心臟。但目前國內對於此領域的研發技術尚為不足，國內並無廠商能自行生產，必須仰賴國外進口。由此可見建立諧波齒輪傳動系統之設計製造能力對國內極為重要。為解決此困境，本研究計畫將以有限元素分析協助合作公司進行諧波齒輪傳動系統的開發，藉有限元素分析模型，分析運作時的變形及應力狀況，並對諧波齒輪傳動系統進行最佳化設計以達降低製作成本、縮小諧波齒輪體積及提高其使用壽命之目標。本研究屬合作計畫，為期兩年，本論文研究將完成第一年的工作，即，建立諧波齒輪傳動系統之分析模式。

與一般齒輪傳動相比，諧波齒輪的傳動是依賴撓性機構柔輪的彈性變形來達成，柔輪反覆的彎曲，其上齒輪所受應力一直在改變，另外柔輪底部的螺孔(鎖於輸出端)亦可能發生應力集中，其疲勞壽命在很大的程度上決定其傳動能力。回顧文獻，尚無模擬諧波齒輪在轉動

中，柔輪與剛輪接觸之應力分析。若能分析系統運作中何處會產生應力最大值，諧波齒輪何處會發生破壞，並藉由計算得其疲勞強度，往後對於預測系統之破壞模式及進行諧波齒輪之設計皆有極大的幫助。故本研究目的在於利用有限元素法分析模擬，並配合破壞準則及實驗的驗證，來建立一完整可靠的分析模式。

#### 1.4. 研究方法與步驟

下圖 1.6 為研究步驟流程圖，之後將對各步驟做詳細的說明。

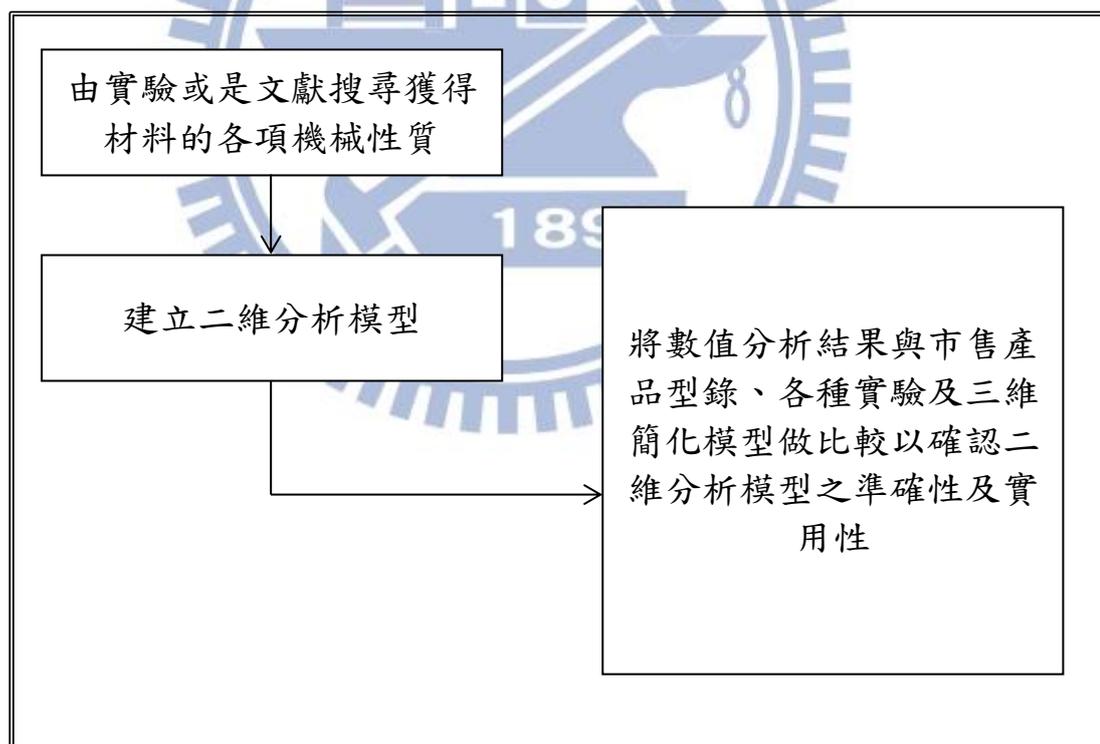


圖 1.6 研究步驟流程圖

有限元素分析分析模型建立：

由於柔輪與剛輪上每齒的尺寸相較於輪體的尺寸比例偏小，以整輪詳細的外型建立三維有限元素分析模型進行各項應力分析並非最有效益之方式。故將分析模型分兩部分建立，亦即：二維齒嚙合應力分析與三維簡化柔輪杯體應力分析。

a. 二維齒嚙合應力分析：

以二維平面應變元素建立柔輪，只取剛輪及波產生器的外型定義為二維離散剛體，並利用旋轉波產生器帶動柔輪旋轉以及在柔輪上施加負載的方式，模擬柔輪與剛輪嚙合狀況，計算兩者嚙合時之接觸應力。接著將所得發生最大應力值之元素訂為疲勞破壞發生位置，求出平均和交變 von Mises 應力，帶入疲勞破壞公式計算疲勞壽命，並求出疲勞破壞的安全係數。

b. 三維簡化柔輪杯體應力分析：

以三維實體元素建立分析模型，模擬整體諧波齒輪運作，分析作用時整體柔輪及其上之關鍵處所受應力狀態。並以三維分析模型結果比對二維分析模型之結果，解釋與二維分析模型的差異性和二維分析模型所無法看出的現象。

## 1.5. 論文架構

本研究論文第一章為簡介、文獻回顧、研究動機與目的、研究方法與步驟。第二章將介紹有限元素分析系統、有限元素分析軟體，以市售諧波齒輪 CSF\_25\_100 模型來說明如何建立有限元素模型。第三章將 Harmonic Drive 公司市售之諧波齒輪 CSF\_25\_100 和合作公司設計之 CSF\_25\_80 兩個模型的有限元素模擬結果進行與 Harmonic Drive 公司型錄做比較、討論。第四章將對敘述上述兩個模型的比較討論以及二維分析與三維分析之差異。第五章為結論與未來工作。



## 第二章 有限元素分析

由於科技的快速發展，產品設計趨於複雜、精密的同時，生產的技術必須隨之提升，若以傳統的試誤法（Trial and error）來累積經驗設計產品，要付出大量的時間及高額的成本開銷，並不符合經濟效益，倘若產品的製程時程相當緊促，在研發時間上更不容許採用傳統的試誤法來設計分析。

有限元素法（Finite element method）在工業界的應用已有相當長的一段時間。發展上從矩陣結構分析（Matrix structural analysis）的方法發展開始，首先應用於梁（Beam）及桁架（Truss）為主的鋼構上，進而將理論引用至各個物理領域，例如熱傳、流固耦合等。目前利用有限元素分析（Finite element analysis）來進行產品模擬分析的研究相當多，其技術及理論背景可說是相當純熟。因為運用有限元素分析可以避免一般實驗分析所可能發生或是無法達成的問題，因此本章先介紹有限元素分析系統，再簡介所用之有限元素分析軟體，最終敘述針對諧波齒輪傳動系統進行有限元素分析的細節。

## 2.1. 有限元素分析系統

完整的有限元素分析系統包含三個部分：前處理器 (Preprocessor)、計算求解 (Calculation and solution process)、後處理器 (Postprocessor)。此三部份分別說明如下，而有限元素分析大略的設定流程如圖 2.1。

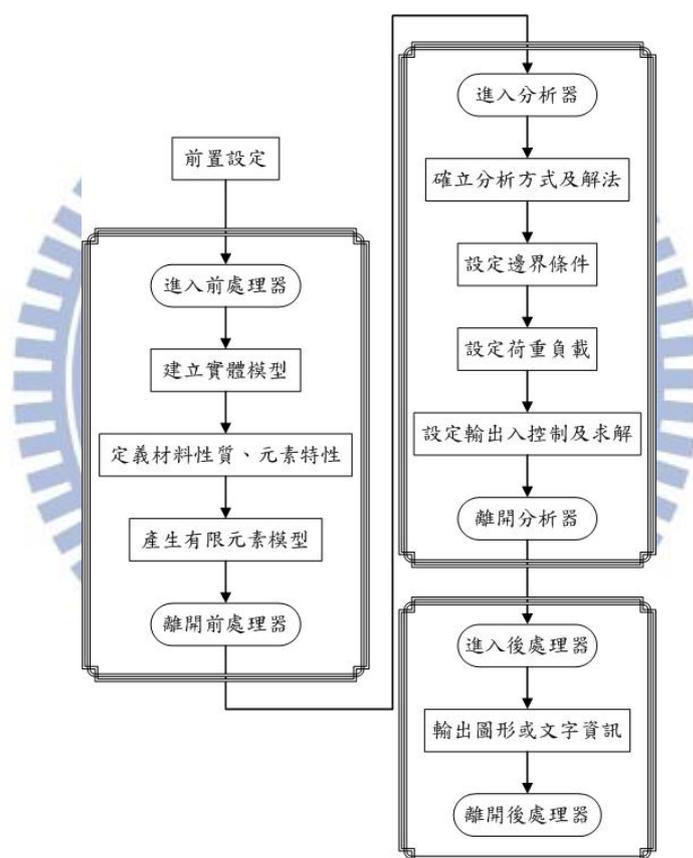


圖 2.1 有限元素軟體之分析流程圖[9]

### (1) 前處理器：

簡單的幾何模型，可以很容易地用人工的方法建立，如圓球、長方體等規律的幾何形狀。然而，大部份的工程問題，幾乎不存在這種

規律而簡單的結構或外型，對於複雜的工程問題，幾何模型的建立必須有一套好用的有限元素分析前處理器軟體。一個功能齊全的前處理器，應該包含了以下的幾點功能：

- (a) 幾何模型的建立。
- (b) 資料管理概念 (Data management concept)：將幾何模型參數化並存在資料庫中，不同模組間可任意呼叫並修改參數。
- (c) 幾何模型轉換 (Geometry translation)：可與 IGES 等標準案交換格式相互轉換。
- (d) 建立網格 (Mesh)。
- (e) 與其他有限元素分析軟體介面的整合：與其他有限元素軟體產生的檔案互相轉換。

(2) 計算求解：

針對所有節點和元素計算應力、應變、位移、負載，能量和壓力等，處理一般線性或非線性問題。

有限元素法應用於分析塑性變形時，主要是按照模具及板件的幾何形狀切割成由節點 (Node) 構成的元素 (Element)，在求解器中求取每一個元素之勁度矩陣 (Stiffness matrix)，後續在結合所有元素之勁度矩陣後，得到全域勁度矩陣。在計算過程中，藉由不同的材料應力-應變模式，得到本構方程式 (Constitutive equations)，並配合應力

平衡關係式及邊界條件，計算出整體應力、應變分佈及外力等數據。

### (3) 後處理器：

後處理器可將運算所得之結果如位移、應力、應變、應變率等，由圖表方式顯示並可依照需求輸出圖檔作為分析結果的呈現。

考慮諧波齒輪運作過程中，柔輪因波產生器變形，其上的齒型也因此變形，使得柔輪齒與剛輪齒的接觸複雜化，導致模擬過程不易收斂，進而造成錯誤的結果與分析時間的耗費，因此本研究在初期即先進形有限元素軟體之評估，選擇一適合本研究所需之軟體。

## 2.2. Abaqus 軟體介紹

美國 Abaqus 公司於 1978 年推出的 Abaqus 有限元素分析軟體，在全球工業界中，已被公認是一套解題能力強、分析結果可靠的軟體。其被廣泛地使用在線性及非線性分析上。在靜態應力分析的部份，非線性領域更是 Abaqus 最擅長的領域，包括：

- (1) 材料非線性問題：包括塑性變形、黏塑性材料及非線彈性材料等。
- (2) 幾何非線性問題：包括物體受力產生受大位移、大應變、過挫曲及潰壞等問題。
- (3) 邊界非線性問題：以有間隙的物體受力變形後接觸問題為代表。

前後處理的部分，Abaqus/CAE 提供簡易介面，讓使用者能利用幾何進行模型建立、材料性質定義、邊界條件設定、建立網格等，從建構模型、解題到觀看分析結果，一氣呵成。在求解器的部分，由於本研究柔輪與剛輪接觸複雜，屬於非線性分析，故將採用 Abaqus/Standard 來進行求解，其高效處理接觸問題和其他非線性的能力使其成為本研究進行諧波齒輪傳動系統模擬的合適工具[10]。

## 2.3. 建立模型

若對整體諧波齒輪建立三維的分析模型，在有限元素分析中，網格建立後，元素的數量會到一百萬個以上，相當的龐大。以現有的硬體設備，很難在短時間內跑出來，亦有可能在過程中不收斂，且若控制元素的數量時，齒上的網格無法夠密，導致齒型無法真實呈現，因此本研究將先採取分析二維平面應變模型，分析二維齒上力應分布情形，對於往後分析三維模型會有參考價值。

### 2.3.1. 建立諧波齒輪幾何外型

本研究現階段諧波齒輪之外型先協請合作公司對 Harmonic Drive 公司市售之諧波齒輪 CSF\_25\_100 做逆向工程來取得幾何外型，以及合作公司對市售諧波齒輪 CSF\_25\_80 做齒型改良之模型，本研究後

續將以 CSF\_25\_80(HW)稱之。其中數字 25 代表柔輪的節圓直徑為 2.5 英寸，而數字 100 和 80 則是代表諧波齒輪的減速比。在建立好模型分析流程後，未來亦可對任意新齒型做分析。

合作公司對市售諧波齒輪 CSF\_25\_100 以光學投影的方式量測諧波齒輪的外型藉以建模，如圖 2.2 為投影所得之結果，上為剛輪，下為柔輪。

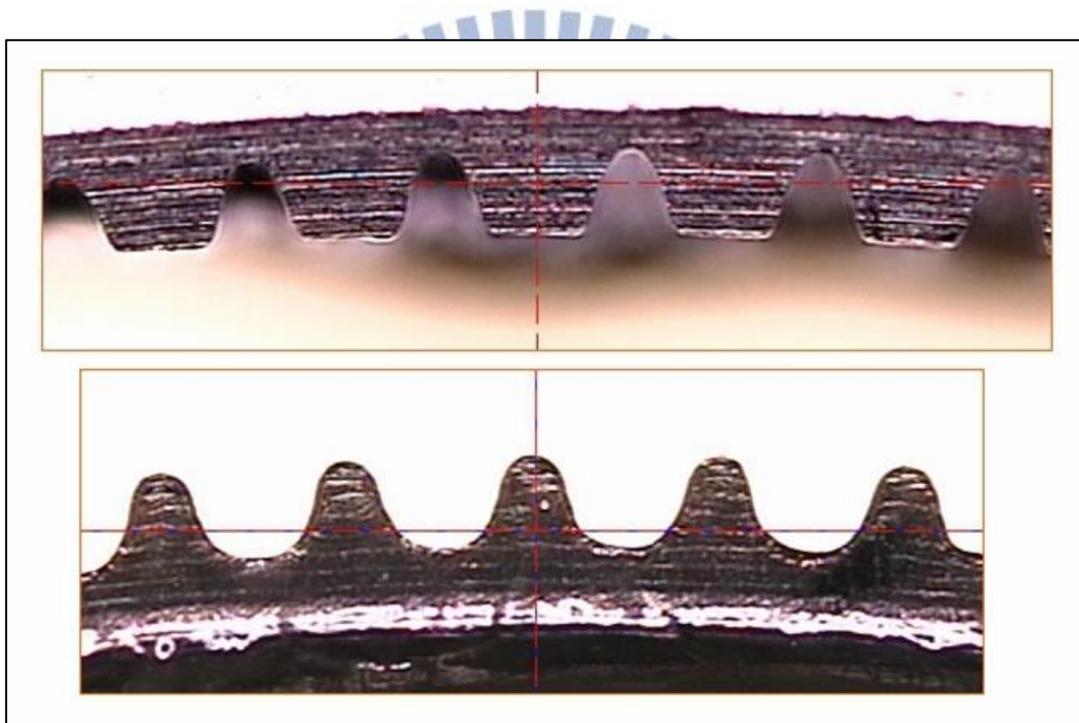


圖 2.2 市售諧波齒輪 CSF\_25\_100 的剛輪與柔輪之投影

而 CSF\_25\_80(HW)模型則是由合作公司提供設計圖檔，如下圖 2.3。

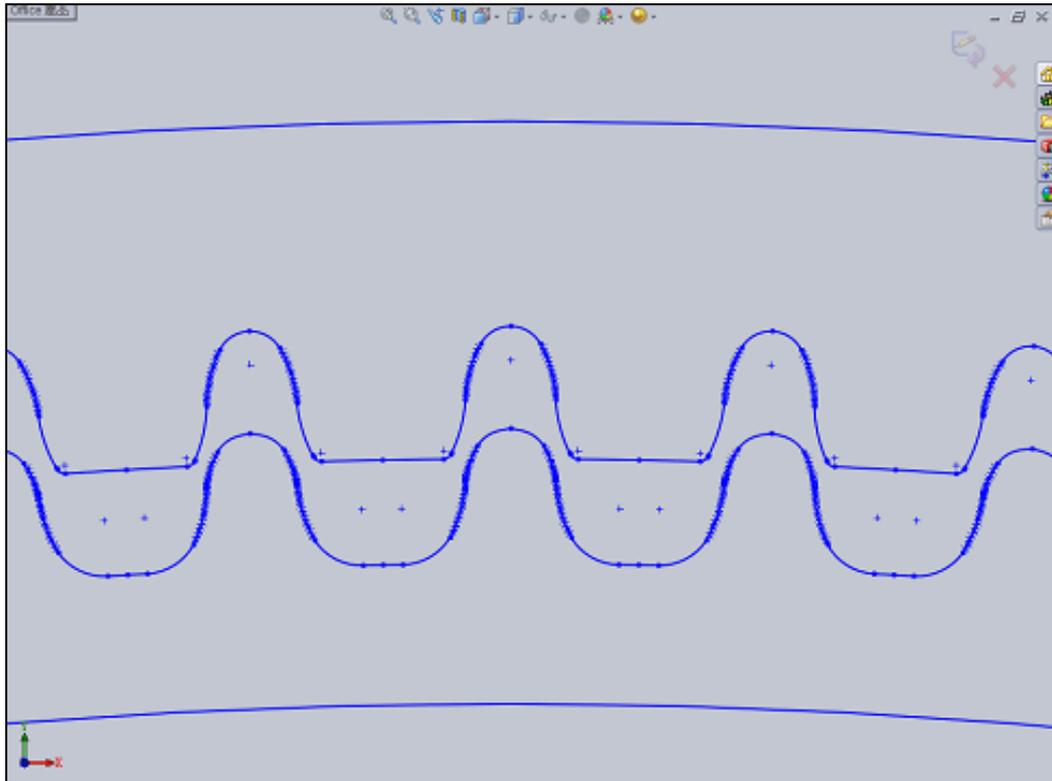


圖 2.3 CSF\_25\_80(HW)設計圖檔

### 2.3.2. 網格之建立

網格的建立為有限元素分析的第一個步驟，由於柔輪與剛輪上齒的尺寸相較於輪體的尺寸比例偏小，若對整體劃分相同大小的網格會使元素數量過多，容易造成不收敛，因此本研究採用對諧波齒輪局部劃分後，分區域建立網格，對於輪體部分使用較大之網格，對於有接觸之齒建立較密的網格，使分析較為快速與精準。如圖 2.4 為建立之 CSF\_25\_100 網格、圖 2.5 為建立之 CSF\_25\_80 網格。

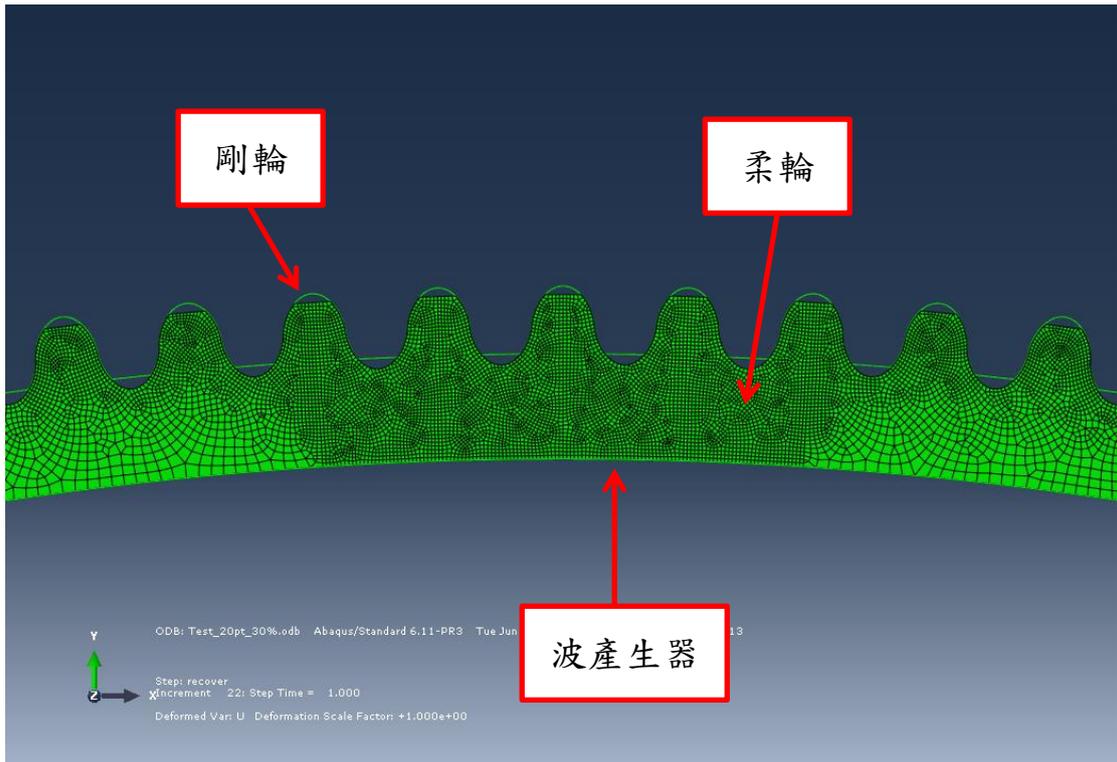


圖 2.4 CSF\_25\_100 網格

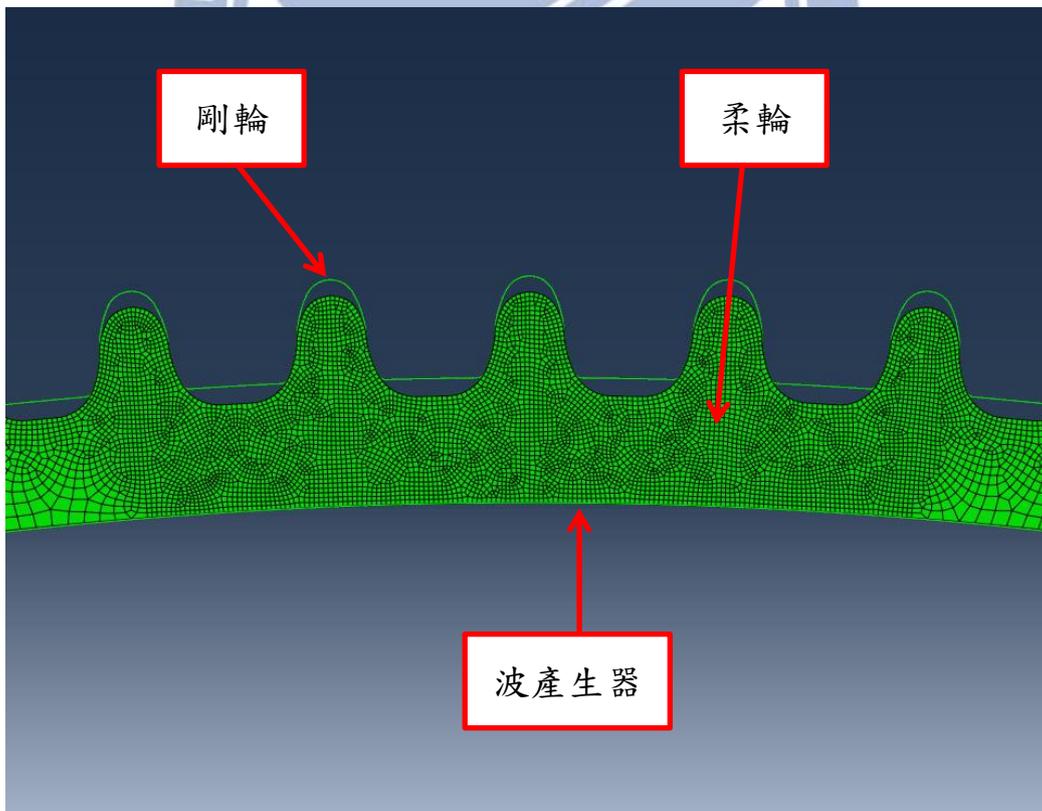


圖 2.5 CSF\_25\_80(HW)網格

此外，本研究針對柔輪上主要分析齒進行收斂性測試，以不同網格數和最大應做圖，確認所使用的網格密度是可行的，如圖 2.6 所示，本研究將選用圖中紅框的元素個數設定方式。

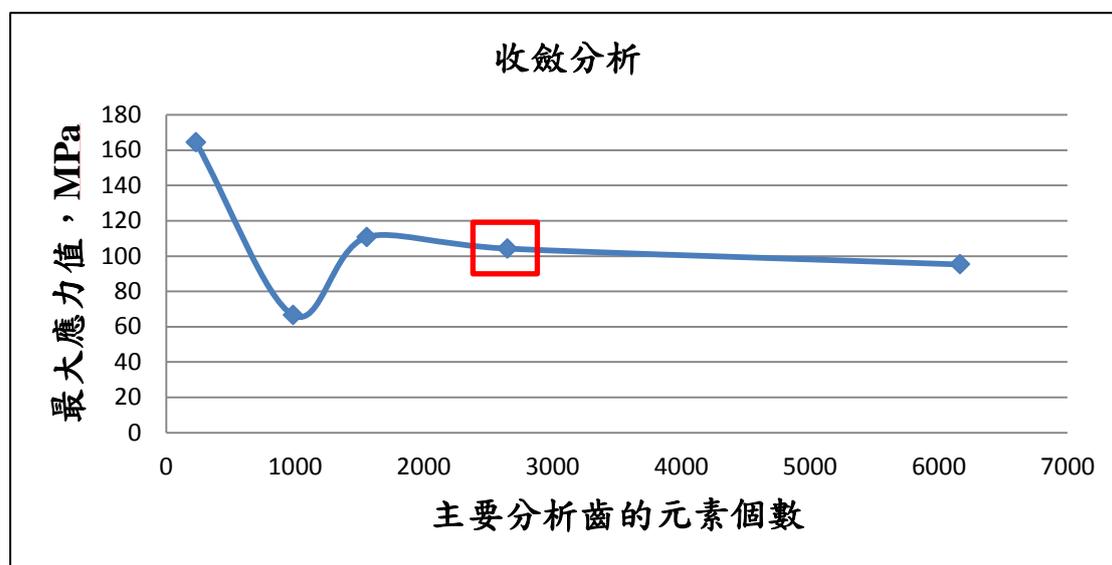


圖 2.6 收斂性測試

### 2.3.3. 材料及元素性質給定

柔輪材料為 SNCM 439 Alloy Steel[11]，其材料機械性質如下表 2.1，其中柔輪材料的降伏強度與抗拉強度確切的數值並非實際從實驗獲得，而是透過文獻獲得，且因為無法確認實際柔輪使用的材料是否經過熱處理，故在此先選用沒有經過熱處理的數據。由於材料為鋼材，且抗拉強度並未超出 1400 MPa，故在此假設疲勞限為抗拉強度的一半[14]。

表 2.1 柔輪材料機械性質

SNCM 439 Alloy Steel		出處
楊氏係數 E	206000 MPa	[12]
蒲松比	0.3	[12]
降伏強度	860 MPa	[13]
抗拉強度	1280 MPa	[13]
疲勞限	640 MPa	[14]

在二維分析模型中將剛輪及波產生器設定為二維離散剛體，柔輪上的元素則設定為平面應變元素 CPE4R。

#### 2.3.4. 接觸設定

在諧波齒輪運作過程之模擬系統中，總共有兩種介面接觸，分別為：

1. 波產生器與柔輪之接觸面。
2. 柔輪與剛輪之接觸面。

由於目前尚未搜尋到相關文獻提及其接觸之庫倫摩擦係數，本研究目前以無摩擦來做分析，往後庫倫摩擦係數之設定將參考文獻、實驗或分析結果進行討論，取一最接近實際情形的庫倫摩擦係數。

### 2.3.5. 邊界條件

本模擬以二維靜態分析模擬諧波齒輪運轉情形。在邊界條件方面，由於諧波齒輪在裝配後剛輪是固定不動的，故將剛輪設定為一剛體，並限制其所有自由度。

由於波產生器為橢圓形，柔輪一開始為圓形，在匯入幾何模型至有限元素分析軟體 Abaqus 後兩者會互相重疊，故在此先需設置兩步驟使波產生器塞入柔輪：第一步先固定波產生器，解除所有接觸條件設定，並將柔輪與 x 軸相交之兩點的自由度限制為只能往 x 方向移動，如圖 2.7 紅色之控制點，而與 y 軸相交之兩點的自由度限制為只能往 y 方向移動，如圖 2.8 紅色之控制點，並在柔輪內部施加一適當的均勻壓力，如圖 2.9 所示，先將柔輪撐大且大於波產生器。第二步開啟柔輪與波產生器的接觸條件，再移除施加在柔輪內部的壓力，則柔輪就會被波產生器給撐起，最後再移除第一步中對柔輪的限制，並開啟柔輪與剛輪的接觸條件，擠出干涉部分，就完成了整體諧波齒輪之裝配。圖 2.10、2.11、2.12 分別為此三步的示意圖。

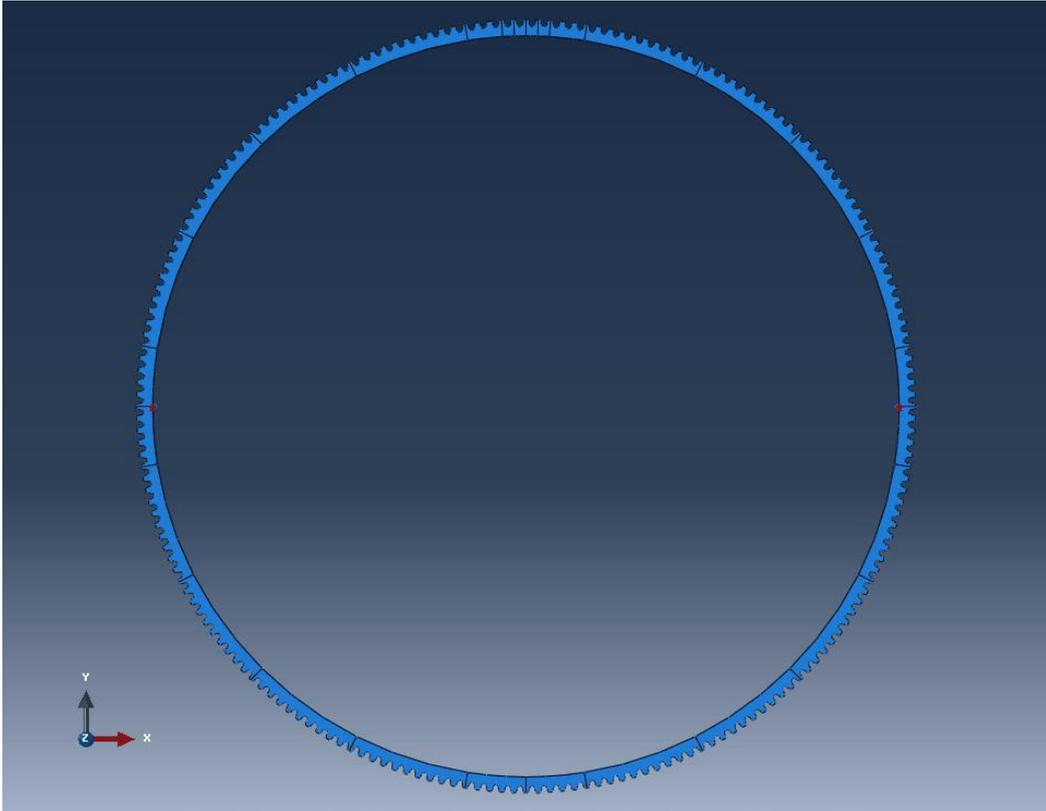


圖 2.7 裝配時柔輪的邊界條件示意圖之一

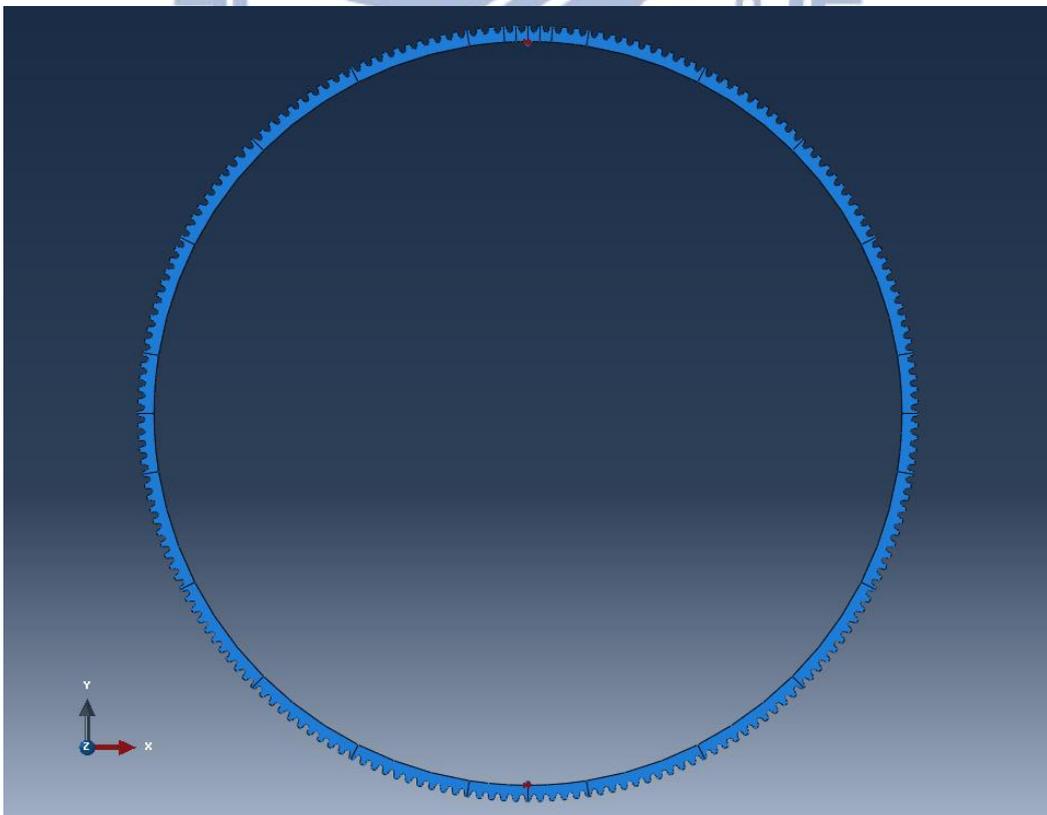


圖 2.8 裝配時柔輪的邊界條件示意圖之二

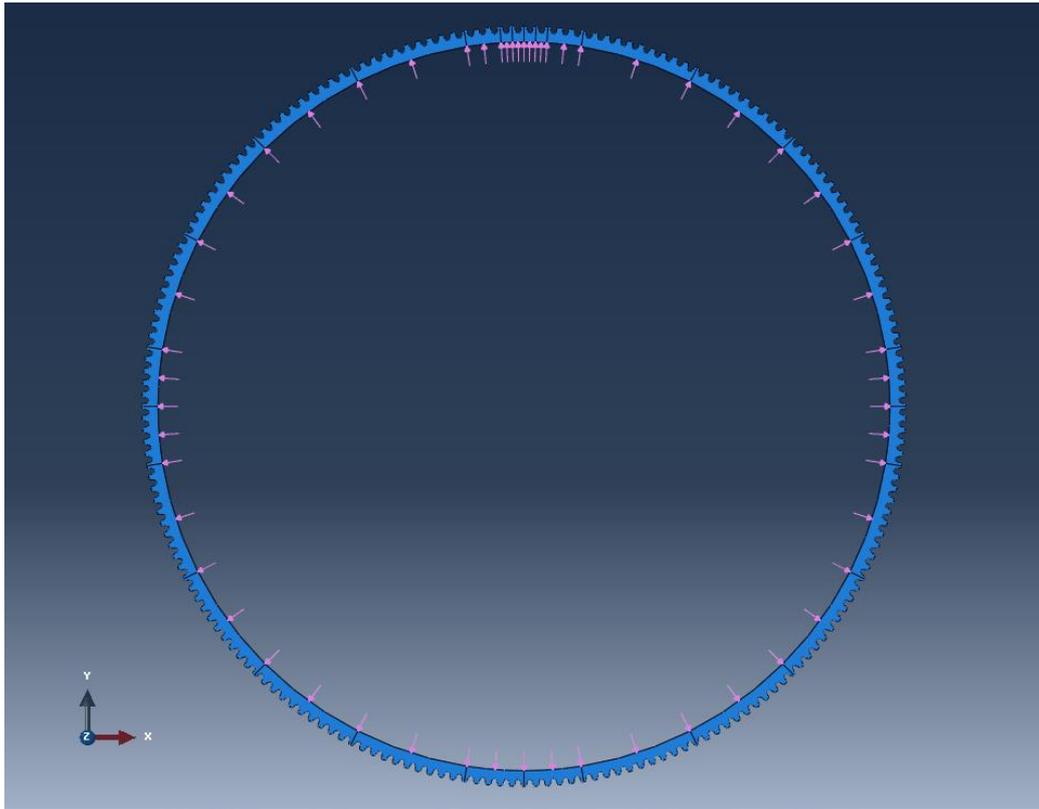


圖 2.9 裝配時柔輪的邊界條件示意圖之三

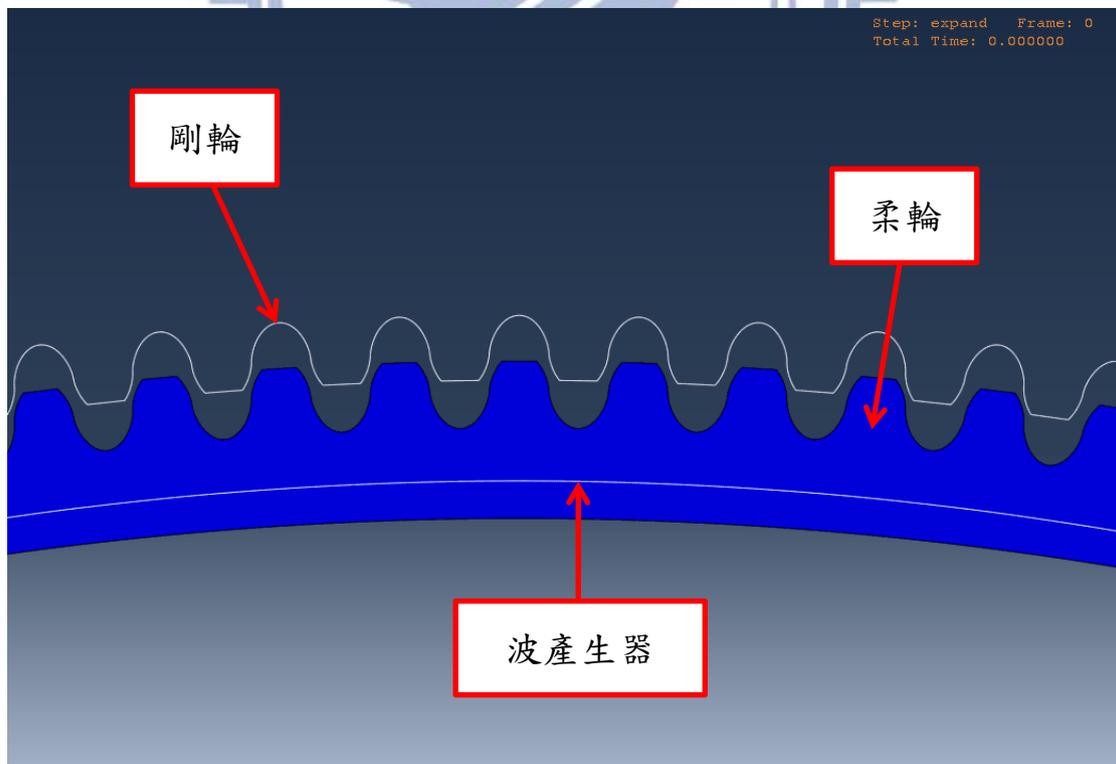


圖 2.10 剛匯入模型的初始狀態

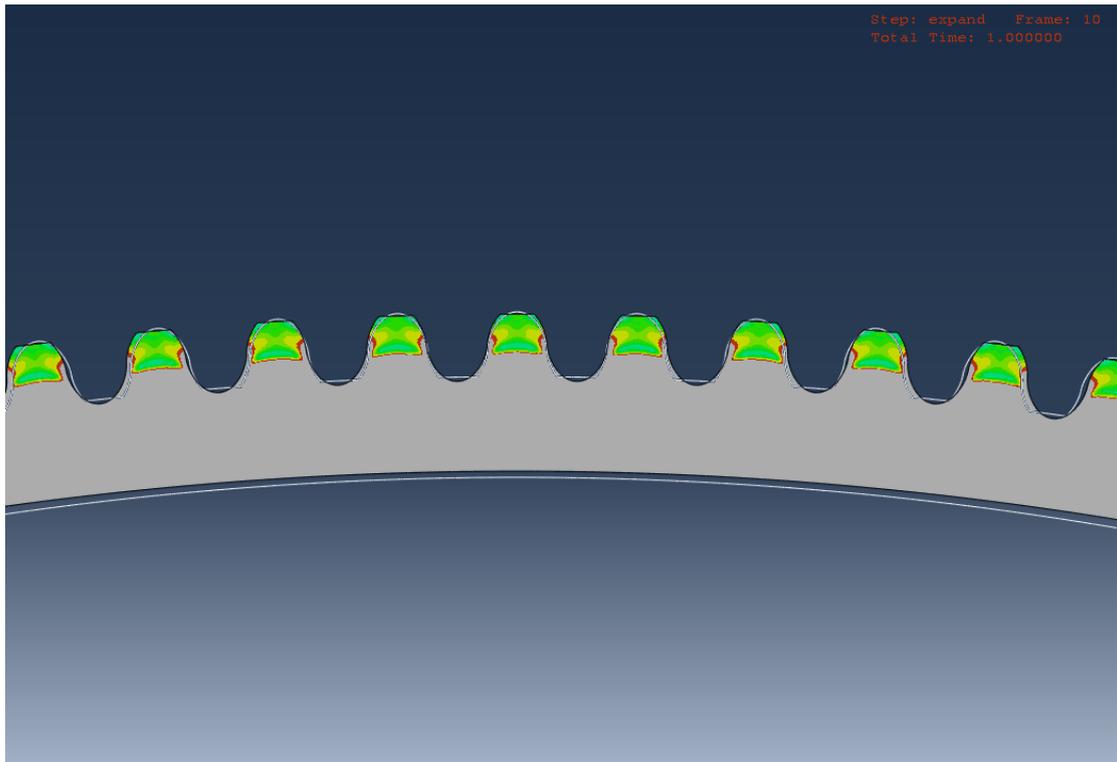


圖 2.11 施加壓力下被撐起的柔輪

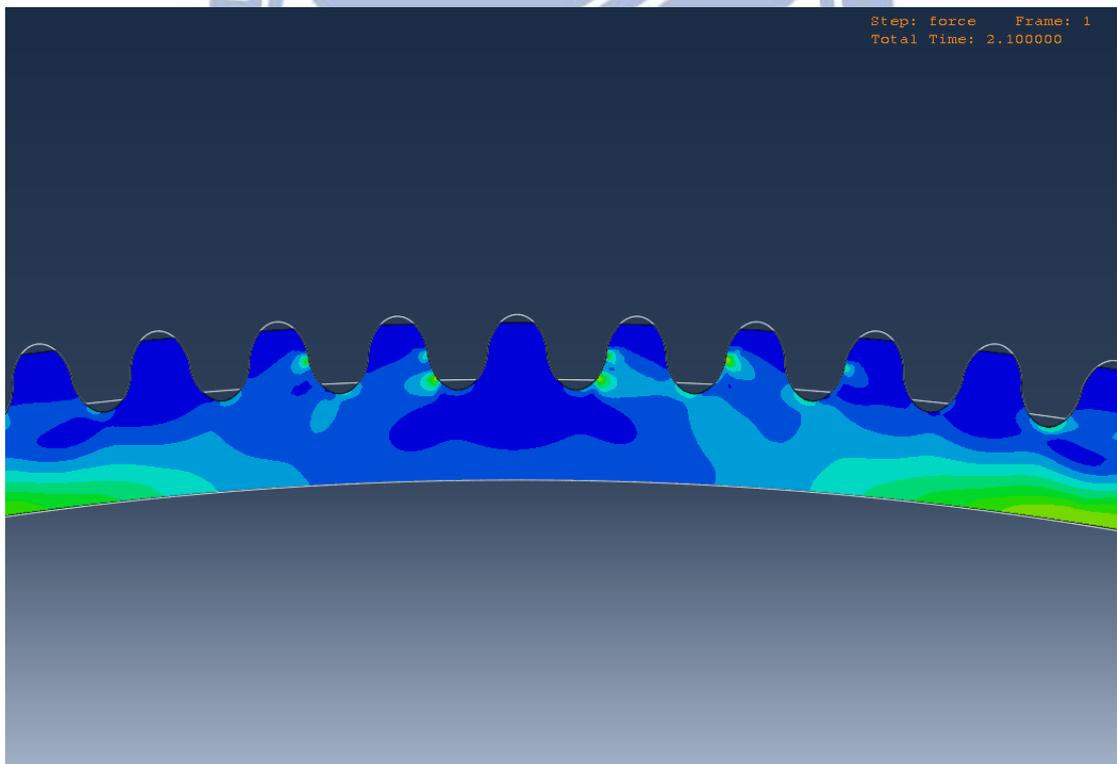


圖 2.12 推出干涉部分，完成諧波齒輪裝配

### 2.3.6. 負載控制

由於真實狀況中，負載應由柔輪杯底傳至柔輪杯頂，但在二維分析模型中，並無法直接施加於柔輪上。考慮了應力分析重點，本研究選取柔輪最頂部一齒來做主要分析齒，因此在諧波齒輪裝備好後，開啟柔輪與剛輪的接觸條件，並採用在柔輪內圈分成 20 個點(詳見附錄 A)施加力來模擬負載扭矩，其中在畫分 20 個點時，避開在柔輪最頂部之齒正下方施力，讓整體扭矩不影響主要分析齒的應力分析準確度，如圖 2.13 為負載控制示意圖，圖中紅點為各個控制點。

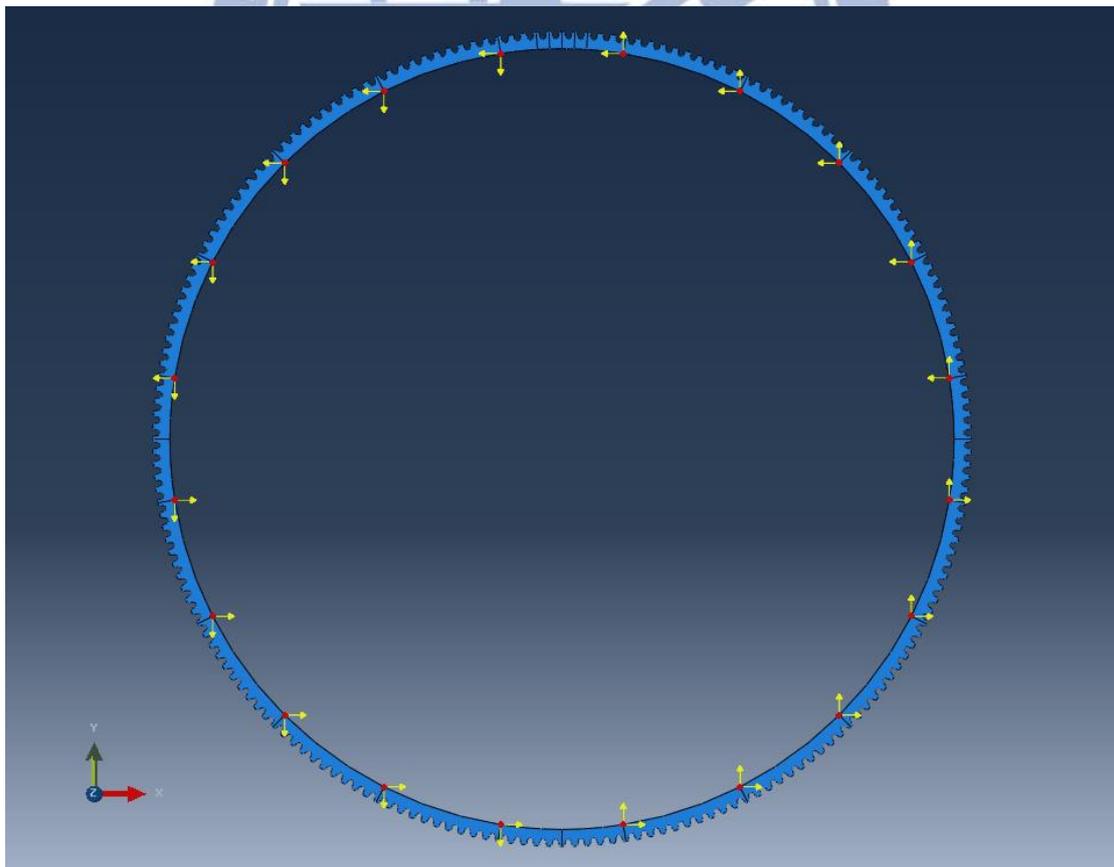


圖 2.13 力矩負載控制示意圖

負載扭矩將參考 Harmonic Drive 公司的型錄，其中 CSF\_25\_100 的額定扭矩為 67000 Nmm[15]。本研究的負載控制設定是不考慮在諧波齒輪運作時柔輪的角度變化以及受波產生器長短軸變化的影響(詳見附錄 B)，而直接將此扭矩值換算成各點上的力輸入，並依不同百分比的額定扭矩值來進行分析。

在完成負載加入後，開始旋轉波產生器兩圈進行一連續的分析過程。圖 2.14 為波產生器的控制示意圖，波產生器旋轉兩圈將帶動柔輪相對剛輪旋轉四齒，此期間柔輪齒上應力狀態將被紀錄及分析。

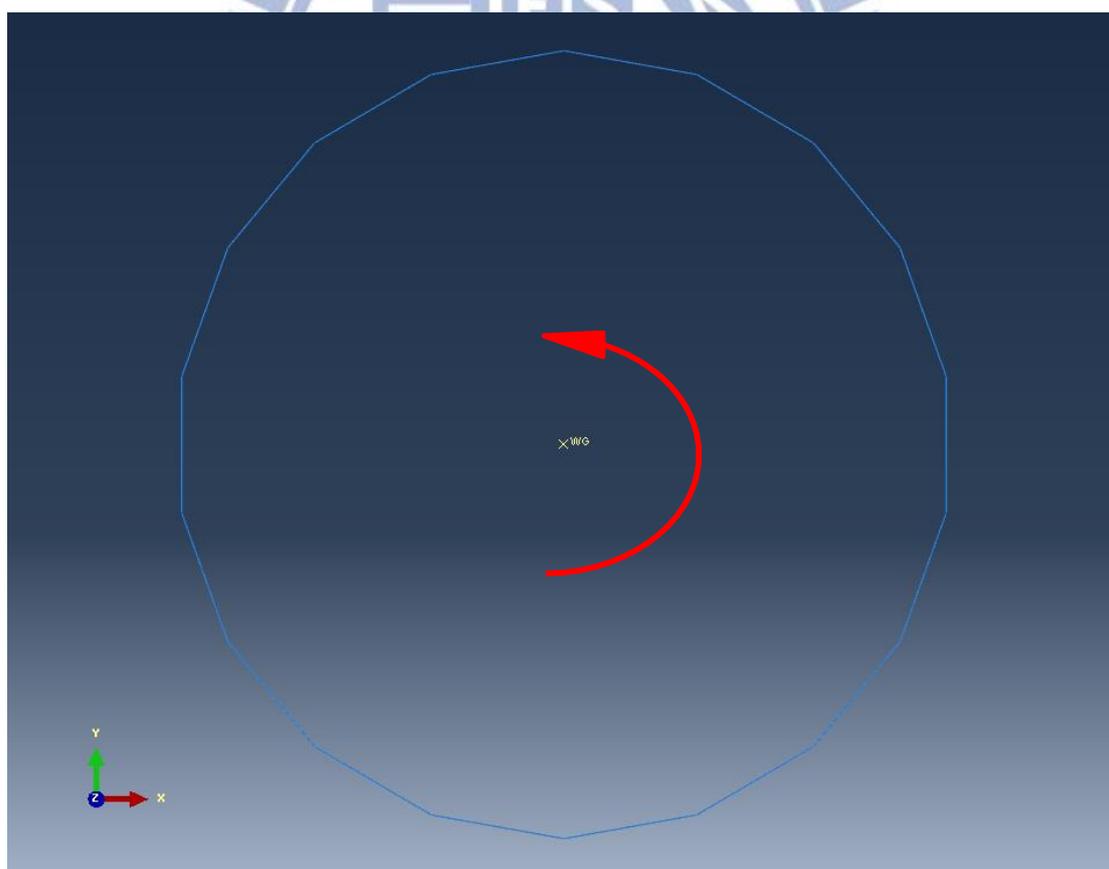


圖 2.14 旋轉波產生器兩圈

### 第三章 模擬分析結果

本研究考慮波產生器旋轉兩圈，帶動柔輪相對剛輪轉四齒，柔輪上每一齒經歷過相同的受力狀態，因此只須分析柔輪上任意一齒即可，而本研究選取柔輪最頂部之齒做為主要分析齒，如圖 3.1 所示，紅色框選部位(相對柔輪中心 3.6 度的範圍)為主要分析之齒，圖 3.2 則為擷取部分的放大圖。

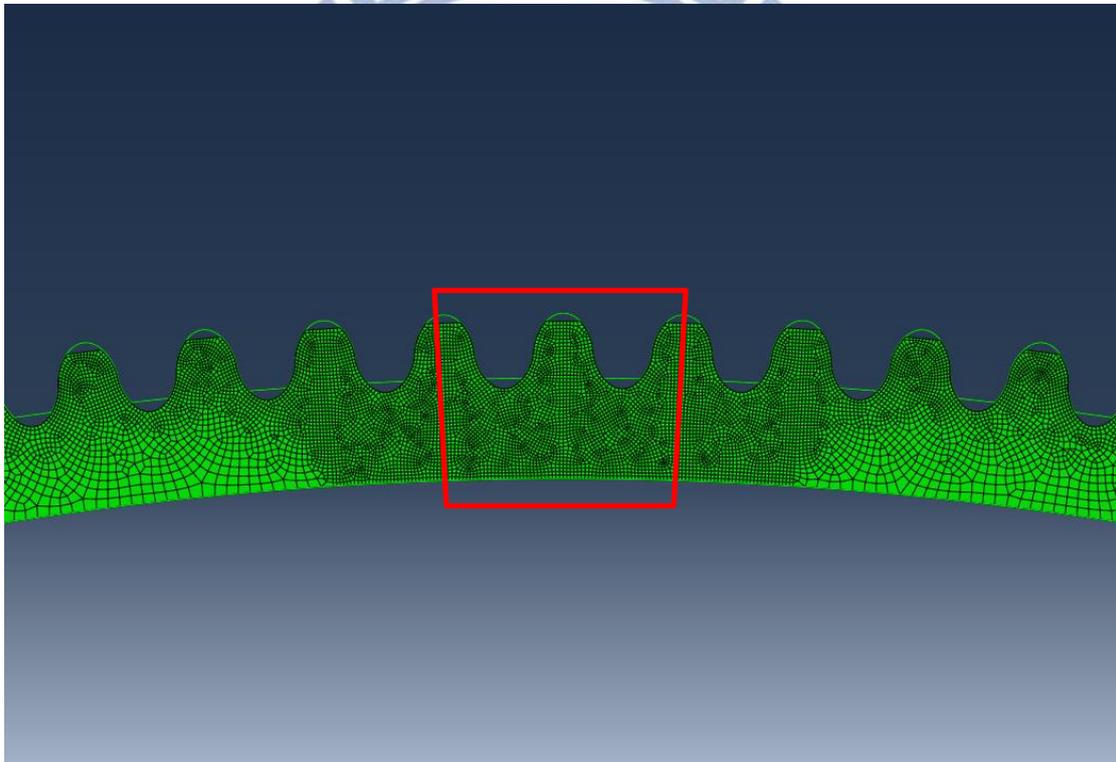


圖 3.1 選取柔輪頂部一齒為主要分析對象

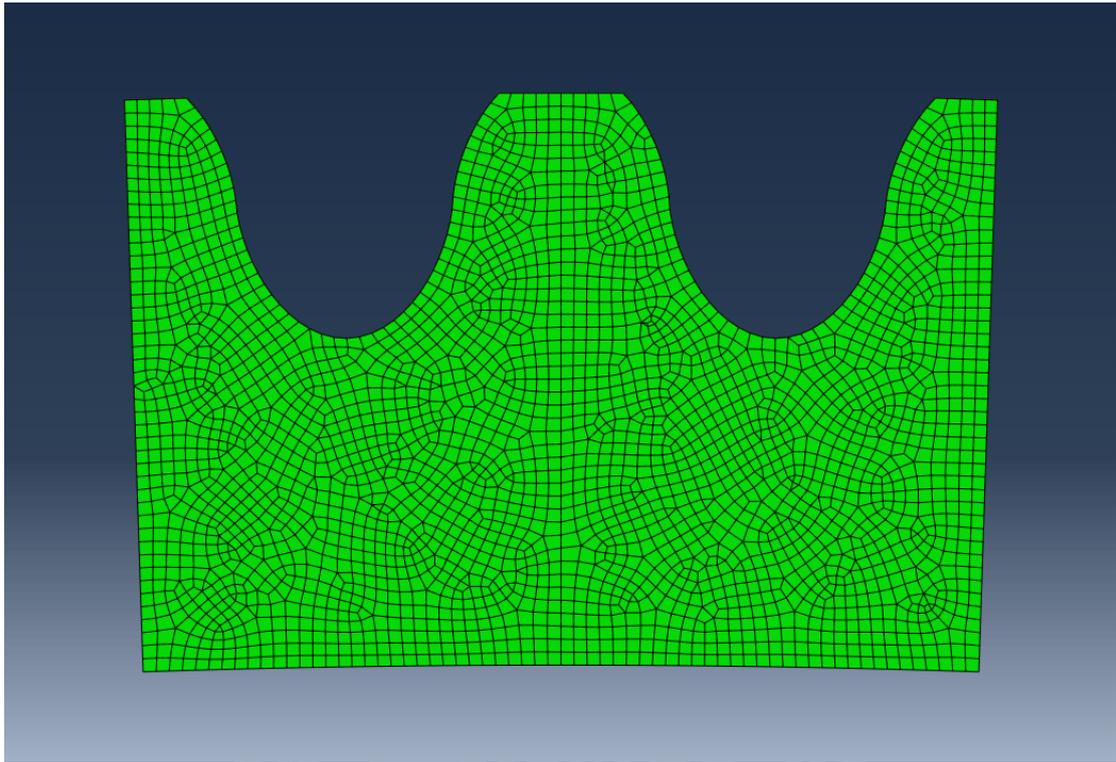


圖 3.2 柔輪主要分析齒(圖 3.1 之局部放大)

### 3.1. CSF\_25\_100 模型分析結果

#### 3.1.1 波產生器之扭矩

由於簡化成二維分析模型，在柔輪上施加力模擬負載扭矩，考慮扭矩平衡，我們可以藉由分析在旋轉過程中波產生器上之扭矩來確認所施加的負載是否正確。因為 CSF\_25\_100 的減速比為 100，所以當柔輪上的扭矩為 67,000 Nmm 時，波產生器上的扭矩應為 670 Nmm。圖 3.3 為波產生器模擬結果的扭矩，圖中 10%~40% 為在不同百分比的額定扭矩下之結果。

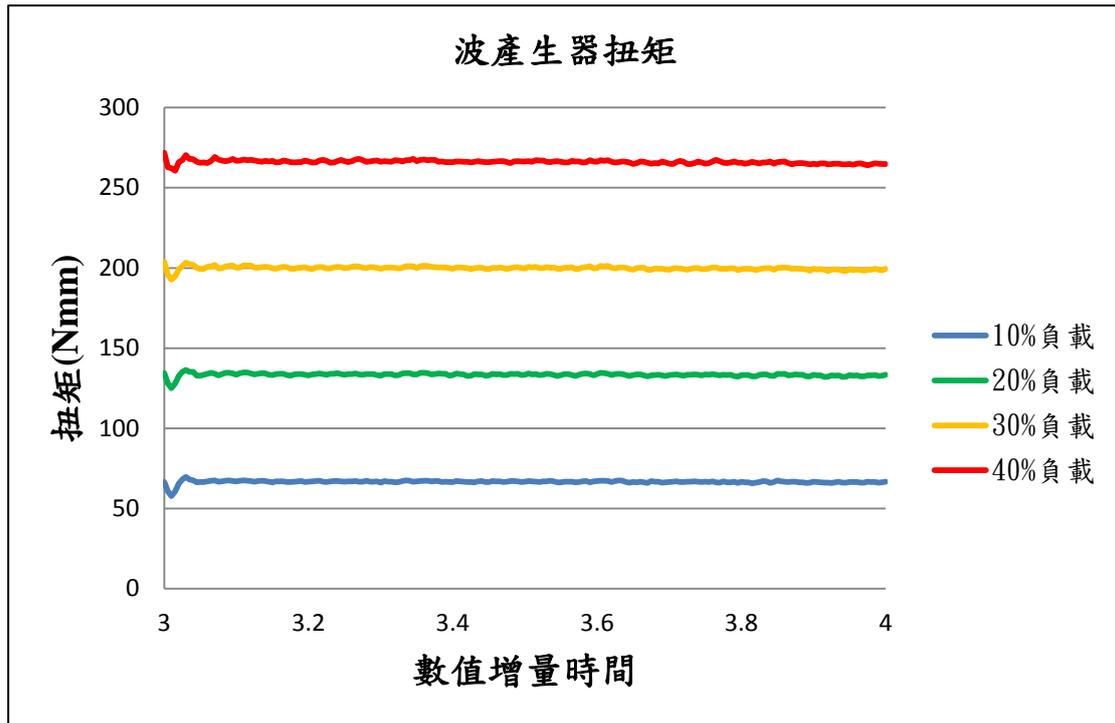


圖 3.3 CSF\_25\_100 波產生器扭矩隨數值增量時間變化圖

與實際扭矩比較，如表 3.1 所示，我們可以知道以此方式模擬力矩是可行的。

表 3.1 CSF\_25\_100 波產生器輸入扭矩實際與模擬比較

扭矩百分比 (%)	實際值 (Nmm)	模擬平均值 (Nmm)	誤差百分比 (%)
10	67	66.7	0.45
20	134	133.4	0.45
30	201	200	0.5
40	268	266.1	0.71

此方式模擬負載扭矩並不能像三維模型般接近實際情形，且實際齒的嚙合情形在某些方面無法以二維表現出來，後續會針對此點進行詳細的討論。雖然受限於這些情形，但本研究已經能完成二維分析時

40%的額定扭矩輸入。

### 3.1.2 柔輪運動軌跡

在諧波齒輪設計上，柔輪的運動軌跡是相當重要的，如先前的文獻[3]便是以柔輪的運動軌跡來設計齒型。而我們可以此二維分析模型得到柔輪的運動軌跡，下圖 3.4~3.7 為不同負載下柔輪的運動軌跡。

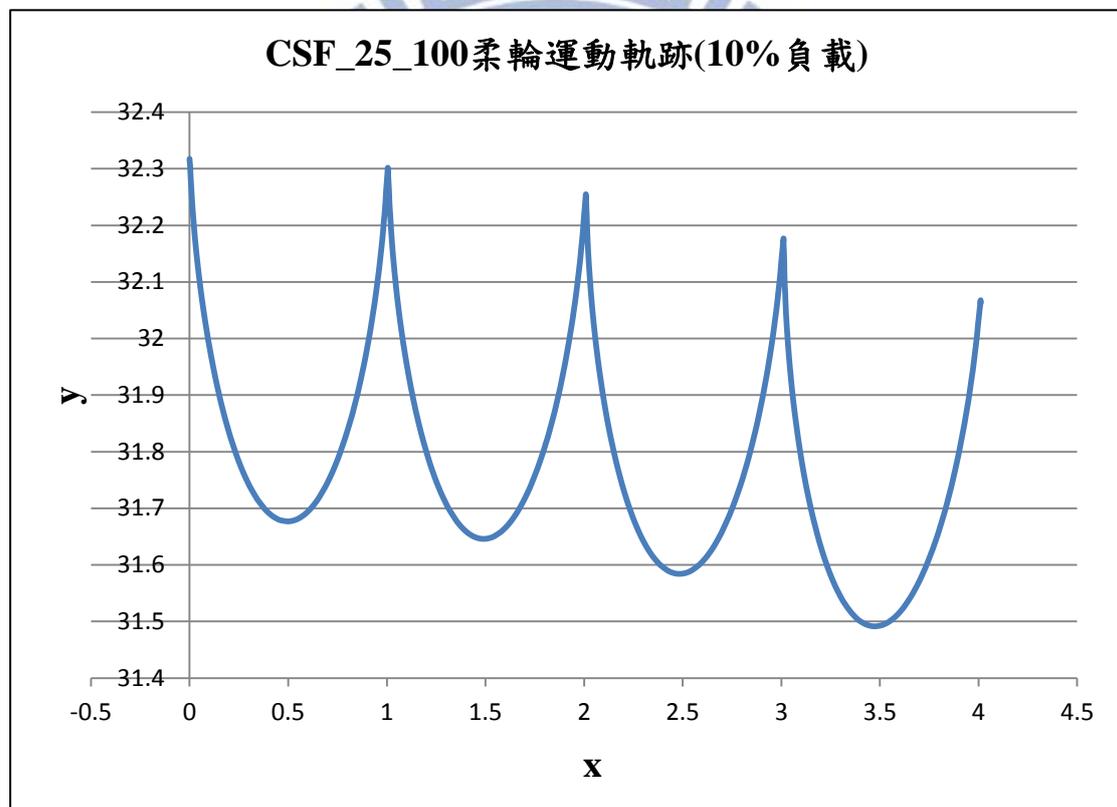


圖 3.4 CSF\_25\_100 柔輪運動軌跡(10%負載)

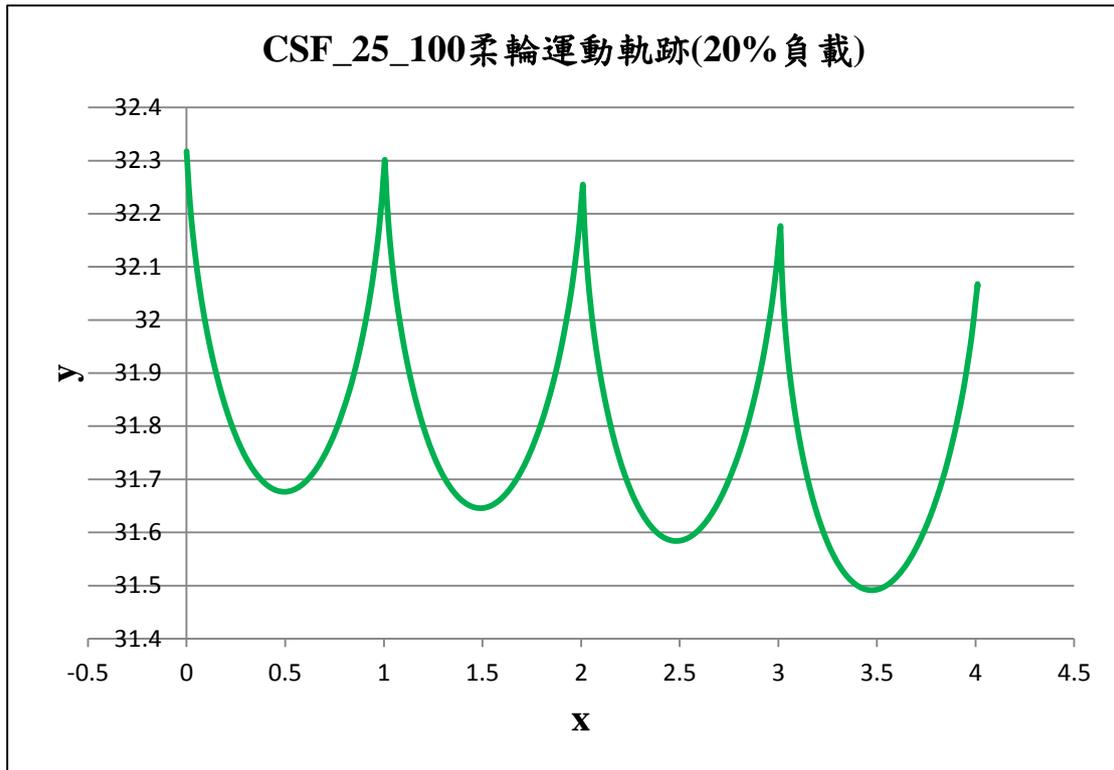


圖 3.5 CSF\_25\_100 柔輪運動軌跡(20%負載)

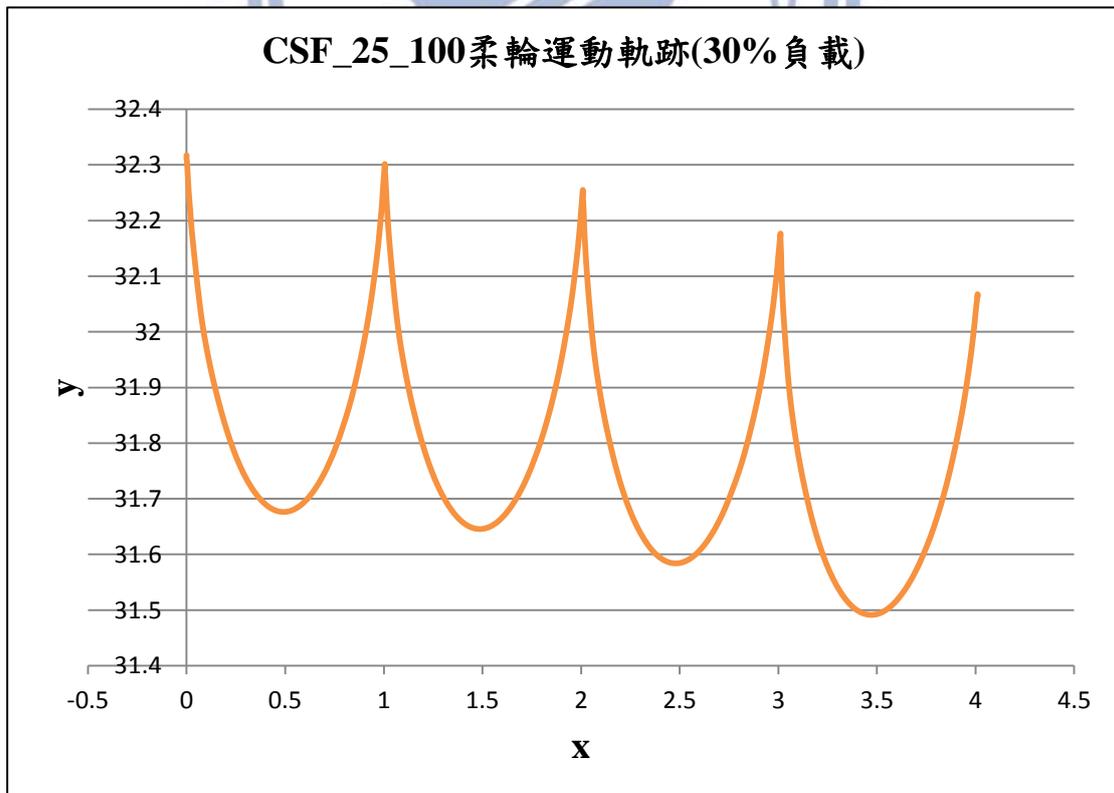


圖 3.6 CSF\_25\_100 柔輪運動軌跡(30%負載)

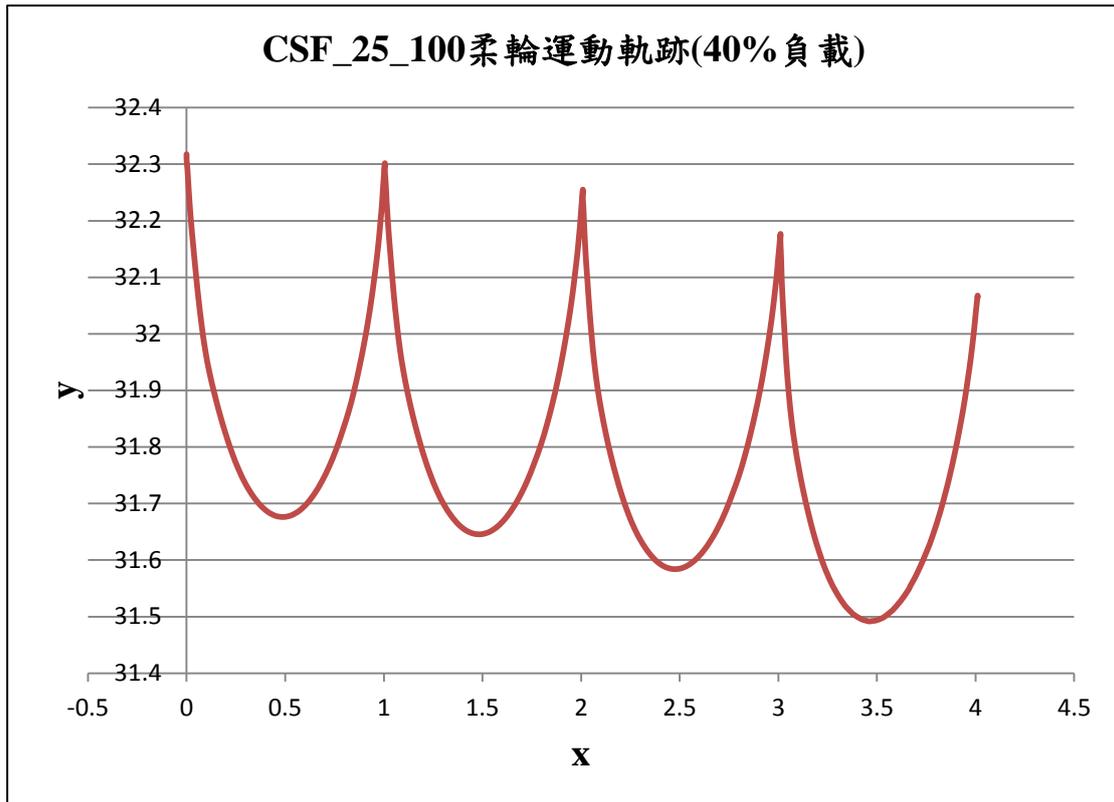


圖 3.7 CSF\_25\_100 柔輪運動軌跡(40%負載)

在不同負載下，可以得到幾乎完全相同的柔輪運動軌跡，我們由此可以知道柔輪的運動軌跡是穩定且不依負載大小改變的，對於往後設計新齒型方面將可以依此運動軌跡做調整。

### 3.1.3 角度傳遞精準度

諧波齒輪傳動系統之角度傳遞誤差 $\theta_{er}$ 定義為：

$$\theta_{er} = \frac{\theta_{WG}}{R} - \theta_{FS} \quad (3.1)$$

$\theta_{WG}$ 為波產生器旋轉角度， $R$ 為減速比(100)， $\theta_{FS}$ 為柔輪旋轉角度。其中柔輪旋轉角度應為柔輪輸出端的旋轉角度，亦即柔輪杯底的旋轉角度，但在二維分析模型中並無法直接取得，若直接取柔輪上任意一節

點分析作圖則會導致角度傳遞誤差過大。例如我們取柔輪與波產生器長軸處接觸之節點(圖 3.8 紅點)來做角度傳遞誤差分析可得圖 3.9。

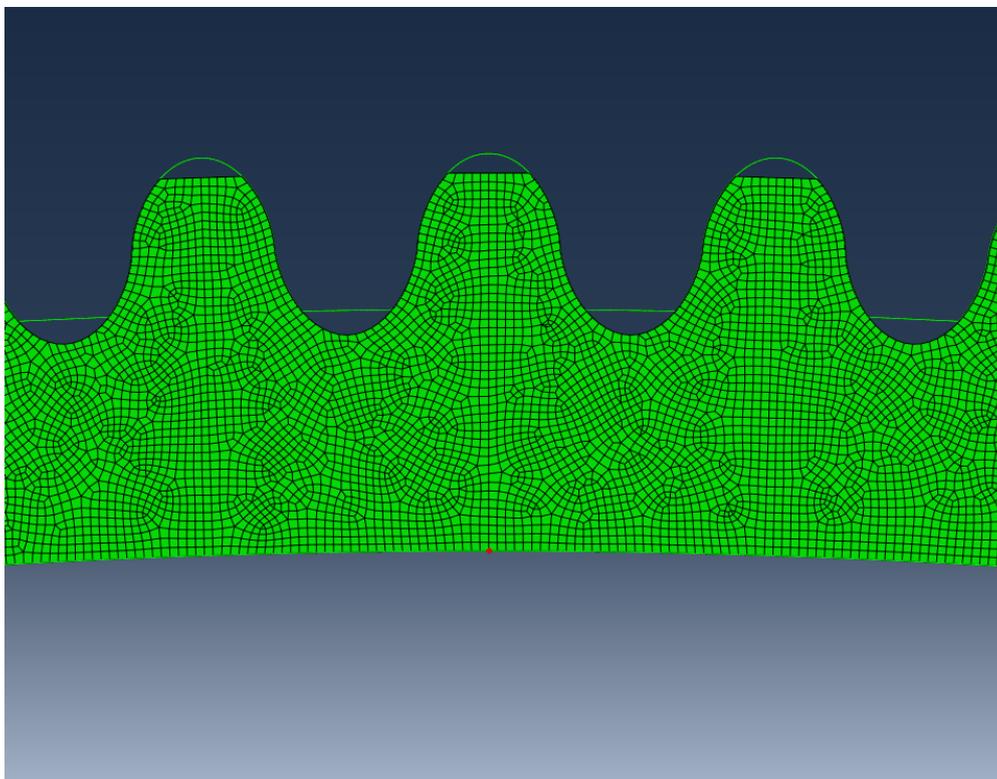


圖 3.8 柔輪與波產生器長軸處交點示意圖

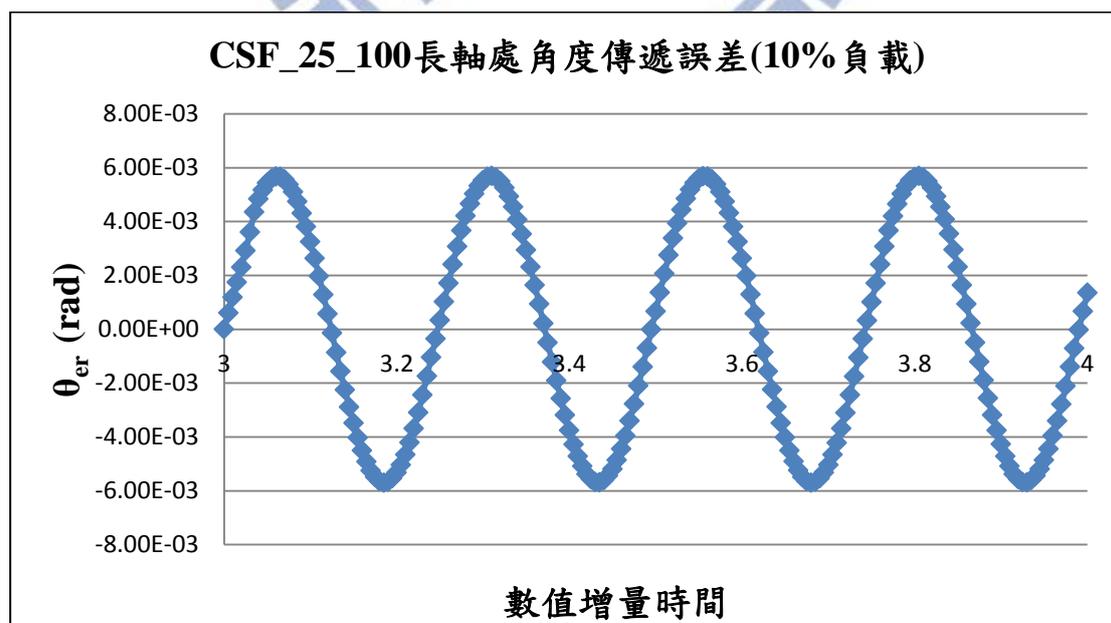


圖 3.9 CSF\_25\_100 長軸處角度傳遞誤差(10%負載)

若取柔輪與波產生器短軸處接觸之節點(圖 3.10 紅點)來做角度傳遞  
誤差分析可得圖 3.11。

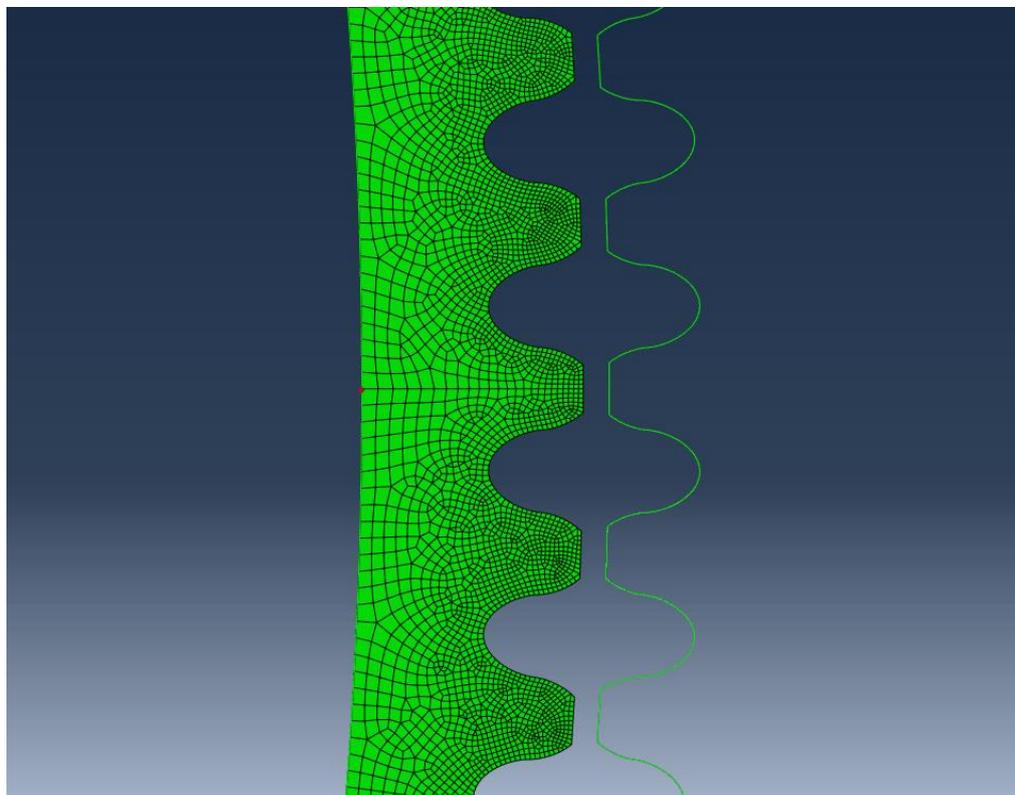


圖 3.10 柔輪與波產生器短軸處交點示意圖

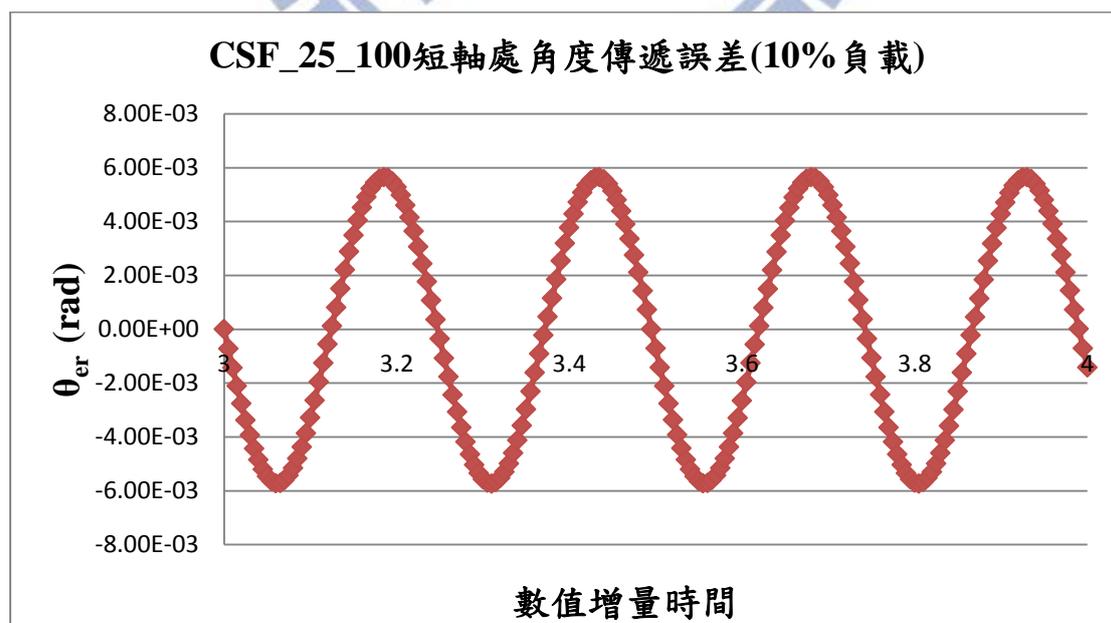


圖 3.11 CSF\_25\_100 短軸處角度傳遞誤差(10%負載)

上圖中顯示角度傳遞誤差均約為  $12 \times 10^{-3}$  rad，與 Harmonic Drive 公司型錄上之值  $2.9 \times 10^{-4}$  rad 相距甚遠，這是因為我們所分析的對象並不是柔輪輸出端角度變化所導致的關係。然而我們知道柔輪杯底幾乎不變形可以當作一剛體處理，如圖 3.12 所示，輸出端的角度變化即為圓心  $O'$  的角度變化，亦即  $A'B'$  弧長的角度變化， $A'B'$  弧長的角度變化由杯底映射至杯口即為  $AB$  弧長的角度變化。

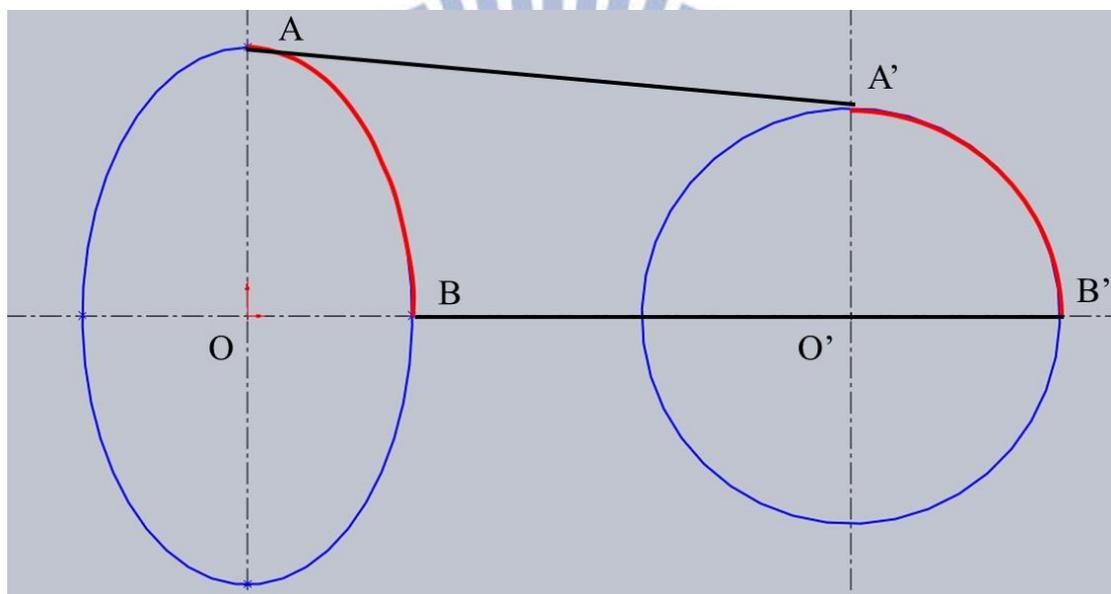


圖 3.12 橢圓映射成圓示意圖

而由長短軸處的角度傳遞誤差圖我們可以知道，誤差係由長軸處遞減至短軸處，因此我們可以藉由柔輪與波產生器接觸的四分之一弧長上的每個節點的誤差結果來進行疊加，來得到實際的角度傳遞誤差。在此本研究將上述步驟簡化只取柔輪上與波產生器長短軸接觸的兩節點(差一個相位)的結果來進行疊加，即可得到接近實際的角度傳遞誤

差，如圖 3.13~3.16 分別為不同負載下的角度傳遞誤差。

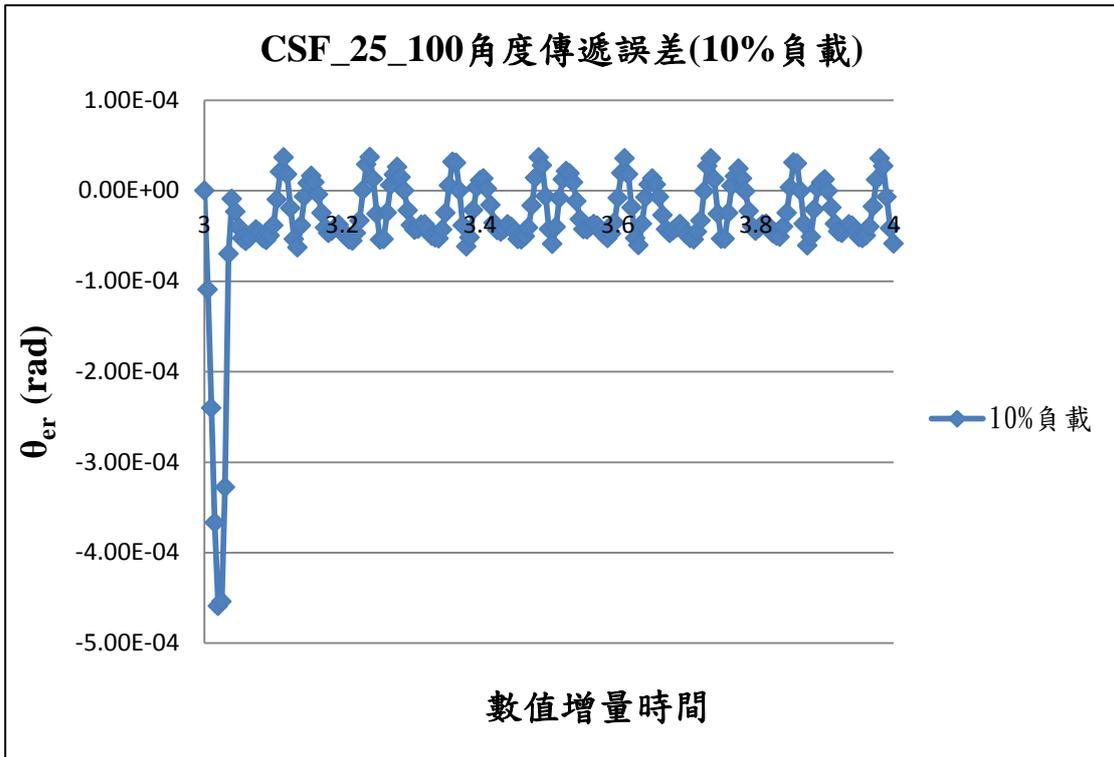


圖 3.13 CSF\_25\_100 角度傳遞誤差(10%負載)

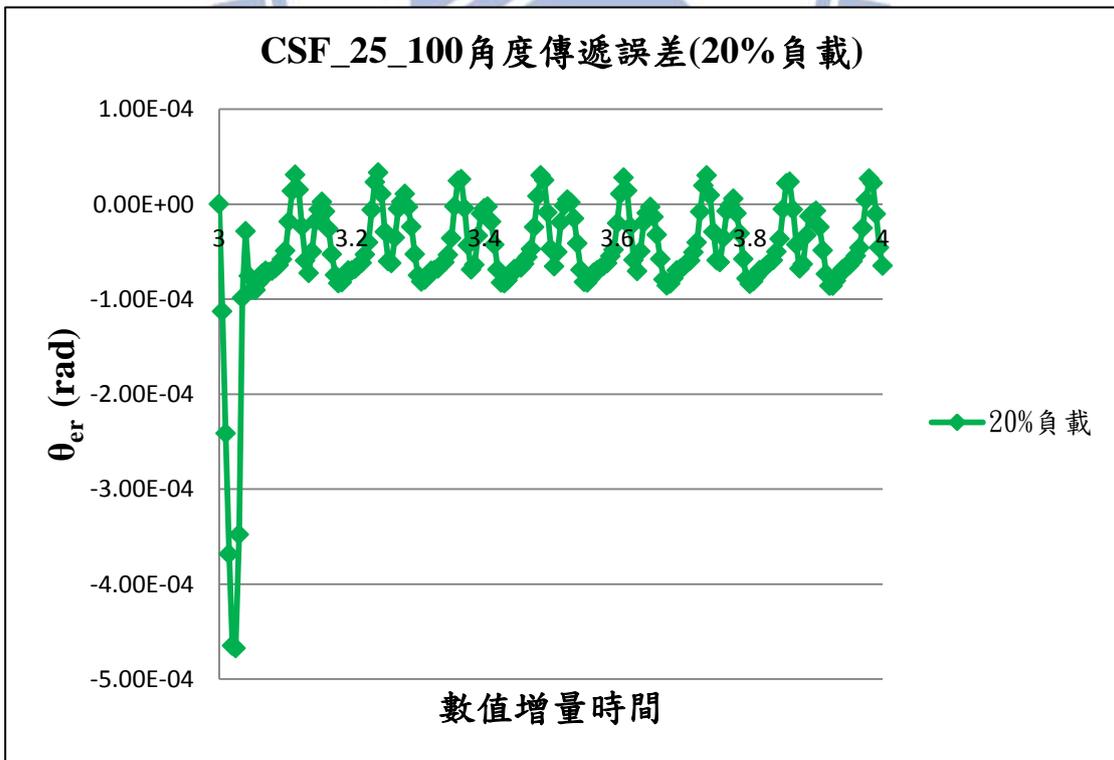


圖 3.14 CSF\_25\_100 角度傳遞誤差(20%負載)

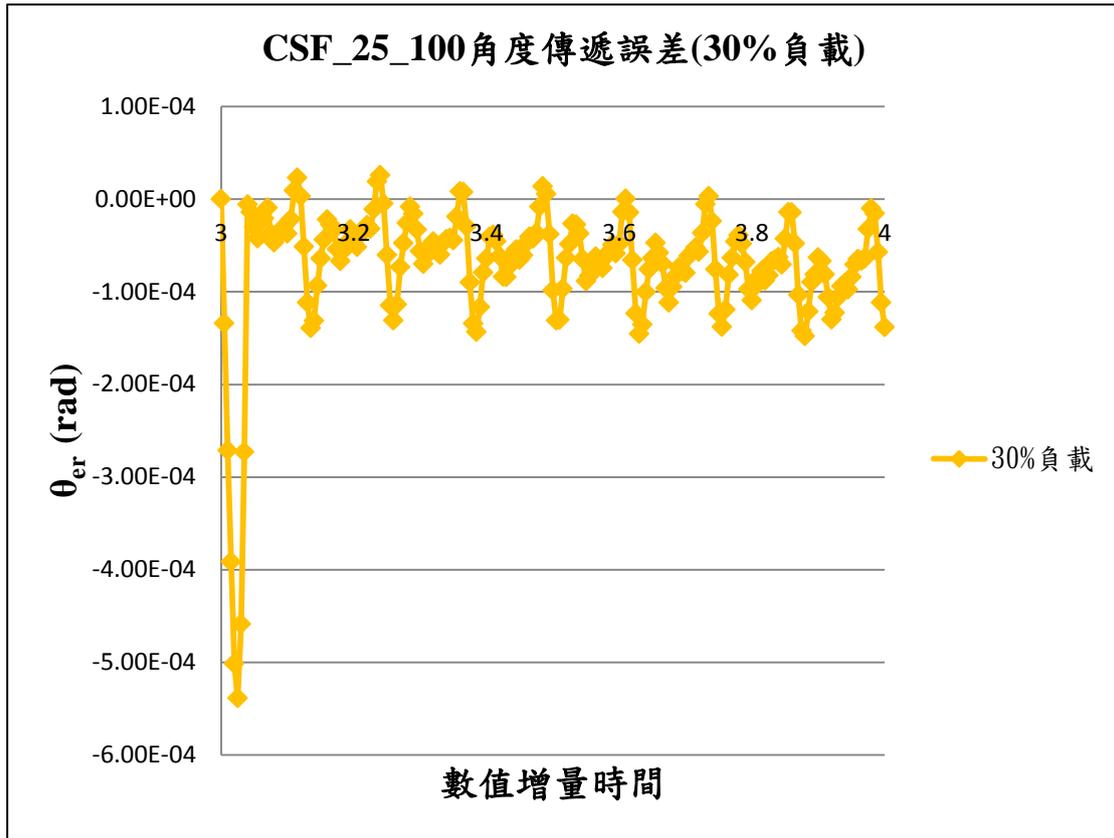


圖 3.15 CSF\_25\_100 角度傳遞誤差(30%負載)

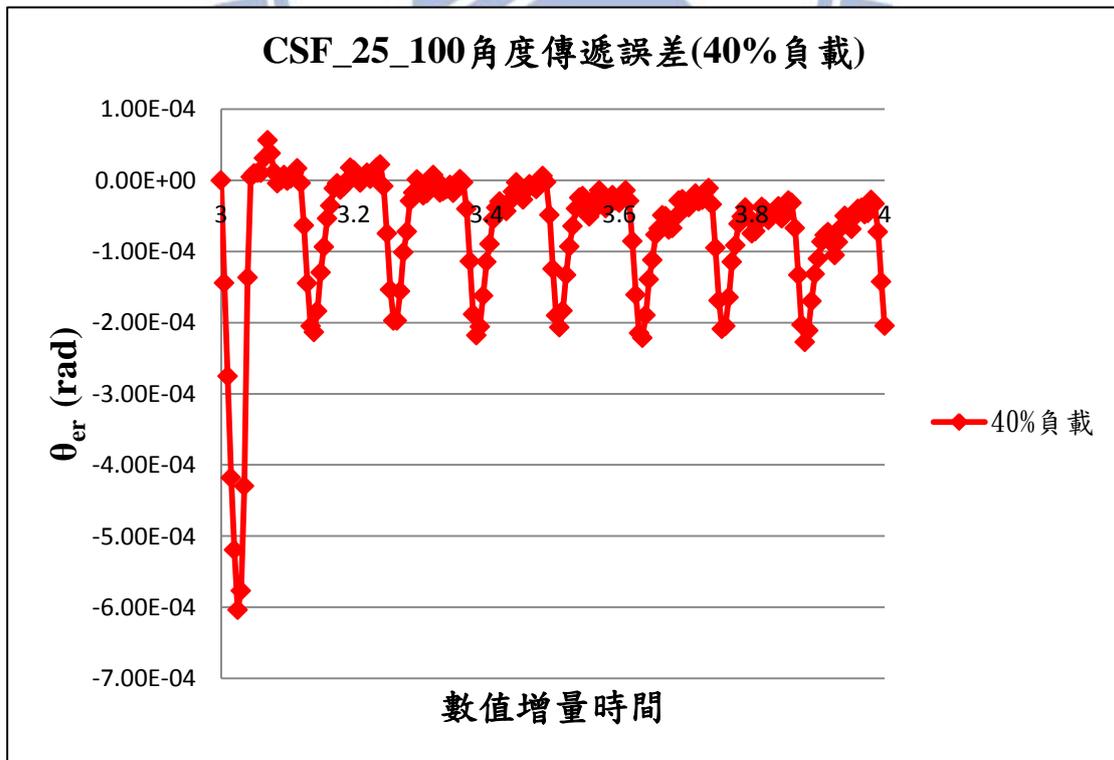


圖 3.16 CSF\_25\_100 角度傳遞誤差(40%負載)

圖中初期有較大的角度傳遞誤差為剛啟動波產生器時所產生，後續則為有穩定週期的狀態，並且都小於  $2.9 \times 10^{-4}$  rad。如表 3.2 所示，由結果可得知，隨著負載的增加，角度傳遞精準度則會下降，逐漸接近型錄之值。

表 3. 2CSF\_25\_100 角度傳遞誤差模擬值與型錄之比較

CSF_25_100 角度傳遞誤差 $\theta_{er}$ ( $\times 10^{-4}$ rad)	
型錄值	2.9
10%額定負載下模擬值	1.07
20%額定負載下模擬值	1.32
30%額定負載下模擬值	1.74
40%額定負載下模擬值	2.83

#### 3.1.4 扭轉剛性

諧波齒輪在輸入軸固定條件下，在輸出軸給予一扭力負載下，將

對應產生一角度變形量，扭轉剛性的定義即為兩者的比值，亦即：

$$\text{扭轉剛性} = \frac{\text{柔輪扭矩}}{\text{柔輪旋轉角度}} \quad (3.2)$$

與角度傳遞精準度一樣，式中的柔輪旋轉角度應為柔輪輸出端的旋轉角度，即柔輪杯底的旋轉角度，此在二維分析模型中並無法直接獲得。

在二維分析模型中，當固定波產生器與剛輪，對柔輪施加負載的情形

下，若選取與波產生器長軸接觸之節點來做分析(圖 3.8 紅點)，則會

因為周圍接觸齒數過多，限制過大，角度變化極小，很難比對出剛性

的差異性。因此本研究選取與波產生器接短軸處接觸之節點(圖 3.10

紅點)來進行分析，因其周圍接觸齒數較少，較能看出角度的變化，

預期此點的旋轉角度會比實際稍大，進而使剛性比實際值稍低。將所

得結果與 Harmonic Drive 公司的型錄比較可得下圖 3.17，

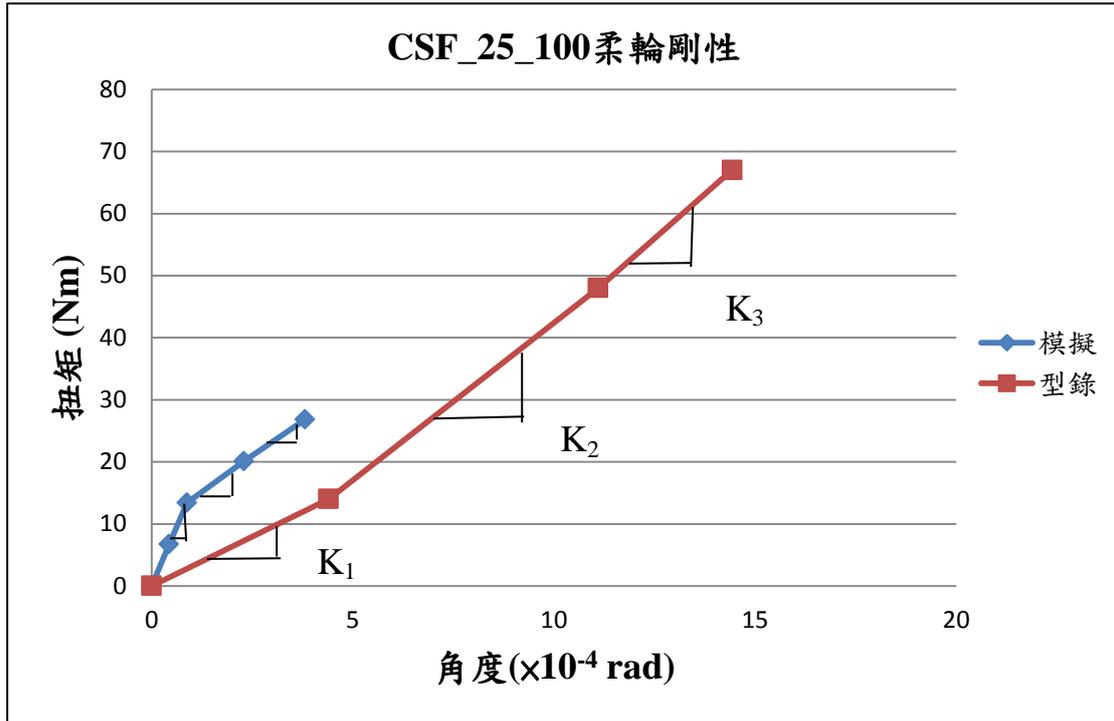


圖 3.17 CSF\_25\_100 柔輪剛性模擬值與型錄值比較

圖中  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  為型錄的所給剛性質，原廠剛性測試是使用單一扭力值，並非使用連續性的增加扭矩來取得剛性值，其扭矩與角度變化如下表 3.3 所示。

表 3.3 原廠扭轉剛性測試

扭矩(Nm)	$T_1$	14
	$T_2$	48
角度( $\times 10^{-4}$ rad)	$\theta_1$	4.4
	$\theta_2$	11.1

由表 3.3 可得  $K_1$  和  $K_2$ ，而  $K_3$  代表當扭矩大於 48 Nm 時的剛性。將模擬結果與型錄值做比較，見下表 3.4。

表 3.4 CSF\_25\_100 柔輪剛性模擬值與型錄值比較

剛性	型錄值	模擬值
$K_1$	3.1	14.9
$K_2$	5.0	4.7
$K_3$	5.7	4.4

在實際諧波齒輪傳動系統運作時，當波產生器擠入柔輪杯中，會使柔輪產生錐化效應，使得柔輪與剛輪嚙和時的接觸點並非在同一截面上。當扭矩增加時，柔輪與剛輪的接觸齒數會增加，進而造成剛性之增加。然而當簡化成二維分析模型時，當扭矩增加時，接觸齒數幾乎不變，並不能看出錐化效應所造成的影響，因此二維分析結果的剛性值不會因扭矩的增加而增加，而是趨於一定值且會趨近於實際三維情形的中後段剛性值，又本研究選取柔輪與波產生器短軸處接觸之節點進行分析，因周圍接觸齒數較少，角度變化會大於真實值，使得剛性值會比真實值稍低，所以扭轉剛性的模擬值小於型錄值，應屬合理。

### 3.1.5 柔輪所受最大應力及疲勞分析

分析主要分析齒上的所有元素，可得時間與應力圖，如圖 3.18~3.21 分別為不同負載情形下的時間與應力關係，可看出具有週期性，柔輪齒上每齒所經歷的受力狀態相同，且主要特徵形狀相同，本研究考慮波產生器旋轉兩圈帶動柔輪旋轉四齒，故有四個週期。

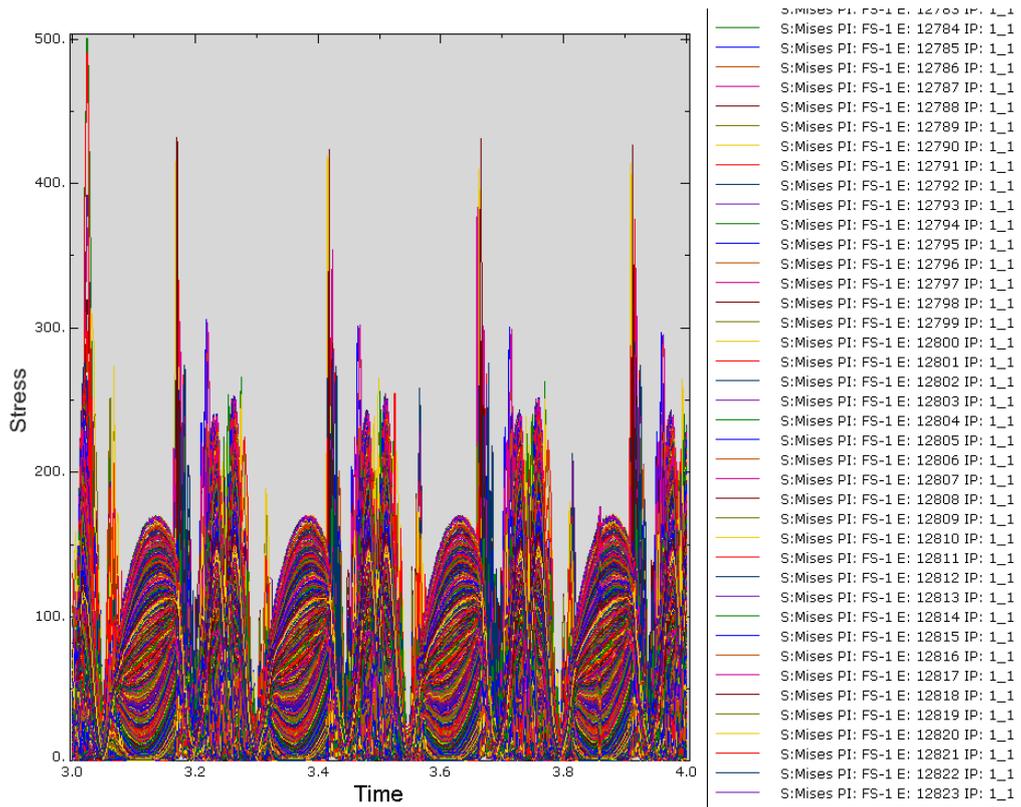


圖 3.18 CSF\_25\_100 主要分析齒之時間與應力圖(10%負載)

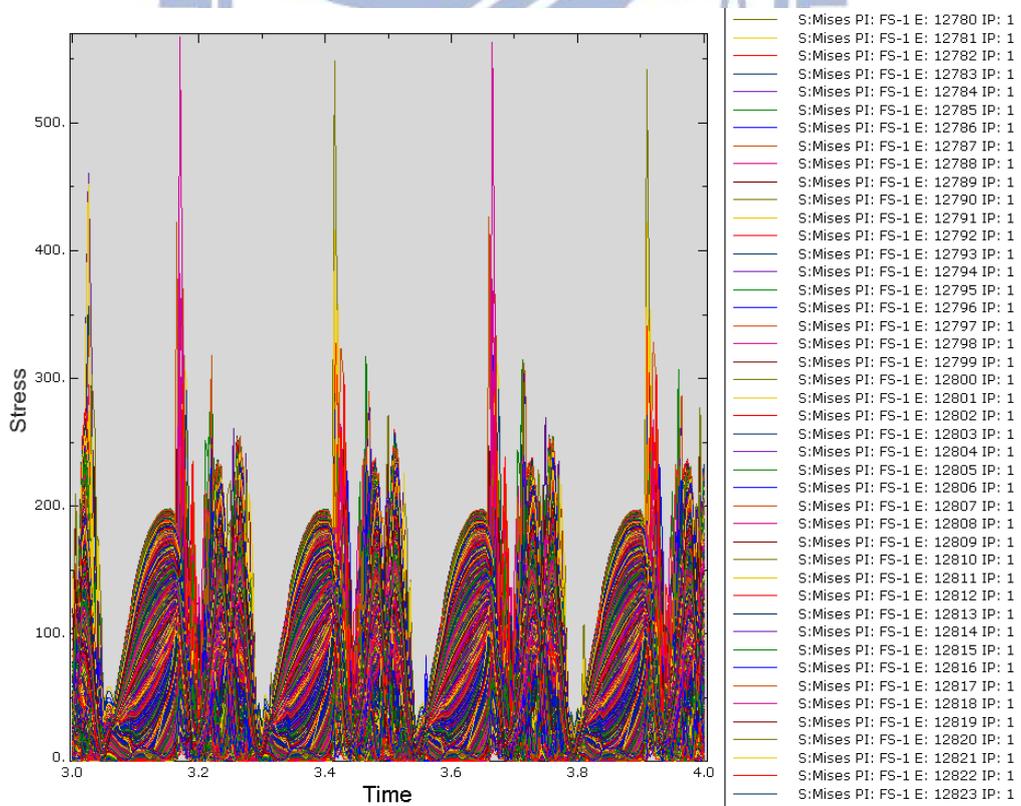


圖 3.19 CSF\_25\_100 主要分析齒之時間與應力圖(20%負載)

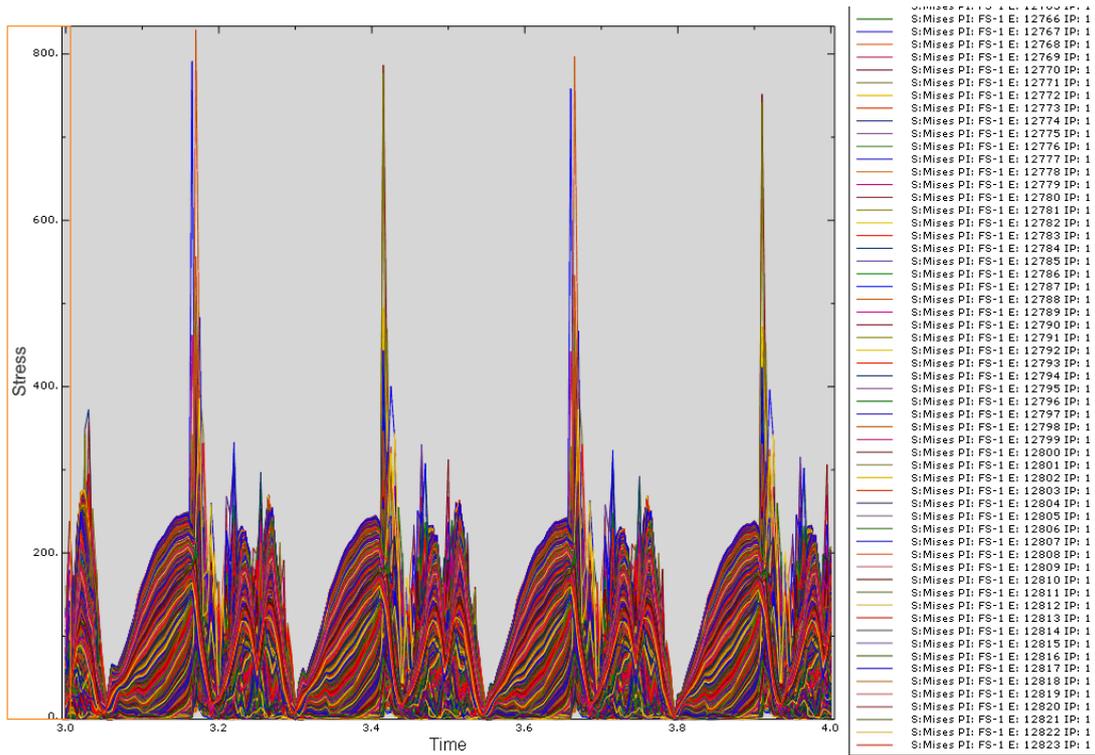


圖 3.20 CSF\_25\_100 主要分析齒之時間與應力圖(30%負載)

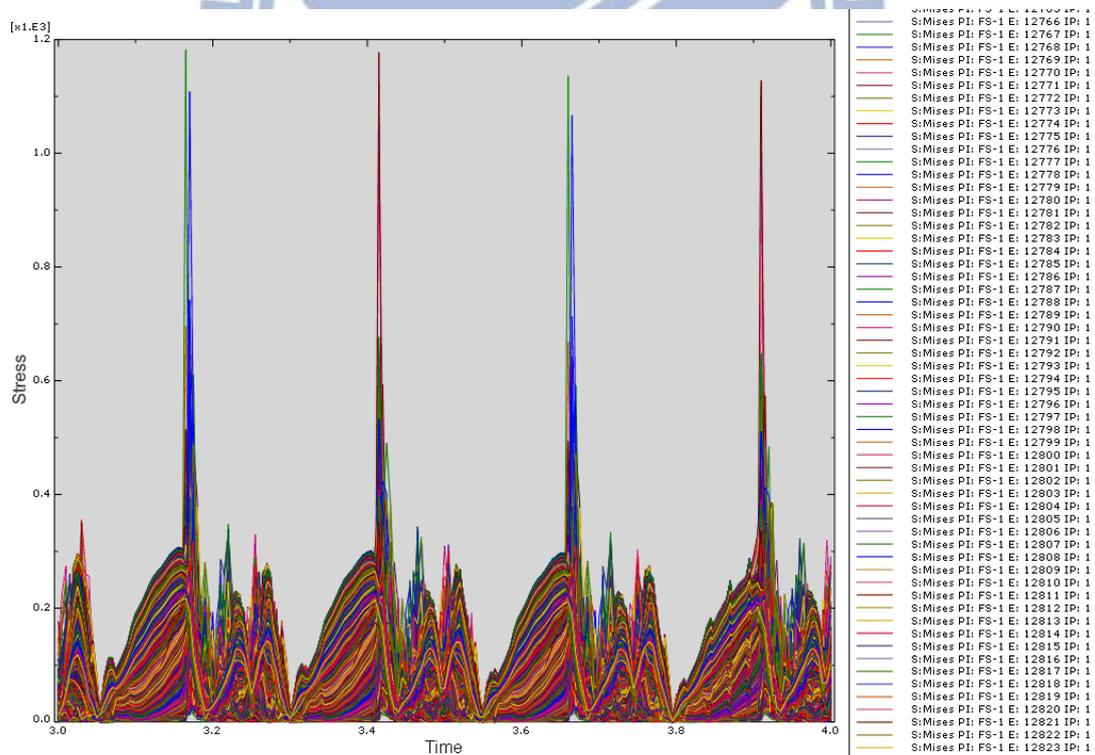


圖 3.21 CSF\_25\_100 主要分析齒之時間與應力圖(40%負載)

在第一週期是剛裝備好整體諧波齒輪時，在模擬上可能會有些失真，像是在波產生扭矩部分在一開始會有較大幅度的跳動、角度傳遞誤差在初期也有較大幅度的跳動，因此本研究將排除第一週期，選取在第一週期之後具有最大等效 Mises 應力的曲線，找出有最大等效 Mises 應力發生的元素，並對此元素分析作時間與應力圖。如圖 3.22~3.29 所示，其中紅色框選的元素為最大應力發生的位置。

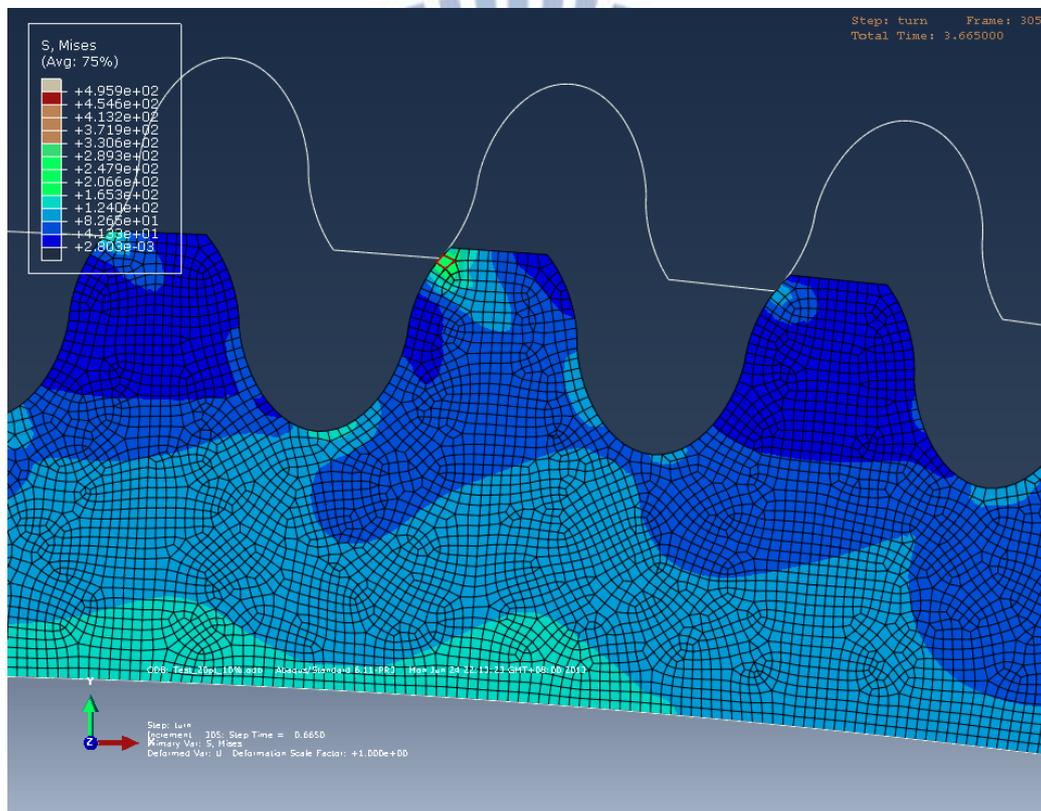


圖 3.22 CSF\_25\_100 柔輪發生最大應力位置(10%負載)

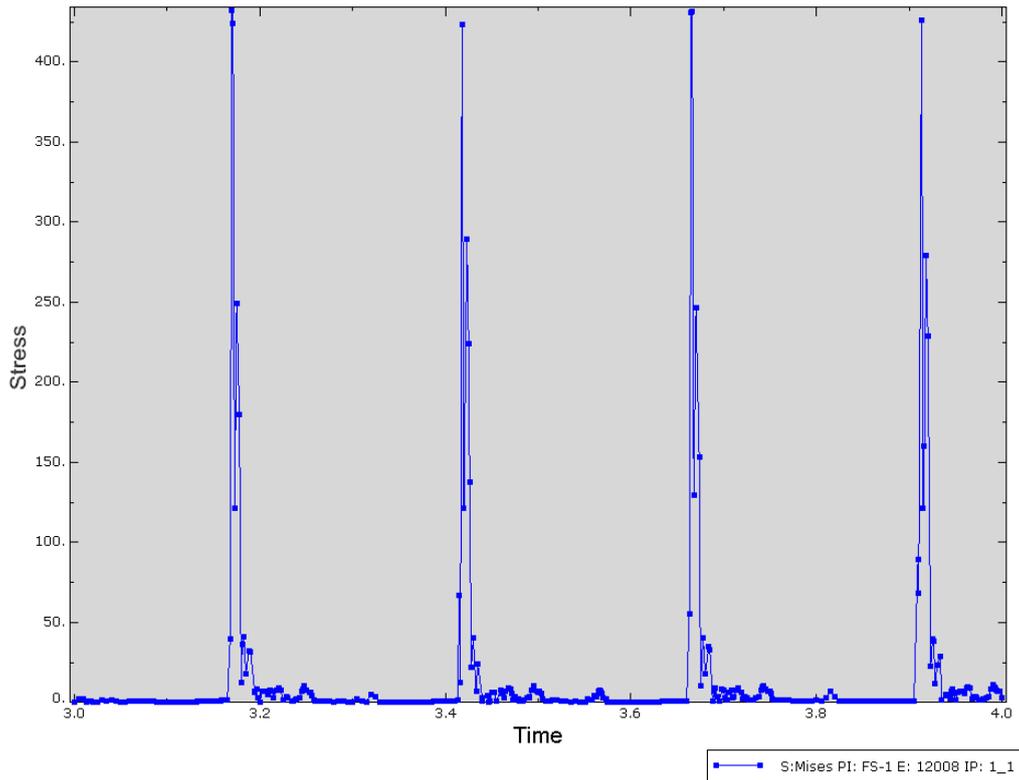


圖 3.23 CSF\_25\_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(10% 負載)

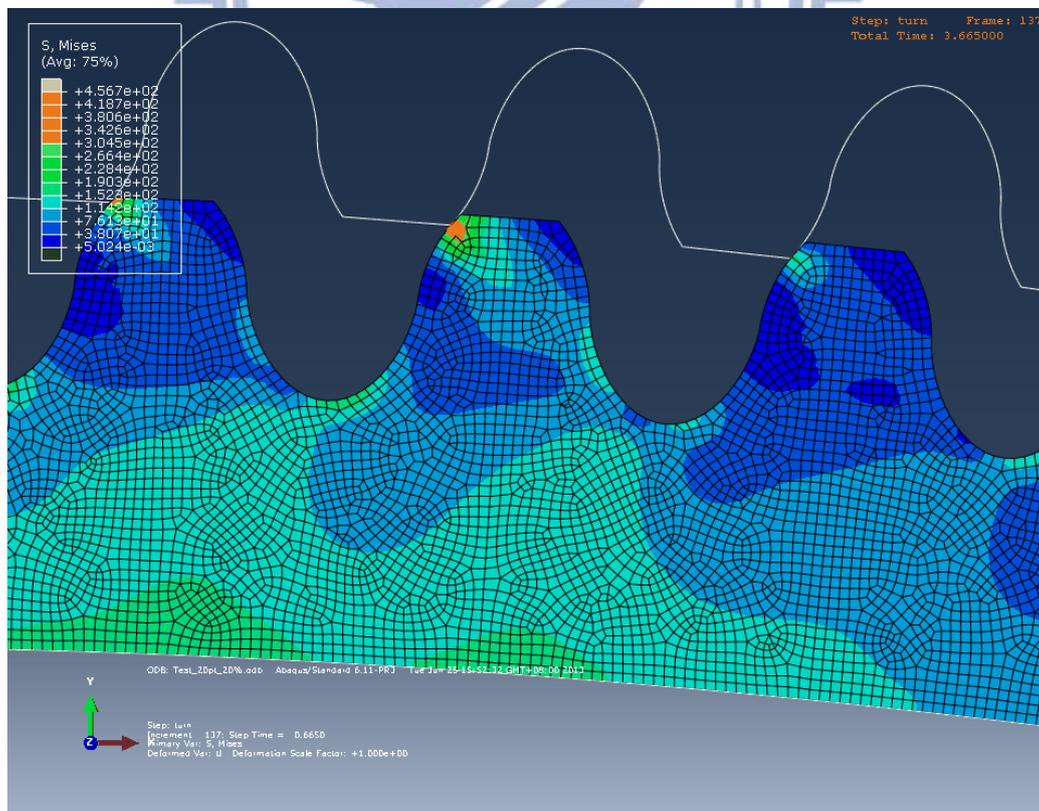


圖 3.24 CSF\_25\_100 柔輪發生最大應力位置(20% 負載)

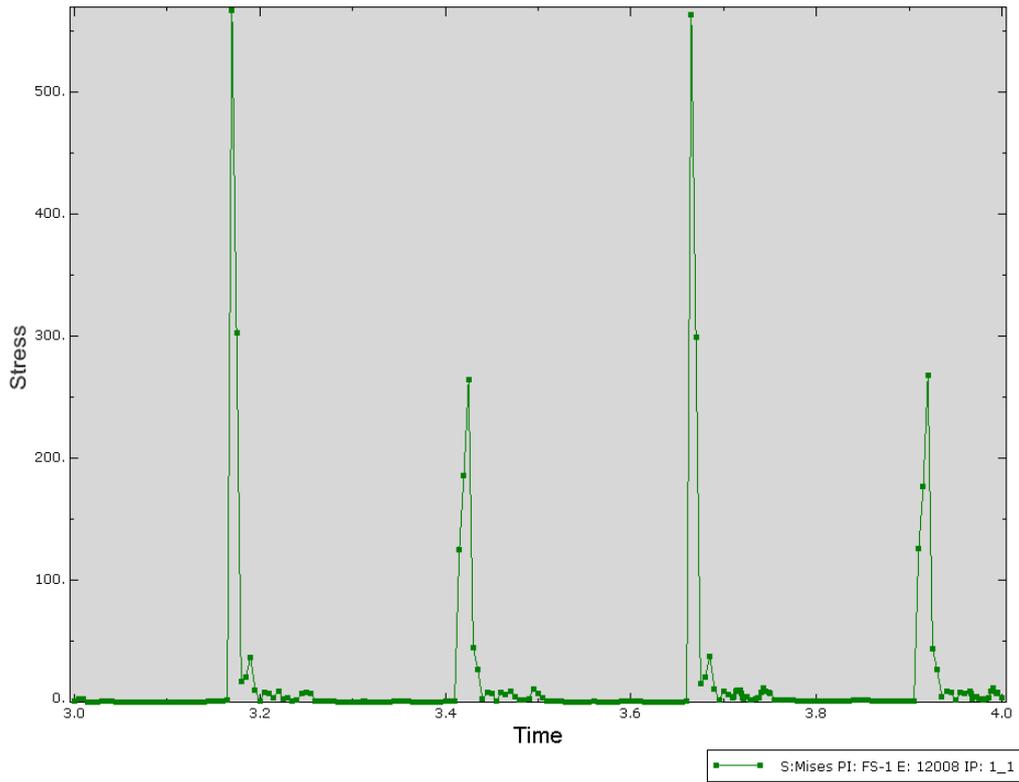


圖 3.25 CSF\_25\_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(20% 負載)

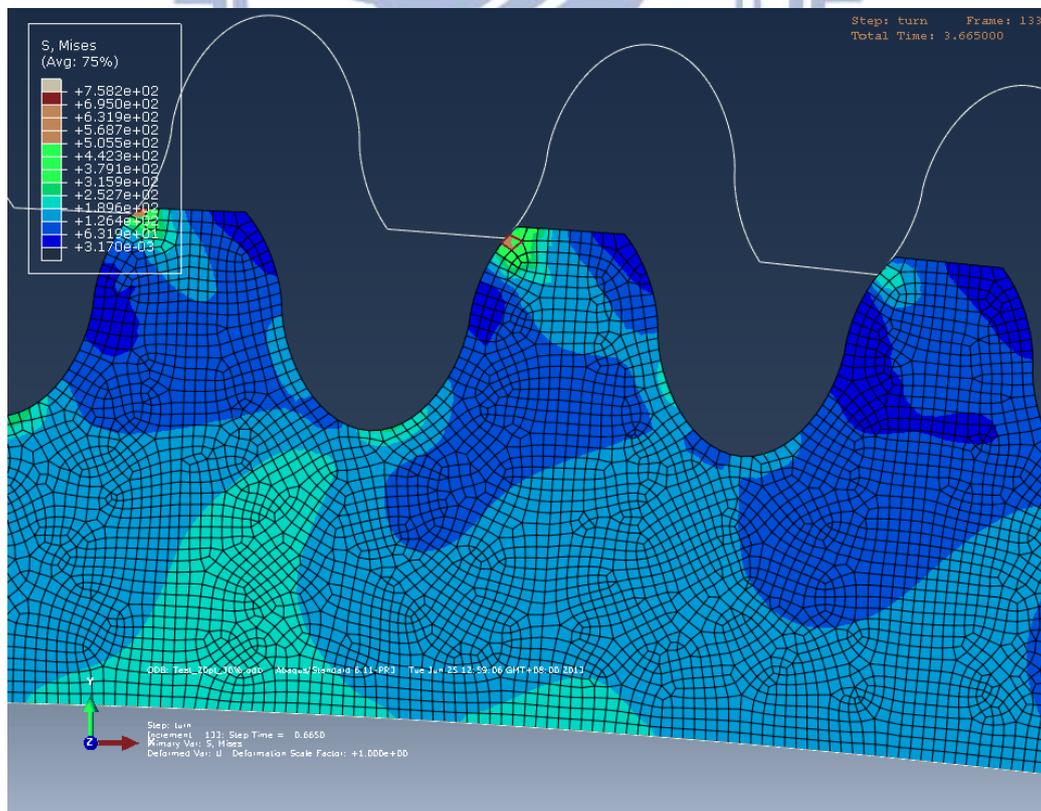


圖 3.26 CSF\_25\_100 柔輪發生最大應力位置(30% 負載)

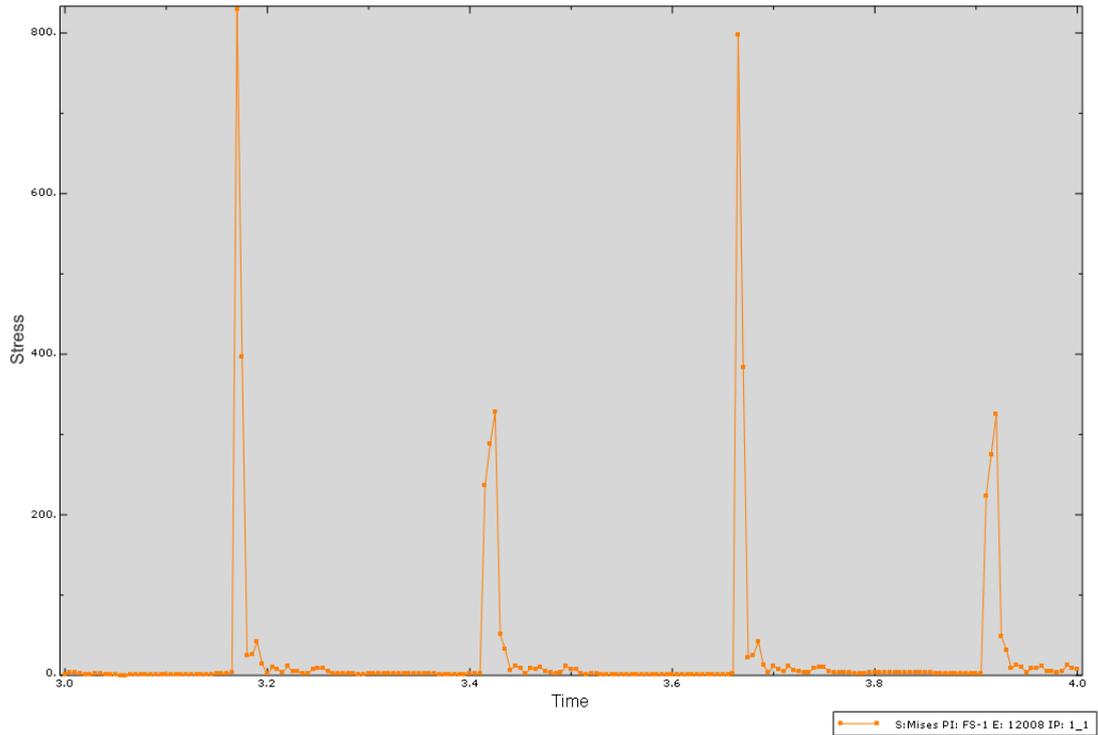


圖 3.27 CSF\_25\_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(30% 負載)

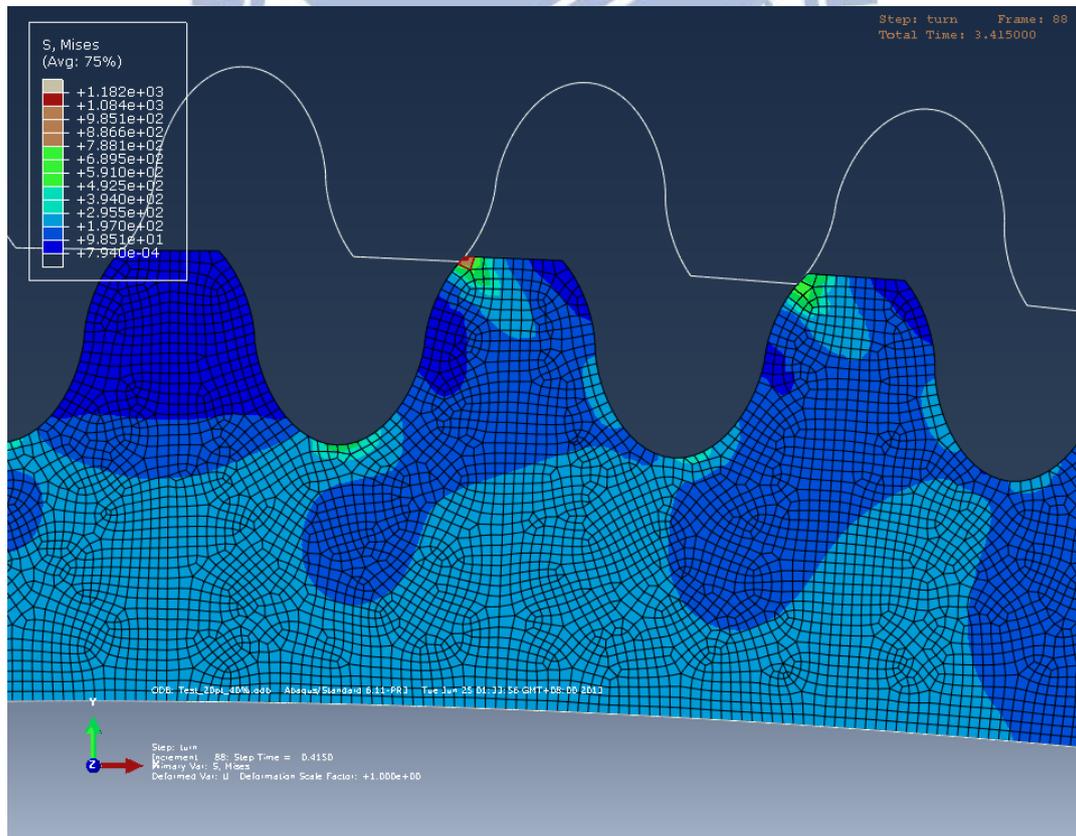


圖 3.28 CSF\_25\_100 柔輪發生最大應力位置(40% 負載)

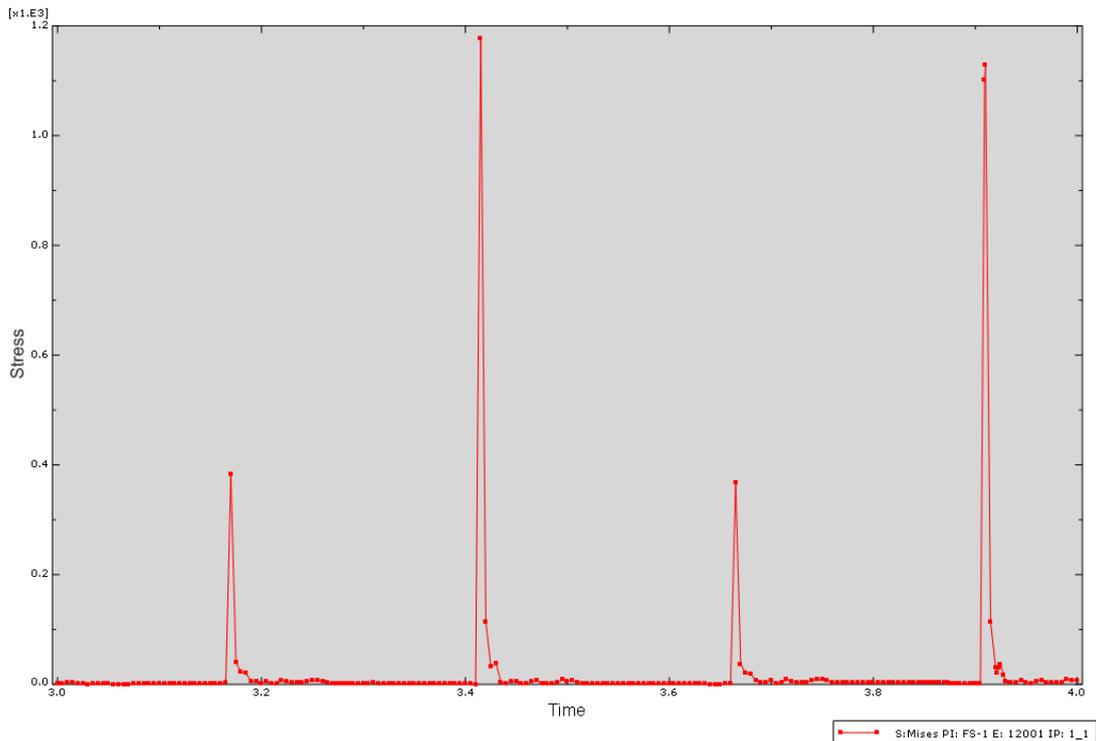


圖 3.29 CSF\_25\_100 最大應力發生元素之時間與應力圖(40% 負載)

由有限元素分析所得到之最大等效 Mises 應力，如下表所示：

表 3.5 CSF\_25\_100 不同負載下，柔輪之最大等效 Mises 應力

負載百分比(%)	最大應力(MPa)
10	430.94
20	563.37
30	797.21
40	1177.4

若依照文獻上的降伏強度 860 MPa，在 40% 負載情形下，柔輪已經發生降伏，但實際上柔輪經過熱處理，且表面做過硬化處理，故其降伏強度及抗拉強度可能高很多。因為確切數值尚未獲得，因此在此只先考慮其趨勢。

在疲勞分析方面，由於疲勞的發生，是從材料表面的缺陷開始產

生，分析中已發現，柔輪與剛輪嚙合過程中，最大應力是發生在齒面上的元素。因此，可以假設所得到發生最大應力值的元素即為疲勞破壞發生的位置[14]，假設等效應力最小值為 0 MPa，可求得平均以及交變 von Mises 應力  $\sigma_m$  與  $\sigma_a$ ，如下表所示。

表 3.6 CSF\_25\_100 不同負載下，柔輪之平均及交變應力

負載百分比 (%)	平均 von Mises 應力 $\sigma_m$ (MPa)	交變 von Mises 應力 $\sigma_a$ (MPa)
10	215.47	215.47
20	281.69	281.69
30	398.61	398.61
40	588.7	588.7

將平均與交變應力值繪於疲勞圖的應力曲線上，如圖 3.26。

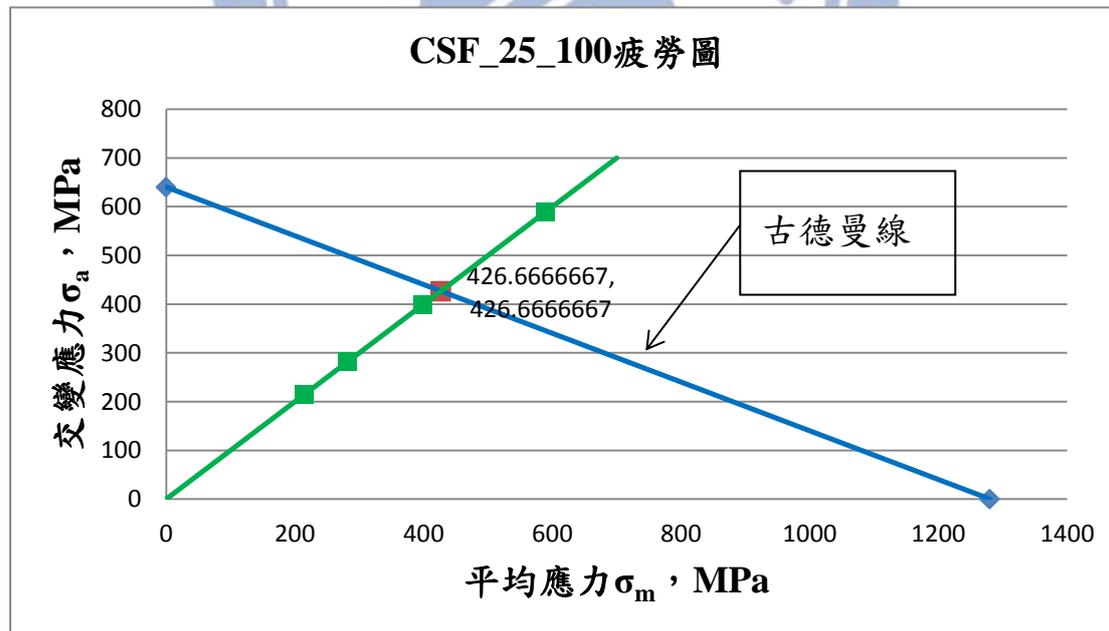


圖 3.30 CSF\_25\_100 柔輪之疲勞圖

將其中一點與原點做連線並與古德曼線交點可得交變強度  $S_a$  為

426.67 MPa，由疲勞破壞公式：

$$n(\text{破壞}) = \frac{S_a}{\sigma_a} \quad (3.3)$$

可得不同百分比的額定負載下的安全因數，如下表所示。

表 3.7 CSF\_25\_100 不同負載下的疲勞破壞安全因數

負載百分比(%)	安全因數 n
10	1.98
20	1.51
30	1.07
40	已發生疲勞破壞

以模擬結果來說，在 40% 的額定負載下就已經發生疲勞破壞，與實際不符合，我們可以推測出兩點結論來解釋為何會有如此結果：

第一點，柔輪做過熱處理及表面硬化處理，所以在抗拉強度上會有大幅度的提升，因此交變強度也會提升許多，安全因數自然提高。第二點，由結果我們可以知道最大應力發生的元素都是在齒頂部位，且都是在柔輪進入剛輪時會產生最大應力，而在柔輪進入剛輪的瞬間應力值突增，這可能是因為模型是由逆向工程中以投影的方式獲得，在齒頂部分的導角可能未與原廠設計完全相同，導致在數值模擬下，柔輪進入剛輪時有類似碰撞的結果，應力值瞬間突增，造成過大的應力值而失真。在未來設計諧波齒輪上，我們可以依此模型的結果，去修正齒頂導角部分，使得諧波齒輪在運轉上更順暢，有較好的傳動能力、

較高的疲勞壽命。

## 3.2. CSF\_25\_80(HW)模型之分析結果

### 3.2.1 波產生器之扭矩

由於簡化成二維分析模型，在柔輪上施加力模擬負載扭矩，考慮扭矩平衡，我們可以藉由分析在旋轉過程中波產生器上之扭矩來確認所施加的負載是否正確。因為 CSF\_25\_80(HW)的減速比為 80，參考型錄柔輪上的額定扭矩為 63,000 Nmm 時，波產生器上的扭矩應為 787.5Nmm。圖 3.31 為波產生器模擬結果的扭矩，圖中 10%~30%為在不同百分比的額定扭矩下之結果。

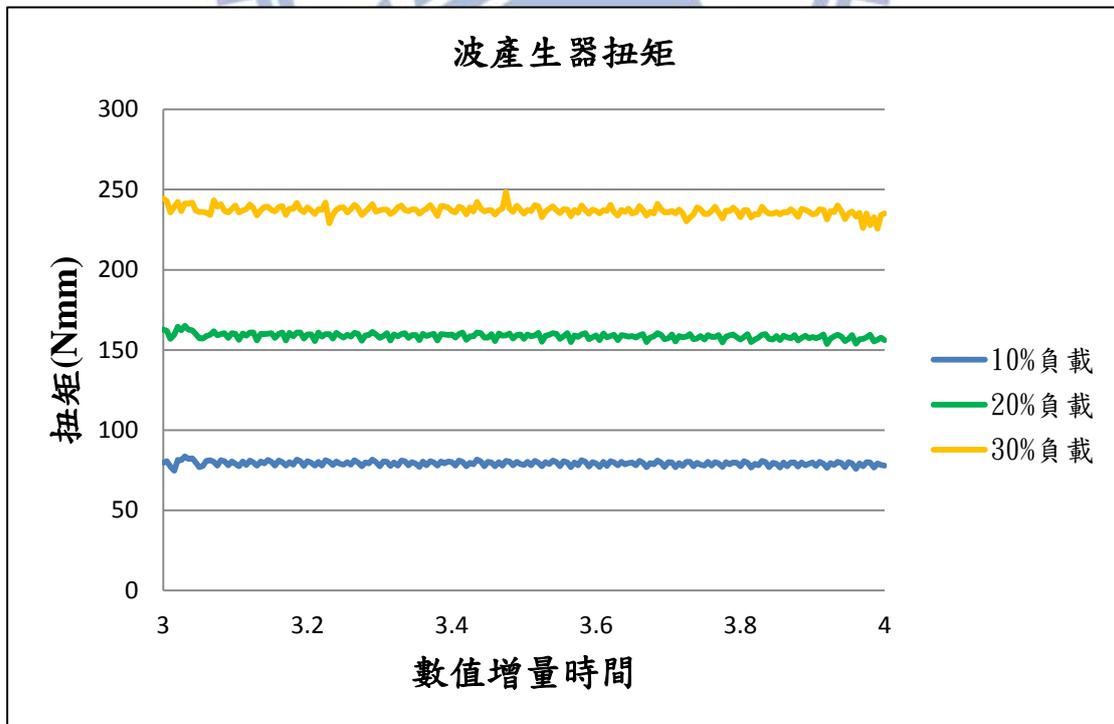


圖 3.31 CSF\_25\_80(HW)波產生器扭矩隨數值增量時間變化圖

與實際扭矩比較，如表 3.8 所示，我們可以知道以此方式模擬力矩是可行的。

表 3.8 CSF\_25\_80(HW)波產生器輸入扭矩實際與模擬比較

扭矩百分比 (%)	實際值 (Nmm)	模擬平均值 (Nmm)	誤差百分比 (%)
10	78.75	79.29	0.69
20	157.5	158.65	0.73
30	236.25	236.86	0.26

如同先前所提及，此方式模擬負載扭矩並不能像三維模型般接近實際情形，且實際齒的嚙合情形在某些方面無法以二維表現出來，雖然受限於這些情形，但本研究已經能完成 CSF\_25\_80(HW)二維分析時 30%的額定扭矩輸入。

### 3.2.2 柔輪運動軌跡

下圖 3.32~3.34 為不同負載下柔輪的運動軌跡。在不同負載下，亦可以得到幾乎完全相同的柔輪運動軌跡，我們由此可以知道柔輪的運動軌跡是穩定且不依負載大小改變的，後續將比較兩模型柔輪運動軌跡的差異。

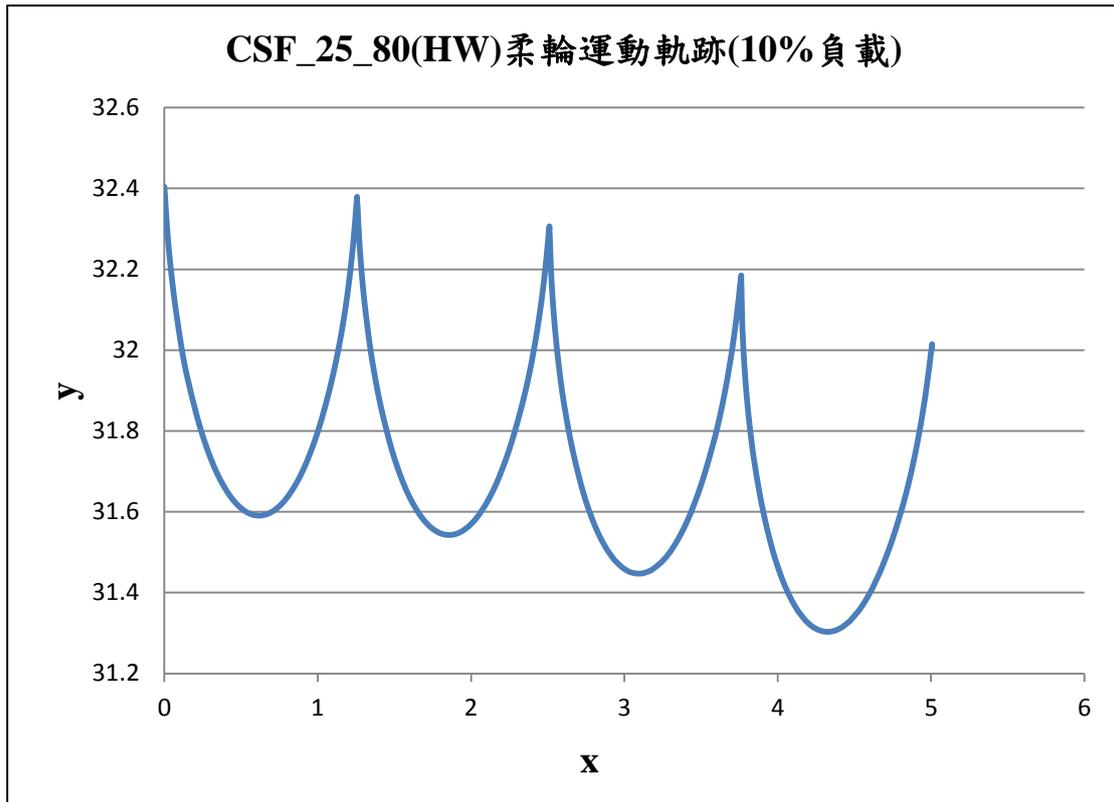


圖 3.32 CSF\_25\_80(HW)柔輪運動軌跡(10%負載)

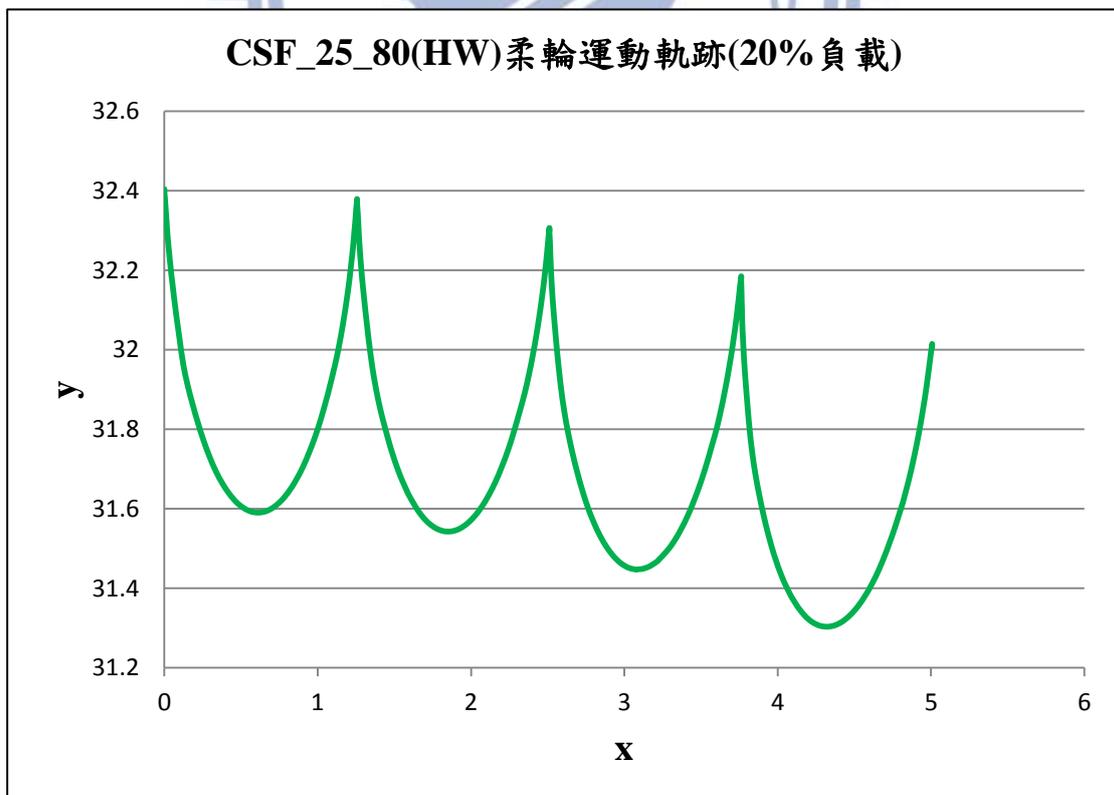


圖 3.33 CSF\_25\_80(HW)柔輪運動軌跡(20%負載)

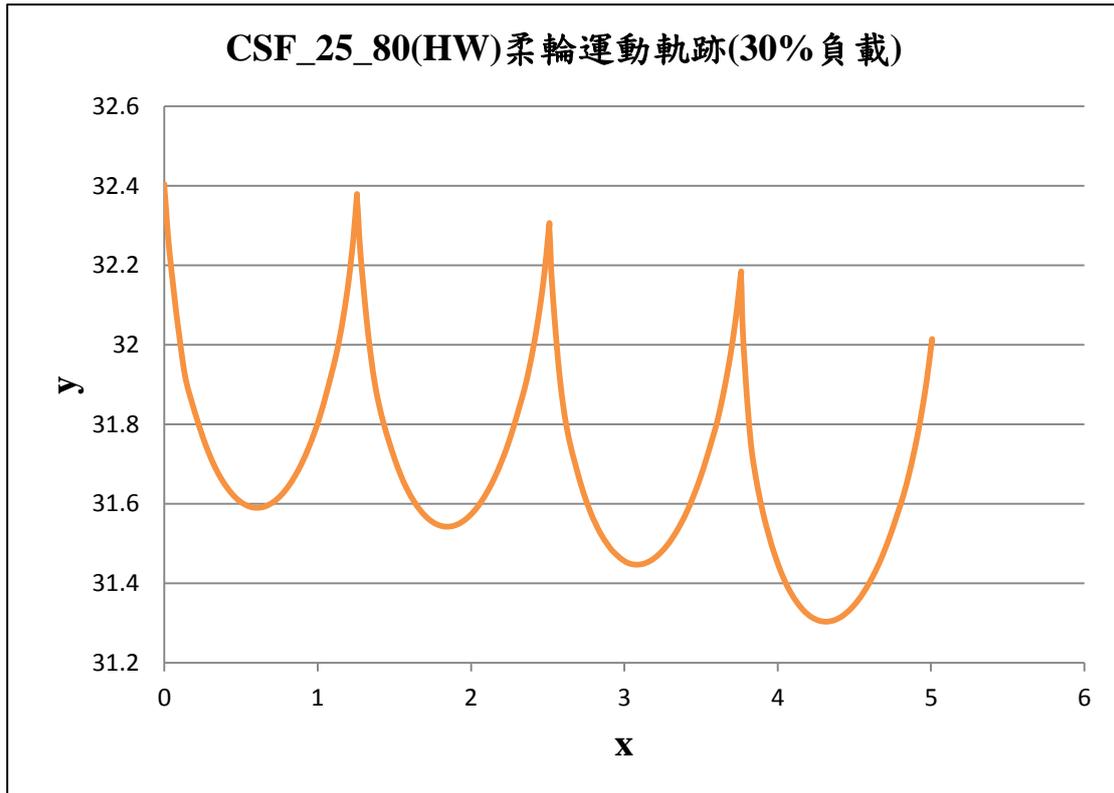


圖 3.34 CSF\_25\_80(HW)柔輪運動軌跡(30%負載)

### 3.2.3 角度傳遞精準度

與 CSF\_25\_100 模型分析方式相同，本研究將簡化只取柔輪上與波產生器長短軸接觸的兩節點(差一個相位)的結果來進行疊加，即可得到接近實際的角度傳遞誤差，如圖 3.35~3.37 分別為不同負載下的角度傳遞誤差。

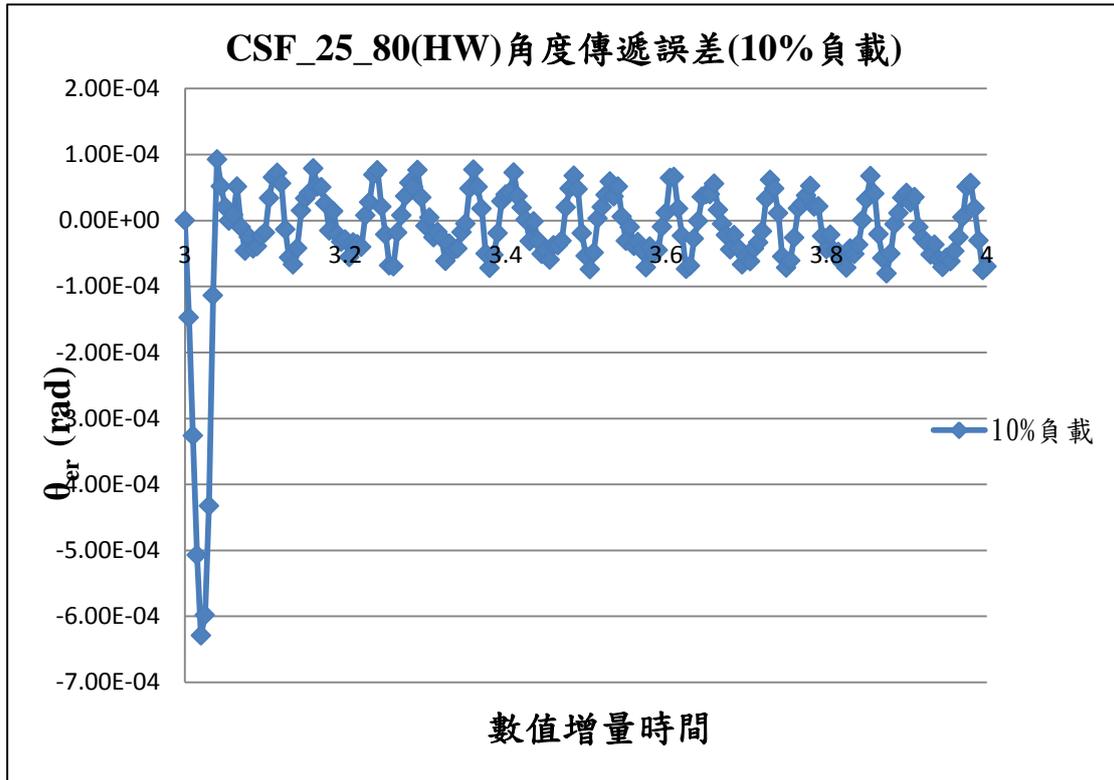


圖 3.35 CSF\_25\_80(HW)角度傳遞誤差(10%負載)

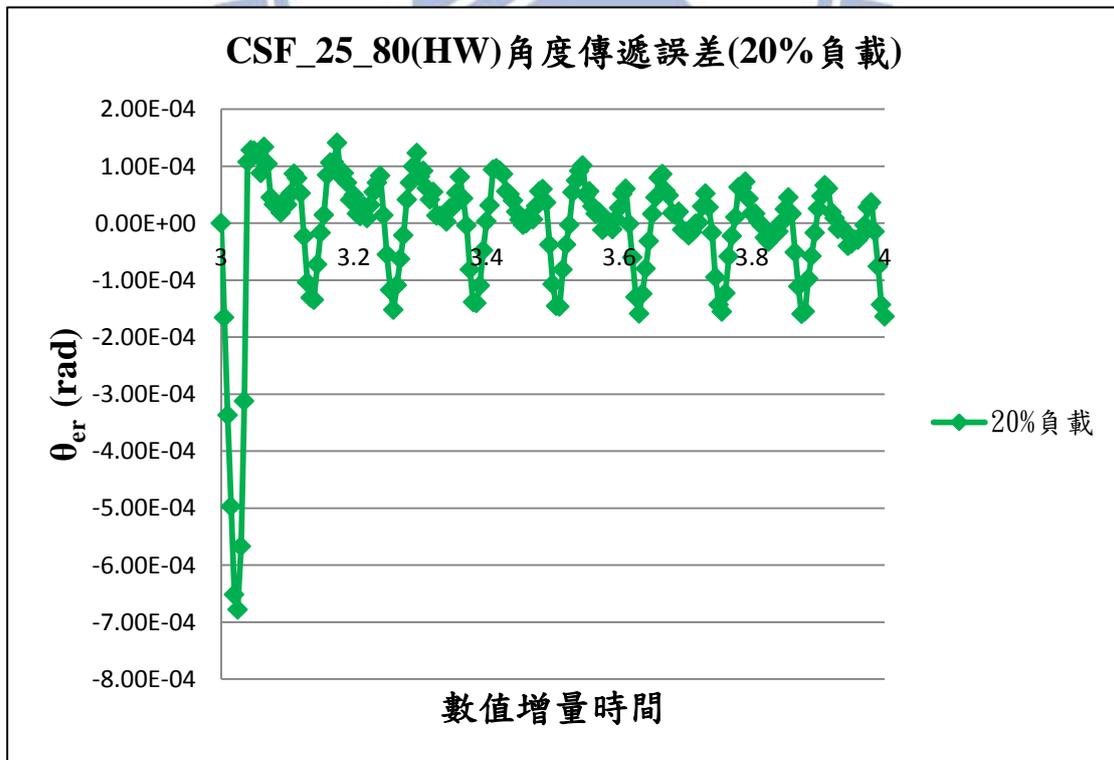


圖 3.36 CSF\_25\_80(HW)角度傳遞誤差(20%負載)

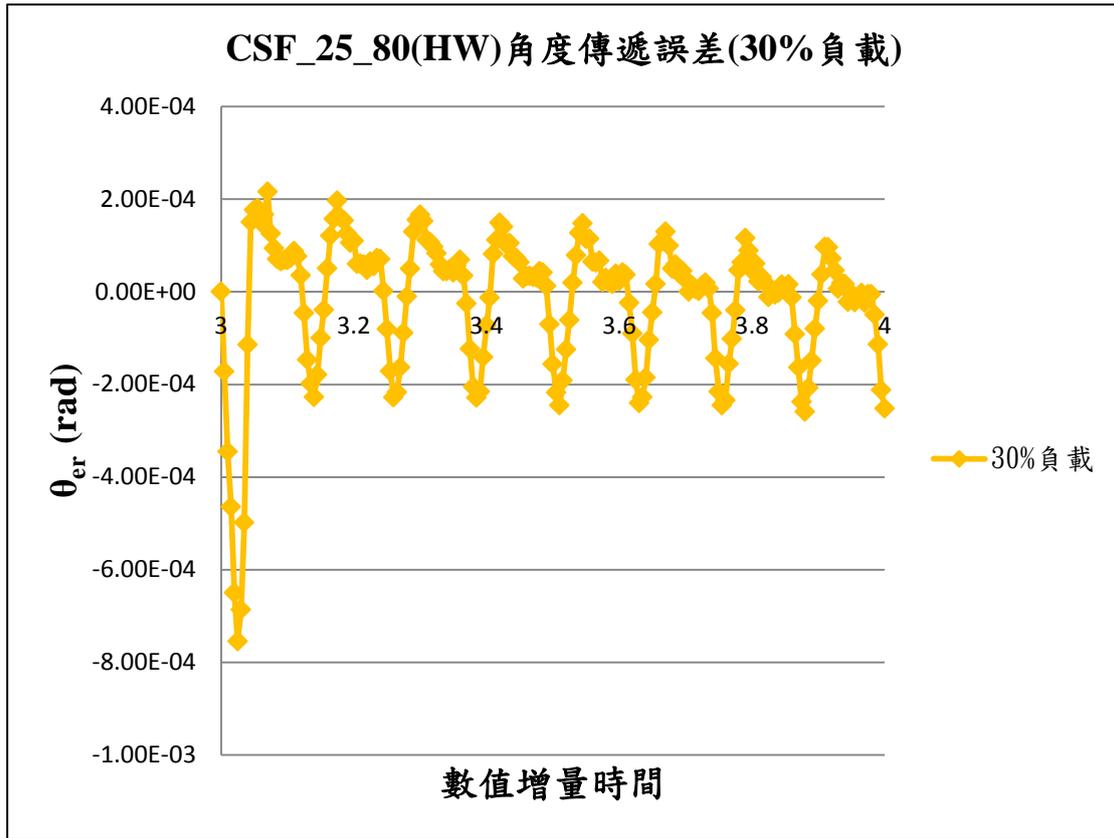


圖 3.37 CSF\_25\_80(HW)角度傳遞誤差(30%負載)

圖中初期有較大的角度傳遞誤差為剛啟動波產生器時所產生，後續則為有穩定週期的狀態。如表 3.9 所示，由結果可得知，隨著負載的增加，角度傳遞精準度則會下降，在 20% 額定負載下模擬值已經大過型錄值，初步認為是在模擬裝配諧波齒輪過程中，排出的干涉部分過多，使得柔輪有些許的變形及位移，造成角度傳遞誤差偏高。亦有可能是合作公司設計之齒型與 Harmoinc Drive 公司 CSF 系列的不同，造成角度傳遞誤差與型錄值不同。未來可協請合作公司做實驗驗證。

表 3.9 CSF\_25\_80(HW)角度傳遞誤差模擬值與型錄之比較

CSF_25_80(HW)角度傳遞誤差 $\theta_{er}$ ( $\times 10^{-4}$ rad)	
型錄值	2.9
10%額定負載下模擬值	1.73
20%額定負載下模擬值	3.00
30%額定負載下模擬值	4.75

### 3.2.4 扭轉剛性

與 CSF\_25\_100 模型分析方式相同，本研究選取與波產生器接短軸處接觸之節點來進行分析，因其周圍接觸齒數較少，較能看出角度的變化。將所得結果與 Harmonic Drive 公司的型錄比較可得下圖 3.38 及下表 3.10。

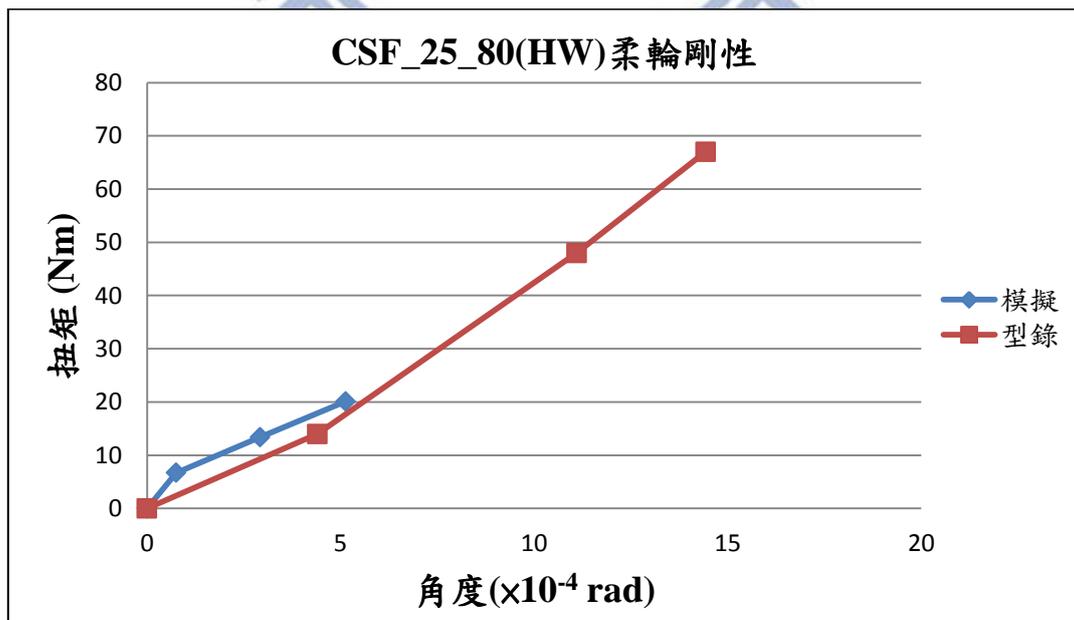


圖 3.38 CSF\_25\_80(HW)柔輪剛性模擬值與型錄值比較

表 3.10 CSF\_25\_80(HW)柔輪剛性模擬值與型錄值比較

剛性	型錄值	模擬值
$K_1$	3.1	8.93
$K_2$	5.0	3.09
$K_3$	5.7	3.03

### 3.2.5 柔輪所受最大應力及疲勞分析

與 CSF\_25\_100 模型分析方式相同，分析主要分析齒上的所有元素，可得時間與應力圖，如圖 3.39~3.41 分別為不同負載情形下的時間與應力關係，可看出具有週期性，柔輪齒上每齒所經歷的受力狀態相同，且主要特徵形狀相同，本研究考慮波產生器旋轉兩圈帶動柔輪旋轉四齒，故有四個週期。

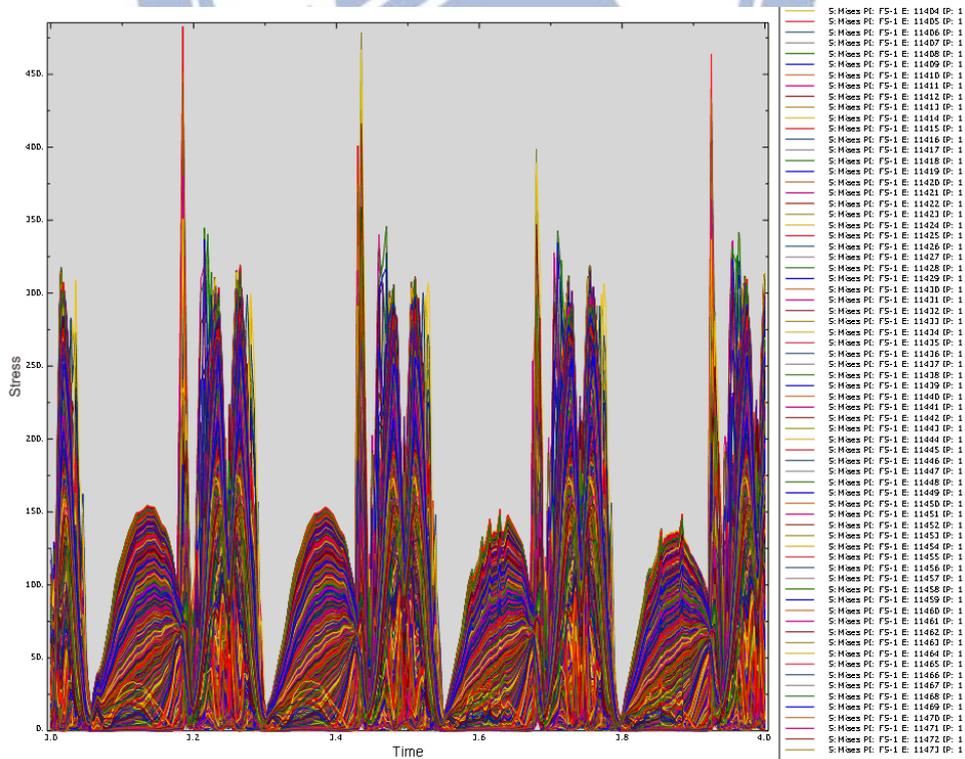


圖 3.39 CSF\_25\_80(HW)主要分析齒之時間與應力圖(10%負載)

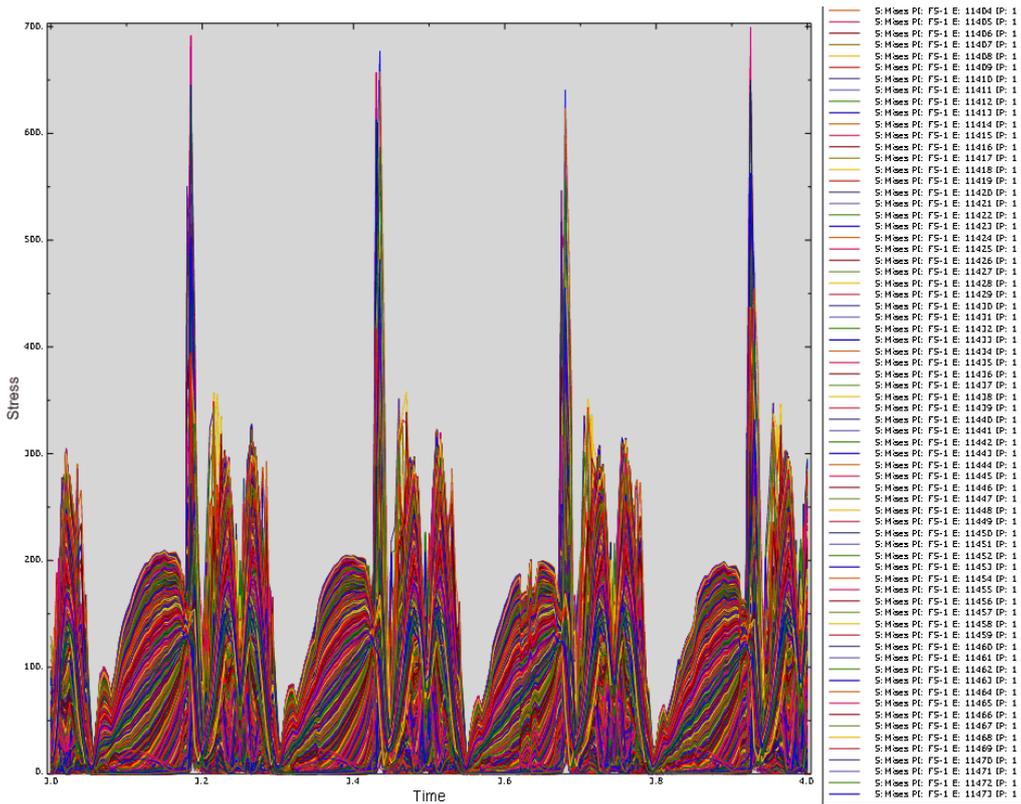


圖 3.40 CSF\_25\_80(HW)主要分析齒之時間與應力圖(20% 負載)

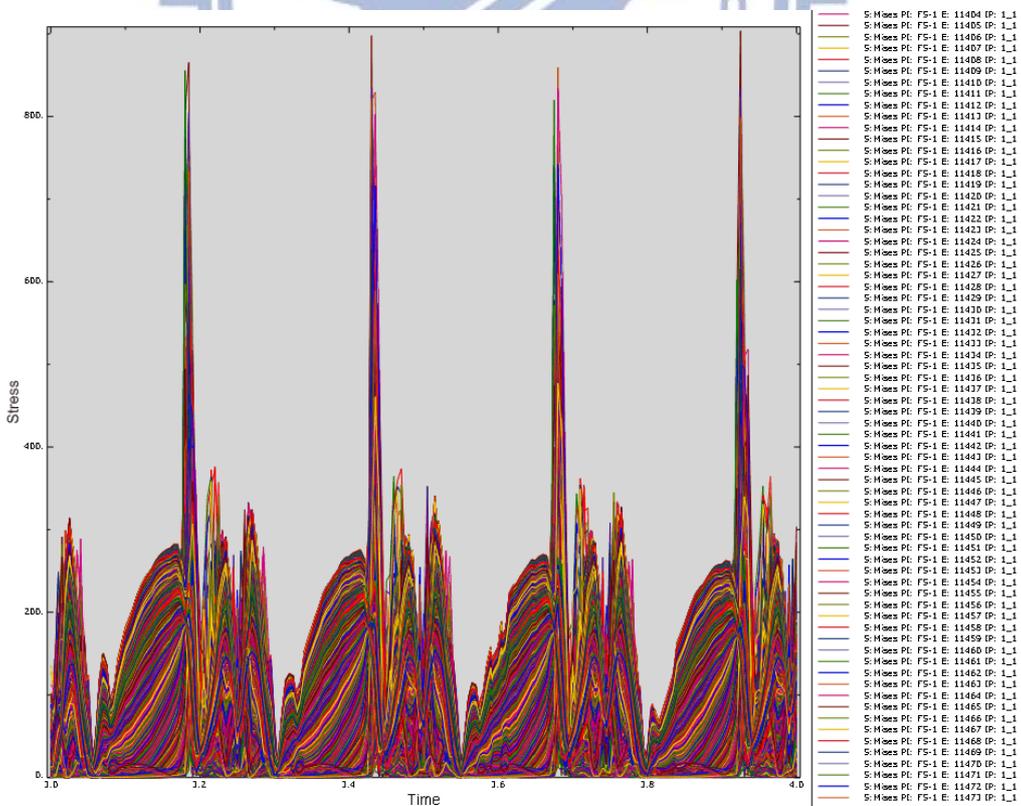


圖 3.41 CSF\_25\_80(HW)主要分析齒之時間與應力圖(30% 負載)

排除第一週期後，選取在第一週期之後具有最大等效 Mises 應力的曲線，找出有最大等效 Mises 應力發生的元素，並對此元素分析作時間與應力圖。如圖 3.42~3.47 所示，其中紅色框選的元素為最大應力發生的位置。

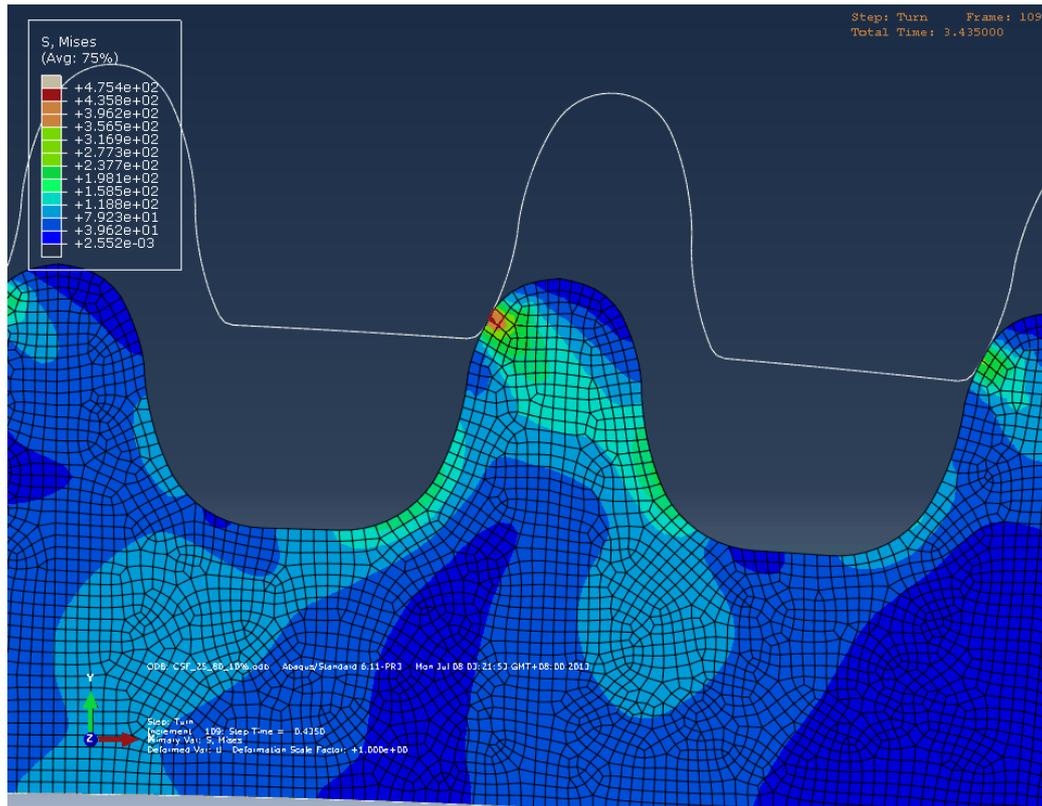


圖 3.42 CSF\_25\_80(HW)柔輪發生最大應力位置(10%負載)

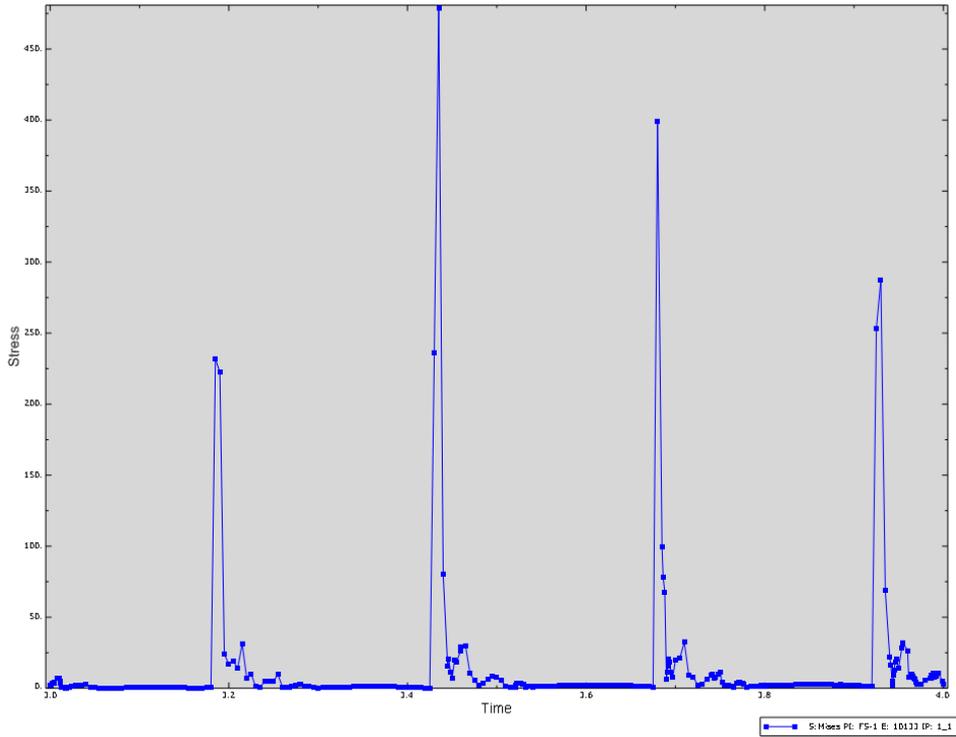


圖 3.43 CSF\_25\_80(HW)最大應力發生元素之時間與應力圖(10%負載)

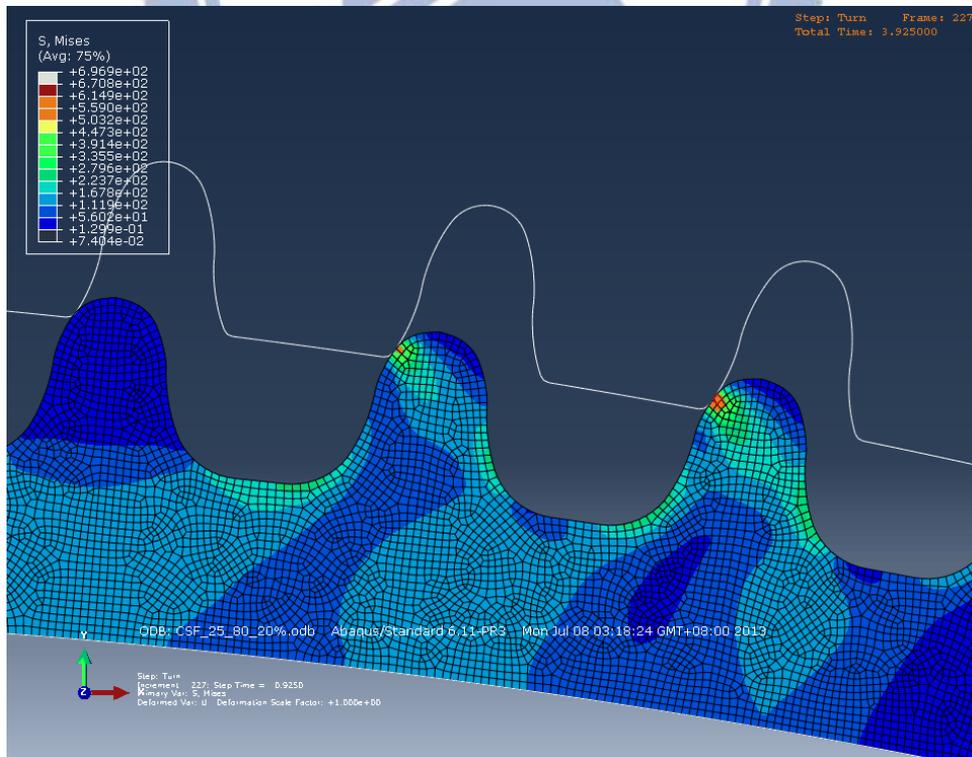


圖 3.44 CSF\_25\_80(HW)柔輪發生最大應力位置(20%負載)

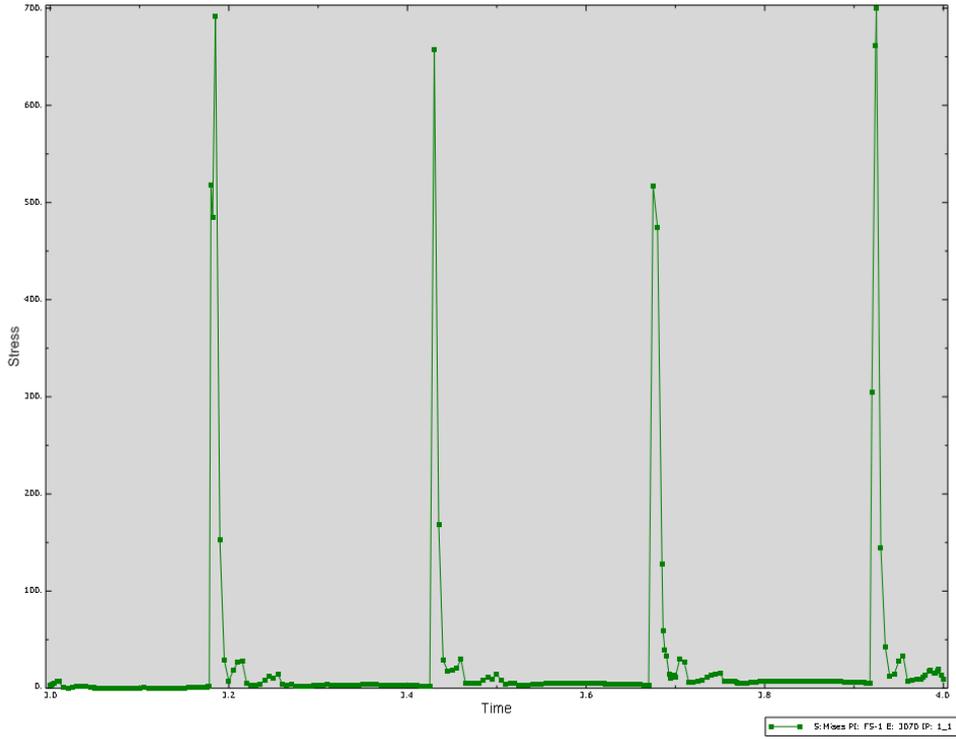


圖 3.45 CSF\_25\_80(HW)最大應力發生元素之時間與應力圖(20%負載)

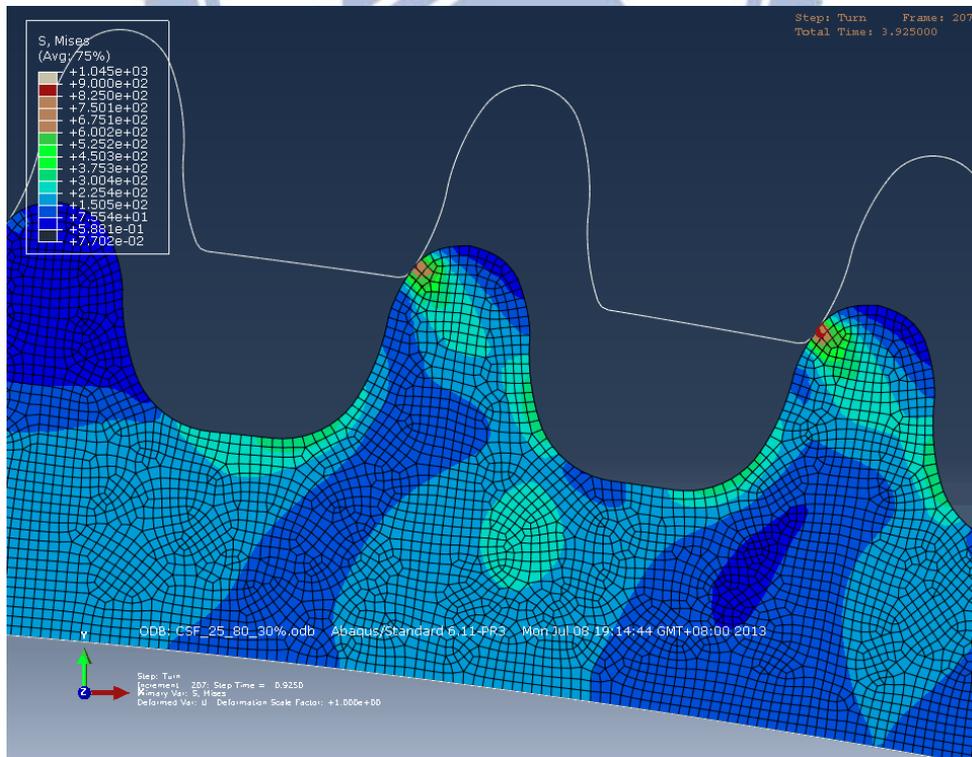


圖 3.46 CSF\_25\_80(HW)柔輪發生最大應力位置(30%負載)

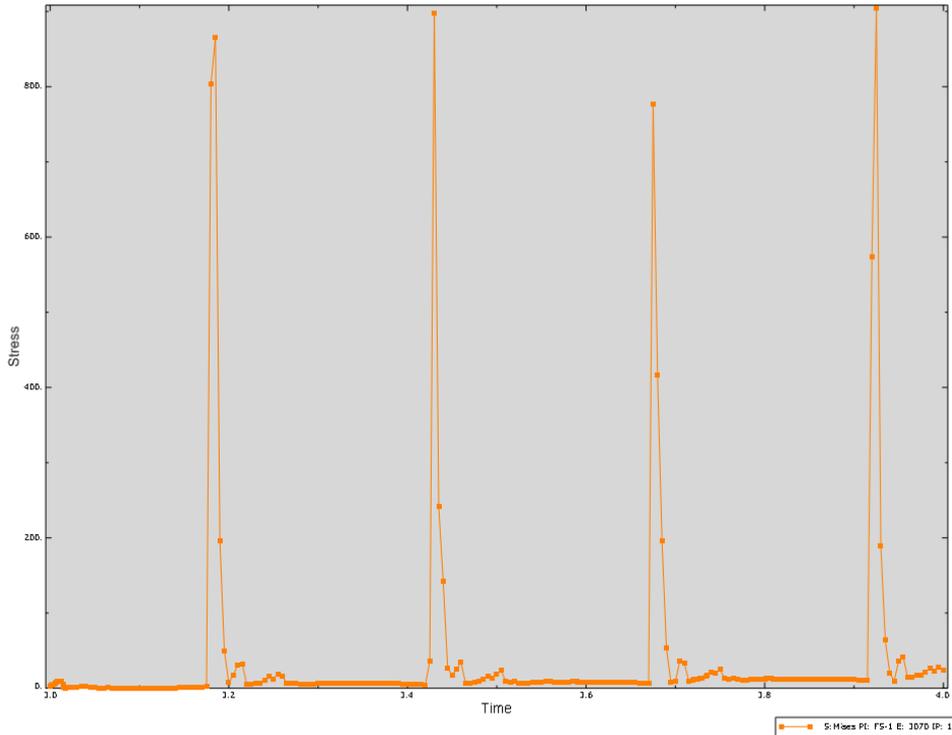


圖 3.47 CSF\_25\_80(HW)最大應力發生元素之時間與應力圖(30%負載)

由有限元素分析所得到之最大等效 Mises 應力，如下表所示：

表 3.11 CSF\_25\_80(HW)不同負載下，柔輪之最大等效 Mises 應力

負載百分比(%)	最大應力(MPa)
10	478.44
20	699.58
30	903.84

若依照文獻上的降伏強度 860 MPa，在 30% 負載情形下，柔輪已經發生降伏，但實際上柔輪應該經過熱處理，且表面做過硬化處理，故其降伏強度及抗拉強度可能高很多。因為確切數值尚未獲得，因此在此只先考慮其趨勢。

在疲勞分析方面，CSF\_25\_80(HW)模型的柔輪與剛輪嚙合過程中，最大應力亦是發生在齒面上的元素。因此，可以假設所得到發生最大應力值的元素即為疲勞破壞發生的位置，假設等效應力最小值為 0 MPa，可求得平均以及交變 von Mises 應力  $\sigma_m$  與  $\sigma_a$ ，如下表所示。

表 3. 12 CSF\_25\_80(HW)不同負載下，柔輪之平均及交變應力

負載百分比 (%)	平均 von Mises 應力 $\sigma_m$ (MPa)	交變 von Mises 應力 $\sigma_a$ (MPa)
10	239.22	239.22
20	349.79	349.79
30	451.92	451.92

將平均與交變應力值繪於疲勞圖的應力曲線上，如圖 3.48。

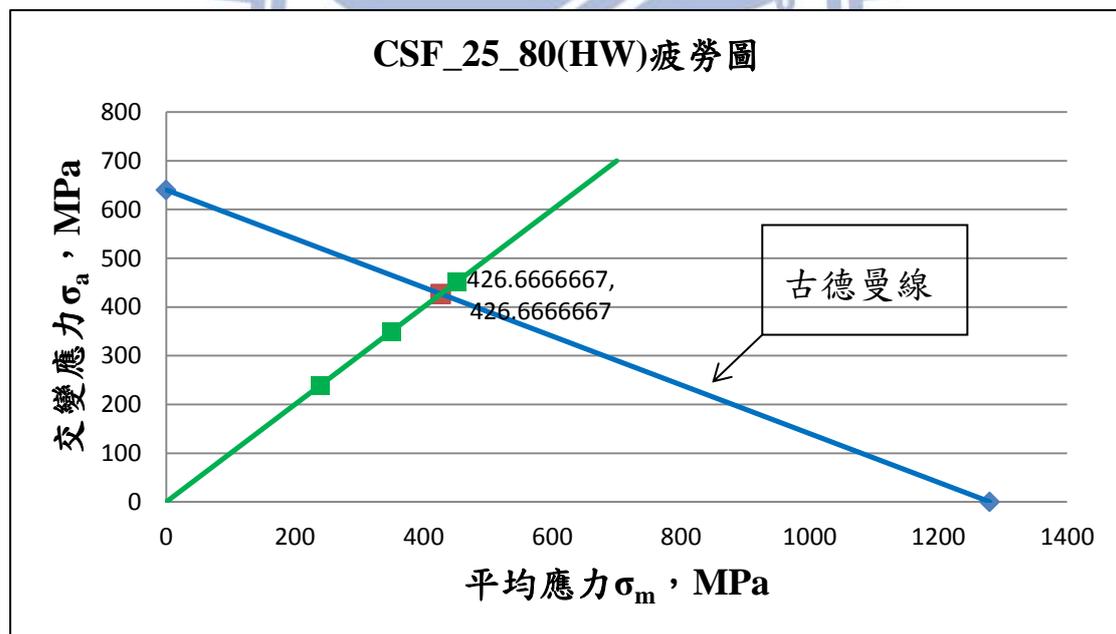


圖 3. 48 CSF\_25\_80(HW)柔輪之疲勞圖

將其中一點與原點做連線並與古德曼線交點可得交變強度  $S_a$  為 426.67 MPa，由疲勞破壞公式，可得不同百分比的額定負載下的安全

因數，如下表所示。

表 3.13 CSF\_25\_80(HW)不同負載下的疲勞破壞安全因數

負載百分比(%)	安全因數 n
10	1.78
20	1.22
30	已發生疲勞破壞

以模擬結果來說，在 30%的額定負載下就已經發生疲勞破壞，與實際不符合，此原因亦是柔輪做過熱處理及表面硬化處理，所以在抗拉強度上會有大幅度的提升，因此交變強度也會提升許多，安全因數自然提高。而 CSF\_25\_80(HW)齒型為合作公司初步嘗試設計之新齒型，由此結果可見齒型亦會決定諧波齒輪傳動系統在運作中柔輪所受應力，尤見齒型的設計對於諧波齒輪之重要性。未來在設計諧波齒輪傳動系統時，可依本研究之模擬分析模式，以結果輔助修正齒型，使諧波齒輪在運轉上更順暢，有較好的傳動能力、較高的疲勞壽命。

## 第四章 模型與分析模式之比較討論

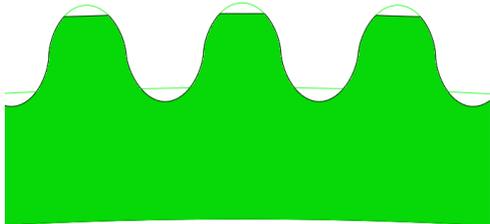
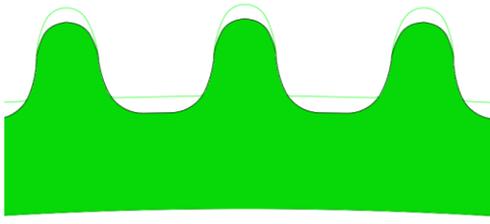
本章將對市售諧波齒輪 CSF\_25\_100 模型和合作公司自行設計之 CSF\_25\_80(HW)模型的二維分析結果進行討論。接著討論二維分析與三維分析之差異。

### 4.1. CSF\_25\_100 和 CSF\_25\_80(HW)之差異與討論

#### 4.1.1 設計上之比較

兩模型在齒型以及齒數上設計有所不同，如下表所示。

表 4.1 兩模型設計上之比較

	CSF_25_100	CSF_25_80(HW)
柔輪 齒數	200	160
減速 比	100	80
齒型		

兩模型在柔輪尺寸上均相同，亦即柔輪節圓直徑均為 2.5 英吋。兩模型的剛輪齒數均比其柔輪齒數多 2 齒，而因為柔輪齒數上的不同，所以減速比也會不同，在齒型設計方面，我們可以由表中圖形看出，CSF\_25\_80(HW)柔輪齒與剛輪齒的接觸長度比例比 CSF\_25\_100 短。

#### 4.1.2 柔輪運動軌跡之比較與討論

由第三章模擬分析結果可知，柔輪運動軌跡在不同負載下均不變，因此本研究在此以 10% 負載來做說明。下圖 4.1 為兩種模型的柔輪運動軌跡。

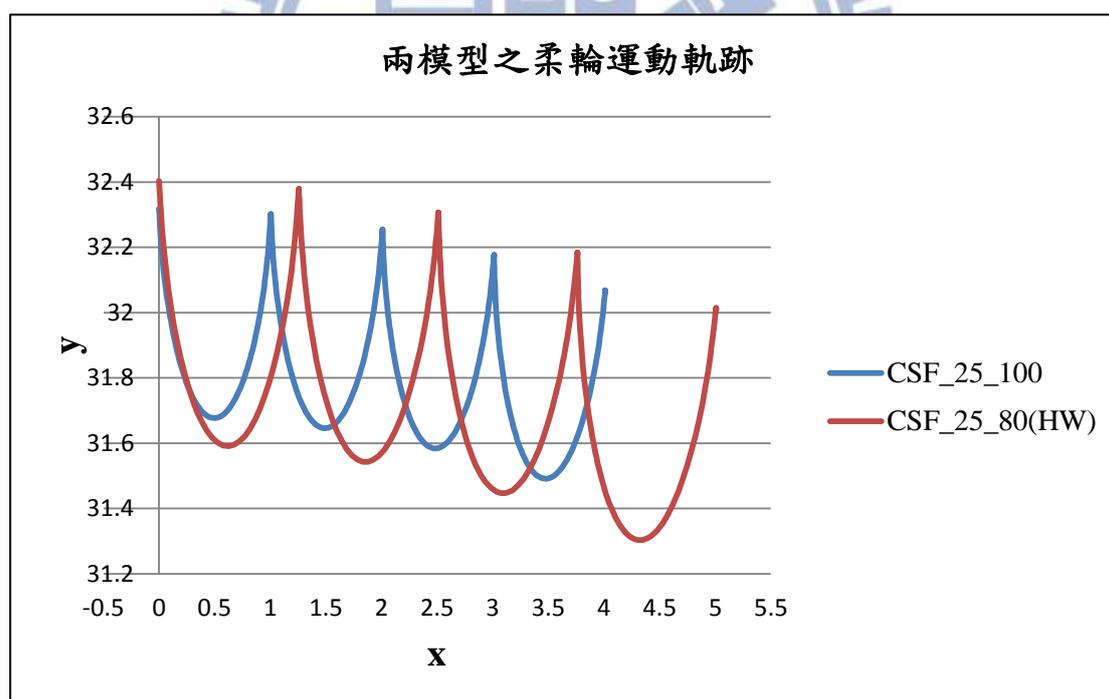


圖 4.1 兩模型之柔輪運動軌跡

由於兩模型的柔輪節圓直徑皆為 2.5 英吋，亦即柔輪在尺寸大小上相同，而在齒數上卻不同，因此造成 CSF\_25\_80(HW)模型中柔輪的運

動軌跡較大些。由結果圖形結果也可得知兩模型在柔輪運動軌跡上與文獻[3]是屬於相同模式，如下圖 4.2 為文獻中之柔輪運動軌跡。文獻專利中是由設計柔輪的運動軌跡進而設計諧波齒輪的齒型，對於未來設計製造諧波齒輪也可依本研究之模擬分析模式，修正柔輪運動軌跡，設計能達到更好傳動效果的齒型。

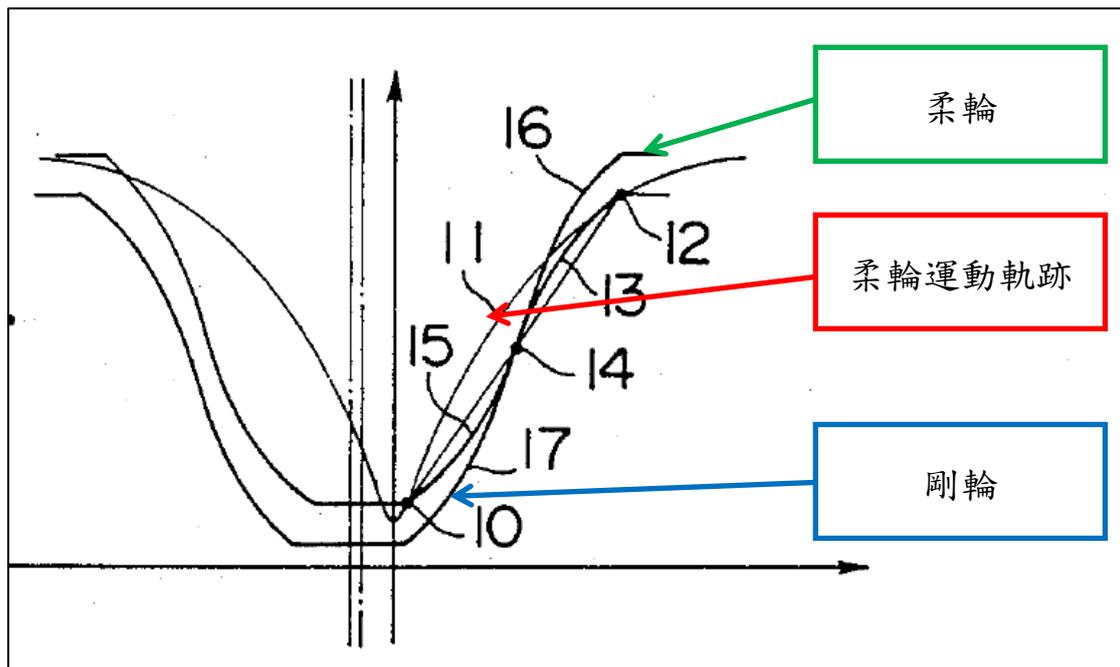


圖 4.2 文獻[3]柔輪運動軌跡

#### 4.1.3 角度傳遞精準度之比較與討論

兩種模型的角度傳遞誤差比較如下表 4.2 所示，由結果可知兩種模型的角度傳遞精準度都會因為負載的增加而降低，其中，CSF\_25\_100 的角度傳遞誤差會隨著負載的增加而趨近於型錄值，而 CSF\_25\_80(HW)的齒型雖不是與 Harmonic Drive 公司的設計相同，但

由結果可看出其角度傳遞誤差比型錄值大，也比 CSF\_25\_100 大，未來將協請合作公司做實驗驗證，對於往後設計改良新齒型提升角度傳遞精準度亦有幫助。

表 4.2 兩種模型之角度傳遞誤差比較

	WG 輸入力矩(Nmm)	$\theta_{er} (\times 10^{-4} \text{ rad})$
CSF_25_100	66.7	1.07
	133.4	1.32
	200	1.74
	266.1	2.83
CSF_25_80(HW)	79.29	1.73
	158.65	3.00
	236.86	4.75
型錄	N/A	$2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}$

#### 4.1.4 扭轉剛性之比較與討論

由第三章模擬結果將兩種模型的扭轉剛性整理成下圖 4.3。

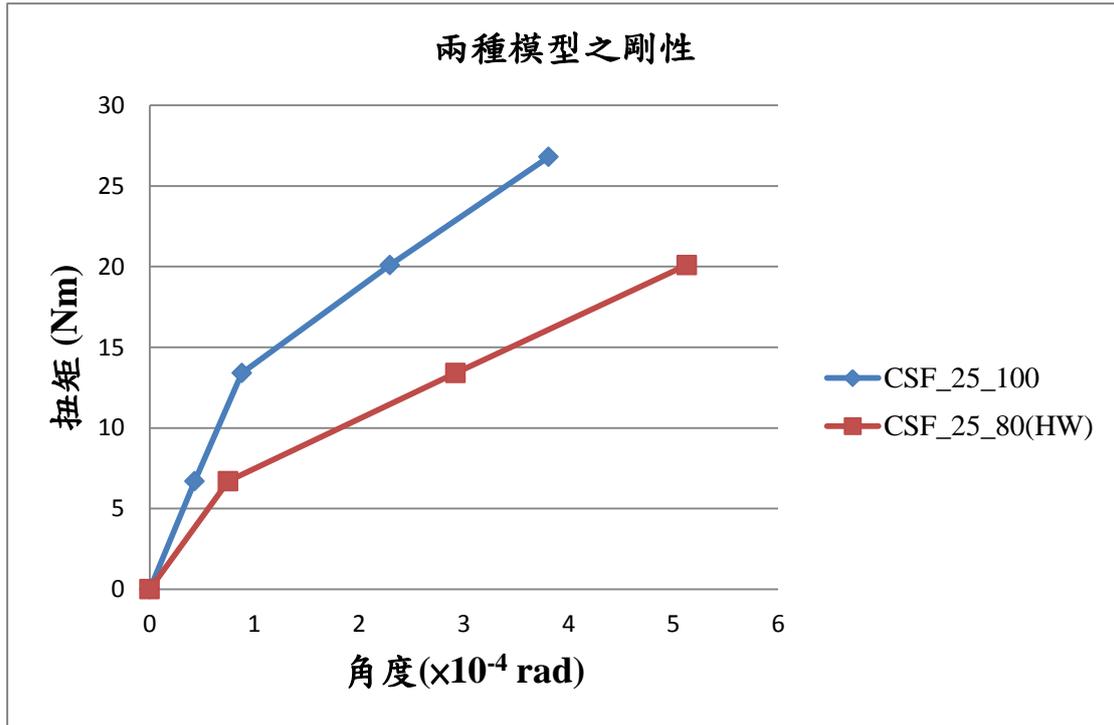


圖 4.3 兩種模型之剛性

圖中各段斜率即為剛性值  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$ ，其值如下表所示。

表 4.3 兩種模型之扭轉剛性比較

剛性	CSF_25_100	CSF_25_80(HW)
$K_1$	14.9	8.93
$K_2$	4.7	3.09
$K_3$	4.4	3.03

由圖表可知隨著負載扭矩的增加，柔輪的扭轉剛性皆不會有太大的改變，這是因為二維分析無法表現出柔輪錐化效應之原因。而 CSF\_25\_80(HW) 的剛性較低，可能是因為在 CSF\_25\_80(HW) 二維分析中柔輪齒與剛輪齒接觸長度的比例與 CSF\_25\_100 的比例不同所造成的結果，如圖 4.4 紅色線段為柔輪及剛輪接觸長度。此剛性相對趨

勢亦可能發生在三維分析中，往後設計柔輪及剛輪齒型時必須考慮此影響。

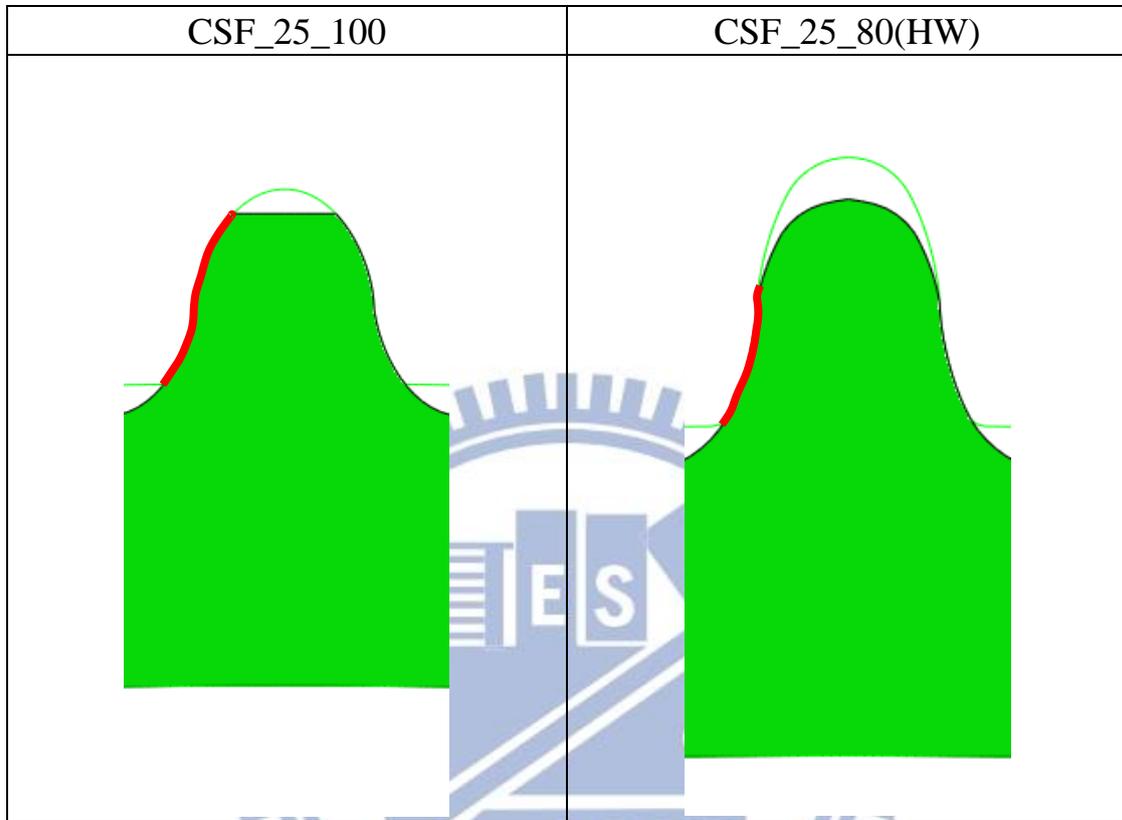


圖 4.4 兩種模型的柔輪與剛輪接觸長度比例

## 4.2. 二維分析與三維分析之差異與討論

本研究曾嘗試直接建立三維分析模型，然而要在兼顧網格夠密不讓齒型變形的情形下，元素個數會過於龐大不易收斂，考慮了分析重點為齒上應力，因此先採用二維分析模型。

在實際諧波齒輪傳動系統中，有輸出和輸入兩端，如圖 3.31 所示，右側輸入左側輸出，而二維分析模型是取輸入端，即是波產生器

輸入使得柔輪杯口齒與剛輪齒嚙合部分，也因此在此二維分析模型裡，我們並不能直接看出輸出端的結果。

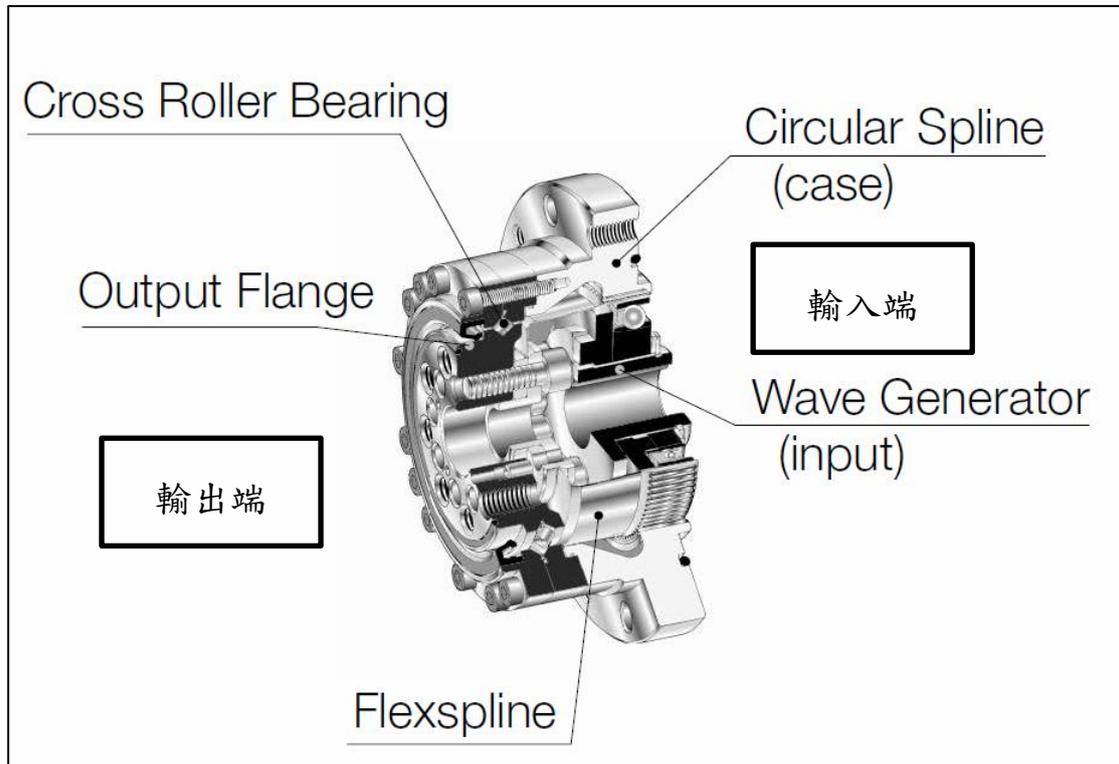


圖 4.5 諧波齒輪輸出輸入端示意圖

在先前所提到的波產生器置入柔輪，會使柔輪杯產生錐化效應，如下圖 4.6 示意，錐化效應會使得柔輪與剛輪嚙合時的接觸點會在杯口頂部，當扭矩增加時，柔輪齒上後端會有機會再與剛輪齒接觸，使得接觸齒數會增加，進而造成剛性之增加。由圖 4.7 來解釋錐化效應，假設柔輪 A 齒和剛輪齒主要在 A' 點接觸，而在柔輪 B 齒部分則是在 B' 點接觸，A' 點和 B' 點並沒有在同一個截面上，也因此在此三維模型中，當扭矩增加時，柔輪與剛輪的接觸齒數會增加，而簡化成二維分析模型時，當扭矩增加時，接觸齒數幾乎不變，並不能看出錐化

效應所造成的影響。但我們可以知道當扭矩增加到一定值後，三維的接觸齒數達最大時，此時的接觸齒數會與二維模型的差度不多，也因此先前所得到的二維剛性結果會趨近於三維剛性的後半段值。

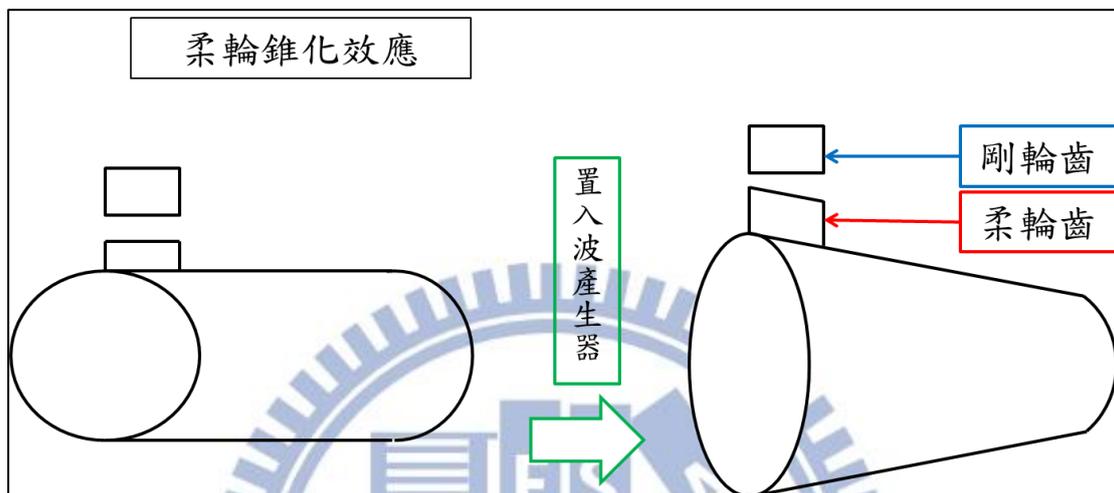


圖 4.6 錐化效應示意圖 a

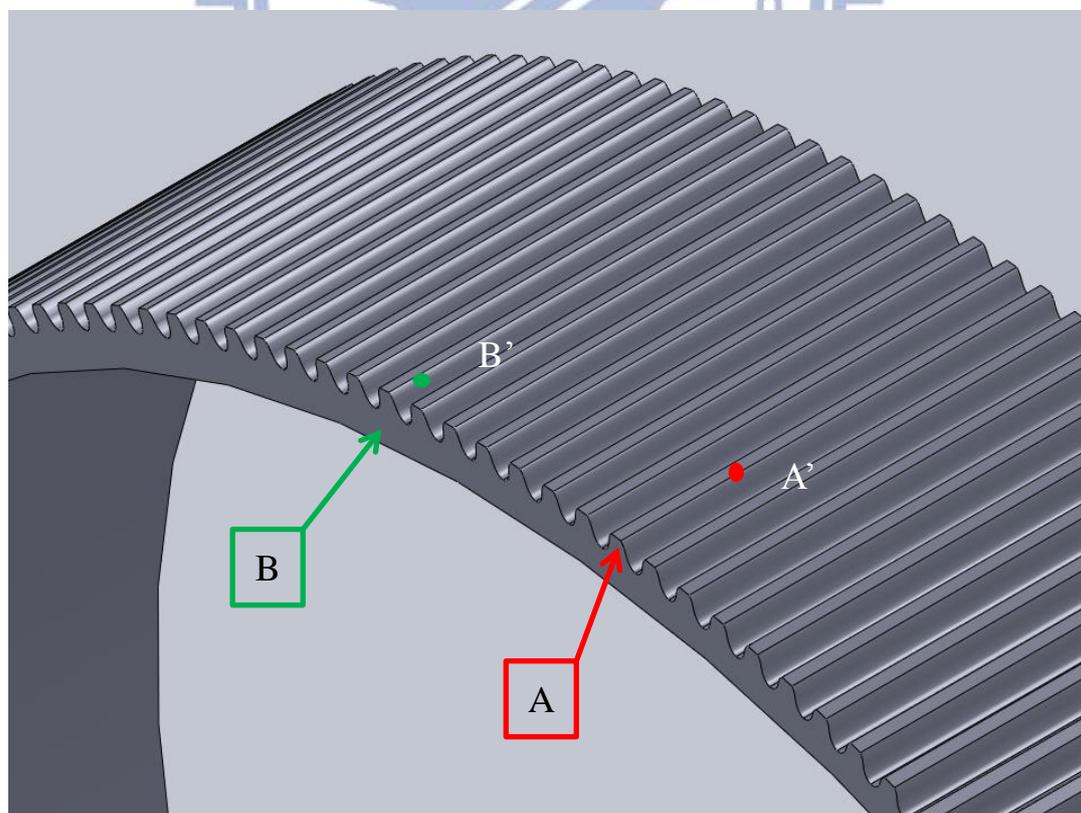


圖 4.7 錐化效應示意圖 b

另外，本研究也初步嘗試使用 CSF\_25\_100 的三維簡化模型來解釋錐化效應。其簡化模型圖如圖 4.7，將柔輪簡化成帶齒柱狀體，剛輪及波產生器只取其表面並定義為離散剛體。限制波產生器與剛輪的所有自由度，設定柔輪底部圓盤為一剛體並給予一扭矩值(本研究在此設定 50% 額定扭矩值，33.5Nm)，及結果接觸應力圖如下圖 4.8 所示。



圖 4.8 CSF\_25\_100 三維簡化分析模型

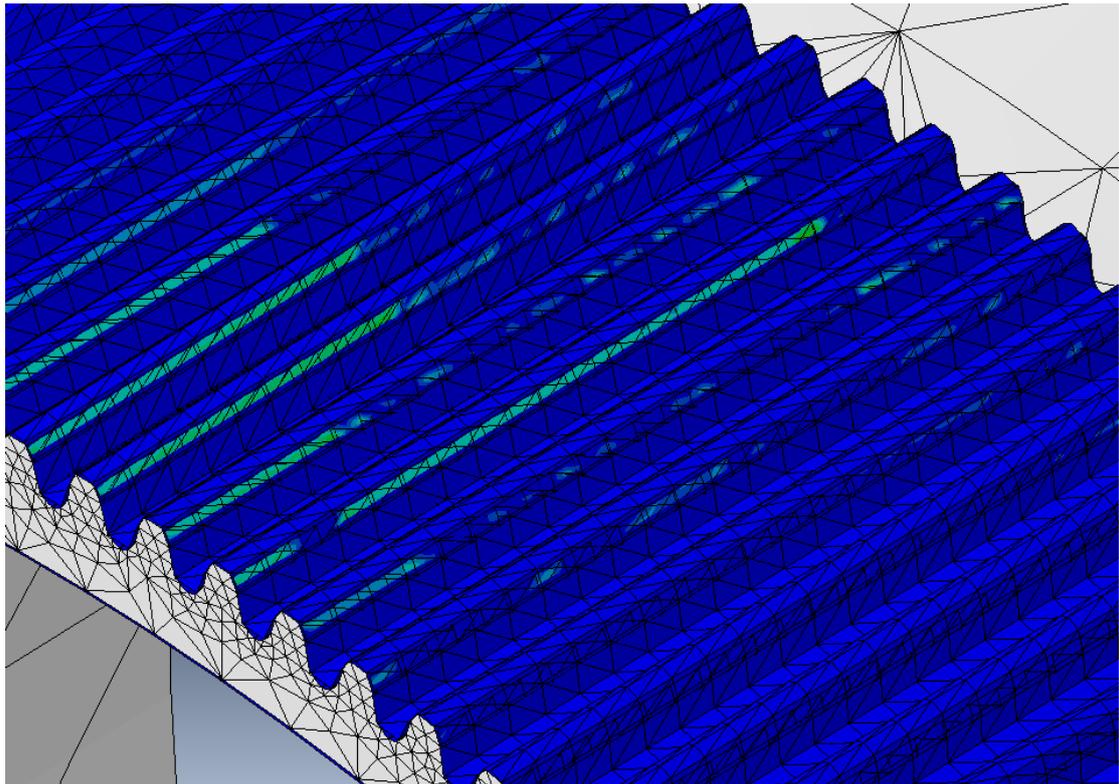


圖 4.9 CSF\_25\_100 三維簡化模型接觸應力分布(50%負載)

雖然齒上的網格不夠密，無法完整呈現齒型，但可以看出每齒上有帶狀的接觸應力分布，若取每齒上帶狀的中心點當作主要接觸點，我們可以證實在三維模型中，每齒上的接觸點是不在同一個截面上的，因此考慮到錐化效應的影響，二維分析模型是會有一定的誤差。

## 第五章 結論與未來工作

### 5.1. 結論

本研究已經成功建立一諧波齒輪二維平面應變模型，透過施加一均壓在柔輪內圈之特殊方法達到在有限元素分析中裝配諧波齒輪。在二維分析模型中以分點給力的方式模擬三維負載，雖受限於二維與三維分析的不同，但本研究已經能成功模擬至 40% 的額定負載。

透過本研究之有限元素二維分析模式可得到如下幾點具有參考價值的結論：

#### (a) 柔輪運動軌跡

許多文獻中使用柔輪運動的軌跡來設計諧波齒輪的齒型，因此透過本研究之有限元素分析模式，將可得到任一諧波齒輪的柔輪運動軌跡，未來可藉由修正軌跡圖來設計或改良諧波齒輪的齒型。

#### (b) 角度傳遞誤差

雖然角度傳遞誤差必須取得諧波齒輪的輸出角度，而二維分析模型並無法直接取得，但本研究透過疊加的方式計算得近似實際三維的角度傳遞誤差，且在 CSF\_25\_100 模型分析結果接近型錄值。

(c) 扭轉剛性

在實際三維諧波齒輪中，當負載達一定值後剛性  $K_3$  幾乎不變，而參考型錄可知額定負載均比此負載大，亦即一般諧波齒輪在穩定運作中的扭轉剛性可以認為是  $K_3$ 。透過本研究之有限元素二維分析模式，可以得到接近  $K_3$  的扭轉剛性，能當作諧波齒輪傳動系統初步設計之參考。

(d) 諧波齒輪運作中，柔輪的應力狀態

依本研究之二維有限元素分析模式，可以獲得諧波齒輪柔輪所受之最大應力以及其發生位置和時間點。透過最大應力發生的位置，可以預期柔輪發生疲勞破壞的位置。而最大應力發生的時間點皆為當柔輪齒進入剛輪齒之瞬間。

本研究建立了諧波齒輪二維模型並完成其有限元素二維分析模式，且成功分析了市售諧波齒輪 CSF\_25\_100 及合作公司自行設計之諧波齒輪 CSF\_25\_80(HW)。考慮二維分析與三維分析之差異，二維分析所能提供諧波齒輪的資訊還是有限，一些詳細的部分(如柔輪底部螺孔、柔輪杯身與杯底之導角的應力狀態等等)仍然需要靠三維分析才能夠達成。

## 5.2. 未來工作

1. 關於合作公司所設計之 CSF\_25\_80 模型，公司實驗尚未完成，待完成後將以實驗結果與二維分析模型結果進行驗證。
2. 考慮二維分析所能提供之資訊有限，未來可建立三維模型，規劃合適的網格密度及元素個數使計算時間縮短亦不失真，以三維分析結果和各項實驗做驗證，確認其分析準確性。
3. 未來也可依不同的諧波齒輪傳動系統之設計，調整二維及三維分析模型，並對三維分析模型進行下列兩項之最佳化：
  - (a) 以提高壽命、降低成本為考量之最佳化設計
  - (b) 柔輪杯身長縮短後之最佳化
4. 配合硬體設備的進步，考慮諧波齒輪亦有可能在軸承處發生疲勞破壞，未來也可將波產生器完整建模，不再取其外型設定為剛體，依此分析波產生器軸承之應力狀況。

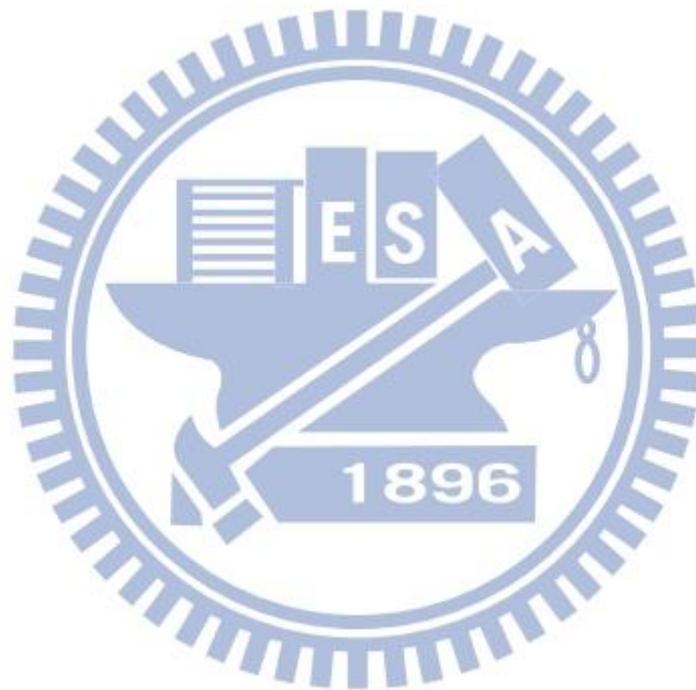
## 參考文獻

- [1] K. Kondo, J. Takada, “Study on Tooth Profiles of the Harmonic Drive”, Journal of Machine Design 112 (1990) 131–137.
- [2] Y. Kiyosawa, S. Ishikawa, “Performance of Strain Wave Gearing Using a New Tooth Profile”, ASME International Power Transmission and Gearing Conference 11(1989) 607–612.
- [3] S. Ishikawa, “Tooth Profile of Spline of Strain Wave Gearing”, United States Patent 4,823,638 (1989).
- [4] Y. Kiyosawa, N. Takizawa, T. Oukura, Y. Yamamoto, “Cup-type Harmonic Drive Having A Short, Flexible Cup Member”, United States Patent 5,269,202 (1993).
- [5] 鄭啟宏，「諧波傳動技術及其發展狀況」，機械月刊，62～68頁，2007。
- [6] N. Takizawa, N. Shirasawa, “Harmonic Flexible Meshing Gear Device”, United States Patent 5,715,732 (1998).
- [7] 康淵、陳信吉，ANSYS入門，修訂四版，全華，2007。
- [8] L. Hsia, “The Analysis And Design of Harmonic Gear Drives”, IEEE Conference (1988) 616-619.
- [9] 侍威、張慶、李星，「基於Abaqus諧波齒輪柔輪變形與應力研究」，機械工程師，第6期，44～47頁，2010。
- [10] 士盟科技股份有限公司，<http://www.simutech.com.tw/>。
- [11] K. Ueura, R. Slatter, “Development of The Harmonic Drive Gear for Space Applications”, Harmonic Drive Systems Inc.
- [12] H. Dong, D. Wang, “Elastic Deformation Characteristic of the Flexspline in Harmonic Drive”, ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, (2009) 363–369.
- [13] <http://www.makeitfrom.com/material-data/?for=Normalized-4340-Ni-Cr-Mo-Steel>

[14]陳浩、陳源豐，機械設計(上)，四版修訂，高立，2009。

[15]Harmonic Drive公司，<http://www.harmonicdrive.net/>。

[16]J. E. Shigley and C. R. Mischke, Mechanical Engineering Design, McGRAW-HILL International Editions, 1989.



## 附錄 A

在真實狀況中，柔輪上的附載應由柔輪杯底傳至杯口，考慮二維分析模型中無法將負載扭矩直接施加於柔輪上，因此利用在柔輪內圈分點給力的方式來模擬負載扭矩。在此將對劃分幾個點較恰當來做討論，本研究採用劃分 8 個點、20 個點以及 36 個點，並考慮力矩平衡，將波產生器的數值分析輸出結果進行比較，結果如下圖 A.1 所示。

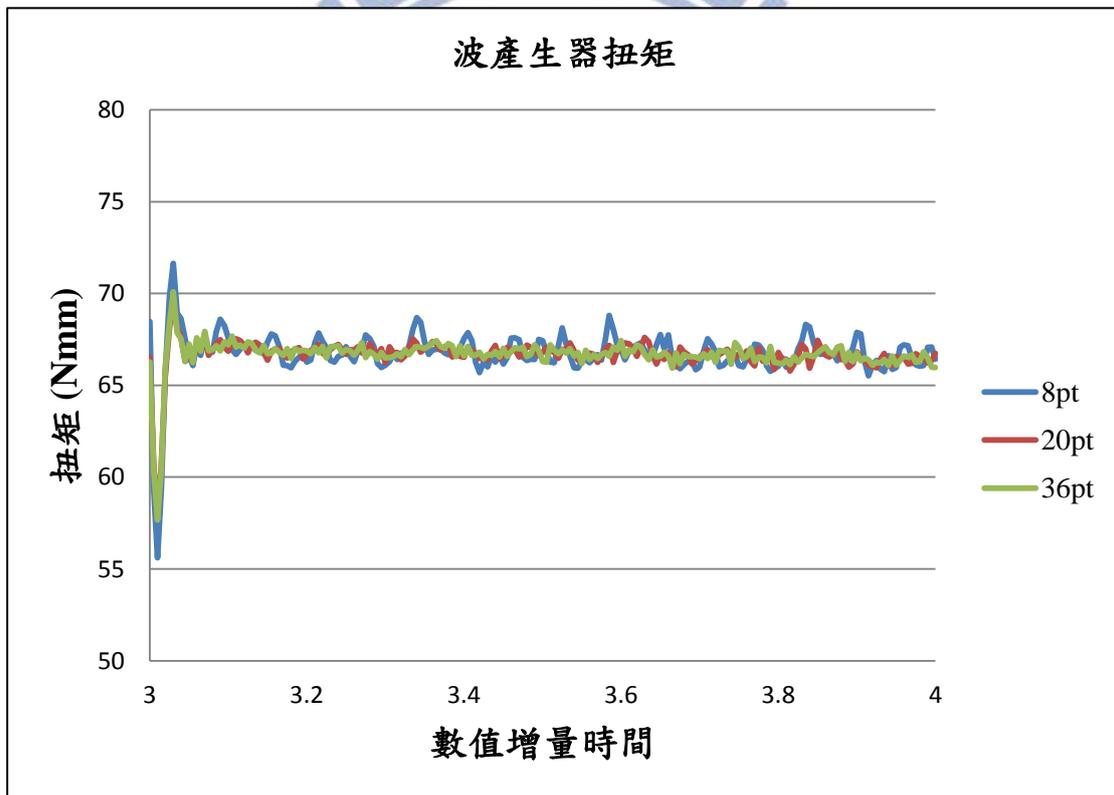


圖 A.1 不同劃分點個數的波產生器扭矩輸出

由圖可知，劃分 8 個點的扭矩輸出震盪較大，而劃分 20 個點和 30 個點的結果趨於穩定，故本研究最終採用劃分 20 個點施力的方式來模

擬負載扭矩。



## 附錄 B

本研究在先前考慮將柔輪內圈分成八個點來給與力模擬負載，如下圖 A.1 所示，

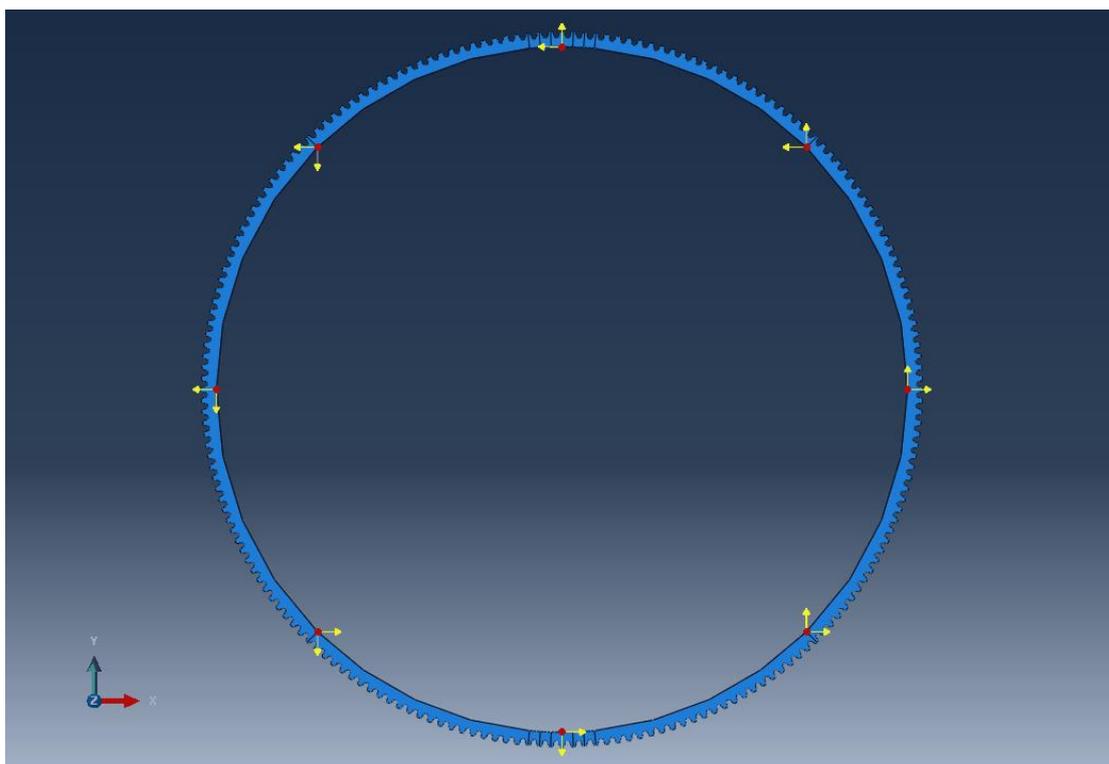


圖 B.1 八點給力，力矩負載控制示意圖

以此給力方式在諧波齒輪運轉過程中，若要使扭矩為一定值必須考慮：

- (a) 柔輪會隨著波產生器而變形，各點位置會改變，必須在過程中改變給予的力值。
- (b) 隨著柔輪的轉動，各點會有角位移，使得位置改變，必須在過程中改變給予的力值。

關於第(a)點，波產生器的長軸為 30.9875 mm，短軸為 30.3508 mm，兩者相差 0.6367 mm，考慮誤差最大的兩點給力方式，選用在短軸處兩點給力模擬 10% 負載情形，可推算力  $F = 67000 / 30.3508 / 2 = 1103.76$  (N)，當波產生器長軸旋轉至施力點時，可推算扭矩  $T' = 2 * 1103.76 * 30.9875 = 68405.53$  (Nmm)，其扭矩前後誤差 2.1%，影響甚小，故本研究將忽略柔輪受波產生器變形之影響。

關於第(b)點，本研究將考慮在 10% 額定負載下，柔輪相對剛輪轉動四齒的角度，隨時間讓力值做改變，以波產生器的扭矩計算結果來判斷，如下圖 A.2 為不考慮(a)(b)兩點和考慮柔輪轉動的波產生器扭矩計算結果。

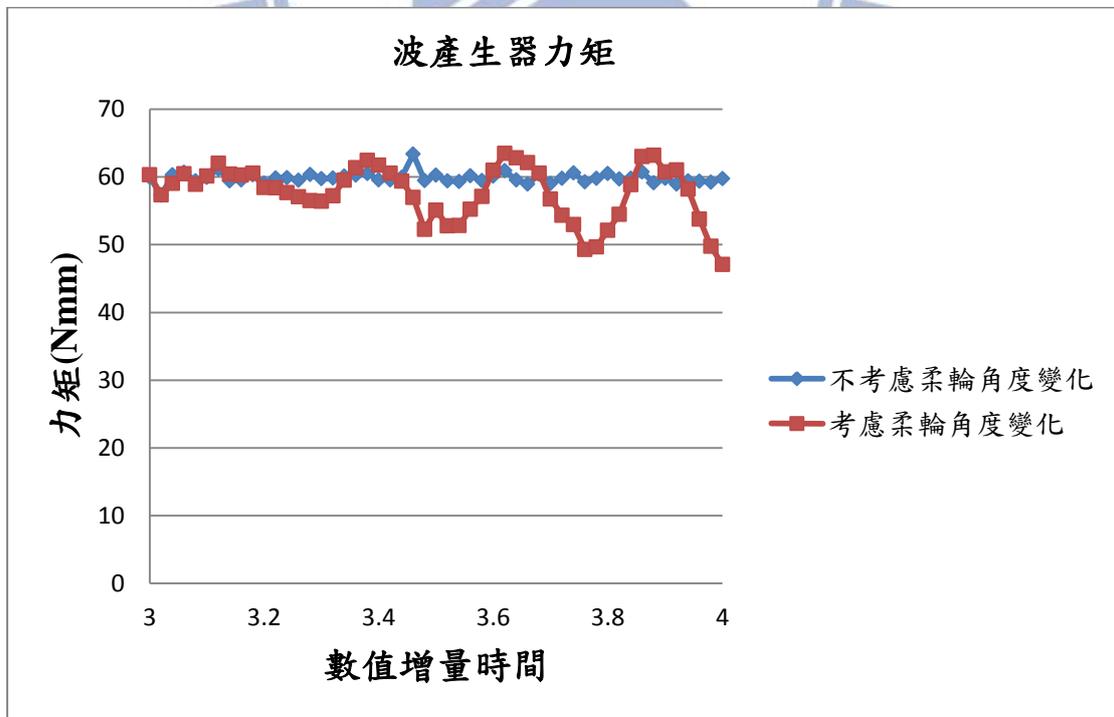


圖 B.2 波產生扭矩隨數值增量時間變化圖

結果可得兩者的平均值相差不大，而在考慮柔輪轉動的波產生器扭矩在後半部會有震盪現象發生，此原因是波產生器與柔輪的角度傳遞誤差所造成。由上述結果，本研究模擬扭矩負載的方式將不考慮柔輪受波產生器的變形以及諧波齒輪運轉時柔輪的角位移來進行設定。

