

國立交通大學

電控工程研究所

碩士論文

使用多個狀態限制卡爾曼濾波器與三焦張量幾何之
視覺輔助慣性測程器

Visual Assisted IMU Odometer Using Multi-State Constrained
Kalman Filter and Tri-focal Tensor Geometry

研究生：陳 鳴 遠

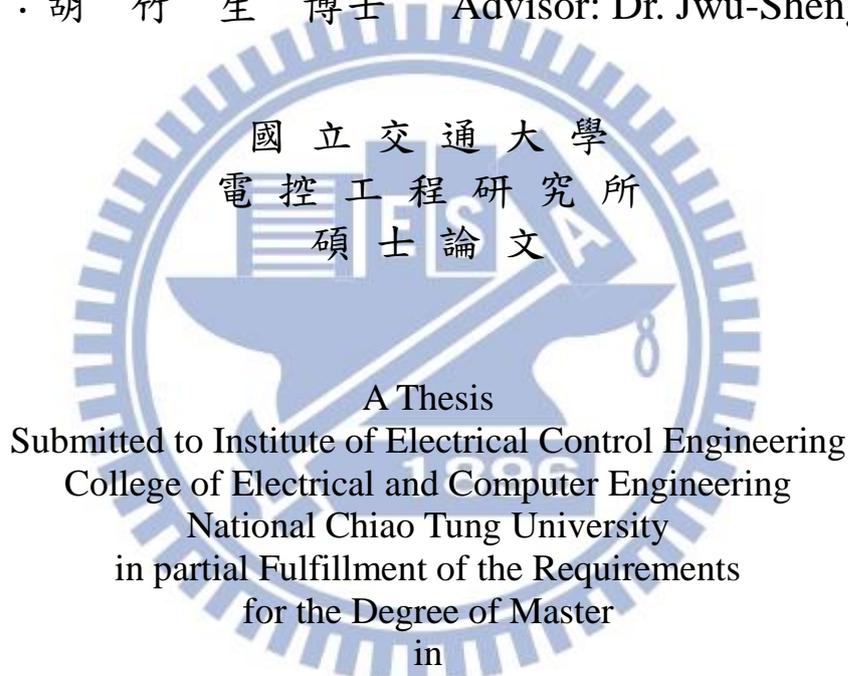
指導教授：胡 竹 生 博士

中華民國一百零二年七月

使用多個狀態限制卡爾曼濾波器與三焦張量幾何之
視覺輔助慣性測程器

Visual Assisted IMU Odometer Using Multi-State Constrained
Kalman Filter and Tri-focal Tensor Geometry

研究生：陳 鳴 遠 Student: Ming-Yuan Chen
指導教授：胡 竹 生 博士 Advisor: Dr. Jwu-Sheng Hu



Electrical Control Engineering

July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零二年七月

使用多個狀態限制卡爾曼濾波器與三焦張量幾何之視覺輔助慣性測程器

研究生：陳 鳴 遠

指導教授：胡 竹 生 博士

國立交通大學電控工程研究所碩士班

摘要

本論文提出一套結合單一攝影機與慣性量測裝置的測程器架構。由於慣性量測裝置存在誤差累積的問題，導致單純使用慣性量測裝置的測程器在真實環境下很難得到準確的結果，必須要有其他感測器輔助。本論文以單一攝影機與慣性量測裝置進行感測器融合，由於使用了攝影機的資訊，慣性量測裝置的誤差可以被有效地抑制住，使得慣性量測裝置可以提供實際地圖尺度。

本論文使用在三張影像中存在的三焦張量幾何關係作為攝影機所提供的量測資訊，此方法可以不需要估測特徵點在空間中的位置，也就是不需要進行環境的重建。同時本論文將三張影像分別對應到的攝影機姿態在濾波器中修正，形成一多個狀態限制的卡爾曼濾波器，以此提出一個在計算量與精確度間取得平衡的滑動視窗式測程法，相較於現存視覺式測程法或是同時定位與地圖建立的方法，本論文提出的架構更符合自我軌跡估測的測程需求並且適用於即時導航系統。本論文同時提出基於三視角幾何的隨機抽樣一致演算法，它可以有效地排除比對錯誤或是落於移動物體上的特徵點，使得整體演算法在動態的環境下仍有可靠的結果。最後，本論文實作一套整合單一攝影機、慣性量測裝置以及 GPS 的硬體設備並以在真實環境下的資料驗證所提出的演算法。

Visual Assisted IMU Odometer Using Multi-State Constrained Kalman Filter and Tri-focal Tensor Geometry

Student : Ming-Yuan Chen

Advisor : Dr. Jwu-Sheng Hu

Institute of Electrical Control Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

This thesis presents an odometer architecture which combines a monocular camera and an inertial measurement unit (IMU). Due to error accumulation problem, it is very hard to get reliable result by only using the IMU, therefore there is a need to fuse the information with other sensors. In this dissertation, a monocular camera and an IMU are used for sensor fusion. By using the information of the camera, the error of IMU can be effectively constrained, so that the IMU can provide real scale.

In this dissertation, the trifocal tensor geometry relationship between three images is used as camera measurement information, which makes the proposed method without estimating the 3D position of feature point. In other words, the proposed method does not have to reconstruct environment. Meanwhile, the camera pose corresponding to each of the three images are refined in filter to form a multi-state constraint Kalman filter. Consequently, this dissertation proposes a sliding window odometry which has a balance between computational cost and accuracy. Compared with traditional visual odometry or simultaneous localization and mapping (SLAM) method, the proposed method not only meets the requirement of odometer in ego-motion estimation, but also suit for real-time application. This dissertation further proposes a random sample consensus (RANSAC) algorithm which is based on three views geometry. The RANSAC algorithm can effectively reject feature points which are mismatch or located on independently moving objects, thus it make the overall algorithm capable of operating in dynamic environment. Finally, a hardware which integrates with a monocular camera, an IMU and a GPS is implemented, and experiments are conducted to validate the proposed method in real environment.

致謝

本論文的完成，首先感謝指導教授胡竹生老師的教導，在做為專題生兩年和碩士生兩年的期間中，從老師身上學習到許多電機方面的專業知識，而老師對於做研究的嚴謹態度和解決問題的不屈不折精神，著實讓我大開眼界，另外也很感謝老師在我碩二上時，引薦我至工研院打工，在此獻上對老師的最高謝意。

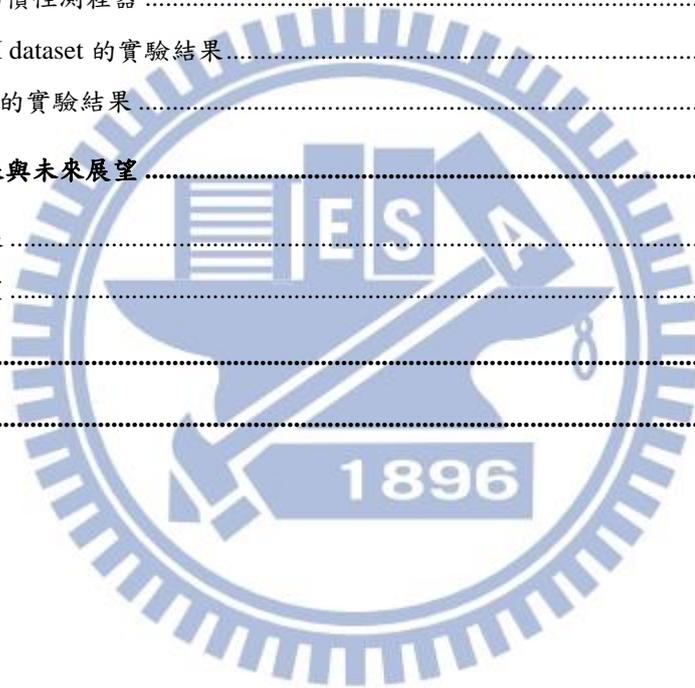
感謝實驗室的學長、同學與學弟，四年的實驗室生涯有了你們才能如此順利。感謝帶我進入影像領域的永融學長、教導我許多硬體知識的阿吉學長、共同執行國科會計畫的勁源和建安學長，每次與你們討論的過程總是讓我受益良多，你們所給的建議也總是相當實用。感謝分享博士生求職經驗的明唐學長、開車載我們繞環校完成實驗的 Judo 學長、一起當助教帶實驗到半夜的耕維學長、在修 DSP 實驗時給予我許多幫助的昭男學長。在同學中，感謝論文題目相近與坐在我後面的期元，讓我有個能隨時互相討論和分享研究成果的對象。感謝曾經一起在地下室 B1 奮鬥一年的淵翰和孟瑋、先口試讓我們見習的業文以及共同討論該如何規劃口試時程的冠宏和哲予。在學弟中，感謝工研院打工時在相同計畫底下的凱傑、將延續這篇論文研究的凱祥、接下實驗助教的佑軒以及目前擔任實驗室管理員的綜韓和瑋庭。感謝助理淑伶在採購實驗器材上的許多幫忙。

最後要感謝在求學過程中幫助過我的許多貴人們以及我的家人父親、母親、哥哥和姊姊，如果沒有你們給我的支持與鼓勵，我是不可能走到今天這一步的，在此感謝你們給予我的一切並獻上最誠摯的謝意。

目錄

摘要.....	i
Abstract.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	vi
圖目錄.....	vii
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 論文貢獻.....	2
1.3 論文架構.....	3
第二章 攝影機成像與幾何限制.....	4
2.1 旋轉矩陣.....	4
2.1.1 Euler angle.....	4
2.1.2 Quaternion.....	5
2.2 攝影機成像.....	7
2.3 Epipolar geometry.....	10
2.4 Trifocal tensor.....	12
第三章 攝影機與慣性量測裝置的感測器融合.....	18
3.1 慣性量測裝置的運動學方程式.....	18
3.1.1 Nominal state kinematic.....	20
3.1.2 Error state kinematic.....	20
3.2 感測器校正方法.....	23
3.2.1 攝影機校正.....	23
3.2.2 攝影機與慣性量測裝置的空間關係校正.....	26
3.2.3 整體校正流程.....	29
3.3 感測器融合架構.....	30
3.4 Visual odometry 與 Visual SLAM.....	31
3.5 Vision-aided inertial odometry.....	31
3.5.1 Multi-state constraint Kalman filter.....	33
3.5.2 RANSAC.....	38

3.5.3	整體測程器演算法	40
第四章	軟硬體設計與實現	41
4.1	硬體元件架構	41
4.1.1	慣性量測裝置	43
4.1.2	GPS	45
4.2	攝影機與慣性量測裝置的同步機制	46
4.3	整體整合模組	50
第五章	實驗結果與討論	52
5.1	攝影機與慣性量測裝置校正結果	52
5.2	視覺輔助慣性測程器	56
5.2.1	KITTI dataset 的實驗結果	56
5.2.2	xGIC 的實驗結果	64
第六章	研究成果與未來展望	68
6.1	研究成果	68
6.2	未來展望	69
Appendix	70
Reference	72



表目錄

Table 4-1 MT9V034 規格表	42
Table 4-2 ADIS 16480 規格表	43
Table 4-3 GPS M2 規格表	45
Table 5-1 攝影機與慣性量測裝置校正實驗的狀態估測結果表	55
Table 5-2 KITTI dataset case1 的整體 RMSE 和終點誤差結果比較	59
Table 5-3 KITTI dataset case2 的整體 RMSE 和終點誤差結果比較	61
Table 5-4 KITTI dataset case3 的整體 RMSE 和終點誤差結果比較	63
Table 5-5 xGIC 在室外實驗的整體 RMSE 和終點誤差結果比較	66
Table 5-6 xGIC 在室內實驗估測的終點與行走距離	67



圖目錄

Fig. 2-1 針孔攝影機模型成像示意圖.....	7
Fig. 2-2 影像平面座標系與攝影機成像座標系關係.....	8
Fig. 2-3 世界座標系與攝影機座標系的空間轉換關係示意圖.....	9
Fig. 2-4 epipolar geometry 示意圖.....	10
Fig. 2-5 三張影像間 line-line-line 的對應關係[12].....	12
Fig. 2-6 三張影像間 point-line-line 的對應關係[12].....	16
Fig. 2-7 三張影像間 point-line-point 的對應關係[12].....	17
Fig. 2-8 三張影像間 point-point-point 的對應關係[12].....	17
Fig. 3-1 校正板與世界座標系定義.....	23
Fig. 3-2 攝影機座標系 $\{C\}$ 、慣性座標系 $\{I\}$ 、世界座標系 $\{G\}$ 與第 i 個特徵點之相對空間關係.....	26
Fig. 3-3 校正流程方塊圖.....	29
Fig. 3-4 感測器融合架構的分類[21].....	30
Fig. 3-5 以 RANSAC 演算法決定的線段.....	39
Fig. 4-1 cameleon 外觀.....	41
Fig. 4-2 硬體平台架構圖.....	42
Fig. 4-3 ADIS16480 外觀.....	44
Fig. 4-4 ADIS16480 功能架構圖.....	44
Fig. 4-5 ADIS16480 可程式化低通濾波器的頻率響應圖.....	44
Fig. 4-6 GPS 模組外觀.....	45
Fig. 4-7 Camera-IMU 同步機制系統架構圖.....	46
Fig. 4-8 攝影機快門的曝光訊號區分為奇數與偶數.....	47
Fig. 4-9 攝影機快門曝光時間與慣性量測裝置的取樣訊號同步結果.....	47
Fig. 4-10 ADIS16480 的時序圖.....	47

Fig. 4-11 慣性量測裝置的取樣與完成取樣訊號.....	48
Fig. 4-12 PicoBlaze SPI 傳輸測試.....	49
Fig. 4-13 MicroBlaze 中斷訊號驗證.....	49
Fig. 4-14 整體整合模組外觀.....	50
Fig. 4-15 傳輸格式示意圖.....	51
Fig. 5-1 校正實驗的實際影像.....	52
Fig. 5-2 軌跡估測結果.....	52
Fig. 5-3 攝影機與慣性量測裝置間的位移估測誤差.....	53
Fig. 5-4 攝影機與慣性量測裝置間的旋轉角度估測誤差.....	53
Fig. 5-5 加速規 bias 估測誤差.....	54
Fig. 5-6 陀螺儀 bias 估測誤差.....	54
Fig. 5-7 重力向量估測誤差.....	55
Fig. 5-8 KITTI dataset 的實驗車.....	56
Fig. 5-9 KITTI dataset 的影像範例以及挑選特徵點的方式.....	57
Fig. 5-10 KITTI dataset case1 的移動軌跡估測結果.....	58
Fig. 5-11 KITTI dataset case1 的 RMSE 結果比較.....	59
Fig. 5-12 KITTI dataset case2 的移動軌跡估測結果.....	60
Fig. 5-13 KITTI dataset case2 的 RMSE 結果比較.....	61
Fig. 5-14 KITTI dataset case3 的移動軌跡估測結果.....	62
Fig. 5-15 KITTI dataset case3 的 RMSE 結果比較.....	63
Fig. 5-16 本論文實作的硬體 xGIC 裝設於汽車上的實際圖.....	64
Fig. 5-17 xGIC 於戶外的拍攝圖.....	64
Fig. 5-18 xGIC 在室外實驗的移動軌跡估測結果.....	65
Fig. 5-19 xGIC 在室外實驗的 RMSE 結果比較.....	66
Fig. 5-20 xGIC 在室內實驗的移動軌跡估測結果.....	67

第一章 緒論

1.1 研究動機

在近幾年中，隨著微機電製成技術的發展，使得慣性量測裝置的體積變小、價格降低和能源效率提高等，而因為慣性量測裝置的改進，使得以慣性量測裝置為核心的慣性導航系統(Inertial Navigation System, INS)被大量地用來估測載體(如智慧車、小型直升機和各式機器人等)的移動軌跡，主要方式為利用對慣性量測裝置所測量到的加速度和角速度積分來做航位推算(dead-reckoning)，也就得到載體的位置、速度和旋轉角度，但由於慣性量測裝置的訊號會受到 bias 和雜訊的影響，造成在積分的過程中誤差不斷地累積，最終導致所得的軌跡是相當不可靠的，為了解決這個問題，一些慣性導航系統會使用 GPS 的訊號來週期性地修正慣性量測裝置，也就是做慣性量測裝置與 GPS 的感測器融合，但這個方式必須仰賴 GPS 訊號的存在，在室內、隧道、地底、外太空等沒有 GPS 訊號的環境下，這個方式是不可行的，而且 GPS 訊號的好壞會受到周圍環境的影響，像是在建築物旁會有 multipath 的問題，另外高精準度的 GPS 價格是相當昂貴的。

而另一個用來修正慣性量測裝置的選擇是使用攝影機，攝影機的優點在於它的價格較低、可提供豐富的二維量測資訊、體積小也易於安裝，攝影機利用追蹤在影像序列間的特徵點可用來計算攝影機的移動軌跡[12]，而進一步的是，攝影機和慣性量測裝置是互補的感測器[21]，攝影機在較慢的運動時，量測資訊的不確定性較低，慣性量測裝置則在較快的運動時，量測資訊的不確定性較低，不僅如此，慣性量測裝置可以提供一般單一攝影機會缺乏的地圖尺度，經過以上的考量，在本論文中考慮的是單一攝影機與慣性量測裝置的感測器融合。

這兩種感測器的融合是相當熱門的研究，它可以提供許多的應用，像是：地圖尺度估測[1][23]-[25]、影像解模糊[2]、輔助影像特徵點的追蹤[3][4]、地平面偵測[5]、移動軌跡估測[19][31]-[34][36]-[38][40][41][45]等等，而在這一、兩年間，這個領域開始著手

解決初始條件的問題[6]-[10]。

而本論文的主要目的為估測移動軌跡，因此提出一套結合單一攝影機與慣性量測裝置的測程器架構，由於是以三張影像中存在的攝影機幾何限制作為攝影機所提供的量測資訊，使得本論文的方法可以不需要估測特徵點在空間中的位置，也就是不需要進行重建環境的演算，同時我們將三張影像分別對應到的攝影機姿態在濾波器中修正，形成一個多個狀態限制的 Kalman filter，因此是一個在計算量與精確度間取得平衡 sliding-window 式測程法，最後為了有效地排除比對錯誤或是落於移動物體上的特徵點，我們以基於三視角幾何的 RANSAC 演算法來挑選 inlier。

1.2 論文貢獻

本論文的貢獻如下：

1. 提出一套結合單一攝影機與慣性感測資訊的測程器架構
2. 以三視角幾何避免一般視覺式測程法或同時定位與地圖建立的方法中需要估測特徵點在空間中的位置，也就是不需進行環境的重建，並且是以多個狀態限制卡爾曼濾波器觀念設計的滑動視窗式測程法
3. 以基於三視角幾何的隨機抽樣一致演算法排除比對錯誤或是落於移動物體上的特徵點，使得整體演算法在動態環境下仍有可靠的結果
4. 實現整合單一攝影機、慣性量測模組與 GPS 的硬體設備
5. 以真實環境下的資料實現提出之視覺輔助慣性測程演算法並探討其結果

1.3 論文架構

本論文主要涵蓋三個部份，分別為演算法介紹、軟硬體架構以及整體演算法的實驗結果驗證，以下簡略描述其大致內容：

- 第一部份：

第二章：介紹常用的旋轉表示法，並敘述所使用的攝影機成像模型以及影像在不同視角間存在的攝影機幾何限制(epipolar geometry 和 trifocal tensor)。

第三章：介紹慣性量測裝置的運動學方程式、攝影機的校正、攝影機與慣性量測裝置間的校正、感測器融合的架構以及 visual odometry 與 visual SLAM，接著利用攝影機幾何限制，本論文提出一個不需重建環境的視覺輔助慣性測程器，並以基於三視角幾何的 RANSAC 排除比對錯誤或是落於移動物體上的特徵點。

- 第二部份：

第四章：介紹實驗用的攝影機、慣性量測裝置和 GPS 硬體設備，以及本論文所實作的整合模組。

- 第三部份：

第五章：提出校正與視覺輔助慣性測程器於真實環境下的實驗結果，並討論其結果。

第六章：總結本論文的研究成果以及未來展望。

第二章 攝影機成像與幾何限制

2.1 旋轉矩陣

由於本論文主要在探討剛體(rigid body)在空間中的運動軌跡，所謂的軌跡包含剛體的旋轉與位移，而旋轉牽涉到不同的表示方法，因此以下將簡介常用來表示旋轉的 euler angle 和 quaternion 方法。

2.1.1 Euler angle

在表示旋轉的方式中，euler angle 是最簡單同時也最直觀的方法，它將在三維空間上的旋轉以分別對三個軸的旋轉角度來表示，像是沿著 x 軸旋轉 ψ 角度的旋轉矩陣為：

$$\mathbf{R}_x(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

沿著 y 軸旋轉 θ 角度的旋轉矩陣為：

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

沿著 z 軸旋轉 ϕ 角度的旋轉矩陣為：

$$\mathbf{R}_z(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

藉由組合 $\mathbf{R}_x(\psi)$ 、 $\mathbf{R}_y(\theta)$ 和 $\mathbf{R}_z(\phi)$ 可以旋轉到空間中的任意角度，但因為矩陣的相乘並不具有交換性，因此先旋轉哪一軸對於最後的結果會有所差異，常見的是先旋轉 x 軸，再旋轉 y 軸，最後旋轉 z 軸，因此所得的旋轉矩陣為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{R} &= \mathbf{R}_z(\phi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_x(\psi) \\
&= \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi \\ \cos\theta\sin\phi & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi \\ -\sin\theta & \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.4)
\end{aligned}$$

而 euler angle 的最大問題是在於它會有 singular 的情形，導致旋轉角度無法從旋轉矩陣中得到唯一解。

2.1.2 Quaternion

Quaternion 是另一種常用來表示旋轉的方式，相較於 euler angle 在計算上會面臨到 cos 和 sin 函數的計算，quaternion 只牽涉到代數的相乘與相加，而 quaternion 並不會有 singular 的情形，它的概念是將旋轉以一個旋轉軸和旋轉角度表示，其基本定義如下：

$$\begin{aligned}
Q &= a + bi + cj + dk \\
i^2 &= -1 \quad j^2 = -1 \quad k^2 = -1
\end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 $\{a, b, c, d\}$ 為實數，若是 unit quaternion 的話，必須滿足 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ ，接著利用右手法則定義 $\{i, j, k\}$ 的關係如下：

$$\begin{aligned}
ij &= -ji = k \\
jk &= -kj = i \\
ki &= -ik = j
\end{aligned} \quad (2.6)$$

為了表示上的方便，將 Q 的虛部 $(bi + cj + dk)$ 以向量的形式描述：

$$\bar{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} a \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

若是給定一單位長度的旋轉軸 \mathbf{u} 與對該軸的旋轉角度 θ ，利用 quaternion 可表示為[11]：

$$\bar{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ \mathbf{u} \sin\frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

而在 unit quaternion 的假設下，將向量 \mathbf{x} 旋轉到向量 \mathbf{x}' 可用下列的 quaternion rotation operator 表示：

$$\bar{\mathbf{x}}' = \bar{\mathbf{q}} \otimes \bar{\mathbf{x}} \otimes \bar{\mathbf{q}}^* \quad \mathbf{x}' = R(\bar{\mathbf{q}})\mathbf{x} \quad (2.9)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}} = [0 \quad \mathbf{x}]^T$ ； $\bar{\mathbf{q}}^*$ 為 conjugated quaternion； \otimes 為 quaternion product， $\bar{\mathbf{q}}^*$ 和 \otimes 的定義如下：

$$\bar{\mathbf{q}}^* = \begin{bmatrix} a \\ -\mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}}_1 &= a_1 + b_1i + c_1j + d_1k \\ \bar{\mathbf{q}}_2 &= a_2 + b_2i + c_2j + d_2k \\ \bar{\mathbf{q}}_1 \otimes \bar{\mathbf{q}}_2 &= (a_1 + b_1i + c_1j + d_1k)(a_2 + b_2i + c_2j + d_2k) \\ &= \begin{bmatrix} a_1a_2 - b_1b_2 - c_1c_2 - d_1d_2 \\ a_1b_2 + b_1a_2 + c_1d_2 - d_1c_2 \\ a_1c_2 - b_1d_2 + c_1a_2 + d_1b_2 \\ a_1d_2 + b_1c_2 - c_1b_2 + d_1a_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

利用(2.10)式和(2.11)式重新整理(2.9)式，可得 $R(\bar{\mathbf{q}})$ 為：

$$\begin{aligned} R(\bar{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cb - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2(a^2 + b^2) - 1 & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & 2(a^2 + c^2) - 1 & 2(cb - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & 2(a^2 + d^2) - 1 \end{bmatrix} \\ &= (2a^2 - 1)\mathbf{I}_3 + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T + 2a[\mathbf{q} \times] \end{aligned} \quad (2.12)$$

其中，

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}\mathbf{q}^T = \begin{bmatrix} b^2 & bc & bd \\ bc & c^2 & cd \\ bd & cd & d^2 \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{q} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -d & c \\ d & 0 & -b \\ -c & b & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$[\mathbf{q} \times]$ 為 skew-symmetric matrix，可代表矩陣的外積。

2.2 攝影機成像

本論文採用在電腦視覺領域中廣泛被使用的針孔攝影機模型(pinhole camera model) [12]，其成像原理是將三維空間座標依照透視投影法(perspective projective)投影至二維平面上，如 Fig. 2-1 所示。在二維平面的座標定義中是以焦距面 $Z = f$ 作為其平面，並且以攝影機的投影中心作為其原點。

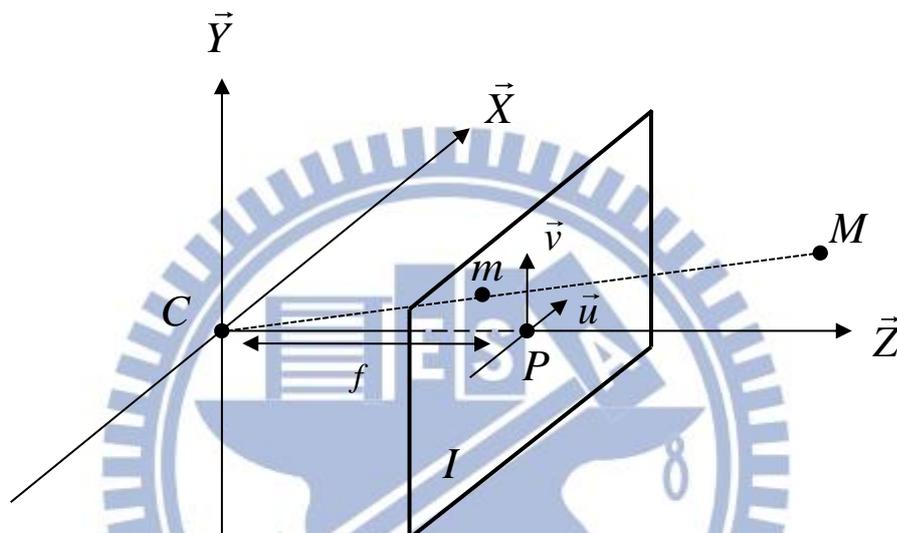


Fig. 2-1 針孔攝影機模型成像示意圖

圖中 C 為攝影機的焦點(focal point)、 P 為主點(principal point)、 I 為影像平面、 f 為焦距 (focal length)，在透視投影法下，三維空間座標 $M = [X \ Y \ Z]^T$ 投影至影像平面 $Z = f$ 上，依照相似三角形關係可得：

$$\mathbf{m} = [u \ v]^T = \left[f \frac{X}{Z} \quad f \frac{Y}{Z} \right]^T \quad (2.14)$$

依照 homogeneous coordinate 定義，可將(2.14)式表示為以下關係：

$$\tilde{\mathbf{m}} = s \begin{bmatrix} \mathbf{m} \\ 1 \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{M}} \quad (2.15)$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = [X \ Y \ Z \ 1]^T = [\mathbf{M}^T \ 1]^T \quad (2.16)$$

考慮實際影像平面的主點與攝影機的焦點並不重合，如 Fig. 2-2，因此：

$$\mathbf{m} = [u \quad v]^T = \left[f \frac{X}{Z} + u_0 \quad f \frac{Y}{Z} + v_0 \right]^T \quad (2.17)$$

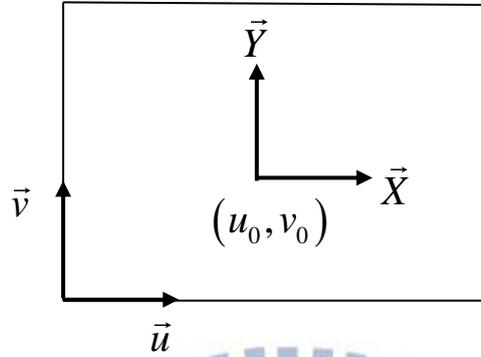


Fig. 2-2 影像平面座標系與攝影機成像座標系關係

利用(2.17)式，可將(2.15)式改寫為：

$$\tilde{\mathbf{m}} = s \begin{bmatrix} \mathbf{m} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fX + Zu_0 \\ fY + Zv_0 \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{M}} \quad (2.18)$$

定義攝影機內部參數矩陣(Intrinsic Parameter Matrix) \mathbf{K} 並以 \mathbf{K} 表示投影矩陣 \mathbf{P} 如下：

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

若考慮到成像像素的歪斜參數 γ 與焦距在 X 和 Y 軸有不同長度 f_x 和 f_y 的影響，可將內

部參數矩陣以更廣義的方式表示：

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

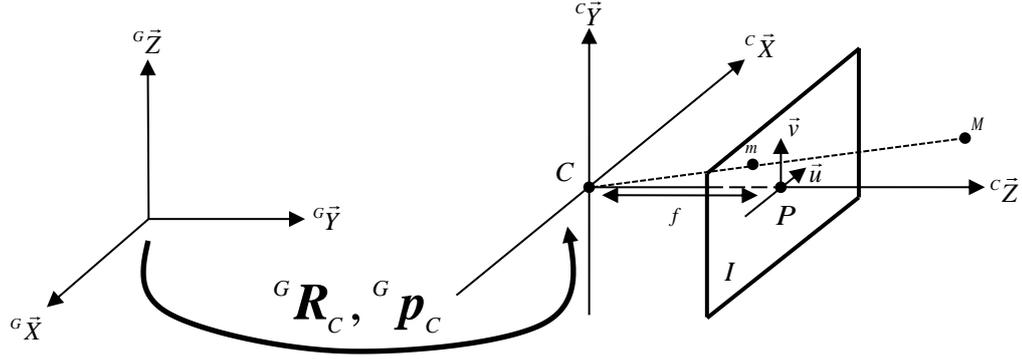


Fig. 2-3 世界座標系與攝影機座標系的空間轉換關係示意圖

然而在實際狀況下，世界座標系並不一定會定義在攝影機座標系上，使得兩座標系的參考原點並不相同，如 Fig. 2-3，因此必須考慮兩者間的空間轉換關係：

$$\tilde{m} = P\tilde{M} = K \begin{bmatrix} I & \theta \end{bmatrix} {}^C\tilde{M} \quad (2.21)$$

$${}^C\tilde{M} = \begin{bmatrix} {}^C R_G & {}^C p_G \\ 0 & 1 \end{bmatrix} {}^G\tilde{M} = \begin{bmatrix} {}^G R_C^T & -{}^G R_C^T {}^G p_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} {}^G\tilde{M} \quad (2.22)$$

其中 ${}^C R_G$ 為 3×3 旋轉矩陣，表示將世界座標系旋轉至攝影機座標系； ${}^C p_G$ 表示世界座標系的參考原點在攝影機座標系上的位置。 ${}^C R_G$ 與 ${}^C p_G$ 定義了攝影機與世界座標的空間關係，一般而言，此兩參數稱為攝影機的外部參數(extrinsic parameters)，以外部參數可改寫(2.19)式的投影矩陣 P 為：

$$\begin{aligned} \tilde{m} = P\tilde{M} &= K \begin{bmatrix} I & \theta \end{bmatrix} {}^C\tilde{M} = K \begin{bmatrix} I & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^C R_G & {}^C p_G \\ 0 & 1 \end{bmatrix} {}^G\tilde{M} \\ &= K \begin{bmatrix} {}^C R_G & | & {}^C p_G \end{bmatrix} {}^G\tilde{M} \end{aligned} \quad (2.23)$$

經過以上討論，(2.23)式代表攝影機在針孔成像模型假設下的一般投影關係式。

2.3 Epipolar geometry

在由兩個不同位置的攝影機(stereo camera)或是同一個攝影機在兩個不同位置所拍攝的兩張影像間存在著一種 epipolar geometry 的幾何限制關係，如 Fig. 2-4，在電腦視覺領域中，經常利用這種限制來加快特徵點的搜尋時間[12]。

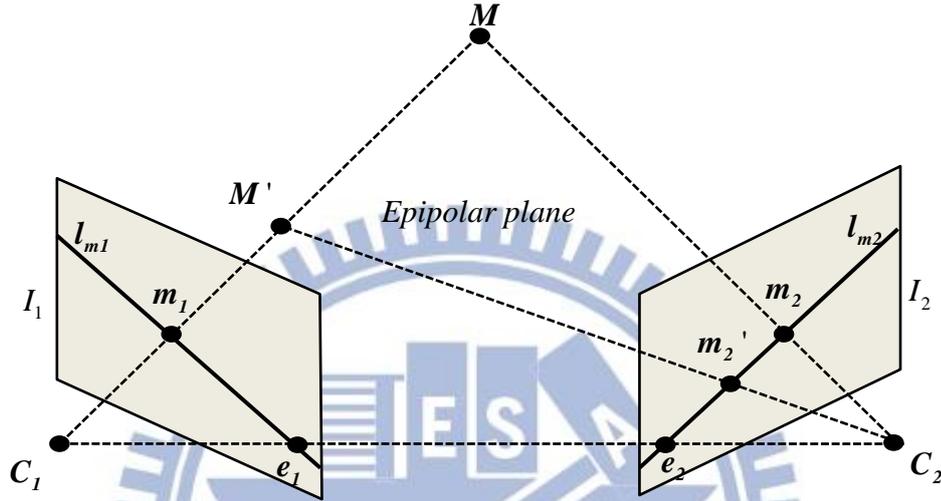


Fig. 2-4 epipolar geometry 示意圖

圖中 I_1 和 I_2 分別為攝影機在 C_1 和 C_2 兩個不同位置下的影像平面， m_1 和 m_2 則分別為三維空間座標 M 投影到 I_1 和 I_2 影像平面的像素位置，接著假設線段 $\overline{C_1M}$ 上有任意一點 M' ， M' 投影到 I_2 影像平面的像素位置為 m_2' ，由於 l_{m2} 是線段 $\overline{C_1M}$ 的投影結果，使得 m_2' 必定會落在 l_{m2} 上，而這種必定的限制關係就稱為 epipolar geometry，反之， l_{m1} 也是同樣的道理，因此 l_{m1} 和 l_{m2} 被稱為 epipolar line，而線段 $\overline{C_1C_2}$ 與 I_1 和 I_2 影像平面分別相交於 e_1 和 e_2 ， e_1 和 e_2 稱為 epipole，其代表的意思是 I_1 和 I_2 影像平面上的 epipolar line 必定通過它。Epipolar geometry 的數學關係式可以由向量 $\overline{C_1C_2}$ 、 $\overline{C_1M}$ 和 $\overline{C_2M}$ 所形成的 epipolar plane 開始推導：

$$\overline{C_2M} \cdot (\overline{C_1C_2} \times \overline{C_1M}) = 0 \quad (2.24)$$

假設世界座標系定義在攝影機 C_1 上，而攝影機 C_1 和 C_2 間存在著一個旋轉矩陣 R 與位移向量 t 的關係， R 與 t 是攝影機 C_2 相對於攝影機 C_1 的座標轉換，同時假設攝影機經過校正，並且以攝影機內部參數矩陣將像素位置做 normalized，令 $\tilde{m}_1 = [u_1 \quad v_1 \quad 1]^T$ ，

$\tilde{m}_2 = [u_2 \quad v_2 \quad 1]^T$ ，則：

$$\begin{aligned}\overline{C_1 C_2} &= t \\ \overline{C_1 M} &= \tilde{m}_1 \\ \overline{C_2 M} &= M - C_2 = R\tilde{m}_2 + t - t = R\tilde{m}_2\end{aligned}\quad (2.25)$$

利用上述關係式，改寫(2.24)式如下：

$$\overline{C_2 M} \cdot (\overline{C_1 C_2} \times \overline{C_1 M}) = (R\tilde{m}_2)^T (t \times \tilde{m}_1) = \tilde{m}_2^T R^T (t \times \tilde{m}_1) = 0 \quad (2.26)$$

矩陣的外積可以表示成 skew-symmetric matrix 的形式：

$$[t \times] = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

利用(2.27)式可改寫(2.26)式為：

$$\tilde{m}_2^T R^T [t \times] \tilde{m}_1 = \tilde{m}_2^T E \tilde{m}_1 = 0 \quad (2.28)$$

其中 $E = R^T [t \times]$ 稱為必要矩陣(essential matrix)。由於(2.28)式是在假設像素位置已做 normalized 的前提下所推導的結果，若是假設像素位置未做 normalized，也就是必須考慮攝影機的內部參數矩陣 K ，則：

$$\begin{aligned}\tilde{m}_1 &= K^{-1} m_1 \\ \tilde{m}_2 &= K^{-1} m_2\end{aligned}\quad (2.29)$$

將(2.29)式代入(2.28)式：

$$\tilde{m}_2^T E \tilde{m}_1 = m_2^T K^{-T} E K^{-1} m_1 = m_2^T F m_1 = 0 \quad (2.30)$$

其中 $F = K^{-T} E K^{-1} = K^{-T} R^T [t \times] K^{-1}$ 稱為基礎矩陣(Fundamental matrix)，而 $F m_1$ 為 epipolar line，因此(2.30)式代表的意思即為 m_2 會落在 epipolar line 上。

2.4 Trifocal tensor

Trifocal tensor 是一種在三張影像間存在的幾何限制關係，它所代表的意義類似於在兩張影像間存在的 epipolar geometry，但 trifocal tensor 與 epipolar geometry 不同的地方在於，兩張影像的 epipolar geometry 只能限制第一張影像的特徵點會落在第二張影像的某一條線上，而三張影像的 trifocal tensor 則可以在不知特徵點三維空間座標的情形下限制特徵點在第三張影像上的像素位置，因此本論文利用此特性發展一套不需重建環境的視覺測程器。Trifocal tensor 的數學式可由三維空間上的線段在三個不同攝影機位置上的投影開始推導[12]，如 Fig. 2-5：

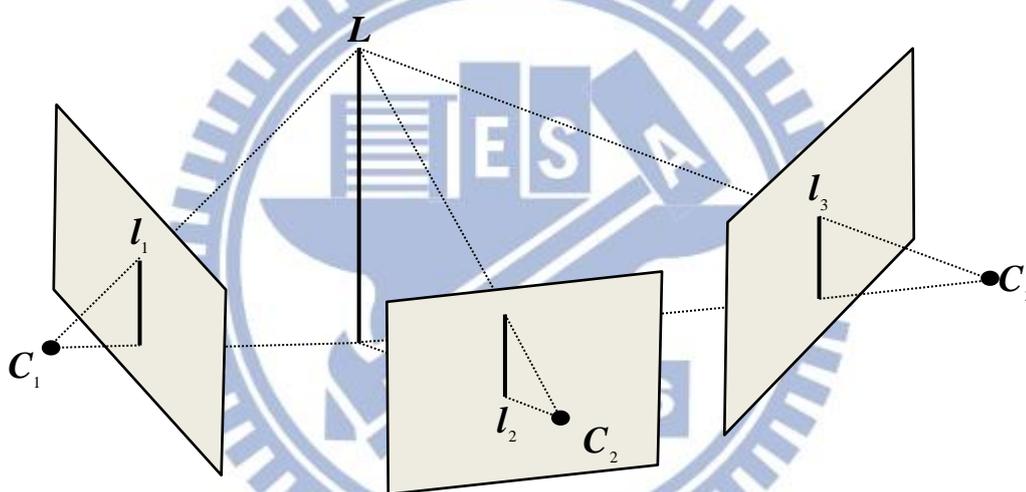


Fig. 2-5 三張影像間 line-line-line 的對應關係[12]

圖中 L 為三維空間上的線段； l_1 、 l_2 和 l_3 分別為線段 L 在攝影機位置 C_1 、 C_2 和 C_3 上的投影。假設攝影機經過校正，則攝影機在 C_1 、 C_2 和 C_3 位置的投影矩陣各別為

$P_1 = [I | \mathbf{0}]$ 、 $P_2 = [A | \mathbf{a}_4]$ 和 $P_3 = [B | \mathbf{b}_4]$ ，其中 A 和 B 為 3×3 大小的矩陣，而 \mathbf{a}_i 和 \mathbf{b}_i 分別表示為 P_2 和 P_3 矩陣的第 i 個 column vector。

令 X 為線段 L 上的任意點，將 X 投影在攝影機畫面上，則 l_1 、 l_2 和 l_3 與投影點的內積為零，如下：

$$\begin{aligned} l_1^T P_1 X &= 0 \\ l_2^T P_2 X &= 0 \\ l_3^T P_3 X &= 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

定義 M 為：

$$\begin{aligned} M &= [P_1^T l_1 \quad P_2^T l_2 \quad P_3^T l_3] \\ &= \begin{bmatrix} l_1 & A^T l_2 & B^T l_3 \\ 0 & a_4^T l_2 & b_4^T l_3 \end{bmatrix} \\ &= [m_1 \quad m_2 \quad m_3] \end{aligned} \quad (2.32)$$

其中 M 為 4×3 大小的矩陣。利用(2.32)式改寫(2.31)式可得：

$$M^T X = 0 \quad (2.33)$$

線段 L 上的任意點 X 可以用兩個線性獨立的 X_1 、 X_2 向量來線性組合：

$$X = \alpha X_1 + \beta X_2 \quad (2.34)$$

將(2.34)式代入(2.33)式可得：

$$M^T X_1 = 0 \quad M^T X_2 = 0 \quad (2.35)$$

因此 M^T 的 null space 大小為 2，而根據 rank-nullity theorem， M 的 rank 大小為 2，所以

M 的某一個 column vector 必定可以由另外兩個 column vector 線性組合來得到，利用這

個關係假設 $m_1 = \alpha m_2 + \beta m_3$ ，觀察 M 的第 4 個 row vector 可得：

$$\alpha = b_4^T l_3 \quad \beta = -a_4^T l_2 \quad (2.36)$$

將(2.36)式和 $m_1 = \alpha m_2 + \beta m_3$ 的關係代入 M 的前 3 個 row vector 可得：

$$\begin{aligned} l_1 &= (b_4^T l_3) A^T l_2 - (a_4^T l_2) B^T l_3 \\ &= (l_3^T b_4) A^T l_2 - (l_2^T a_4) B^T l_3 \end{aligned} \quad (2.37)$$

則 l_1 的第 i 個分量可以表示為：

$$\begin{aligned}
 l_{1i} &= l_3^T (b_4 a_i^T) l_2 - l_2^T (a_4 b_i^T) l_3 \\
 &= l_2^T (b_4 a_i^T) l_3 - l_2^T (a_4 b_i^T) l_3 \\
 &= l_2^T (b_4 a_i^T - a_4 b_i^T) l_3 \\
 &= l_2^T T_i l_3
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

其中 $T_i = b_4 a_i^T - a_4 b_i^T$ ，因此 l_1 為：

$$\begin{aligned}
 l_1^T &= [l_2^T T_1 \quad l_2^T T_2 \quad l_2^T T_3] l_3 \\
 &= l_2^T [T_1 \quad T_2 \quad T_3] l_3
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

其中 $[T_1 \quad T_2 \quad T_3]$ 即是 trifocal tensor 的表示法。上述(2.39)式所考慮的是三張影像間 line-line-line 的對應關係，而仍有 point-line-line、point-line-point 和 point-point-point 的關係，分別如 Fig. 2-6、Fig. 2-7 和 Fig. 2-8 所示。以下將先考慮 point-line-line 的對應關係，如 Fig. 2-6 所示，假設有一點 x_1 落在先前 Fig. 2-5 的 l_1 上，則：

$$x_1^T l_1 = \sum_i x_{1i} l_{1i} = 0 \tag{2.40}$$

將(2.38)式代入(2.40)式可得：

$$\sum_i x_{1i} l_{1i} = \sum_i x_{1i} l_2^T T_i l_3 = l_2^T \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) l_3 = 0 \tag{2.41}$$

(2.41)式即為三張影像間 point-line-line 的對應關係。接著考慮 point-line-point 的關係，如 Fig. 2-7 所示，假設 x_1 和 x_3 分別落在先前 Fig. 2-5 的 l_1 和 l_3 上，則：

$$x_1^T l_1 = x_3^T l_3 = 0 \tag{2.42}$$

由於 x_1 和 x_3 存在著一個 homography matrix H 的關係：

$$x_3 = Hx_1 \tag{2.43}$$

將(2.43)式代入(2.42)式可得：

$$x_1^T l_1 = (Hx_1)^T l_3 = x_1^T H^T l_3 = 0 \tag{2.44}$$

因此可得 $l_1 = H^T l_3$ 的關係，而 H^T 可由(2.38)式來得到：

$$H^T = \begin{bmatrix} l_2^T T_1 \\ l_2^T T_2 \\ l_2^T T_3 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

則 H 為：

$$H = [T_1^T l_2 \quad T_2^T l_2 \quad T_3^T l_2] \quad (2.46)$$

再將(2.46)式代入(2.43)式可得三張影像間 point-line-point 的對應關係，如下：

$$x_3 = Hx_1 = [T_1^T l_2 \quad T_2^T l_2 \quad T_3^T l_2] x_1 = \left(\sum_i x_{1i} T_i^T \right) l_2 \quad (2.47)$$

最後考慮 point-point-point 的關係，如 Fig. 2-8 所示，假設有 x_2 和任意一點 y_2 落在(2.47)式中的 l_2 上，則 l_2 可表示為：

$$l_2 = x_2 \times y_2 = [x_2 \times] y_2 \quad (2.48)$$

而利用向量本身的外積為零向量的特性可得：

$$(x_3 \times x_3)^T = ([x_3 \times] x_3)^T = x_3^T [x_3 \times] = \mathbf{0}_{1 \times 3} \quad (2.49)$$

將(2.47)式代入(2.49)式：

$$x_3^T [x_3 \times] = \left[\left(\sum_i x_{1i} T_i^T \right) l_2 \right]^T [x_3 \times] = l_2^T \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) [x_3 \times] = \mathbf{0}_{1 \times 3} \quad (2.50)$$

將(2.48)式代入(2.50)式：

$$([x_2 \times] y_2)^T \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) [x_3 \times] = y_2^T [x_2 \times] \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) [x_3 \times] = \mathbf{0}_{1 \times 3} \quad (2.51)$$

由於 y_2 是 l_2 上的任意一點，而 l_2 是任意一條通過 x_2 的線，因此(2.51)式和 y_2 無關，則：

$$[x_2 \times] \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) [x_3 \times] = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (2.52)$$

以下總結 trifocal tensor 在三張影像間不同的對應關係：

- Line-line-line :

$$l_1^T = l_2^T [T_1 \quad T_2 \quad T_3] l_3 \quad (2.53)$$

- Point-line-line :

$$l_2^T \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) l_3 = 0 \quad (2.54)$$

- Point-line-point :

$$x_3 = \left(\sum_i x_{1i} T_i^T \right) l_2 \quad (2.55)$$

- Point-point-point :

$$[x_2 \times] \left(\sum_i x_{1i} T_i \right) [x_3 \times] = 0_{3 \times 3} \quad (2.56)$$

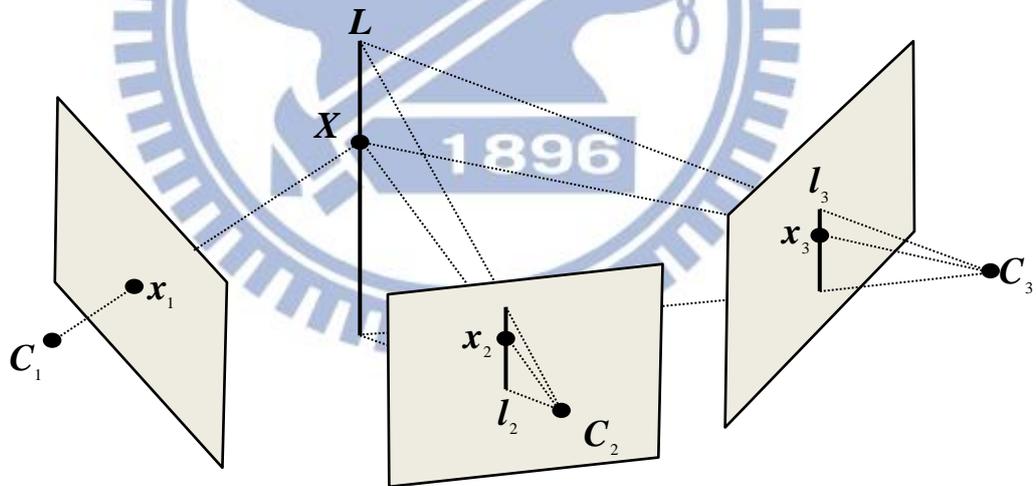


Fig. 2-6 三張影像間 point-line-line 的對應關係[12]

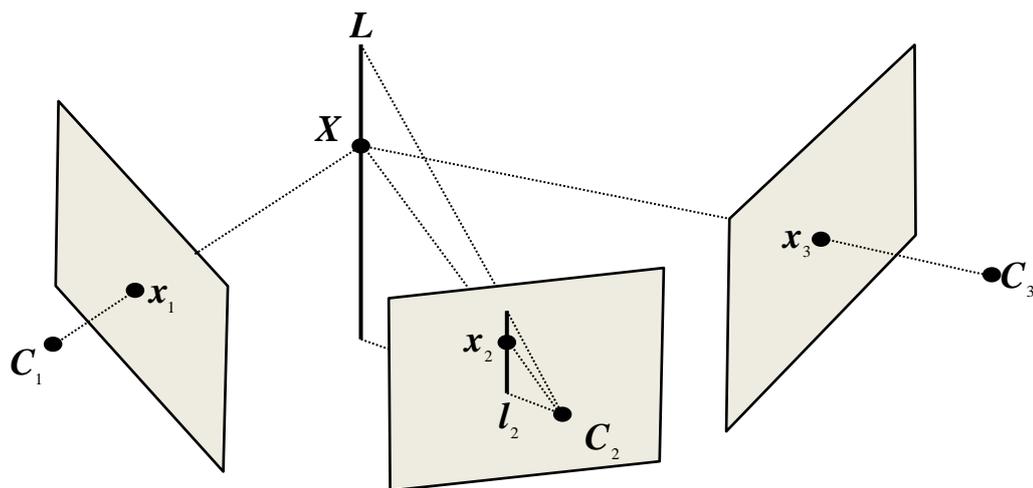


Fig. 2-7 三張影像間 point-line-point 的對應關係[12]

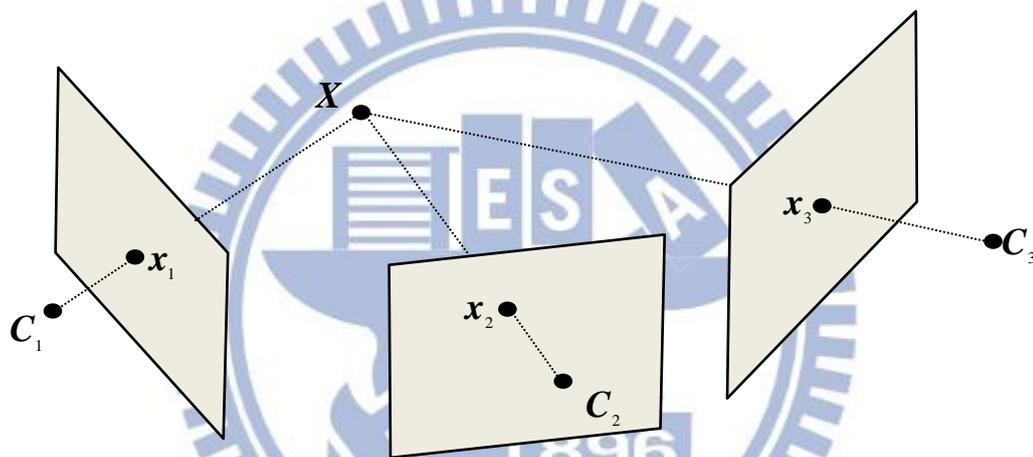


Fig. 2-8 三張影像間 point-point-point 的對應關係[12]

第三章 攝影機與慣性量測裝置的感測器融合

3.1 慣性量測裝置的運動學方程式

由於本論文是利用慣性量測裝置中的加速規與陀螺儀的量測資訊來做航位推算 (dead-reckoning)，因此必須對加速規與陀螺儀的量測資訊建立模型，並描述它的運動學方程式(kinematic)，首先令加速規與陀螺儀的量測資訊分別為 \mathbf{a}_m 和 $\boldsymbol{\omega}_m$ ，如下：

$$\mathbf{a}_m = R^T \left({}^G \bar{\mathbf{q}}_l \right) \left({}^G \mathbf{a} + {}^G \mathbf{g} \right) + \mathbf{b}_a + \mathbf{n}_a \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\omega}_m = {}^I \boldsymbol{\omega} + \mathbf{b}_g + \mathbf{n}_g \quad (3.2)$$

其中 ${}^G \bar{\mathbf{q}}_l$ 為慣性量測裝置在世界座標系下的旋轉角度的 quaternion 表示法， $R \left({}^G \bar{\mathbf{q}}_l \right)$ 為其旋轉矩陣； ${}^G \mathbf{a}$ 為線性加速度； ${}^G \mathbf{g}$ 為重力方向； \mathbf{b}_a 和 \mathbf{b}_g 分別為加速規和陀螺儀的 bias； ${}^I \boldsymbol{\omega}$ 為角速度； \mathbf{n}_a 和 \mathbf{n}_g 分別為加速規和陀螺儀的量測雜訊，並假設雜訊的分布為平均值為零的 Gaussian distribution。而用來描述慣性量測裝置的狀態，一般會包含它在世界座標系上的位置、旋轉角度、速度以及本身的 bias，令 \mathbf{x} 為其狀態，如下：

$$\mathbf{x} = \left[{}^G \mathbf{p}_l^T \quad {}^G \bar{\mathbf{q}}_l^T \quad {}^G \mathbf{v}_l^T \quad \mathbf{b}_a^T \quad \mathbf{b}_g^T \right]^T \quad (3.3)$$

假設慣性量測裝置的 bias 是 random walk process，並由平均值為零 Gaussian distribution 的雜訊 \mathbf{n}_{ba} 和 \mathbf{n}_{bg} 所驅使，則根據力學方程式可得其動態模型如下：

$${}^G \dot{\mathbf{p}}_l = {}^G \mathbf{v}_l \quad (3.4)$$

$${}^G \dot{\bar{\mathbf{q}}}_l = \frac{1}{2} \Omega \left({}^I \boldsymbol{\omega} \right) {}^G \bar{\mathbf{q}}_l = \frac{1}{2} {}^G \bar{\mathbf{q}}_l \otimes {}^I \bar{\boldsymbol{\omega}} \quad (3.5)$$

$${}^G \dot{\mathbf{v}}_l = {}^G \mathbf{a} \quad (3.6)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{n}_{ba} \quad (3.7)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{n}_{bg} \quad (3.8)$$

其中，

$$\Omega({}^I\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -{}^I\boldsymbol{\omega}^T \\ {}^I\boldsymbol{\omega} & -[{}^I\boldsymbol{\omega} \times] \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$${}^I\bar{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 \\ {}^I\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

(3.4)式至(3.8)式可稱為慣性量測裝置的 true state kinematic，由於在本論文中，慣性量測裝置的狀態會作為濾波器的狀態，為了最小化濾波器的狀態維度以及線性化的需求[13][14]，將 true state 以大訊號的 nominal state 和小訊號的 error state 表示，如下：

$${}^G\mathbf{p}_I = {}^G\hat{\mathbf{p}}_I + {}^G\tilde{\mathbf{p}}_I \quad (3.11)$$

$${}^G\bar{\mathbf{q}}_I = {}^G\hat{\mathbf{q}}_I \otimes \delta\bar{\mathbf{q}} \quad (3.12)$$

$${}^G\mathbf{v}_I = {}^G\hat{\mathbf{v}}_I + {}^G\tilde{\mathbf{v}}_I \quad (3.13)$$

$$\mathbf{b}_a = \hat{\mathbf{b}}_a + \tilde{\mathbf{b}}_a \quad (3.14)$$

$$\mathbf{b}_g = \hat{\mathbf{b}}_g + \tilde{\mathbf{b}}_g \quad (3.15)$$

其中，

$$\delta\bar{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} {}^G\delta\boldsymbol{\theta}_I \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

而 ${}^G\hat{\mathbf{p}}_I$ 、 ${}^G\hat{\mathbf{q}}_I$ 、 ${}^G\hat{\mathbf{v}}_I$ 、 $\hat{\mathbf{b}}_a$ 和 $\hat{\mathbf{b}}_g$ 稱為 nominal state； ${}^G\tilde{\mathbf{p}}_I$ 、 ${}^G\delta\boldsymbol{\theta}_I$ 、 ${}^G\tilde{\mathbf{v}}_I$ 、 $\tilde{\mathbf{b}}_a$ 和 $\tilde{\mathbf{b}}_g$ 稱為 error state。

3.1.1 Nominal state kinematic

由於雜訊 n_a 、 n_g 、 n_{ba} 和 n_{bg} 的平均值皆假設為零，因此將 true state kinematic 取期望值即可移除雜訊的影響，並得到 nominal state kinematic，如下：

$${}^G \dot{\hat{\mathbf{p}}}_I = {}^G \hat{\mathbf{v}}_I \quad (3.17)$$

$${}^G \dot{\hat{\mathbf{q}}}_I = \frac{1}{2} \Omega(\hat{\boldsymbol{\omega}}) {}^G \hat{\mathbf{q}}_I = \frac{1}{2} {}^G \hat{\mathbf{q}}_I \otimes \hat{\boldsymbol{\omega}} \quad (3.18)$$

$${}^G \dot{\hat{\mathbf{v}}}_I = R({}^G \hat{\mathbf{q}}_I) \hat{\mathbf{a}} - {}^G \mathbf{g} \quad (3.19)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{b}}}_a = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (3.20)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{b}}}_g = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (3.21)$$

其中，

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}_m - \hat{\mathbf{b}}_a \quad (3.22)$$

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}_m - \hat{\mathbf{b}}_g \quad (3.23)$$

3.1.2 Error state kinematic

完整的 error state kinematic 如下：

$${}^G \dot{\tilde{\mathbf{p}}}_I = {}^G \tilde{\mathbf{v}}_I \quad (3.24)$$

$${}^G \delta \dot{\boldsymbol{\theta}}_I = -[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] {}^G \delta \boldsymbol{\theta}_I - \tilde{\mathbf{b}}_g - \mathbf{n}_g \quad (3.25)$$

$${}^G \dot{\tilde{\mathbf{v}}}_I = -R({}^G \hat{\mathbf{q}}_I) [\hat{\mathbf{a}} \times] {}^G \delta \boldsymbol{\theta}_I - R({}^G \hat{\mathbf{q}}_I) \tilde{\mathbf{b}}_a - R({}^G \hat{\mathbf{q}}_I) \mathbf{n}_a \quad (3.26)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{b}}}_a = \mathbf{n}_{ba} \quad (3.27)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{b}}}_g = \mathbf{n}_{bg} \quad (3.28)$$

(3.24)式、(3.27)式和(3.28)式可由 true state kinematic 減去 nominal state kinematic 得到，而(3.25)式和(3.26)式需要額外的推導，以下將先推導(3.25)式，也就是角度的 error state kinematic，首先令角速度的 error $\delta\omega$ 為：

$$\delta\omega = -\tilde{\mathbf{b}}_g - \mathbf{n}_g \quad (3.29)$$

則角速度的 true state ${}^I\omega$ 可表示為：

$${}^I\omega = \hat{\omega} + \delta\omega \quad (3.30)$$

將(3.12)式代入(3.5)式可得：

$${}^G\dot{\hat{\mathbf{q}}}_I = \left({}^G\hat{\mathbf{q}}_I \otimes \dot{\delta\bar{\mathbf{q}}} \right) = {}^G\dot{\hat{\mathbf{q}}}_I \otimes \delta\bar{\mathbf{q}} + {}^G\hat{\mathbf{q}}_I \otimes \delta\dot{\bar{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2} {}^G\bar{\mathbf{q}}_I \otimes {}^I\bar{\omega} \quad (3.31)$$

$${}^G\hat{\mathbf{q}}_I \otimes \delta\dot{\bar{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2} {}^G\bar{\mathbf{q}}_I \otimes {}^I\bar{\omega} - {}^G\dot{\hat{\mathbf{q}}}_I \otimes \delta\bar{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \left({}^G\bar{\mathbf{q}}_I \otimes {}^I\bar{\omega} - {}^G\hat{\mathbf{q}}_I \otimes \hat{\omega} \otimes \delta\bar{\mathbf{q}} \right) \quad (3.32)$$

(3.32)式左右同乘 ${}^G\hat{\mathbf{q}}_I^{-1} \otimes$ 可得：

$$\begin{aligned} \delta\dot{\bar{\mathbf{q}}} &= \frac{1}{2} \left({}^G\hat{\mathbf{q}}_I^{-1} \otimes {}^G\bar{\mathbf{q}}_I \otimes {}^I\bar{\omega} - \hat{\omega} \otimes \delta\bar{\mathbf{q}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\delta\bar{\mathbf{q}} \otimes {}^I\bar{\omega} - \hat{\omega} \otimes \delta\bar{\mathbf{q}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 0 & -{}^I\omega^T \\ {}^I\omega & -[{}^I\omega \times] \end{bmatrix} \delta\bar{\mathbf{q}} - \begin{bmatrix} 0 & -\hat{\omega}^T \\ \hat{\omega} & [\hat{\omega} \times] \end{bmatrix} \delta\bar{\mathbf{q}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -({}^I\omega - \hat{\omega})^T \\ ({}^I\omega - \hat{\omega}) & -[({}^I\omega + \hat{\omega}) \times] \end{bmatrix} \delta\bar{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

將(3.30)式代入(3.33)式可得：

$$\begin{aligned} \delta\dot{\bar{\mathbf{q}}} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\delta\omega^T \\ \delta\omega & -[(2\hat{\omega} + \delta\omega) \times] \end{bmatrix} \delta\bar{\mathbf{q}} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\delta\omega^T \\ \delta\omega & -[(2\hat{\omega} + \delta\omega) \times] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} {}^G\delta\theta_I \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \delta\omega^T {}^G\delta\theta_I \\ \delta\omega - [\hat{\omega} \times] {}^G\delta\theta_I - \frac{1}{2} [\delta\omega \times] {}^G\delta\theta_I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.34)$$

假設 $\delta\omega^T {}^G\delta\theta_l$ 和 $[\delta\omega \times] {}^G\delta\theta_l$ 可以近似為零，而 $\delta\dot{\bar{q}}$ 為：

$$\delta\dot{\bar{q}} = \begin{bmatrix} \dot{1} \\ \frac{1}{2} {}^G\delta\dot{\theta}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} {}^G\delta\dot{\theta}_l \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \delta\omega - [\hat{\omega} \times] {}^G\delta\theta_l \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

則 ${}^G\delta\dot{\theta}_l$ 為：

$${}^G\delta\dot{\theta}_l = -[\hat{\omega} \times] {}^G\delta\theta_l + \delta\omega \quad (3.36)$$

將(3.29)式代入(3.36)式可得角度的 error state kinematic，如(3.25)式。接著推導(3.26)式，也就是速度的 error state kinematic，首先令加速度的 error δa 為：

$$\delta a = -\tilde{b}_a - n_a \quad (3.37)$$

則加速度的 true state a_l 可表示為：

$$a_l = R({}^G\bar{q}_l)(\hat{a} + \delta a) \quad (3.38)$$

將(3.13)式和(3.38)式代入(3.6)式可得：

$${}^G\dot{\hat{v}}_l + {}^G\dot{\hat{v}}_l = R({}^G\bar{q}_l)(\hat{a} + \delta a) - {}^Gg \quad (3.39)$$

將(3.19)式代入(3.39)式可得：

$$R({}^G\hat{q}_l)\hat{a} + {}^G\dot{\hat{v}}_l = R({}^G\bar{q}_l)(\hat{a} + \delta a) \quad (3.40)$$

由於 ${}^G\bar{q}_l = {}^G\hat{q}_l \otimes \delta\bar{q}$ ，假設 ${}^G\delta\theta_l$ 的值很小，則 $R({}^G\bar{q}_l)$ 可以近似為：

$$R({}^G\bar{q}_l) = R({}^G\hat{q}_l) \left(\mathbf{I} + [{}^G\delta\theta_l \times] \right) \quad (3.41)$$

將(3.41)式代入(3.40)式可得：

$$R({}^G\hat{q}_l)\hat{a} + {}^G\dot{\hat{v}}_l = R({}^G\hat{q}_l) \left(\mathbf{I} + [{}^G\delta\theta_l \times] \right) (\hat{a} + \delta a) \quad (3.42)$$

將左右兩邊的 $R({}^G\hat{q}_l)\hat{a}$ 消掉，並假設 $[{}^G\delta\theta_l \times] \delta a$ 可以近似為零，則：

$${}^G\dot{\hat{v}}_l = -R({}^G\hat{q}_l) [\hat{a} \times] {}^G\delta\theta_l + R({}^G\hat{q}_l) \delta a \quad (3.43)$$

將(3.37)式代入(3.43)式可得速度的 error state kinematic，如式(3.26)。

3.2 感測器校正方法

3.2.1 攝影機校正

攝影機的校正採用[15]的方法，其架構主要源自[16]，[15][16]的方法主要概念皆為利用校正板作為空間中已知的座標資訊來達到校正攝影機內部參數的目的，在有校正板的情形下，將世界坐標系的 XY 平面定義在校正板上(如 Fig. 3-1)，因此校正板上的角點投影在攝影機畫面中的位置可用以下關係式描述：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{r}_3 \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{H} = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

\mathbf{H} 為根據一個 scale factor λ 所定義的 3×3 homography matrix，文獻上有許多的方法可以用來估測 \mathbf{H} [16]。

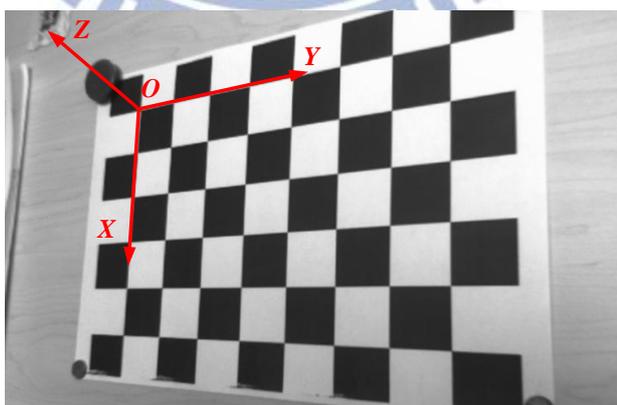


Fig. 3-1 校正板與世界座標系定義

利用任何旋轉矩陣 \mathbf{R} 必定是 orthonormal matrix 的特性，可以得到以下兩條關係式：

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (3.46)$$

$$\mathbf{h}_1 \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^{-T} \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \quad (3.47)$$

(3.46)式為旋轉矩陣的 column vector 彼此互相垂直的性質，(3.47)式為 column vector 長度為 1 的性質。由於(3.46)式和(3.47)式皆存在 $\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ ，因此令 \mathbf{A} 如下：

$$\mathbf{A} = \lambda \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

利用 \mathbf{A} 是 symmetric matrix 的性質，將 \mathbf{A} 以一個 6×1 的 column vector 描述：

$$\mathbf{a} = [A_{11} \quad A_{12} \quad A_{22} \quad A_{13} \quad A_{23} \quad A_{33}]^T \quad (3.49)$$

因此在給定 homography matrix \mathbf{H} 以及(3.46)式和(3.47)式兩個條件下，可以得到以下關係式：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{12})^T \end{bmatrix} \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{v}_{ij} = [h_{1i}h_{1j} \quad h_{1i}h_{2j} + h_{2i}h_{1j} \quad h_{2i}h_{2j} \quad h_{3i}h_{1j} + h_{1i}h_{3j} \quad h_{3i}h_{2j} + h_{2i}h_{3j} \quad h_{3i}h_{3j}]^T \quad (3.51)$$

$h_i = [h_{1i} \quad h_{2i} \quad h_{3i}]^T$ 為 homography matrix \mathbf{H} 的第 i 個 column vector。假設有 n 張影像，將(3.50)式依序堆疊可得：

$$\mathbf{V} \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (3.52)$$

其中，矩陣 \mathbf{V} 維度為 $2n \times 6$ ，在 $n \geq 3$ 的條件下，可以求得未知向量 \mathbf{a} 的唯一線性解，而得到向量 \mathbf{a} 後，透過(3.48)式得到以下關係式計算攝影機內部參數 \mathbf{K} ：

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha & c & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$v_0 = (A_{12}A_{13} - A_{11}A_{23}) / (A_{11}A_{22} - A_{12}^2) \quad (3.54)$$

$$\lambda = A_{33} - [A_{13}^2 + v_0(A_{12}A_{13} - A_{11}A_{23})] / A_{11} \quad (3.55)$$

$$\alpha = \sqrt{\lambda/A_{11}} \quad (3.56)$$

$$\beta = \sqrt{\lambda A_{11}/(A_{11}A_{22} - A_{12}^2)} \quad (3.57)$$

$$c = -A_{12}\alpha^2\beta/\lambda \quad (3.58)$$

$$u_0 = cv_0/\alpha - A_{13}\alpha^2/\lambda \quad (3.59)$$

一旦求得攝影機內部參數後，則攝影機外部參數的旋轉矩陣 \mathbf{R} 與位移向量 \mathbf{t} 可由以下關係式求得：

$$\mathbf{R} = \left[\sigma \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 \quad \sigma \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \quad (\sigma \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1) \times (\sigma \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2) \right] \quad (3.60)$$

$$\mathbf{t} = \sigma \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3 \quad (3.61)$$

$$\sigma = 1/\|\mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1\| = 1/\|\mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2\| \quad (3.62)$$

截至目前為止，對於攝影機內部與外部參數的解是在線性模型下所得到的，雖然線性解有計算速度快的優點，但在真實環境下，線性解會受到鏡頭失真(主要為 radial distortion)與雜訊干擾造成所得到的線性解是不可靠的[17]，因此為了考慮鏡頭失真與雜訊干擾，必須以非線性最佳化的方式求解。假設鏡頭失真的參數為：

$$\mathbf{k}_c = [k_{c1} \quad k_{c2} \quad k_{c3} \quad k_{c4} \quad k_{c5}] \quad (3.63)$$

而原始像素位置 \mathbf{x} 、考慮鏡頭失真的像素位置 \mathbf{x}_d 與鏡頭失真參數的關係[15]為：

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\mathbf{x}_d = \begin{bmatrix} u_d \\ v_d \end{bmatrix} = (1 + k_{c1}r^2 + k_{c2}r^4 + k_{c3}r^6) \mathbf{x} + d\mathbf{x} \quad (3.65)$$

$$r^2 = u^2 + v^2 \quad (3.66)$$

$$d\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2k_{c3}uv + k_{c4}(r^2 + 2u^2) \\ k_{c3}(r^2 + 2v^2) + 2k_{c4}uv \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

\mathbf{k}_c 可以由(3.65)式推導得到一個最小平方方法的線性解。將所有需要估測的參數以非線性

目標函數描述，接著以基於投影誤差最小化的方式來達到參數最佳化的目的：

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\| m_{ij} - \hat{m}(K, k_c, R_i, t_i, M_j) \right\|^2 \quad (3.68)$$

其中 m_{ij} 為在第 i 個攝影機姿態下，第 j 個角點 M_j 的實際像素位置， \hat{m} 則為在考慮鏡頭失真後的投影像素位置。(3.68)式為一非線性最佳化的問題，可以由 Gauss-Newton 或 Levenberg-Marquardt 演算法求解，而最佳化所需的 $K, k_c, \{R_i, t_i | i=1 \cdots n\}$ 初始值則以先前推導的線性解來得到，經迭代收斂後，所得的值即為此演算法對於攝影機參數校正的結果[16]。

3.2.2 攝影機與慣性量測裝置的空間關係校正

一般來說，攝影機和慣性量測裝置的空間關係(如 Fig. 3-2)可以從實際硬體的設計圖來得知，但由於硬體製造上的諸多不確定性，導致兩者之間的空間關係不夠精確，而空間關係的誤差，會造成後續感測器融合時兩者的資訊不一致以及不準度，因此要能使攝影機與慣性量測裝置平台能夠確實地發揮作用，必須對兩者間的空間關係進行校正。在此階段的校正，是假設攝影機內部參數與慣性量測裝置的偏軸、偏心參數已校正過，因此需要校正的參數為攝影機與慣性量測裝置間的旋轉矩陣和位移向量，以及慣性量測裝置的加速規和陀螺儀 bias。

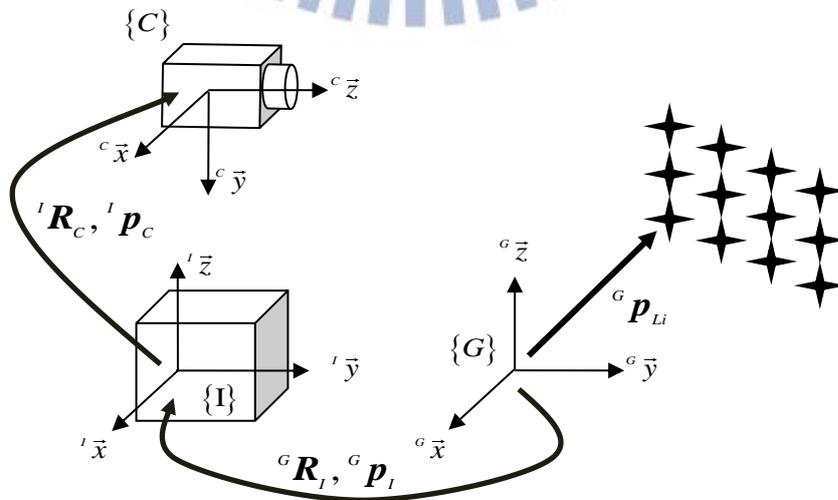


Fig. 3-2 攝影機座標系 $\{C\}$ 、慣性座標系 $\{I\}$ 、世界座標系 $\{G\}$ 與第 i 個特徵點之相對空間關係

在攝影機與慣性量測裝置現存的校正方法中，Mirzaei 等人於 2008 年提出的方法[18]是截至目前為止較方便且較精準的方法，他們的方法不需要額外昂貴的特殊儀器來輔助校正的過程，其方法使用 extended Kalman filter 作為演算法的主要核心，將需要校正的 bias、旋轉與位置關係作為濾波器的狀態。其後 Kellyt 等人提出改以 unscented Kalman filter 作為核心，並將重力方向作為估測狀態的校正方法[19]，unscented Kalman filter 除了可以避免計算 Jacobian matrix，在面對此高度非線性的系統上，相較 extended Kalman filter 有較穩定的收斂性和準確性，因此本論文主要採用 Kellyt 等人的方法[19]來校正攝影機與慣性量測裝置的空間關係。

此部分的校正方法為將一已知維度的校正板作為世界坐標系的參考點，在攝影機可以觀測到校正板的範圍內，任意移動攝影機與慣性量測裝置平台，接著以移動過程中所紀錄的校正板角點的像素位置，與同步量測的慣性裝置資訊，將需要校正的空間關係與 bias 作為估測的狀態，使用 unscented Kalman filter 進行估測。

此系統待估測狀態向量 X 為：

$$X = \begin{bmatrix} {}^G p_I^T & {}^G \theta_I^T & {}^G v_I^T & b_a^T & b_g^T & {}^I p_C^T & {}^I \theta_C^T & {}^G g^T \end{bmatrix}^T \quad (3.69)$$

其中 ${}^G p_I$ 、 ${}^G \theta_I$ 和 ${}^G v_I$ 各別代表慣性量測裝置在世界坐標系的位置、旋轉角度和線性速度； b_a 和 b_g 分別為加速規和陀螺儀的 bias； ${}^I p_C$ 和 ${}^I \theta_C$ 分別為攝影機相對於慣性量測裝置的位置和旋轉角度； ${}^G g$ 表示在世界坐標系下的重力向量。

假設雜訊為 Gaussian distribution，表示為下：

$$\begin{aligned} n_a &\sim N(0, \sigma_a^2) & n_g &\sim N(0, \sigma_g^2) \\ n_{ba} &\sim N(0, \sigma_{ba}^2) & n_{bg} &\sim N(0, \sigma_{bg}^2) \\ \eta_i &\sim N(0, \sigma_i^2) \end{aligned} \quad (3.70)$$

此系統於連續時間下的動態模型為：

$$\begin{aligned} {}^G \dot{p}_I &= {}^G v_I & {}^G \dot{\theta}_I &= S({}^G \theta_I)^{-1} {}^I \omega & {}^G \dot{v}_I &= R({}^G \theta_I) {}^I a - {}^G g \\ \dot{b}_a &= n_{ba} & \dot{b}_g &= n_{bg} \\ {}^I \dot{p}_C &= 0 & {}^I \dot{\theta}_C &= 0 & {}^G \dot{g} &= 0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

其中 $R({}^G\theta_i)$ 表示慣性量測裝置在世界座標系的旋轉角度 ${}^G\theta_i$ 的旋轉矩陣； $S({}^G\theta_i)^{-1}$ 表示 euler kinematic matrix[20]，其定義如下：

$$S\left(\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \sin\theta_3/\cos\theta_2 & \cos\theta_3/\cos\theta_2 \\ 0 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 \\ 1 & \sin\theta_3 \sin\theta_2/\cos\theta_2 & \cos\theta_3 \sin\theta_2/\cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

而對於慣性量測裝置所假設的模型，則如同節 3.1，因此加速規和陀螺儀分別測量到的加速度 \mathbf{a}_m 和角速度 $\boldsymbol{\omega}_m$ 為：

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_m &= R^T({}^G\theta_i)({}^G\mathbf{a} + {}^G\mathbf{g}) + \mathbf{b}_a + \mathbf{n}_a \\ \boldsymbol{\omega}_m &= {}^I\boldsymbol{\omega} + \mathbf{b}_g + \mathbf{n}_g \end{aligned} \quad (3.73)$$

此系統的量測更新式為：

$$\begin{aligned} z_i &= h(\mathbf{X}, {}^C\mathbf{p}_{Li}) + \boldsymbol{\eta}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_i \\ {}^C\mathbf{p}_{Li} &= R^T({}^I\theta_C)R^T({}^G\theta_i)({}^G\mathbf{p}_{Li} - {}^G\mathbf{p}_I) - R^T({}^I\theta_C){}^I\mathbf{p}_C \\ \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} &= \mathbf{K} \cdot {}^C\mathbf{p}_{Li} / z_{Li} \end{aligned} \quad (3.74)$$

其中 ${}^G\mathbf{p}_{Li}$ 表示校正板的第 i 個角點在世界坐標系的位置。

相對於原論文[19]採用 quaternion 來描述旋轉矩陣，在此架構中是以 euler angle 來描述，雖然在特定角度下(${}^G\theta_i$ 的 y 軸分量為 $\pm\frac{\pi}{2}$ 時)，euler angle 會有 singular 的問題，造成 euler kinematic matrix 無法計算，不過在實際實驗時，可以簡單地透過操作在特定的工作範圍內或是重新定義世界坐標系來迴避這個問題。

3.2.3 整體校正流程

以下對攝影機校正(節 3.2.1)以及攝影機與慣性量測裝置空間關係校正(節 3.2.2)的各重要流程做簡介，整體流程圖如 Fig. 3-3 所示：

1. 慣性資料擷取(IMU Data Extraction)：由於硬體模組傳輸資料時，會將慣性量測資料融合於影像中，因此首先必須對每張影像做慣性資料的擷取，假設在第 j 張影像，則擷取到的加速規和陀螺儀的量測值為 \mathbf{a}_m^j 和 $\boldsymbol{\omega}_m^j$ 。
2. 角點擷取(Corner Extraction)：利用攝影機所拍攝的校正板影像，擷取校正板上的角點資訊，假設在第 j 張影像，則第 i 個角點資訊為 ${}^{C_j} \mathbf{p}_{Li}$ 。
3. 攝影機校正(Camera Calibration)：利用角點資訊使用節 3.2.1 的演算法進行攝影機校正，最後校正結果為攝影機內部參數 \mathbf{K} 、鏡頭失真參數 k_c 以及每張影像中攝影機的外部參數 ${}^{C_j} \mathbf{R}_G$ 和 ${}^{C_j} \mathbf{p}_G$ 。
4. 角點再投影(Corner Re-projection)：由於節 3.2.2 是假設在攝影機線性投影模型下的演算法，因此必須以校正後的攝影機內部參數與每張影像對應的外部參數做角點重新投影 ${}^{C_j} \hat{\mathbf{p}}_{Li}$ ，藉此移除攝影機的非線性現象。
5. 攝影機與慣性量測裝置空間關係校正(Camera/IMU Calibration)：使用節 3.2.2 的演算法，校正出空間關係和 bias 參數 (${}^I \mathbf{p}_C, {}^I \boldsymbol{\theta}_C, \mathbf{b}_a, \mathbf{b}_g$)。

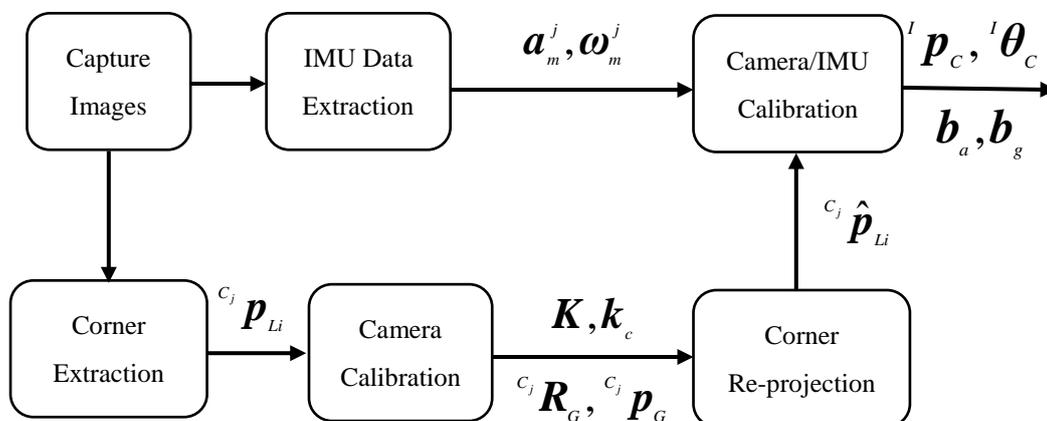


Fig. 3-3 校正流程方塊圖

3.3 感測器融合架構

Corke 等人將攝影機與慣性量測裝置融合的架構分為兩類[21]，分別為 loosely coupled 和 tightly coupled 的系統架構，兩者的差異可以由 Fig. 3-4 來了解。

在 loosely coupled 的架構中，攝影機與慣性量測裝置被視作兩個不同的運算區塊，各區塊由自身的感測器估測姿態，而兩個區塊彼此之間可以有不同的運算速度以及可以交換資訊，這樣的系統架構使得演算法的設計較具彈性，像是 Nutzi 等人利用 PTAM monocular SLAM[22]作為估測攝影機姿態的區塊，再將所得的姿態與加速規的資訊做融合，藉此提出以 spline fitting 和 extended Kalman filter 的方式來估測地圖的尺度[23]；Weiss 等人[24]和 Kneip 等人[25]同樣利用 PTAM monocular SLAM 估測攝影機的姿態，[24]與[23]不同的地方在於，Weiss 等人有利用陀螺儀的資訊來估測地圖尺度，而在[25]中，Kneip 等人則是透過分析加速規一次積分所得的資訊與攝影機姿態間的關係，藉此提出一個只需要做一次積分的地圖尺度估測方法。

在 tightly coupled 的架構中，攝影機與慣性量測裝置的資訊直接在一個濾波器內做融合，由於感測器的量測資訊間存在對應關係，使得此種架構產生一種 cross-coupling effect，而 cross-coupling effect 可以使演算法得到較精確並且有效的結果，因此像是攝影機與慣性量測裝置的校正法[18][19]和移動軌跡估測[19][31]-[34][36]-[38][41]大部分屬於 tightly coupled 的架構，也因此本論文所提出的視覺輔助慣性測程器是在 tightly coupled 的架構下設計的。

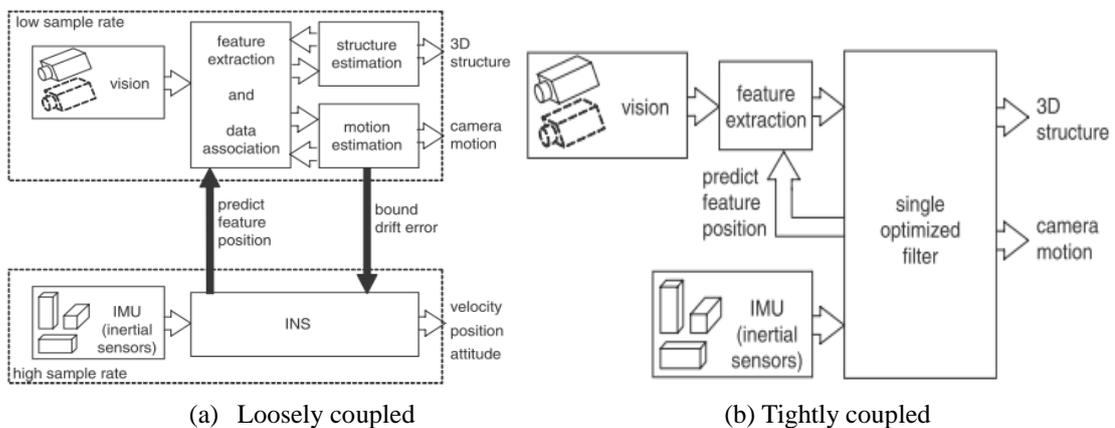


Fig. 3-4 感測器融合架構的分類[21]

3.4 Visual odometry 與 Visual SLAM

視覺式測程器(visual odometry)和視覺式同時定位與地圖建立(visual SLAM)皆是目前相當熱門的研究。Visual odometry 是一種利用單一或是多個攝影機來估測自我軌跡的技術[26]，visual odometry 這兩個字首次在 Nister 等人的論文[27]被提出，它的命名緣由類似於 wheel odometry，兩者皆是利用感測器的量測資訊來達到測程的目的，而 visual SLAM 可以被視為是和 visual odometry 相對應的研究，在 visual SLAM 方面，Davison 等人首度提出使用單一攝影機的 visual SLAM[28]並稱其為 mono SLAM，為了解決 mono SLAM 中對於特徵點參數化所造成的深度估測的問題，Civera 等人提出以 inverse depth 描述特徵點的方式[29]，而後 Civera 等人再提出以 1-point RANSAC 的方式來排除不適用的特徵點[30]。Visual odometry 與 visual SLAM 的差異性在於，visual odometry 著重於自我軌跡的估測，也由於它是測程器，它會有地圖尺度的問題，而 visual SLAM 則著重於建立地圖與在地圖中定位，由於 visual SLAM 在建立地圖時，一般來說會經過相同區域數次，造成它會有 loop closure 偵測的問題。本論文的主要目標不在建立地圖，而是在於自我軌跡的估測，因此將以 visual odometry 的方式來做為主要架構。

3.5 Vision-aided inertial odometry

在原先 Davison 等人的 mono SLAM，要將慣性量測裝置與其融合的話，最直觀的方式是將 mono SLAM 中對攝影機運動模型所假設的 constant velocity 改以慣性量測裝置的運動模型取代[31]，這樣的做法就是一個 tightly coupled 式的感測器融合架構，但這屬於 SLAM 方式的作法，它在濾波器的狀態中包含特徵點的三維空間位置，這會造成以下兩個問題：(1)必須假設特徵點的三維空間位置是屬於 Gaussian distribution；(2)當特徵點的數量較多時，濾波器的狀態會相當龐大，造成計算量急劇地上升。為了避免上述的問題以及將重點放在攝影機自我軌跡估測上，Mourikis 等人提出不在濾波器狀態中包含估測特徵點三維空間位置的方法[32]，他們將過去數筆的攝影機姿態作為濾波器的狀態，在

濾波器量測更新時，利用濾波器狀態中的攝影機姿態以 least-square 的方式估測特徵點的三維空間位置，再將特徵點的三維空間位置分別投影到各個攝影機姿態作為攝影機的量測模型，藉此提出一個 multi-state constraint Kalman filter(MSCKF)，而這個作法是屬於在計算量與精確度間取得平衡的 sliding window 式 visual odometry，之後 Mingyang 等人提出以另一種方式計算 Jacobian matrix 來提升 MSCKF 的精準度[33]以及結合 EKF-SLAM 與 MSCKF 的方式來達到最佳化的運算量[34]。

在原先 MSCKF 中仍舊包含有估測特徵點三維空間位置的部分，但以 visual odometry 的角度來說，它的重點並不在於建立地圖，因此估測特徵點三維空間位置是沒有絕對必要的。為了避免估測特徵點的三維空間位置，在本論文中利用攝影機幾何限制(epipolar geometry 與 trifocal tensor)作為攝影機的量測資訊。在文獻上將 trifocal tensor 作為 Kalman filter 量測模型的方法，最早可以追溯到 Ying-Kin 等人於 2006 年提出的使用單一攝影機的 visual odometry[35]，以 trifocal tensor 同時作為量測模型相較只使用 epipolar geometry 作為量測模型[36]-[38]的好處在於，trifocal tensor 能提供一致性的地圖尺度，而在之後以三張影像間的攝影機幾何限制作為量測模型，在不同感測器類型下的方法紛紛被提出，像是雙攝影機[39]、雙攝影機與慣性量測裝置[40]、單一攝影機與慣性量測裝置[41]。而本論文利用上述所提及的 MSCKF 中濾波器狀態設計的方式以及將攝影機幾何限制(epipolar geometry 與 trifocal tensor)作為攝影機的量測資訊，藉此提出不需重建環境的 sliding window 式單一攝影機輔助慣性測程器，以下將詳細說明其內容。

3.5.1 Multi-state constraint Kalman filter

此部分的演算法主要的目標為估測慣性量測裝置在世界座標系下的姿態，而世界坐標系為慣性量測裝置初始的 body frame。首先在濾波器的狀態中，包含當下慣性量測裝置的狀態(如節 3.1)與前兩張影像時所對應到的慣性量測裝置的位置和旋轉，接著將濾波器的狀態如同節 3.1 所述，分為 nominal state 和 error state，分別如下：

- Nominal state :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \left[\hat{\mathbf{x}}_{IMU_k}^T \quad {}^G \hat{\mathbf{p}}_{I_1}^T \quad {}^G \hat{\mathbf{q}}_{I_1}^T \quad {}^G \hat{\mathbf{p}}_{I_2}^T \quad {}^G \hat{\mathbf{q}}_{I_2}^T \right]^T \quad (3.75)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{IMU} = \left[{}^G \hat{\mathbf{p}}_I^T \quad {}^G \hat{\mathbf{q}}_I^T \quad {}^G \hat{\mathbf{v}}_I^T \quad \hat{\mathbf{b}}_a^T \quad \hat{\mathbf{b}}_g^T \right]^T \quad (3.76)$$

其中 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{I_1}$ 和 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{I_1}$ 為上上一張影像所對應到的慣性量測裝置位置和旋轉的 nominal state，而 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{I_2}$ 和 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{I_2}$ 則為上一張影像所對應到的。

- Error state :

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \left[\tilde{\mathbf{x}}_{IMU_k}^T \quad {}^G \tilde{\mathbf{p}}_{I_1}^T \quad {}^G \delta \theta_{I_1}^T \quad {}^G \tilde{\mathbf{p}}_{I_2}^T \quad {}^G \delta \theta_{I_2}^T \right]^T \quad (3.77)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{IMU} = \left[{}^G \tilde{\mathbf{p}}_I^T \quad {}^G \delta \theta_I^T \quad {}^G \tilde{\mathbf{v}}_I^T \quad \tilde{\mathbf{b}}_a^T \quad \tilde{\mathbf{b}}_g^T \right]^T \quad (3.78)$$

其中 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{I_1}$ 和 ${}^G \delta \theta_{I_1}$ 為上上一張影像所對應到的慣性量測裝置位置和旋轉的 error state，而 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{I_2}$ 和 ${}^G \delta \theta_{I_2}$ 則為上一張影像所對應到的。

由於過去的姿態在濾波器預測時並不會再產生任何變化，因此假設 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{I_1}$ 、 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{I_1}$ 、 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{I_2}$ 和 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{I_2}$ 的動態模型為：

$$\begin{aligned} {}^G \dot{\hat{\mathbf{p}}}_{I_1} &= 0 & {}^G \dot{\hat{\mathbf{q}}}_{I_1} &= 0 \\ {}^G \dot{\hat{\mathbf{p}}}_{I_2} &= 0 & {}^G \dot{\hat{\mathbf{q}}}_{I_2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.79)$$

同理，假設 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{l_1}$ 、 ${}^G \delta \theta_{l_1}$ 、 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{l_2}$ 和 ${}^G \delta \theta_{l_2}$ 的動態模型為：

$$\begin{aligned} {}^G \dot{\tilde{\mathbf{p}}}_{l_1} &= 0 & {}^G \dot{\delta \theta}_{l_1} &= 0 \\ {}^G \dot{\tilde{\mathbf{p}}}_{l_2} &= 0 & {}^G \dot{\delta \theta}_{l_2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.80)$$

在預測更新時，nominal state $\hat{\mathbf{x}}_k$ 利用慣性量測裝置 nominal state kinematic(如節 3.1.1)和 (3.79)式，使用 4-th order Runge Kutta 法來更新，而 error state $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 的更新如下：

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_k = \mathbf{F}_c \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{G}_c \mathbf{n}_{IMU} \quad (3.81)$$

$$\mathbf{F}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -R({}^G \hat{\mathbf{q}}_l)[\hat{\mathbf{a}} \times] & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -R({}^G \hat{\mathbf{q}}_l) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{0}_{12 \times 12} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

$$\mathbf{G}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -R({}^G \hat{\mathbf{q}}_l) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{0}_{12 \times 3} \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_{IMU} = \begin{bmatrix} n_g \\ n_a \\ n_{ba} \\ n_{bg} \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

以 Taylor series 將 \mathbf{F}_c 數位化，可得：

$$\mathbf{F}_d = \exp(\mathbf{F}_c \Delta t) = \mathbf{I}_{27} + \mathbf{F}_c \Delta t + \frac{1}{2!} \mathbf{F}_c^2 \Delta t^2 + \dots \quad (3.84)$$

分析 \mathbf{F}_d 這個矩陣可以發現它的某些 element 具有重複性以及稀疏的結構[24]，因此在沒有任何近似下，可得 \mathbf{F}_d 為：

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{13} & \boldsymbol{\Phi}_{14} & \boldsymbol{\Phi}_{15} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \boldsymbol{\Phi}_{22} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \boldsymbol{\Phi}_{25} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \boldsymbol{\Phi}_{32} & \mathbf{I}_3 & \boldsymbol{\Phi}_{34} & \boldsymbol{\Phi}_{35} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{I}_{12} \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

其中，

$$\begin{aligned}
\Phi_{13} &= \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 \\
\Phi_{14} &= -C \left({}^G \hat{\mathbf{q}}_l \right) \frac{\Delta t^2}{2!} \\
\Phi_{34} &= -C \left({}^G \hat{\mathbf{q}}_l \right) \Delta t
\end{aligned} \tag{3.86}$$

假設 $|\boldsymbol{\omega}| \rightarrow 0$ 並利用 L'Hospital's Rule，可得 Φ_{12} 、 Φ_{22} 、 Φ_{32} 、 Φ_{15} 、 Φ_{25} 和 Φ_{35} 的近似為：

$$\begin{aligned}
\Phi_{12} &= R \left({}^G \hat{\mathbf{q}}_l \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\frac{1}{2!} \Delta t^2 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{3!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^3 - \frac{1}{4!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^4 \right) \\
\Phi_{22} &= \mathbf{I}_3 - [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t + \frac{1}{2!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^2 \\
\Phi_{32} &= R \left({}^G \hat{\mathbf{q}}_l \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\Delta t \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{2!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^2 - \frac{1}{3!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^3 \right) \\
\Phi_{15} &= R \left({}^G \hat{\mathbf{q}}_l \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{3!} \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{4!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^4 + \frac{1}{5!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^5 \right) \\
\Phi_{25} &= -\Delta t \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{2!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^2 - \frac{1}{3!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^3 \\
\Phi_{35} &= -R \left({}^G \hat{\mathbf{q}}_l \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\frac{1}{2!} \Delta t^2 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{3!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^3 - \frac{1}{4!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^4 \right)
\end{aligned} \tag{3.87}$$

令 \mathbf{Q}_c 為連續時間下的 system noise covariance matrix：

$$\mathbf{Q}_c = \mathbf{n}_{IMU} \mathbf{n}_{IMU}^T = \begin{bmatrix} \sigma_g^2 \cdot \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_a^2 \cdot \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_{ba}^2 \cdot \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \sigma_{bg}^2 \cdot \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tag{3.88}$$

則將 \mathbf{Q}_c 數位化後可得 \mathbf{Q}_d 為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_d &= \int_{\Delta t} \mathbf{F}_d(\tau) \mathbf{G}_c \mathbf{Q}_c \mathbf{G}_c^T \mathbf{F}_d(\tau)^T d\tau \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{d11} & \mathbf{Q}_{d12} & \mathbf{Q}_{d13} & \mathbf{Q}_{d14} & \mathbf{Q}_{d15} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d21} & \mathbf{Q}_{d22} & \mathbf{Q}_{d23} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_{d25} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d31} & \mathbf{Q}_{d32} & \mathbf{Q}_{d33} & \mathbf{Q}_{d34} & \mathbf{Q}_{d35} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d41} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_{d43} & \mathbf{Q}_{d44} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d51} & \mathbf{Q}_{d52} & \mathbf{Q}_{d53} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_{d55} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{0}_{12 \times 12} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.89}$$

其中 \mathbf{Q}_d 矩陣的各 element 請參考 Appendix。而有了 \mathbf{F}_d 和 \mathbf{Q}_d 後，可以計算 error state covariance matrix $\mathbf{P}_{k|k}$ 的預測更新式為：

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_d \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_d^T + \mathbf{Q}_d \quad (3.90)$$

接著利用 epipolar geometry 和 trifocal tensor 作為此系統的量測模型，假設第 i 個特徵點在三張影像間的對應關係為 $\{\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_3\}_i$ ，則量測值 z_i 為：

$$z_i = h(\mathbf{x}_k, \{\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_3\}_i) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{m}}_2^T \mathbf{R}_{12}^T [\mathbf{t}_{12} \times] \tilde{\mathbf{m}}_1 \\ \tilde{\mathbf{m}}_3^T \mathbf{R}_{23}^T [\mathbf{t}_{23} \times] \tilde{\mathbf{m}}_2 \\ \mathbf{K} \left(\sum_i \tilde{\mathbf{m}}_i \mathbf{T}_i^T \right) \mathbf{l}_2 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= g(\hat{\mathbf{x}}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k) \\ \tilde{\mathbf{m}}_1 &= \mathbf{K}^{-1} \mathbf{m}_1 & \tilde{\mathbf{m}}_2 &= \mathbf{K}^{-1} \mathbf{m}_2 & \tilde{\mathbf{m}}_3 &= \mathbf{K}^{-1} \mathbf{m}_3 \\ \mathbf{R}_{12} &= \mathbf{R}(\mathbf{q}_{l_1}^G)^T \mathbf{R}(\mathbf{q}_{l_2}^G) & \mathbf{t}_{12} &= \mathbf{R}(\mathbf{q}_{l_1}^G)^T (\mathbf{p}_{l_2}^G - \mathbf{p}_{l_1}^G) \\ \mathbf{R}_{23} &= \mathbf{R}(\mathbf{q}_{l_2}^G)^T \mathbf{R}(\mathbf{q}_{l_3}^G) & \mathbf{t}_{23} &= \mathbf{R}(\mathbf{q}_{l_2}^G)^T (\mathbf{p}_{l_3}^G - \mathbf{p}_{l_2}^G) \\ \mathbf{l}_2 &= (l_{e2}, -l_{e1}, -\tilde{m}_{2u} l_{e2} + \tilde{m}_{2v} l_{e1})^T & \mathbf{R}_{12}^T [\mathbf{t}_{12} \times] \tilde{\mathbf{m}}_1 &= (l_{e1}, l_{e2}, l_{e3})^T \\ \tilde{\mathbf{m}}_2 &= (\tilde{m}_{2u}, \tilde{m}_{2v}, 1)^T \end{aligned} \quad (3.92)$$

其中 \mathbf{x}_k 為 true state，利用 nominal state 和 error state 根據(3.11)式至(3.15)式所得的結果； \mathbf{T}_i 為 trifocal tensor 的表示法，如(2.38)式； \mathbf{K} 為攝影機的內部參數矩陣。由於此量測模型是高度非線性的，因此利用 sigma-point 的方式來做量測更新，首先利用 error state covariance matrix 產生 sigma points，如下：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l &= \mathbf{0}_{27 \times 1} & l &= 0 \\ \tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l &= + \left(\sqrt{(L+\lambda) \mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i & l &= 1, \dots, L \\ \tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l &= - \left(\sqrt{(L+\lambda) \mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_{l-L} & l &= L+1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (3.93)$$

其中 L 為狀態 $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 的維度，在這個 case 下， L 為 27； $\left(\sqrt{(L+\lambda) \mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i$ 為 $(L+\lambda) \mathbf{P}_{k|k-1}$ 的平方根的第 i 個行向量， $(L+\lambda) \mathbf{P}_{k|k-1}$ 的平方根可由 Cholesky decomposition 得到。接著將各

sigma point $\tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l$ 代入量測模型中，可得對應的量測值 \mathbf{Z}_i^l 為：

$$\mathbf{Z}_i^l = h\left(g\left(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l, \{\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_3\}_i\right)\right) \quad (3.94)$$

利用 \mathbf{Z}_i^l 計算預測的量測值 \hat{z}_i 和它的 covariance matrix $\mathbf{P}_{z_i z_i}$ ：

$$\hat{z}_i = \sum_{l=0}^{2L} W_s^l \mathbf{Z}_i^l \quad (3.95)$$

$$\mathbf{P}_{z_i z_i} = \sum_{l=0}^{2L} W_c^l (\mathbf{Z}_i^l - \hat{z}_i)(\mathbf{Z}_i^l - \hat{z}_i)^T + \mathbf{R} \quad (3.96)$$

$$W_s^0 = \frac{\lambda}{L + \lambda} \quad W_c^0 = \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta)$$

$$W_s^l = W_c^l = \frac{1}{2(L + \lambda)} \quad (3.97)$$

$$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$$

其中 \mathbf{R} 為量測雜訊的 covariance matrix，假設為對角矩陣； α 和 κ 決定 sigma points 的分布範圍； β 則與 $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 的分佈有關。接著計算狀態和量測值的 cross covariance matrix：

$$\mathbf{P}_{x z_i} = \sum_{l=0}^{2L} W_c^l (\tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l - \mathbf{0}_{27 \times 1})(\mathbf{Z}_i^l - \hat{z}_i)^T \quad (3.98)$$

利用 $\mathbf{P}_{z_i z_i}$ 和 $\mathbf{P}_{x z_i}$ 計算 Kalman gain \mathbf{K}_k ：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{x z_i} \mathbf{P}_{z_i z_i}^{-1} \quad (3.99)$$

以標準的 Kalman filter 式子，將狀態與 error covariance 做量測更新：

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_i - \hat{z}_i) \quad \mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{m}_3 \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{z_i z_i} \mathbf{K}_k^T \quad (3.101)$$

在量測更新後，利用 $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ 修正 nominal state 得到 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ ，接著為了保持濾波器的狀態中只包

含三個姿態，將最舊的姿態以目前的姿態取代，也就是將 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{l_1}$ 、 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{l_1}$ 、 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{l_1}$ 和 ${}^G \delta \theta_{l_1}$ 以 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{l_2}$ 、

${}^G \hat{\mathbf{q}}_{l_2}$ 、 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{l_2}$ 和 ${}^G \delta \theta_{l_2}$ 取代，而 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{l_2}$ 、 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{l_2}$ 、 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{l_2}$ 和 ${}^G \delta \theta_{l_2}$ 以 ${}^G \hat{\mathbf{p}}_{l_1}$ 、 ${}^G \hat{\mathbf{q}}_{l_1}$ 、 ${}^G \tilde{\mathbf{p}}_{l_1}$ 和 ${}^G \delta \theta_{l_1}$ 取代，

並修改 error covariance 如下：

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{7 \times 7} & \mathbf{0}_{7 \times 9} & \mathbf{0}_{7 \times 7} & \mathbf{0}_{7 \times 7} \\ \mathbf{0}_{9 \times 7} & \mathbf{I}_{9 \times 9} & \mathbf{0}_{9 \times 7} & \mathbf{0}_{9 \times 7} \\ \mathbf{0}_{7 \times 7} & \mathbf{0}_{7 \times 9} & \mathbf{0}_{7 \times 7} & \mathbf{I}_{7 \times 7} \\ \mathbf{I}_{7 \times 7} & \mathbf{0}_{7 \times 9} & \mathbf{0}_{7 \times 7} & \mathbf{0}_{7 \times 7} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{T}_n \hat{\mathbf{x}}_k \\
 \tilde{\mathbf{x}}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 9} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{9 \times 6} & \mathbf{I}_{9 \times 9} & \mathbf{0}_{9 \times 6} & \mathbf{0}_{9 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 9} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} \\ \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 9} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{T}_e \tilde{\mathbf{x}}_k \\
 \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{T}_e \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{T}_e^T
 \end{aligned} \tag{3.102}$$

3.5.2 RANSAC

在電腦視覺領域上，得到可靠的特徵點對應關係是整個估測問題核心的一部分，一般來說，用來尋找對應關係的第一步為比對特徵點的描述子，但單純比對描述子仍有可能得到錯誤的對應關係，而一些強健的方法藉由所假設的資料產生模型來檢查資料是否與其一致，若是不一致，則將該資料捨棄。在這些強健估測的方法中，RANSAC (RANDOM Sample Consensus) 是最廣為被使用的方法之一。一般 RANSAC 的作法為首先利用計算模型參數(model parameter)所需的最少資料點來隨機產生各種對模型參數的假設(hypotheses)，hypotheses 的數量為：

$$n_{hyp} = \frac{\log(1-p)}{\log(1-(1-\varepsilon)^m)} \tag{3.103}$$

其中 m 為估測所需的最小資料點數目； p 為所挑到的資料點皆是 inlier 的機率； ε 為在這群資料點中 outlier 的比例[30]。接著在每個假設下，利用估測得到的模型參數計算符合的資料點數目(inlier)，最後以最多 inlier，也就是最大一致的模型參數為最佳解，因此 RANSAC 的主要概念為在一群分佈不均或是參雜雜訊的資料點中，它會選擇符合最多資料點的解，而不是平等地考慮每個資料點，這使得它不會因為少數不正確的資料點影響結果。RANSAC 演算法的範例如 Fig. 3-5，由於實線較虛線擁有較多的 inlier，因此保留實線作為最終結果，刪除虛線。

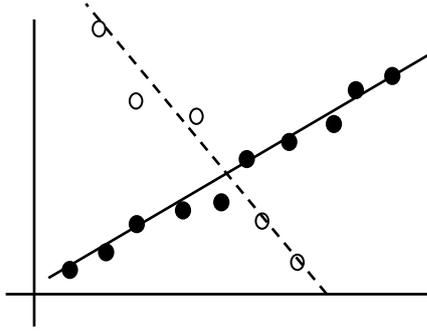


Fig. 3-5 以 RANSAC 演算法決定的線段

本論文在 Kalman filter 中使用 RANSAC 演算法的流程如同 1-Point RANSAC

EKF[30]一樣，在濾波器量測更新前，必須先挑選出 inlier，inlier 的挑選方法為：首先從特徵點對應關係 $\{m_1, m_2, m_3\}_i$ 隨機挑選一組來做濾波器的量測更新，這個量測更新並不是最終的量測更新，這只是挑選 inlier 的過程，接著利用量測更新的結果計算所有特徵點對應關係中符合 inlier 的數量，由於本論文並沒有估測特徵點的三維空間位置，也就無法以重新投影三維空間位置再計算影像平面上的 Euclidean 距離來決定 inlier，因此本論文改以 trifocal tensor 的方式來決定 inlier，如下：

$$\{m_1, m_2, m_3\}^{Inliers} = \left\{ \{m_1, m_2, m_3\} \mid \left\| m_3 - K \left(\sum_i \tilde{m}_i T_i^T \right) l_2 \right\| < threshold \right\} \quad (3.104)$$

(3.104)式的概念為利用 trifocal tensor 在第三張影像上所估測的特徵點像素位置和實際量測到的像素位置計算兩者在影像平面上的 Euclidean 距離來決定 inlier，由於 trifocal tensor 是在假設靜態特徵點下所推導出來的關係式，因此利用這種方式決定 inlier 也可以用來排除落於移動物體上的特徵點，使得整體演算法在動態的環境下仍有可靠的結果。在決定哪些對應關係是屬於 inlier 後，再重新從對應關係 $\{m_1, m_2, m_3\}_i$ 隨機挑選一組來決定 inlier，最後以屬於最多 inlier 的特徵點對應關係做最終的濾波器量測更新。

3.5.3 整體測程器演算法

Algorithm: Visual Assisted IMU Odometer Using Multi-State Constrained Kalman Filter and Tri-focal Tensor Geometry

```

1 Initialize  $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ ,  $\mathbf{P}_{0|0}$  and  $\tilde{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{0}_{27 \times 1}$ 
2 for  $k = 1, \dots$  do
  { Time update }
3   Compute  $\mathbf{F}_d$  and  $\mathbf{Q}_d$  by equation (3.85) and (3.89)
4   %%% Propagate error state and error covariance %%%
5    $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{0}_{27 \times 1}$ 
6    $\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_d \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_d^T + \mathbf{Q}_d$ 
7   Use 4-th order Runge Kutta method to predict  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 
  { Measurement update }
8   if New image then
9     Extract feature points  $\{m_3\}_i$ 
10    Match feature points in last three images to get correspondences  $\{m_1, m_2, m_3\}_i$ 
11    Use RANSAC to find inliers
12    %%% Generate sigma points and predict measurement %%%
13     $\tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l = \mathbf{0}_{27 \times 1} \pm \left( \sqrt{(L + \lambda) \mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_l$ 
14     $\mathbf{Z}_i^l = h \left( g \left( \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l \right), \{m_1, m_2, m_3\}_i \right)$ 
15     $\hat{\mathbf{z}}_i = \sum_{l=0}^{2L} W_s^l \mathbf{Z}_i^l$ 
16    %%% update error state and error covariance %%%
17     $\mathbf{P}_{z_i z_i} = \sum_{l=0}^{2L} W_c^l \left( \mathbf{Z}_i^l - \hat{\mathbf{z}}_i \right) \left( \mathbf{Z}_i^l - \hat{\mathbf{z}}_i \right)^T + \mathbf{R}$ 
18     $\mathbf{P}_{x z_i} = \sum_{l=0}^{2L} W_c^l \left( \tilde{\mathbf{X}}_{k|k-1}^l - \mathbf{0}_{27 \times 1} \right) \left( \mathbf{Z}_i^l - \hat{\mathbf{z}}_i \right)^T$ 
19     $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{x z_i} \mathbf{P}_{z_i z_i}^{-1}$ 
20     $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left( z_i - \hat{\mathbf{z}}_i \right)$ 
21     $\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{z_i z_i} \mathbf{K}_k^T$ 
22    Use  $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$  to correct nominal state estimate and then obtain  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 
23    %%% Replace old state by current pose and revise error covariance %%%
24     $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{T}_n \hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{T}_e \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ ,  $\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{T}_e \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{T}_e^T$ 
25  end if
26 end for

```

第四章 軟硬體設計與實現

4.1 硬體元件架構

在硬體元件上，由於現場可編輯邏輯閘陣列(Field Programmable Gate Array, FPGA)可藉由程式重新規劃硬體架構，並具有高度平行化、容易整合周邊裝置的特性，以及可自行設計運算單元來符合影像演算法的需求，因此本論文以 FPGA 為開發基礎，實作了將影像模組、慣性量測裝置和 GPS 整合之模組，而依照現有實驗需求，此模組必須具有以下功能：

- 攝影機、慣性量測裝置和 GPS 量測資料的整合和同步功能
- 各裝置穩固地被固定住
- 慣性量測裝置本身已預先校正
- 模組能以特定傳輸格式傳輸資料至後端設備，並可錄製資料

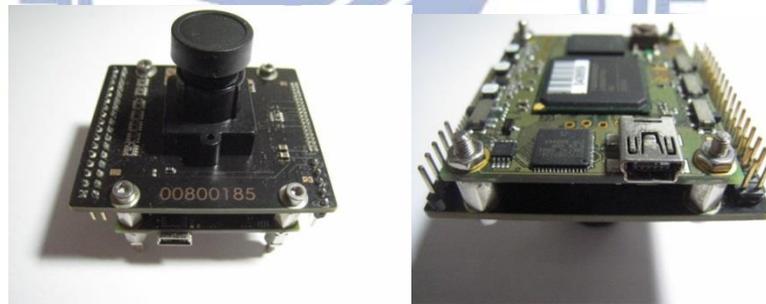


Fig. 4-1 cameleon 外觀

為了節省開發上所需的時間，本論文以 optomotive 公司現有的一套型號為 cameleon 的 FPGA camera 為基礎，來整合慣性量測裝置和 GPS。Cameleon 的實際硬體如 Fig. 4-1，它原先的硬體架構可分為 FPGA 母板和攝影機子板兩部分：在 FPGA 母板的部分，它採用 Xilinx Spartan-3E XC3S1600E 的 FPGA 做為運算、處理以及周邊控制的核心，XC3S1600E 具有 376 個 I/O 腳，14752 個 slices，由於利用 FPGA 內部邏輯閘做為記憶體是非常沒有效率的，因此它另外使用了 64MB 的 DDR SDRAM 來儲存影像，並且有 4MB Flash 可存放韌體相關程式，而為了基本的傳輸需求，在母板上具備 Cypress FX2 USB 傳輸晶片，此外，針對不同電路元件需求，母板利用三組穩壓電路，可供應 1.2、

2.5、3.3 伏特且電流上限為 1 安培的電源；在攝影機子版的部分，它使用 CMOS 感測器擷取影像，CMOS 感測器的型號為 Aptina MT9V034，其規格如 Table 4-1，而子板利用一組雙排接頭與母板連接。

Table 4-1 MT9V034 規格表

Sensor	Aptina MT9V034
Type	global shutter CMOS
Color	mono or color
Optical format	1/3-inch
Active Imager size	4.51mm(H) x 2.88mm(V)
Active pixels	752H x 480V
Pixel size	6.0 x 6.0 μm
Pixel clock	27 MHz
Frame rate	64 FPS (at full resolution)
ADC resolution	10 bit column-parallel
Responsivity	4.8 V/lux-sec (550nm)
Dynamic range	>55dB linear; >110dB in HDR mode
Automatic exposure and gain control	yes, yes
Supply voltage	3.3V

整體硬體平台的架構可分為 FPGA 母板、攝影機子板、IMU 子板以及 GPS 子板，如 Fig. 4-2，以下章節將詳細介紹 IMU 子板和 GPS 子板。

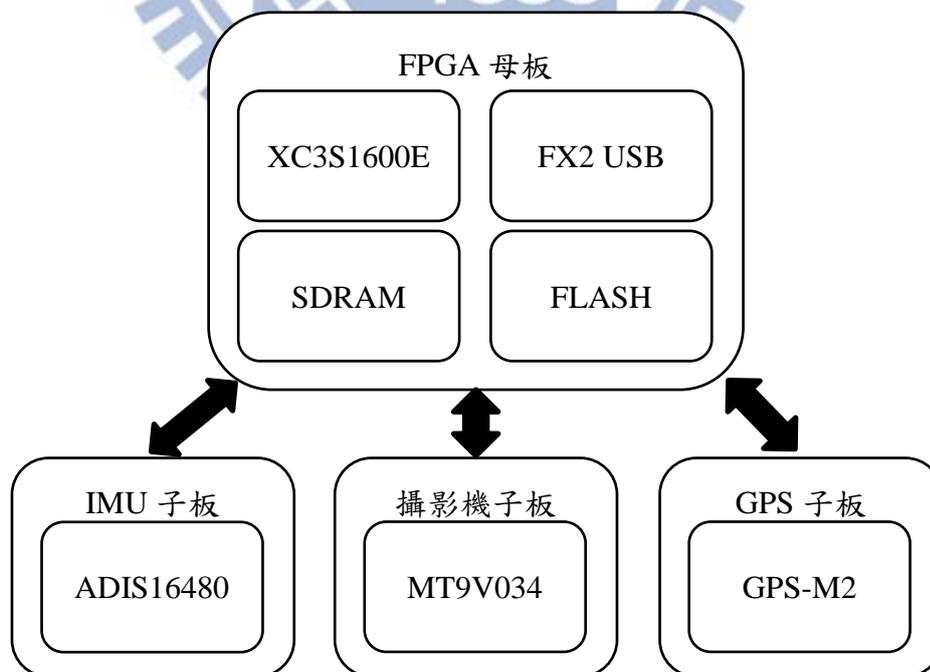


Fig. 4-2 硬體平台架構圖

4.1.1 慣性量測裝置

在 IMU 子板上，使用 Analog Device 生產的 ADIS16480，其規格、外觀與功能架構圖分別為 Table 4-2、Fig. 4-3 和 Fig. 4-4，此模組大小為 47 mm× 44 mm× 14 mm，它具有以下特點：

1. 擁有十個自由度的感測輸出，包含 3 軸加速規、3 軸陀螺儀、3 軸磁力計以及大氣壓力感測。
2. 內建一個 adaptive Kalman filter 實現加速規、陀螺儀和磁力計的感測器融合，可用來輸出角度的資訊。
3. 內建可調參數的低通濾波器(如 Fig. 4-5)，可用來濾除真實環境下的高頻雜訊。
4. 出廠前已校正各感測器，包含感測器軸與軸間的空間排列關係、敏感度等等，使得各感測器有自身的動態補償方程式，因此能提供準確的感測資料。
5. 溝通介面為標準的 SPI 傳輸方式，使得 FPGA 易與其整合。
6. 取樣頻率最高為 2.46kHz，可提供靈敏的動態感測輸出。

基於以上理由，本論文採用此微機電製程的 IMU 作為慣性感測裝置。

Table 4-2 ADIS 16480 規格表

Sensor	ADIS 16480
Type	MEMS
Size	47 mm x 44 mm x 14 mm
Gyroscope	triaxial, $\pm 450^\circ/\text{sec}$
Accelerometer	triaxial, $\pm 10\text{ g}$
Magnetometer	triaxial, $\pm 2.5\text{ gauss}$
Dynamic angle outputs	0.1° (pitch, roll) and 0.3° (yaw) static accuracy
Factory-calibrated	yes
Communication interface	SPI-compatible
Sample rate	up to 2.46kHz
Programmable operation and control	yes
Supply voltage	3.3V
I/O Interface	3.3V LVTTTL

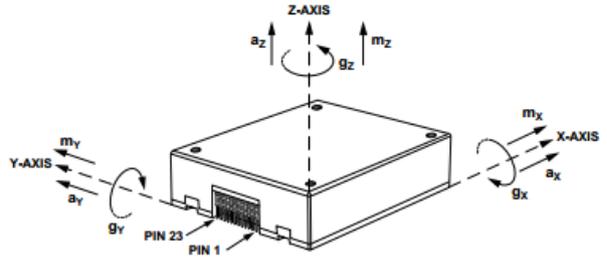


Fig. 4-3 ADIS16480 外觀

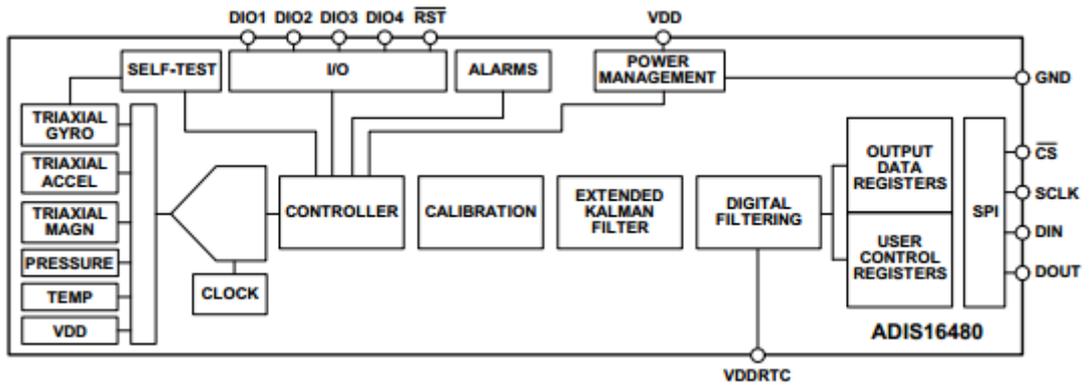


Fig. 4-4 ADIS16480 功能架構圖

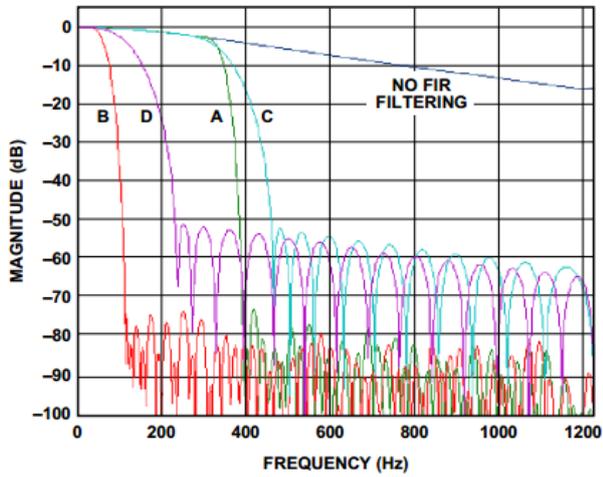


Fig. 4-5 ADIS16480 可程式化低通濾波器的頻率響應圖

4.1.2 GPS

在 GPS 子板上，使用微控科技的 GPS-M2 模組，其規格與外觀分別如 Table 4-3 和 Fig. 4-6 所示，此模組大小為 38 mm× 38 mm× 12 mm，它具有以下特點：

1. 擁有 GPS 和 GLONASS 雙系統模式，相較只使用 GPS 或 GLONASS 單系統的接收器，此模組可定位的衛星將近增加一倍。
2. 內建 88 個通道數，即時在訊號微弱的環境下，仍可靈敏地定位。
3. 溝通介面為標準的 RS232 傳輸方式，使得 FPGA 易與其整合。
4. 取樣頻率為 1Hz。

基於以上理由，本論文採用此 GPS 模組作為 GPS 接受器。

Table 4-3 GPS M2 規格表

Sensor	GPS-M2
Type	GPS+GLONASS
Size	38 mm x 38 mm x 12 mm
Horizontal position accuracy	2.5m CEP (Circular Error of Probability)
Velocity accuracy	0.1 m/sec
Time accuracy	±15 ns
Communication interface	RS232
Sample rate	1 Hz
Supply voltage	5 V
I/O Interface	3.3V LVTTTL



Fig. 4-6 GPS 模組外觀

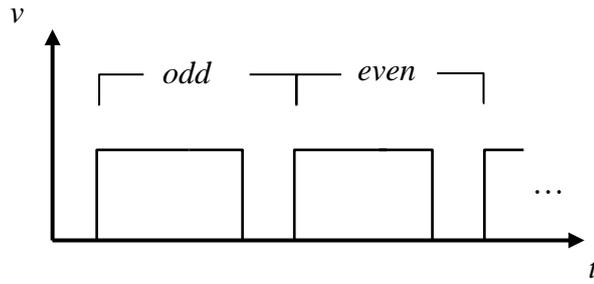


Fig. 4-8 攝影機快門的曝光訊號區分為奇數與偶數

實作結果如 Fig. 4-9，以示波器來檢視訊號的同步狀況，黃色訊號為攝影機快門的曝光訊號，藍色訊號為慣性量測裝置的取樣訊號，在攝影機快門開啟時，黃色訊號所代表的曝光時間由正緣觸發，同時藍色的慣性量測裝置取樣訊號也正緣觸發。

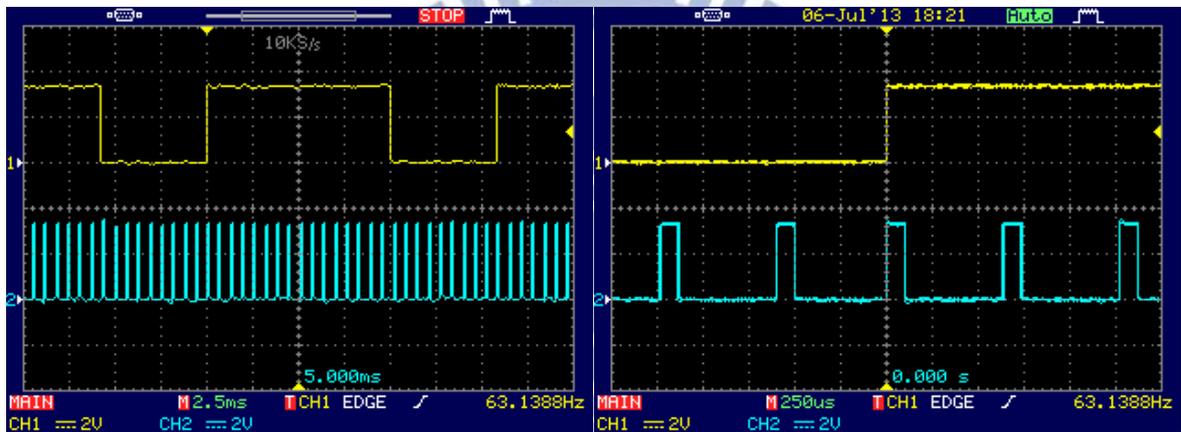


Fig. 4-9 攝影機快門曝光時間與慣性量測裝置的取樣訊號同步結果

● IMU :

本論文所使用的慣性量測裝置(ADIS16480)的傳輸介面為 SPI，其時序圖如下：

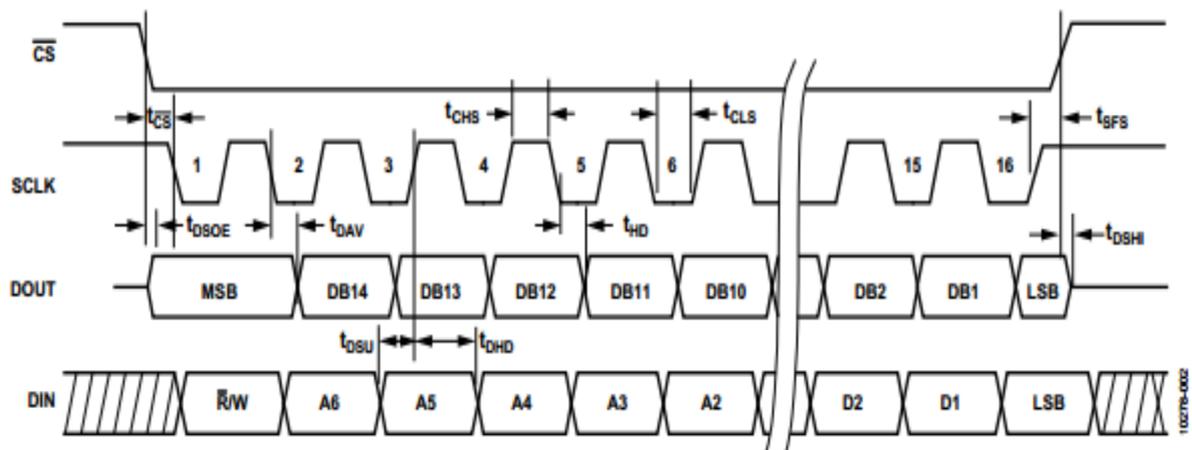


Fig. 4-10 ADIS16480 的時序圖

各個腳位的時序都有一定的限制，在產品說明文件中有詳細的描述。此慣性感測裝置有提供兩個腳位，一個腳位(sync clk)可用來輸入外部訊號來決定何時要取樣，另一個腳位(data ready)可用來得知是否已取樣完成，因此利用切割曝光時間所產生的慣性量測裝置取樣訊號輸入 sync clk，而 data ready 所產生的訊號則以中斷的方式送至 PicoBlaze，結果如 Fig. 4-11，黃色訊號為慣性量測裝置的取樣訊號，藍色訊號為完成取樣訊號。

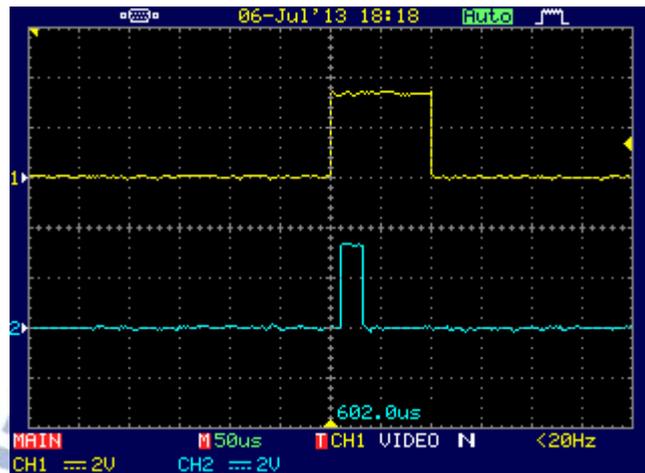


Fig. 4-11 慣性量測裝置的取樣與完成取樣訊號

- **PicoBlaze:**

PicoBlaze 是一個 8-bit 的 micro controller，可適用於 Spartan-3、Virtex-II 以及 Virtex-II PRO 系列的 FPGA 晶片，它的特色如下：1024 個指令的 program size、16 個 general purpose registers、ALU、Reset、input/output port、可用來儲存 64byte 資料的 scratch pad memory、interrupt 以及每個指令固定執行 2 個 cycles。在 PicoBlaze 上開發程式所使用的語言為組合語言，透過官方提供的 kcpsm3 編譯器，可將撰寫好的組合語言編譯成 PicoBlaze 所需的 program rom，而將 program rom 和 PicoBlaze 作連結有兩個作法：(1) 利用 kcpsm3 編譯 program rom 所產生的 vhdl 檔，在 VHDL code 中和 PicoBlaze 以 port map 作連結；(2) 利用 xilinx 所提供的 CORE Generator 產生 block memory，再將 kcpsm3 編譯好的程式指派到 block memory 中，接著再透過 VHDL code 將 block memory 和 PicoBlaze 以 port map 作連結。為了使用上的方便，選擇以第一個作法來連結兩者。

PicoBlaze 在此系統架構中，主要是用來實現 FPGA 與慣性量測裝置溝通的 SPI 傳輸。為了驗證所撰寫的 SPI 傳輸是可行的，首先讀取慣性量測裝置的某一個暫存器，它

的值固定為 0x4060，結果如下，可正確讀取到 4060。

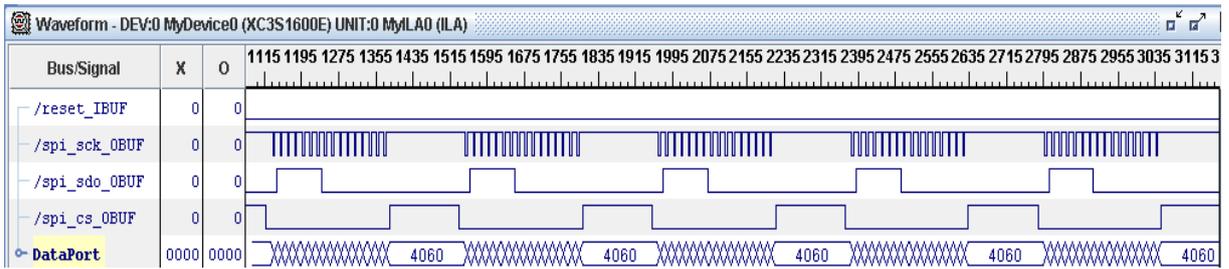


Fig. 4-12 PicoBlaze SPI 傳輸測試

PicoBlaze 在慣性量測裝置送出已取樣完成的訊號時，利用測試正確的 SPI 程式與慣性量測裝置溝通，讓慣性量測裝置輸出各感測器的值，並且以一個 shift register 作為記憶體將資料儲存，接著 PicoBlaze 再發送中斷至 MicroBlaze，讓 MicroBlaze 從 shift register 取值。實作結果如 Fig. 4-13，黃色訊號為慣性量測裝置取樣完成的訊號，藍色訊號為 PicoBlaze 發送至 MicroBlaze 的中斷訊號。

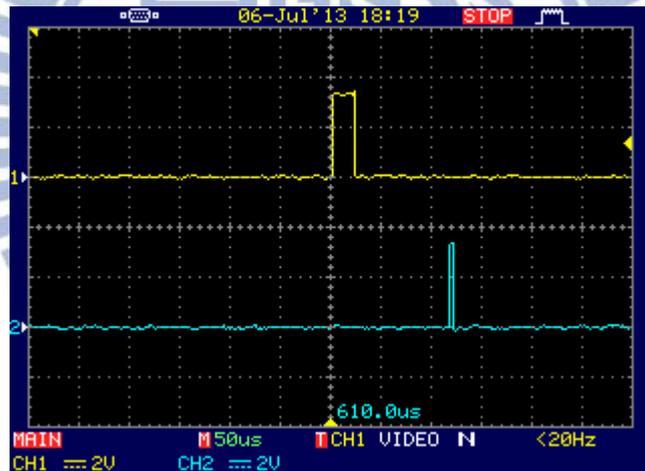


Fig. 4-13 MicroBlaze 中斷訊號驗證

- 整體流程：

總結此部分的同步機制流程為：首先將攝影機快門的曝光時間切割成慣性量測裝置的取樣訊號，再將取樣訊號輸入至慣性量測裝置，使慣性量測裝置取樣，接著 PicoBlaze 在慣性量測裝置取樣完成時，利用 SPI 傳輸與慣性量測裝置溝通，讓慣性量測裝置輸出各感測器的值，並且以一個 shift register 作為記憶體將資料儲存，最後 PicoBlaze 再發送中斷至 MicroBlaze，讓 MicroBlaze 從 shift register 取值。

4.3 整體整合模組

整體模組如 Fig. 4-14 所示，cameleon 與慣性量測裝置的整合以節 4.2 所介紹的方式，而與 GPS 的整合則是透過 xilinx EDK 所內建的 UartLite IP 實現，主要的方式為：MicroBlaze 利用 UartLite IP 所提供的一個 non-blocking 函數設定一個大小固定的 buffer，等 GPS 的資料將該 buffer 填滿後，UartLite IP 會送一個中斷至 MicroBlaze，接著 MicroBlaze 在攝影機觸發取樣訊號時將該 buffer 的資料填入影像中，在這過程中並利用 ping pong buffer 的概念來避免 GPS 資料的遺失。由於 GPS-M2 沒有可程式化的功能，它僅能將資料一直連續地輸出，無法從外部送命令設定它立即取樣，因此 GPS 是沒有辦法和慣性量測裝置完全同步的，不過 GPS 的取樣頻率僅為 1 Hz，利用攝影機的取樣頻率(64 Hz)仍可大略推算 GPS 是在何時取樣的。

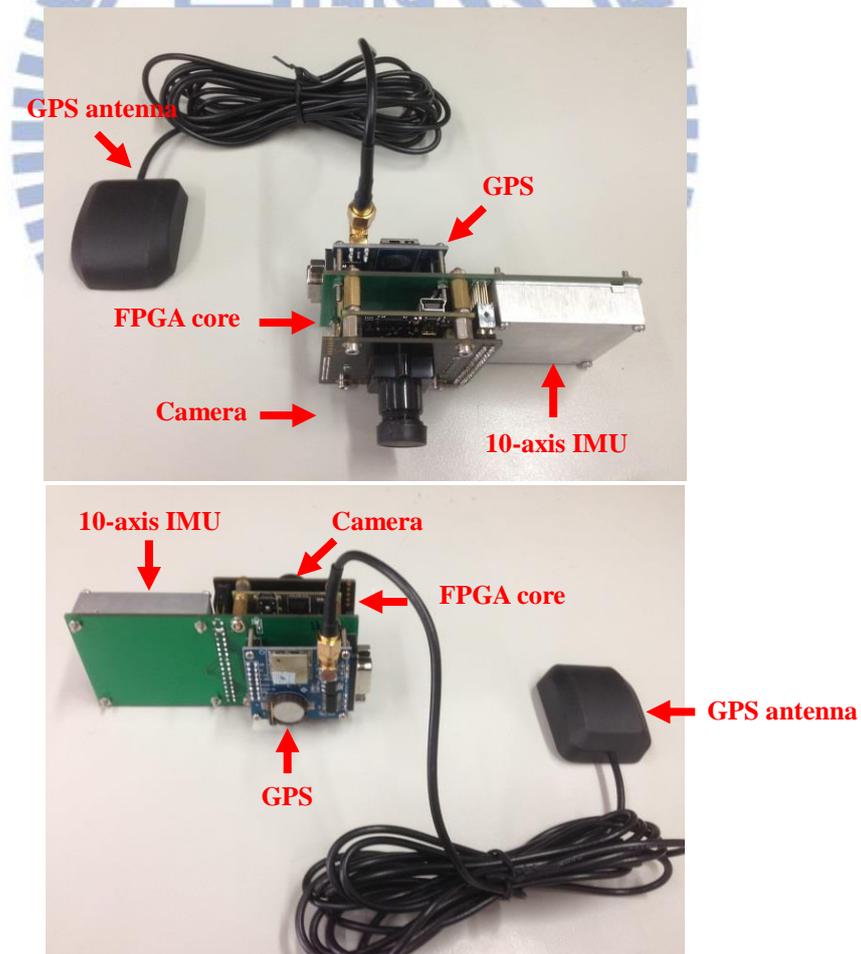


Fig. 4-14 整體整合模組外觀

為了僅利用 USB 傳輸資料，將慣性量測裝置和 GPS 的資料填入影像中，如 Fig. 4-15 所示，將原始解析度為 752×480 的影像的第 751、752 列設為 $0x00$ ，作為儲存慣性量測裝置和 GPS 的資料。

以下總結此模組的功能，它利用 USB 將影像傳輸至電腦上，影像中包含慣性量測裝置和 GPS 的資料，影像的格式為 RGB bayer pattern，可利用內插法還原成彩色影像，而影像的實際解析度為 750×480 ，每秒 64 張影像，每張影像有 25 筆慣性感測器的資料，每筆慣性感測器的資料包含三軸陀螺儀、三軸加速規、三軸磁力計與三個旋轉角度資訊，每一筆 GPS 的資料則分別在多張影像上。由於此模組包含了攝影機、慣性量測裝置和 GPS，我們將它命名為 xGIC。

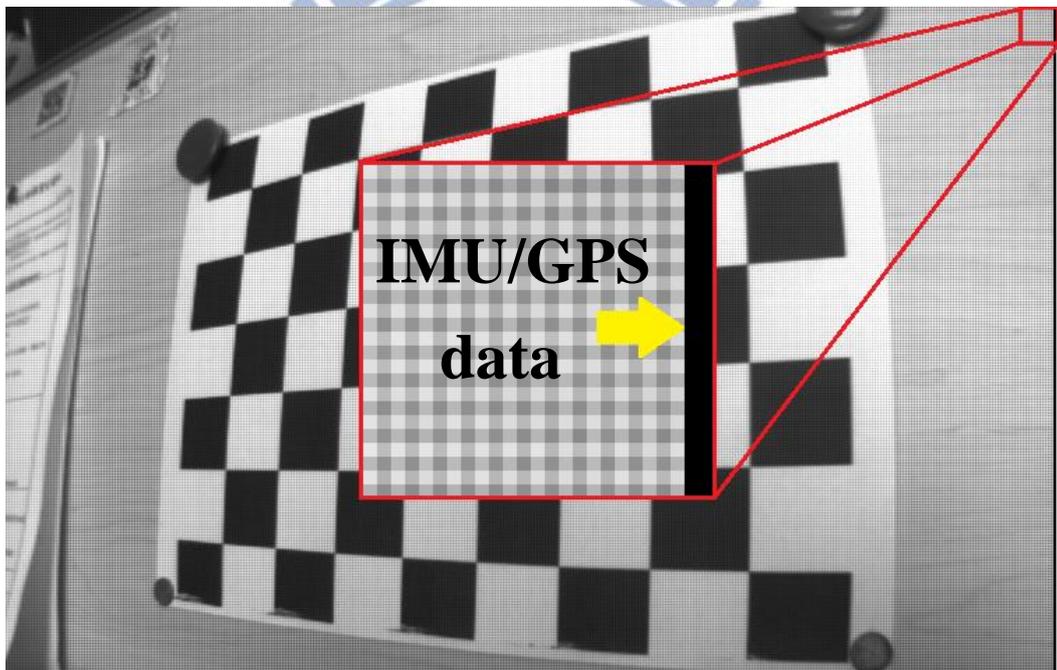


Fig. 4-15 傳輸格式示意圖

第五章 實驗結果與討論

5.1 攝影機與慣性量測裝置校正結果

以下為利用本論文所實作的硬體 xGIC，實際擷取真實資料的校正實驗，擷取的影像如 Fig. 5-1，以邊長 3 公分的棋盤格作為校正板，將校正板貼在座位的隔板上。此實驗歷時 30 秒，總共 1920 張影像、48000 筆慣性量測裝置的量測資料。

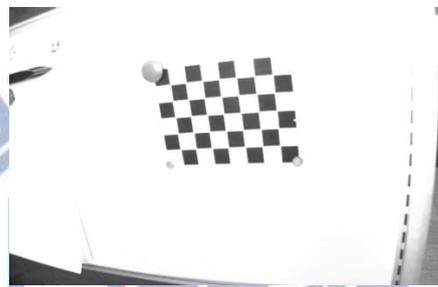


Fig. 5-1 校正實驗的實際影像

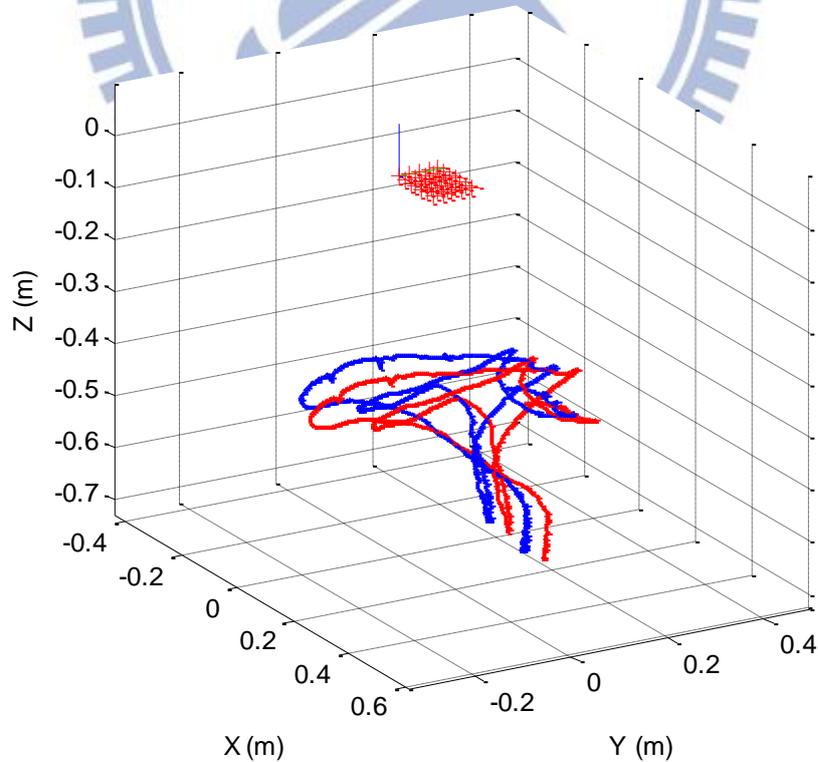


Fig. 5-2 軌跡估測結果

(藍色線為攝影機校正的外部參數軌跡，紅色線為攝影機與慣性量測裝置校正演算法所得的 IMU 軌跡)

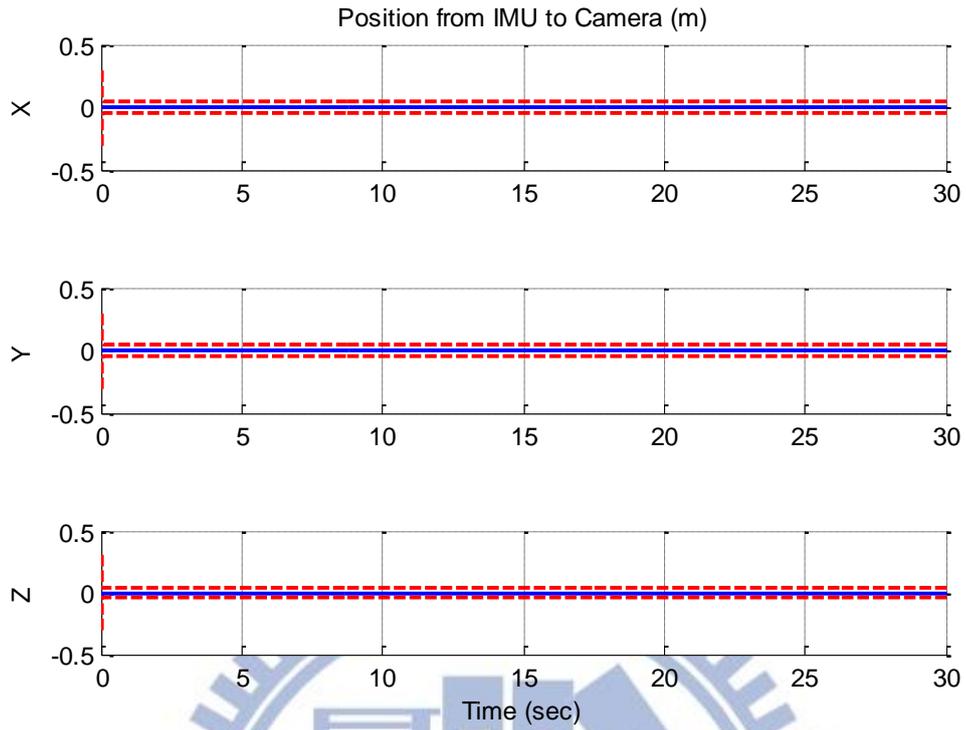


Fig. 5-3 攝影機與慣性量測裝置間的位移估測誤差
(藍色線為估測值減初始值，紅色線為 $\pm 3\sigma$)

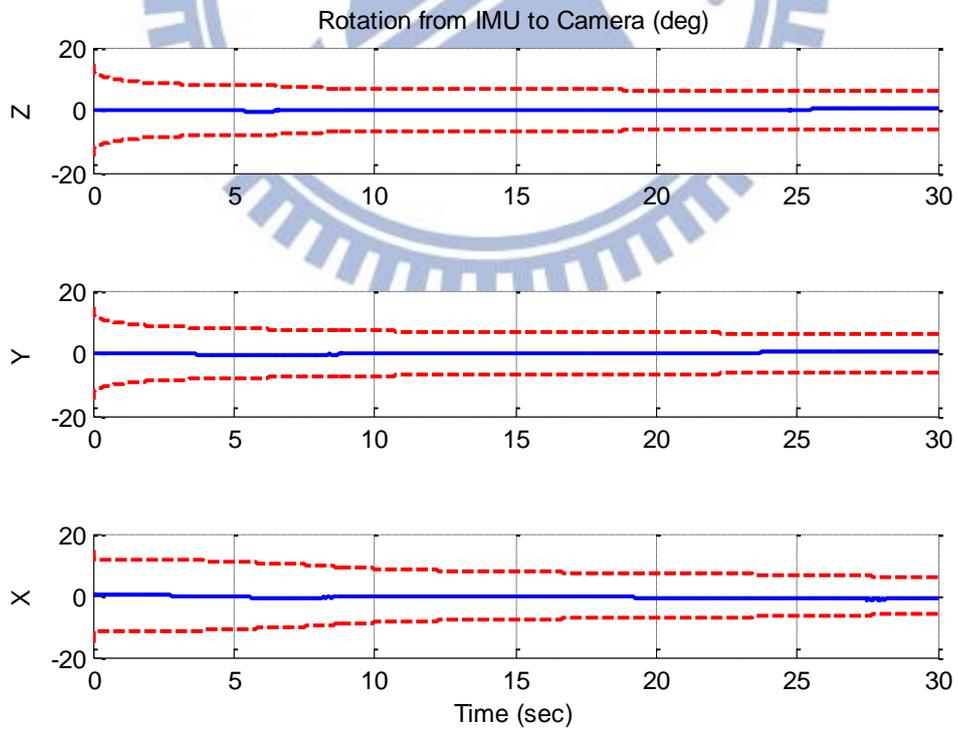


Fig. 5-4 攝影機與慣性量測裝置間的旋轉角度估測誤差
(藍色線為估測值減初始值，紅色線為 $\pm 3\sigma$)

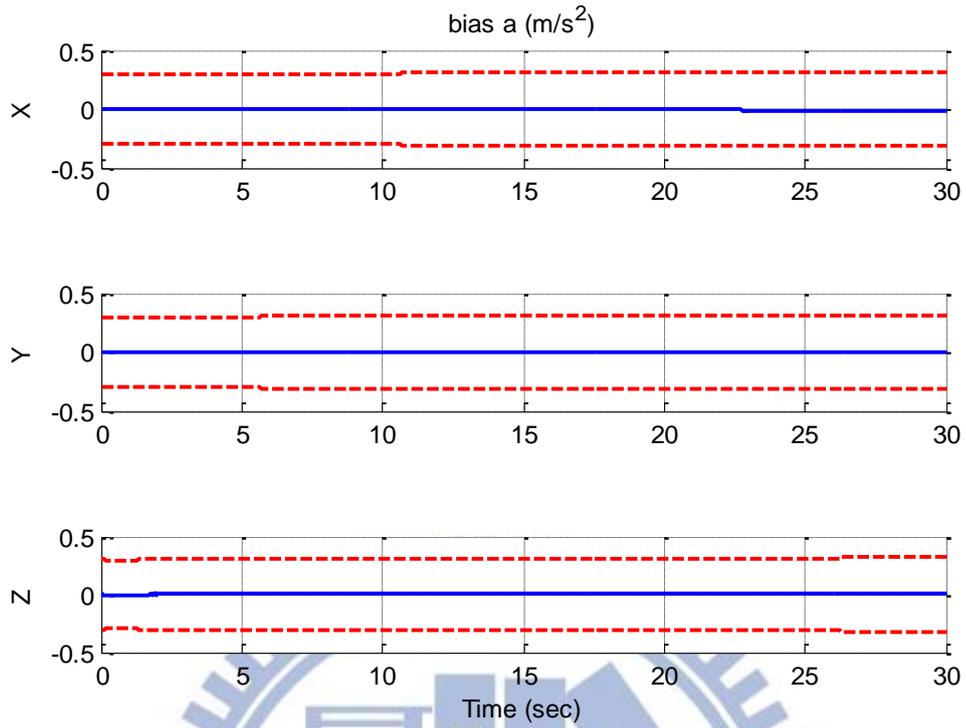


Fig. 5-5 加速規 bias 估測誤差
(藍色線為估測值減初始值，紅色線為 $\pm 3\sigma$)

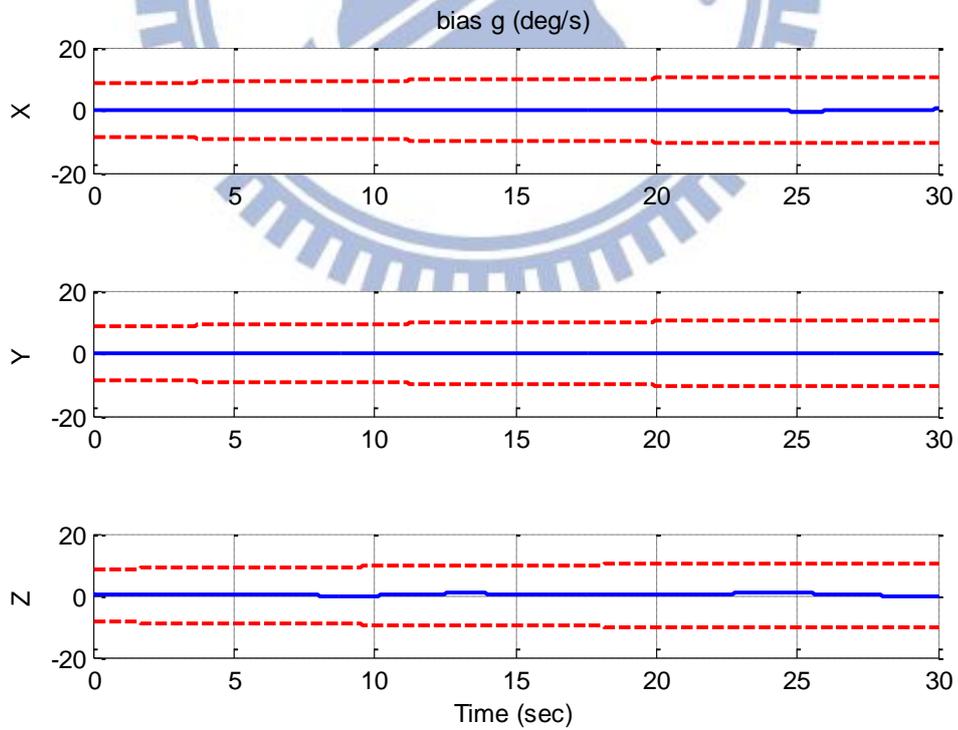


Fig. 5-6 陀螺儀 bias 估測誤差
(藍色線為估測值減初始值，紅色線為 $\pm 3\sigma$)

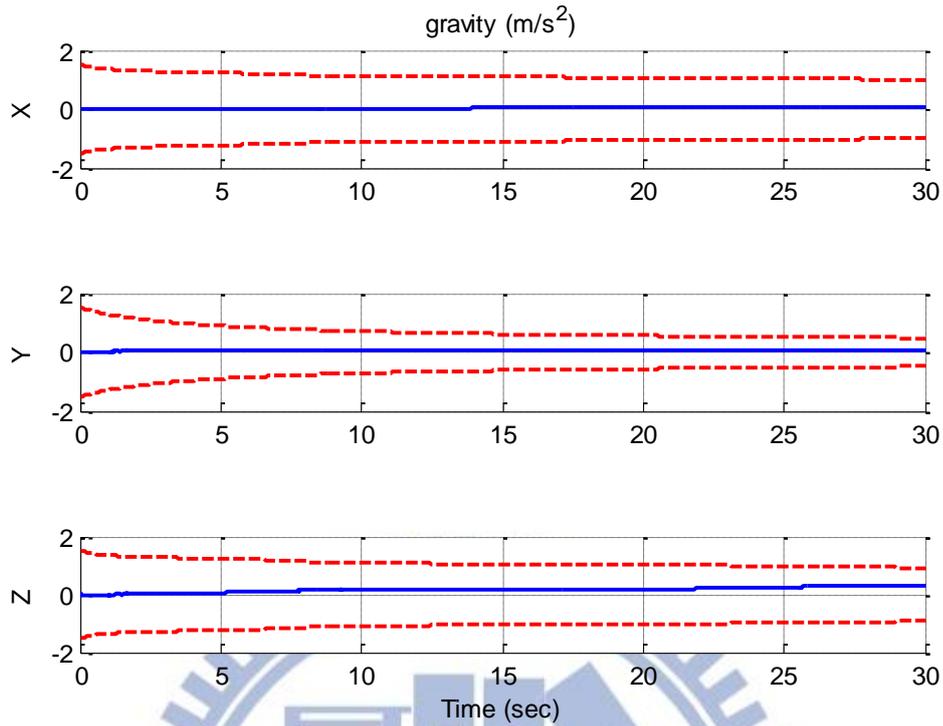


Fig. 5-7 重力向量估測誤差
(藍色線為估測值減初始值，紅色線為 $\pm 3\sigma$)

Table 5-1 攝影機與慣性量測裝置校正實驗的狀態估測結果表

State	Initial value	Estimated value	Unit
${}^I p_C$	$[-0.0280 \ 0.0210 \ 0.0220]^T$	$[-0.0281 \ 0.0220 \ 0.0153]^T$	m
${}^I \theta_C$	$[90.0000 \ 0.0000 \ 0.0000]^T$	$[90.3986 \ 0.4725 \ -1.1790]^T$	deg
b_a	$[0.0000 \ 0.0000 \ 0.0000]^T$	$[-0.0103 \ -0.0002 \ 0.0107]^T$	m/sec ²
b_g	$[0.0000 \ 0.0000 \ 0.0000]^T$	$[0.3189 \ 0.0591 \ -0.4641]^T$	deg/sec
${}^G g$	$[0.1956 \ -9.8045 \ -0.2646]^T$	$[0.2759 \ -9.7136 \ 0.0115]^T$	m/sec ²

${}^I p_C$ 和 ${}^I \theta_C$ 的初始值由實際硬體的設計圖來得到， ${}^G g$ 的初始值則利用本論文所使用的慣性量測裝置所測量到的相對 ENU(East North UP) frame 的角度來得到，由於本論文的問題僅為利用加速度與角速度作為慣性量測資訊，因此在校正的過程中，並沒有再使用到任何相對 ENU frame 的角度資訊。以軌跡估測的結果來說，校正演算法所得的慣性量測裝置軌跡與攝影機的外部參數軌跡是非常相似的，特別值得注意的是在校正的過程

中，演算法並沒有直接使用到攝影機的外部參數，僅利用投影後的角點資訊作為攝影機的量測值，透過仔細觀察 Fig. 5-2，可以發現慣性量測裝置軌跡相較外部參數軌跡是更加平滑的，這主要的原因為外部參數軌跡是由一張一張影像各別得到的，但慣性量測裝置軌跡是利用連續的動態模型所得到的，而從軌跡圖的結果，也可驗證本論文所設計的硬體平台是正常可以使用的。至於校正參數的估測值，結果皆為收斂的，狀態的 variance 也能被壓抑住。綜合以上的分析，可知此部分的校正是有效的。

5.2 視覺輔助慣性測程器

在這部分，我們分別以網路上公開的資料集 KITTI dataset[42]和本論文實作的硬體 xGIC 來測試演算法的效能。

5.2.1 KITTI dataset 的實驗結果

KITTI dataset[42]是目前在智慧車導航的研究中相當熱門的資料集之一，KITTI dataset 在它的實驗車上裝載許多感測器，如 Fig. 5-8，感測器包含：

- 一個慣性導航系統(GPS/IMU)：OXTS RT 3003
- 一個雷射測距儀：Velodyne HDL-64E
- 兩台黑白攝影機(1.4 Megapixels)：Point Grey Flea 2 (FL2-14S3M-C)
- 兩台彩色攝影機(1.4 Megapixels)：Point Grey Flea 2 (FL2-14S3C-C)
- 四個可調焦距的鏡頭(4-8 mm)：Edmund Optics NT59-917

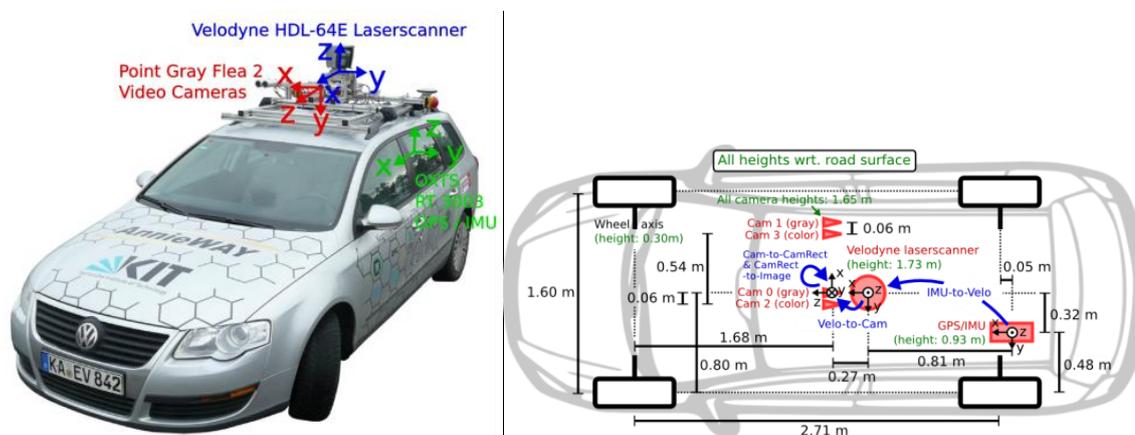


Fig. 5-8 KITTI dataset 的實驗車

在 KITTI dataset 中，它提供許多實驗車在不同路徑下所記錄的感測器資料，由於在評估移動軌跡估測的演算法時，所使用的設備本身的精準度對於結果是相當重要的，因此在相同的量測設備下，KITTI dataset 提供一個平台讓眾多演算法可以上傳其結果，再來公開地比較演算法間的效能。而在本論文的測程器演算法中，僅使用 KITTI dataset 中的加速規、陀螺儀和單一黑白攝影機的量測資訊，除了再將 GPS 的訊號作為 ground truth 外，並沒有再使用到任何其他感測器的資訊。

KITTI dataset 的加速規和陀螺儀的取樣頻率為 100Hz，攝影機的取樣頻率為 10Hz，他們有提供兩種版本的資料集，一種是完全原始的資料，另一種是經過他們事後同步的，經過同步後，加速規、陀螺儀和攝影機的取樣頻率相同，也就是為 10Hz，如同節 4.2 所述，由於這兩者的同步是相當重要的，因此在本論文中是使用他們事後同步的版本，而他們也有提供經他們校正後的攝影機內部參數以及各感測器間的空間關係。

在此部分，我們以 SIFT[43]作為特徵點擷取與比對的方式，接著為了維持一定的計算量，我們以 bucketing[39]的概念挑選固定數量的特徵點，bucketing 的概念為將影像分割成許多不重疊的區塊，接著在每個區塊間盡量挑選相同數量的特徵點，如 Fig. 5-9，所以當一個區塊擁有的特徵點數量較少時，會在這個區塊挑選數量比例上較多的特徵點，這種挑選方式的好處為特徵點會散布在整個影像平面上，因此在景深較遠或較近的地方皆會涵蓋到，而且也可確保特徵點不會皆落在移動物體上，會有一部分落在靜態的場景上，這對估測移動軌跡上會有所幫助。

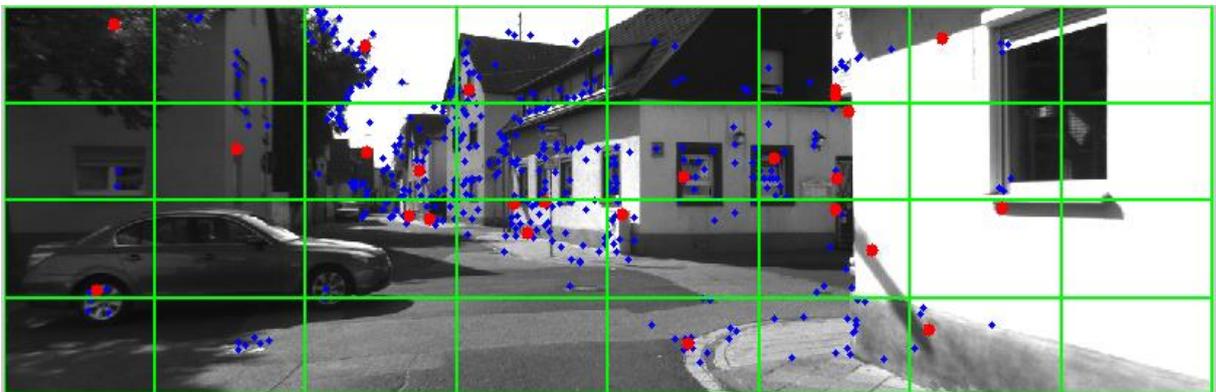


Fig. 5-9 KITTI dataset 的影像範例以及挑選特徵點的方式
(藍色為所有被擷取到的特徵點，紅色為被挑選到的特徵點)

在說明實驗結果之前，先定義比較演算法效能的方式，我們以 Euclidean 距離和旋轉角度來定義位移和旋轉誤差，並將 RMSE(Root Mean Square Error)相對於行進時間以圖的方式呈現，最後以表格比較整個行進過程的 RMSE 和終點的誤差。而與本論文提出的演算法相比的移動軌跡估測包含：(1)慣性導航系統(GPS/IMU)，並以此作為 ground truth；(2)單純使用慣性量測裝置估測的軌跡(pure IMU navigation)；(3)Geiger 等人於 2011 年所提出的兩種 visual odometry[44]，一種為單一攝影機(monocular visual odometry)，另一種為雙攝影機(stereo visual odometry)。以下將針對三種不同 case 評估演算法的效。

● **Case 1 :**

此路徑總長約為 540 公尺，總計 78 秒，平均速率約為每小時 25 公里。

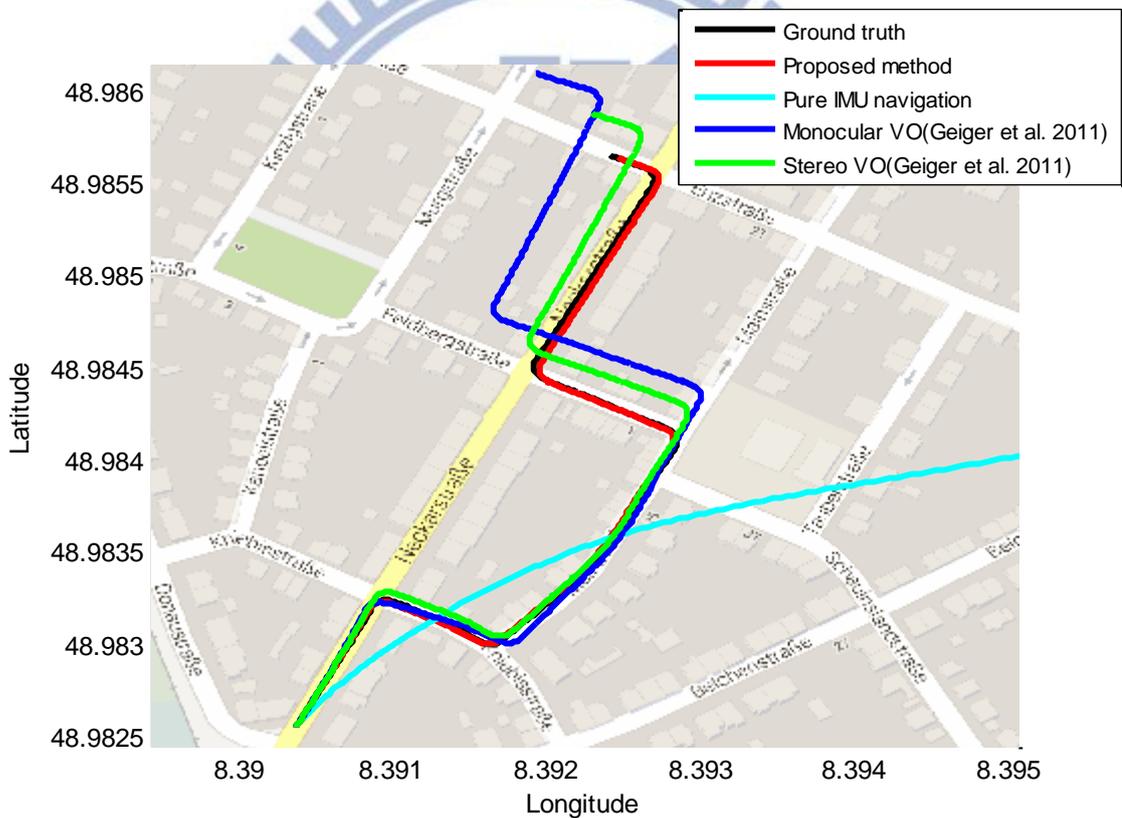


Fig. 5-10 KITTI dataset case1 的移動軌跡估測結果

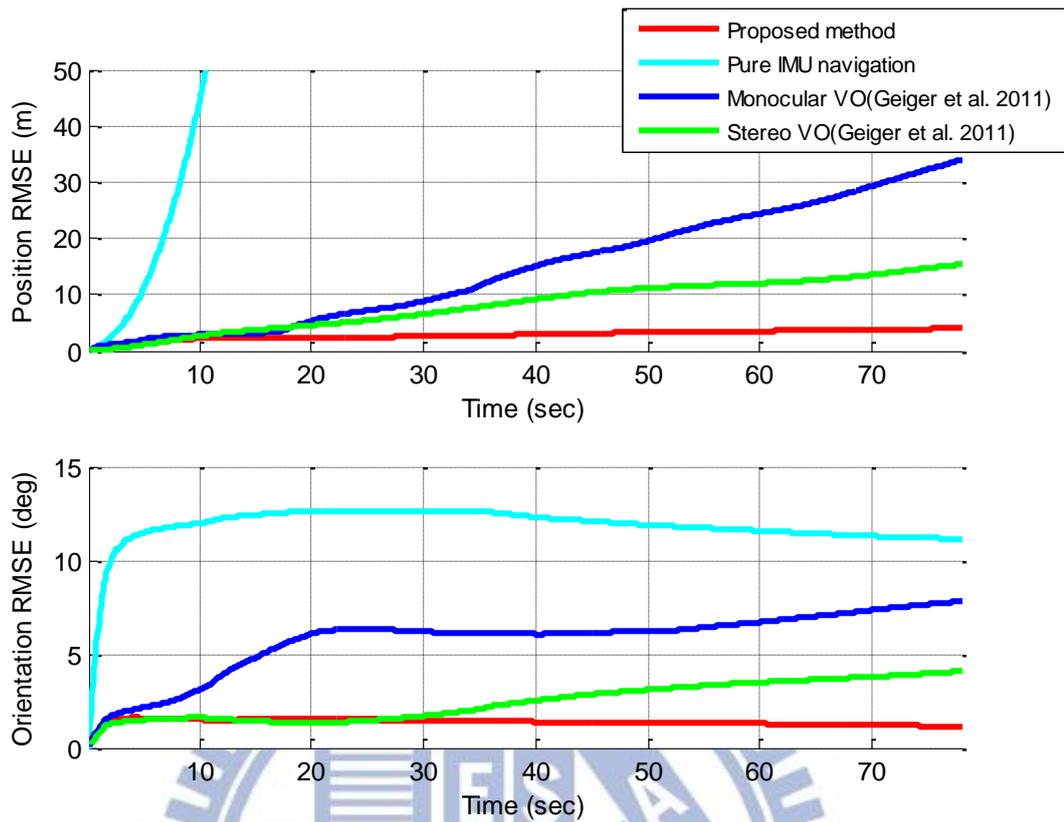


Fig. 5-11 KITTI dataset case1 的 RMSE 結果比較

Table 5-2 KITTI dataset case1 的整體 RMSE 和終點誤差結果比較

Algorithm	Overall position RMSE	Overall orientation RMSE	End point position error	End point orientation error
Proposed method	4.0018 m	1.1628 deg	6.4478 m	1.0586 deg
Pure IMU navigation	2748 m	11.1340 deg	6009 m	9.4521 deg
Monocular VO [44]	33.9685 m	7.8149 deg	67.5990 m	11.3223 deg
Stereo VO [44]	15.3520 m	4.0740 deg	26.7258 m	6.3967 deg

觀察 Fig. 5-10 的結果，可以發現 pure IMU navigation 很快地隨著誤差累積，導致結果和 ground truth 相差非常大。從 Fig. 5-11 和 Table 5-2 則可以得知 proposed method 在整體 RMSE 和終點誤差的部分皆勝於各方法，特別值得注意的是 pure IMU navigation 在旋轉誤差上，相對於位移誤差是比較接近 ground truth，也就是說陀螺儀所得的角度資訊相較加速規所得的位移資訊更加可靠，這個主要原因是因為角度資訊只需一次積分，而位移資訊必須先將重力補償掉再做二次積分才能得到，另外角度資訊的誤差也會在重力

補償時傳遞給位移資訊，造成位移資訊更多的誤差累積，接著觀察 monocular visual odometry，可以發現它在位移誤差的部分比起 pure IMU navigation 小非常多，但一般來說，使用單一攝影機是沒有地圖尺度的，在此的 monocular visual odometry 之所以有地圖尺度，主要是由假設已知車子的高度來推算的，而最後將 proposed method 與 pure IMU navigation、monocular visual odometry 相比，可以得知位移誤差和角度誤差皆比使用單一感測器較小，甚至比有固定 baseline 可以估測地圖尺度的 stereo visual odometry 好，因此兩種不同類型的感測器資訊融合可以使角度估測的結果更加可靠，也因為角度的誤差較小，使得在 Fig. 5-10 中，proposed method 相較 stereo visual odometry 更接近真實軌跡，若是將 proposed method 的誤差以行進距離取平均，可以得到位移和角度的整體 RMSE 每一公尺為 0.0074 m 和 0.0022 deg，終點的位移和角度誤差每一公尺為 0.0119 m 和 0.0020 deg。

- **Case 2 :**

此路徑總長約為 2160 公尺，總計 94.5 秒，平均速率約為每小時 82 公里。

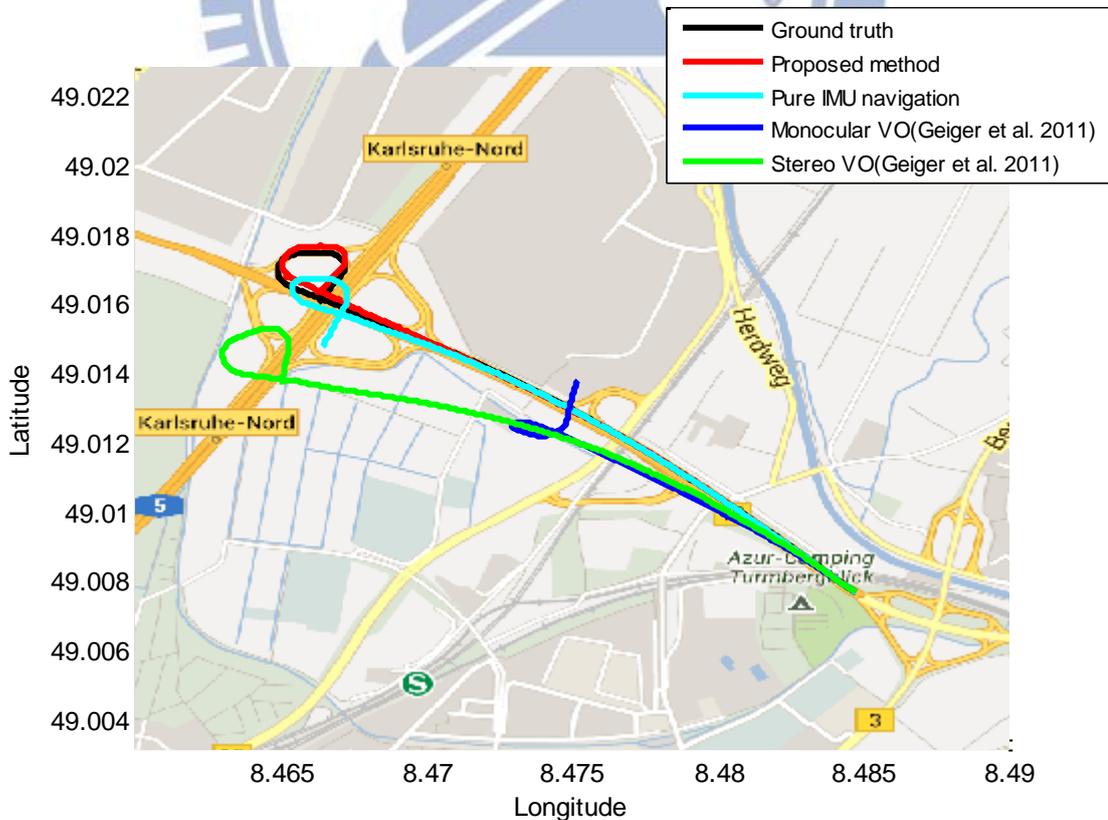


Fig. 5-12 KITTI dataset case2 的移動軌跡估測結果

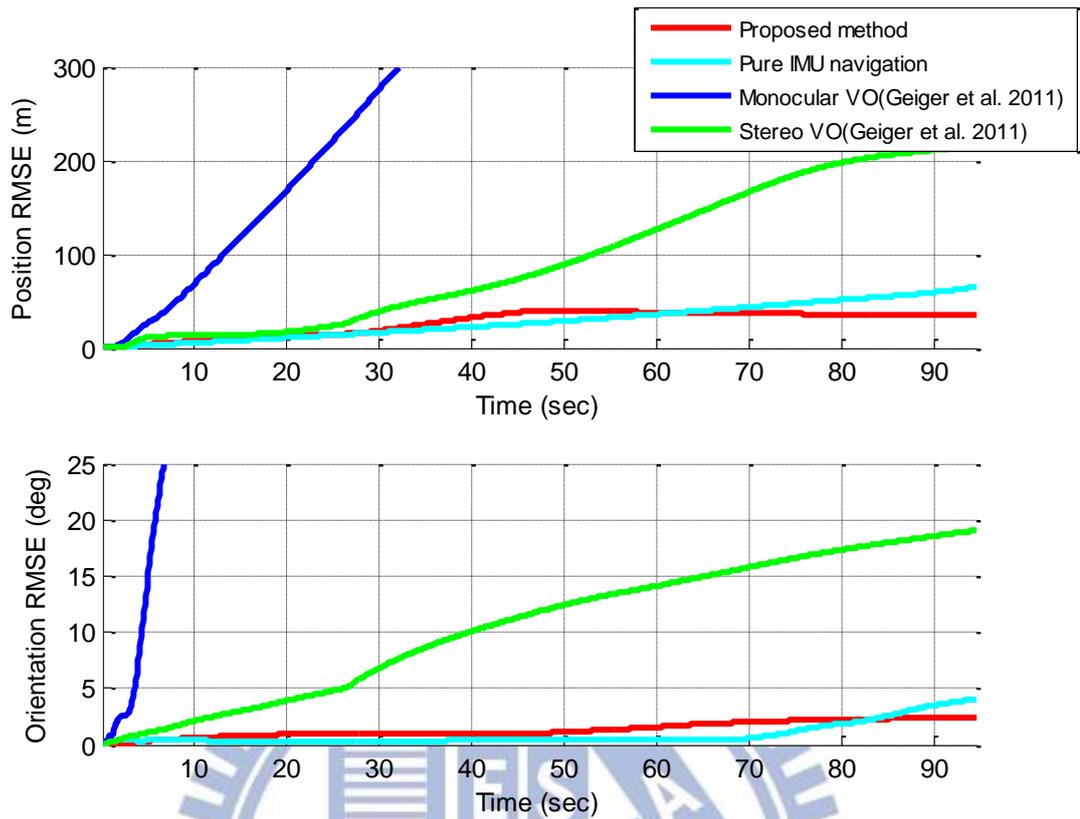


Fig. 5-13 KITTI dataset case2 的 RMSE 結果比較

Table 5-3 KITTI dataset case2 的整體 RMSE 和終點誤差結果比較

Algorithm	Overall position RMSE	Overall orientation RMSE	End point position error	End point orientation error
Proposed method	34.2638 m	2.3190 deg	28.3338 m	2.4629 deg
Pure IMU navigation	64.8753 m	4.0528 deg	147.6343 m	10.2659 deg
Monocular VO [44]	596.3744 m	96.4882 deg	704.6405 m	164.5494 deg
Stereo VO [44]	215.7575 m	19.0431 deg	300.1239 m	27.5330 deg

由於這個 case 是高速公路下所錄得的資料，因此它的移動速率較 case1 快非常多，而觀察 Fig. 5-12 的結果，可以發現 pure IMU navigation，相較 case1 的估測可靠許多，主要原因為慣性量測裝置在較快的運動時，量測資訊的不確定性較低，使得它的積分效果較好，在攝影機方面，由於移動速率較快，造成攝影機的量測資訊不確定性較高，進而使得 monocular visual odometry 和 stereo visual odometry 皆較 pure IMU navigation 差。從 Fig. 5-13 和 Table 5-3 則可以得知 proposed method 依舊皆勝於各方法，在角度估測誤

差較小的情形下，同樣使得在 Fig. 5-12 中，proposed method 相較 stereo visual odometry 更接近真實軌跡，而將 proposed method 與 pure IMU navigation、monocular visual odometry 相比，可以得知位移誤差和角度誤差皆比使用單一感測器較小，若是將 proposed method 的誤差以行進距離取平均，可以得到位移和角度的整體 RMSE 每一公尺為 0.0159 m 和 0.0011 deg，終點的位移和角度誤差每一公尺為 0.0131 m 和 0.0011 deg。

● **Case 3 :**

此路徑總長約為 3577 公尺，總計 440 秒，平均速率約為每小時 29 公里。

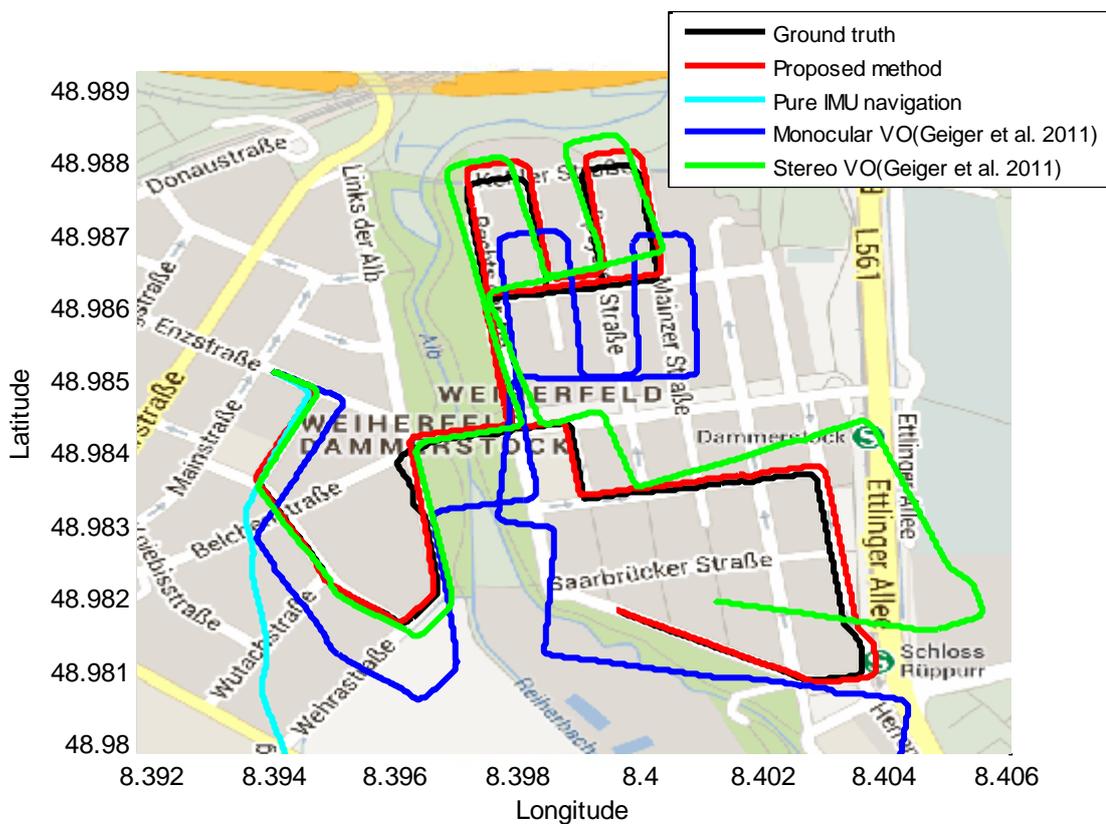


Fig. 5-14 KITTI dataset case3 的移動軌跡估測結果

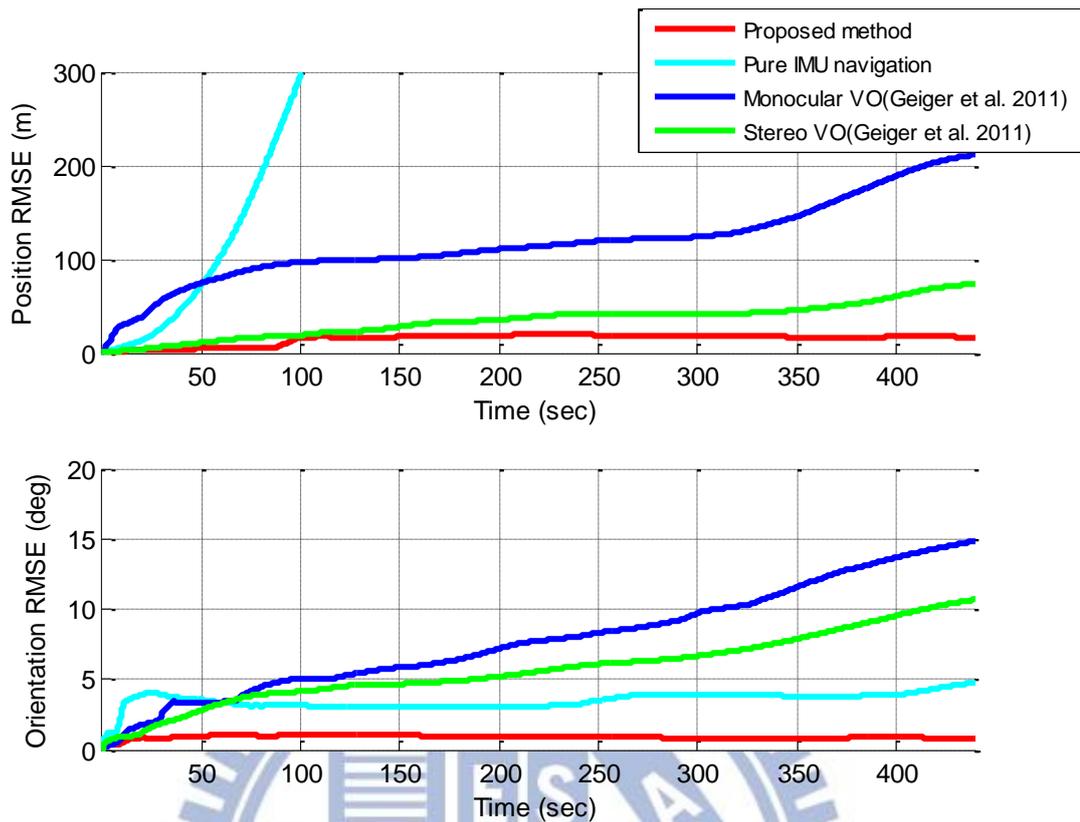


Fig. 5-15 KITTI dataset case3 的 RMSE 結果比較

Table 5-4 KITTI dataset case3 的整體 RMSE 和終點誤差結果比較

Algorithm	Overall position RMSE	Overall orientation RMSE	End point position error	End point orientation error
Proposed method	16.9207 m	0.8480 deg	13.4773 m	0.8194 deg
Pure IMU navigation	6742 m	4.7723 deg	14731 m	10.0392 deg
Monocular VO [44]	211.2474 m	14.8340 deg	304.5535 m	23.7477 deg
Stereo VO [44]	73.4203 m	10.6717 deg	118.9049 m	17.7305 deg

這個 case 則是移動路徑長達 3577 公尺，主要目的是測試演算法在路徑較長時，結果是否會發散，觀察 Fig. 5-14 的結果，可以發現 pure IMU navigation，一開始可以得到可靠的結果，但之後隨著誤差累積結果和 ground truth 相差非常大。從 Fig. 5-15 和 Table 5-4 則可以得知 proposed method 依舊皆勝於各方法，在角度估測誤差較小的情形下，同樣使得在 Fig. 5-14 中，proposed method 相較 stereo visual odometry 更接近真實軌跡，而將 proposed method 與 pure IMU navigation、monocular visual odometry 相比，可以得知

位移誤差和角度誤差皆比使用單一感測器較小，若是將 proposed method 的誤差以行進距離取平均，可以得到位移和角度的整體 RMSE 每一公尺為 0.0047 m 和 0.0002 deg，終點的位移和角度誤差每一公尺為 0.0038 m 和 0.0002 deg。

經過 case1、case2 和 case3 的實驗與討論，總體來說，透過不同感測器間的融合可以得到更可靠的結果。

5.2.2 xGIC 的實驗結果

在此部分的實驗，我們分別在室外與室內的環境評估演算法的效能。

- 室外的環境

我們以行車紀錄器的固定架將本論文實作的硬體 xGIC 裝設於汽車的擋風玻璃外，GPS 的天線則以磁鐵將其吸附在車頂上，如 Fig. 5-16 所示，我們以筆記型電腦的 USB 連接 xGIC，作為提供電力與傳輸資料使用，並利用筆記型電腦將 xGIC 所錄到的資料儲存在硬碟上。xGIC 於戶外的拍攝圖如 Fig. 5-17 所示。



Fig. 5-16 本論文實作的硬體 xGIC 裝設於汽車上的實際圖



Fig. 5-17 xGIC 於戶外的拍攝圖

雖然 xGIC 的攝影機每秒可以有 64 張畫面，但考量到以下三點：(1)汽車在道路上的動態並不如手持或是裝設於直升機上這麼劇烈；(2)由於本論文是以攝影機之間的幾何關係作為量測模型，畫面與畫面之間有姿態變化對於估測會有所幫助；(3)降低計算量。綜合以上三點，我們在計算演算法時，是以原始資料的每隔四張影像計算一次，相當於攝影機是 16fps，而慣性量測裝置仍舊還是以 1600Hz 來計算。在挑選特徵點的部分，同樣以 bucketing[39]的概念挑選固定數量的特徵點來維持一定的計算量。

在說明實驗結果之前，先定義比較演算法效能的方式，我們以 Euclidean 距離定義位移誤差，並將 RMSE 相對於行進時間以圖的方式呈現，最後以表格比較整個行進過程的 RMSE 和終點的誤差，而在旋轉誤差上，雖然 ADIS 16480 可以直接提供角度的資訊，但將它裝設在汽車上時，我們發現它所提供的角度資訊是相當不可靠的，這可能是因為磁力計受到嚴重地干擾，因此在這部分並沒有可以作為 ground truth 的角度資訊，也就無法計算旋轉誤差。而與本論文提出的演算法相比的移動軌跡估測包含：(1)GPS，利用內插法將原本 1Hz 的資料填補成 16Hz，並以此作為位置的 ground truth；(2)單純使用慣性量測裝置估測的軌跡(pure IMU navigation)；(3)Geiger 等人於 2011 年所提出的 monocular visual odometry [44]。以下將以汽車環繞交通大學校園一圈評估演算法的效能。此路徑總長約為 2200 公尺，總計 226 秒，平均速率約為每小時 35 公里。

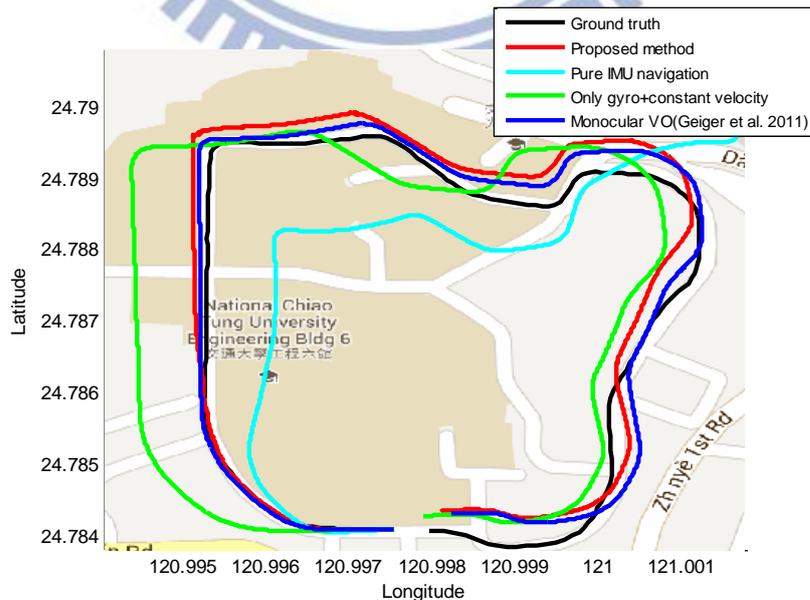


Fig. 5-18 xGIC 在室外實驗的移動軌跡估測結果

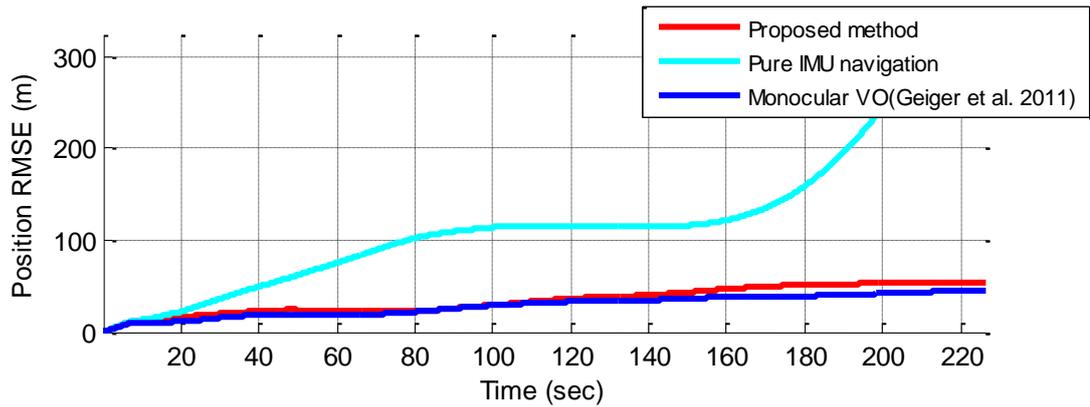


Fig. 5-19 xGIC 在室外實驗的 RMSE 結果比較

Table 5-5 xGIC 在室外實驗的整體 RMSE 和終點誤差結果比較

Algorithm	Overall position RMSE	End point position error
Proposed method	54.5921 m	48.9932 m
Pure IMU navigation	429.8136 m	1345 m
Monocular VO [44]	45.1443 m	57.4096 m

觀察 Fig. 5-18 的結果，可以發現 pure IMU navigation 隨著誤差累積，導致結果和 ground truth 相差非常大，但若不使用加速規積分得到位置，而是只使用陀螺儀並假設汽車是以每秒 10 公尺的速率向前行進，所得的軌跡形狀和 ground truth 較為接近，由此可知 pure IMU navigation 的最主要問題在於無法從加速規得到一個可靠的位移資訊，但陀螺儀的資訊是相對較可靠的。從 Fig. 5-19 和 Table 5-5 則可以得知 proposed method 在本實驗中遜於 monocular visual odometry，主要的原因為在這個 case 下，只使用攝影機或陀螺儀皆可得到可靠的角度資訊，但由於 proposed method 是利用加速規積分估測地圖尺度，而 monocular visual odometry 則是利用已知攝影機裝設於汽車上的高度以及仰角來估測尺度，因此加速規是否包含可靠的位移資訊將會嚴重影響到 proposed method 估測的地圖尺度，不過整體來說，proposed method 在沒有任何關於載具的已知條件下，所得的軌跡估測結果和 monocular visual odometry 的結果是相近的。若是將 proposed method 的誤差以行進距離取平均，可以得到位移的整體 RMSE 每一公尺為 0.0248 m，終點的位移誤差每一公尺為 0.0223 m。

- 室內的環境

我們將 xGIC 在室內以手持的方式行走一個類似於”8”的路徑，此路徑總長約為 46 公尺，總計 39.8 秒，平均速率約為每秒 1.156 公尺。

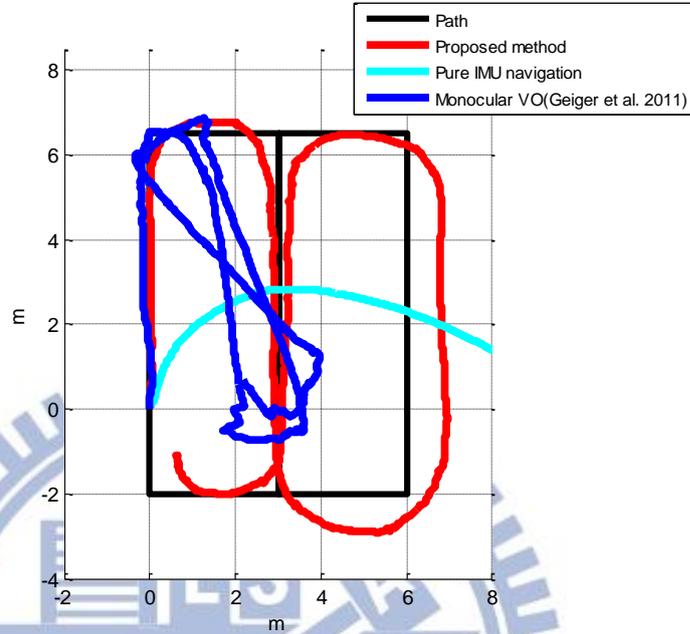


Fig. 5-20 xGIC 在室內實驗的移動軌跡估測結果

Table 5-6 xGIC 在室內實驗估測的終點與行走距離

Proposed method	
Start point	$[0 \ 0 \ 0]^T \text{ m}$
End point	$[0 \ 0 \ 0]^T \text{ m}$
Estimated end point	$[0.2082 \ -0.6224 \ -1.0983]^T \text{ m}$
Estimated walking distance	47.3566 m

由於此實驗是在室內的環境下進行，GPS 的訊號是無法取得的，因此沒有可作為 ground truth 的位置資訊來計算位移誤差。觀察 Fig. 5-20 的結果，可以發現在這個 case 下，proposed method 是勝於 monocular visual odometry，主要原因是因為我們所提出的演算法並沒有限定任何特殊的 motion model，所以 xGIC 是可以在空間上任意運動的，因此相對於必須在固定高度和仰角的 monocular visual odometry，proposed method 的結果是較好的。proposed method 估測的終點為 $[0.2082 \ -0.6224 \ -1.0983]^T$ ，實際終點和估測終點間的 Euclidean 距離約佔整個行進距離的 2.78%，而估測的行進距離約為 47.3566 公尺，與實際行進距離的誤差約佔整個行進距離的 2.95%。

第六章 研究果與未來展望

6.1 研究成果

本論文提出一套結合單一攝影機與慣性量測裝置的測程器架構，由於使用在三張影像中存在的攝影機幾何限制作為攝影機所提供的量測資訊，使得此方法可以不需要估測特徵點在空間中的位置，也就不需要進行重建環境的演算，並且同時將三張影像分別對應到的攝影機姿態在濾波器中修正，形成一個 multi state constraint Kalman filter，因此是一個在計算量與精確度間取得平衡的 sliding window 式測程法，相較於現存視覺式測程法或是同時定位與地圖建立的方法，本論文提出的架構更符合自我軌跡估測的測程需求並且適用於即時導航系統，而為了有效地排除比對錯誤或是落於移動物體上的特徵點，以基於三視角幾何的 RANSAC 演算法來挑選 inlier。本論文同時實作了一套整合攝影機、慣性量測裝置和 GPS 的硬體平台，在這硬體平台中，是以實際電路上的硬體訊號來達成攝影機與慣性量測裝置間的同步，接著本論文實作了攝影機與慣性量測裝置間的空間關係校正演算法並說明其結果。最後以網路上公開的資料集和所實作的硬體平台評估本論文所提出的測程器演算法效能，在資料集部分的實驗結果，以 pure IMU navigation、monocular visual odometry、stereo visual odometry 和本論文的測程器相比，結果顯示本論文的測程器在地圖上是最接近真實軌跡的，而與 pure IMU navigation、monocular visual odometry 相比，結果顯示經過感測器融合後確實可以得到更可靠的結果，而在本論文實作的硬體平台的實驗結果，以 pure IMU navigation、monocular visual odometry 和本論文的測程器相比，在室外的實驗結果顯示本論文的測程器在沒有任何關於載具的已知條件下，所得的軌跡估測結果和 monocular visual odometry 的結果是相近的，在室內的實驗結果則顯示本論文的測程器即使是在手持的狀況下，所估測的移動軌跡仍有一定的可靠度。

6.2 未來展望

在本論文中，是以特徵點的方式來使用 trifocal tensor，但在 trifocal tensor 原本的推導中，是以線段與線段之間的對應關係推導的，因此未來可以考慮改以線段來使用 trifocal tensor，也就是以線段作為攝影機的量測資訊，線段相較特徵點來說，在許多人造的建築物環境下更為強健，而且在攝影機與慣性量測裝置的感測器融合中，使用線段作為攝影機量測資訊的方式在今年 2013 的 ICRA 才首次被提出[45]，這後續仍有相當多的研究空間。另一方面在測程器的架構中，可以用相對的姿態來作為濾波器的狀態[30]，這可以使得姿態的不確定性不會被一直傳遞下去，而是被限制在一個大小。



Appendix

$$\mathbf{Q}_d = \int_{\Delta t} \mathbf{F}_d(\tau) \mathbf{G}_c \mathbf{Q}_c \mathbf{G}_c^T \mathbf{F}_d(\tau)^T d\tau$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{d11} & \mathbf{Q}_{d12} & \mathbf{Q}_{d13} & \mathbf{Q}_{d14} & \mathbf{Q}_{d15} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d21} & \mathbf{Q}_{d22} & \mathbf{Q}_{d23} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_{d25} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d31} & \mathbf{Q}_{d32} & \mathbf{Q}_{d33} & \mathbf{Q}_{d34} & \mathbf{Q}_{d35} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d41} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_{d43} & \mathbf{Q}_{d44} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{Q}_{d51} & \mathbf{Q}_{d52} & \mathbf{Q}_{d53} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_{d55} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{0}_{12 \times 12} \end{bmatrix}$$

將 $[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]$ 四次方以上的忽略，可得 \mathbf{Q}_d 矩陣各 element 的近似為：

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{d11} &= \sigma_g^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\frac{1}{20} \Delta t^5 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{252} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^7 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l)^T \\ &\quad + \frac{1}{3} \sigma_a^2 \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{20} \sigma_{ba}^2 \Delta t^5 \cdot \mathbf{I}_3 \\ &\quad - \sigma_{bg}^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{252} \Delta t^7 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{3 \times 5 \times 4!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^9 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{d12} &= \sigma_g^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\frac{1}{3!} \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{12} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^4 - \frac{1}{40} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^5 \right) \\ &\quad + \sigma_{bg}^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\frac{1}{30} \Delta t^5 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{144} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^6 - \frac{11}{7 * 720} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^7 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{d13} &= \sigma_g^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{8} \Delta t^4 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{60} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^5 + \frac{1}{144} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^6 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times]^T \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l)^T \\ &\quad + \frac{1}{2} \sigma_a^2 \Delta t^2 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{8} \sigma_{ba}^2 \Delta t^4 \cdot \mathbf{I}_3 \\ &\quad + \sigma_{bg}^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(-\frac{1}{72} \Delta t^6 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{7 \times 144} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^7 - \frac{1}{8 \times 240} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^8 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l)^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}_{d14} = -\frac{1}{6} \sigma_{ba}^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) \Delta t^3$$

$$\mathbf{Q}_{d15} = \sigma_{bg}^2 \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{4!} \Delta t^4 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{5!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^5 + \frac{1}{6!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^6 \right)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{d21} &= \sigma_g^2 \left(\frac{1}{6} \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{12} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^4 + \frac{1}{40} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^5 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l)^T \\ &\quad + \sigma_{bg}^2 \left(\frac{1}{30} \Delta t^5 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{144} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^6 + \frac{11}{7 \times 720} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^7 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}}_l)^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}_{d22} = \sigma_g^2 \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 + \sigma_{bg}^2 \left(\frac{1}{3} \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{2}{5!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^5 \right)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{d23} &= \sigma_g^2 \left(\frac{1}{2} \Delta t^2 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{6} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^3 + \frac{1}{24} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^4 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l)^T \\ &\quad + \sigma_{bg}^2 \left(\frac{1}{8} \Delta t^4 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{60} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^5 + \frac{1}{144} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^6 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l)^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}_{d25} = \sigma_{bg}^2 \left(-\frac{1}{2!} \Delta t^2 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{3!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^3 - \frac{1}{4!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^4 \right)$$

$$\mathbf{Q}_{d31} = \mathbf{Q}_{d13}^T$$

$$\mathbf{Q}_{d32} = \mathbf{Q}_{d23}^T$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{d33} &= -\sigma_g^2 \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{3} \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{60} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^5 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l)^T \\ &\quad + \sigma_a^2 \Delta t \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{3} \sigma_{ba}^2 \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 \\ &\quad - \sigma_{bg}^2 \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{20} \Delta t^5 \cdot \mathbf{I}_3 + \frac{1}{504} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^7 \right) [\hat{\mathbf{a}} \times] \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l)^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}_{d34} = -\frac{1}{2} \sigma_{ba}^2 \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l) \Delta t^2$$

$$\mathbf{Q}_{d35} = \sigma_{bg}^2 \mathbf{R}({}^G \hat{\mathbf{q}}_l) [\hat{\mathbf{a}} \times] \left(\frac{1}{3!} \Delta t^3 \cdot \mathbf{I}_3 - \frac{1}{4!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \Delta t^4 + \frac{1}{5!} [\hat{\boldsymbol{\omega}} \times]^2 \Delta t^5 \right)$$

$$\mathbf{Q}_{d41} = \mathbf{Q}_{d14}^T$$

$$\mathbf{Q}_{d43} = \mathbf{Q}_{d34}^T$$

$$\mathbf{Q}_{d44} = \sigma_{ba}^2 \Delta t \cdot \mathbf{I}_3$$

$$\mathbf{Q}_{d51} = \mathbf{Q}_{d15}^T$$

$$\mathbf{Q}_{d52} = \mathbf{Q}_{d25}^T$$

$$\mathbf{Q}_{d53} = \mathbf{Q}_{d35}^T$$

$$\mathbf{Q}_{d55} = \sigma_{bg}^2 \Delta t \cdot \mathbf{I}_3$$

Reference

- [1] H. Jwu-Sheng, T. Chin-Yuan, C. Ming-Yuan and S. Kuan-Chun, "IMU-Assisted Monocular Visual Odometry Including the Human Walking Model for Wearable Applications," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe, Germany, May 6-10, 2013.
- [2] T. Chin-Yuan, C. Jian-An, and H. Jwu-Sheng, "Unscented Blind Image De-blurring Using Camera with Inertial Measurement Unit," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, Shenzhen, China, Dec. 12-14, 2012, pp. 2096-2101.
- [3] K. Jun-Sik, H. Myung, and T. Kanade, "Realtime Affine-photometric KLT Feature Tracker on GPU in CUDA Framework," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops)*, Kyoto, Japan, Sep. 27-Oct. 4, 2009, pp. 886-893.
- [4] D. Kurz and S. Ben Himane, " Inertial sensor-aligned visual feature descriptors," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Colorado Springs, CO, USA, Jun. 20-25, 2011, pp. 161-166.
- [5] G. Panahandeh, N. Mohammadiha, and M. Jansson, "Ground Plane Feature Detection in Mobile Vision-Aided Inertial Navigation," in *Proc. of the IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Vilamoura, Algarve, Portugal, Oct. 7-12, 2012, pp. 3607-3611.
- [6] V. Lippiello, G. Loianno, and B. Siciliano, "MAV Indoor Navigation Based on a Closed-Form Solution for Absolute Scale Velocity Estimation Using Optical Flow and Inertial Data," in *Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, Orlando, FL, USA, Dec. 12-15, 2011, pp. 3566-3571.
- [7] L. Kneip, A. Martinelli, S. Weiss, D. Scaramuzza, and R. Siegwart, "Closed-Form Solution for Absolute Scale Velocity Determination Combining Inertial Measurements

- and a Single Feature Correspondence," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai, China, May 9-13, 2011, pp. 4546-4553.
- [8] D.-S. Tue-Cuong and A. I. Mourikis, "Estimator Initialization in Vision-aided Inertial Navigation with Unknown Camera-IMU Calibration," in *Proc. of the IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Vilamoura, Algarve, Portugal, Oct. 7-12, 2012, pp. 1064-1071.
- [9] T. Lupton and S. Sukkarieh, "Visual-Inertial-Aided Navigation for High-Dynamic Motion in Built Environments Without Initial Conditions," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 28, no. 1, pp. 61-76, Feb. 2012.
- [10] A. Martinelli, "Vision and IMU Data Fusion: Closed-Form Solutions for Attitude, Speed, Absolute Scale, and Bias Determination," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 28, no. 1, pp. 44-60, Feb. 2012.
- [11] J. B. Kuipers, *QUATERNIONS AND ROTATION SEQUENCES*. Princeton University Press, 1999.
- [12] R. Hartley and A. Zisserman, *Multiple View Geometry in computer vision*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2008.
- [13] J. Sola. (2012, Nov. 6). *Quaternion kinematics for the error-state KF* [Online]. Available: <http://www.joansola.eu/JoanSola/objectes/notes/kinematics.pdf>
- [14] N. Trawny and S. I. Roumeliotis, "Indirect Kalman Filter for 3D Attitude Estimation," University of Minnesota, Dept. of Comp. Sci. & Eng., Tech. Rep. 2005-002, Mar. 2005.
- [15] J. Y. Bouguet. (2010, Jul. 9). *Camera Calibration Toolbox for Matlab* [Online]. Available: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/
- [16] Z. Zhengyou, "Flexible Camera Calibration By Viewing a Plane From Unknown Orientations," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Computer Vision (ICCV)*, Kerkyra, Corfu, Greece, Sep. 20-25, 1999, pp. 666-673.

- [17] J. Heikkila and O. Silven, "A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction," in *Proc. of the IEEE Computer Society on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, San Juan, Puerto Rico, Jun. 17-19, 1997, pp. 1106-1112.
- [18] F. M. Mirzaei and S. I. Roumeliotis, "A Kalman Filter-Based Algorithm for IMU-Camera Calibration: Observability Analysis and Performance Evaluation," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 24, no. 5, pp. 1143-1156, Oct. 2008.
- [19] J. Kelly and G. Sukhatme, "Visual-Inertial Simultaneous Localization, Mapping and Sensor-to-Sensor Self-Calibration," in *Proc. of the IEEE Intl. Symp. on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA)*, Daejeon, Korea, Dec. 15-18, 2009, pp. 360-368.
- [20] C. D. Hall. (2002). *Spacecraft Attitude Dynamics and Control. Lecture Notes, Chapter 3* [Online]. Available: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4140/>
- [21] P. Corke, J. Lobo, and J. Dias, "An Introduction to Inertial and Visual Sensing," *Intl. Journal of Robotics Research*, vol. 26, no. 6, pp. 519-535, Jun. 2007.
- [22] G. Klein and D. Murray, "Parallel Tracking and Mapping for Small AR Workspaces," in *Proc. of the IEEE/ACM Intl. Symp. on Mixed and Augmented Reality (ISMAR)*, Nara, Japan, Nov. 13-16, 2007, pp. 225-234.
- [23] G. Nützi, S. Weiss, D. Scaramuzza, and R. Siegwart, "Fusion of IMU and Vision for Absolute Scale Estimation in Monocular SLAM," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 61, no. 1-4, pp. 287-299, Jan. 2011.
- [24] S. Weiss and R. Siegwart, "Real-Time Metric State Estimation for Modular Vision-Inertial Systems," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai, China, May 9-13, 2011, pp. 4531-4537.
- [25] L. Kneip, S. Weiss, and R. Siegwart, "Deterministic Initialization of Metric State Estimation Filters for Loosely-Coupled Monocular Vision-Inertial Systems," in *Proc. of*

- the IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, San Francisco, CA, USA, Sep. 25-30, 2011, pp. 2235-2241.
- [26] D. Scaramuzza and F. Fraundorfer, "Visual Odometry [Tutorial]," *IEEE Robotics Automation Magazine*, vol. 18, no. 4, pp. 80-92, Dec. 2011
- [27] D. Nister, O. Naroditsky, and J. Bergen, "Visual Odometry," in *Proc. of the IEEE Computer Society Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, vol. 1, Washington, DC, USA, Jun. 27-Jul. 2, 2004, pp. 652-659.
- [28] A. J. Davison, I. D. Reid, N. D. Molton, and O. Stasse, "MonoSLAM: Real-Time Single Camera SLAM," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, no. 6, pp. 1052-1067, Jun. 2007.
- [29] J. Civera, A. J. Davison, and J. Montiel, "Inverse Depth Parametrization for Monocular SLAM," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 24, no.5, pp. 932-945, Oct. 2008.
- [30] J. Civera, O. G. Grasa, A. J. Davison, and J. M. M. Montiel, "1-Point RANSAC for EKF Filtering. Application to Real-Time Structure from Motion and Visual Odometry," *Journal of Field Robotics*, vol. 27, no. 5, pp. 609-631, Sep. 2010.
- [31] P. Pinies, T. Lupton, S. Sukkarieh, and J. D. Tardos, "Inertial Aiding of Inverse Depth SLAM using a Monocular Camera," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Roma, Italy, Apr. 10-14, 2007, pp. 2797-2802.
- [32] A. I. Mourikis and S. I. Roumeliotis, "A Multi-State Constraint Kalman Filter for Vision-aided Inertial Navigation," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Roma, Italy, Apr. 10-14, 2007, pp. 3565-3572.
- [33] L. Mingyang and A. I. Mourikis, "Improving the Accuracy of EKF-Based Visual-Inertial Odometry," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, St. Paul, Minnesota, USA, May 14-18, 2012, pp. 828-835.

- [34] L. Mingyang and A. I. Mourikis, "Vision-aided Inertial Navigation for Resource-constrained Systems," in *Proc. of the IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Vilamoura, Algarve, Portugal, Oct. 7-12, 2012, pp. 1057-1063.
- [35] Y. Ying-Kin, W. Kin Hong, M. M. Y. Chang, and O. Siu Hang, "Recursive Camera Motion Estimation with Trifocal Tensor," *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics Part B Cybernetics*, vol. 36, no. 5, pp. 1081-1090, Oct. 2006.
- [36] D. D. Diel, P. DeBitetto, and S. Teller, "Epipolar Constraints for Vision-Aided Inertial Navigation," in *Proc. of the IEEE Workshops on Application of Computer Vision (WACV/MOTIONS)*, vol. 2, Breckenridge, CO, USA, Jan. 5-7, 2005, pp. 221-228.
- [37] D. Zachariah and M. Jansson, "Camera-aided inertial navigation using epipolar points," in *Proc. of the IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, Indian Wells, CA, USA, May 4-6, 2010, pp. 303-309.
- [38] J. O. Nilsson, D. Zachariah, M. Jansson, and P. Handel, "Realtime implementation of visual-aided inertial navigation using epipolar constraints," in *Proc. of the IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, Myrtle Beach, SC, USA, Apr. 23-26, 2012, pp. 711-718.
- [39] B. Kitt, A. Geiger, and H. Lategahn, "Visual Odometry based on Stereo Image Sequences with RANSAC-based Outlier Rejection Scheme," in *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, La Jolla, CA, USA, Jun. 21-24, 2010, pp. 486-492.
- [40] E. Asadi and C. L. Bottasso, "Tightly-coupled vision-aided inertial navigation via trifocal constraints," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, Shenzhen, China, Dec. 12-14, 2012, pp. 85-90.
- [41] V. Indelman, P. Gurfil, E. Rivlin, and H. Rotstein, "Real-Time Vision-Aided Localization and Navigation Based on Three-View Geometry," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, no. 3, pp. 2239-2259, Jul. 2012.

- [42] A. Geiger, P. Lenz, and R. Urtasun, "Are we ready for Autonomous Driving? The KITTI Vision Benchmark Suite," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Providence, RI, USA, Jun. 16-21, 2012, pp. 3354-3361.
- [43] D. G. Lowe, "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints," *Int. Journal of Computer Vision*, vol. 60, no. 2, pp. 91-110, Nov. 2004.
- [44] A. Geiger, J. Ziegler, and C. Stiller, "StereoScan: Dense 3d Reconstruction in Real-time," in *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, Baden-Baden, Germany, June 5-9, 2011, pp. 963-968.
- [45] D. G. Kottas and S. I. Roumeliotis, "Efficient and Consistent Vision-aided Inertial Navigation using Line Observations," in *Proc. of the IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe, Germany, May 6-10, 2013.

