

國立交通大學

土木工程學系  
碩士論文

增益相對重力測量精度之研究

A Study on Accuracy Enhancement in Relative Gravimetry

研究生：魏祥鴻

指導教授：黃金維

中華民國九十四年六月

# 增益相對重力測量精度之研究

## A Study on Accuracy Enhancement in Relative Gravimetry

研究生：魏祥鴻

Student : Hsiang-Hung Wei

指導教授：黃金維

Advisor : Dr. Cheinway Hwang

國立交通大學

土木工程學系



Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment to the Requirements  
for the Degree of Master  
In  
Civil Engineering  
**June 2005**  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

# 增益相對重力測量精度之研究

學生：魏祥鴻

指導教授：黃金維 博士

國立交通大學土木工程學系

## 摘要

本論文研究三種主題關於相對重力測量的精度。第一個主題是相對重力網的點位精度，以內政部今年執行之一等重力測量為例。不同的網形結構有不同的變方協變方矩陣和重力點精度。較理想的網形是要考慮網形精度和經濟因素。約制 15 個絕對重力點會提升重力精度達 41%。在山區相對重力測量設計以「虛擬觀測」方式來提升網形精度。第二個主題是提出三種方法來決定相對重力儀的漂移：1. 單點重複觀測。2. 測線多餘觀測求漂移係數法。3. 重複點多餘觀測求漂移係數法。以第 2 種方法效果最好，處理漂移原理如下：在網形平差中所有測線上重力儀的漂移首先求得，再利用此漂移的影響對測線的重力觀測量做改正。本實驗是用第 2 種方法以 Lacoste Romberg G 型和 Lacoste Romberg EG 兩種相對重力儀所施測過的重力網形來做測試，G 型所施測過的重力網形精度提升  $0.5 \sim 1.3 \mu\text{gal}$ ，EG 型所施測過的重力網形精度提升  $2.3 \sim 3.3 \mu\text{gal}$ 。第三個主題是海潮負載的影響。用 FG5 絕對重力儀來觀測重力網中某個站的時間序列重力值，在利用最小自乘調和分析法從時間序列重力值中求出  $M_2$  分潮負載。 $M_2$  分潮負載可用來改善相對重力測量海潮負載的影響。利用這種方式來改善彰化和雲林重力網，精度提升  $0.1 \sim 0.3 \mu\text{gal}$ 。

# A Study on Accuracy Enhancement in Relative Gravimetry

Student : Hsiang-Hung Wei    Advisor : Dr. Cheinway Hwang

Institute of Civil Engineering  
National Chiao Tung University

## Abstract

Three issues concerning the accuracy of relative gravimetry are studied in this work. The first issue concerns point gravity accuracy in a relative gravity network. Simulated data from the Taiwan first-order gravity network of Ministry of the Interior are used for investigating this issue. Different configurations of network result in different variance-covariance matrices and in turn point gravity accuracies. An optimal network is obtained by considering accuracy and economic factors. Fixing gravity values at 15 absolute gravity stations improves point gravity accuracy by 41%. In mountain areas, the network accuracy can be improved by adding “pseudo observations”. The second issue concerns the drift of a relative gravimeter, which is determined by three methods: (1) repeat observations at a fixed point, (2) redundant observations along a survey line, and (3) redundant observations at repeat points. The second method yields the best result. An approach dealing with drift is that, in a network adjustment, the drifts of the gravimeter along all survey lines are first estimated by the second method, and the observations along survey lines are corrected for the drift effects. The results from two experiments using this approach and LCR G and LCR EG types of gravimeter at gravity networks show that, the accuracy of estimated gravity value is improved by 0.5~1.3  $\mu\text{gal}$  (G type) and by 2.3~3.3  $\mu\text{gal}$

(EG type). The third issue concerns ocean loading effect. A FG5 absolute gravimeter is used to collect time series of gravity value at a station within a network. The  $M_2$  ocean loading effect is computed from the time series by least-squares harmonic analysis. The modeled  $M_2$  loading is then used to correct for the loading effects of relative gravity measurements. Applying this approach to testing networks in Changhua and Yunlin Counties yields an improvement of gravity accuracy of  $0.1\sim 0.3 \mu\text{gal}$ .



## 誌謝

感謝恩師 黃金維教授對做研究的過程、方法和態度的叮嚀與教導。恩師在學問上的執著與熱忱，是學生要像您學習且不敢怠惰的主因，在此致上最崇高的謝意與敬意。感謝組上陳春盛教授、史天元教授與李振燾教授於課業上的傳授與解惑。感謝口試委員中央大學顏宏元教授對整體論文的寫作與內容提供精闢獨到的見解。感謝國防大學中正理工學院黃立信教授對論文宏觀而縝密的修改及論文撰寫的指導。兩位教授寶貴意見使本論文更臻完善—深表感激。

感謝博士班學長：豫麒、宇伸、自強、廷融、弘基、鉅富在論文研究過程提供珍貴的意見和協助，使本論文能順利完成。感謝博士班學長姊：成機、進金、榮寬、欣瑩、志敏、亘昶、俊廷、及已經碩士畢業的誌強、宜珊和淑珍，在學業上疑惑的解答。感謝這兩年來一同求學、關心的好同學：佑廷、展鵬、佩珊、印淞、慧非、易達、世清、峻嘉。感謝研一學弟妹：子榜、家桂、心瑜、元俊、紹禎、承昌和建評老哥的打氣與鼓勵，多謝你們的祝福。感謝思研行政上的支援，讓我們出外業做實驗無後顧之憂。要感謝的人很多，無法一一贅述，但心中感激如山高如海深。

最後，感謝我親愛的父母，和弟、妹，謝謝你們支持，由衷感激。

# 目 錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	IV
目錄.....	V
表目錄.....	VIII
圖目錄.....	X
第一章 前言.....	1
1-1 研究動機.....	1
1-2 文獻回顧.....	2
1-3 研究方法.....	3
1-4 論文架構.....	5
第二章 相對重力儀.....	6
2-1 重力儀簡介.....	6
2-1-1 Lacoste Romberg G 型相對重力儀.....	7
2-1-2 Graviton EG 型相對重力儀.....	8
2-2 Graviton-EG 和 G 型相對重力儀比較.....	10
2-3 Graviton-EG 優點.....	11
2-4 如何使 Graviton-EG 單點重複性達到 $1\mu\text{gal}$ 精度.....	12
第三章 重力觀測網形與相對重力精度分析.....	14
3-1 相對重力測量觀測方程式與重力網平差.....	14
3-1-1 相對重力測量觀測方程式.....	14

3-1-2 重力網平差.....	15
3-2 網形規劃.....	21
3-2-1 虛擬觀測(pseudo measurement).....	22
3-2-2 實例驗證.....	22
3-3 約制絕對重力點對網形之影響.....	26
3-3-1 實例驗證.....	26
3-4 實驗結果討論.....	28
第四章 重力儀漂移改正與相對重力精度分析.....	29
4-1 影響相對重力儀外在環境因素.....	29
4-2 重力儀漂移之形成及多項式模擬.....	31
4-2-1 漂移之原因和減少漂移之方法.....	31
4-2-2 多項式模擬漂移率.....	32
4-3 改正相對重力儀漂移方法.....	33
4-3-1 單點重複觀測.....	33
4-3-2 測線多餘觀測求漂移係數法.....	36
4-3-3 重複點多餘觀測求漂移係數法.....	37
4-4 漂移實驗.....	39
4-4-1 單點重複觀測.....	39
4-4-2 測線多餘觀測求漂移係數法.....	41
4-4-3 重複點多餘觀測求漂移係數法.....	57
4-4-4 實驗結果討論.....	59
第五章 海潮負載改正與相對重力精度分析.....	61
5-1 海潮簡介.....	61
5-2 使用調和分析法推估海潮負載.....	62
5-3 模式精度與顯著測試.....	64

5-3-1	模式精度.....	65
5-3-2	顯著測試.....	65
5-3-3	實驗值之驗證-以中南部重力網為例.....	66
5-3-4	實驗結果討論.....	67
第六章	結論與建議.....	73
參考文獻	.....	75
作者簡歷	.....	79



## 表 目 錄

表 2-1	Graviton-EG 和 G 型重力儀比較.....	11
表 3-1	一等重力測量網形設計結果.....	25
表 3-2	一等重力測量加絕對重力點網型設計結果.....	27
表 4-1	Graviton-EG 每週漂移情形.....	40
表 4-2	16 個已知重力點中文及簡寫英文對照表.....	43
表 4-3	一等一級經漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表.....	48
表 4-4	一等二級水準點經漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表.....	52
表 4-5	一等一級和二級經漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表.....	55
表 4-6	彰化重力網經漂移改正前後重力點重力值及標準偏差比較表.....	57
表 4-7	雲林重力網經漂移改正前後重力點重力值及標準偏差比較表.....	57
表 4-8	彰化重力網經重複點漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表..	58
表 4-9	雲林重力網經重複點漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表..	58
表 5-1	影響重力之環境來源.....	62
表 5-2	MFES 一個分潮負載振幅顯著測試及模式精度.....	69
表 5-3	MFES 二個分潮負載振幅顯著測試及模式精度.....	69
表 5-4	MFES 三個分潮負載振幅顯著測試及模式精度.....	70
表 5-5	TAES 一個分潮負載振幅顯著測試及模式精度.....	70
表 5-6	TAES 二個分潮負載振幅顯著測試及模式精度.....	71
表 5-7	TAES 三個分潮負載振幅顯著測試及模式精度.....	71
表 5-8	彰化 (MFES) 重力網海潮負載改正前與改正後力及標準偏差的結果 表.....	71
表 5-9	雲林 (TAES) 重力網海潮負載改正前與改正後力及標準偏差的結果	

表.....	72
表 5-10 彰化重力網經海潮負載改正及未改正重力及標準偏差的統計表.....	72
表 5-11 雲林重力網經海潮負載改正及未改正重力及標準偏差的統計表.....	72



# 圖 目 錄

圖 2-1	G 型重力儀組件圖.....	8
圖 2-2	Graviton-EG 外觀圖.....	9
圖 2-3	EG 三角架和平台圖.....	9
圖 2-4	EG 內部構造圖(正面).....	9
圖 2-5	EG 內部構造圖(側面).....	9
圖 2-6	EG 型重力儀 setup 模式圖.....	13
圖 3-1	虛擬觀測網形圖.....	23
圖 3-2	一等重力點網型規劃圖.....	24
圖 3-3	一等重力測量點位標準偏差直方圖.....	25
圖 3-4	台灣十五個絕對重力點.....	27
圖 3-5	一等重力測量點加絕對重力點標準偏差直方圖.....	28
圖 4-1	t 分布機率密度曲線隨自由度 n 的變化圖.....	35
圖 4-2	Graviton-EG 零點位移變化情形.....	40
圖 4-3	Graviton-EG 相對重力儀每週漂移率.....	41
圖 4-4	台灣一等一級 16 個已知重力點分布圖.....	43
圖 4-5	G 型相對重力儀一階解漂移變化.....	44
圖 4-6	G 型相對重力儀三階解漂移變化.....	44
圖 4-7	G 型相對重力儀五階解漂移變化.....	44
圖 4-8	G 型相對重力儀一階解瞬時漂移速率.....	44
圖 4-9	G 型相對重力儀三階解瞬時漂移速率.....	44
圖 4-10	G 型相對重力儀五階解瞬時漂移速率.....	44
圖 4-11	G 型相對重力儀一階解每週平均漂移率.....	45

圖 4-12	G 型相對重力儀三階解每週平均漂移率.....	45
圖 4-13	G 型相對重力儀五階解每週平均漂移率.....	45
圖 4-14	新竹重力點從 1 階到 10 階解重力及標準偏差變化情形.....	45
圖 4-15	楓港重力點從 1 階到 10 階解重力及標準偏差變化情形.....	46
圖 4-16	基隆重力點從 1 階到 10 階解重力及標準偏差變化情形.....	46
圖 4-17	一等級水準點分布圖.....	47
圖 4-18	一等級水準點 G844 相對重力儀每天漂移係數變化情形.....	48
圖 4-19	一等級水準點 G838 相對重力儀每天漂移係數變化情形.....	48
圖 4-20	一等級水準點經漂移改正重力變化情形(深色為正值、淺色為負值)	49
圖 4-21	一等級水準點經漂移改正標準偏差變化情形(深色為正值、淺色為 負值).....	49
圖 4-22	一等二級水準點分布圖.....	51
圖 4-23	一等二級水準點 G844 相對重力儀每天漂移係數變化情形.....	51
圖 4-24	一等二級水準點 G838 相對重力儀每天漂移係數變化情形.....	52
圖 4-25	一等二級水準點經漂移改正重力變化情形(深色為正值、淺色為負值)	53
圖 4-26	一等二級水準點經漂移改正標準偏差變化情形(深色為正值、淺色為 負值).....	53
圖 4-27	一等級、二級水準點分布圖.....	54
圖 4-28	一等級、二級水準點經漂移改正重力變化情形(深色為正值、淺色為負值)	55
圖 4-29	一等級、二級水準點經漂移改正標準偏差變化情形(深色為正值、淺色為 負值).....	56
圖 4-30	彰化、雲林重力網 EG 相對重力儀每天漂移係數變化圖.....	57
圖 4-31	彰化、雲林重力網 EG 相對重力儀每天漂移係數變化圖.....	58
圖 5-1	彰化、雲林相對重力網圖.....	68
圖 5-2	MFES(美豐國小)重力觀測量與模擬量比較圖.....	69

圖 5-3 TAES(同安國小)重力觀測量與模擬量比較圖..... 70



# 第一章 前言

## 1-1 研究動機

相對重力測量精度之提升可以從網形的設計、環境改正、儀器漂移來進行。網形的設計關係著平差後的精度，要依循何種原則來規劃網形，是值得探討之課題。影響重力環境的因素包括受日、月引力影響之海潮和固體潮、極移 (polar motion)，氣壓、地下水位、土壤濕度等影響 (Torge, 1989; Moritz and Mueller, 1987)。影響重力較大之海潮和固體潮用數學模式來模擬會有遲滯之現象。儀器漂移隨施測環境、廠牌型號的不同，漂移變化也就不同。內政部於 93 年購置 FG5 絕對重力儀和 Graviton EG 相對重力儀。FG5 絕對重力儀精度  $1\sim 2\ \mu\text{gal}$ ，可準確觀測海潮對重力變化；EG 相對重力儀重複精度  $1\sim 3\ \mu\text{gal}$ ，跟國內目前 G 型相對重力儀精度提升許多。基於上述原因以及考慮時間因素、個人能力所及，本論文選擇網形設計、相對重力儀漂移消除、海潮負載對重力特性等三項研究來提升相對重力測量之精度，希望這三項研究對今年一、二等相對重力測量有所助益。

## 1.2 文獻回顧

大型重力網許多國家曾經施測過，例如中國、美國、日本、德國... 等等。中國在 1957 年建立中國重力基準網 CGBN-57 (China Gravity Basic Net 75)，用 22 個基本重力站和超過 300,000 個重力點建構而成。之後在 1985 年有新的基準重力網產生 (CGBN-85)，其中有 57 個基本重力站其中包括六個絕對重力站，其餘基本重力站是使用 Lacoste-Romberg 相對重力儀施測 (Jiang et al., 1988)。在 1996 年加入新的 7 個絕對重力點、6 個舊點新觀測絕對重力值、一些新的相對重力值和 CGBN-85 的觀測資料所共同平差的基本網稱 CGBN-96，點重力

值標準偏差  $\pm 8 \sim 20 \mu\text{gal}$  (Qiu et al., 1996)。美國在 1966 年用四台 LCR-G 型相對重力儀在 59 個城鎮的機場設立重力基準點，用飛機運輸的方式來施行測量，建立了國家重力基本網 NGBN (National Gravity Basic Net)，以華盛頓為基準點。在 1975~1999 年期間用 LCR-G 型相對重力儀和絕對重力儀建立的一個高精度重力網，稱為國家大地測量局重力網，包括 224 個相對重力點和七個絕對重力點，這個網是在 NGBN 的基礎上建立的，其中的點位大部分與 NGBN 的點位重合，平差後點重力值標準偏差為  $\pm 15 \mu\text{gal}$  (胡明城和魯福，1993)。日本地理測量學會 (Geographical Survey Institute) 在 1975 年建構了日本標準基準網，簡稱 JGSN75 (Japan Gravity Standardization Net 1975)，這個網加入了 IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971) 在日本的 16 個點一起平差計算。由於精度無法符合現代化的目標，歷經二十年建構新網的產生，加入了 9 個用 FG5 觀測的站，總共有 117 個 GSI 站，分布在全日本，稱為 JGSN96，點重力值標準偏  $\pm 10 \mu\text{gal}$  (Nakai et al., 1997) (Yamaguchi et al., 1997)。德國 1977 年在西德結合相對和絕對重力有一基本網 DSGN76 (Deutsches Schweregrundnetz Gravity Net 1976)，在 1994 年擴展到東德加入了 FG5 觀測資料，這新的重力網稱 DGSN94，點重力值標準偏是  $\pm 5 \mu\text{gal}$ 。台灣在 2001、2003 有施行過一等一、二級水準點上重力測量，以大溪為絕對點(黃金維 等，2001；陳春盛，2003)。今年要執行一等重力測量 825 點、二等重力測量 4500 點，加上 FG5 絕對重力儀所觀測資料，相對重力儀是使用 Graviton EG，是世界上點數最多重力網之一，易於從事科學的研究。

彈簧相對重力儀的漂移最主要是彈簧張力的衰減、未被補償和未被屏蔽作用所引起的。重力漂移的模擬，是基於讀數  $z$  對時間  $t$  的泰勒展開式。加在相對重力觀測方程式中，求出漂移係數乘上時間來做改正 (Torge, 1989)。本文是以利用三種方式來求出儀器之漂移 (單點重複觀測。測線多餘觀測求漂移係數法。重複點多餘觀測求漂移係數法) 經過漂移改正完平差後的網形精度，跟不作漂移改

正的網形精度來做一比較。

海潮負載最主要受日月引力影響，尤其是月亮。一日中有兩次高潮及兩次低潮的潮汐稱為半日周潮 (Semidiurnal tide)。一日中有一次高低潮稱為日周潮 (diurnal tide) (殷富，1984)。海潮負載對重力影響可應用格林函數及潮高積分來模擬 (Farrel, 1972; Yang et al., 1996; 陳南松，2003)。潮高  $H$  可由全球海潮模式求出，以高斯求積法計算出。要精確計算海潮負載的影響需要配合當地海潮的模式 (Goring and Walters, 2003)，才能正確求出當地海潮負載對重力影響。在中國和日本是用超導重力儀 (superconducting gravimeter) 來做高精度的海潮重力觀測紀錄，讓其它根據 Topex/Poseidon 衛星測高資料的海潮模式如：Csr3.0、Schwidorski、FES95、ORI 和 ORI96 等等，可以根據超導重力儀所觀測紀錄來決定海潮係數作最佳的模擬。SG 精度是 1nanoGal ( $10^{-11}g$ )，每年的漂移是  $1\mu gal$  (Sun et al., 2001)。本文這次用 FG5 絕對重力儀，精度  $1\mu gal$  ( $10^{-8}g$ )，來實際觀測海潮對重力之影響 (Yamamoto et al., 2001)，用調和分析方式模擬出各分潮特性，求出振幅及相位角。讓海潮負載對重力影響更能準確的預估 (Yang et al., 1996)。

在地球科學界相對重力潮汐效應 (tidal effect) 和儀器的漂移是採用經驗的法則，修正此兩項造成之影響。在野外施測的過程中，以迴路 (loop) 方式進行，在每個小時內返回出發之基點，比較施測前後兩次所觀測之差值，依各點所讀數時間，將差值平均分配。這是把潮汐和漂移現象在每個小時內當作線性的方式來處理 (顏宏元，1991; 葉義雄 等，1989)。

### 1.3 研究方法

設計矩陣以今年欲施測一等重力點 825 點為例設計網型，點位分布在臺、澎、金、馬、綠島、蘭嶼，以一、二等衛星控制點、傳統三角點、一等水準點、和新

埋設點位為主。在中央山脈不易施測相對重力之處採用虛擬觀測方式，降低點位標準偏差。最後得到各點之標準偏差，有標準偏差過大之點增加多餘觀測方式來降低標準偏差值，並且適當的增加絕對重力點數，來提升網形精度。最後設計出合乎精度規範之最佳設計矩陣。

儀器漂移改正採用單點重複觀測法、測線多餘觀測和重複點多餘觀測求漂移係數法。單點重複觀測是在實驗室中同一地點、恆溫、恆壓，來觀測重力的變化。經過環境的改正後的重力發生變化即是儀器漂移變化的情形，也可稱作零點位移。單點重複觀測法是每個禮拜固定時間、固定地點施測重力來求出重力值。連續兩個重力值除上間隔天數就是每天之漂移變化率，也稱為漂移速率。用這個數據改正這台儀器在這禮拜所觀測的相對重力值。測線多餘觀測求漂移係數法，是在重力往返觀測中同兩點之相對重力，扣除外在環境的影響，理論上重力值會相同，但是受到儀器漂移的影響，重力值會有些許不同。這個不同之重力值用多項式來模擬，是漂移係數和時間相乘。一個測線中每一點都有一個漂移係數值，用最小二乘法找出一個代表這個測線之漂移係數，乘上每個點跟第一筆重力資料的時間差來當作此點之漂移改正。重複點多餘觀測求漂移係數法跟測線多餘觀測求漂移係數法相似，不同是在於往返同一點重力之差值，當作時間和重力係數之相乘，用最小二乘法找出一個代表這個測線之漂移係數。透過這三種漂移改正方法，找出一個最適合今年一等、二等重力測量的方法。

量測海潮負載對重力影響，使用調和分析方法，儀器是使用 FG5 絕對重力儀來量測海潮負載對重力之變化。有多組(set)資料，利用最小二乘法來求出每個分潮之振幅及相位角，利用調和分析方法來預估各分潮之特性，各分潮之總和即是海潮負載對重力之影響。用這種方式是實際求得當地海潮負載對重力影響，來對點位作海潮修正，具有真實性。我們一般所用海潮模式是全球性資料，因此比例尺較小，對一般區域性海潮無法精確預估。

## 1-4 論文架構

本文共分六章，其內容如下：

第一章：本論文之前言，說明本論文之研究動機、文獻回顧、研究方法、論文架構等。

第二章：新型相對重力儀(Graviton EG)之介紹與說明，並且與 Lacoste Romberg G 舊型相對重力儀比較。

第三章：介紹設計矩陣目的及理論，以一等重力點為例來設計重力網型。

第四章：多項式來模擬儀器漂移，並且實際測試儀器之漂移狀況。以新的三種方法：單點重複觀測、測線多餘觀測求漂移係數法、重複點多餘觀測求漂移係數法。來改善儀器漂移對相對重力的影響。以一等一級、二級水準點上施測重力和彰化、雲林重力網為例，經過漂移改正後，比較重力及標準偏差之變化。

第五章：用 FG5 絕對重力儀來測試海潮負載對重力之影響，以調和分析方法和最小二乘法來求出各分潮之相位角和振幅，最後模擬各分潮週期變化情形。以此種方式來作海潮負載之改正，評估重力精度是否改善。

第六章：總結本論文之結論與提供建議。

## 第二章 相對重力儀

重力是指相對於地球固定單位質點所受之力，由於地球在自轉，所以重力是引力和離心力的和（郭俊義，1994）。重力測量是國家基本測量之一，舉凡正高系統之建立、大地水準面之計算、天然資源之探勘及開採、人造衛星之發射及軌道計算、海洋資源開發及地球科學之研究及應用等，均需要精確詳實之重力資料以茲應用（黃金維等，2001）。相對重力測量是測得兩個點之重力差及時間差，從已知重力點為基準來求另一未知重力點的值，與水準測量的原理相似。實施相對重力測量比絕對重力測量經濟且方便。相對重力測量原理分為動力法（dynamic method）及靜力法（static method）兩種，現代的重力測量均採用靜力法原理（Torge，1989），如：台灣目前所擁有的 LaCoste and Romberg（LCR）相對重力儀，D 型、G 型、EG 型。下節介紹目前國家重力網所使用之 G 型和 EG 型相對重力儀，並作一比較。



### 2-1 相對重力儀簡介

一等等一級(1010 點)及一等等二級水準點(1092 點)上重力測量是使用 Lacoste Romberg G 型相對重力儀量測。在 93 年內政部地政司購置一台新型相對重力儀（Graviton EG）是現今世界上具有功能整合、全自動化、自動定平的儀器。只需要事先設定好，到現場只需按一個按鍵：定平、量測、紀錄一次完成，大大降低了人為的誤差。下個計畫內政部辦理「九十三年度一、二等重力測量工作案」，作業範圍涵概台灣本島、離島及諸外島，當中所限定的儀器就是 Graviton EG 相對重力儀，到底這兩種儀器有何異同點，需做說明比較。

## 2-1-1 LaCoste Romberg G 型相對重力儀

第一台拉寇斯特重力儀於公元 1939 年問世，此為 G 型重力儀的前身，重力儀體積小、重量輕，其長寬高為 20×18×25 公分，重量約為 4.2 公斤（儀器本體）。全球重力值之大小範圍約由 977 伽爾（gal）至 984 伽爾，為使 G 型重力儀可攜往世界各地實施相對重力作業，其所能量測相對重力值之範圍為 7000 毫伽爾（mgal），讀數精度為 0.01 毫伽爾。

使用時，須以 12 伏特之電池，保持重力儀於最佳工作溫度中，通常為攝氏 49 度至 51.5 度之間。電池充電器與電池聯接充電時，須將蓄電池放置於儀器箱外，以防止電池過度發熱。亦可利用 110 伏特交流電之充電器暖機，以保持重力儀之工作溫度。

運用相對重力儀進行重力測量速度快和精度高，還可安裝在艦船和飛機上進行海洋和航空重力測量，因此相對重力測量是重力測量的主要方法。組件如圖 2-1，名稱如下列：

- (1) 重力儀 (Gravimeter)。
- (2) 十二伏特充電式電池 (Gel/Cell Rechargeable Battery)。
- (3) 電池充電器 (Charge-Eliminator Unit for Gel/Cell Battery)。
- (4) 儀器箱 (Carrying Case)。
- (5) 定平底盤 (Leveling Disc)。
- (6) 安培計。

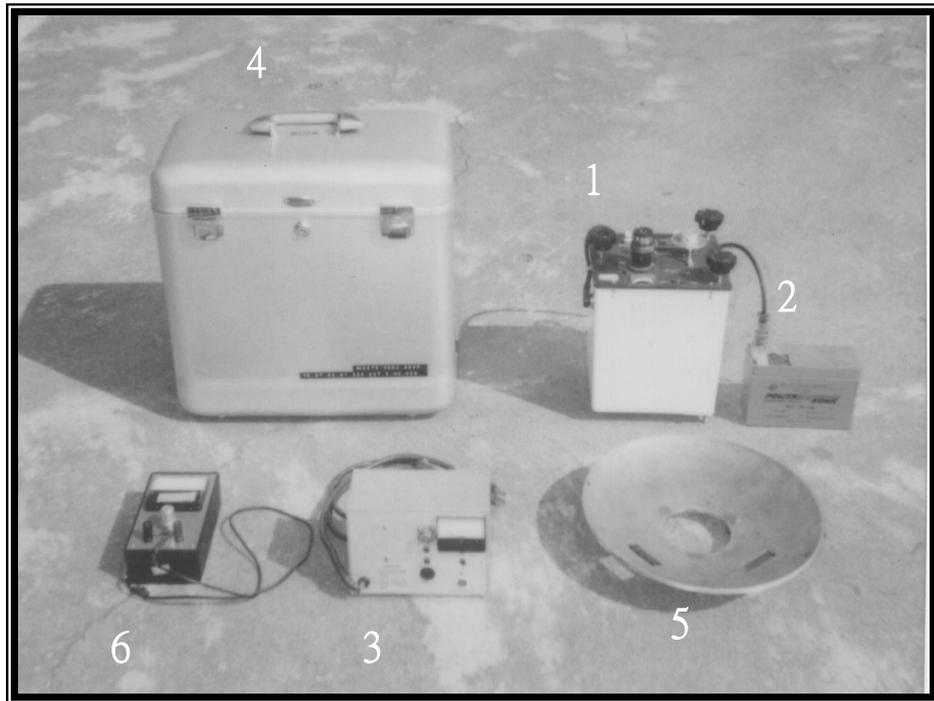


圖 2-1 G 型相對重力儀組件圖

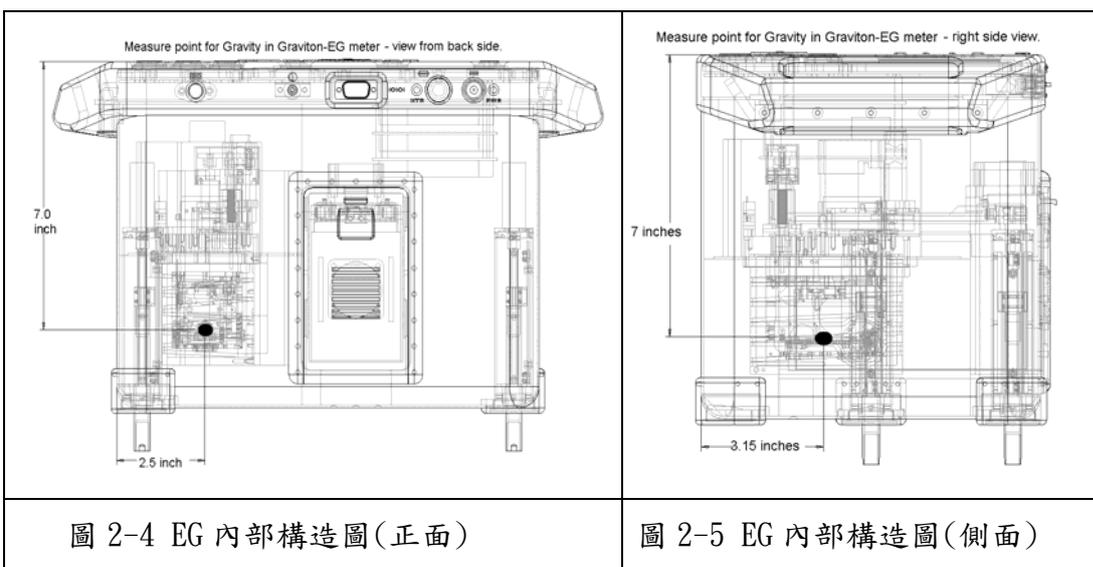
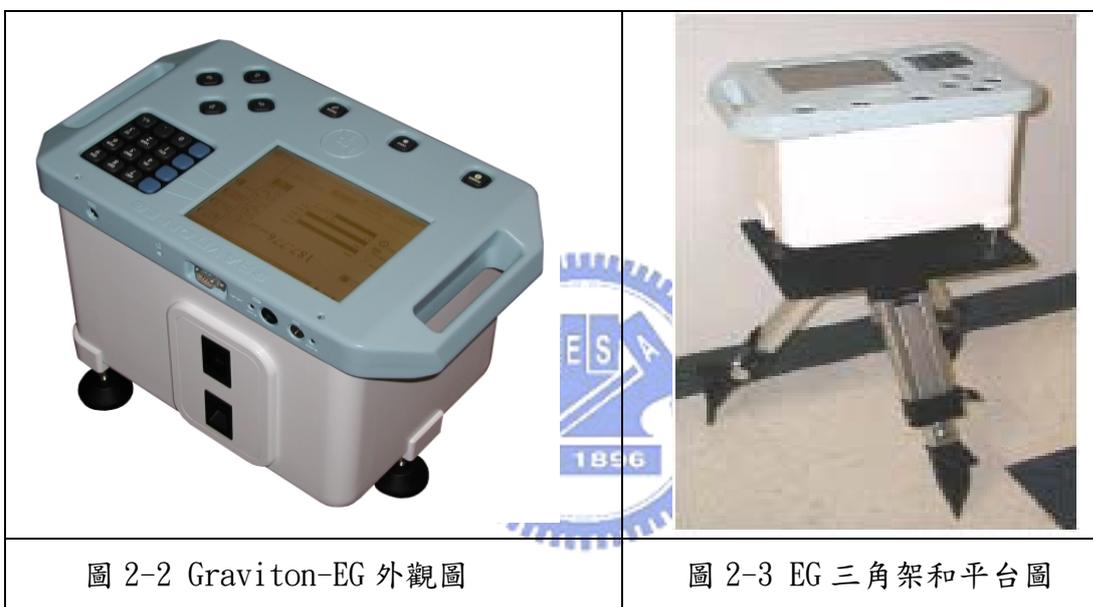
### 2-1-2 Graviton EG 型相對重力儀

相對重力儀 (Graviton EG) 具有功能整合、全自動化、自動定平的儀器。定平、量測、紀錄一次完成，大大降低了人為的誤差。而且他的重複精度達到  $1\sim 3\mu\text{gal}$ ，超過 G 型重力儀的精度 ( $10\sim 20\mu\text{gal}$ )。本身也增加了潮位模式的改正，節省我們後續處理資料的時間。他的操作方法有多種模式，不僅是單純的相對重力測量，也可以做長時間觀測，長時間記錄，以滿足各種不同的實驗。

Graviton-EG 相對重力儀主要組成與配件包含下列，區分為四個部分：

- (1) 重力主機：大小  $21.5 \times 22 \times 31 \text{ cm}$ ，重量 9 公斤，主要是以支桿和彈簧相互作用來進行觀測與紀錄。適合外在溫度  $-10^{\circ}\text{C}\sim +45^{\circ}\text{C}$ 。量測範圍  $0\sim 7000\text{mgal}$ ，適合全世界各地方使用。(如圖 2-2)
- (2) 電池：兩個 12V 蓄電池，每個電池在正常操作可使用 8~10 小時，另附主機電源線和電池充電器。這兩種裝置很類似，不能混用。

- (3) 傳輸線：有 RS-232 和 USB 傳輸線，方便把資料從儀器傳至電腦中。
- (4) 三角架和平台：在有灌木叢、苔原、沼澤、高草原……等等。不易架設儀器地點，可用三角架撐高(50cm)來測量。(如圖 2-3)
- (5) Graviton-EG 在施測時，如重力點高度不一，需量儀器高。從面板量到地面重力點再減七英吋（感應器）即是儀器高。(感應器在儀器正面及側面如圖 2-4、2-5)



## 2-2 Graviton-EG 和 G 型相對重力儀比較

Graviton-EG 和 G 型重力儀都是美國 Lacoste & Romberg 公司所製造，Graviton-EG 採用 all-in-one 方式整合在主機中，而且外殼堅固、自動定平、自動紀錄、節省外業時間。操作者不需要經過長期訓練，無經驗的人也可上手實施操作。下表 2-1 就是兩種儀器比較。儀器在施測的過程中在面板上有 Error 和 Rms Error 指標，說明如下：

- (1) Error: 這是量測重複讀數的資料品質優或劣，通常是在 0.003~0.02mgal 之間，若要得到 0.001mgal，這要在穩定的水泥地以及避免風的干擾才能達到。
- (2) RMS Error: 是每秒觀測的雜訊標準偏差，它是用來估計測量時背景雜訊之震動量，通常介於 0.015~0.045 mgal，在風大環境會到 0.080 mgal。如大於 0.1 mgal，要注意並且確定濾鏡長度(filter length)，在 SETUP 模式中可選定適當濾鏡長度來降低雜訊得到重複性好的重力資料。

表 2-1 Graviton-EG 和 G 型相對重力儀比較表

項目	Graviton-EG	G 型重力儀
大小	21.5×22×31	20×18×25
重量	9kg	4.2kg
重複觀測精度	0.001~0.010mgal	0.010~0.020mgal
適用溫度	-10° C~+45° C	-40° C~+45° C
適用範圍	全世界 7000mgal	全世界 7000mgal
電池容量	12V, 8~10 小時	12V, 12 小時
自動記錄	有 (32MB) 容量	無
自動定平	有	無
施測前校正	不需要	需要
儀器溫度	-49° C~+51.5° C	-49° C~+51.5° C
儀器值=重力值	是	否 (需乘一比例)
需要有經驗測手	不需要	需要
Sensor	面版下 7 英吋	面版上
專家模式	有	無
Tide 修正	有	無
儀器漂移	<0.001 mgal/1000h	<0.500 mgal per month

### 2-3 Graviton-EG 優點

LaCoaste & Ramberg 有下列以下的優點：

- (1) 簡單操作：資料品質不依靠有經驗的人，也不需要紙筆記錄。

- (2) 自動改正：即時潮位改正和氣壓補償。
- (3) 自動定平：儀器有伺服電動機做定平的動作（傾斜 $<3$  秒,  $0.0005\text{mgal}$  影響）
- (4) 堅固、結實、輕的外殼：工業等級電子產品，好的隔離方式，堅固外殼防止灰塵、天氣和其他負面環境。
- (5) 獨立性：All-in-one 設計無電池脫落和電源線鬆脫或斷裂的情形。
- (6) 高敏感性：零長度彈簧和更先進電子套裝提高精度等級。
- (7) 資料整合：儀器不僅運作，且計算與儲存重力讀數，也可把資料下載到電腦上。
- (8) 擴充記憶卡滿足需要：最大可擴充到 512mb，儲存 90,000 筆資料。

#### 2-4 如何使 Graviton-EG 單點重複性達到 $1\mu\text{gal}$ 精度



Graviton-EG 經吾人測試結果單點重複性要達到  $1\mu\text{gal}$ ，相當困難，除了在 Setup 模式中(如圖 2-6)Filter length 設兩分鐘，Measure Timeout 設三分鐘，連續測試結果可到達  $1\mu\text{gal}$ 。另外，要注意的是觀測結果是否會太樂觀，詢問廠商結果：要放在建築物內穩定之水泥地盤上，沒有風和任何環境的干擾才有可能達到  $1\mu\text{gal}$  之等級。下列一些方式可改進量測精度 (LCR, 2002)：

- (1) 防止儀器受到風影響。
- (2) 站與站之間搬動儀器要非常小心，不可碰撞。
- (3) 搬動儀器要直上直下，不可傾斜任一邊。
- (4) 多次量測漂移增加精度，並且要隔離突然的跳動。
- (5) 在一天固定底部重複來量測長時間漂移。
- (6) 確定量測之中有無足夠電源保持儀器溫度。
- (7) 做精確地形改正。在丘陵或多山地形是誤差的最大來源。

- (8) 使用非常精確的儀器高。一公分的錯誤會影響  $3\mu\text{gal}$ 。
- (9) 要避開下雨、颶風、地震的前後，最好在夜間觀測。
- (10) 重力點選擇盡量避免在沈積層上，最好在堅固的岩盤上可以降低環境噪聲 (noise) 之影響 (顏宏元, 1991)。

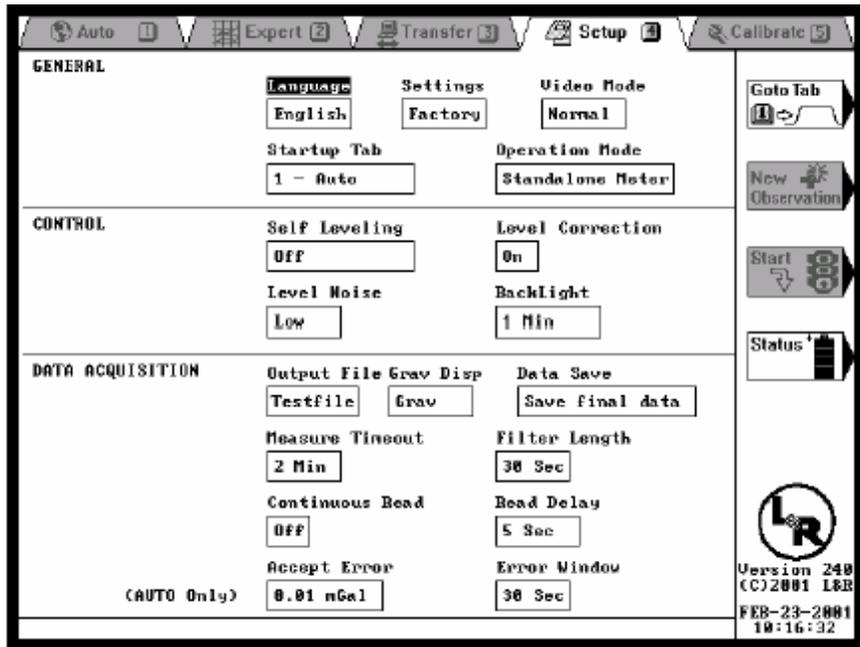


圖 2-6 EG 型相對重力儀 setup 模式圖

### 第三章 重力觀測網形與相對重力精度分析

本章介紹相對重力觀測方程式與重力網平差，並且在網形中產生奇異的問題利用自由網和加權約制的方式來解決。要執行重力測量之前，要規劃網形（設計矩陣）來預估網形精度。以經驗法來規劃網形並且克服因受地形限制而無法施測之重力測線。另外我國於 2003 年 12 月購進 FG5 絕對重力儀，約制新的絕對重力值可預估提高重力網的精度是多少。

#### 3-1 相對重力測量觀測方程式與重力網平差

相對重力測量觀測方程式是重力網平差的基本要件包含環境改正完的相對重力值、基準未知數和漂移參數。重力網平差中為了使重力值有唯一解、且法方程式不產生奇異，因此本章介紹自由網與加權約制平差。

##### 3-1-1 相對重力測量觀測方程式

相對重力測量除了重力值外，觀測方程式還包含一些參數，如基準未知數和漂移參數等。重力測量的觀測方程式為(Torge, 1989)：

$$l + v = g + N_0 + D(t) \quad (3-1a)$$

基準未知數  $N_0$ ，漂移參數  $D(t)$ 。

以讀數之差  $\Delta l_{i,j} = l_j - l_i$  組成之相對重力觀測方程式為：

$$\Delta l_{i,j} + v_{i,j} = g_j - g_i + [D(t_j) - D(t_i)] \quad (3-1b)$$

(4-2b)式未知基準  $N_0$  因相減而消除， $v_{i,j}$  為  $\Delta l_{i,j}$  之殘差， $t_i$ ， $t_j$  為觀測時間。觀測時間的時間差很小，可用低階漂移多項式模擬。若有  $n$  個觀測量就可計算重力值以及漂移參數，可以採用最小二乘法來求解，矩陣可表示為(Koch, 1987)：

$$L + V = AX \quad (3-1c)$$

$$L + V = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & -1 & (t_j^1 - t_i) + \cdots (t_j^1 - t_i)^n \\ 1 & -1 & \cdots & (t_j^2 - t_i) + \cdots (t_j^2 - t_i)^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \quad \cdots \quad \vdots \\ -1 & 1 & \cdots & (t_j^n - t_i) + \cdots (t_j^n - t_i)^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_j \\ g_i \\ \vdots \\ D_1 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix} \quad (3-1d)$$

上式表達觀測量與未知數關係，L 矩陣為  $n$  個觀測量，X 矩陣為需解算之  $u$  個未知數，V 矩陣是觀測誤差。

觀測值的權：

$$P_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} \quad (3-2)$$

$\sigma_0^2$  是單位權變方( $p=1$ )。

### 3-1-2 重力網平差

多餘觀測以估計未知數的方法有若干種，例如：(1) 最小二乘法 (method of least-squares)、(2) 最大可能性法 (maximum-likelihood method)、(3) 最小變方法 (method of minimum variance)。當觀測量呈常態分佈時，上述方法所得未知數估計結果均相同。重力網平差是以最小二乘法由高斯-馬可夫模式(Guass-Markov

Model)來求解未知數，定義未知坐標參數  $X$  和隨機觀測量之間的關係。相對重力網的基本觀測量是相對重力值，即是兩相鄰重力點之重力差值再加上環境變化和系統誤差影響加入適當的數學模式和隨機模式。在函數模式中，若係數矩陣或法方程式矩陣的秩數不足，會造成法方程式矩陣為奇異矩陣 (singular matrix)，也就是法方程式矩陣之逆不存在。為了克服秩虧(rank defect)問題採用：(1). 加入坐標虛擬觀測量來解決。(2). 固定網中任一點。因此、本章介紹兩種模式(自由網平差、加權約制平差)，所利用公式和理論直接摘錄李莉華 (2001)、Hwang et al. (2004) 等所整理內容，方便本論文研究。

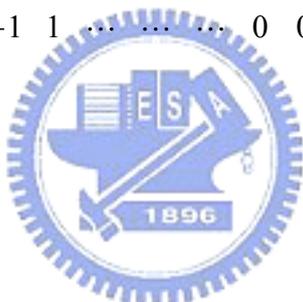
## 1. 自由網平差

造成法方程式  $N$  矩陣秩不足的原因有基準不足和圖形缺失兩種。基準不足是網型中沒有足夠的訊息來定義參考系空間位置所需之基準參數；圖形缺失是構成一個穩定圖形所必須具有的基本觀測量不足。為了克服秩虧的問題，採用秩虧自由網平差，最主要將網中所有點變動機率視為相同。

在沒有已知點的重力網和三角三邊網間接平差時，如果任意假定一組已知點，則平差後所得之其他高程或坐標，是相對於已知點的成果。已知點位置不同，平差後的高程或坐標也不同，另外精度也不同。距離已知點越遠精度越差。沒有給定已知點平差，它的法方程式矩陣( $N$ )是秩虧的奇異陣，因此有無窮多組解。另外在高程網、GPS 基線網、導線網也都有相同的情形。通常這類的平差問題稱為秩虧自由網，簡稱自由網(魯林成和於宗壽，1982)。在自由網平差中沒有已知起算數據，為了使參數有唯一解，在  $V^T P V$  改正量加權平方合最小外，尚有兩種特性 (Caspary, 1988)，即：

$$X^T X = \|X\|^2 = \min \text{ 且 } \text{trace}(Q_{XX}) = \min \quad (3-3)$$

使未知數  $X$  的未知數向量，和未知數向量的協因子矩陣(Cofactor Matrix) $Q_{XX}$  的跡(trace)最小。重力網觀測方程式係數矩陣  $A$  之每一列之前  $k$  各元素由 0、-1、1 組成，後面儀器參數由  $u-k$  各所組成，觀測方程式即：

$$V_{ij} + \Delta l_{ij} = l_j - l_i = [0 \ 0 \ \dots \ -1 \ 1 \ \dots \ \dots \ \dots \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ X_j \\ \vdots \\ X_k \\ X_{K+1} \\ \vdots \\ X_u \end{bmatrix}, P = \sigma_0^2 \sum_{ij}^{-1} \quad (3-4)$$


其中  $i$ 、 $j$  為點位， $V_{ij}$  為其殘差，若有  $k$  個獨立觀測量，則(4-5)式可寫成

$$V+L=AX \quad (3-5)$$

其中  $V$  及  $L$  為  $k \times 1$  之殘差及觀測矩陣， $A$  為  $k \times u$  之設計矩陣， $X$  為  $u \times 1$  之未知數重力，依最小二乘原理可組成法方程式：

$$A^T P A X = A^T P L \quad (3-6)$$

但  $A$  之秩不足，則  $N^{-1}$  不存在，這時可加入基準條件(Koch, 1989)

$$S^T X = 0 \quad (3-7)$$

且  $AS = 0$  (3-8)

所以  $S^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$  (3-9)

$S^T$  為  $u \times r$  之矩陣( $r$  為秩不足數即是 1)，加入基準條件後，未知數解為：

$$\begin{aligned} \hat{X}^+ &= (A^T P A + S S^T)^{-1} A^T P L \\ &= (N + S S^T)^{-1} U \end{aligned} \quad (3-10)$$

經誤差傳播得  $\hat{X}^+$  後驗協變方矩陣：

$$\hat{\Sigma}_{\hat{X}^+} = \hat{\sigma}_0^2 (N + S S^T)^{-1} N (N + S S^T)^{-1} \quad (3-11)$$

後驗單位權變方為：

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u + r}, \quad r=1 \quad (3-12)$$

$\hat{X}^+$  (即重力) 不具實質的意義，但殘差  $V$  為唯一估計的函數且有意義。

另外：

$$\hat{X}^+ = \begin{bmatrix} \hat{X}_g \\ \hat{X}_p \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

$$A = [A_g \quad A_p] \quad (3-14)$$

$\hat{X}_g$  是重力值， $\hat{X}_p$  是儀器參數，改正後的相對重力為唯一值，表示為：

$$\Delta g = A_g \hat{X}_g = V + L - A_p \hat{X}_p \quad (3-15)$$

因此、各重力值可透過一個已知重力值用利用(3-15)式相互關係來求所有點之重力值。

## 2. 加權約制平差

在重力網平差中，為了避免秩虧的影響，另外讓未知點的重力在同一個重力基準上，可以固定一個或一個以上之已知點當作固定點來平差，只要對這些固定點給定先驗變方值(priori variance)，也就是適當的權，讓改正數  $V_x$  值趨近於零，這種平差的方式稱為加權約制平差(weighted constrains adjustment)，僅固定一點就稱為最小約制平差。加權約制平差的數學模式如下(Uotila, 1986)。

$L_1^a = F_1(X^a)$ ； $L_x = X^a$ ；權為  $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_x \end{bmatrix}$ ， $P_1$  是未知數觀測量的權、 $P_x$  是約制用

控制點的權。係數矩陣為  $\frac{\partial F_1}{\partial X^a} = A_1$ 、 $\frac{\partial L_x}{\partial X^a} = A_x$ 。利用這些條件所組成的觀測值如下：

$$V = AX - L = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \hat{X}^a - \begin{bmatrix} L_1^b \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

$L_1^b$  為  $L_1^a$  之觀測量、 $L_2$  為  $L_X$  之觀測量

令  $V^T P V = \text{最小值}$ ，利用最小二乘法求出未知參數的估值  $\hat{X}^a$

$$\hat{X}^a = (A_1^T P_1 A_1 + A_2^T P_X A_2)^{-1} (A_1^T P_1 L_1 + A_2^T P_X L_2) \quad (3-17)$$

觀測數改正量的加權平方和是：

$$V^T P V = V_1^T P_1 V_1 + V_X^T P_X V_X = L_1^T P_1 L_1 + L_2^T P_X L_2 - \hat{X}^T (A_1^T P_1 L_1 + A_2^T P_X L_2) \quad (3-18)$$

$$\Sigma_{\hat{X}^a} = \sigma_0^2 (A_1^T P_1 A_1 + A_2^T P_X A_2)^{-1} \quad (3-19)$$

當  $L_1 = F_1(X^0) - L_1^b$ ； $L_2 = X^0 - L_2^b$

$A_2$  矩陣在每一列代表他的觀測數，每一行代表未知點的重力值，每一列只有在有固定點是 +1 外，其餘元素都是 0，同理，在每一行中 +1 出現在有固定的已知點上其餘元素都是 0。 $A_2^T P_X A_2$  的維度跟  $A_1^T P_1 A_1$  是一樣的，它的對角線元素有非零的元素，符合固定點給先驗權的觀念，其餘元素都是 0 的矩陣。以  $\bar{P}_X$  代替  $A_2^T P_X A_2$ ， $L_1^b$  有給定適當權，是固定的觀測量，所以  $L_2^b = X^0$ 、且  $A_2^T P_X L_2 = 0$ ，法方程式矩陣表示如下：

$$A_1^T P_1 A_1 + A_2^T P_X A_2 = A_1^T P_1 A_1 + \bar{P}_X \quad (3-20)$$

(3-17)式未知參數的估值  $\hat{X}^a$  可寫成如下：

$$\hat{X}^a = (A_1^T P_1 A_1 + \bar{P}_X)^{-1} (A_1^T P_1 L_1) \quad (3-21)$$

改正數加權平方和：

$$V^T P V = V_1^T P_1 V_1 + V_X^T \bar{P}_X V_X = L_1^T P_1 L_1 - \hat{X}^T A_1^T P_1 L_1 \quad (3-22)$$

未知參數  $\hat{X}^a$  之變方-協變方矩陣( variance-covariance matrix)為：

$$\Sigma_{\hat{X}^a} = \hat{\sigma}_0^2 (A_1^T P_1 A_1 + \bar{P}_X)^{-1} \quad (3-23)$$

後驗單位權變方為：

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\bar{V}^T P \bar{V}}{n - u + r} \quad (3-24)$$



$n$ ：相對重力觀測之數目

$u$ ：未知參數的個數

$r$ ：約制點的個數

### 3-2 網形規劃

在重力外業前先要規劃網形來預估設計矩陣。從平差來講，給定單位權變方、先驗精度、網型設計結構，就可預估網形先驗精度，如式(3-23)。這是設計矩陣最主要的目的。有中誤差異常高的點，增加附近點的多餘觀測量，讓中誤差能降

低。因此，設計矩陣是重力測量施測量前的第一步驟，關係著外業結束後網型平差精度的好壞，不能輕忽之。

### 3-2-1 虛擬觀測(pseudo measurement)

在重力測量還未執行前必須先規劃網形，考慮網形的強弱。每個點至少要跟另外相異的兩個點相連，避免點有標準偏差過大情形發生。因此，本節是以經驗法則來探討重力網形規劃之問題。台灣屬於地形起伏較大之島。受到地形的限制，在高山地區無法讓每一個點有足夠觀測量來求得較佳解，因此利用虛擬觀測(pseudo measurement)的方式來達到(如圖 3-1)。在下圖 3-1 是在中央山脈佈設的重力點，在點 S705 必須再與另一點相連，不然觀測量不足會產生標準偏差過大情形發生。點 S705 與周圍相鄰點中僅與 S513 易到達，其他點因為地形的限制，人員無法到達，這時採虛擬觀測的方式多增加一組觀測量(S705 至 S325)。在相對重力測量中，採往返觀測，每一點都會施測兩次，避免人為誤差以及率定儀器漂移。在三角網中(S705、S513、S325)，S705 至 S513、S513 至 S325 是重力施測路線。S325 至 S705 路線可把 S705 至 S513、S513 至 S325 路線觀測 S325、S705 的重力值，取出來當作 S325 至 S705 路線所觀測到的重力值。由於這種方式並不是從 S325 測至 S705，而是利用間接的方式來取得資料。吾人稱之為“虛擬觀測(pseudo measurement)”。專門使用在山區不易到達之處，用來克服點位觀測量過少之問題。

### 3-2-2 實例驗證

以今年內政部要實行一等重力測量為例，一等重力測量有 825 點，利用未知數變方協變方矩陣，對角線元素開平方來求得每一點之標準偏差如 (3-23) 式，先驗

單位權中誤差 ( $\sigma_0^2$ ) 設為 1mgal。權矩陣(p)跟重力儀精度有關。Graviton EG 相對重力儀精度設為 0.02mgal，精度平方之倒數來當作每一個相對重力的權如 (3-2) 式，固定新竹已知重力點。在網形中有標準偏差過大地區增加多餘觀測量來增加該區之精度，並配合公路網及山區步道最後設計出一等重力點 825 點規劃網形 (如圖 3-2)。在此網形中特殊地方採用虛擬觀測，其餘地方用實際觀測。利用 (3-23) 式求出每一個未知重力點的標準偏差，結果如(表 3-1)。最大值是 0.043mgal，最小值因為固定點是新竹所以是 0、平均值是 0.034mgal、rms 是 0.005mgal，每一點均小於一等重力精度 0.06mgal (中興測量，2004)，所以此預估設計矩陣可被接受。把所有點之標準偏差畫成直方圖，成一鐘型分布(如圖 3-3)。

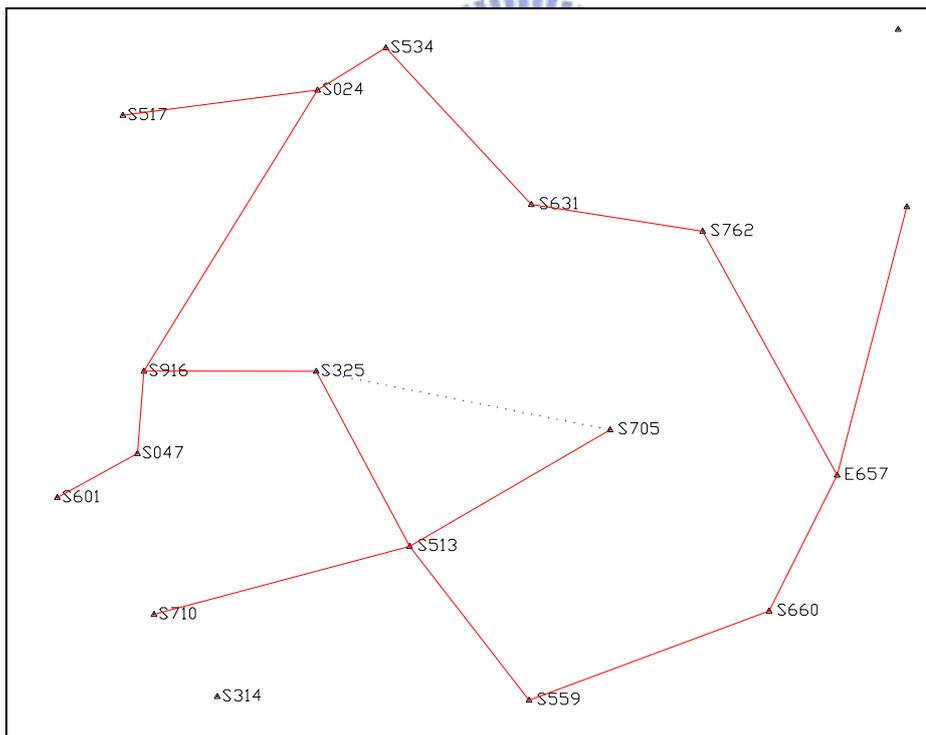


圖 3-1 虛擬觀測網形圖

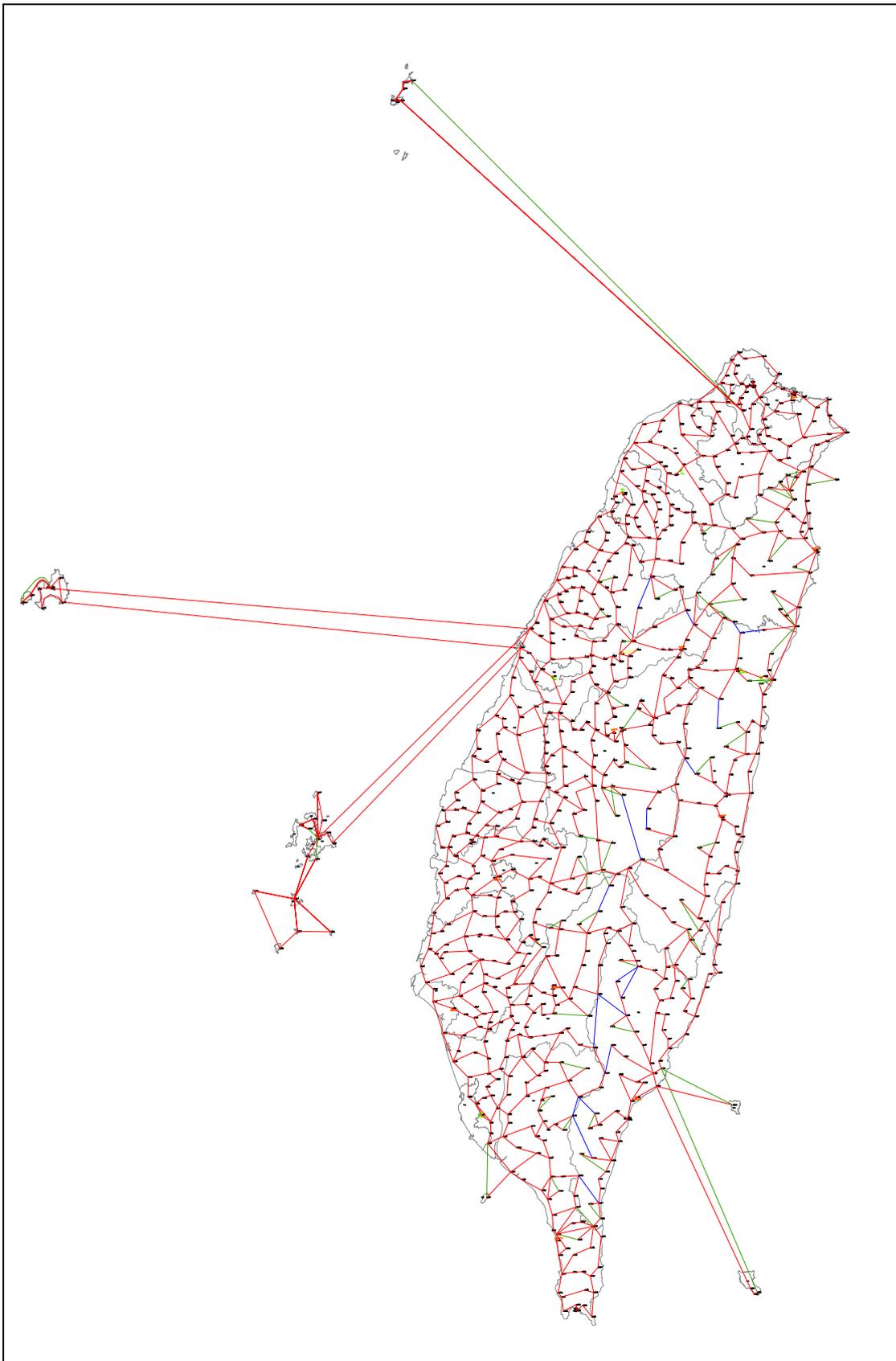


圖 3-2 一等重力點網形規劃圖

表 3-1 一等重力測量網型設計結果

標準偏差最大值 (mgal)	0.043
標準偏差最小值 (mgal)	0
標準偏差平均值(mgal)	0.034
標準偏差均方根 rms(mgal)	0.005

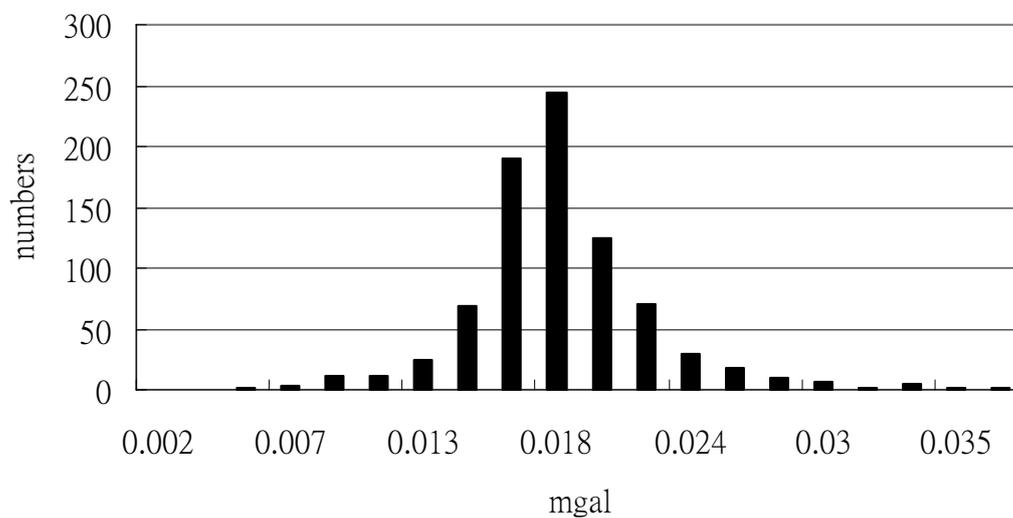


圖 3-3 一等重力測量點位標準偏差直方圖

### 3-3 增加絕對重力點對網形之影響

由於高精度絕對重力儀和相對重力儀之發展，促進了各個國家高精度重力網產生。我國在購置了 FG5 絕對重力儀之後，可以研究在重力網中絕對重力薄弱地區引入新的絕對重力值將大為提高國家控制網的精度和可靠性。另外在選擇絕對重力點前要考慮他們的準確度與分布狀況，來做適當的挑選。

#### 3-3-1 實例驗證

以一等重力點網形規劃為例如圖 (3-2)，加上內政部於今年即將完成台灣省 15 個絕對重力點之施測 (如圖 3-4)，15 個絕對重力點平均分佈在台灣本島，網形結構性強。把 15 個絕對重力點加在一等重力點之網形規劃中，利用(3-23)式將  $\bar{P}_x$  矩陣中斜對角線上，相應位置先驗權值為最大，矩陣內其餘元素為零，求得每一點之標準偏差，先驗單位權中誤差 ( $\sigma_0^2$ ) 設為 1mgal。權矩陣(p)跟重力儀精度有關。Graviton EG 相對重力儀精度設為 0.02mgal，精度平方之倒數來當作每一個相對重力的權如 (3-2) 式。求出每一個未知重力點的標準偏差，結果如(表 3-2)，最大值是 0.031mgal，最小值是 0，因為 15 個絕對點固定所以是 0、平均值是 0.020mgal、均方根是 0.004(mgal)。跟表 3-1 比標準偏差平均值降低了 0.014 mgal 精度提升 41% (0.014÷0.034)。重力點標準偏差直方圖如圖 3-5 成一鐘型分布。

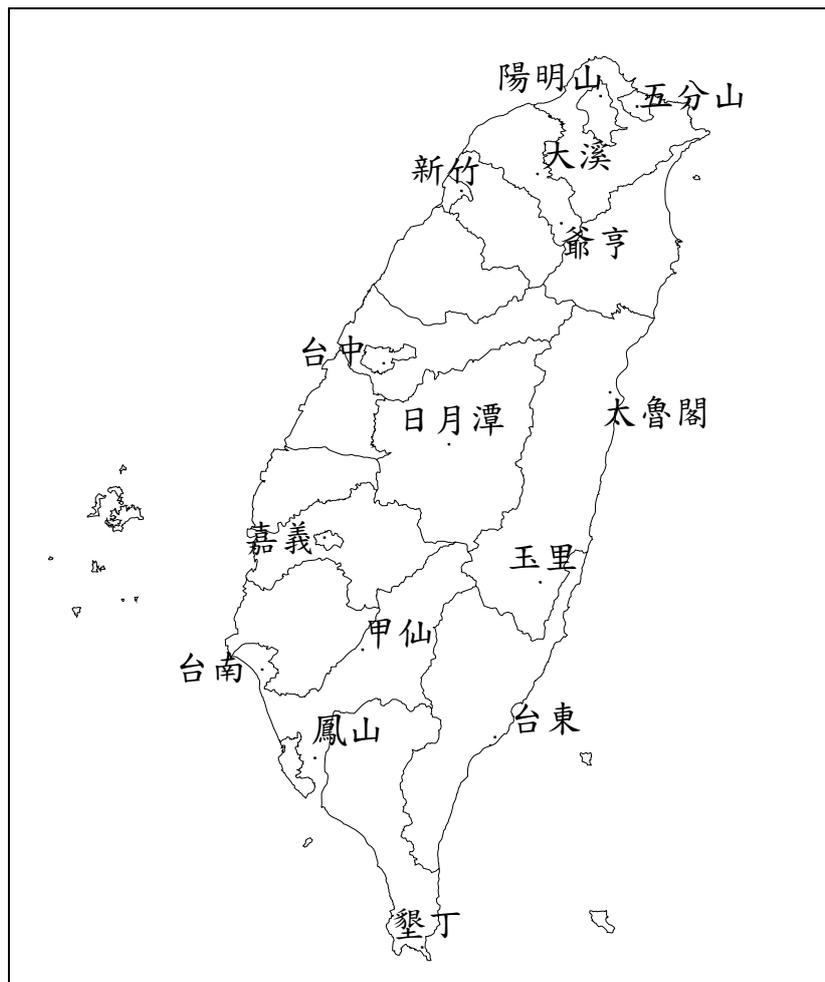


圖 3-4 台灣十五個絕對重力點

表 3-2 一等重力測量加絕對重力點網型設計結果

標準偏差最大值 (mgal)	0.031
標準偏差最小值 (mgal)	0
標準偏差平均值(mgal)	0.020
標準偏差均方根 rms(mgal)	0.004

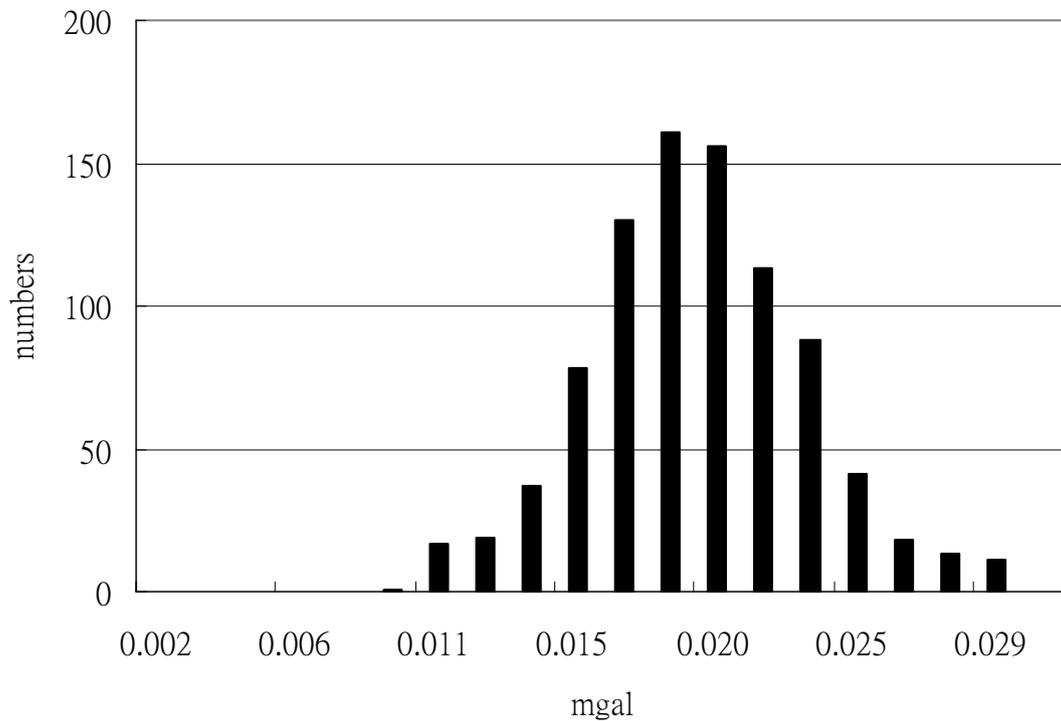


圖 3-5 一等重力測量點加絕對重力點標準偏差直方圖



### 3-4 實驗結果討論

本章規劃重力網形來預估設計矩陣，求出先驗變方協變方矩陣，在精度不足地區增加多餘觀測，提升網形精度。在實際重力測量中要考慮車輛人員到達之難易度，並配合網形精度，來規劃出既符合成本、工天又兼具網形精度之最佳重力網。另外增加 15 個絕對重力點在網形規劃中在精度上提升了 41%。要有如此精度大的提升，絕對重力點的網形分布也是要必須考慮的。本章的網形研究可作為今年一等、二等重力點重力測量之參考。

## 第四章 重力儀漂移改正與相對重力精度分析

在外業測量中，外在環境會影響相對重力儀本身，進而影響讀數之變化。因此，必須扣掉外在的因素，才能探討重力儀漂移之影響。外在因素包含了溫度、氣壓、磁場和振動之影響。大的擾動或加速度會造成大於 0.1mgal 的變化。數量級為 0.001~0.01mgal 的影響解釋為重力儀漂移(Torge, 1989)。重力儀之漂移又稱零點位移，隨時間而變化並且取決於儀器中的彈簧。彈簧除了受到外在的因素之外，電源電壓變化未得到補償都會影響彈簧的零點位移，零點位移是儀器誤差最主要原因之一。重力測線除非在山區不易到達之處不會要求在當天往返，一般在平地測線由於交通方便就會要求當天往返，其最主要的原因就是儀器的漂移，若能克服儀器的漂移，就可以不用限定必須當天往返，測線的規劃就可以相當彈性。

### 4-1 影響相對重力儀外在環境因素

外在環境因素是造成重力儀讀數變化之原因，維持這些因素的穩定，可以有效減少環境變化對相對重力儀之影響。外在環境因素說明如下：

#### 1. 溫度的影響

外界溫度影響造成儀器讀數的變化，影響的大小跟重力儀的補償以及絕緣有關。特別要注意的是劇烈的溫度變化，譬如：在搬運路途或量測點上溫度不同，及太陽輻射和風所造成的影響。儀器對溫度的影響在可環境控制的實驗室中粗估大約是  $1\mu\text{ms}^{-2}/^{\circ}\text{C}$  或更大，若有加裝保溫器可降低至  $0.01\mu\text{ms}^{-2}/^{\circ}\text{C}$  (Torge, 1989)。因此，重力儀要維持一定的工作溫度，在施測當中要遮風及擋太陽輻射，就是要避免溫度劇烈的變化而影響彈簧的性質，使重力讀數能比較穩定。在野外測量中，

外界溫度隨時間和空間的不同而影響量測重力不同之變化。對 LCR 重力儀，溫度變化可引起漂移達  $0\sim 0.03\ \mu\text{ms}^{-2}$  (Torge, 1989)，因此該公司 D 型、EG 型相對重力儀都附加恆溫器來有效降低與溫度有關的讀數誤差。

## 2. 氣壓的變化

重力儀密封不完全時，容易受到壓力的變化而引起讀數的變化。尤其在測線中高差過大兩點或長距離的施測，受到氣壓急遽變化而影響它的重力讀數。大氣壓力之變化以兩種方式來影響重力儀之輸出：氣壓通過引力作用影響重力儀讀數和儀器對氣壓所反彈之作用。為了改正氣壓對相對重力儀之影響，可利用線性回歸來近似。

## 3. 磁場的影響

重力儀的補償或屏蔽不充分時，會產生磁場效應，尤其受振動後，這些保護措施會失去他的作用，因此要進行週期性的檢查。重力儀與磁場之間的關係，可用線性回歸來模擬。在長距離的重力測量，可能需要對儀器採取特殊的保護措施。

## 4. 振動的影響

運輸及測量的過程中發生振動會引起重力的變化，這種變化是重力儀結構、振動類型和幅度的函數( Torge, 1989 )。運輸工具的不同（手提、公路汽車或非公路的車輛、直昇機、客機）所造成的擾動加速度和量測系統的反應會不相同，直接效應和補償的過程會一起加到重力儀的讀數上。當量測系統產生共振頻率時，讀數會出現極大的變化。但目前為止，由振動所引起的讀數變化還不能進行模擬，因此要採取一些預防措施來防範，如下三點：

- (1) 在運輸測量過程中，重力儀要妥善的保護好（避免急遽震動和加速度）。

- (2) 在測量工作開始之前，先進行一定時間的運輸（大約 0.5 小時），以減少量測系統中的剩餘應力 (Torge, 1989)。剩餘應力是單方向的力，運輸的振動是多方向且隨機的影嚮，可以消除剩餘應力。
- (3) 運輸重力儀要使用較佳之容器，以便能吸收振動。

## 4-2 相對重力儀漂移形成及多項式模擬

彈簧式相對重力儀最容易受外界的影響在零點位 (zero position) 會出現時間性的變化，這種變化稱之為重力儀漂移。相對重力儀之漂移情形可用多項式來模擬。

### 4-2-1 漂移之形成和減少漂移方法



彈簧的漂移是由彈簧的張力衰減以及未被補償或屏蔽等外在因素所造成的 (Torge, 1989)。運輸當中有效控制漂移時，較大的跳動 ( $1 \mu\text{ms}^{-2}$  或更大) 很容易被偵測出來而剔除，但停滯下來小單元的跳動就稱為漂移。漂移受到外界的溫度變化和氣壓，分為靜態漂移和運輸漂移兩種。靜態漂移 (彈簧老化、長波溫度和氣壓波動)，能在單點經過長時間的觀測來評估。運輸漂移 (搖動、短波溫度波動)，會在野外作業時出現。重力儀的漂移在長時間禁止不用就會產生漂移，外業施測數小時漂移呈線性分布，一天以上呈非線性分布。長時間靜止狀態的漂移量可作為外業數小時漂移的補償 (Torge, 1989)。

減少漂移的重要方法 (Torge, 1989; Dragert et al., 1981) 有下列幾點：

1. 對定平的量測系統需定期的檢查，並採取屏蔽的保護措施 (壓力、溫度、磁力等)。
2. 在運輸與量測的過程中要特別小心搬運 (單方向急遽的震動)。

3. 無論在何種情況（振動、溫度、地下水），都要選擇穩定標準的測站位置。
4. 消除在測量開始時之異常漂移
5. 在每個測站進行往返觀測。
6. 在穩定的外部條件下測量（溫度變化小於 $5^{\circ} - 10^{\circ} \text{c/day}$ ）
7. 在施測的當中保護重力儀避免受到風、太陽輻射的干擾。
8. 在運輸的過程最好用具有保溫的容器來保護重力儀。

#### 4-2-2 多項式模擬漂移率

適當的控制儀器漂移，可以避免較大之振動。相對重力儀漂移的模擬。是讀數  $z$  與對時間  $t$  的關係作泰勒展開式展開 (Drewes, 1978)。

$$z(t) = z(t_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) (t - t_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right) (t - t_0)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 z}{\partial t^3}\right) (t - t_0)^3 + \dots \quad (4-1a)$$

$t_0$  是每段量測的參考時間，漂移係數  $d_1, d_2, d_3, \dots$ ，可把式(4-1a)

變換為漂移多項式：

$$\begin{aligned} z(t) &= z(t_0) + d_1(t - t_0) + d_2(t - t_0)^2 + d_3(t - t_0)^3 + \dots \\ &= z(t_0) + \sum_{p=1}^n d_p (t - t_0)^p = z(t_0) + D(t) \end{aligned} \quad (4-1b)$$

$z(t_0)$  代表模擬漂移在參考時間所得到讀數。

(4-1b)式一階大都使用在一天的測量數據。若是長時間的數據，除非漂移量很小且呈線性分布就可使用低階方式模擬。假如同時有運輸和移動漂移就要用複雜模

式，計算出不同的參數。漂移係數是由重複觀測來確定的，這些係數與漂移的類型(線性、非線性、跳動)及漂移的大小、精度的要求，和模擬方式有關。

本章所做實驗的時間系統是以修正儒略日 (Modified Julian Date, MJD)，以午夜來代替中午。MJD 即由 JD 減去 2400000.5 天而得。而儒略日 (Julian Date, JD)，亦是以平太陽時為基準，由西元 (B.C.) 前 4713 年 1 月 1 日 12h 世界時 (UT) 開始起算。

### 4-3 改正相對重力儀漂移方法

改正相對重力儀漂移吾人研究出三種方法：單點重複觀測、測線多餘觀測求漂移係數法、重複點多餘觀測求漂移係數法。以下各節分別介紹此三種改正漂移方法及實例驗證。



#### 4-3-1 單點重複觀測

重力儀測完 A 點後，相隔一段時間再回來測 A 點，扣除環境的改正，理論上所測的重力值應該相同，實際上會有些許不同，這個不同可稱“重力儀漂移”。除上相隔的時間稱為漂移率，以此可作為該點漂移的改正，但中間如果間隔(超過一星期，以 GravitonEG 為例) 過長，或著有經過長時間運輸、振動，則不適用此種方式。這種方式較簡易適合一個小時的往返重力施測，當作線性來處理，可稱為‘簡易之漂移改正法’。求出每週之漂移率後為了找出有粗差的漂移率以及此漂移率假說測試是否顯著，我們採取 pope Tau 測試法以及顯著測試 (黃金維, 2004)。

## 1. 資料偵錯

相對重力儀漂移率採用 pope Tau 測試法找出粗差，使用此種方式必須先求出殘差之變方協變方矩陣，已知信心水平 95% ( $1-\alpha/n$ ) 下，計算臨界值  $\tau$  值。若 (4-5) 式成立，則該觀測量為一錯誤 (Pope, 1976)。

$$\bar{\sigma}_v = \sqrt{\frac{r}{n} \frac{\bar{\sigma}_0}{\sqrt{p}}} \quad (4-2)$$

$$\bar{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{r}} \quad (4-3)$$

$\bar{\sigma}_v$ ：殘差之變方協變方

$r$ ：平差自由度

$n$ ：觀測量總數

$P$ ：該觀測量之權

$\bar{\sigma}_0$ ：後驗單位權中差



$$\tau_{1-\frac{\sigma}{n};1,r-1} = \left[ \frac{rF_{1-\frac{\alpha}{n};1,r-1}}{r-1 + F_{1-\frac{\alpha}{n};1,r-1}} \right]^{1/2} \quad (4-4)$$

$$\left| \frac{v}{\bar{\sigma}_v} \right| > \tau_{1-\frac{\sigma}{n};1,r-1} \quad (4-5)$$

## 2. 顯著測試(假說測試)：

測試相對重力儀的漂移率顯著性，在 95% 的信心水平下呈 t 分布，t-分佈最

先由 W. S. Gossett 以其筆名 “Student” 命名，故此分佈又稱之為 “Student” s 分佈 “。設  $X$ 、 $Y$  為兩個獨立隨機變數， $X \sim N(0, 1)$ ， $Y \sim \chi^2(n)$ ，則稱為自由度為  $n$  的  $t$  分佈，如下式，記作  $t \sim t(n)$  (Koch, 1987)。

$$t = \frac{X}{\sqrt{Y/n}} \quad (4-6)$$

$t$  分佈的機率密度曲線與常態分佈的機率密度曲線類似，如圖 4-1。當自由度  $k=n-1 < 30$  時， $t$  分布比常態分布的隨機變量變動程度稍大一些，當自由度  $k=n-1 > 30$  時， $t$  分布的分布與常態分布幾乎沒有區別。

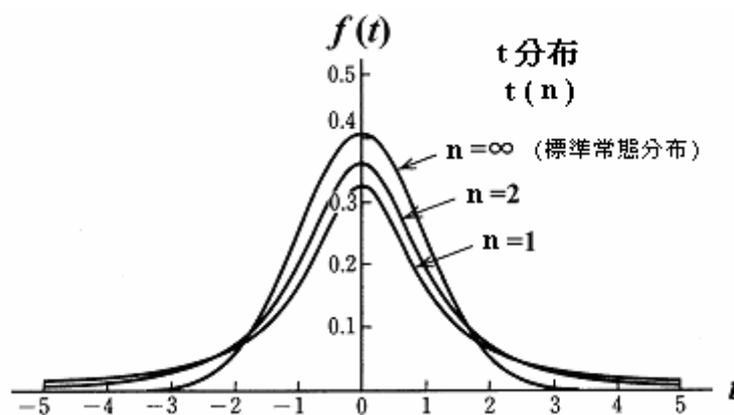


圖 4-1  $t$  分布機率密度曲線隨自由度  $n$  的變化圖

令  $\hat{d}$ ， $\hat{\sigma}_d$  為任一測線之漂移率和標準偏差，求自由度為  $n$ ，信心水平  $(1-\alpha)$  下  $t$  分布之臨界值  $t_\alpha$ ，若  $-t_\alpha < T < t_\alpha$ ，如下 (4-8a) 式，則接受零假說，漂移率  $d$  為零呈不顯著。被測試假說稱零假說，與零假說相對的另一方稱變通假說，如下 (4-8b) 式。

零假說 ( $H_0$ ):  $d=0$

變通假說 ( $H_1$ ):  $d \neq 0$

$$\text{測試值：} T = \frac{\hat{d}}{\hat{\sigma}_d} \quad (4-7)$$

$$\text{若 } |T| < t_\alpha(n) \quad (4-8a)$$

$$|T| > t_\alpha(n) \quad (4-8b)$$

#### 4-3-2 重力測線多餘觀測求漂移係數法

可用式(3-1a)和式(3-10)求每個測線之漂移係數，再用這個漂移係數乘上各點相隔參考點的時間間隔，得到每一點之漂移量，每個點在減去漂移量，即可做完漂移改正。相對重力經漂移改正式子如下。

$$\begin{aligned} \Delta \hat{L}_{i,j} &= [g_j - D(t_j - t_0)] - [g_i - D(t_i - t_0)] \\ &= (g_j - g_i) - Dt_j + Dt_0 + Dt_i - Dt_0 \\ &= \Delta L_{i,j} - D(t_j - t_i) \end{aligned} \quad (4-9)$$

$\Delta \hat{L}_{i,j}$ ：經漂移改正完之相對重力值

$\Delta L_{i,j}$ ：未改正之前的相對重力值

$D$ ：漂移係數，每一個測段都不同

求出漂移係數後根據時間之關係我們可以從重力儀漂移變化、瞬間漂移速率、平均速度來觀看漂移之變化情形。

### 1. 相對重力儀漂移變化

$$D(t) = \sum_{i=1}^n d_i (t - t_0)^i \quad (4-10)$$

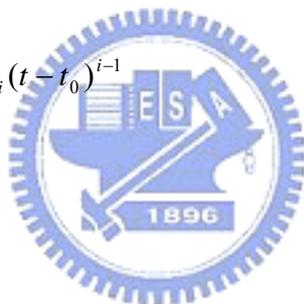
$t_0$ ：每段量測的參考時間

$t$ ：觀測時間

$d_i$ ：漂移係數。

### 2. 瞬間漂移速率

$$r(t) = \frac{dD}{dt} = \sum_{i=1}^n i d_i (t - t_0)^{i-1} \quad (4-11)$$



### 3. 平均速率

$$\bar{r}(T_1, T_2) = \left[ \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{dD}{dt} \right) dt \right] \frac{1}{T_2 - T_1} = \frac{D(T_2) - D(T_1)}{T_2 - T_1} \quad (4-12)$$

$$T_1 = t_1 - t_0, \quad T_2 = t_2 - t_0$$

$t_1$ ：開始時間

$t_2$ ：結束時間

#### 4-3-3 重複點多餘觀測求漂移係數法

一個重力測線中往返施測在同一重力點上重力讀數理論會相同，讀數不同是漂移和儀器振動影響所造成。利用（4-13）式重力觀測方程式往返施測重力讀數

$g$ 、基準未知數  $N_0$  會相消，法方程式矩陣是往返時間差的相乘，由於往返時間短可用 1 階多項式來模擬，未知數僅一個漂移係數，用這個未知數來代表此測線段之漂移係數。利用 (3-10) 式、(3-11) 式最小二乘法求解未知數並求出未知數標準偏差。權值的給定可以採用 Graviton EG 相對重力儀面板上的指標 RME error，它是每秒濾波為環境噪聲的標準偏差，可用來估計工作地點的背景振動雜訊。往返同一點權值給定如 (4-14) 式。

$$L + V = \begin{bmatrix} (t_j^1 - t_i^1) \\ (t_j^2 - t_i^2) \\ \vdots \\ \vdots \\ (t_j^n - t_i^n) \end{bmatrix} D \quad (4-13)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}} \quad (4-14)$$



D：漂移係數

$t_i^n$ ：往測觀測時間（n 指重力點個數）

$t_j^n$ ：返測觀測時間（n 指重力點個數）

$\sigma_i$ ：往測重力點觀測精度

$\sigma_j$ ：返測重力點觀測精度

#### 4-4 漂移實驗

三種改善漂移之方法各舉實例來做探討與研究，本實驗所使用之儀器有 L&R 型相對重力儀、Graviton EG 相對重力儀等兩種。

##### 4-4-1 單點重複觀測

使用 Graviton-EG 放置恆溫的實驗室裡，儀器量測 10 分鐘，濾波(filter)設定二分鐘(最佳重複讀數設定)，連續觀測 12 小時(為了扣除海潮和固體潮效應)，總共有 72 筆數據，環境改正完，求出平均重力讀數。隔七天在相同地點、相同模式，進行觀測，也求出另一個平均重力讀數，若儀器無漂移讀數應該相同，實際上會不同，在下圖(4-2)顯示重力儀每個禮拜零點變化情形，最大值與最小值差了 0.27mgal，線型的坡度變化有上升及下降，在 MJD 日期 53296、53305 兩天，此相對重力儀有攜出實驗室到基隆做相對重力測量，沿途受到運輸和操作振動影響，因此 53294 之後零點變化急遽。因此可以看出 Graviton-EG 的變化在一個星期的變化是規則的，多個禮拜時呈現出不規則坡度變化。前後兩筆數據除上天數(七天)就是漂移率，因此我們連續測試 7 週(7 筆資料)，來觀測重力儀之漂移情形，粗差偵錯的方式採用 Pope's  $\tau$ -test 方法(Pope,1976)，公式如(4-2)、(4-3)、(4-5)，測試結果都接收無剔除如下表 4-1，所畫出每週的漂移率(daily drift)的變化如下圖 4-3，從圖中可看出每週的漂移率都不同，有正值與負值，漂移最大的可到達 24  $\mu$ gal，最小到 6  $\mu$ gal。在施測期間儀器在實驗中放置，未受到運輸的影響及較低的搖動時，漂移變化平緩穩定。若是野外施測受到外界環境及人為的因素相當大，漂移率變化情形更甚於實驗室的施測狀況。因此在此建議若要使用重複點觀測來求漂移率，最好在一個星期之內，超過一個星期就要分兩次實驗來作，求得兩筆漂移率，來進行相對重力儀器漂移改正，才會較符合實際情況。

表 4-1 Graviton-EG 每週漂移情形

項目	日期	mgal	日期	mgal	漂移率 (mgal/day)	Tau 測試: $\left  \frac{\nu}{\bar{\sigma}_\nu} \right $	測試結果 ( $t_\alpha=241$ )
1	0911Average(1~12)	2547.497	0918Average(1~12)	2547.523	0.003714	0.325913	通過
2	0918Average(1~12)	2547.523	0925Average(1~12)	2547.453	-0.01	0.877457	通過
3	0925Average(1~12)	2547.453	1002Average(1~12)	2547.443	-0.00143	0.125351	通過
4	1002Average(1~12)	2547.443	1009Average(1~12)	2547.418	-0.00357	0.313378	通過
5	1009Average(1~12)	2547.418	1016Average(1~12)	2547.376	-0.006	0.526474	通過
6	1016Average(1~12)	2547.376	1025Average(1~12)	2547.477	0.014429	1.266046	通過
7	1025Average(1~12)	2547.477	1030Average(1~12)	2547.649	0.024571	2.156038	通過

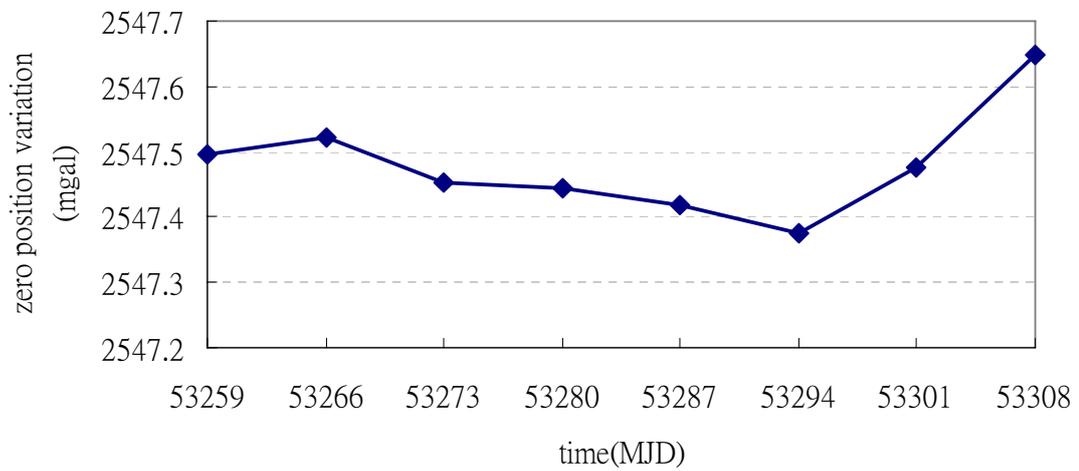


圖 4-2 Graviton-EG 零點位移變化情形

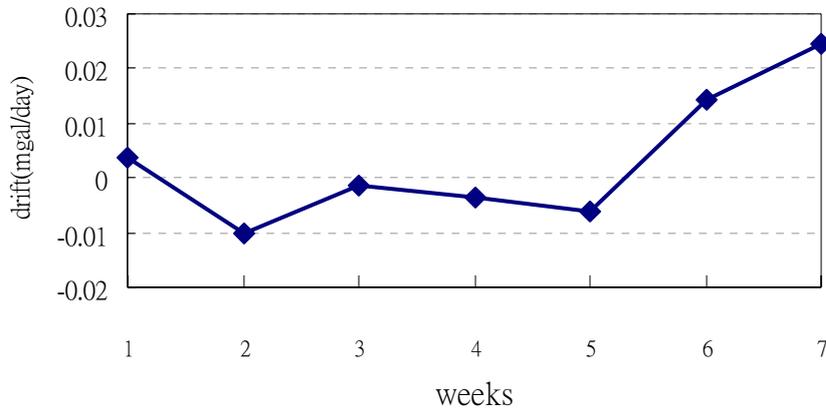


圖 4-3 Graviton-EG 相對重力儀每週漂移率 (daily drift)

#### 4-4-2 相對重力測線多餘觀測求漂移係數法

測施相對重力會有往返測，因此有多餘的觀測量可求出漂移係數，在利用(4-33)式來作每一點之漂移改正量。在進行求漂移係數前，首先要確定幾階的漂移多項式所求出的漂移係數及漂移改正量是較合理的。短時間的兩個重力點所施測相對重力用低階漂移多項式來模擬即可。但長時間重力點之相對重力測量，儀器漂移影響較複雜，可以利用一等一級 16 點檢測資料來作測試，瞭解多少階的漂移多項式較能符合實際的情形。16 點分布圖如圖 4-4，點名如表 4-2，16 點施測時間是五個星期，所使用儀器是 Lacoste & Romberg G 型重力儀，利用(4-10)、(4-11)、(4-12)式，求出一、三、五階漂移變化 (如圖 4-5、4-6、4-7)、瞬時漂移速率 (如圖 4-8、4-9、4-10) 每星期平均漂移率 (如圖 4-11、4-12、4-13)。在漂移變化來看，一階變化從 0.080 到-1.200mgal、三階從 1.380 到-0.080mgal、五階從 0.180 到-0.620mgal，差別相當大。瞬時漂移速率一階是固定-0.030 mgal/day、三階從-0.090 到 0.070 mgal/day 呈向下的拋物線變化、五階從-0.115 到 0.008 mgal/day 成雙曲線分布。一星期平均漂移速率一階是固定-0.030 mgal/week 呈一直線、三階是從-0.057 到 0.063

mgal/week 呈一拋物線、五階從-0.010 到 0.002 呈一折線分布。從漂移變化、瞬時  
漂移速率、平均漂移率的分布狀況來看只瞭解線型不同外，區間變動範圍也有很  
大差異，很難判斷哪一階較適合。因此我們用自由網平差方式取其北、中、南三  
個點(新竹、楓港、基隆)來比較重力及標準偏差。新竹站從一階到十階(如下圖 4-14)  
重力值在  $2 \mu gal$  變動；標準偏差是在  $5 \mu gal$  變動，隨著階數越大，標準偏差越大，  
這是因為自由度變小的原因造成單位權中誤差變大。楓港、基隆重力站情形跟新  
竹相同隨著階數越大，標準偏差越大(如下圖 4-15、4-16)。楓港重力值在  $3 \mu gal$  變  
動；標準偏差是在  $6 \mu gal$  變動；基隆重力值在  $1.2 \mu gal$  變動；標準偏差是在  $2 \mu gal$   
變動。重力站短時間的相對重力測量採用低階的漂移多項式來模擬。但已知重力  
點 16 點分布全台灣，檢測兩點距離和相隔時間較長，但從上述實驗可知採用一階  
多項式模擬即可，因為重力變動範圍不大，標準偏差可因為自由度的增加而降低  
點位標準偏差。因此，接下來一等一級、二級水準點上施測重力測量數據採用一  
階漂移多項式來作改正，再重新網型平差比較各點標準偏差看是否有改善。

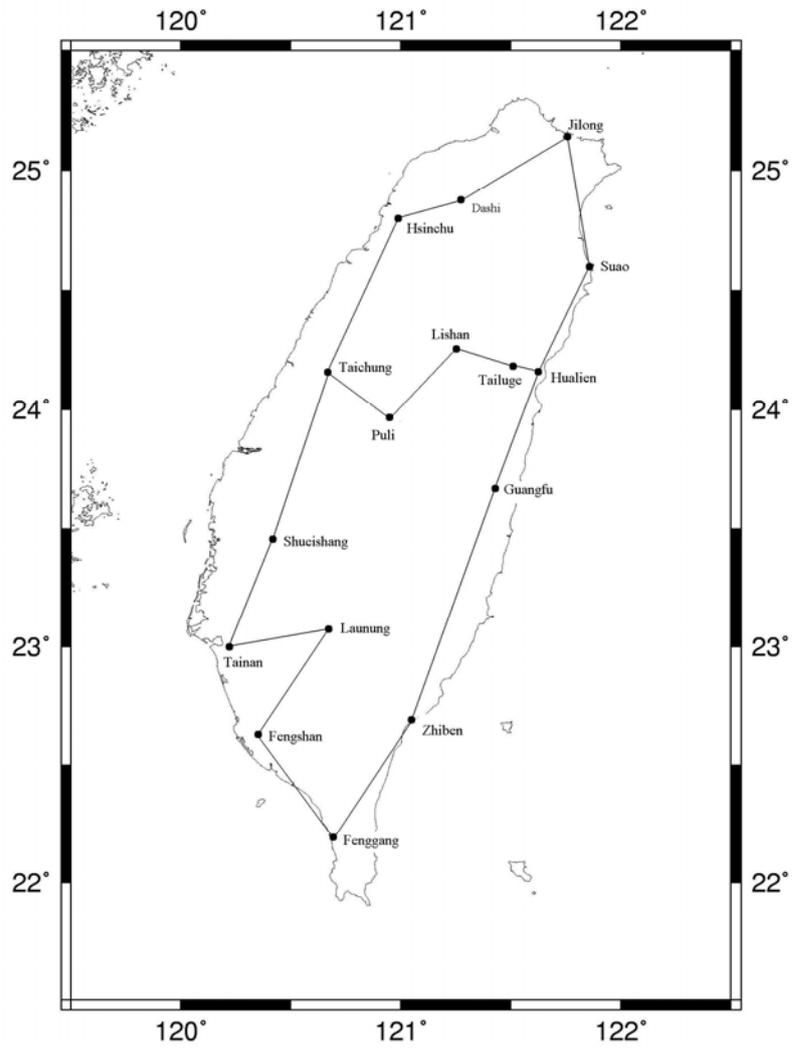


圖 4-4 台灣一等一級 16 個已知重力點分布圖

表 4-2 16 個已知重力點中文及簡寫英文對照表

大溪	新竹	台中	埔里	水上	梨山	台南	荖濃
daxi	shin	taiz	puli	shui	lish	tain	Laun
鳳山	楓港	知本	光復	綠水	花蓮	蘇澳	基隆
fens	feng	zhib	guaf	lvsh	hual	suao	jilo

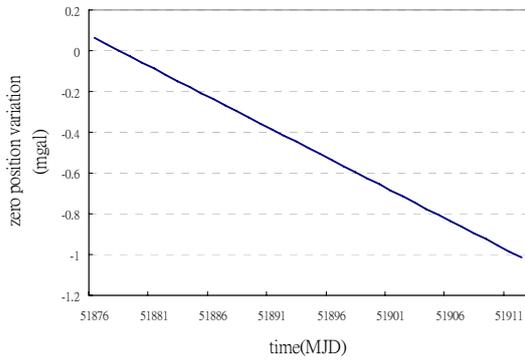


圖 4-5 G 型相對重力儀一階解漂移變化

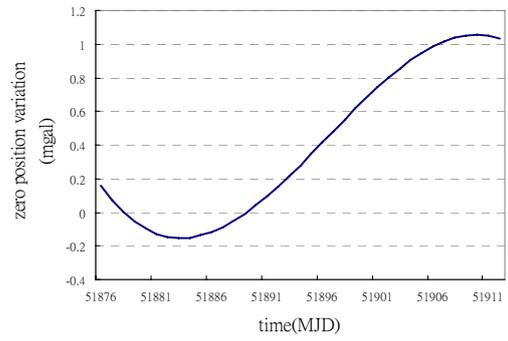


圖 4-6 G 型相對重力儀三階解  
漂移變化

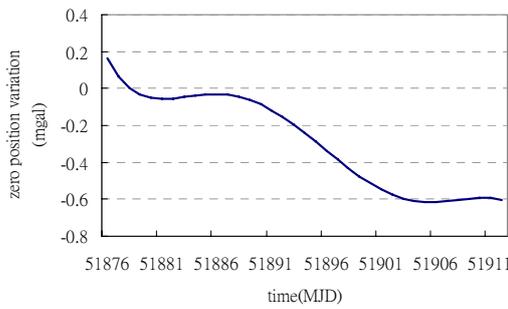


圖 4-7 G 型相對重力儀五階解漂移變化

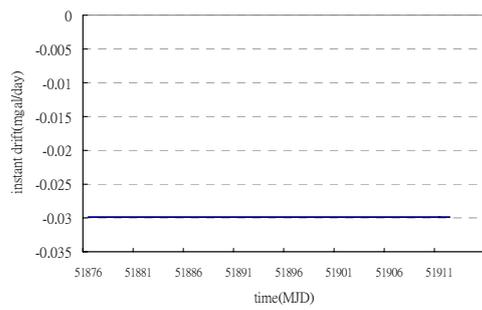


圖 4-8 G 型相對重力儀一階解瞬時  
漂移速率

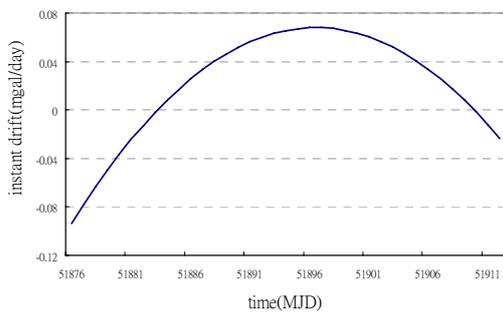


圖 4-9 G 型相對重力儀三階解瞬時漂移速率

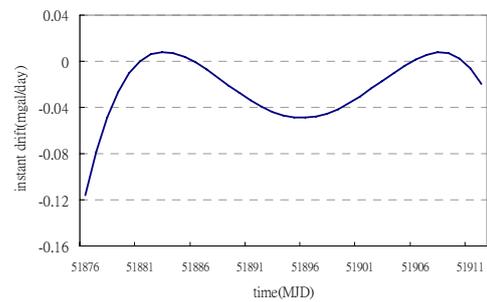


圖 4-10 G 型相對重力儀五階解  
瞬時漂移速率

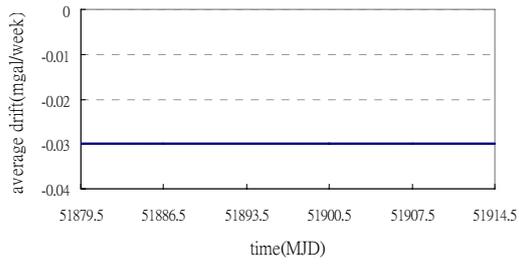


圖 4-11 G 型相對重力儀一階解每週平均漂移率

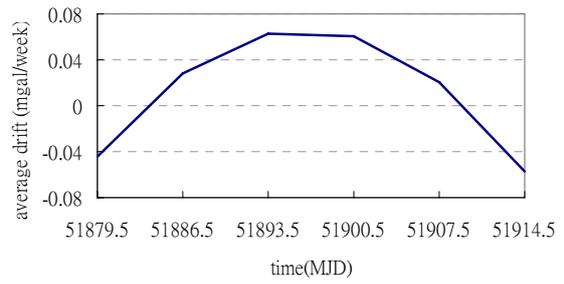


圖 4-12 G 型相對重力儀三階解每週平均漂移率

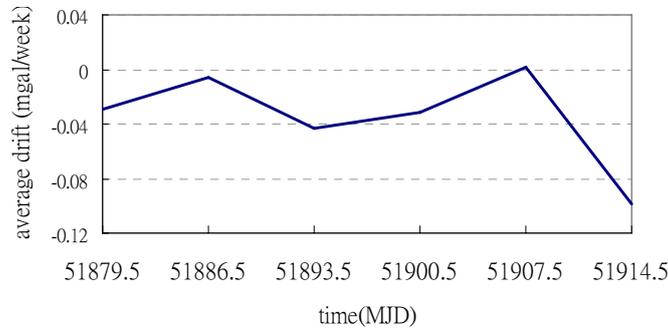


圖 4-13 G 型相對重力儀五階解每週平均漂移率

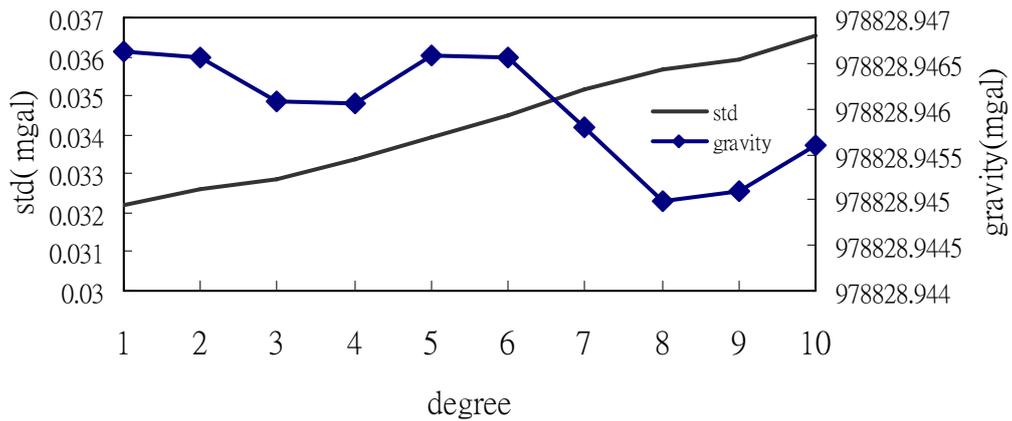


圖 4-14 新竹重力點從 1 階到 10 階解重力及標準偏差變化情形

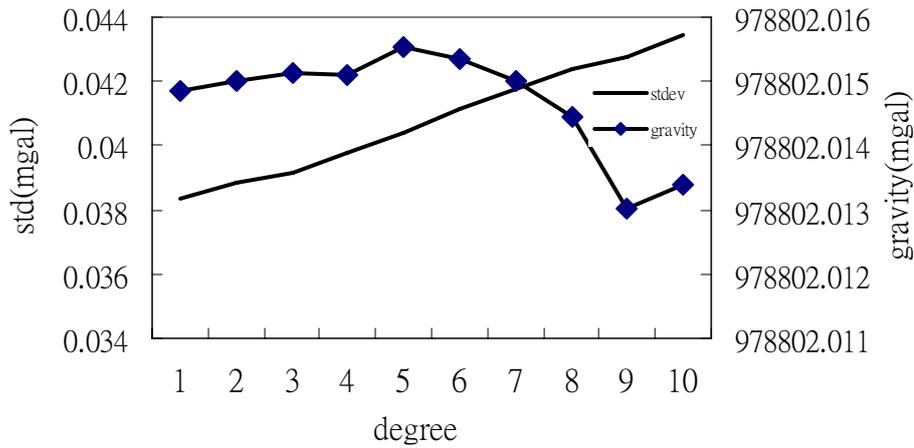


圖 4-15 楓港重力點從 1 階到 10 階解重力及標準偏差變化情形

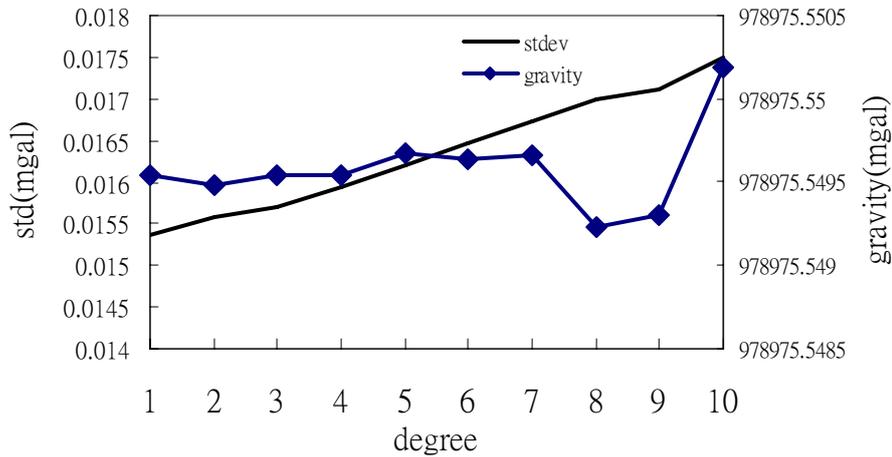


圖 4-16 基隆重力點從 1 階到 10 階解重力及標準偏差變化情形

1. 一等一級水準點上重力測量測線多餘觀測漂移改正

一等一級水準點共 1010 個點(如圖 4-17)，用兩部 Lacoste Romberg (G838、G844)兩部重力儀，前後施測加補測花了 7.5 個月工作天施測完畢，G844 相對重力儀負責 54 個測段、G838 相對重力儀負責 28 個測段，每個測段有多餘觀測，用最小自乘法來算出一階漂移係數(如圖 4-18、4-19)。圖 4-18、4-19 顯示兩部相對重力儀漂移係數大部分在 $\pm 0.5$  mgal/day 以內。此漂移係數過大最主要受到外在環境因素振動之效應。用(4-9)式改正到每一個相對重力值，再重新網平差，把重新平

差完的重力值及標準偏差做一比較(如表 4-3 )，改正後的標準偏差都降低了平均  $1.3 \mu\text{gal}$  左右，標準偏差是  $0.3 \mu\text{gal}$ ，最大降低  $1.9 \mu\text{gal}$ ，最小降低  $0 \mu\text{gal}$  (固定點在大溪)，每個水準點的標準偏差均降低，沒有任何一個水準點標準偏差有增高情況發生，分布情形如圖 4-21。標準偏差都均勻降低，前後重力的影響可以從(表 4-3)看出來，變動最大到  $-19.6 \mu\text{gal}$ ，此重力變動遠小於一等一級水準點上測線閉合差  $0.2\text{mgal}$  (黃金維，2001)，此平差完數值可以接受。重力變化分布如圖 4-20，在西北部變化量很小，在西南部台 17 線、東南部台九線變化都很大。

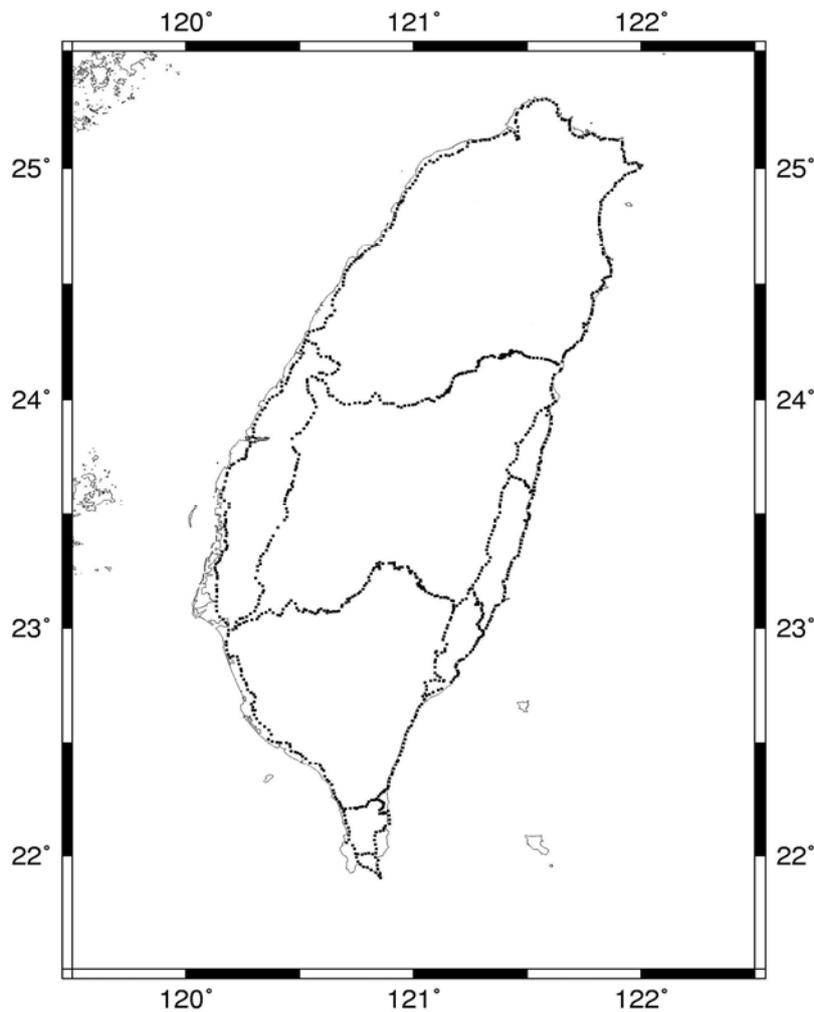


圖 4-17 一等一級水準點分布圖

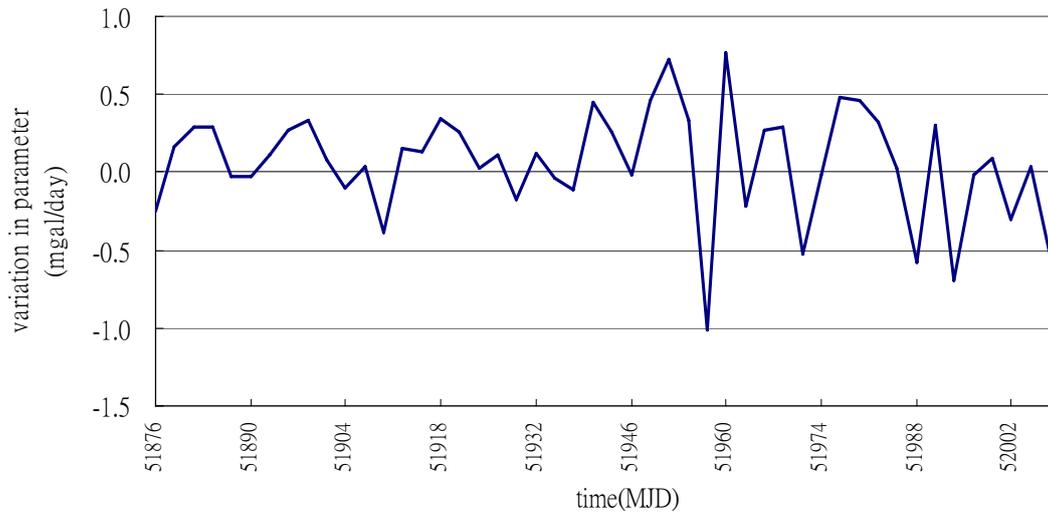


圖 4-18 一等一級水準點 G844 相對重力儀每天漂移係數變化情形

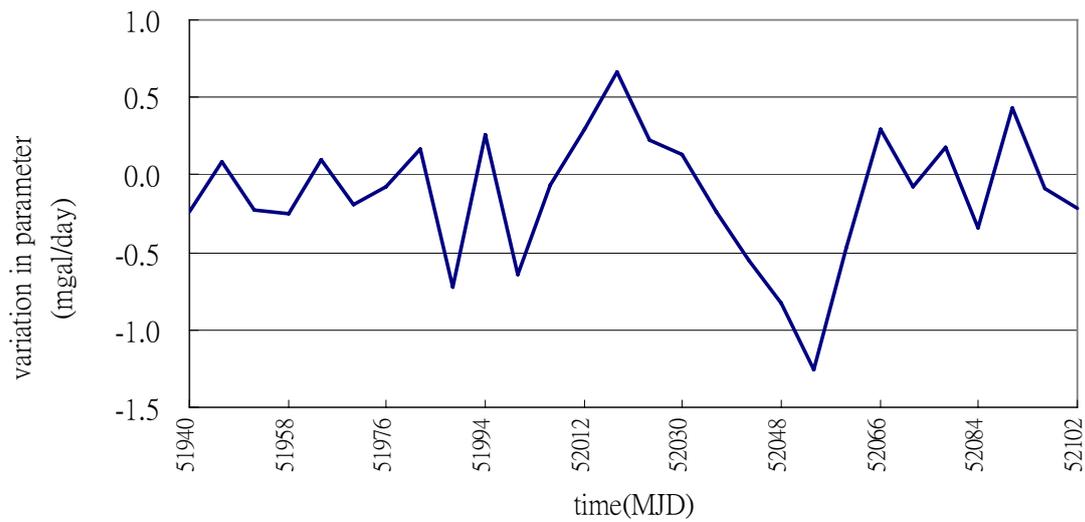


圖 4-19 一等一級水準點 G838 相對重力儀每天漂移係數變化情形

表 4-3 一等一級水準點經漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	6.8	1.9
min	-19.6	0.0
average	-4.0	1.3
standard deviation	3.7	0.3

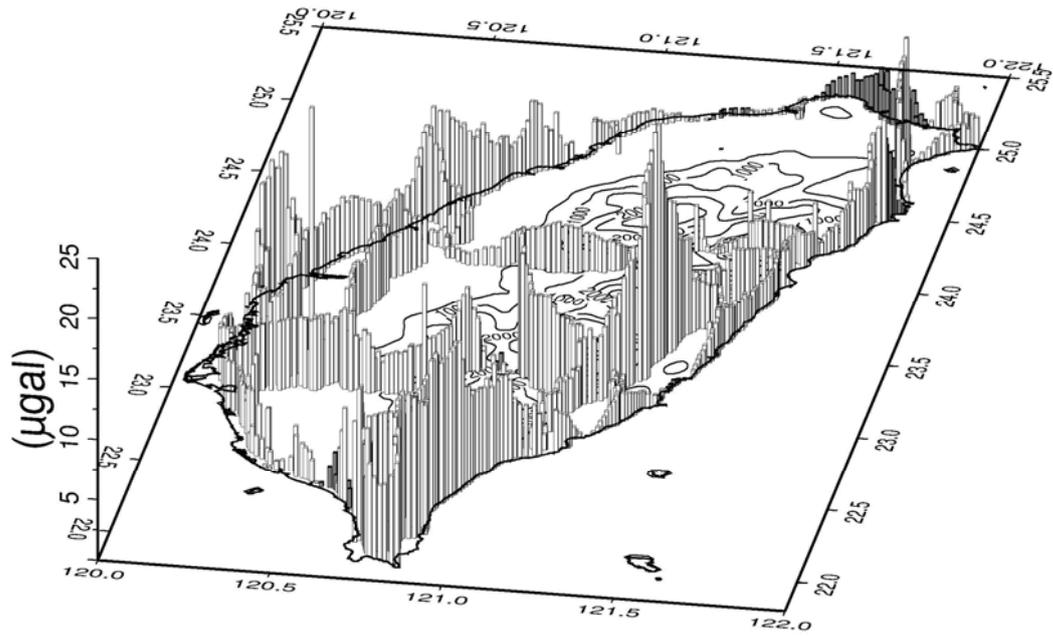


圖 4-20 一等一級水準點經漂移改正重力變化情形(深色為正值、淺色為負值)

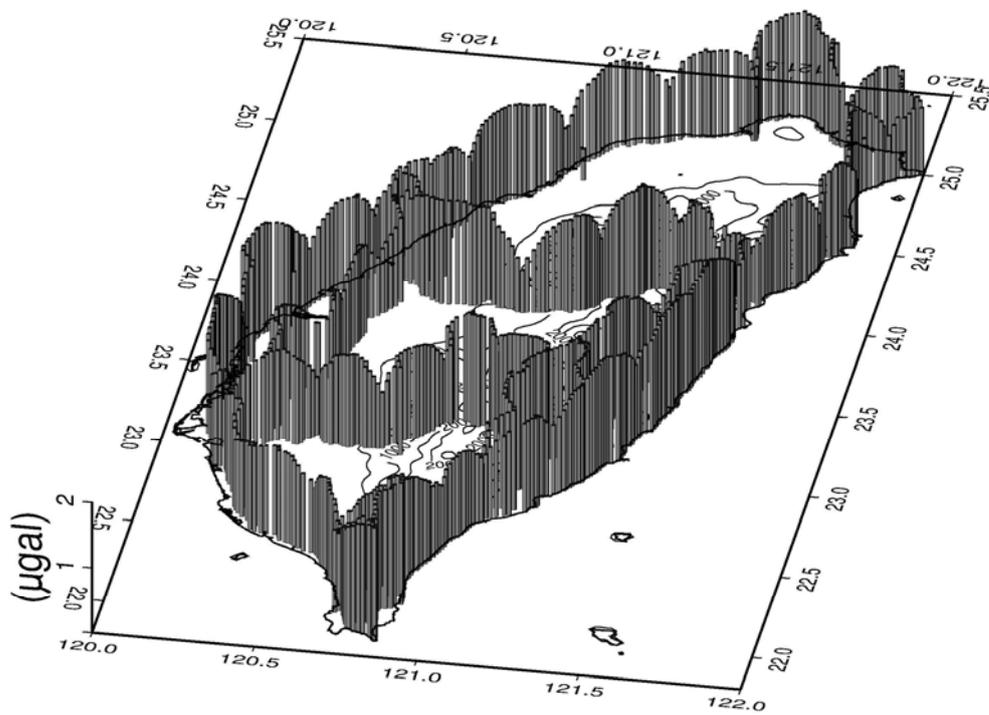


圖 4-21 一等一級水準點經漂移改正標準偏差變化情形(深色為正值、淺色為負值)

## 2. 一等二級水準點上重力測量測線多餘觀測漂移改正

內政部於 2002 至 2003 年施測之一等二級重力觀測點共 1092 個點，分布如圖 4-22 所示。使用 2 部 Lacoste Romberg G 相對重力儀 G838、G844 觀測。G844 相對重力儀負責 71 個測線、G838 相對重力儀負責 56 個測線。用最小二乘法來算出一階漂移係數（如圖 4-23、4-24），用(4-9)式改正到每一個相對重力值，再重新自由網平差。在圖 4-23 中，G844 漂移係數只有 2 個測線超過 1(mgal/day)，其餘在±1(mgal/day)以內。在圖 4-24 中，G833 漂移係數只有 7 個測線超過 0.5(mgal/day)，其餘在±0.5(mgal/day)以內。從兩張圖來看 G838 的穩定度要比 G844 好，漂移係數過大顯示出包含了外在環境因素振動效應的影響，目前還不能消除此種效應。在利用（4-9）式經過儀器漂移的改正再從新網型平差，把重新平差完的重力值及標準偏差做一比較(如表 4-4)，標準偏差平均降低了 1.1  $\mu\text{gal}$ ，重力差值最大 19.2  $\mu\text{gal}$ ，遠小於一等二級水準點上測線閉合差 0.2mgal（陳春盛，2003）此平差完數值可以接受。經漂移改正完的重力變化圖如圖 4-25，在西北部重力差異量最大，其餘區變動情形大致相同。標準偏差變化如圖 4-26 所表示每點精度都有提升，最大提升 2.2  $\mu\text{gal}$ 。最小提升 0.00  $\mu\text{gal}$ ，因為固定點在大溪。

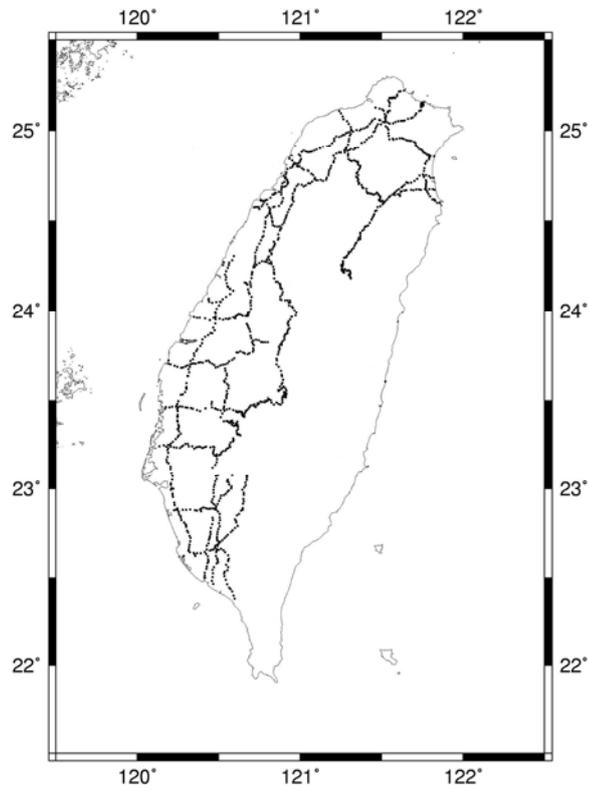


圖 4-22 一等二級水準點分布圖

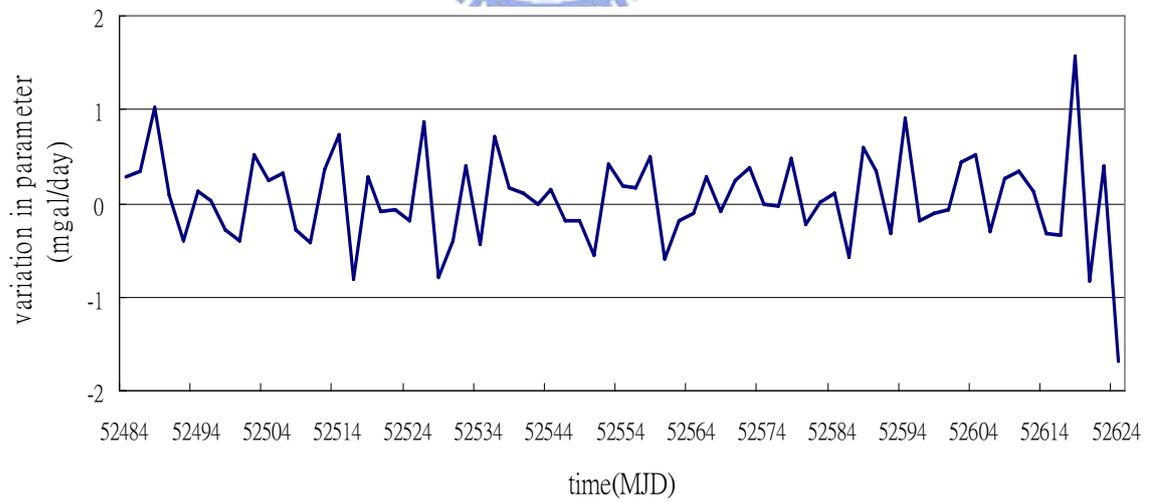


圖 4-23 一等二級水準點 G844 相對重力儀每天漂移係數變化情形

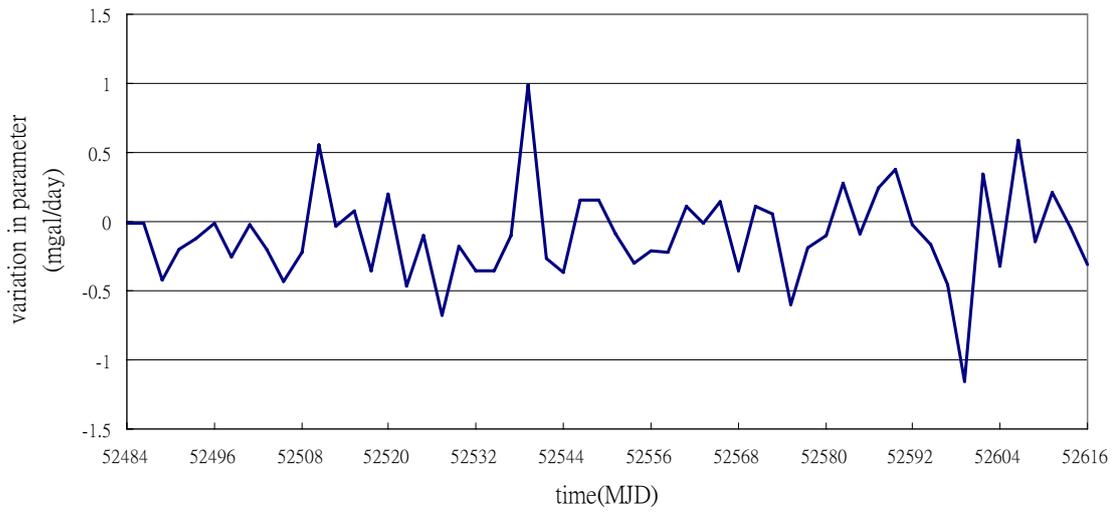


圖 4-24 一等二級水準點 G838 相對重力儀每天漂移係數變化情形

表 4-4 一等二級水準點經漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	13.1	2.2
min	-19.2	0.0
average	0.0	1.1
standard deviation	4.5	0.4

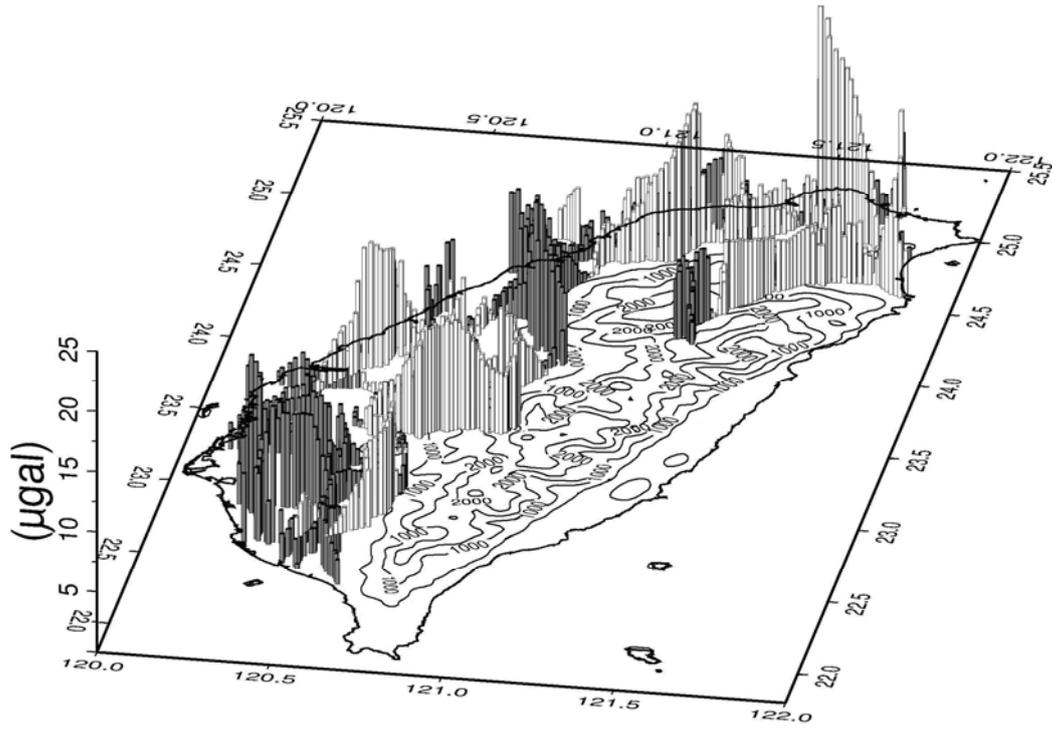


圖 4-25 一等二級水準點經漂移改正重力變化情形(深色為正值、淺色為負值)

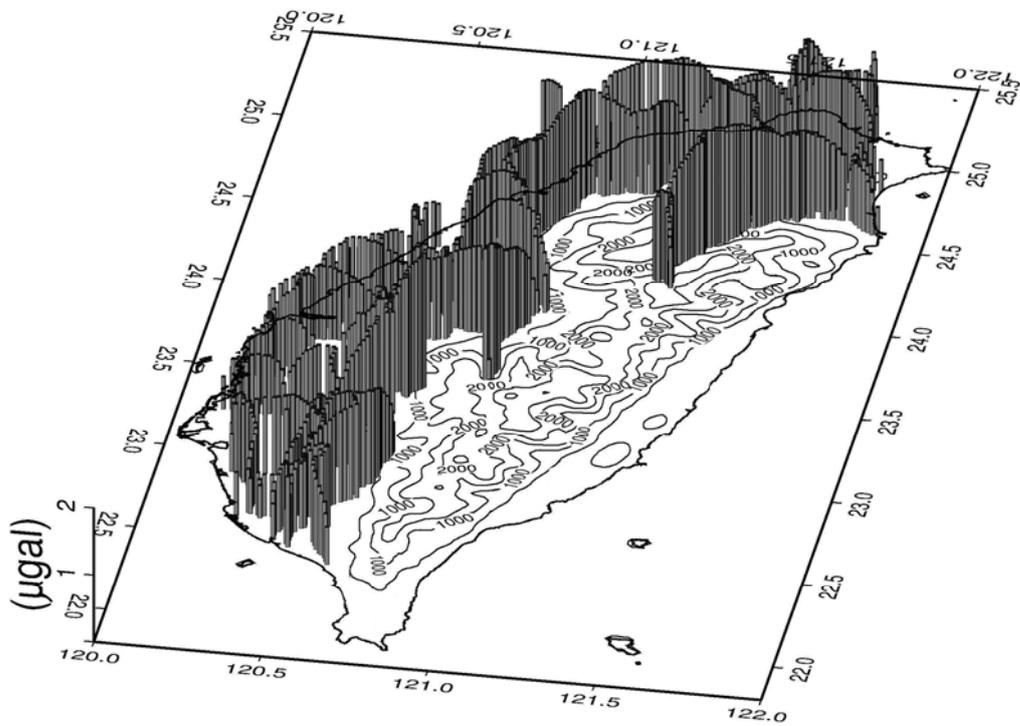
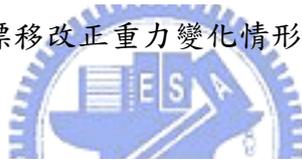


圖 4-26 一等二級水準點經漂移改正標準偏差變化情形(深色為正值、淺色為負值)

### 3. 一等級加二級水準點上重力測量測線多餘觀測漂移改正

一等級加二級水準點上重力測量的分布如圖 4-27，共 2102 個點。經漂移改正後精度平均提升  $1.2 \mu\text{gal}$ ，重力最大差異  $-17.7 \mu\text{gal}$ ，如表 4-5 所示，符合一等級水準點上重力測線閉合差  $0.2 \text{mgal}$ （黃金維，2001）。改正後重力變化情形如圖 4-28 所示，在西北部和南橫地區重力差異大，西南和東南重力差異小。標準偏差如圖 4-29 所示，在南部山區精度提升較大，西南平原和靠海公路精度提升較小。在噪聲較小的地區求出漂移係數值較準確，精度提升較大；噪聲較大的地區求出漂移係數值較不準確，精度提升較小。符合顏宏元教授所提出在山區施測重力噪聲較小，沿海公路和西南沈積岩層環境噪聲較大。

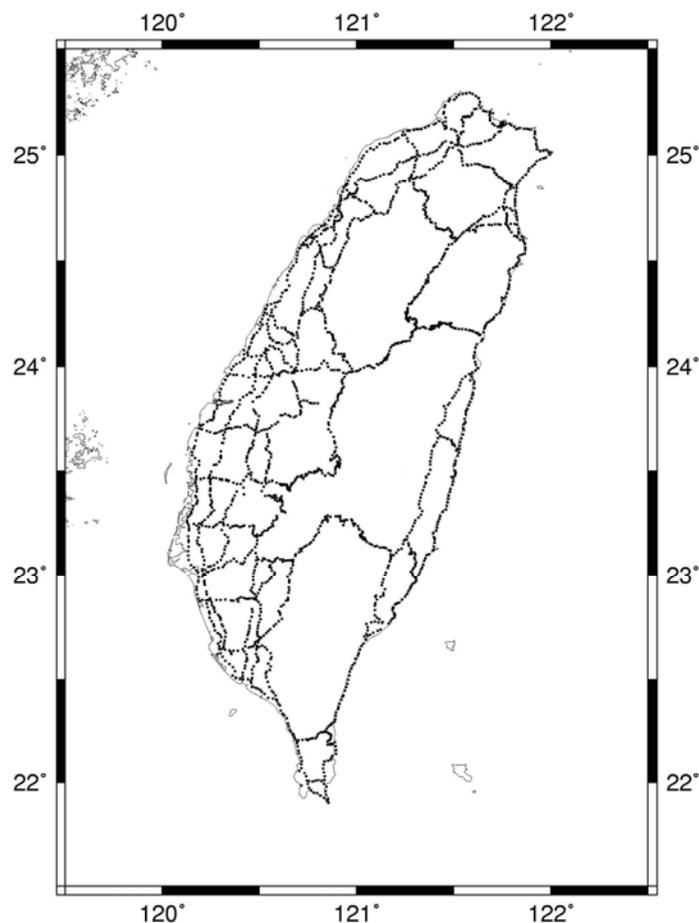


圖 4-27 一等級、二級水準點分布圖

表 4-5 一等一級和二級經漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	11.2	1.2
min	-17.7	0.0
average	-0.4	0.5
standard deviation	3.7	0.2

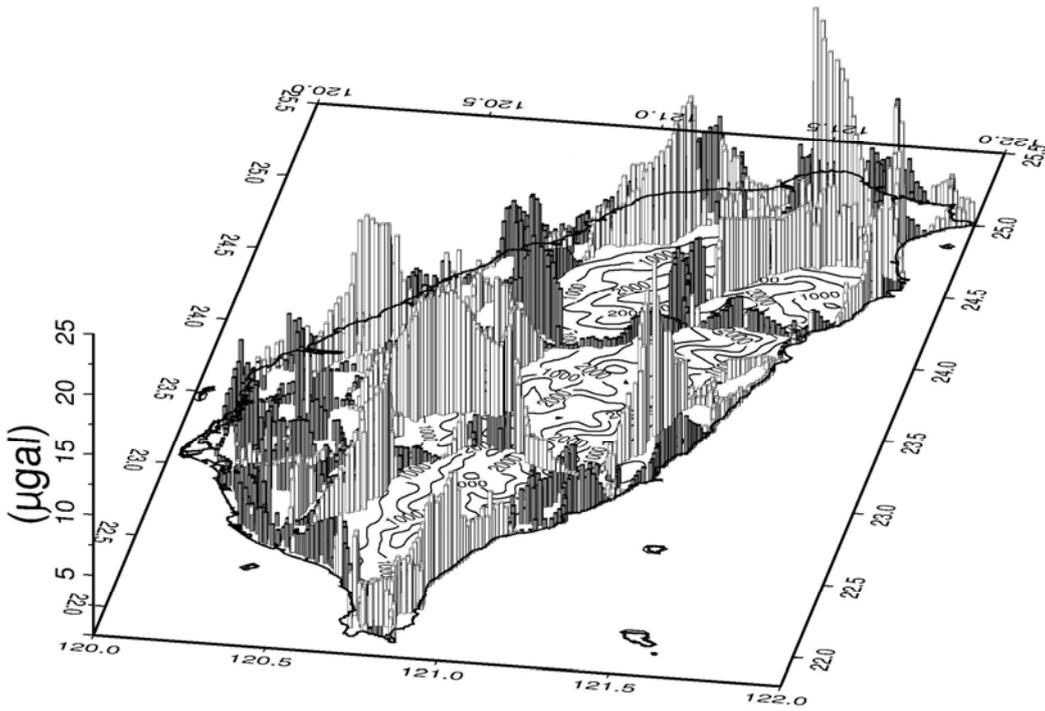


圖 4-28 一等一級、二級水準點經漂移改正重力變化情形(深色為正值、淺色為負值)

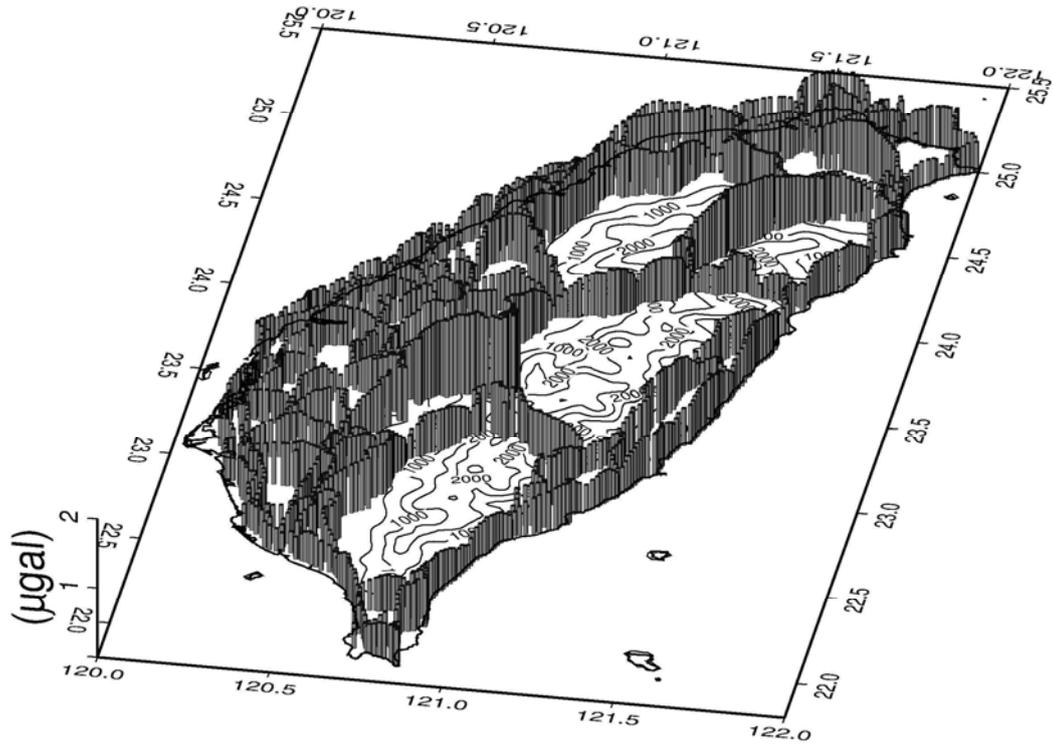


圖 4-29 一等一級、二級水準點經漂移改正標準偏差變化情形(深色為正值、淺色為負值)

#### 4. 彰化、雲林重力網測線多餘觀測漂移改正

採用 Graviton EG 相對重力儀施測網型如圖 5-1，使用測線多餘觀測來求代表這個測線之漂移係數。如圖 4-30 所示共有 9 個漂移係數，9 個測線段。從圖中可以看出漂移之變化受到外界環境因素振動之效應呈一不規則之變化，最大漂移 $-425.0 \mu\text{gal}/\text{day}$ 、最小漂移 $-0.7 \mu\text{gal}/\text{day}$ 。經由漂移改正完畢後重新網形平差，前後重力及標準偏差的比較如表 4-6、表 4-7 所示，在彰化重力網中平均精度提升  $2.3 \mu\text{gal}$ ，最大精度提升  $3.5 \mu\text{gal}$ 。在雲林重力網平均精度提升  $3.3 \mu\text{gal}$ ，最大精度提升  $5.2 \mu\text{gal}$ 。兩個重力網重力變動量都在  $25 \mu\text{gal}$  以內，符合一、二等重力測量之測線閉合精度  $25 \mu\text{gal}$  以內（中興測量，2004）。

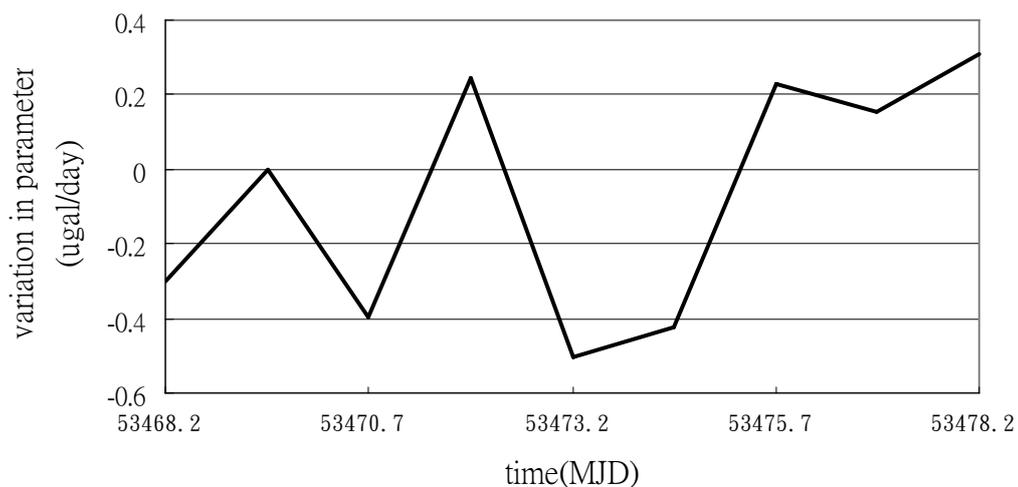


圖 4-30 彰化、雲林重力網 EG 相對重力儀每天漂移係數變化圖

表 4-6 彰化重力網經漂移改正前後重力點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	0.0	3.5
min	-24.3	0.0
average	-20.9	2.3
standard deviation	9.3	1.6

表 4-7 雲林重力網經漂移改正前後重力點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	0.0	5.2
min	-23.7	0.0
average	-21.6	3.3
standard deviation	5.4	1.0

#### 4-4-3 重複點多餘觀測求漂移係數法

採用 Graviton EG 相對重力儀施測網型如圖 5-1，採用重複點多餘觀測求漂移係數法，使用 9 個測線段，所求的漂移係數如圖 4-31 所示。從圖中可看出漂移係數的變化量呈一不規則的曲線，最大漂移高達  $227 \mu\text{gal}/\text{day}$ ，最小漂移  $6 \mu\text{gal}/\text{day}$ ，

受到外界因素振動之效應包含在漂移率中使漂移數值過大。把這兩個網經漂移改正後再重新網形平差。彰化重力網可以看出平均標準偏差改進是 $-0.03 \mu\text{gal}$ （如表 4-8）、雲林重力網可以看出平均標準偏差改進是  $0.02 \mu\text{gal}$ （如表 4-8），兩個重力網經此方式改正的漂移精度一個降低、一個增加、數值微小。因此可得知使用重複點多餘觀測求漂移係數法對外界振動因素很敏感，若能降低振動影響，漂移改正後的網形精度才會提升。

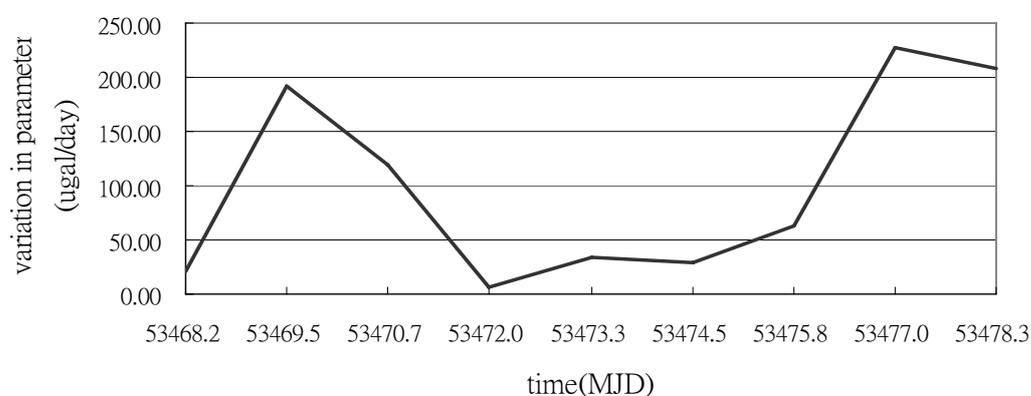


圖 4-31 彰化、雲林重力網重複點漂移係數變化圖

表 4-8 彰化重力網經重複點漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	0.01	0.00
min	-0.45	-0.04
average	-0.07	-0.03
standard deviation	0.17	0.02

表 4-9 雲林重力網經重複點漂移改正前後水準點重力值及標準偏差比較表

	改正前後重力相減 ( $\mu\text{gal}$ )	改正前後標準差相減( $\mu\text{gal}$ ) (精度提升狀況)
max	0.16	0.02
min	-0.62	0.00
average	-0.05	0.02
standard deviation	0.17	0.01

#### 4-4-4 實驗結果討論

重力儀之漂移受到外在環境因素振動之效應，振動之影響至今都無法解決，因此所求的漂移都含有振動之影響，隨時間增加，振動的效應也累積。台灣最早接觸相對重力是地球科學界的顏宏元教授，對儀器的漂移是採用經驗的法則，修正此兩項造成之影響。在野外施測的過程中，以迴路（loop）方式進行，在每個小時內返回出發之基點，比較施測前後兩次所觀測之差值，依各點所讀數時間，將差值平均分配。這是把潮汐和漂移現象在每個小時內當作線性的方式來處理（顏宏元，1991；葉義雄等，1989）。但此種方式點數少可以使用，一千多點一等一級、二級水準點上重力測量，以及今年要施測的一等一級重力點 830 點、一等二級重力點 4500 點，由於有成本和時間的考量，就不適合使用此種方式。本論文研究出三種方式來探討重力儀漂移的特性：單點重複觀測、重複點多餘觀測求漂移係數法、測線多餘觀測求漂移係數法。在單點重複觀測方式可看出 EG 相對重力儀零點變化情形如圖 4-2、每週漂移率如圖 4-3，Graviton EG 相對重力儀靜態漂移率大部分都在  $10 \mu\text{gal}$  以內，儀器重力外業回來作漂移實驗發現漂移率最大上升  $24(\mu\text{gal}/\text{day})$ 。重複點多餘觀測求漂移係數法發現利用最小自乘法求出每個代表測線段之唯一漂移係數。如圖 4-31 所示，漂移係數受到振動的影響最大可使 Graviton EG 相對重力儀漂移率達到  $227(\mu\text{gal}/\text{day})$ ，用此法所求的漂移係數對環境振動的影響較敏感，網型精度的提升較不穩定。瞭解相對重力儀之漂移特性之後，使用相對重力測線多餘觀測求漂移係數法對網型精度有一定的提升。G 型相對重力儀在一等一級、一等二級、一等一級加二級水準點上重力測量經過測線多餘觀測方法之漂移改正，網型精度提升  $0.5\sim 1.5 \mu\text{gal}$ （如表 4-3、4-4、4-5 所示）。Graviton EG 在彰化和雲林重力網經過測線多餘觀測方法之漂移改正，網形精度提升  $2.3\sim 3.3 \mu\text{gal}$ （如表 4-6、4-7 所示）。使用測線多餘觀測求漂移係數法對網型精度提升較穩定，也較方便使用在大型重力網上。

相對重力測量經過漂移改正後，精度之提升只有幾個  $\mu\text{gal}$  以內，原因是相對重力施測受到外界振動之效應，無法有效之排除，在漂移係數的求解上無法精確的求出。另一個是相對重力測量大部分點與點之間路途較短，大部分 30 分鐘即完成兩個點之相對重力之測量，因此時間短對儀器漂移的影響就比較小，對重力網精度的提升相對也比較小。相對重力測量是兩個觀測重力值相減，可消除部分儀器漂移之影響。



## 第五章 海潮負載改正與相對重力精度分析

海潮受日月引力影響，對重力會有週期性的變化。使用模式的預估無法準確模擬，因為地球非剛體會有相位遲滯現象。本章以 FG5 絕對重力儀實際觀測海潮負載對重力的影響再用調和分析的方法求出各分潮的振幅和相位角。實際模擬各分潮之特性後對相重力測量作改正，瞭解其精度有無提升。

### 5-1 海潮簡介

一天中有兩次海水面升降，此種現象稱為潮汐(tide)。地球上潮汐之造成，乃因月球與太陽對地球表面各點的引力不同所致。其它天體不是距離地球太遠，就是其本身的質量太小，所造成引力太小而被忽略不考慮(殷富，1984)。影響地球潮汐主要的天體是月球，其次是太陽，兩天體對地球海洋水體的萬有引力的作用、及地球本身的公轉和自轉，會形成各種不同週期分量的組合。潮位漲退中，海面水位最高時稱為高潮(high tide)或滿潮，最低時稱為低潮(low tide)或乾潮。高低潮的水位差稱為潮差(tide range)。每日兩次潮差與時間間隔不一定相同，此現象稱為日潮不等(diurnal inequality)。

潮汐的現象與月亮的朔望盈虧有密切的關連，相鄰高低潮的平均時間，約為 12 小時 25 分。同一地點每日高低潮約延遲 50 分鐘。因為潮汐是由月亮和太陽所引起，尤其是月亮，月亮每日通過同一子午線每日約延後 50 分鐘之故。一天中有兩次高潮及兩次低潮的潮汐稱為半日潮(semi-diurnal tide)，一日中有一次高低潮的潮汐稱為全日潮(diurnal tide)。潮差與潮位的變化，受到月亮的盈虧和隨季節而變化。在新月或滿月潮差大稱為大潮(spring tide)，上下弦月潮差較小，稱為小潮(neap tide)。春分秋分時潮差最大，夏至及冬至最小。潮差及潮位的變化潮引力之中以  $M_2$  (主太陰半日潮)、 $S_2$  (主太陽半日潮)、 $K_1$  (主太陰全日潮)、 $O_1$  (主

太陽全日潮) 四個分潮為主 (張憲國 等, 2001)。

## 5-2 使用調和分析法推估海潮負載 (harmonic method) :

海潮負載對重力影響包括海潮質量吸引和地殼對海潮質量反彈之力 (Yamanoto et al., 2001)。對重力之影響可經由 FG5 絕對重力儀觀測到每一筆重力讀數扣除其它環境改正如：固體潮、極運動，氣壓影響。僅保留海潮負載的影響。影響重力之環境來源如表 5-1 所示。利用統計及調和分析可提供潮汐的平均重力及各分潮之調和常數，包括各分潮之振幅以及相位角 (phase lag)。海潮負載分析基於長期且連續性的觀測記錄，除了可加強分析結果的準確性外，也可應用未來之預測。使用 FG5 絕對重力儀是因為儀器量測精度可到  $1\sim 2 \mu\text{gal}$ ，海潮負載對重力影響可到  $20 \mu\text{gal}$  超過儀器精度 (Niebauer et al., 1995)，可以清楚量測出來。

表 5-1 影響重力之環境來源 (Niebauer et al., 1995; 李瓊武 等, 2003)

來源	範圍 ( $\mu\text{Gal}$ )	時間尺度
地潮	300	每日
海洋負載平衡	20	每日
海浪	19	分鐘
大氣引力負載	8	小時-每日
地下水位變動	位置相關	季節性
極運動	10	12. 14 月
震動	0-20	$< 100 \text{ Hz}$

調和分析法 (harmonic method) 簡述如次。潮汐為一種周期函數，理論上可將潮位觀測資料分解成無數個不同周期之分潮，每一分潮為時間調合函數。在某地若能推求各分潮的振幅及相位角，就可決定海潮的特性以及推算未來的海潮負載。調和分析乃應用牛頓所提之平衡潮 (equilibrium tide) 理論為基礎。某分潮負載的曲線可表示如下的之函數：

$$g(t) = a \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi) \quad (5-1)$$

$a$  : 振幅

$\omega$  : 角速度(cycle / hr)

$t$  : 時間

$\phi$  : 相位角

振幅和相位角稱為調和常數由 FG5 絕對重力儀測得，或由當地潮汐觀測記錄來分析，兩者的量隨地點而不同。角速度由查表得知。假設某一時間某一地點重力變化是由儀器漂移和各分潮負載重力漂移之總和，因為長週期重力變動是儀器非線性漂移所引起；短週期重力變化是該點重力噪聲( noise )所引起( Sun et al., 2001 )。

因此可用數學式表示如下：

$$G(t) = z(t_0) + d_1(t - t_0) + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t - \phi_i) \quad (5-2)$$

$z(t_0)$  : 代表模擬漂移起始時間所讀取讀數。

$d_1$  : 儀器漂移係數。

$n$  : 為分潮個數

將 (5-2) 式利用三角函數的關係可轉換為：

$$G(t) = a_0 + d_1(t - t_0) + \sum_{i=1}^n (b_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t) + c_i \sin(\omega_i \cdot t)) \quad (5-3a)$$

式中：

$$a_0 = z(t_0) \quad (5-3b)$$

$$b_i = a_i \cdot \cos \phi_i \quad (5-3c)$$

$$c_i = a_i \cdot \sin \phi_i \quad (5-3d)$$

要使殘差(Residual)或改正數達最小時，根據最小二乘法原理，求出式(5-3a)中含未知數  $a_0$ 、 $d_1$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  再利用三角函數關係和高斯消去法等技巧求得海潮負載之調和常數為

$$a_i = \sqrt{b_i^2 + c_i^2} \quad (5-4a)$$

$$\phi_i = \tan^{-1}\left(\frac{c_i}{b_i}\right) \quad (5-4b)$$



以上方法所獲得的調和常數，若再代入式(5-2)，可作為海潮負載預報之用，亦可提供負載資料缺漏時之補遺。

### 5-3 模式精度與顯著測試

模擬海潮負載對重力變化與實際觀測重力變化情形，用統計測試方式來比較模擬資料精度之優劣為何。

### 5-3-1 模式精度

為了客觀表示模擬結果之優劣，利用兩統計參數作為模擬結果之優劣程度之參考。一為相關係數  $CR$ ，其可表現計算值與實測值間之趨勢；二為絕對誤差  $\varepsilon$ ，可表現出計算值與實測值間之平均計算誤差，兩者定義如下（董東瑾和李汴軍，2004）

$$CR = \frac{\sum_{i=1}^N [(P_i - \bar{P})(O_i - \bar{O})]}{\left[ \sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2 \sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2 \right]^{1/2}} \quad (5-5)$$

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^N |P_i - O_i|}{N} \quad (5-6)$$



$P_i$ ：推算值

$O_i$ ：實測值

$\bar{P}$ ：推算資料平均值

$\bar{O}$ ：實測資料平均值

$N$ ：資料點數

### 5-3-2 顯著測試

測試各分潮所估計出的相位以及振幅是否顯著，採用信心水平 95% 的 t-分布來作測試。若  $\hat{a}$ 、 $\hat{\sigma}_a$  為分潮振幅之估值及標準偏差則下列假說可測試該點之振幅是否非零（顯著）：

$$H_0 : a = 0$$

$$H_1 : a \neq 0$$

若測試子 T 滿足

$$T = \frac{\hat{a}}{\hat{\sigma}_a} > T_c(m), \text{ 則拒絕 } H_0, \text{ 即該振幅顯著。} \quad (5-7)$$

### 5-3-3 實測值之驗證—以中南部重力網為例

以彰化、雲林相對重力網為例，如圖 5-1 所示，有兩個網，一個是以 MFES 為主，另一個是以 TAES 為主的網。MFES (美豐國小)、TAES(同安國小)是絕對重力點，使用絕對重力儀(FG5)來觀測，其他點則是相對重力點，使用相對重力儀 (Graviton EG) 來觀測。在 MFES 絕對重力點中，重力儀是觀測 63 組(set)，每組是設定 100 個落下(drop)。所得到每一筆重力讀數扣除其他環境改正如：固體潮、極運動，氣壓影響。僅保留海潮負載的影響。使用(5-2)式，利用最小二乘法求出儀器漂移係數及各分潮振幅跟相位再模擬出重力的變化情形如圖 5-2。在圖 5-2 中，以三個分潮 ( $M_2$ 、 $S_2$ 、 $K_1$ )、二個分潮 ( $M_2$ 、 $S_2$ )、一個分潮 ( $M_2$ ) 來模擬 FG5 的實測記錄。以四個分潮 ( $M_2$ 、 $S_2$ 、 $K_1$ 、 $O_1$ ) 來模擬 (張憲國 et al., 2001)，差異量過大振幅超過  $200 \mu\text{gal}$  直接剔除，不在圖上表示。在表 5-2 可以看出一個分潮模擬、和表 5-3 兩個分潮模擬，振幅做假說測試呈現顯著，表 5-4 三個分潮模擬是呈現不顯著情形。用一個分潮來模擬，模式相關係數是最高 0.387，模式絕對誤差  $7.5 \mu\text{gal}$  最低，它的振幅  $4.8 \mu\text{gal}$  符合海潮負載對重力影響的大小 (Caspary et al., 1987)。用兩個分潮來模擬，振幅經假說測試情形是顯著，但  $M_2$  潮振幅  $19.9 \mu\text{gal}$  與  $S_2$  潮  $19.1 \mu\text{gal}$  偏高，相關係數 0.078 偏低，絕對誤差  $24.9 \mu\text{gal}$  過大不與考量。用三個分潮來模擬由於振幅不顯著不作考量。因此、以一個分潮 ( $M_2$ ) 來模擬的海潮負載來做改正。

在雲林 TAES (同安國小)絕對重力點，重力儀是觀測 112 組(set)，每組是設定 100 個落下(drop)，所測出受海潮負載及漂移影響的重力變化如圖 5-3。用四個分潮 ( $M_2$ 、 $S_2$ 、 $K_1$ 、 $O_1$ ) 模擬振幅過大，不在圖上表示。僅表示三個分潮 ( $M_2$ 、 $S_2$ 、 $K_1$ )、二個分潮 ( $M_2$ 、 $S_2$ )、一個分潮 ( $M_2$ ) 的模擬情形和 FG5 實際觀測紀錄。在表 5-7 中可以看出這三組模擬的相關係數以三個分潮模擬的相關係數 0.580 最高，表 5-6 兩個分潮模擬相關係數 0.492 次之，表 5-5 一個分潮的相關係數 0.325 最低。三組模式分潮振幅的假說測試都呈顯著，但從振幅的大小來看  $11.0 \mu\text{gal}$  是以一個分潮 ( $M_2$ ) 來模擬的情況比較符合理論值  $20 \mu\text{gal}$  以內，它的絕對誤差  $19.8 \mu\text{gal}$  在三組模式中是最小。因此、以一個分潮 ( $M_2$ ) 來模擬的海潮負載來做改正。

在彰化網和雲林網以一個分潮  $M_2$  來做海潮負載的模擬，在求得振幅及相位角後給該網來做海潮負載的改正。經過海潮負載與未經海潮負載之重力網平差的重力值及標準偏差如表 5-8、表 5-9 所示。它的統計量如表 5-10、表 5-11 所示。在表 5-10 中所示，彰化網經過海潮負載改正完的標準偏差平均減少  $0.3 \mu\text{gal}$ ，重力值平均變動量  $1.6 \mu\text{gal}$ 。在表 5-11 中所示，經過海潮負載改正完的標準偏差平均減少  $0.1 \mu\text{gal}$ ，重力值平均變動量  $3.2 \mu\text{gal}$ 。兩個網中改正前後重力值和標準偏差的最小值是 0，原因是固定絕對點。

#### 5-3-4 實驗結果討論

彰化、雲林網中海潮負載改正完的精度提升  $1 \mu\text{gal}$  以內，可以從以下幾點來做探討：

- (1) 相對重力測量是兩個重力點之相對量，這兩個重力點外業時間在 30 分鐘即施測完畢，以海潮負載半日潮和全日潮對重力的影響，在 30 分鐘內影響的數量級較小。

- (2) 在圖 5-2 中用 FG5 的實測重力值在 $\pm 40 \mu\text{gal}$ 以內，圖 5-3 中的實測重力值在 $\pm 65 \mu\text{gal}$ 以內。兩點的絕對重力站所測重力數據呈現震盪過大現象，絕對重力站所在的地點不穩定。在新竹工研院量度實驗室用 FG5 所測出重力值每組重力變化在 $\pm 20 \mu\text{gal}$ 以內，是較穩定的點（游輝欽等，2004）。
- (3) 兩個絕對重力站所求出的分潮對重力影響的數據，只求出一個分潮  $M_2$ ，影響台灣海潮負載較大之其他 3 個分潮  $S_2$ 、 $K_1$ 、 $O_1$  無法明確的求出，對重力網精度之提升幅度較小。
- (4) 使用調和分析法預測潮汐需要長期的觀測資料，369 天資料可以分析 20 至 30 個分潮，若僅分出數個分潮，需要 15 至 20 天資料（張憲國等，2001）。本實驗兩個重力站只用兩天數據，較難獲得其他分潮之預測。

用調和分析的方式所求海潮負載的改正量，確實有幫助降低各重力點平差完後的標準偏差量。

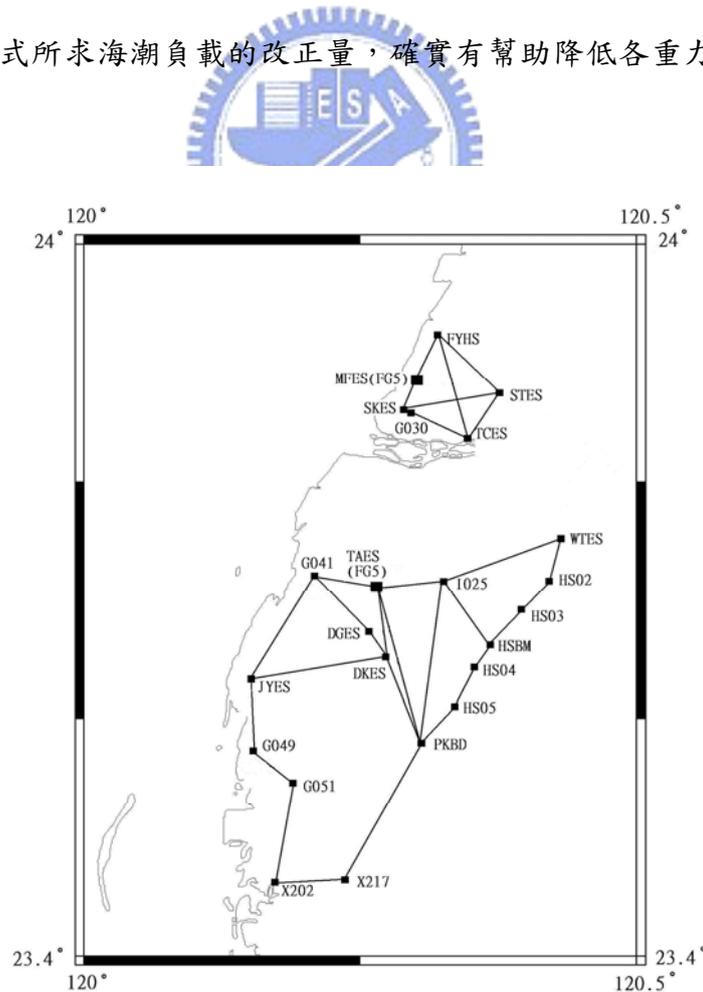


圖 5-1 彰化、雲林相對重力網圖

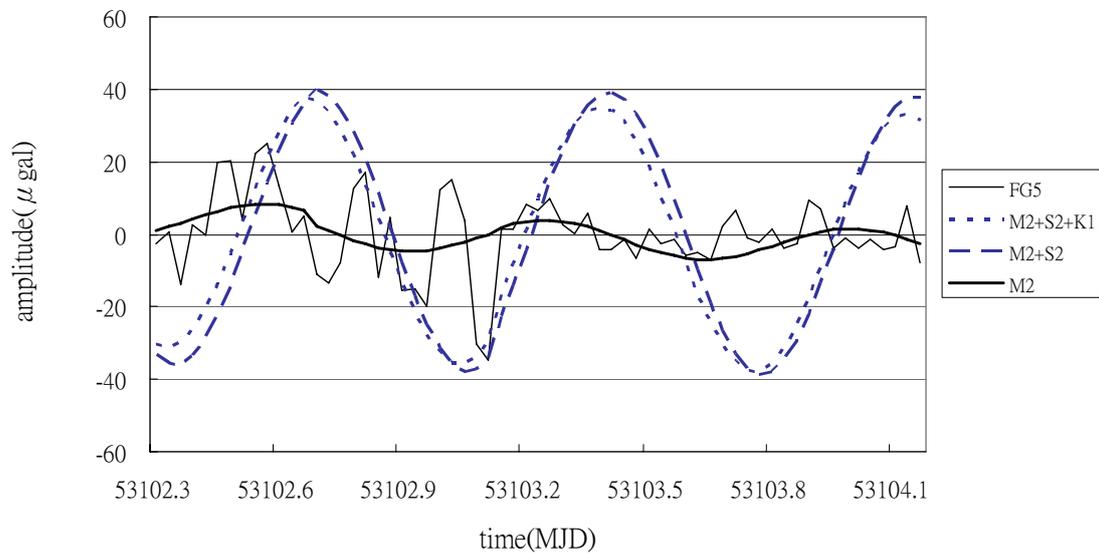


圖 5-2 MFES(美豐國小)重力觀測量與模擬量比較圖

表 5-2 MFES 一個分潮負載振幅顯著測試及模式精度

MFES (美豐國小)	Amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	std err of amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	測試值	顯著測試 $t(63)=1.995$	模式相關 係數	模式絕對 誤差 ( $\mu\text{gal}$ )
$M_2$	4.8	1.9	2.6	顯著	0.387	7.5

表 5-3 MFES 二個分潮負載振幅顯著測試及模式精度

MFES (美豐國小)	Amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	std err of amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	測試值	顯著測試 $t(63)=1.995$	模式相關 係數	模式絕對 誤差 ( $\mu\text{gal}$ )
$M_2$	19.9	9.5	2.1	顯著	0.078	24.9
$S_2$	19.1	9.5	2.0	顯著		

表 5-4 MFES 三個分潮負載振幅顯著測試及模式精度

MFES (美豐國小)	Amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	std err of amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	測試值	顯著測試 $t(53)=2.008$	模式相關 係數	模式絕對 誤差 ( $\mu\text{gal}$ )
$M_2$	17.5	11.5	1.5	不顯著	0.144	22.5
$S_2$	16.0	11.9	1.3	不顯著		
$K_1$	3.0	2.8	1.1	不顯著		

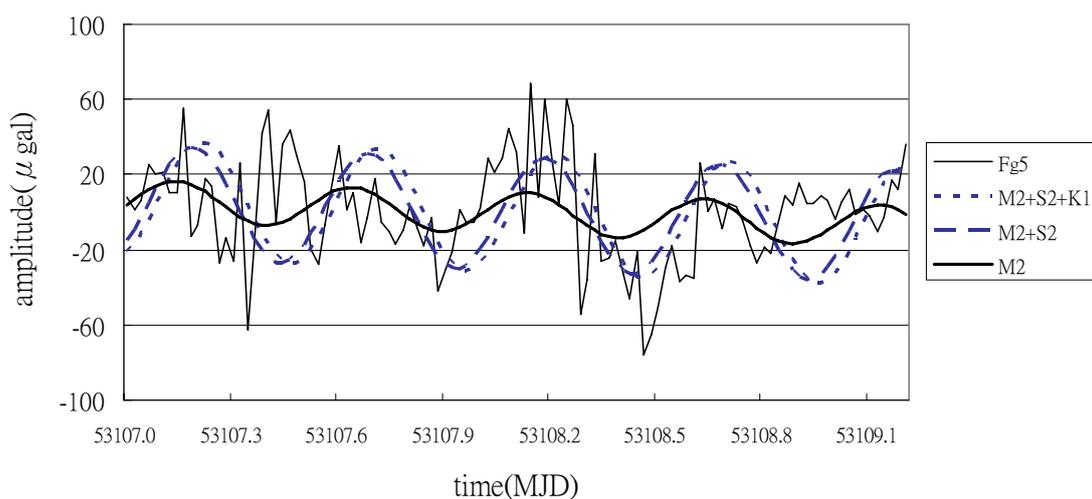


圖 5-3 TAES(同安國小)重力觀測量與模擬量比較圖

表 5-5 TAES 一個分潮負載振幅顯著測試及模式精度

TAES (同安國小)	Amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	std err of amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	測試值	顯著測試 $t(109)=1.990$	模式相關 係數	模式絕對 誤差 ( $\mu\text{gal}$ )
$M_2$	11.0	3.5	3.503	顯著	0.325	19.8

表 5-6 TAES 二個分潮負載振幅顯著測試及模式精度

TAES (同安國小)	Amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	std err of amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	測試值	顯著測試 $t(105)=1.993$	模式相關 係數	模式絕對 誤差 ( $\mu\text{gal}$ )
$M_2$	30.4	12.3	2.468	顯著	0.492	27.0
$S_2$	20.7	12.5	1.653	顯著		

表 5-7 TAES 三個分潮負載振幅顯著測試及模式精度

TAES (同安國小)	Amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	std err of amplitude ( $\mu\text{gal}$ )	測試值	顯著測試 $t(99)=1.995$	模式相關 係數	模式絕對 誤差 ( $\mu\text{gal}$ )
$M_2$	34.3	11.6	2.953	顯著	0.580	25.1
$S_2$	25.9	11.8	2.190	顯著		
$K_1$	13.3	3.3	4.05	顯著		

表 5-8 彰化 (MFES) 重力網海潮負載改正前與改正後重力及標準偏差的結果表

點名	改正前		改正後	
	重力值(mgal)	標準偏差 (mgal)	重力值(mgal)	標準偏差 (mgal)
MFES-O	978869.9267	0.0936	978869.9245	0.0933
MFES	978869.5821	0.0000	978869.5821	0.0000
SKES	978871.9988	0.1208	978871.9976	0.1205
STES	978852.6148	0.1248	978852.6125	0.1244
FYHS	978866.1921	0.1208	978866.1902	0.1205
TCES	978855.9599	0.1286	978855.9575	0.1283
G030	978869.8612	0.1360	978869.8596	0.1356

表 5-9 雲林 (TAES) 重力網海潮負載改正前與改正後重力及標準偏差的結果表

點名	改正前		改正後	
	重力值(mgal)	標準偏差(mgal)	重力值(mgal)	標準偏差(mgal)
I025	978856.2159	0.0734	978856.2120	0.0733
WTES	978837.6632	0.0810	978837.6593	0.0809
HS01	978839.4310	0.0800	978839.4272	0.0799
TAES-O	978867.5092	0.0535	978867.5052	0.0534
G041	978877.9648	0.0692	978877.9610	0.0691
HSBM	978846.3801	0.0837	978846.3764	0.0835
TAES	978867.7623	0.0000	978867.7623	0.0000
HS02	978837.7981	0.0880	978837.7946	0.0878
HS03	978846.3711	0.0888	978846.3678	0.0887
HS04	978848.3537	0.0858	978848.3503	0.0857
HS05	978848.0168	0.0815	978848.0135	0.0814
PKBD	978849.0500	0.0696	978849.0468	0.0695
DKES	978861.6051	0.0696	978861.6018	0.0695
JYES	978876.2121	0.0763	978876.2092	0.0761
X217	978847.2698	0.0955	978847.2676	0.0954
X202	978853.6027	0.1046	978853.5998	0.1044
G049	978864.5748	0.0845	978864.5711	0.0843
G051	978858.8762	0.1013	978858.8729	0.1012

表 5-10 彰化重力網經海潮負載改正及未改正的統計表

MFES	重力值改正前—改正後( $\mu\text{gal}$ )	標準偏差改正前—改正後( $\mu\text{gal}$ )
max	2.4	0.4
min	0.0	0.0
average	1.6	0.3
std	0.8	0.133

表 5-11 雲林重力網經海潮負載改正及未改正的統計表

TAES	重力值改正前—改正後( $\mu\text{gal}$ )	標準偏差改正前—改正後( $\mu\text{gal}$ )
max	3.9	0.2
min	0.0	0.0
average	3.2	0.1
std	0.9	0.037

## 第六章 結論與建議

綜合本文研究過程與分析成果，歸納出下列幾點結論與建議：

- 一、 設計矩陣以今年內政部一等重力點重力測量為例，並規劃設計矩陣，在山區的觀測採用「虛擬觀測」方式來克服地形障礙保持網形精度。點位標準偏差高的地方，增加多餘觀測的方式來提升精度。另外約制 15 個絕對重力點，預估網形精度會提升 41%。
- 二、 外在環境因素振動之效應無法有效克服，只能在外業重力施測時盡力做到保護，避免振動。振動之效應影響到儀器漂移之變化，使得趨勢呈一不規則之情形。
- 三、 利用自由網和加權約制平差來克服重力網形法方程式矩陣奇異之問題。另外研究出漂移改正之三種方式：1. 重複點觀測。2. 測線多餘觀測求漂移係數法。3. 重複點多餘觀測求漂移係數法。重複點觀測適用在短時間之相對重力測量。測線多餘觀測求漂移係數法較適合重力點數多且必須要在期間內完成之相對重力測量。重複點多餘觀測求漂移係數法易受外界振動之影響，使經漂移改正後重新平差之精度呈現不穩定之現象。以第 2 種方式效果最好。
- 四、 測線多餘觀測求漂移係數法所修正過之儀器漂移，在 G 型相對重力儀所施測過之一等一級、一等二級、一等一級加二級水準點上重力測量網形精度提升 0.5~1.3  $\mu\text{gal}$ 。EG 型相對重力儀所施測過之彰化、雲林重力網網形精度提升 2.3~3.3  $\mu\text{gal}$ 。可提供今年內政部一等、二等重力測量用此種方式來做儀器漂移修正的參考。

- 五、 用調和分析的方法所做的海潮負載改正會比模式的改正較正確，無相位延遲之問題。
- 六、 彰化和雲林重力網各選一點用 FG5 來觀測海潮負載對重力的變化，在用調和分析的方式，分離出  $M_2$  分潮對重力影響。經過  $M_2$  分潮改正後再重新網形平差，兩個網精度的提升在  $0.1\sim 0.3 \mu\text{gal}$  之間。精度在  $1 \mu\text{gal}$  以內主要是受到外界雜訊之影響。
- 七、 絕對重力站應選擇在地質穩定處，周圍噪聲較少的地方。本次所施測絕對重力站之地點是在沈積層上，地層不穩定受到許多雜訊之影響。另外觀測時間僅兩天，因此僅分離出  $M_2$  分潮。
- 八、 本論文所用相對重力測量之數據大部分在 30 分鐘即施測完兩點，漂移及海潮負載之影響，會因為相對重力兩個重力點之相減而減緩其對重力之效應。



未來研究的方向：

- 一、 內政部將於今年八月完成全省絕對重力測量 15 個點的工作（陳春盛和鄭印淞，2005），屆時可利用此 15 個點所觀測海潮負載之效應，讓鄰近之重力點來做海潮改正。另外此 15 點絕對重力資料加入未來一等、二等重力點之重力網型平差中，可提升整體網型之重力精度（江志恒，1989）。
- 二、 國內今年會引進超導重力儀，最小可量至  $1\text{nanogal}$ （Sun et al., 2001），可精確的量測潮汐的變化，研究海潮模型。

## 參考文獻

- 中興測量有限公司，2004。九十三年度一、二等重力測量工作服務建議書。
- 江志恒，1989。國家重力一等網與基本網聯合平差方案探討，測繪學報，第 18 卷，第三期。
- 李莉華，2001。重力及 GPS 基線網之自由基準及加權約制平差，國立交通大學碩士論文，新竹。
- 李瓊武，盧聖華，黃金維，2003。台灣地區重力參考之研究，兩岸重力及水準面研討會論文集，國立交通大學土木工程學系編印，新竹。
- 胡明城、魯福，1993。現代大地測量學上冊，測繪出版社，北京。
- 郭重言，1998。台灣重力網平差及重力資料應用，國立交通大學碩士論文，新竹。
- 郭俊義，1994。物理大地測量學基礎，武漢測繪科技大學出版社，武漢。
- 陶本藻，2000。自由網平差與變形分析，武漢測繪科技大學出版社。
- 游輝欽、李瓊武、林秀璘，2004。絕對重力儀量 FG5 測不確定度評估報告，工研院量測中心長度研究室，新竹。
- 殷富，1984。海洋物理學概論，國立編譯館，台北，pp. 243-280。
- 陳南松，2003。地球固體潮與海潮負載對台灣地區衛星追蹤站坐標與重力之影響，國立交通大學碩士論文，新竹。
- 陳春盛，2003。一等二級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- 陳春盛，鄭印淞，2005。台灣本島絕對重力點埋設及測量工作，內政部。
- 黃金維，陳春盛，李振燾，2001。一等一級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。

黃金維，2004。測量平差講義，新竹。

張憲國，許泰文，郭一羽，2001。海岸工程學，文山書局，台南，pp.175-185。

董東瑾，李汴軍，2004。台灣沿海潮位站網分類評估與海岸災害決策系統之建立 (3/4)，經濟部水利署，台北，pp.3-1~3-19。

魯林成，於宗壽，1982。測量平差基礎，測繪出版社，第二版。

顏宏元，1991。台灣地區重力異常分布及其在地體構造上之含義，國立中央大學地球物理研究所博士論文。

葉義雄、陳光榮、顏宏元，1989。金山斷層之調查研究重力與微震觀測，行政院國家科學委員會防災科技研究報告，台北，pp.7~10。

Caspary, W. F., 1988. Concepts of Network and Deformation Analysis, monograph 11, school of surveying, University of New South Wales, Australia.

Dragert, H., A. Lambert and J. Liard, 1981. Repeated precise gravity measurements on Vancouver island, British Columbia, Journal of Geophysics Research., 86, pp. 6097~6106.

Drewes, H., 1978. Ausgleichung von gravimeternetzen. ZFV 103, pp. 485~496.

Farrell, W. E., 1972. Deformation of the Earth by Surface Loads, Review of Geophysics and Space Physics, 10, pp.761~797 .

Goring, D. G. and R. A. Walters, 2002. Ocean-tide loading and earth tides around New Zealand, New Zealand Journal of Marine and Freshwater Research, vol. 36, pp.299~309.

Hwang, C., L. H. Lee, S. B. Yu, and H. Y. Chen, 2004. Single and multi-epoch analyses of GPS baseline network: application to coordinate and velocity determinations in central Taiwan, Journal of Surveying Engineering, 130 (2), pp. 86-94.

Jiang, Z., Q.X. Qiu, S. Xu and C. H. Zuo, 1988. A new China gravity basic net, Chinese Journal of Geophysics. 31, pp. 77-99.

- Koch, K. R., 1987. Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, Spring, New York.
- LCR, 1997. Instruction manual for Lacoste & Romberg, Inc., model G land gravity meter, Lacoste & Romberg Inc., Austin, Texas.
- LCR, 2002. Graviton-EG users's manual, revision 1.8, Lacoste & Romberg LLC., Austin, Texas.
- Moritz, H. and I. I. Mueller, 1987. Earth Rotation, Ungar, New York.
- Nakai, S., K. Yamaguchi, K. Nitta, H. Yamamoto, K. Matsuo, M. Machida, M. Murakami, M. Ishihara, R. Shichi and A. Yamamoto, 1997. Data processing for the Japan gravity standardization net 1996, National Astronomical Observatory Mizusawa.
- Niebauer, T. M., G.S. Sasagaw, J. E. Faller, R. Hilt and F. Klopping, 1995. A new generation of absolute gravimeters, *Metrologia*, 32, 159-180.
- Pope, A. J., 1976. The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers. Tech. Rep. TR-Nos-65-Ngs-1, National Ocean Survey, Rockville.
- Qiu, Q. X. and H. J. Wen, 1996. New adjustment of China gravity basic net, Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing, China.
- Sun, H. P., S. Takemoto, H. T. Hsu, T. Higashi and A. Mukai, 2001. Precise tidal gravity recorded with superconducting gravimeters at stations Wuhan(China) and Kyoto (Japan), *Journal of Geodesy.*, Vol. 74, pp. 720~729.
- Torge, W., 1989. Gravimetry, Walter de Gruyter, Berlin.
- Uotila, U. A., 1986. Notes on Adjustment Computations, Part I, Department of Geodetic Science and Surveying, the Ohio State University, Columbus.
- Yang, Z., S. Manabe, K. Yokoyama, T. Jike and K. Heki, 1996. Comprehensive ocean tide loading parameters of sites in East Asia with spherical harmonic method, *Gravity Geoid and Marine Geodesy*, pp. 343~350.

Yamaguchi, K., K. Nitta, H. Yamamoto, K. Matsuo, M. Machida, M. Murakami, M. Ishihara, S. Nakai, R. Shichi and A. Yamamoto, 1997. The establishment of the Japan gravity standardization net 1996, Geographical Survey Institute.

Yamanoto, K., K. Ishihara, S. Okubo and A. Araya, 2001. Accurate evaluation of ocean tide loading effects for gravity in Nearshore : the FG5 Measurements at Sakurajima Volcano in Kagoshima Bay, Japan, Geophysical Research Letters, vol. 28, no. 9, pp. 1807~1810.



## 作者簡歷

作者：魏祥鴻

籍貫：台灣省新竹縣

生日：民國 65 年 2 月 5 日

E-mail：brooke.cv92g@nctu.edu.tw

學歷：國立交通大學土木工程學系測量及空間資訊組碩士班肄業

中正理工學院測繪工程學系畢業

省立竹南高級中學畢業

