

# 國立交通大學

電機學院 電信學程

碩士論文

隨機線性分散時空碼的效能分析

Performance Analysis of Random Linear Dispersion  
Space-Time Code

研究生：李忠鴻

指導教授：陸曉峯 教授

中華民國一零二年七月

# 隨機線性分散時空碼的效能分析

Performance Analysis of Random Linear Dispersion

Space-Time Code

研究生：李忠鴻

Student : Chung-Hung Lee

指導教授：陸曉峯

Advisor : Hsiao-Feng Lu

國立交通大學  
電機學院 電信學程  
碩士論文

A Thesis

Submitted to College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

in Communication Engineering

July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一零二年七月

## 中文提要

隨著行動通訊的普及與影像資料的傳送需求，傳送速率被要求增加，多輸入輸出天線系統(Multiple-input Multiple-output, MIMO)也因應而生。系統的傳輸效能因此大幅增加，而且頻譜效益(spectral efficiency)也有顯著的提升。在傳輸技術上，編碼與解碼的方式也有許多的討論。本論文針對時空區塊碼中的黃金碼與完美時空區塊碼的效能與高斯隨機線性分散碼進行比較。在接收端的解碼方式使用的是樹狀搜尋球形解碼演算法。

黃金碼在低訊雜比時的表現與高斯隨機線性分散碼幾乎相近，隨著訊雜比的提升，黃金碼的字碼錯誤率就比高斯隨機線性分散碼低，兩者之間的差異也隨著訊雜比的增加而增加，由於黃金碼是經由最佳化的結果，其編碼增益已經達到最大，因此其字碼錯誤率效能比高斯隨機線性分散碼好。4X4 的完美時空區塊碼並沒有達到最佳化的效果，因此其在低訊雜比時，其字碼錯誤率比高斯隨機線性分散碼高，隨著訊雜比的增加，兩者字碼錯誤率交會於 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ ,  $10^{-5}$ 之間，然後隨著訊雜比的增加，4X4 完美時空區塊碼其字碼錯誤率的表現就遠比高斯隨機線性分散碼更好。

## Abstract

The transmission rate is increasing due to the video data information are transmitted through the mobile communication system. In order to satisfy the requirement of high transmission rate, the Multiple-input Multiple-output (MIMO) were invented. The spectral efficiency had great improvement in MIMO system. There are lots of studies on how to improve the performance of MIMO system.

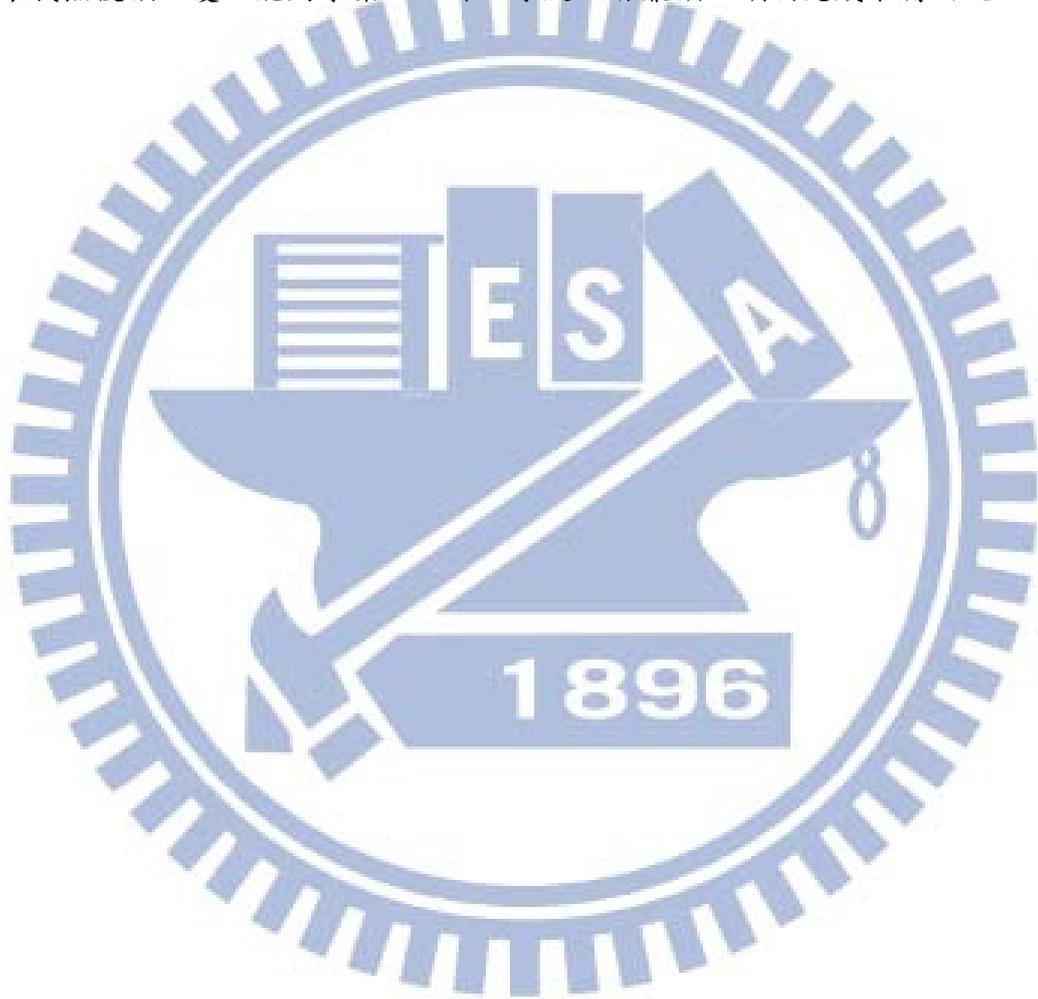
The space time block code is one of the studies. The performance of the golden code and perfect space time code versus Gaussian Random dispersion code are discussed in this thesis. The sphere decoder which is tree search algorithm is used to decode the code.

The golden code and the Gaussian random code had almost the same performance during low SNR. As the SNR increasing, the code error rate of the golden code had better performance than the Gaussian code. This is because the golden code is optimal. Because the 4X4 perfect space-time block code was not optimal, the Gaussian random linear dispersion code had better performance than the perfect space-time block code in low SNR. There was an intersection between the codeword error rate from  $10^{-3}$  to  $10^{-4}, 10^{-5}$ . As the SNR increasing, the code error rate of the perfect space-time block code was much lower than the Gaussian random code.

## 誌 謝

感謝指導教授 陸曉峯教授的悉心指導，在學習、研究的過程中，提供相當多的構思與幫助，而且當研究遇到難題時，能夠適時的協助我從複雜的問題中，抽絲剝繭，化繁為簡，尋找問題的解決方法，因此讓我培養出多方向思考與解決問題的能力。

最後感謝我的太太莊雅玲，她在我學習、工作、家庭之間無條件支持我，照顧小孩，讓我無後顧之憂，能夠學業、工作、家庭三者兼顧，順利完成本篇論文。



# 目 錄

中文提要	.....	i
英文提要	.....	ii
誌謝	.....	iii
目錄	.....	iv
圖目錄	.....	v
符號說明	.....	vi
一、	緒論	1
1.1	前言	1
1.2	動機	2
1.3	論文綱要	2
二、	MIMO 系統與時空區塊碼簡介	3
2.1	MIMO 系統架構模型	3
2.2	MIMO 多天線技術應用	4
2.3	Alamouti 時空碼	5
2.4	線性分散碼	7
2.5	完美時空碼	8
2.6	黃金碼	8
2.7	4 X 4 完美時空碼	10
2.8	高斯隨機線性分散碼	11
三、	球形解碼器簡介與模擬結果	12
3.1	QR 分解	12
3.2	尋找最接近晶格點	14
3.3	球形解碼演算法	17
3.4	複數球形解碼演算法	19
3.5	計算 MIMO 通道中的 $E_b/N_0$	19
3.6	2 X 2 黃金碼與高斯隨機線性分散碼字碼錯誤率比較	21
3.7	4 X 4 完美時空碼與高斯隨機線性分散碼字碼錯誤率比較	24
四、	結論	26
參考文獻	.....	27
附錄	中英文名詞對照表	28

## 圖 目 錄

圖 1	MIMO 系統示意圖.....	4
圖 2	Alamouti 時空編碼器方塊圖.....	7
圖 3	傳統 Gram-Schmidt QR 分解.....	13
圖 4	球形解碼器概念圖.....	14
圖 5	四維的樹狀搜尋最近晶格點示意圖.....	16
圖 6	球形解碼器演算法流程圖.....	18
圖 7	黃金碼與 2X2 高斯隨機線性分散碼, 4QAM 字碼錯誤率比較圖...	22
圖 8	黃金碼與 2X2 高斯隨機線性分散碼, 16QAM 字碼錯誤率比較圖...	23
圖 9	黃金碼與 2X2 高斯隨機線性分散碼, 64QAM 字碼錯誤率比較圖...	23
圖 10	4X4 完美時空碼與高斯隨機線性分散碼, 4QAM 字碼錯誤率比較圖	25
圖 11	4X4 完美時空碼與高斯隨機線性分散碼, 16QAM 字碼錯誤率比較圖	25



## 符 號 說 明

$\mathbb{R}$	實數
$\mathbb{C}$	複數
$i$	$\sqrt{-1}$
$R(\chi)$	$\chi$ 的實部
$I(\chi)$	$\chi$ 的虛部
$\chi^*$	$\chi$ 的共軛複數
$x$	向量
$X$	矩陣
$X^\dagger$	$X$ 的偽逆(pseudo-inverse)矩陣
$X^T$	$X$ 的轉置矩陣
$\det X$	$X$ 的行列式
$I_n$	$n \times n$ 的同一矩陣

# 一、緒論

## 1.1 前言

眾所皆知，隨著科技的進步，如何使設計最佳化並且成功的部署在高效率的無線網路上，能夠提供高速的影像、資料、語音等資料傳輸率，將是一個十分重要且充滿挑戰性的課題。在研究的課題中，包含了控制有限的無線電頻譜以及受到複雜的衰減及多重路徑所影響的時變傳播環境。為了滿足對於高速資料傳輸且要求較少斷線、較高服務品質不斷成長的需求，產生了一個能夠大幅改善頻譜效益以及連接可靠度的創新方法：使用多根的傳送與接收天線(MIMO)。

在理論與實驗證據上說明，通道承載量隨著傳送與接收天線的數量增加而成線性的增加。早期在使用多根傳送天線的應用上，傳送訊號可能會被衰減(multipath fading)與雜訊(additive noise)所影響。尤其是傳送的無線訊號在被接收器接收之前，所經過的多重路徑，其中可能會受到周遭環境中的物體(建築物、天候…)的影響，造成消散(scattering)或者是反射(reflection)作用。在接收端將接收到的訊號，經由依靠相位、延遲、振幅等組合的方式，結果可能因為多重路徑衰減的因素，造成彼此之間相互抵銷或者過度衰減而無法辨識、還原被傳送的訊號。

因此透過”階層(diversity)”來克服這些問題，是其中一項辦法。所謂的階層，是指在兩根或是多根的傳送和接收天線之間傳送冗長的訊息，期待在傳送器和接收器之間，因為獨立不同的衰減，假設其中有部分路徑因為衰減嚴重，導致訊號無法正確辨識，至少其中有一個較佳的路徑，可以使傳送的訊號順利接收並還原。在傳送端對於傳送資料加以編碼(encode)，透過天線傳送後，在接收端使用解碼(decode)的方式來還原傳送的資料，因此衍生出許多新的方法，在時空中傳送資料，其中一個方法就是時空區塊碼(space time block codes)。

在多天線的系統中，為了達到高速傳輸速率以及改善可靠度，隨之而來的就是成本。雖然在頻寬上不需要增加成本，但是相對於單天線系統而言，複雜度明顯增加了，

尤其是使用最大概似(Maximum likelihood, ML)的方式來解碼接收的訊號，其複雜度隨著傳送符號的增加而呈指數的方式增加。

## 1.2 動機

眾所皆知，不同的編碼方式，會有不同的效能。高斯分佈在統計上以及數學上很重要的原因很多，其中有幾個主要的原因，首先是高斯分佈在分析上較易處理，其次是高斯分佈的 p.d.f(probability distribution function)圖形為鐘型曲線(bell-shape curve)，再加上對稱性，因此很適合當作不少母體的機率模式，當然也十分適合應用在通訊編碼上。而完美時空碼在編碼的使用中亦具備了許多優點。本論文的目的為使用球形解碼演算法(sphere decoding algorithm)來分析、比較，使用高斯分佈的高斯隨機線性分散碼(random codes)與完美時空區塊碼(perfect space-time block codes)之間的效能差異。

## 1.3 論文綱要

本論文分為六章。第一張闡述此論文的動機與內容概要。第二章是多輸入多輸出系統與各種時空區塊碼簡介，內容包含系統模型、系統效能和系統技術應。第三章是球形解碼器的介紹與演算法，以及電腦模擬與結果分析，藉著電腦模擬結果，來分析我們提出的兩種編碼方式在字碼錯誤率的效能比較。第四章為總結本論文。

## 二、MIMO 系統與時空區塊碼簡介

Multi Input Multi output (MIMO)系統在現代的無線通訊中，已經取代傳統的 Single Input Single Output (SISO)系統，成為主要的應用。MIMO 系統在傳輸端和接收端使用兩根以上的天線，可以得到較高於傳統 SISO 系統的資料傳輸率，因此隨著衍生出訊號處理及編碼方式的發展。MIMO 系統可已大致上分成兩個類型：時空編碼 (space-time coding-STC)以及空間分割多工(space division multiplexing-SDM)。時空編碼著重在增加通訊系統傳輸的穩定性；空間分割多工則是透過同時間、同頻帶經由不同的傳輸天線，傳送彼此獨立的資料，因此可以達到較高的總處理能力 (throughput)，MIMO 技術的應用也可以達到提升頻譜效益的效果。

### 2.1. MIMO 系統模型

MIMO 多天線技術於發射端與接收端同時運用多根天線及相關之通訊信號處理技術，用以有效提升系統容量。其中技術發展最早與最具代表性者，為美國朗訊科技 (Lucent Tech) 貝爾實驗室所發展出的 BLAST(Bell-labs Layered Space time) 通信技術。接著我們考慮有  $m$  根傳送與  $n$  根接收天線的平坦衰減 (flat fading) MIMO 系統。字碼 (codeword)  $\mathbf{X}$  是來自於某些星座 (constellation)  $L \subset M_{m \times l}$  的  $m \times l$  複數矩陣，其中  $l$  是碼的長度， $l \geq m$ ，

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{m,1} & \cdots & X_{m,l} \end{bmatrix} \in M_{m \times l} \quad (1)$$

矩陣的行  $X_i$  代表不同的傳輸天線，列  $X_j$  則是不同的時段 (time slot)，在每一個時段中，訊號同時被  $m$  根天線傳送。如圖 1。

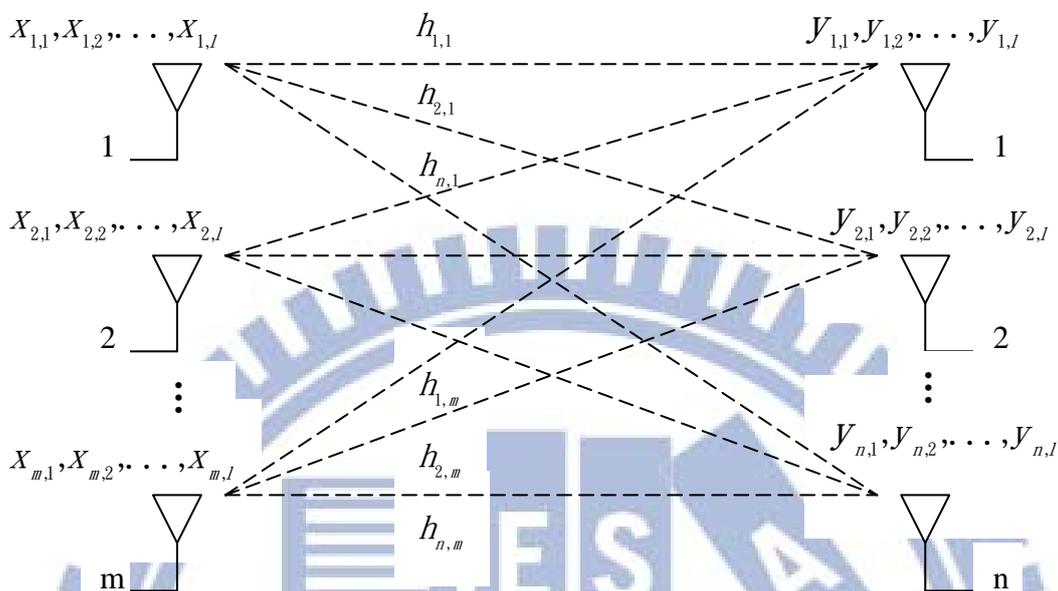


圖 1 MIMO 系統示意圖

接收端收到的訊號可以表示成：

$$\begin{aligned}
 Y &= HX + N \\
 &= \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n,1} & \cdots & h_{n,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{m,1} & \cdots & X_{n,l} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{1,1} & \cdots & \eta_{1,l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{n,1} & \cdots & \eta_{n,l} \end{bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$H$  為一特定傳送與接收多天線間通道，包括傳送端信號特徵變化、通道環境變化（如通道衰減及多重路徑效應等），以及接收端訊號特徵變化等。亦即  $H$  是平均值為零 (zero mean) 且獨立且相等分佈 (independent and identically distributed) (i. i. d) 複數高斯隨機矩陣 (complex Gaussian random matrix)。  $N$  是 i. i. d. 高斯雜訊矩陣。

## 2.2. MIMO 多天線技術應用

目前 MIMO 技術廣泛的使用在目前以及未來的商用無線產品上，如：CDMA-2000, W-CDMA, Long Term Evolution(LTE)(4G), IEEE 802.11n(WiFi), RFID, 數位家庭...等

等。當行動電話通訊隨著要求提高速度、頻寬與傳送品質時，每個基地台所覆蓋的面積就會降低，因此行動通訊網路供應商若要維持單一區域面積的無線寬頻通訊品質，就必須大幅增加基地台的數目，但是如此一來所衍生的問題不只是成本的增加，基地台之間距離過近，會造成相鄰基地台彼此之間嚴重的多址干擾問題，進而影響到資料傳送的穩定性。因此 MIMO 技術的應用，藉著在基地台與手機分別安裝多根天線，提供穩定的資料傳輸，讓網路的容量與頻寬可以更有效的運用。同時由於雜訊的減少，資料傳輸的品質與速度也會有所提升，而每個基地台的覆蓋範圍也會隨著擴大，進而減少基地台增設成本。

### 2.3 Alamouti 時空碼

在[1]中提到，時空碼是一種設計使用在空間跟時間領域中的編碼方式，時間與空間的相互關係(correlation)則是用在開拓 MIMO 系統的衰減通道，以及減少接收端的傳送錯誤。時空碼是使用 MIMO 系統來傳送資料時，增加可靠度的方法。時空碼可以在空間的未編碼系統中，以不增加頻寬的方式來達到傳送的多樣化以及功率增益(power gain)。時空碼矩陣的每一個單元都是由任意特定星座取得的符號，星座有簡單至只有一個符號的(Binary Phase Shift Keying, BPSK)星座、也有複雜如(Quadrature Amplitude Modulation, QAM)星座或(Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)星座，這些星座決定了實數或是複數符號，構成了被傳送矩陣的一個部分。編碼的方式包括但並不僅限以下的數種方法：時空區塊碼(STBC)、時空籬笆碼(space-time trellis code, STTC)、時空渦輪籬笆碼(space-time turbo trellis code) 以及層架時空碼(layered space-time(LST) code)等等。

Alamouti 時空碼是時空區塊碼中，最早使用兩根傳送天線，而可達到碼率(code rate)為 1 的編碼，接著我們來討論 Alamouti 時空碼的編碼。

圖 2 為 Alamouti 時空編碼的方塊圖，假設使用 M-ary 調變模式，在編碼器的每一個群組中， $m$  個消息位元首先被調變， $m = \log_2 M$ ，然後編碼器取兩個調變符號  $\chi_1, \chi_2$  的區塊進行編碼，並且根據以下的碼矩陣(3)映射到傳送天線。

$$X = \begin{bmatrix} \chi_1 & -\chi_2^* \\ \chi_2 & \chi_1^* \end{bmatrix} \quad (3)$$

在兩個連續的傳送區間，編碼器的輸出將由兩個傳送天線傳送，在第一個傳送區間，訊號  $\chi_1, \chi_2$  將同時分別由天線 1 與天線 2 傳送。接著在第二個傳送區間，訊號  $-\chi_2^*$  將由天線 1 傳送，訊號  $\chi_1^*$  將由天線 2 傳送，其中  $\chi_1^*$  是  $\chi_1$  的共軛複數 (complex conjugate)。

我們用  $X^1, X^2$  分別表示由天線 1 與天線 2 傳送的次序。如下。

$$\begin{aligned} X^1 &= \begin{bmatrix} \chi_1 & -\chi_2^* \end{bmatrix} \\ X^2 &= \begin{bmatrix} \chi_2 & \chi_1^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

Alamouti 碼有一個重要的特徵，由兩根傳輸天線所傳送的傳送次序是正交的，因此  $X^1, X^2$  的內積 (inner product) 為零。

$$X^1 \cdot X^2 = \chi_1 \chi_2^* - \chi_2^* \chi_1 = 0 \quad (5)$$

碼矩陣有以下的特性：

$$\begin{aligned} X \cdot X^H &= \begin{bmatrix} |\chi_1|^2 + |\chi_2|^2 & 0 \\ 0 & |\chi_1|^2 + |\chi_2|^2 \end{bmatrix} \\ &= \left( |\chi_1|^2 + |\chi_2|^2 \right) \mathbf{I}_2 \end{aligned} \quad (6)$$

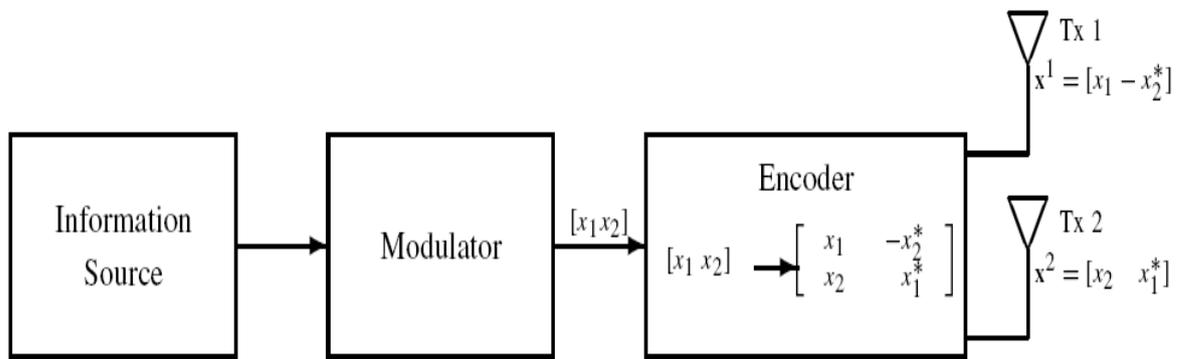


圖 2 Alamouti 時空編碼器方塊圖

## 2.4 線性分散碼(linear dispersion code, LD codes)

在[7]中提到，當傳輸率為數十位元每秒每赫茲時，V-BLAST 被證明具有良好的表現以及簡單的編碼與解碼方式，其中每一根天線傳送自己獨立的資料，但是當接收天線數量少於傳送天線數量時，V-BLAST 就無能為力了。此項缺陷在現代的行動電話通訊系統上尤其嚴重，通常基地台(base station)擁有的天線數量比手機(handset)多。更進一步而言，因為在 V-BLAST 系統，每一根天線都傳送自己獨立的資料，而不具有內建的空間碼來保證並對抗來自傳送天線的深度衰減。另一方面，有許多時空碼具備良好的衰減抵抗以及解碼簡單的好處，但是這些碼在高速傳輸率時的表現並不出色或者是需要更多數的天線。因此在[7]中提出時空中傳輸的方案，此方案不僅僅具有在編碼設計與發散性的優點，而且具有 V-BLAST 在高速資料傳輸上的解碼簡單性。此編碼可應用在任何數量的傳送與接收天線上。此碼將資料串流分散成在時空中的線性組合串流，所以稱為“線性分散碼”。線性分散碼有以下特性：

- (a) 包含 V-BLAST 以及時空區塊碼。
- (b) 勝過以上的兩種碼。
- (c) 可以使用在任意數量的傳送、接收天線上。
- (d) 十分容易編碼。

- (e) 可以用多樣化簡單的線性代數技巧來解碼。譬如：V-BLAST、球形解碼。
- (f) 在設計上考慮到傳送與接收天線數量。
- (g) 滿足消息理論的最佳化標準：此碼被設計來最大化傳送與接收訊號間的互感訊息(Mutual information)。

## 2.5. 完美時空碼

完美時空碼是在[3]的論文中提到的一個應用在 MIMO 系統的概念，此碼的結構是基於循環代數(cyclic algebra)，且應用在 2, 3, 4, 6 根傳輸天線上。 $M \times M$  的完美時空區塊碼之所以稱為完美碼是因為有以下性質：

- (a) 不論是使用 QAM 或是 HEX 的  $M^2$  消息符號，它都是一個全速率且線性分散 (linear dispersion) 碼。
- (b) 無窮碼的最小行列式不為零，且獨立於頻譜效率，亦即非消失的行列式 (non-vanishing determinant)。其中無窮碼指的是可以從無窮的星座中取得訊息符號。
- (c) 傳送每一層經過線性組合的訊息符號所需的能量，必須與傳送符號本身相似。也就是說，在訊息符號編碼時，不會額外增加系統的能量消耗。
- (d) 在所有的  $T$  時區中，每一根天線必須有一致的平均傳送能量。也就是說，碼矩陣中所有已編碼符號，都有相同的平均能量。

其中前兩項性質是為了滿足最佳化階層與多路徑增益之間的取捨。後兩項性質則是著重於能量效益與編碼增益。本論文選擇其中 2 根與 4 根天線的編碼與高斯隨機線性分散碼進行效能比較。

## 2.6. 黃金碼(Golden Code)

黃金碼[6]的名稱是因為與黃金數  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  有關，黃金碼的矩陣結構如下(7)：

$$X = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} \alpha(a + b\theta) & \alpha(c + d\theta) \\ i\bar{\alpha}(c + d\bar{\theta}) & \bar{\alpha}(a + b\bar{\theta}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中  $a, b, c, d$ ，都是從任意 M-QAM 星座取得的符號， $\theta = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ，

$$\bar{\theta} = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \alpha = 1 + i - i\theta, \bar{\alpha} = 1 + i - i\bar{\theta}.$$

現在我們來分析黃金碼是否符合以上完美時空碼的性質。首先，由於  $X$  有 4 個符號  $a, b, c, d$ ，因此為全速率(full rate)，符合(a)。

計算  $\alpha\bar{\alpha} = 2 + i$ ，可得：

$$\begin{aligned} \det(X) &= \frac{2+i}{5} \left[ (a + b\theta)(a + b\bar{\theta}) - i(c + d\theta)(c + d\bar{\theta}) \right] \\ &= \frac{1}{2-i} \left[ (a^2 + ab - b^2 - i(c^2 + cd - d^2)) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

由  $a, b, c, d$  的定義，可得到  $|a^2 + ab - b^2 - i(c^2 + cd - d^2)|^2$  最小值為 1。

$$\delta_{\min}(c_{\infty}) = \min_{0 \neq X \in C} |\det(X)|^2 = \frac{1}{5} \quad (9)$$

由以上可知，無窮碼的最小行列式值為  $\frac{1}{5}$ ，大於 0。符合(b)。

再來我們來分析(c)的特性。 $X$  的對角線層可以寫成以下的方式：

$$\frac{1}{5} \begin{pmatrix} \alpha & \alpha\theta \\ \bar{\alpha} & \alpha\bar{\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (10)$$

由(10)，矩陣可以確認為單一的(unitary)，因此符合(c)。

在字碼  $X$  第二列中的係數  $i$ ，保證了有一致的平均傳送能量，因為  $|i|^2 = 1$ 。符合

(d)。經由以上的分析，可以得知黃金碼也是完美時空區塊碼。

## 2.7. 4X4 完美時空碼

如同在 2 X 2 黃金碼的案例，在[3]的 4X4 完美時空區塊碼中，使用 QAM 的符號來進行傳送。因此基底領域為  $F = \mathbb{Q}(j)$ 。令  $\theta = \zeta_{15} + \zeta_{15}^{-1} = 2 \cos(\frac{2\pi}{15})$ ， $k = \mathbb{Q}(i, \theta)$  為  $\mathbb{Q}(i)$  和  $\mathbb{Q}(\theta)$  的合成。由於  $\varphi(15) = 8$ ， $[\mathbb{Q}(\theta) : \mathbb{Q}] = 4$ ，因此  $[\mathbb{Q}(i, \theta) : \mathbb{Q}(i)] = 4$ 。  $\mathbb{Q}(\theta)$  的判別式為 1125，最小的多項式為  $p_\theta(X) = X^4 - X^3 - 4X^2 + 4X + 1$ 。  $K / \mathbb{Q}(i)$  的延伸是由  $\sigma : \zeta_{15} + \zeta_{15}^{-1} \mapsto \zeta_{15}^2 + \zeta_{15}^{-2}$  產生的循環。

階層為 4 其相對應的循環代數為  $A = (K / \mathbb{Q}(i), \sigma, \gamma)$ ，也就是

$$A = 1 \cdot K \oplus e \cdot K \oplus e^2 \cdot K \oplus e^3 \cdot K$$

其中， $e \in K$ ， $e^4 = \gamma \in F^*$ ， $le = e\sigma(l)$   $l \in K$ 。為了要得到完美碼，選擇  $\gamma = i$ 。

基準為 45 的理想  $I$  可以由以下的理想因數分解得到：

$$(3)O_K = I_3^2 \bar{I}_3^{-2}$$

$$(5)O_K = I_5^4 \bar{I}_5^{-4}$$

考慮  $I = I_3 \cdot I_5$ 。此為由  $\alpha = (1-3i) + i\theta^2$  所產生的主要理想  $I = (\alpha)$ ， $(\alpha)$  的  $\mathbb{Z}[i]$  基底是由  $\{\alpha\theta^i\}_{i=0}^3$  得到，使用由以下矩陣所得到的改變基底：

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

可以得到新的  $\mathbb{Z}[i]$  基底

$$\{v_k\}_{k=1}^4 = \{(1-3i) + i\theta^2, (1-3i)\theta + i\theta^3, -i + (-3+4i)\theta + (1-i)\theta^3, (-1+i) - 3\theta + \theta^2 + \theta^3\}。$$

因此可以得到以下 4x4 編碼矩陣：

$$R_4 = \frac{1}{\sqrt{15}} (\sigma_\ell(v_k))_{k,\ell=1}^n$$

$$= \begin{bmatrix} 0.2582+0.873i & 0.2582-0.3122i & 0.2582-0.7633i & 0.2582+0.2136i \\ 0.4718+0.1596i & 0.3455-0.4178i & -0.0540+0.1596i & -0.5051-0.4178i \\ 0.1596+0.0540i & -0.4178+0.5051i & 0.1596-0.4718i & -0.4178-0.3455i \\ 0.7633+0.258i & -0.2136+0.2582i & -0.0873+0.2582i & 0.3122+0.2582i \end{bmatrix}$$

## 2.8. 高斯隨機線性分散碼

在 MIMO 碼的應用上，當傳送天線數量為  $n_t$  根，且在  $T$  通道中傳送時，在本論文中的高斯隨機碼，為隨機線性分散碼，可以表示如下

$$C = \sum_{i=1}^{n_t T} a_i C_i$$

其中  $a_i$  為獨立的  $M$ -ary QAM 符號， $C_i$  為構成的矩陣，其項為由零平均值與單元變異數統計上獨立之複數高斯隨機變數所組成。

在這個章節我們探討了時空碼的設計準則，以及部分的時空區塊碼，總而言之，在設計時空區塊碼時，必須在以下的三個互相衝突的目標之間作取捨：最大化改善可靠度的多樣化增益、最大化改善總傳輸量的多工增益、最小化解碼的複雜度。因此，使用正交化的設計時，就是靠犧牲改善總傳輸量的多工增益，來達到最小化解碼的複雜度以及最大化改善可靠度的多樣化增益。而當使用完美時空區塊碼時，就是靠著犧牲解碼的複雜度來達到最佳化的另外兩個條件，因此解碼的複雜度也會隨著訊息符號增加而呈現指數增加。

### 三、球形解碼器簡介與模擬結果

在通訊系統的應用中，如何將在接收端所接收的訊號解碼求得近似值，還原原始傳送的訊號，有許多不同的研究。在[2]中將這些求近似值的方法蓋括為三大類：

1. 求解不受約束的最接近值，可得  $\hat{s} = H^\dagger x$ ，其中  $H^\dagger$  表示  $H$  的偽逆

(pseudo-inverse)。因為  $\hat{s}$  的項不必要為整數，四捨五入其項可得

$$\hat{s}_B = \left[ H^\dagger x \right] Z^m$$

以上  $\hat{s}_B$  通常被稱為 Babai 估測(Babai estimate)。在通訊上的說法，就是強制為零等化(zero-forcing equalization)。

2. 使為零與取消(Nulling and cancelling)。在此方法中，Babai 估測僅被使用在  $s$  的其中一項，也就是第一項  $s_1$ 。然後  $s_1$  被假設為已知，然後其影響會被取消以得到降階的最接近整數問題，其中未知數為  $m-1$ 。重複此步驟求得  $s_2$  等等，最終得解。在通訊上的說法，就是迴授等化(decision-feedback equalization)。
3. 具最佳化階層的使為零與取消。使為零與取消會受到”錯誤傳播(error propagation)”的困擾。如果一開始  $s_1$  估測值錯誤的話，其餘的未知數  $s_2, s_3$  等等都會受到不利的影響。為了削減錯誤傳播的影響，可以從最強到最弱的訊號進行使為零與取消。此方法被應用在 V-BLAST 上。

#### 3.1. QR 分解

前面提到的幾種方法，有一個前提就是矩陣  $H$  的列必須為正交。然而在實際應用上，矩陣  $H$  鮮少為正交。可以使用 Gram-Schmit 正交化的方法，對於矩陣  $H$  的列  $H = [h_1, \dots, h_k]$  進行 QR 分解而得到  $H=QR$ ，其中  $Q = [q_1, \dots, q_k]$  的列都是由  $H$  的子空間所展開

的正交基底，而 R 則是由非負數的實數對角線元素所構成的上三角形。因此 R 的項在行  $i$  與列  $j$  可表示成  $r_{i,j} = q_i * h_j$ 。

```
Algorithm: Classical Gram-Schmidt
1  for  $k$  from 1 to  $K$  do
2       $v_k = h_k$ 
3      for  $l$  from 1 to  $k-1$  do
4           $r_{l,k} = q_l^* h_k$ 
5           $v_k = v_k - r_{l,k} q_l$ 
6      end
7       $r_{k,k} = \|v_k\|$ 
8       $q_k = v_k / r_{k,k}$ 
9  end
```

圖 3 傳統 Gram-Schmidt QR 分解

傳統的 Gram-Schmidt 步驟在概念上是簡單的，可是有以下兩個缺點：一、由於使用有限精確度算術進位的誤差造成的數值不穩定。二、當 H 矩陣的行列有缺陷時，即至少有一行可以由其他行的線性組合所構成，沒有明確的處理方式。由於線性相依造成  $v_k$  (第五行) 為零向量，接著在第七行的  $r_{k,k}$  亦為零，導致在第八行時的除法有分母為零的情形。

以上的兩個缺點在數學界的文獻中已被廣泛的討論。不同的 QR 分解演算法在 [8] 中有傑出的討論。此演算法是基於修改傳統 Gram-Schmidt 演算法來解決數值穩定性與行列缺陷的限制。

### 3.2. 尋找最接近晶格點

一般而言，要尋找最接近的晶格點 (lattice point) 是非常複雜的。在[4]中提出，我們可以將球形解碼器使用在解碼扭曲的星座上。球形解碼的基本想法十分簡單：我們試圖利用減少搜尋的空間和計算的方式，從以  $x$  為中心、 $d$  為半徑的球內，去尋找所有在此球範圍內的晶格點  $s \in Z^m$ ，再由這些晶格點中尋找最接近的晶格點。十分明顯的，在圓球中最接近的晶格點，也會是整個晶格中的最接近晶格點。由圖 4 中可看到，在圓球中可能包含數個晶格點，那我們如何找出最接近的晶格點呢？

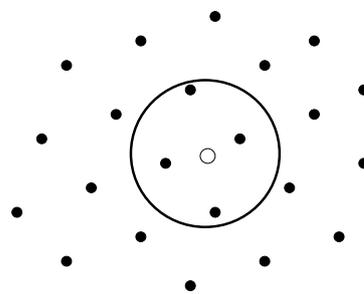


圖 4 球型解碼器概念圖

詳細思考上述的想法，其中有兩個隱含的問題：

1. 如何決定半徑  $d$ ? 很明顯地，如果選擇的半徑  $d$  太大，搜尋球內包含的晶格點就會太多，因此造成搜尋的複雜度成指數增加。同樣的，如果選擇的半徑  $d$  太小，就會找不到包含在搜尋球內的晶格點，在這種情況下是無解的。

因此其中一個選擇就是將 Babai 估測與向量  $x$  之間的距離當成球的半徑  $d$ ，也就是

$$d = \|x - H\hat{s}_B\|$$

，因此可以保證最少有一個晶格點落在搜尋球的範圍內，但是同樣

的此方法也不保證是否會有太多晶格點落在搜尋球內。

2. 如何判定到底有哪些晶格點落在搜尋球內? 假設  $n \geq m$ ，也就是在  $x \approx Hs$  中，最少有與未知項同樣數量的方程式。晶格點  $Hs$  落在以  $x$  為圓心，半徑為  $d$  的搜尋球內之充分且必要條件為

$$d^2 \geq \|x - Hs\|^2 \quad (11)$$

為了將此問題拆解，我們使用在 4.1 節中介紹過的 QR 分解。將矩陣  $H$  進行 QR 分解，可得

$$H = Q \begin{bmatrix} R \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中  $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  為上三角矩陣， $Q = [Q_1 \ Q_2]$  為  $n \times n$  的正交矩陣，矩陣  $Q_1$  和  $Q_2$  表示  $Q$  最開始  $m$  行以及最後  $n - m$  行， $Q_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 。可將(12)改寫成

$$\begin{aligned} d^2 &\geq \left\| x - \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} s \right\|^2 = \left\| \begin{bmatrix} Q_1^* \\ Q_2^* \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} s \right\|^2 \\ &= \|Q_1^* x - Rs\|^2 + \|Q_2^* x\|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $(\cdot)^*$  為 Hermitian 轉置矩陣。由(14)可得到

$$d^2 - \|Q_2^* x\|^2 \geq \|Q_1^* x - Rs\|^2 \quad (15)$$

令  $y = Q_1^* x$ ， $d'^2 = d^2 - \|Q_2^* x\|^2$ ，將(15)改寫成

$$d'^2 \geq \sum_{i=1}^m \left( y_i - \sum_{j=1}^m r_{i,j} s_j \right)^2 \quad (16)$$

其中  $r_{i,j}$  表示  $R$  的  $(i, j)$  項。因此(16)的右邊可以展開成

$$d'^2 \geq \underbrace{\left( y_m - r_{m,m} s_m \right)^2}_{\text{第一項}} + \underbrace{\left( y_{m-1} - r_{m-1,m} s_m - r_{m-1,m-1} s_{m-1} \right)^2}_{\text{第二項}} + \dots \quad (18)$$

其中第一項僅與  $s_m$  相關，第二項則與  $\{s_m, s_{m-1}\}$  相關，諸此類推。由此可知， $Hs$  落

在搜尋球內的必要條件為  $d'^2 \geq (y_m - r_{m,m} s_m)$ ，也就是說  $s_m$  必須在以下的區間內。

$$\left[ \frac{-d' + y_m}{r_{m,m}} \right] \leq s_m \leq \left[ \frac{d' + y_m}{r_{m,m}} \right] \quad (19)$$

其中  $\lceil x \rceil$  表示大於或等於  $x$  的晶格點振幅；  $\lfloor x \rfloor$  表示大於或等於  $x$  的晶格點振幅。

在上述的區間內選定一  $s_m$  值後，定義  $d'_{m-1} = d'^2 - (y_m - r_{m,m}s_m)^2$ ，及

$y_{m-1|m} = y_{m-1} - r_{m-1,m}s_m$ ，將  $s_m$  值帶入第二項，可得  $s_{m-1}$  必須在以下的區間內。

$$\left\lceil \frac{-d'_{m-1} + y_{m-1|m}}{r_{m-1,m-1}} \right\rceil \leq s_{m-1} \leq \left\lfloor \frac{d'_{m-1} + y_{m-1|m}}{r_{m-1,m-1}} \right\rfloor \quad (20)$$

重複同樣的步驟，尋找  $s_{m-2}$  的區間範圍，依此類推直到找到  $s_1$  為止。如此即可找到所有在搜尋球內的晶格點。

球形解碼的基本概念來自於：要確定落在  $m$  階層球內的晶格點很困難，但是要尋找在一階內的晶格點卻很簡單。因為一階的球其端點就是一個區間，因此所要尋找的晶格點就是落在這個區間內的整數。依此類推，我們可以從  $k$  階層推展到  $k+1$  階層。如此的方式就如同樹幹分枝一般，圖 5 就是四維的樹狀搜尋示意圖。

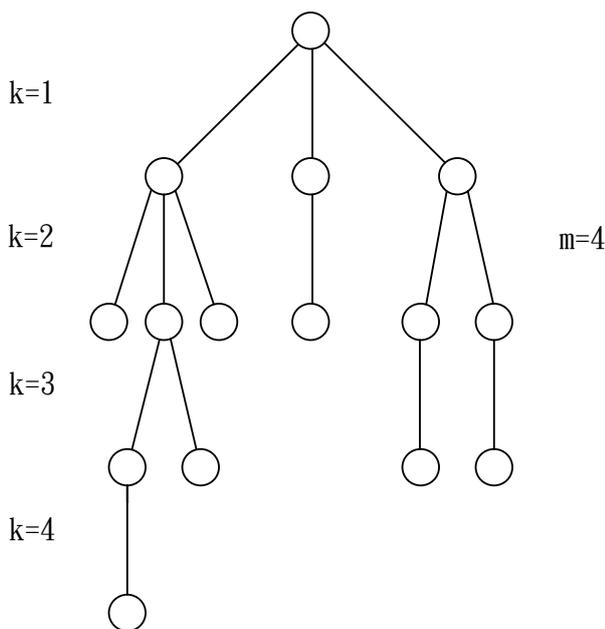


圖 5 四維的樹狀搜尋最近晶格點示意圖

### 3.3. 球形解碼演算法

演算法流程：

(a) 初始化： $Q = [Q_1 \quad Q_2]$ ， $R$ ， $x$ ， $y = Q_1^* x$ ， $d$ 。設定  $k = m$ ，

$$d_m'^2 = d^2 - \|Q_2^* x\|^2, \quad y_{m|m+1} = y_m。$$

(b) 設定  $UB(s_k) = \lfloor (d_k' + y_{k|k+1})/r_{k,k} \rfloor$ ， $s_k = \lceil (-d_k' + y_{k|k+1})/r_{k,k} \rceil - 1$ 。

(c)  $s_k = s_k + 1$ ，判斷  $s_k \leq UB(s_k)$ ，是：到 (E)，否：到 (d)。

(d)  $k = k + 1$ ，判斷  $k = m + 1$ ，是：終止程式，否：回到 (c)。

(e) 判斷  $k = 1$ ，是：到(f)，否： $k = k - 1$ ， $y_{k|k+1} = y_k - \sum_{j=k+1}^m r_{k,j} s_j$ ，

$$d_k'^2 = d_{k+1}'^2 - (y_{k+1|k+2} - r_{k+1,k+1} s_{k+1})^2, \quad \text{回到(b)}。$$

(f) 得到解答，儲存  $S$  以及  $S$  到  $d$  的距離： $d_m'^2 - d_1'^2 + (y_1 - r_{1,1} s_1)^2$ ，回到(c)。

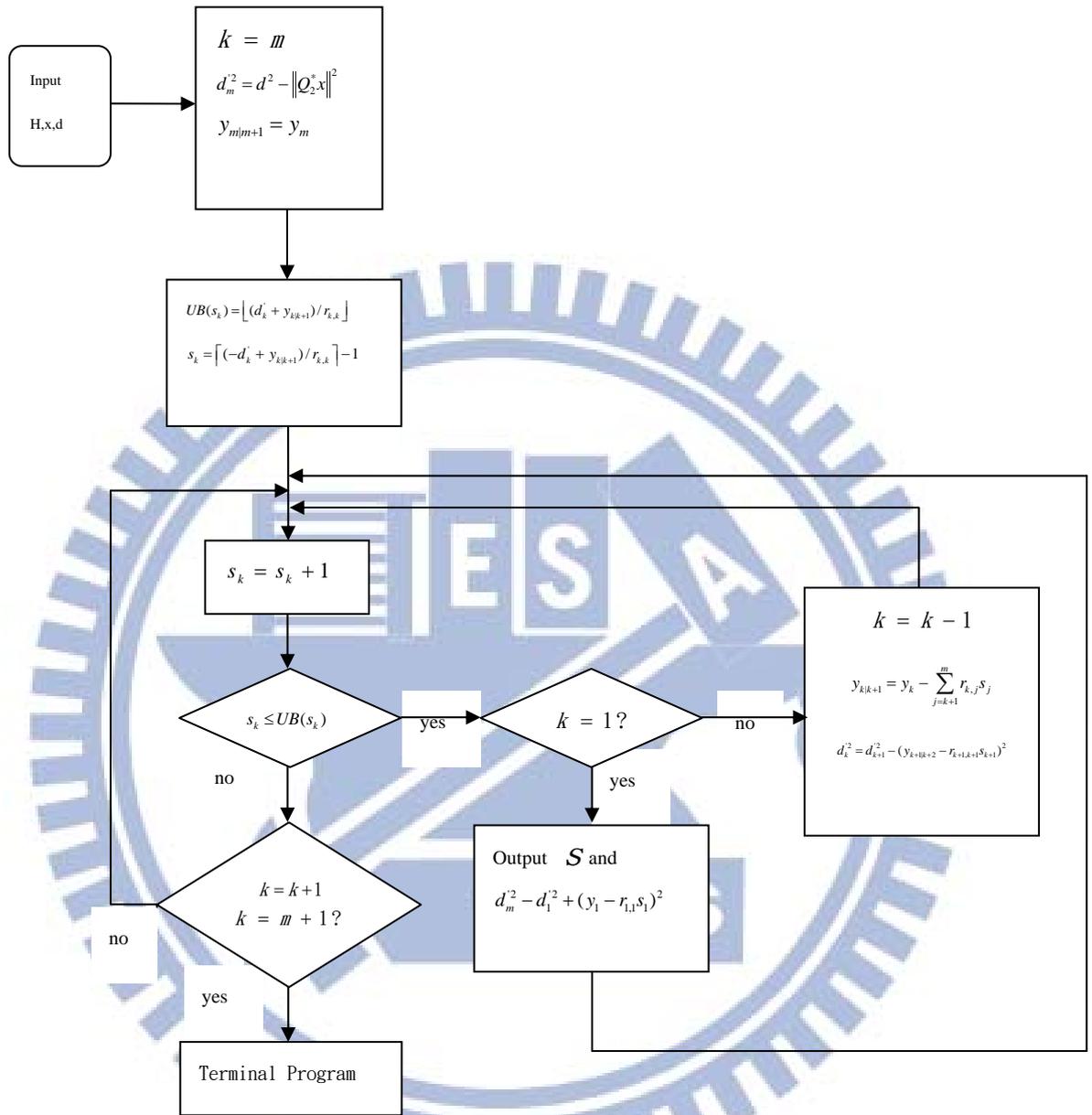


圖 6 球形解碼器演算法流程圖

### 3.4. 複數球形解碼

以上為實數訊號的球形解碼方式，如果要應用在複數訊號時，可以將複數訊號拆解為實部(real part)與虛部(imaginary part)，視為由兩個獨立的實數訊號組成，將其分開來計算，最後再組合成複數訊號，而不會影響到最後的結果。複數訊號的 MIMO 通道可以表示為

$$Y_c = H_c X_c + N_c \quad (21)$$

將(19)各項複數訊號轉變為實數訊號可得

$$Y_R = \begin{bmatrix} R(Y_c) \\ I(Y_c) \end{bmatrix}, H_R = \begin{bmatrix} R(H_c) & -I(H_c) \\ I(H_c) & R(H_c) \end{bmatrix}, X_R = \begin{bmatrix} R(X_c) \\ I(X_c) \end{bmatrix}, N_R = \begin{bmatrix} R(N_c) \\ I(N_c) \end{bmatrix}$$

其中  $R(x)$  表示取複數向量  $x$  的實部向量； $I(x)$  表示取複數向量  $x$  的虛部向量。

(19)可以表示成

$$\begin{bmatrix} R(Y_c) \\ I(Y_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(H_c) & -I(H_c) \\ I(H_c) & R(H_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(X_c) \\ I(X_c) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R(N_c) \\ I(N_c) \end{bmatrix}$$

將以上複數訊號模型表示成實數模型後，可以使用實數球形解碼演算法，找到實數訊號的最佳解，再將實數訊號最佳解還原為複數訊號，如此一來，即完成複數訊號的解碼。從以上的敘述可以觀察到矩陣大小的變化  $H_c \rightarrow H_R$ ，會變成原本的兩倍，因此這個方法會造成搜尋階層也變成兩倍，由原本的  $N_t$  變成  $2N_t$ ，導致複雜度可能增加，不過在  $N_t$  比較小的情形下，這個方法可以簡單且實際應用。

### 3.5. 計算 MIMO 通道中的 Eb/N0

考慮以下的 MIMO 通道

$$Y = \sqrt{E_x} H X + W$$

其中  $W$  的項為  $\mathcal{CN}(0, N_0)$  的複數高斯隨機變數，由於帶通雜訊的功率頻譜密度

(power spectral density) 為  $S_n(f) = \frac{N_0}{2}$ ，及  $w_{ij} = w_{ij,i} + iw_{ij,q}$ ，其中  $w_{ij,i}, w_{ij,q} \sim N(0, \frac{N_0}{2})$ 。

矩陣  $X \in \mathcal{X} \subset M_{n_r \times T}(\mathbb{C})$  為

$$E\|X\|^2 = T$$

H 的項為 i. i. d.  $\text{CN}(0,1)$  複數高斯隨機變數。其訊號能量為

$$\begin{aligned} E\|\sqrt{E_x}HX\|^2 &= TE_x E\|HX\|^2 = TE_x (E\underline{x}^\dagger H^\dagger H \underline{x}) = TE_x (E\text{Tr}(H^\dagger H \underline{xx}^\dagger)) \\ &= TE_x \text{Tr}(EH^\dagger H \underline{xx}^\dagger) = TE_x \text{Tr}([EH^\dagger H][\underline{xx}^\dagger]) = TE_x \text{Tr}(n_r I_{n_r} \cdot \frac{1}{n_r} I_{n_r}) \\ &= TE_x n_r \end{aligned}$$

同樣的，雜訊為

$$E\|W\|^2 = N_0 \cdot n_r T$$

因此 SNR 可以表示為  $SNR = \frac{E_x}{N_0}$ 。

如此證明了傳統模型

$$Y = \sqrt{SNR}HX + N$$

其中 N 的項為  $\text{CN}(0,1)$ 。

(1)  $\frac{E_b}{N_0}$  的考量

因為所有的碼相對應於  $\log_2 |\mathcal{X}|$  位元。因此，

$$E_b = \frac{E\|\sqrt{E_x}X\|^2}{\log_2 |\mathcal{X}|} = \frac{TE_x}{\log_2 |\mathcal{X}|} = \frac{E_x}{R}$$

因此，

$$E_x = RE_b$$

所以可得到通道為，

$$Y = \sqrt{RE_b}HX + W$$

(2) 黃金碼範例

黃金碼可以表示如下

$$X = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} \alpha(a+b\theta) & \alpha(c+d\theta) \\ i\bar{\alpha}(c+d\bar{\theta}) & \bar{\alpha}(a+b\bar{\theta}) \end{bmatrix}$$

其中， $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \bar{\theta} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \alpha = 1+i\bar{\theta}$ 。

參數  $a, b, c, d$  是由 M-ary QAMs 得來。例如， $M=16$ ，

$a, b, c, d \in \{\pm 3 \pm 3i, \pm 3 \pm i, \pm 1 \pm 3i, \pm 1 \pm i\}$ 。然後對於 i. i. d, zero-mean  $a, b, c, d$

$$E\|X\|^2 = \frac{20}{5} E|a|^2 = 4E|a|^2$$

其中， $E|a|^2 = \frac{2(M-1)}{3}$ 。因此

$$E\|X\|^2 = \frac{8(M-1)}{3}$$

其次，考慮黃金碼的 MIMO 通道

$$Y = \sqrt{E}HX + W$$

其中， $W$  是一個  $(n_r \times 2)$  的矩陣，其項為 i. i. d.  $CN(0, N_0)$ ， $H$  是一個  $(n_r \times 2)$  的矩陣，其項為 i. i. d.  $CN(0, 1)$ 。對於任意  $\frac{E_b}{N_0}$ ，可得

$$(4 \log_2 M) \cdot E_b = E \cdot \frac{8(M-1)}{3}$$

也就是

$$E = \frac{(3 \log_2 M) E_b}{2(M-1)}$$

最後結果可得如下

$$Y = \sqrt{\frac{(3 \log_2 M) E_b}{2(M-1) N_0}} HX + W$$

其中  $W$ 、 $H$  是一個  $(n_r \times 2)$  的矩陣，其項為 i. i. d.  $CN(0, 1)$ 。

### 3.6. 2X2 黃金碼與高斯隨機線性分散碼

我們模擬使用完美時空區塊碼與隨機線性分散碼的 MIMO 系統，傳送符號來自於 q-QAM(兩根天線)星座，其中  $q=4, 16, 64$ ，解碼器使用的是前一章節提到的球形解碼器。

由圖 7，使用 4-QAM 星座編碼，黃金碼的表現在低訊雜比(signal to noise ratio, SNR)時(約小於 8dB)與 2X2 高斯隨機線性分散碼差異不大，隨著雜訊比提高，黃金碼的字碼錯誤率逐漸地比 2X2 高斯隨機線性分散碼低，特別是當訊雜比為 21dB 時，其字碼

錯誤率差異已達到一個等級以上。由圖 8 可得知，在 16-QAM 的星座中，黃金碼的表現在低訊雜比時(小於或等於 12dB)與 2X2 高斯隨機線性分散碼差異不大，隨著雜訊比提高，黃金碼的字碼錯誤率逐漸地比 2X2 高斯隨機線性分散碼低，特別是當訊雜比為 27dB 時，其字碼錯誤率差異已超過 10 倍以上。

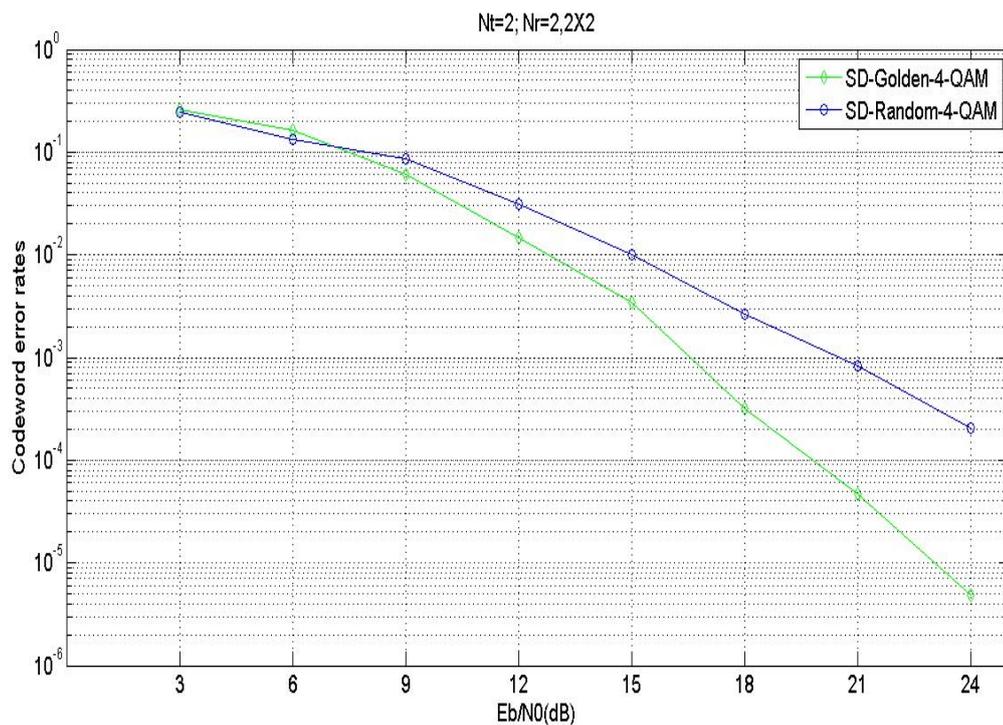


圖 7 黃金碼與 2X2 高斯隨機線性分散碼, 4QAM 字碼錯誤率比較圖

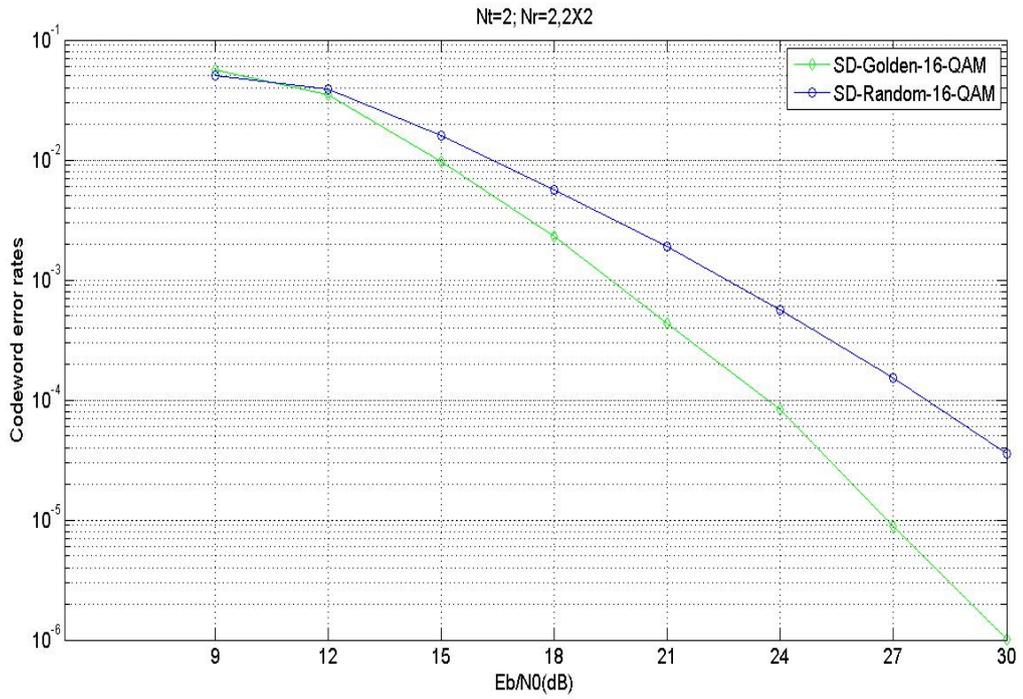


圖 8 黃金碼與 2X2 高斯隨機線性分散碼, 16QAM 字碼錯誤率比較圖

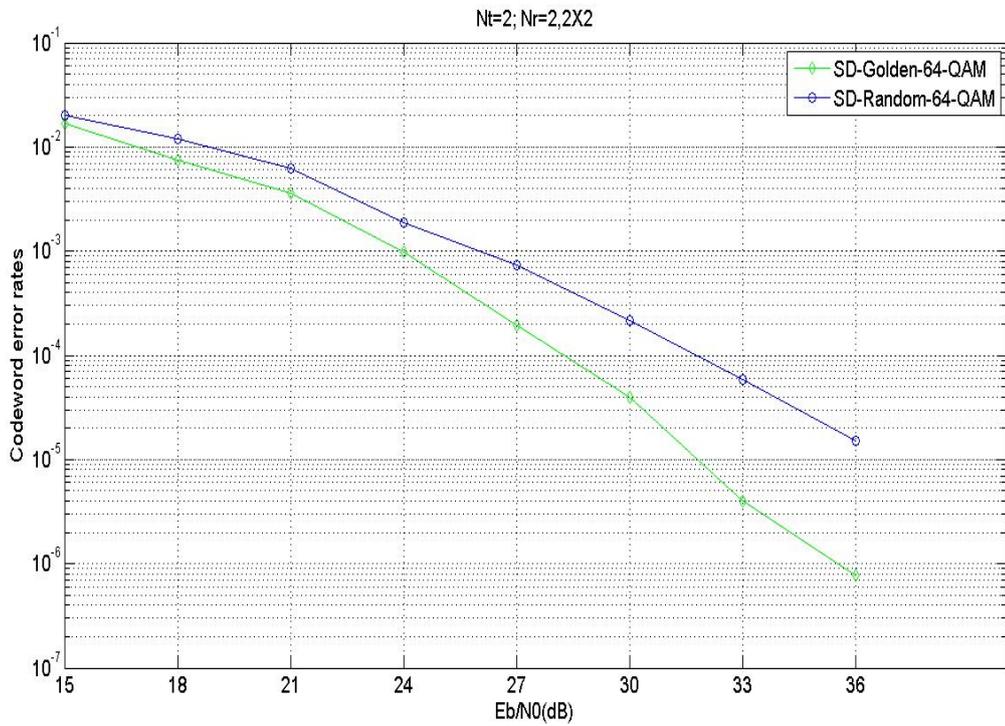


圖 9 黃金碼與 2X2 高斯隨機線性分散碼, 64QAM 字碼錯誤率比較圖

在圖 9 中，使用 64-QAM 星座編碼，黃金碼的表現在低訊雜比時(約小於 15dB)與 2X2 高斯隨機線性分散碼差異不大，隨著雜訊比提高，黃金碼的字碼錯誤率逐漸地比 2X2 高斯隨機線性分散碼低，特別是當訊雜比為 33dB 時，其字碼錯誤率差異已達到一個等級以上。

### 3.7. 4X4 完美時空區塊碼與高斯隨機線性分散碼

在此節中使用 4X4 完美時空區塊碼與高斯隨機線性分散碼進行比較，傳送符號來自於 q-QAM(四根天線)星座，其中 q=4, 16, 64，解碼器使用的是前一章節提到的球形解碼器。由圖 10 可知完美時空區塊碼與高斯隨機線性分散碼的字碼錯誤率曲線交叉在訊雜比 12dB 附近，當訊雜比小於 12dB 時，完美時空區塊碼的字碼錯誤率大於高斯隨機線性分散碼；而當訊雜比大於 12dB 時，完美時空區塊碼的字碼錯誤率小於高斯隨機線性分散碼。

字碼錯誤率的關係式如下：

$$CER \approx N_{near} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{E_b}{N_0} \cdot d_{min}\right)^{16}} \quad (22)$$

其中 CER 為字碼錯誤率， $N_{near}$  為靠近接收字元附近的星座點數量， $d_{min}$  則是最小距離。

由圖 11 可知完美時空區塊碼與高斯隨機線性分散碼的字碼錯誤率曲線，在訊雜比小於 16.5dB 時，完美時空區塊碼的字碼錯誤率大於高斯隨機線性分散碼，從錯誤率曲線的斜率可以看到 4X4 完美時空區塊碼的錯誤率，與高斯隨機線性分散碼交會。如此的趨勢與圖 10 相符。

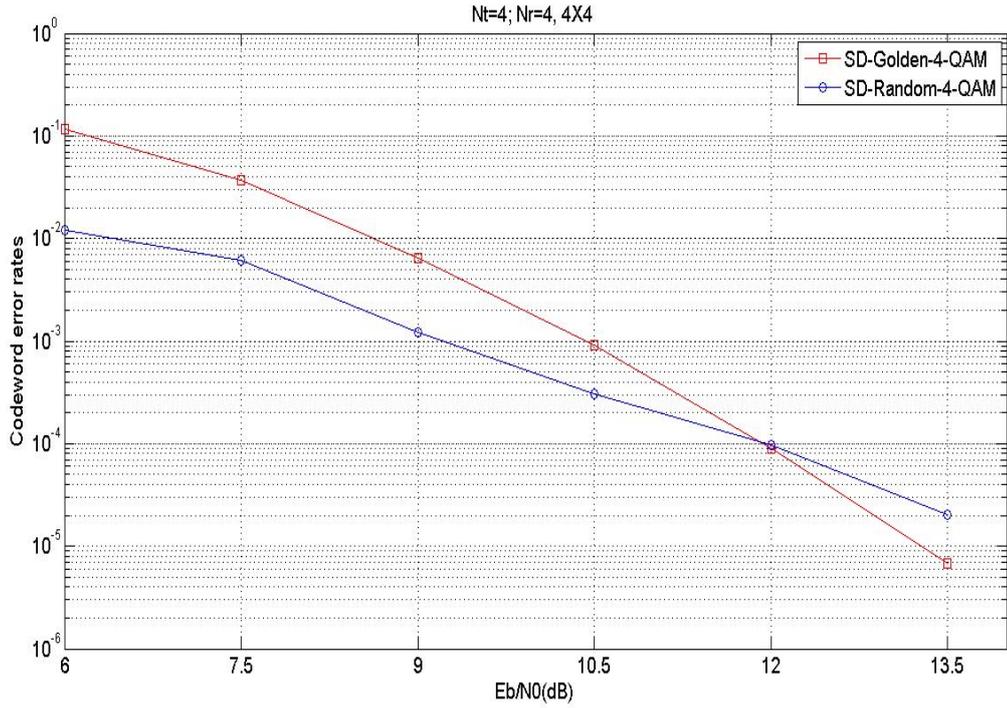


圖 10 4X4 完美時空區塊碼與高斯隨機線性分散碼, 4QAM 字碼錯誤率比較圖

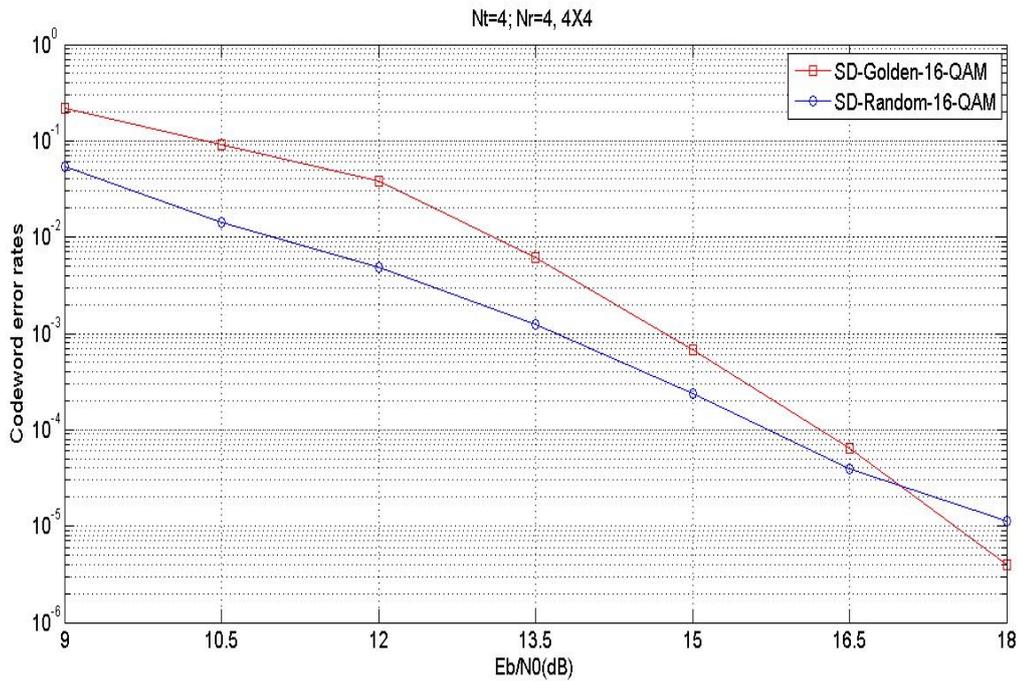


圖 11 4X4 完美時空碼與高斯隨機線性分散碼, 16QAM 字碼錯誤率比較圖

## 四、結論

本論文是著重在 MIMO 系統下，使用球形解碼器進行完美時空區塊碼與高斯隨機線性分散碼的效能比較。從模擬的結果可以看出，黃金碼在低訊雜比時的表現與高斯隨機線性分散碼幾乎相近，隨著訊雜比的提升，黃金碼的字碼錯誤率就比高斯隨機線性分散碼低，兩者之間的差異也隨著訊雜比的增加而增加，由於黃金碼是經由最佳化的結果，其編碼增益已經達到最大，因此其字碼錯誤率效能比高斯隨機線性分散碼好。4X4 完美時空區塊碼並沒有達到最佳化的效果，尚未達到其編碼增益的上限，因此其在低訊雜比時，其字碼錯誤率比高斯隨機線性分散碼高，隨著訊雜比的增加，兩者字碼錯誤率交會於  $10^{-3} \sim 10^{-4}, 10^{-5}$  之間，然後隨著訊雜比的增加，4X4 完美時空區塊碼其字碼錯誤率的表現就遠比高斯隨機線性分散碼更好。

由於球形解碼器的演算法種類相當多，如何增加球形解碼器的效率，也有改善的空間。

## 参 考 文 献

1. V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-Time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Information Theory*, 44:744-765, March 1998.
2. B. Hassibi and H. Vikalo, "On the Sphere-Decoding Algorithm I. Expected Complexity," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53, pp. 2806-2818, August 2005.
3. F. Oggier, G. Rekaya, J.-C. Belfiore, and E. Viterbo, "Perfect Space-Time Block Codes," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 52, no. 9, September 2006.
4. U. Fincke and M. Pohst, "Improved methods for calculation vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis," in *Pro. Math Computation*, vol. 44, no. 170, pp. 463-471, April 1985.
5. M. O. Damen, A. Tewfik, and J.-C. Belfiore, "A construction of a space-time code based on the theory of numbers," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, pp. 753-760, March 2002.
6. J.-C. Belfiore, G. Rekaya, and E. Viterbo, "The golden code: A 2 X 2 full rate space-time code with non vanishing determinants," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, April 2005.
7. B. Hassibi and B. M. Hockwald, "High-Rate codes that are linear in space and time," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, no. 7, pp. 1804-1824, July 2002.
8. W. Gander, "Algorithms for the QR Decompositions," *Eidgenoessische Technische Hochschule*, Research report No. 80-02, Ch-8092 Zuerich, 1980.

## 附 錄 中英文名詞對照表



Base station	基地台
Binary Phase Shift Keying (BPSK)	二位元相位偏移調變
Code rate	碼率
Complex conjugate	共軛複數
Complex Gaussian random matrix	複數高斯隨機矩陣
Constellation	星座
Correlation	相互關係
Decision-feedback equalization	迴授等化
Decode	解碼
Diversity	階層
Encode	編碼
Error propagation	錯誤傳播
Flat fading	平坦衰減
Full rate	全速率
Gaussian Random Linear Dispersion code	高斯隨機線性分散碼
Golden code	黃金碼
Handset	手機
Lattice point	晶格點
Linear dispersion	線性分散
Maximum likelihood	最大概似
Multipath fading	多重路徑衰減
Mutual information	相互訊息
Non-vanishing determinant	非消失行列式
Nulling and Cancelling	使為零與取消

Perfect Space Time Block Code (PSTBC) 完美時空區塊碼

Power gain 功率增益

Pseudo-inverse 偽逆

Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) 四位元相位偏移調變

Reflection 反射

Scattering 散射

Space division multiplexing (SDM) 空間區分多工

Space Time Block Code (STBC) 時空區塊碼

Space Time Code (STC) 時空碼

Sphere decoding algorithm 球形解碼演算法

Throughput 總處理能力

Time slot 時段

Unitary 單一的

Zero-forcing equalization 強制為零等化

