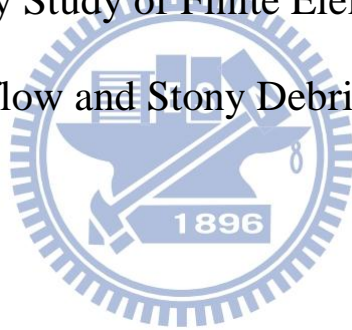


國立交通大學
土木工程學系
碩士論文

泥流型和礫石型土石流有限元素分析初步探討

The Preliminary Study of Finite Element Analysis of
Mudflow and Stony Debris Flow



研究生：王靖

指導教授：潘以文 博士

中華民國一〇二年七月

泥流型和礫石型土石流有限元素分析初步探討

The Preliminary Study of Finite Element Analysis of
Mudflow and Stony Debris Flow

研 究 生：王靖

Student：Ching Wang

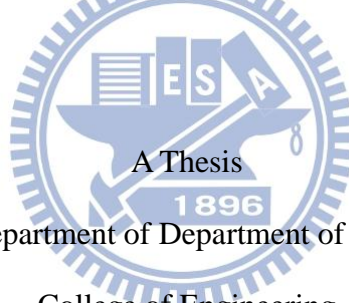
指 導 教 授：潘以文 博士

Advisor：Dr. Yii-Wen Pan

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文



Submitted to Department of Department of Civil Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

In partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master

In

Civil Engineering

July 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇二年七月

泥流型和礫石型土石流有限元素分析初步探討

學生：王靖

指導教授：潘以文 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

中文摘要

本研究嘗試運用流體動力學之二相流分析以模擬土石流之運移與堆積行為。數值模擬係以 COMSOL Multiphysics (以下簡稱 COMSOL) 有限元素模擬軟體為工具，將土石流視為黏性流體，以等位函數(Level Set) 法分辨空氣與土石流之自由介面，以便探討土石流運移的特性。COMSOL 可同時輸入多重物理量，其中計算流體力學(CFD)模組可以同時模擬二相流之流體行為。土石流模擬所考慮之控制方程式包括連續方程式與動量方程式(Navier-Stokes 方程式)，土石流的流變模式為非牛頓流，可包含降伏剪應力、黏滯力、顆粒碰撞產生的離散剪應力及土石流流床的粗糙度所產生的紊流力等項。

回顧檢討前人對土石流流變模式和參數的研究，可知土石流流變性質會隨顆粒粒徑分布、礦物性質、土石流的泥砂體積濃度等物理量的不同而有所差異，應合理考慮土石流的流變模式以及其流變性質。本研究整理文獻收集的土石流流變模式參數範圍，以供為隨後模擬的依據。

本研究繼而以 COMSOL 為分析平台，建立土石流運移的模型，允許兼而考量適合描述泥流型與礫石型土石流的複合流變模式。針對泥流型土石流的流變模式，採用等效賓漢流變行為的黏滯係數，令原本用於模擬牛頓流體的 Navier-Stokes 方程式可以模擬賓漢流體的流變行為。針對礫石型土石流的流變模式，考慮顆粒碰撞阻力/紊流力與剪應變率平方正相關，將顆粒碰撞阻力/紊流力以體積力（Volume force）加入原本用於模擬牛頓流體之 Navier-Stokes 方程式。流變模式中降伏剪應力為常數、黏滯力與流速流度梯度成正比，顆粒碰撞阻力/紊流力與流速流度梯度平方成正比。當忽略最後一項，此複合流變模式即簡化至賓漢流變模式。

本研究檢討上述之模擬方法是否可合理地模擬土石流啟動後之運移與推積行為，並探討不同因子、流變模式成分、與模式參數值如何影響土石流啟動後之運移與堆積行為。本研究中所使用等位函數法 (Level set Method) 旨在區別土石流和空氣來做介面，但卻會發生土石流質量不守恆之問題，網格大小和二相流介面厚度可影響質量不守恆之程度。

關鍵字：土石流、有限元素、等位函數法(Level set Method) 、Comsol 軟體、流變模式

The Preliminary Study of Finite Element Analysis of Mudflow and Stony Debris Flow

Student : Ching Wang

Advisors : Dr. Yii-Wen Pan

Abstract

This study aims to investigate the behavior of migration and deposition for debris flow using two-phase flow analysis of fluid dynamics. This work made use of “COMSOL Multiphysics” (herein referred to as "COMSOL") as the numerical simulation tool to simulate fluid behavior of two-phase flow. The rheological models of debris flow are assumed to be Non-Newtonian fluid, including yield shear stress, viscous stress, dispersive shear stress from particles collision, and turbulent stress from bed roughness, and so on.

Reviewing rheological models and parameters for debris flows from previous studies, debris flow rheological properties vary with the particle size distribution, mineral properties, debris flow's sediment concentration, and other physical quantities. It should be reasonable to consider the debris flow rheological model and its corresponding rheological properties together. This study deliberately validates the ranges of parameters which are collected in order, and view them as basis for simulation.

This study regards COMSOL as an analysis platform to build debris flow migration model and to design debris flow rheological model as well. With the rheological model for mudflow, this study uses effective viscosity from the effective Bingham rheological behavior so that the Navier-Stokes equation originally simulating Newtonian fluid is able to

simulate rheological behavior of Bingham fluid. For rheological model of stony debris flow, considering that particles collision force and turbulent force are square proportional to shear rate, this study adds particles collision force and turbulent force as volume forces to the Navier-Stokes equation originally simulating Newtonian fluid. Assuming that the yield shear stress is constant, viscous flow is proportional to the velocity flow gradient; the shear stress due to particle collision is proportional to the square of flow rate of gradient. When the shear stress is neglected, this rheological model is reduced to the Bingham model.

This study evaluates whether the behavior of the migration and deposition of debris flow is reasonably simulated. The major role of the Level Set method is to distinguish the interface between debris flow and air. However, the problem of poor mass conservation for debris flow appears. It appears the mesh size and the interface thickness of two phase flow have an influence on the quantity of poor mass conservation.

Key Words : Debris flow; Finite Element Method; Comsol Multiphysics; Rheological Parameters; Level set Method

致謝

這段時間相當感謝恩師 潘以文老師，由於我的題目是用到實驗室以前沒人用過的模擬工具，在模擬的建構和調整上，也多虧潘以文老師願意每週找我討論模擬對策，使研究更加完善。在土石流文獻的部分，感謝廖志中和潘以文老師對文獻部分做篩選，使模擬所用的文獻能更貼近本研究所要的。即使有時研究做到後面失去方向或遇到瓶頸而茫然導致進度延後，潘老師還是有耐心的方式拉回研究的正確方向。感謝口試委員吳建宏老師、王承德老師、吳博凱老師及吳柏林博士，費心審閱學生論文提出寶貴意見。課堂上承蒙方永壽老師、黃安斌老師、單信瑜老師及林志平老師於學識的指導。做研究期間也相當辛苦，非常感謝李國維(貓博)學長在這段時間對我的照顧。我在這很感謝偉欽學長給我的研究立下起點，也感謝柏林學長和皮托科技的工程師前輩們提供給我 COMSOL 的使用對策。也很感謝明萬、阿康、慧蓉、里泉、麵包、阿蒲、小昱學長姐提供學習上的幫助和做研究的指引。也感謝同門的婉容、阿村、包包、輝凱和芋頭同學一起為各自的研究拼命。同時也感謝小短、咪咪、宥達、孝存、建文、俊廷在口試場地幫忙和提供電腦供我跑模擬。在這碩士生涯中，我感謝我父親教導我做研究的方法和該要有的態度和提供我畢業後的規劃，還有耐

心聆聽我問題的母親。以及禪學社的師兄姐、聖研社的們的弟兄們、

我妹和知己好友小白學弟的陪伴。感恩！



目錄

中文摘要.....	i
Abstract	iii
致謝	v
目錄	vii
圖目錄.....	xi
表目錄.....	xix
符號表.....	xxi
第一章 緒論	1
1.1. 研究動機與目的.....	1
1.2. 研究目的.....	3
1.3. 研究內容和流程.....	4
第二章 文獻回顧	6
2.1. 土石流種類	6
2.2. 土石流的發展過程	15
2.3. 土石流發生特性和運作.....	17
2.4. 土石流流變模式.....	21
2.4.1. 牛頓流體流變模式(Newtonian fluid model).....	21
2.4.2. 摩擦流變模式(Friction model)	24

2.4.3.	賓漢流變模式(Bingham model)	25
2.4.4.	赫許布雷流變模式(Herschel-Bulkley model).....	35
2.4.5.	碰撞/膨脹流變模式(Collision/Dilatant model)	39
2.4.6.	廣義黏塑性流變模式	45
2.4.7.	二項式流變模式(Quadratic model)	46
2.4.8.	Voellmy 流變模型	47
2.5.	土石流流速	48
2.6.	土石流規模與流量	53
2.6.1.	土石流體積估計	53
2.6.2.	土石流流量與洪水流量	55
2.6.3.	土石流尖峰流量和規模	56
2.7.	FLO-2D 簡介	57
2.7.1.	控制方程式	58
2.7.2.	FLO-2D 流變模式和組成律	60
2.7.3.	FLO-2D 輸入參數和案例	60
2.8.	土石流數值模擬之文獻討論	64
2.8.1.	土石流現地估計和流變計實驗	64
2.8.2.	土石流模擬數值方法	70
2.9.	COMSOL 雪崩案例回顧	83

第三章 研究方法	91
3.1. COMSOL Multiphysics 簡介和處理程序	93
3.1.1. COMSOL Multiphysics 簡介	93
3.1.2. COMSOL Multiphysics 的處理程序	93
3.1.3. 有限元素法簡介	95
3.2. 數值模型	97
3.2.1. Navior-Stoke 方程式和連續方程式	97
3.2.2. 從流變模型角度修改 Navior-Stoke 方程式	99
3.2.3. 等位函數法(Level set Method)方程式	104
3.3. 模擬參數的設定	106
3.4. 幾何模型和邊界條件的選擇	107
3.5. 網格設定	115
3.6. 求解器和收斂標準	117
3.6.1. 求解器簡介	117
3.6.2. COMSOL 的收斂準則(Convergence criteria)	120
3.7. 後處理	121
3.8. 虛擬案例研究規劃	122
第四章 方法驗證與參數探討	130
4.1. 雪崩模型驗證	130

4.1.1.	牛頓流情況.....	133
4.1.2.	非牛頓流情況.....	136
4.2.	密度的探討.....	137
4.3.	黏滯係數的探討.....	139
4.3.1.	黏滯係數為常數之條件.....	139
4.3.2.	賓漢雙黏度流變之條件.....	142
4.3.3.	Cross 等效賓漢流之條件.....	145
4.4.	碰撞-紊流係數探討.....	148
4.5.	等位函數法質量守恆問題探討.....	151
4.5.1.	網格測試.....	152
4.5.2.	介面厚度大小測試.....	160
第五章 虛擬流槽土石流之運動模擬.....		161
5.1.	坡度大小探討.....	162
5.2.	泥流型土石流體積濃度影響.....	171
5.3.	礫石型土石流之碰撞-紊流係數影響.....	182
第六章 結論與建議.....		194
6.1.	結論.....	194
6.2.	建議.....	196
參考文獻.....		198

圖目錄

圖 1-1 研究流程圖	5
圖 2-1 水砂含量和運動關係圖(Coussot et al,1996).....	9
圖 2-2 天然壩破壞引發的土石流(kuang et al. , 1977).....	10
圖 2-3 土石流發展示意圖(Johnson et al. , 1984)	15
圖 2-4 土體受侵蝕而形成土石流(Tognacca et al. , 1997).....	16
圖 2-5 山崩誘發型土石流的的流動過程(Takahashi , 2001).....	17
圖 2-6 土石流流動剖面圖(詹錢登 , 1998)	19
圖 2-7 土石流區域分布圖(詹錢登 , 1998)	19
圖 2-8 土石流運移過程圖(謝正倫 , 1991)	20
圖 2-9 常用的土石流變模型(Tatahashi,2007).....	21
圖 2-10 將半橢圓截面的流道簡化成矩形截面的流道.....	27
圖 2-11 含粗顆粒漿體流變特性之分析概念	30
圖 2-12 以賓漢流體為基底，前人實驗賓漢黏滯係數和體積濃度的關係 (間接摘自 Takahashi(2007)).....	31
圖 2-13 賓漢模型(實線部分)及賓漢雙黏性模型(虛線部分)的比較 (Dentand et al. , 1986).....	32
圖 2-14 賓漢模型和 Cross 等效賓漢模型的比較.....	34
圖 2-15 在不同剪切率的 Bingham 流體直線和 Herschel-Bulkley 流體	

曲線比較(摘自王志賢，2007).....	38
圖 2-16 高速顆粒流顆粒之間的應力關係 (Tsujimoto et al.，1997).	41
圖 2-17 顆粒體積濃度分別對應碰撞應力和顆粒動能應力的大小分布(圖中的 σ 為 ρs ，摘自於 Tsujimoto et al. (1997)).....	43
圖 2-18 賓漢流體流速分布	48
圖 2-19 山洪的流域面積和土石流流出土方量關係 (Mizuhara,1990)	54
圖 2-20 FLO-2D 所使用的坐標系統	58
圖 2-21 土石流潛勢溪流 (花蓮 069) 土石流運動模擬.....	63
圖 2-22 沖積扇的模擬和實驗的結果比較(Takahashi,1987).....	71
圖 2-23 山崩土塊的數學模組(間接摘自於 Takahashi(2007))	72
圖 2-24 山崩誘發型土石流的數值模型 (Satofuka et al. 2003)	72
圖 2-25 數值分析網格和六邊形角柱土塊邊界剪應力	73
圖 2-26 水保市寶川內地區某邊坡破壞前後的形狀(Satofuka,2004).	74
圖 2-27 依邊坡破壞深度，所建模出來的土塊初始深度分布圖 (Satofuka,2004).....	74
圖 2-28 深度和土塊高度分布之模擬結果(Satofuka,2004).....	75
圖 2-29 Rickenmann et al. (2006a)用 HB 流變模式模擬瑞士 Varunasch 集水區土石流的堆積厚度。	76
圖 2-30 一維土石流之流動深度數值解與解析解之比較.....	77

圖 2-31 以特徵線法計算土石流停止後之前緣位置與模擬結果之比較	77
圖 2-32 以特徵線法計算中央斷面之土石流流深分佈並與模擬結果 作比較(黃名村等人, 2002).....	78
圖 2-33 用 DFEM-2D 模擬 Wartschenbach 發生土石流時堆積厚度。	79
圖 2-34 一維斜面上的潰壩型土石流(Martinez et al., 2008).....	80
圖 2-35 土石流運移距離解析解、實驗數據和數值解的比較.....	80
圖 2-36 土石流對直立壩的模擬畫面 (聶志成, 2007).....	81
圖 2-37 土石流對直立壩的流場模擬畫面 (聶志成, 2007).....	81
圖 2-38 直立壩所受衝擊力的分布 (聶志成, 2007).....	82
圖 2-39 直立壩在模擬時間內的的衝擊力的變化.....	82
圖 2-40 雪崩模組勢函數分布圖示(Bovet et al., 2007).....	84
圖 2-41 雪崩模組模擬所使用的網格(Bovet et al.,2007).....	87
圖 2-42 牛頓流雪崩模擬結果 (Bovet et al.,2007).....	87
圖 2-43 牛頓流雪崩模擬在 t=1.2 秒時流速的分布	88
圖 2-44 非牛頓流雪崩模擬在 t=1.2 秒時雪崩黏滯係數大小的分布 (Bovet et al.,2007).....	88
圖 3-1 數值求解流程圖	95
圖 3-2 流槽模組在 t=0 時 Level set 平滑函數 ϕ 的大小分布	106
圖 3-3 使用 COMSOL 所建出的坡度為 20 度的流槽建模.....	108

圖 3-4 流槽模組壁邊界條件(Wall Boundary Condition)的分布	109
圖 3-5 壁邊界條件依滑移距離 b 來分類.....	109
圖 3-6 底部的邊界條件設為 No Slip Wall 容易使空氣參雜在底部	110
圖 3-7 No slip wall 邊界條件的位置	112
圖 3-8 Partial Slip Wall 邊界條件的位置.....	113
圖 3-9 土石流和空氣的兩相介面位置	113
圖 3-10 流槽頂部邊界用對稱邊界.....	114
圖 3-11 右端邊界設成出口邊界	115
圖 3-12 坡道為 20 度的建模以 CFD 模組規格正常網格大小所建的網 格，網格數約為 5071 個.....	117
圖 3-13 虛擬案例模擬規劃的流程圖	129
圖 4-1 COMSOL 3.5a 原檔所使用的幾何模型.....	130
圖 4-2 COMSOL 4.3b 所重建的雪崩模型	131
圖 4-3 COMSOL 4.3b 所重建的雪崩模型所使用的網格	132
圖 4-4 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 $t=0(s)$ 的模擬結果.....	133
圖 4-5 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 $t=1(s)$ 的模擬結果.....	134
圖 4-6 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 $t=2(s)$ 的模擬結果.....	134
圖 4-7 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 $t=4(s)$ 的模擬結果.....	135
圖 4-8 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 $t=12(s)$ 的模擬結果.....	135

圖 4-9 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 $t=1.2(s)$ 的流速模擬結果...	136
圖 4-10 非牛頓流雪崩黏滯係數分布結果	137
圖 4-11 密度為 300 kg/m^3 的流體在 $t=20(s)$ 的流動情形	138
圖 4-12 密度為 1907.5 kg/m^3 的流體在 $t=20(s)$ 的流動情形	139
圖 4-13 黏滯係數為 $20\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=5.5(s)$ 的流速分布圖	140
圖 4-14 黏滯係數為 $400\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=5.5(s)$ 的流速分布圖	140
圖 4-15 黏滯係數為 $20\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=60(s)$ 的流體流況圖	141
圖 4-16 黏滯係數為 $400\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=60(s)$ 的流體流況圖	142
圖 4-17 降伏應力 5000 Pa 、黏滯係數為 $50\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=0(s)$ 的黏滯係數大小分布	143
圖 4-18 降伏應力 5000 Pa 、黏滯係數為 $50\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=0.1(s)$ 的黏滯係數大小分布	144
圖 4-19 降伏應力 5000 Pa 、黏滯係數為 $50\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=0.7(s)$ 的黏滯係數大小分布	144
圖 4-20 降伏應力 5000 Pa 、黏滯係數為 $50\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=0.8(s)$ 的黏滯係數大小分布	145
圖 4-21 降伏應力 5000 Pa 、黏滯係數為 $50\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=0(s)$ 的等效黏滯係數大小分布(白線為土石流和空氣的介面形狀).....	146
圖 4-22 降伏應力 5000 Pa 、黏滯係數為 $50\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=0.5(s)$ 的等效黏滯	

係數大小分布(白線為土石流和空氣的介面形狀).....	146
圖 4-23 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=1(s)的等效黏滯係 數大小分布(白線為土石流和空氣的介面形狀).....	147
圖 4-24 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=2(s)的等效黏滯係 數大小分布(白線為土石流和空氣的介面形狀).....	147
圖 4-25 P2+P1 離散選相因誤差放大而產生的高密度為例	149
圖 4-26 t=0 秒時碰撞紊流的阻抗分布	150
圖 4-27 t=3 秒時碰撞紊流的阻抗分布	150
圖 4-28 t=12 秒時碰撞紊流的阻抗分布	151
圖 4-29 模擬測試所使用正常大小網格	152
圖 4-30 模擬測試所使用粗化大小網格	153
圖 4-31 模擬測試所使用細化大小網格	154
圖 4-32 模擬測試所使用正常大小加上底部邊界加密的網格	155
圖 4-33 使用適性網格約 0~6 秒所使用的網格	156
圖 4-34 模擬 t=6(s)時，使用圖 4-33 網格的情形	156
圖 4-35 使用適性網格約 6~12 秒所使用的網格	156
圖 4-36 模擬 t=6(s)時，改用圖 4-35 網格的情形	157
圖 4-37 依網格大小所造成的面積流失測試	158
圖 4-38 固定介面厚度，網格對面積損失的影響	159

圖 4-39 介面厚度大小設定對體積變化率的影響.....	160
圖 5-1 模擬面積守恆情形.....	163
圖 5-2 模擬最大流速測量結果(模擬時間 60 秒).....	164
圖 5-3 模擬最大流速結果(取前面 20 秒測量結果).....	164
圖 5-4 模擬平均流速測量結果(模擬時間 60 秒).....	165
圖 5-5 模擬堆積區流動距離測量結果(模擬時間 60 秒).....	166
圖 5-6 $[(tpf.Vf1 \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值的測量結果.....	167
圖 5-7 坡度為 15 度的土石流模擬至 24.7 秒的堆積情形.....	169
圖 5-8 將圖 5-7 的等位線輸出的座標值.....	169
圖 5-9 坡度為 18 度的土石流模擬至 21.8 秒的堆積情形.....	170
圖 5-10 將圖 5-9 的等位線輸出的座標值.....	170
圖 5-11 模擬之面積守恆情形.....	172
圖 5-12 模擬最大流速測量結果(模擬時間 60 秒).....	173
圖 5-13 模擬最大流速結果(取前面 20 秒測量結果).....	174
圖 5-14 模擬平均流速測量結果(模擬時間 60 秒).....	174
圖 5-15 模擬堆積區流動距離測量結果(前 7 秒的模擬結果).....	175
圖 5-16 模擬堆積區流動距離測量結果(模擬時間 60 秒).....	175
圖 5-17 模擬 $[(tpf.Vf1 \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值的測量結果.....	176
圖 5-18 體積密度為 45% 土石流模擬至 26.6 秒的堆積情形.....	177

圖 5-19	將圖 5-18 的等位線輸出的座標值.....	177
圖 5-20	體積密度為 55% 土石流模擬至 20.4 秒的堆積情形	178
圖 5-21	體積密度為 65% 土石流模擬至 18.9 秒的堆積情形	179
圖 5-22	模擬至 13 秒，體積濃度為 45% 的泥流型土石流	183
圖 5-23	模擬至 13 秒，體積濃度為 45%、 μ_{ct} 為 0.5 的礫石型土石流	183
圖 5-24	模擬的面積守恆情形	184
圖 5-25	模擬最大流速測量結果(模擬時間 60 秒).....	185
圖 5-26	模擬最大流速結果(取前面 20 秒測量結果).....	185
圖 5-27	模擬平均流速測量結果(模擬時間 60 秒).....	185
圖 5-28	模擬堆積區流動距離測量結果(前 7 秒的模擬結果).....	186
圖 5-29	模擬堆積區流動距離測量結果.....	187
圖 5-30	模擬 $[(tpf.Vf1 \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值的測量結果.....	187
圖 5-31	μ_{ct} 為 0.5 的土石流在 25 秒時的堆積情形.....	188
圖 5-32	μ_{ct} 為 1 的土石流在 25 秒時的堆積情形.....	189
圖 5-33	μ_{ct} 為 1.5 的土石流在 25.5 秒時的堆積情形.....	189

表目錄

表 2-1 不同土石流組成分類(熊剛，1996).....	8
表 2-2 由無因次量範圍區分土石流(Julien et al.，1991).....	12
表 2-3 無因次參數大小參考值 (Iverson，1997)	13
表 2-4 土石流在運移過程中因坡度而所產生的流動特性.....	20
表 2-5 1998 年義大利 Acquabona 溪流流域土石流監測結果.....	29
表 2-6 各研究者所提出之 Herschel-Bulkley 模式 θ 值範圍	37
表 2-7 土石流平均流速整理表，摘自 Rickenmann (1999)。.....	52
表 2-8 台灣土石流土砂流出量迴歸公式表 (行政院農委會,2001)....	54
表 2-9 FLO-2D 前人使用與流變參數決定方式.....	62
表 2-10 花蓮土石流潛勢溪流 FLO-2D 各參數輸入值	63
表 2-11 現地估計方法所得之降伏應力與黏滯係數整理表.....	66
表 2-12 現地取樣後室內試驗所得之賓漢降伏應力	67
表 2-13 NS 模組參數表格(Bovet et al.,2007).....	89
表 2-14 CD 模組參數表格(Bovet et al.,2007)	90
表 3-1 各種土體飽和狀態下的內摩擦角(周，1991).....	103
表 3-2 坡度參數參數探討之相關參數組合	127
表 3-3 體積濃度參數探討之相關參數組合	127
表 3-4 礫石型模型參數探討之參數組合	128

表 4-1 質量守恆性模擬測試所使用的網格的資料.....158

表 5-1 體積濃度對應其相關物理量181



符號表

2.1~2.8 的部分

(x 表示長度座標、 y 表示寬度座標、 z 表示高度或深度的座標)

T_d^*	無因次紊流力
D_v^*	無因次碰撞力
τ^*	無因次剪力
N_{Sav}	Savage 無因次指標數
N_{Bag}	Bagnold 無因次指標數
N_{fric}	摩擦力指標數
ρ_s	土石固態顆粒密度(粗粒料為主)
ρ_f	流體密度
d_p	顆粒平均直徑
$\dot{\gamma}$	剪(切)應變率(此處定義為 du/dz)
μ	流體黏滯係數(對流體狀態黏塑性物質也稱為動黏滯係數)
μ_0	水的黏滯係數
C_V	體積濃度
ρ_m	泥流土石流密度(只含粒徑為 2mm 以下的細粒料)
ρ_w	水密度
G_s	土石固體比重

w_c	含水量
C_{vm}	顆粒之最大極限濃度
σ_n	顆粒間相互接觸在剪力面產生的正向力
c	凝聚力
φ_c	顆粒內摩擦角
τ_B	賓漢降伏應力
μ_B	賓漢黏滯係數
T_c	臨界流動深度
θ	堆積傾斜坡度
ρ_b	特殊大石塊單位重
l_{min}	特殊大石塊在 x 軸、y 軸和 z 軸中最短的長度
n_v	特殊大石塊被水淹沒的體積佔所有體積的比例
W_p	塞流(弱剪區)寬度
h	流動深度
W	流道寬度
α_1	賓漢降伏應力迴歸參數
β_1	賓漢降伏應力指數迴歸參數
α_2	賓漢黏滯係數迴歸參數
β_2	賓漢黏滯係數指數迴歸參數



C_{vg}	純粗粒料部分的體積濃度
C_{vf}	純細粒料部分的體積濃度
$\dot{\gamma}_{lsr}$	較小的剪(切)應變率
μ_{lsr}	較小的剪(切)應變率狀態下的黏滯係數
$\dot{\gamma}_{hsr}$	較大的剪(切)應變率
μ_{hsr}	較大的剪(切)應變率狀態下的黏滯係數
μ_{eff}	Cross 流變模型的等效黏滯係數
τ_{HB}	赫許布雷流變模式的降伏應力
μ_{HB}	赫許布雷流變模式的流體行為指標
ϑ	流體稠度指標或流體行為指標
μ_d	膨脹/碰撞流體行為參數
P_d	顆粒離散應力
λ	線性濃度
C_b	顆粒靜止接觸時的最大體積濃度
τ_d	離散剪應力
α_i	顆粒離散應力的方向和垂直線(z 軸)之間的夾角
a_i	顆粒運動係數
τ_{resist}	土石流流床對土石流所產生的阻抗剪應力
τ_{colli}	土石顆粒碰撞所產生的剪應力

h	流動深度
ρ_d	土石流整體密度(皆含粗細粒料)
g	重力加速度
U_{av}	土石流截面的平均流速
f_s	顆粒碰撞對流速所產生的摩擦係數
τ_c	碰撞剪應力
g_0	(線性濃度+1)
e	碰撞恢復係數
τ_k	顆粒動能應力
f_p	顆粒運動的速度的高斯分布函數
C_t	平均紊流速度
T	溫度
b_{pr}	顆粒運移的物理量
Q_{pr}	顆粒運移的物理量的平均值
l'	顆粒運移的距離
t_f	顆粒運移的時間
μ_{gvn}	GVN 模式的流體行為指標
τ_{cy}	凝聚性降伏應力
τ_{mc}	莫爾-庫倫剪應力



τ_v	黏滯剪應力
τ_t	紊流剪應力
τ_c	碰撞離散剪應力
τ_{OB}	二項式流變的降伏應力
l_m	Prandtl 混摻長度係數
f_v	岩石間摩擦力
n	曼寧係數
H	最大流動深度
S	河床坡降
z'	從表面往下算，其剪力總和等於賓漢降伏剪應力的深度。
$(= \tau_B / \rho g \sin \theta)$	
u_*	剪力速度 $(= \sqrt{gh \sin \theta})$
Z	$(= z/H)$
C_∞	土石流的平衡濃度
κ	Kármán 常數
R_*	$(= u_* h / \mu_o)$
Φ	$(= \lambda^2 (a_i \sin \alpha_i / \kappa^2) (\rho_s / \rho_d) (d_p / h)^2)$
Y_0	$(= a_o \mu_o / u_* h)$
A_d	山洪的流域面積
M_{out}	土石流流出土方量
M_x	不被超越 x 機率土砂流出量



q_s	單位寬度土石流量
q_w	水流流量
C_*	通常為堆積層土體濃度(其定義為(1-土體孔隙率)*100%)
S_b	堆積層含水飽和度
Q_p	土石流尖峰流量
M^*	歷史平均土石量體
u	x 軸方向流速
v	y 軸方向(寬度)流速
i	降雨強度
t	時間
S_f	摩擦坡降
S_{fx}	x 軸方向摩擦坡降
S_{fy}	y 軸方向摩擦坡降
S_{bx}	x 軸方向底床坡降
S_{by}	y 軸方向底床坡降
S_y	降伏坡降
S_{tc}	紊流-碰撞坡降
K	層流阻滯係數
C_w	重量濃度



τ_{ij}	剪應力張量
τ_y	廣義降伏應力
γ_{ij}	剪應變張量
q_x	x 方向單位寬度的流量
θ_d	下游堆積區的傾斜度
C_{pc}	pseudo-Chezy 常數

2.9、第三章、第四章和第五章的部分

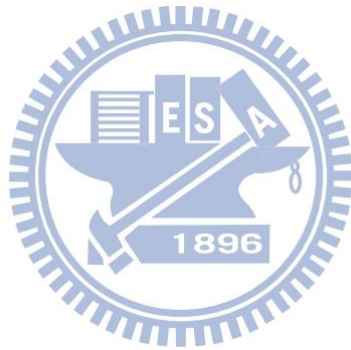
(x 表示長度座標、y 表示高度或深度的座標)

μ_1	兩相流流體 1 的黏滯係數(指雪崩)
ρ_1	兩相流流體 1 的密度(指雪崩)
μ_2	兩相流流體 2 的黏滯係數(指空氣)
ρ_2	兩相流流體 2 的密度(指空氣)
K_s	勁度矩陣
x_n	結點上的未知數矩陣
F	聯立方程組的常數項
ρ	流體密度
p	孔隙水壓
U_{ij}	流速向量(= (u, v) ^T)
u	x 軸方向流速

v	y 軸方向(高度)流速
μ	黏滯係數
p	孔隙水壓
F_{vol}	體積力
$\dot{\gamma}$	剪應變率(= du/dy)
Δ_{ij}	流體變形應變張量
\bar{D}	流體在某單一方向的剪應變率張量
$\dot{\gamma}_{ij}$	剪應變率張量
ϕ	等位函數法的是函數或平滑函數
$\tau_{v,ij}$	黏滯應力張量
I	單位矩陣
$\tau_{ct,ij}$	碰撞-紊流應力張量
$F_{vol,x}$	x 方向體積力
$F_{vol,y}$	y 方向體積力
ρ_d	土石流總密度
g	重力加速度
h	土石流的流動深度
θ	流動坡度角
ϕ_c	土石的 Coulomb 摩擦角



γ_{rp}	重新初始化參數
ϵ_{ls}	參數控制介面厚度，其數值取決於網格大小。
n_{ls}	兩相介面單位法向量
C_V	體積濃度
ρ_w	水的密度
G_s	土石比重
b	滑移距離
n	法向量
p_0	初始壓力
L	上三角矩陣
U	下三角矩陣
M	預測矩陣
R	相對總誤差
E_i	第 i 個參數的誤差評估
A_{at}	絕對全誤差
N	自由度數量
$x_{c,t}$	某時間點土石流的質心位置(x 方向)
$y_{c,t}$	某時間點土石流的質心位置(y 方向)
$U_{c,t \rightarrow t+1}$	某時間間隔的質心流速



第一章 緒論

1.1. 研究動機與目的

台灣本島位在歐亞板塊和菲律賓海板塊之交接處，地形上較為險峻且地質脆弱、地震頻繁，又因台灣屬於海島型氣候，春季時有梅雨季、夏和秋季時因為處於西太平洋颱風路徑上時有颱風和豪雨，處在這種強度降雨和高累積雨量的情況下常會造成表層土壤的流失或崩塌地滑的危險，使得下游地區的生命財產受到極大威脅，並伴隨著重大災害的發生，土石流即台灣最常見的災害之一。「土石流」在中國大陸又稱泥石流，英文常用”debris flow”，”mud flow”，” debris avalanche” 等，日本稱謂”山津波(やまつなみ，羅馬拼音為”Yama-tsunami”)”。土石流基本上是由土石粒料和水混合並受重力作用沿著傾斜的地表流動的流動體。

不論就人的居住地、農業生產、工商業活動及遊憩休閒等等，河口三角洲常是人類活動的重要地點。人類往往利用溪流的谷口、或山坡地居住。台灣地狹人稠，山高坡陡，河短流急，加上人口與工業經濟的快速成長，本島的平地資源幾乎用到極限，被迫往山坡地開發，一旦土石流發生時，會挾帶著大量土砂向下游運移，潛在對受影響區域的生命財產造成極大的危害。

民國 88 年發生了「九二一大地震」之後，因地震造成的地質鬆動現象，讓土石流發生的機會更多且發生地區也增加不少。民國 79 年的歐菲颱風間花蓮縣銅門村土石流造成土石流，民國 93 年的敏督利颱風間台中縣松鶴地區多處造成土石流，到民國 98 年的莫拉克颱風間高雄縣小林村產生土石流而村子被淹沒，都是土石流威脅人類生命財產的例子。

現今土石流之災害防治對策，可分為兩方面：一方面是針對土石潛勢流建構攔砂壩、護岸、堤防、山坡地水土保持工程等；另一方面是透過土石流的預警系統、土石流扇狀地之危險區域畫定以及相關的法令訂定等。然而只單純靠護岸、攔砂壩等工法來防制土石流的發生，除了對於河川整體生態平衡造成破壞，也使得上游泥砂受到阻礙使得下游地區失去了主要的泥砂來源，對於中、下游河床的變化以及河口地區的地形變化會造成嚴重的影響。因此建立土石流預警系統，可說是將土石流對人類的生命財產的傷害降到最低且又可兼顧生態的好方法。而建立預警系統，需要能預測土石流流動行為，需探討土石流的流動速度和性質以及會在何處堆積，本文因此嘗試藉 CAE 電腦輔助數值分析軟體模擬土石流流體和流床的流變行為，以數值分析方法模擬土石流的運移和堆積行為，潛在可供土石流預警之參考。

1.2. 研究目的

本研究採用 CAE 電腦輔助數值分析軟體 COMSOL Multiphysics 4.3b 的數值流體動力學模組(CFD model)針對土石流進行模擬。COMSOL Multiphysics 所用的數值模擬方法，運用有限元素法(Finite elements method)可耦合模擬多重物理(可同時求解滿足數種不同物理問題之控制方程式)之問題。基於文獻探討，本研究嘗試分別或兼而考慮黏性泥型態與礫石流型態土石流的流變行為與特性，並探討不同土石流流變性質對土石流流動特性和流動相關參數(堆積距離和流速等)的影響。本研究為簡化問題，並不考慮土石流運移過程中流床之侵蝕和土石流體體積濃度的變化，密度分布均勻且不隨運移過程而改變。



1.3. 研究內容和流程

本論文分為六章，本章介紹研究的動機和目的。第二章介紹土石流特性與種類、探討各種土石流的流變模式以研究土石流的流變行為，蒐集以往土石流文獻所記錄的土石流物理和流變參數對土石流的流動行為以探討參數的合理性，並收集土石流數值模擬的案例和模擬兩相流雪崩的案例。第三章說明本研究所採取的方法，介紹兩相流土石流流動機制的數值方法和工具，說明模型建立、模擬分析的流程和研究規劃。第四章先驗證 Bovet et al.(2007)雪崩模型的可行性，再探討土石流物理、流變參數對模擬結果的影響。第五章是虛擬案例模擬結果展示，依研究規劃的案例，探討土石流物理參數對象流速和堆積距離等流動特性參數的影響。最後第六章為本研究的結論和建議。研究流程圖如圖 1-1 所示。

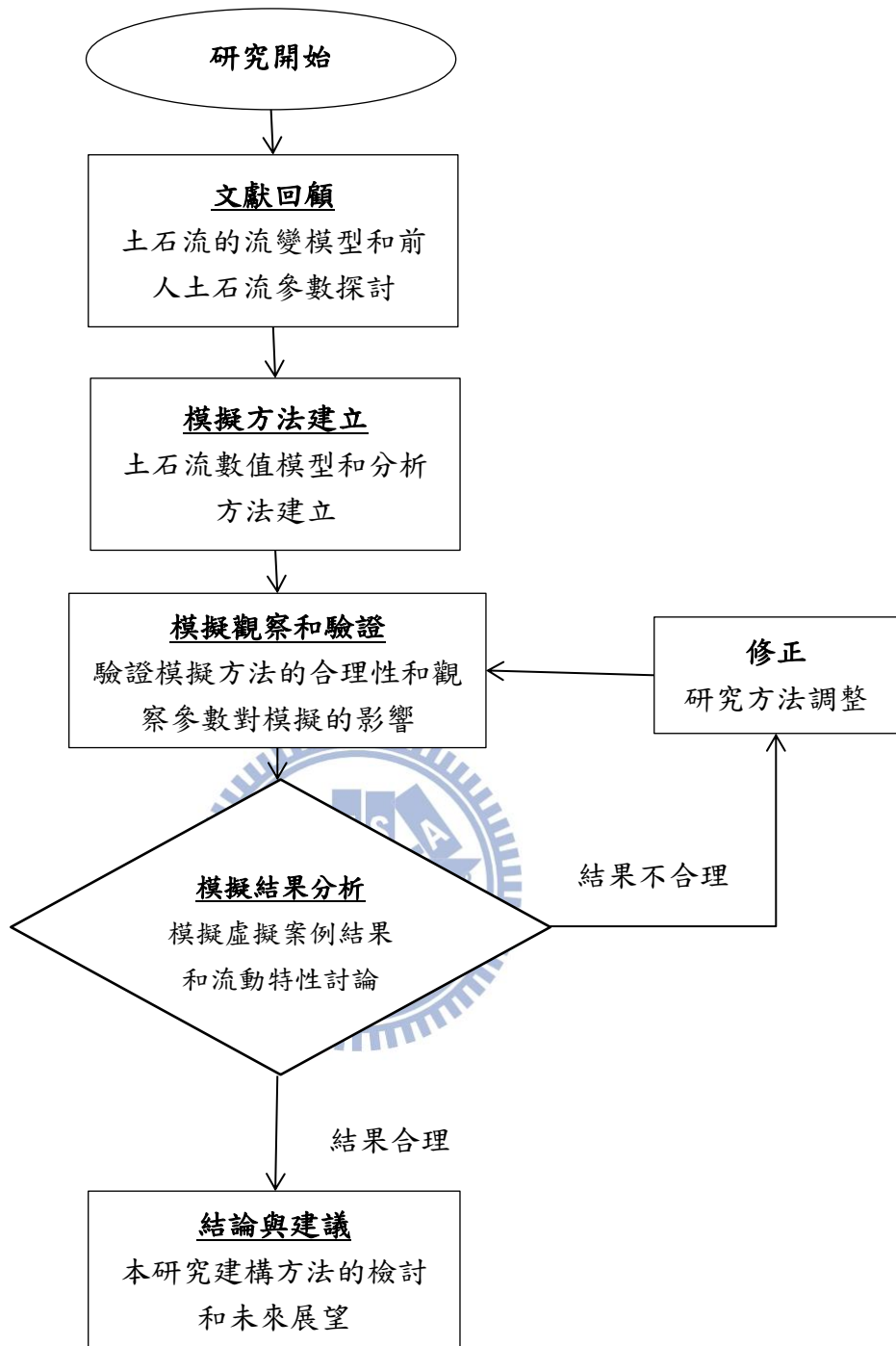


圖 1-1 研究流程圖

第二章 文獻回顧

土石流是指泥、砂、礫石以及巨石和水混合並且和水混合而成的混合物，並且受重力作用而在有傾斜地形下流動的混合流體。純液體的水可以用牛頓流體來分析，但土石流卻未必適合牛頓流體的範疇，其力學特性也比純水液體複雜。本章先回顧土石流的特性和流變模式，並蒐集的土石流案例，亦參考回顧 Bovet(2007)等學者用 COMSOL 所做的雪崩模擬案例。

(註：在本章節內除 2.9 節外，其他章節的座標系統是借用 FLO-2D 的座標系統，x 表示長度座標、y 表示寬度座標、z 表示高度或深度的座標)



2.1. 土石流種類

不同的學者針對土石流也有不同的分法，以下是不同學者針對土石流的分類方式：

1. 周必凡(1991) 依土石流流動特性及其組成將土石流分為兩類：
 - a. 黏性土石流(又稱結構型土石流): 土石流內含超過 3% 的細粒料，體積濃度 C_v 介於 40%~80%。土石流全為層流流動，且流動過程中土石流消散情形比較不會發生。運移停止開始堆積時，堆積物會保持原狀。

b. 稀性土石流(又稱紊流型土石流)：土石流內細粒料含量小於 3%，體積濃度平均 C_v 在 40% 以下，最低為 10%。這種土石流的流動會形成高速的紊流流動，當流動漸減到停下來堆積時，堆積物的分布會隨著粒徑而變。

2. 水土保持手冊(2005)依土石流內粒徑大小而分為三類：

a. 礫石型土石流(Granular Flow)：細粒料粒徑 0.1mm 以下含量小於總粒料含量的十分之一，同時粒徑 2.0mm 以上的粗粒徑含量超過一半。

b. 泥流型土石流(Mud Flow)：細粒料(粒徑 0.1mm 以下)含量超過一半，同時粒徑 2.0mm 以上含量低於總粒料含量的十分之一。

c. 一般型土石流(Debris flow)：粒徑分布非礫石型和泥流型的分類結果及稱呼之。

3. 熊剛 (1996)對中國大陸各地方所採集土石樣本進行粒徑篩選後，從體積濃度、粒徑大小分布比例和粒徑大小來針對土石流會出現的流動特性進行分類。分類如表 2-1。

表 2-1 不同土石流組成分類(熊剛，1996)

土石流類型	泥流	石泥質泥石流		水石流
		稀性泥石流	粘性泥石流	
固體體積濃度 (C_v , %)	30.3~60.6	30.3~60.6	60.6~84.8	30.3~60.6
粗顆粒含量 ($d > 2\text{mm}$)	< 2%	2~80%		> 80%
主體粒徑 (含量大於 80% 之粒徑)	粘粒、粉砂、砂 粒(小於 2mm)	粘粒、粉砂、砂 粒、礫石(小於 50mm)	粘粒、粉砂、砂 粒、礫石(小於 100mm)	礫石、卵石、漂 石(大於 2mm)

4. Coussot et al. (1996)藉由圖 2-1 橢圓水砂含量循環橢圓形對於水體和土石的相互組合有詳細的說明。由圖 2-1 的上半圓來看，幾乎都是顆粒較小土石材料為主，如果從土石塊體(solid)往逆時針來看，隨著含水量增加，波地面的運動行為也從塊體運動漸漸變成地滑(landslide)、泥流(mud flow)或土石流(debris flow)、高含砂水流(hyperconcentrated flow)、河川水流(stream flow)到一般水流(water flow)。若以圖 2-1 的下半圓來看的話，是以粗顆粒的土石材料為主，從水(water)往逆時針來看，因為土石顆粒的增加，運動行為從原本的水流轉變成二項流(two-phase flow)、顆粒流(granular flow)到土石崩落(debris avalanche)。

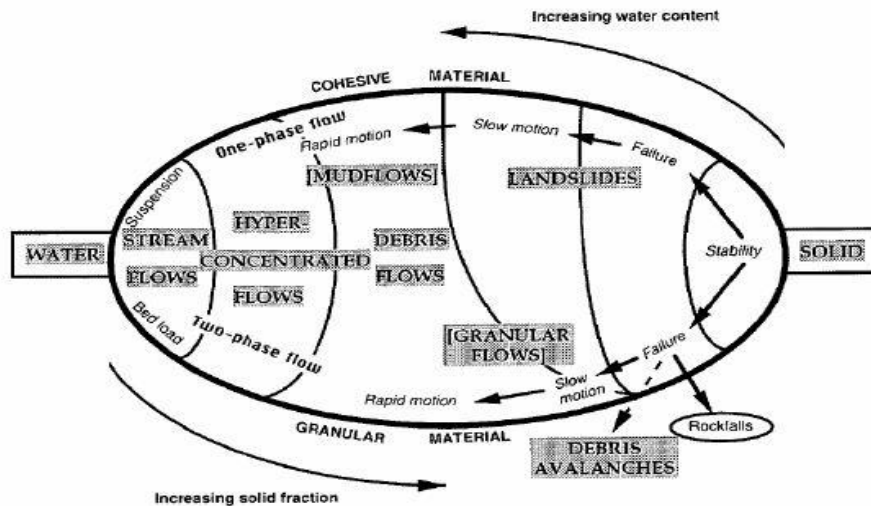


圖 2-1 水砂含量和運動關係圖(Coussot et al,1996)

5. Takahashi (1977)依土石流發生機制整理成三種破壞類型：

a. 滑動型土石流：起初，土石開始滑動時，除滑動面附近的位移量較大之外，滑動體的變形量不會很大。然而如果土石還是持續移動到一定程度，塊體內的變形量逐漸增大，使得整體結構逐漸瓦解，如果在這此時土壤的含水量多到使土壤飽和液化的話，就會形成土石流。

b. 潰壩型土石流：因堰塞湖形成的天然壩或人工所建造的土石壩因偉分使強度減弱，當土石壩強度小到一定程度，壩體開始崩潰土石和水混和在斜坡流動。

c. 沖蝕型土石流：假設一無限寬度邊坡，土層為均勻飽和的土壤，受到降雨強度增加和逕流水位上升造成地表水深變高，使地表某些土石隨者雨水沖蝕，沖蝕出的泥沙一旦量多和水結合，如果受重力作用的話就會形成土石流。

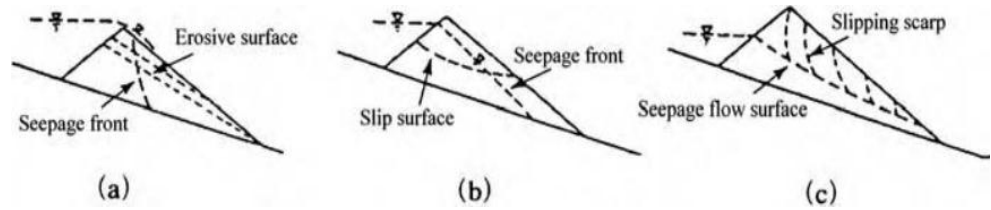


圖 2-2 天然壩破壞引發的土石流(kuang et al. , 1977)

6. 如圖 2-2 所示，kuang et al.(1988)針對天然壩破壞而引起的土石流分出三種破壞機制：

a. 溢流沖蝕破壞(Erosion destruction due to overtopping)：

在強度大、均勻且透水性較低土壤的天然壩，一旦天然壩滲流速度跟不上上游湖面水位上昇速率，天然壩發生溢流破壞，水對天然壩表面的侵蝕力的增加，水和土石混和，而引發土石流。

b. 滑動潰決(Sudden sliding collapse)：如果天然壩的土壤結構很鬆散，且透水性強，而且有很明顯地滑動面的話，一旦天然壩上游水位高於天然壩弱面，水就會進入弱面使摩擦力降低，最後天然壩驟然潰決，天然壩土體汗水混和，而造成土石流。

一旦天然壩上游水位高於天然壩弱面，水就會進入弱面使摩擦力降低，最後天然壩驟然潰決，天然壩土體汗水混和，而造成土石流。

c. 漸進破壞(Retrogressive failure)：強度偏低、透水性高的天然壩，天然壩後面的水會滲入天然壩，然後會滲流到下游去。在滲流的同時，天然壩面向下游那一面的強度會減弱，並且開始出現天然壩表面的土石會開始剝落倒退，一旦剝落到整

天然壩，天然壩後面的水會滲入天然壩，然後會滲流到下游去。在滲流的同時，天然壩面向下游那一面的強度會減弱，並且開始出現天然壩表面的土石會開始剝落倒退，一旦剝落到整

個天然壩強度無法承受上游的水壓的話，就發生潰壩而產生土石流。

7. Julien et al.(1991)引述 O' Brien et al.(1985)流變模式定義(此定義會在 2.4.7 節會再作介紹)：

$$\tau = \tau_{OB} + \mu_B \left(\frac{du}{dz} \right) + (a_i \rho_s \lambda^2 d_p^2 + \rho_m l_m^2) \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (2-1)$$

將式(2-1)無因次化後：

$$\tau^* = 1 + (1 + T_d^*) a_i D_v^* \quad (2-2)$$

$$\tau^* = \frac{\tau - \tau_z}{\mu \frac{du}{dz}} \quad (2-3)$$

$\tau^* = 1$ 為賓漢流體(此會在 2.4.3 節會作介紹)

$$D_v^* = \frac{\rho_s \lambda^2 d_s^2}{\mu_B} \left(\frac{du}{dz} \right) = \frac{\text{顆粒碰撞力}}{\text{黏滯力}} \quad (2-4)$$

$$T_d^* = \frac{\rho_m l_m^2}{a_i \rho_s \lambda^2 d_p^2} = \frac{\text{紊流影響}}{\text{顆粒碰撞力}} \quad (2-5)$$

然後由式(2-4)和式(2-5)兩個無因次量的範圍量土石流分為三類，

如表 2-2。

表 2-2 由無因次量範圍區分土石流(Julien et al. , 1991)

土石流種類	礫石流 (granular flow)	泥流 (mud flow)	含砂洪流 (mud flood)
無因次值範圍	$D_v^* > 400$ 和 $T_d^* < 1$	$D_v^* < 30$	$D_v^* > 400$ 和 $T_d^* > 1$
主控力	顆粒碰撞力	降伏剪應力 和黏滯力	剪應力

8. 以土石流內顆粒流運動過程所產生的力學機制來分類，這過程中碰撞機制為主要影響因子（Savage(1984)；Savage and Hutter(1989)），因顆粒體之間或與底床互相碰撞、接觸，而土石流內顆粒流內的顆粒動量出現消散和傳遞的現象，Iverson (1997)從大型試驗觀察得到的明顯影響影響土石流流動因子（如碰撞、摩擦、黏滯性等）提出一系列無因次參數：

$$N_{Sav} = \frac{\rho_s \dot{\gamma}^2 d_p}{(\rho_s - \rho_f)gh} = \frac{\text{collision force}}{\text{friction force}} \quad (2-6)$$

$$N_{Bag} = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}} \rho_s \dot{\gamma} d_p}{\mu} = \frac{\text{collision force}}{\text{viscous force}} \quad (2-7)$$

$$N_{fric} = \frac{N_{Bag}}{N_{Sav}} = \frac{\text{friction force}}{\text{viscous force}} \quad (2-8)$$

式(2-6)到式(2-8)中：

ρ_s 、 ρ_f ：分別為顆粒密度和流體密度

d_p ：顆粒平均直徑

$\dot{\gamma}$ ：剪應變率(du/dz)

λ ：($= [(\frac{C_b}{C_v})^{1/3} - 1]^{-1}$)顆粒體積分率(此在 2.4.5 節會介紹)

從這三個無因次參數得知坡度變陡的話，土石滑動速率變動，剪切速率、 N_{Sav} 和 N_{Bag} 也跟著變大。對於顆粒直徑大小，雖和摩擦數無關，但顆粒太小則會被視為泥流的一部份(Iverson (1997))。這三個無因次參數的大小範圍，會主控土石流的力學因素，其因數大小的對照表如表 2-3 所示：

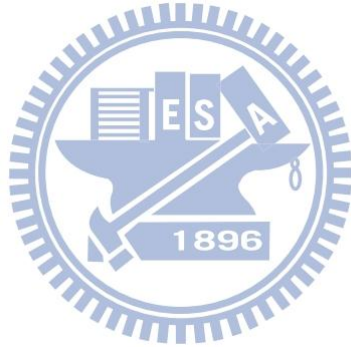
表 2-3 無因次參數大小參考值 (Iverson, 1997)

無因次參數	參考值	主控力學因素	參考文獻
N_{Sav}	>0.1	碰撞控制	Savage et al. (1989)
	<0.1	摩擦控制	
N_{Bag}	>200	碰撞控制	Bagnold (1954),
	<40	黏性控制	Iverson (1997)
N_{fric}	>1000	摩擦控制	Iverson (1997)
	<1000	黏性控制	

9.林美聆等人(2002)整理 Takahashi(1991)、五居有恆(1980)和水山高久(1979)的土石流資料，並歸納出六種土石流型態：

- a. 邊坡滑動型土石流-邊坡上的土石不穩定，土體滑落到溪谷並和水混和而形成土石流。
- b. 位在溪谷兩側的堆積土，因暴雨或融雪(冰)而補充土體的水分使得土體不穩定，最後水分足夠且坡地傾斜度夠大而形成土石流。
- c. 堰塞湖的天然壩體潰決而觸發的土石流

- d. 溪谷兩側邊破山腹經雨水沖刷，而不穩定坡址上的土石崩壞且滑落至溪谷，而加大土石流的流量。
- e. 火山噴發型土石流(有時稱為 lahar)-火山噴發通常伴隨著豪雨的發生，其雨水將鬆軟的火山灰和噴發物混和成稠狀物，向火山坡腳沖刷而下的土石流。
- f. 在北歐、加州和阿拉斯加等地會出現特殊且粒徑相當小的流黏土(Quick clay，又稱快泥，高緯度地區較常見)。流黏土遇水、受擾動或震動，就容易出現液化，且流速很快，而形成土石流。



2.2. 土石流的發展過程

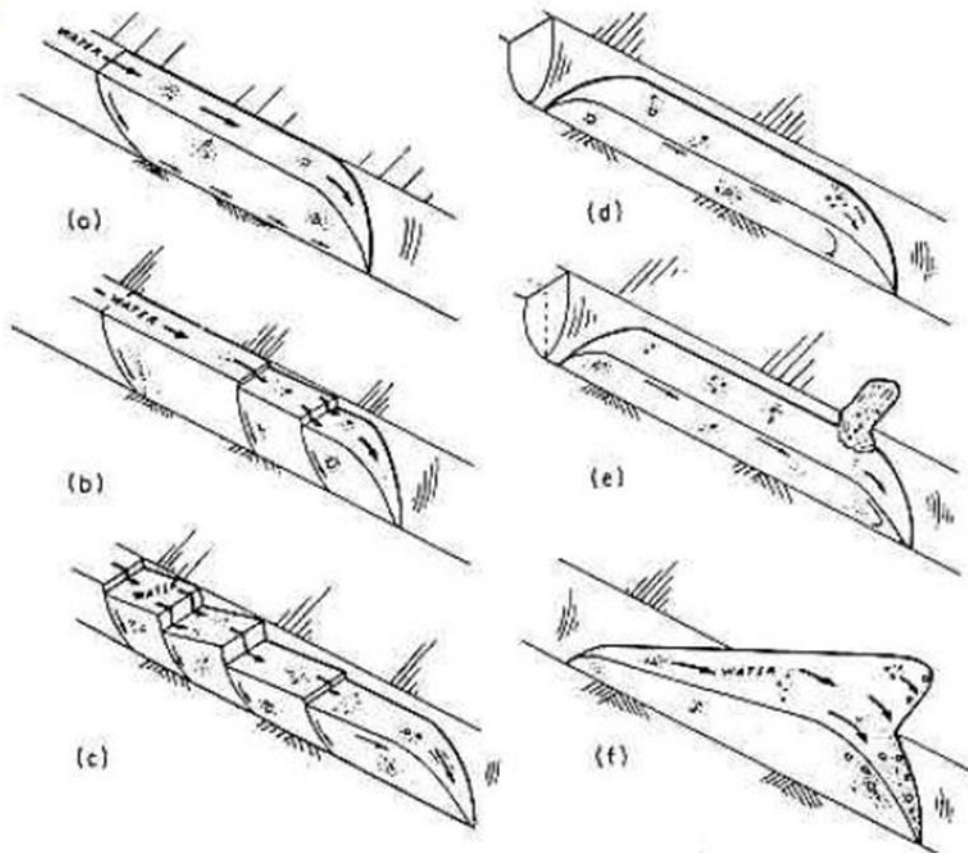


圖 2-3 土石流發展示意圖(Johnson et al. , 1984)

Johnson & Rodine(1984)把土石流的發展分六個階段：

- 一、在上游的堆積土體處於不穩定狀態，當土體開始發生破壞時，
會先從土體底部的剪動區進行進行破壞，如圖 2-3a。
- 二、剪動區漸近破壞滑動的同時，小的滑動土體也開始和水混合，
如圖 2-3b。
- 三、當土體和水混和並且滑動，土體軟化，後續土體越過前起
(snout)，流動將要發生，如圖 2-3c。

- 四、大部份的堆積土體材料和充份的水混合，且土體在運移過程中受到翻滾、旋轉和擠壓等作用，土體內的凝聚力不斷減小，並開始流動，如圖 2-3d。
- 五、土石流在流動路途中，會把流床的沿岸周圍土體也帶過來，如圖 2-3e。
- 六、當土石流動速度開始減速甚至到停止時，土石流內的水分会開始減少，但此時若後續土石粒料再加入，又和水再混合後，土石流可能又開始流動，如圖 2-3f。

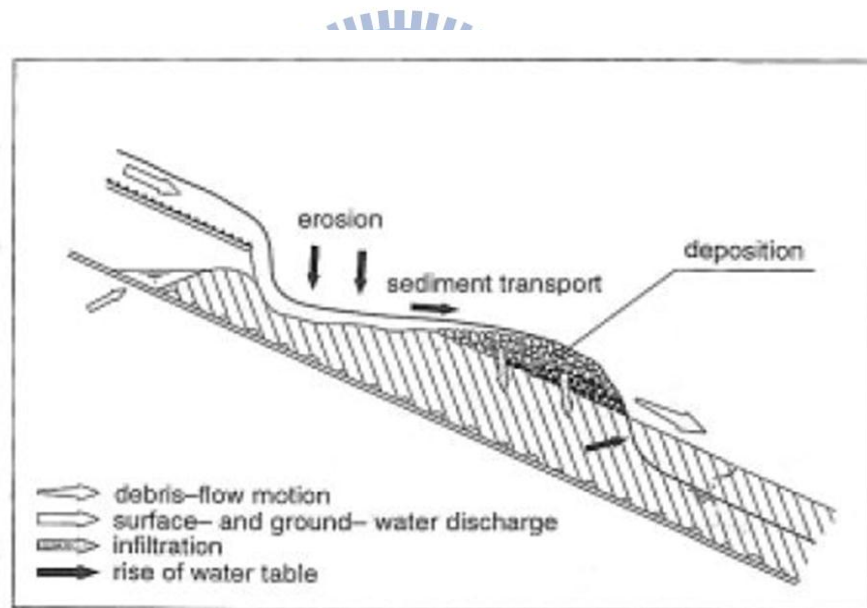


圖 2-4 土體受侵蝕而形成土石流(Tognacca et al. , 1997)

Tognacca et al. (1997)指出水先浸潤並滲入土體使土體強度減弱，而後來流入的水會侵蝕因滲入水而強度弱化的土體，水混合成土石流並流動，直到土石流因坡度、地面粗糙程度而減速到停下堆積，如圖 2-4 所示。

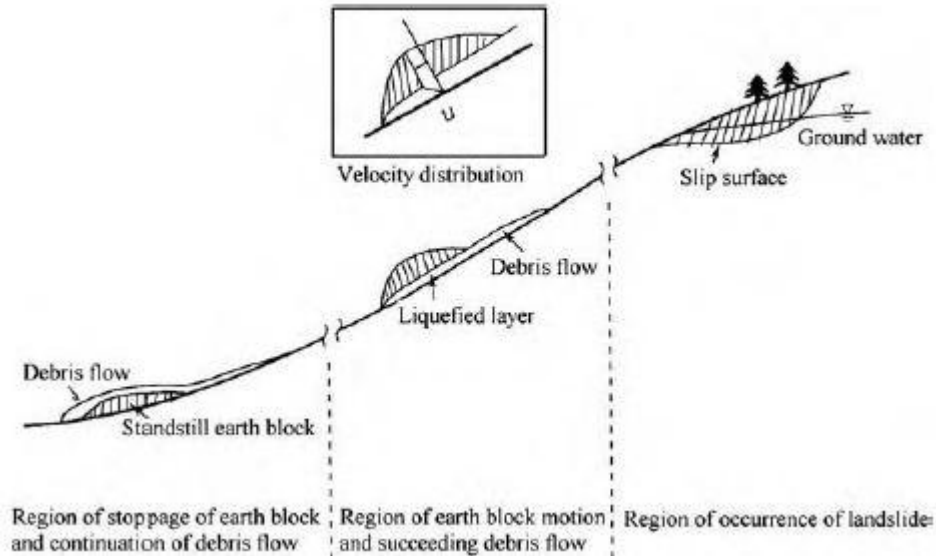


圖 2-5 山崩誘發型土石流的的流動過程(Takahashi, 2001)

Takahashi(2001)對於因山崩而誘發的土石流分為以下步驟：

- 一、在邊坡頂端部分，如果滲水發達，又地層蘊含很多地下水，也因此出現滑動面，使土石開始滑落。
- 二、在土體滑動的過程中，土體內的水分集中在邊坡面較近的底部，使底部含水量過大而出現液化，而變成土石流並在坡面上流動。上層未液化的土塊的流速比下層已液化的土石漿體快。
- 三、當土石流流道平緩的堆積區後，土石流減速停下，未液化的土塊沉入已液化土石漿體內。

2.3. 土石流發生特性和運作

謝正倫(1991)和詹錢登(1998)針對土石流的研究和觀察，發現並整理土石流有以下特性：

1. 土石流發生地點區域內的崩積物厚度、水文特性、地質成分和地形特性會和土石流開始流動的時間有相關性。
2. 土石流發生突然，很難預測發生的時間，而且土石流歷時很短，最多只會歷經幾小時而已。
3. 土石流的流速剖面來看，底床的流速恆小於於表面流速。
4. 在土石流流動的橫切面來看，粗粒料通常集中在土石流前端，後端含細粒料多於粗粒料，使土石流前端形狀隆起、後段形狀偏向凹陷。如圖 2-6 所示。
5. 如果土石流的粒徑非均勻分布的話，流動會開始不穩定且出現陣流波動的現象。就算前端土石流停下堆積，換段土石流會因慣性作用而推向前端部分，使前端土石流又開始流動。
6. 當土石流流道坡度傾角很大且泥位又量體暴增，就算流道有轉彎和障礙物，高流速土石流的強大的直進和衝擊力道，使土石流動衝擊力大到可以跨越或沖毀障礙物和衝破流道的彎道。
7. 土石流的發展過程中依坡角的大小範圍而區分為發生區、流動區、堆積區和停止區。發生區會在土石流流道坡度 15~30 度時，此區域易發生土石流。流動區在土石流流道坡度 6~15 度，在這段土石流持續流動。堆積區發生於坡度 3~6 度的坡面，土石流

漸漸減速並開始堆積。最後流到坡度3度以下的坡面，即停止區，

流速漸漸歸零而停止並開始堆積堆積。如圖 2-7 和圖 2-8 所示。

土石流一旦流到坡度緩且寬度寬的溪谷出口，會形成沖積扇。

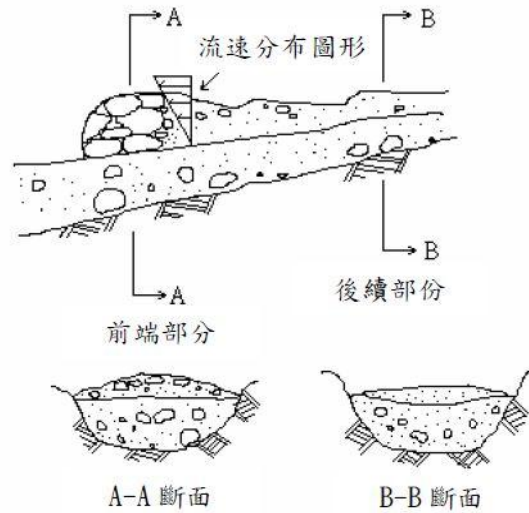


圖 2-6 土石流流動剖面圖(詹錢登，1998)

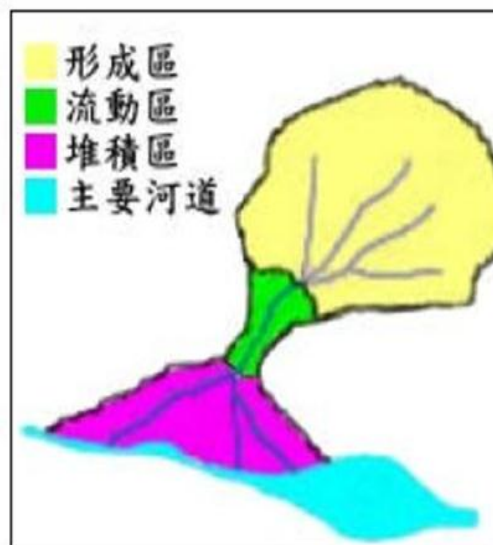


圖 2-7 土石流區域分布圖(詹錢登，1998)

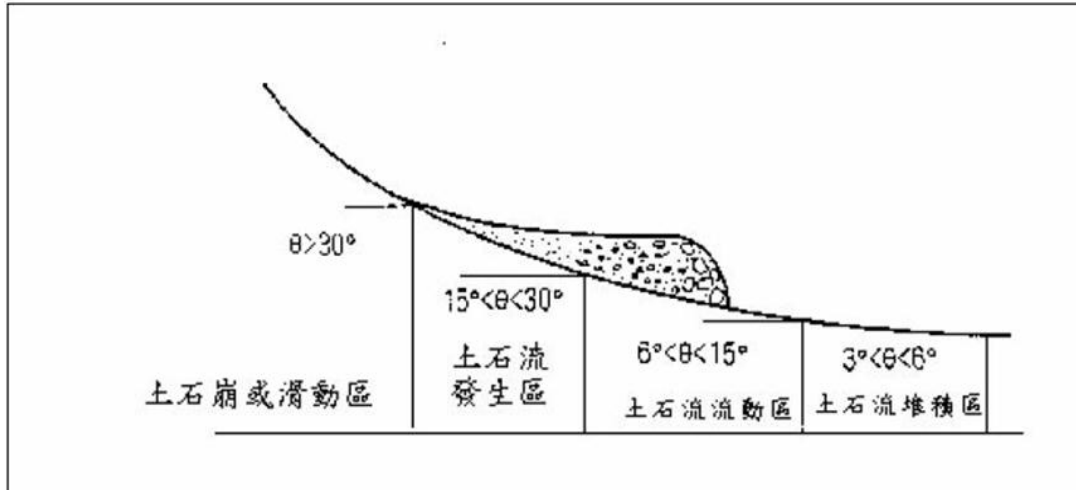


圖 2-8 土石流運移過程圖(謝正倫，1991)

Takahashi(1997)針對土石流運移過程中，依流道的坡度不同而出現流動特性，如表 2-4 所示：

表 2-4 土石流在運移過程中因坡度而所產生的流動特性

坡度	土石流流動特徵
$\theta > 20^\circ$	土石流開始啟動
$15^\circ < \theta < 20^\circ$	土石流運移流動
$10^\circ < \theta < 15^\circ$	流速開始遞減，並下坡運移
$3^\circ < \theta < 10^\circ$	流速持續遞減，流動產生的動力波前開始靜止
$0^\circ < \theta < 3^\circ$	堆集並趨於靜止

2.4. 土石流流變模式

土石流為固態的土石和液體的水混合的流體，固體和液體的交互作用動量的傳遞過程中，包含漿體間的黏滯力與紊流強度及顆粒間的摩擦力與碰撞力，而這些因素的強弱除了土石流體的組成成分有關，而且與其流動速度有關，使得土石流流動情況較為複雜。要說明其流動的情況，需要有適當的流變模式來探討土石流流體內部之剪應力 τ 與剪應變率 $\dot{\gamma}(=du/dz)$ 間的關係，找出土石流的流變特性。到目前為止，有很多學者提出很多流變模式。下面就介紹常用在描述土石流的流變模式(先假設這些流變模型不隨時間改變)：

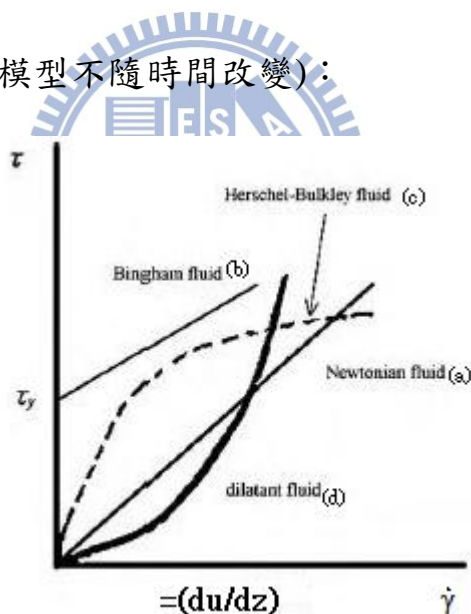


圖 2-9 常用的土石流變模型(Tatahashi,2007)

2.4.1. 牛頓流體流變模式(Newtonian fluid model)

此模式是最早用在土石流的流變模式，如圖 2-9 的(a)直線，牛頓流體是指流體的黏滯係數在恆溫下為一定值，且黏滯係數也不受濃度和流速等因子影響。其流變方程式如下：

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2-9)$$

式中：

μ ：黏滯係數，

τ ：剪應力，

$\dot{\gamma} = du/dz$ ：剪應變率。

此模式比較適合用於含泥砂量較低($C_v < 20\%$)的含砂水體，分析泥砂量較高的土石流較不適合，因無法描述土石流內顆粒間的凝聚力和摩擦力。Einstein 在 1906 年首先提出非黏性球體在牛頓流體算出黏滯係數的方法，這計算方法經證實在體積濃度(C_v)小於 2% 的流體適用牛頓流體表示。其濃度和體積濃度的關係式：

$$\mu = \mu_0(1 + 2.5C_v) \quad (2-10)$$

式中：

μ_0 ：水的黏滯係數，約為 10^{-3} (Pa*s)

C_v ：體積濃度，其物理定義為：

$$C_v = \frac{\rho_m - \rho_w}{\rho_s - \rho_w} = \frac{\rho_m - \rho_w}{G_s \rho_w - \rho_w} = \frac{1}{1 + G_s w_c} \quad (2-11)$$

ρ_m ：土石(泥)流密度

ρ_w ：水密度

ρ_s ：土石固態密度

G_s ：土石固態比重

$w_c(\%)$ ：含水量

Roscoe 在 1952 年提出兩個方程式，分別為水體含均勻顆粒(式(2-12))和非均勻顆粒(式(2-13))：

$$\mu = \mu_0(1 - 1.35 \cdot C_V)^{-2.5} \quad (2-12)$$

$$\mu = \mu_0(1 - C_V)^{-2.5} \quad (2-13)$$

Krieger and Dougherty 於 1959 年針對式(2-13)加入極限濃度的概念，提出另一黏滯係數評估式：

$$\mu = \mu_0(1 - C_V/C_{vm})^{-BC_{vm}} \quad (2-14)$$

式中：

C_{vm} ：顆粒之最大極限濃度，在泥沙顆粒為球形下， C_{vm} 約為 0.74，

B：B 值約 2.5。

Bagnold(1954)依實驗結果，假設流體呈現黏性的時候，顆粒的存在對黏滯性的影響如下式所示：

$$\mu = 2.25\mu_0\lambda^{1.5} \quad (2-15)$$

其中 λ 為線性濃度，其和含砂濃度的關係為：

$$\lambda = \left[\left(\frac{C_{vm}}{C_V} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]^{-1} \quad (2-16)$$

式中 C_{vm} 為顆粒之最大極限濃度。

2.4.2. 摩擦流變模式(Friction model)

顆粒間摩擦效性強的顆粒流之流域比較接近於摩擦模式。假設顆粒流內孔隙水含量相當少，在此流域中，顆粒流裡面顆粒運動速度較為緩慢而顆粒間緊緊相距，使得顆粒和顆粒之間所產生滑動摩擦成為顆粒流間動量轉換的方式，因此這流域則稱為摩擦域(friction regime)。依據 Coulomb 摩擦理論，在摩擦流域的任一斷面內的剪應力和正向力用下面的關係式表示：

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi_c \quad (2-17)$$

式中：

τ ：剪應力，

σ_n ：顆粒間相互接觸在剪力面產生的內正向力(internal normal force)，

c ：凝聚力(cohesive strength)，

φ_c ：顆粒內摩擦角，一般會隨體積濃度 C_v 而變，但通常視為定值



2.4.3. 賓漢流變模式(Bingham model)

賓漢模式是由 Bingham and Green 在 1920 所提出的流變關係式，如圖 2-9 的(b)直線，又稱黏塑性模式 (Visco-Plastic model)，此模式中含有一賓漢降伏應力(Bingham Yield stress)，流體所受的剪應力需要大於賓漢降伏應力才會出現剪應變率，其方程式如下：

$$\tau = \tau_B + \mu_B \dot{\gamma} \quad (2-18)$$

式中 τ_B 為賓漢降伏應力， μ_B 為賓漢黏滯係數，此兩參數會受到土石流的含砂量、粒徑分布、礦物性質、溫度、酸鹼度等影響(Johnson, 1970、O' Brien et al., 1988)。

賓漢降伏應力 τ_B 的形成主要源自黏性細顆粒泥砂的絮凝結構和泥砂顆粒間的摩擦阻力。以泥砂漿體來說，細顆粒泥砂的絮凝結構是形成降伏應力 τ_B 主要原因。Johnson (1965) 經由實驗和現場觀測土石流將降伏應力用摩擦模式表示，摩擦模式凝聚力 and 內正向力，其中摩擦力正比於作用在剪力面的正向應力。Johnson 建議之 Coulomb-Viscous model 如下：

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi_c + \mu_B \dot{\gamma} \quad (2-19)$$

等號右邊前兩項為降伏應力的部份，如果土石流開始流動，須先超過此降伏應力。 τ_B 及 μ_B 兩參數並非定值，會隨泥砂體積濃度、粒子形狀、黏土性質、粒徑分布與溫度等情況而改變。

Johnson et al. (1984)提出下列在現地估計方法，以估計賓漢降伏

應力：

a. 臨界坡度法：

假設邊坡的寬度式無限大，如所示，用土石流停止流動時的深度來求得賓漢降伏應力：

$$\tau_B = T_c \rho_m \sin \theta \quad (2-20)$$

T_c ：臨界流動深度(m)

θ ：堆積傾斜坡度(°)

b. 特殊大石塊尺寸(於 1917 年在 surprise canyon 土石流案例求得的)：

$$\tau_B = 0.219 l_{min} (\rho_b - n_v \rho_m) \quad (2-21)$$

ρ_b ：特殊大石塊單位重(N / m^3)

l_{min} ：特殊大石塊在 x 軸、y 軸和 z 軸中最短的長度

n_v ： $\frac{\text{特殊大石塊被水淹沒的體積}}{\text{特殊大石塊總體積}}$

c. 半橢圓形截面土石流流道估算：

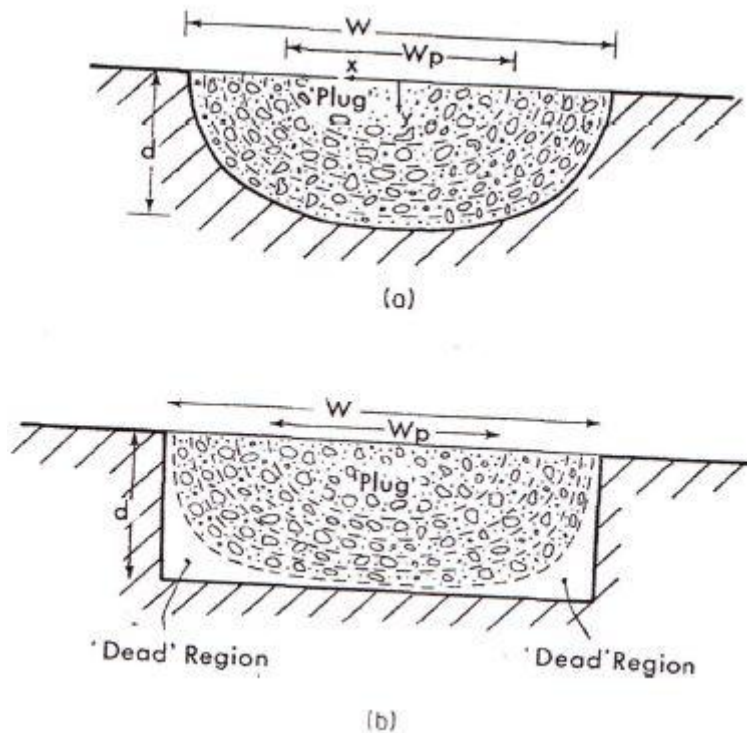


圖 2-10 將半橢圓截面的流道簡化成矩形截面的流道
(Johnson et al, 1984)(圖中的 d 為流動深度 h)

Johnson(1970)認為，土石流流道比較常是半橢圓形截面，通常土石流流動時離流道壁面最近的土石流會先降伏成流體流動；離較遠的流道壁面較遠的，因流動剪力為大於降伏剪應力而不會產生流動，形成塞流(plug flow)，會被下面流動區域搬運運移。圖 2-10 表示半橢圓形截面流道(圖 2-10(a))可以簡化成矩形截面流道(圖 2-10(b))，其原因是因土石流降伏強度，而矩形截面流道離尖角部分較近的部分不會流動，而形成“未流動死水區(dead regions)” (Johnson et al, 1984)。

其兩者的截面，土石流流速分布幾乎差不多。假設土石流流道截面為

線對稱的半橢圓截面，流道寬度 W 約為深度 h 的兩倍，塞流寬度 W_p ，其賓漢降伏剪力強度為 τ_B 為：

$$\tau_B = (W_p/4)\rho_m \sin\theta \quad (2-22)$$

ρ_m ：泥漿密度

θ ：流道傾斜坡度(°)

然後再假設 $v_{p,max}$ 為土石流中最大表面流速(同時也為塞流的表面流速)，其黏滯係數 μ_B 為：

$$\mu_B = \left(\frac{\tau_B W_p}{4v_{p,max}} \right) \left[\left(\frac{W}{W_p} \right) - 1 \right]^2 \quad (2-23)$$

在 Pierson(1986)在 3 號監測站監測土石流流道，其流道寬度 W 不等於深度 h 的兩倍，泥漿密度 ρ_m 為 $2.0\text{kN}/\text{m}^3$ ，流道傾斜坡度 θ 為 7 度，其賓漢降伏剪力強度為 τ_B 為：

$$\tau_B = [(W_p/2)\rho_m \sin\theta] / [(W/2h)^2 + 1] \quad (2-24)$$

在 Pia R Tecca et al.(2003)中有提到在 1998 年，有用到此現地估測方法來監測義大利 Eastern Dolomites 地區內 Acquabona 溪流流域的土石流，也因此求得賓漢流變參數，其結果如表 2-5 所示：

表 2-5 1998 年義大利 Acquabona 溪流流域土石流監測結果
(Pia R Tecca et al.,2003)

Time (s)	Flow depth d (m)	Surface velocity v_m (m/s) ^a	Plug width W_p (m)	Flow width W (m)	Shear strength K (Pa) ^b	Viscosity (Pa s)	
						Bingham μ_B ^c	Newtonian μ_N ^d
98-80	1-64	2-26	1-79	2-88	1033	76	1214
100-00	1-11	2-08	2-51	3-08	879	14	607
104-60	1-22	2-70	3-04	4-00	840	24	561
108-76	1-16	2-33	2-76	4-41	612	65	590
109-70	1-09	1-90	2-81	3-90	690	38	646
110-00	1-18	2-26	3-01	3-77	864	18	627
111-40	1-04	1-85	3-33	4-47	602	32	593
113-80	1-18	2-50	3-43	3-65	1034	1	569
118-00	0-91	2-72	3-56	4-36	545	9	314
120-10	0-82	2-59	4-01	4-64	457	4	266
182-00	0-36	2-90	—	3-60	0	—	57

^a Average surface velocity from horizontal velocity profiles estimated from videos.

^b Pierson, 1986: $K = (W_p/2)\gamma_d \sin S / ((W/2d)^2 + 1)$ where γ_d is the unit weight of slurry = 2.0 kN/m³ and S refers to channel slope at monitoring station 3 (7°).

^c Johnson and Rodine, 1984: $\mu_B = (KW_p/4v_m)[(W/W_p) - 1]^2$.

^d Costa, 1984: $\mu_N = (\gamma_d \sin S d^2) / (2v_m)$.

賓漢黏滯係數(μ_B)和牛頓流體的黏滯係數相當，賓漢黏滯係數可用牛頓流體的黏滯係數的計算方式。然而大部分的賓漢黏滯係數是從室內試驗方法所得到的。一般取土石流漿體部份，依試驗儀器限制決定取樣的最大粒徑。較常用的為旋轉式流變計：試驗時量測轉矩(moment)與轉速，求取管壁剪力與外視剪應變率(apparent shear strain rate)，經由迴歸分析求得賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數。

雖然賓漢模型可描述泥流的流動行為，但對於粗粒料的流動行為並無法完整描述，因賓漢模型不包含粗粒料碰撞而產生的離散力和紊流。然而，如果假設粗粒料碰撞而產生的離散力小到可忽略，也可以用賓漢模型來逼近。王志賢(2000)用兩個總體積濃度(即包含所有粒徑粒料的體積濃度，也就是 C_v)相同實驗樣本。一個是純細粒料泥漿體，另一個是含粗、細粒料混和的泥漿體。兩者都用 Brookfield DV-III

水平旋轉流變計，測量出各自的賓漢降伏應力和賓漢黏滯係數。然後針對含粗、細粒料混和的泥漿體，以粒徑 2mm 為界限，分成純粗粒料的體積濃度(C_{vg})和純細粒料的體積濃度(C_{vf})。然後將含粗、細粒料混和的泥漿體實驗樣品所測出的降伏應力和黏滯係數減去純細粒料泥漿體的部分而得到差值。減出來的差值用純粗粒料的體積濃度、粗粒料粒徑和粗細粒料粒徑界限(即 2mm)進行迴歸出參數式。最後把原本純細粒料的降伏應力和黏滯係數表示式加上粗粒料的部分由迴歸得到的參數式，可得到含粗粒料賓漢流變模式表示式。整個實驗的概念圖如圖 2-11 所示。

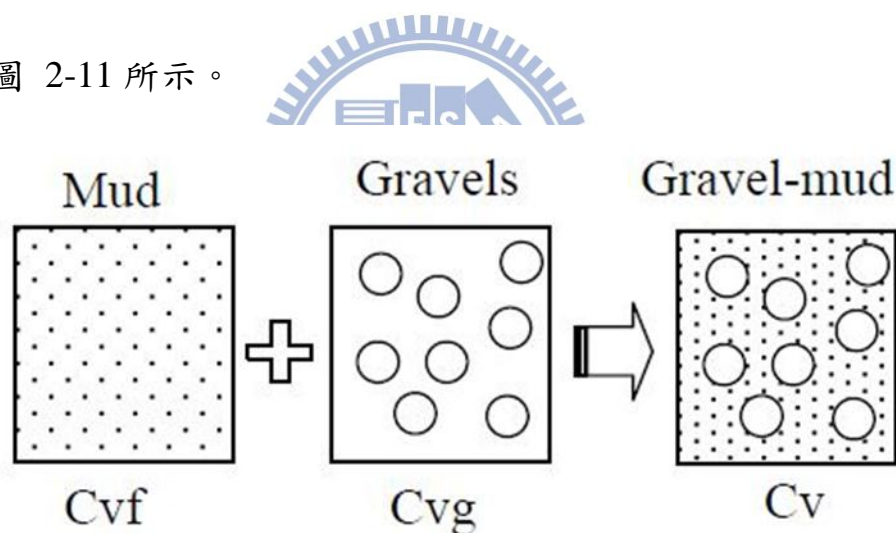


圖 2-11 含粗顆粒漿體流變特性之分析概念

$$\text{註：粗顆粒濃度 } C_{vg} = \frac{\text{粗顆粒體積}}{(\text{細顆粒體積} + \text{水體積} + \text{粗顆粒體積})} \quad (2-25)$$

$$\text{細顆粒濃度 } C_{vf} = \frac{\text{粗顆粒體積}}{(\text{細顆粒體積} + \text{水體積} + \text{粗顆粒體積})} \quad (2-26)$$

由王志賢(2000)所得到的實驗結果，粗粒料加入細粒料漿體皆可略提高賓漢降伏應力和賓漢黏滯係數，但賓漢降伏應力提高的程度比賓漢黏滯係數還多。

通常做土石流流槽實驗和數值模擬，如果要使用賓漢流變模式，需針對賓漢降伏應力 τ_B 和賓漢黏滯係數 μ_B 對體積濃度 C_v 的迴歸關係式來表示土石流的材料性質。賓漢降伏應力 τ_B 和賓漢黏滯係數 μ_B 的迴歸式會和體積濃度 C_v 呈現自然對數關係，其迴歸式如下：

$$\tau_y = \alpha_1 e^{\beta_1 C_v} \quad (2-27)$$

$$\mu_B = \alpha_2 e^{\beta_2 C_v} \quad (2-28)$$

對於式(2-28)，在圖 2-12 由前人用賓漢模式為主作流槽實驗作出體積濃度 C_v 對應賓漢黏滯係數 μ_B 的實驗結果圖，將圖 2-12 上面各 C_v 值對應的 μ_B 作迴歸，其迴歸式會與(2-28)差不多。此迴歸計算方式在之後 O'Brien et al.(1985)所提出的二項式流變模式也用此方法估算體積濃度對降伏應力和黏滯係數的關係。

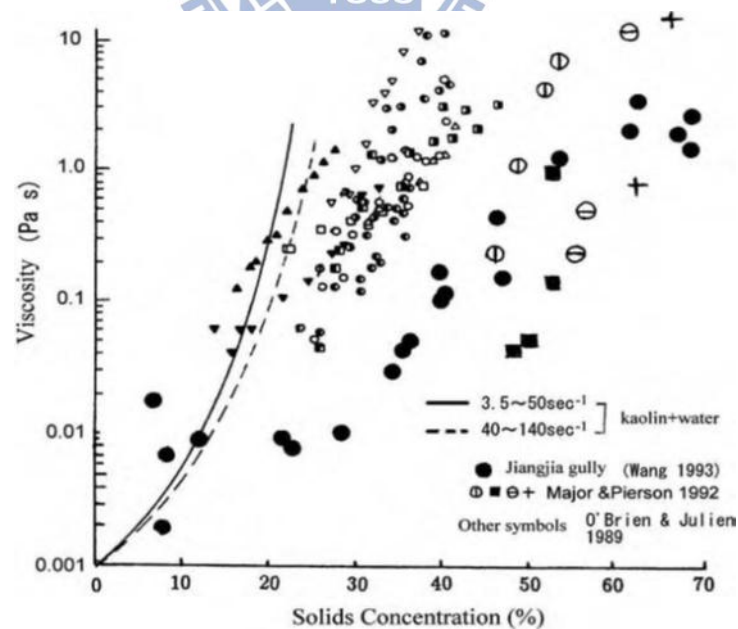


圖 2-12 以賓漢流體為基底，前人實驗賓漢黏滯係數和體積濃度的關係 (間接摘自 Takahashi(2007))

Dent and Lang (1983)模擬雪崩時針對藉由雙折線法(雙黏性)來考慮賓漢流變模型中的賓漢降伏應力 τ_B ：

當賓漢黏塑性物體所受的剪力未達 τ_B 時，且剪應變率非常小(假設其剪應變率為 $\dot{\gamma}_{lsr}$ ，假設 $\dot{\gamma}_{lsr} < 10^{-1}(s^{-1})$)時，其處在固體狀態的黏

塑性物體內的黏滯係數非常大(假設其黏滯係數為 μ_{lsr} ，假設 $\mu_{lsr} > 10^6(Pa * s)$)，大到黏塑性物體無法流動。到達一定的剪應變率時，所受的剪力約大於降伏應力 τ_B ，其原本在固體狀態的黏塑性物體開始液化。其說法可以解釋泥流型土石流受剪力才開始流動的物理

現象，其流變模型稱為"賓漢雙黏性流變模型(Bi-viscous Bingham model)"，如圖 2-13。陳孟志(2011)和柯昱明(2012)分別模擬海嘯沖刷坑的發展和高濃度泥沙沖刷行為，也採用此賓漢雙黏性流變模型。

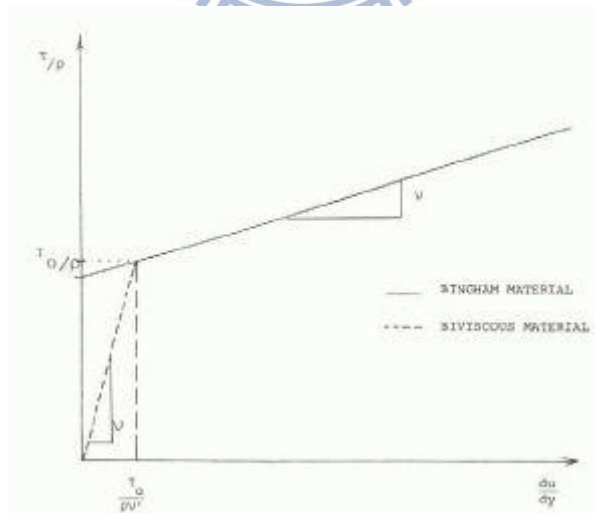


圖 2-13 賓漢模型(實線部分)及賓漢雙黏性模型(虛線部分)的比較(Dent and et al., 1986)

Shao & Lo(2003)曾用過 Barnes H.A. et al. (1989) 所提出的 Cross 流變模式，以等效黏滯係數，將賓漢流體簡化成牛頓流體的形式。

Cross 流變模式的式子如下：

$$\frac{\mu_{lsr} - \mu_{eff}}{\mu_{eff} - \mu_{hsr}} = (k\dot{\gamma})^m \quad (2-29)$$

μ_{lsr} 和 μ_{hsr} 分別則表示在極小和極大剪應變率下的黏滯係數。 μ_{eff} 為等效黏滯係數，其定義等於 $\frac{\text{總剪應力}}{\text{總剪應變率}} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ 。 k 和 m 皆為常數。

在式(2-18)的賓漢模式同除於剪應變率 $\dot{\gamma}$ 所得到的等效黏滯係數：

$$\mu_{eff} = \frac{\tau_B}{\dot{\gamma}} + \mu_B \quad (2-30)$$

賓漢流體屬於含降伏應力的線性流體，則令式(2-29)的 m 值為 1，由式(2-29)所得到的等效黏滯係數為：

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_{lsr} + \mu_{hsr}k\dot{\gamma}}{1+k\dot{\gamma}} \quad (2-31)$$

為了使式(2-30)和式 (2-31)相近，則假設式 (2-31)的參數：

k ：常數($k = \frac{\mu_{lsr}}{\tau_B}$)

μ_{hsr} ：極高剪應變率的黏滯係數，在賓漢模式， μ_{hsr} 等於 μ_B

μ_{lsr} ：極低剪應變率的黏滯係數。Hammad and Vradis(1994)數值模擬賓漢流，當 μ_{lsr} 等於 $10^3 \mu_B$ ，整個 Cross 等效流變模型連續性較佳，剪應力-剪應變關係圖比較不會出現不連續點，使數值運算較為穩定。

賓漢模型和 Cross 等效賓漢模型的比較如圖 2-14 所示：

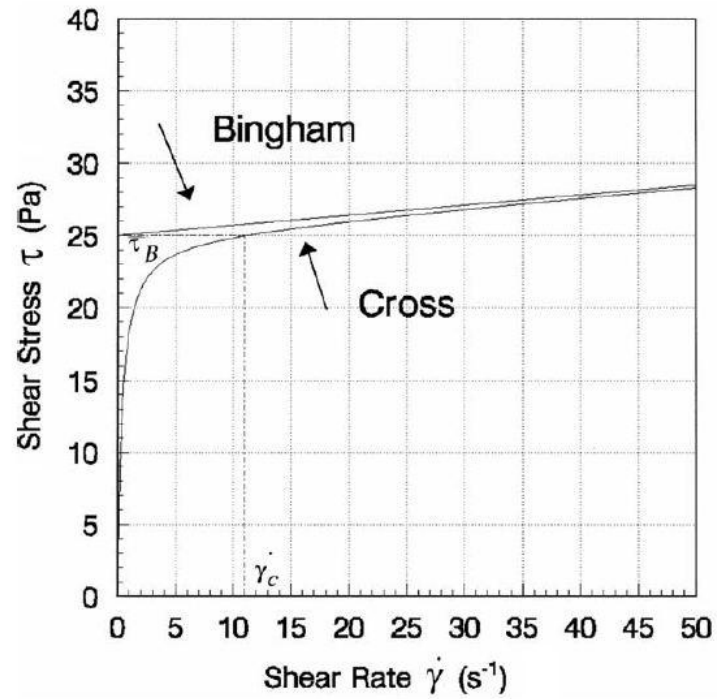


圖 2-14 賓漢模型和 Cross 等效賓漢模型的比較
(Shao et al., 2003)

2.4.4. 赫許布雷流變模式(Herschel-Bulkley model)

Herschel-Bulkley (1925) 提出此流變模式，如圖 2-9 的(c)曲線($\vartheta < 1$ 的情形)，屬於具降伏應力之冪次方模式(yield power law model)的一種。

$$\tau = \tau_{HB} + \mu_{HB}(\dot{\gamma})^{\vartheta} \quad (2-32)$$

由上式可知，當剪力大於屈服應力 τ_{HB} 且 ϑ 不為 1 時，流型曲線不再是直線而是曲線。而當 ϑ 等於 1 時，就是賓漢模式，此一模式融合了賓漢模式與冪定理模式，因此應用上相當廣泛。在土石流研究上，亦有許多研究者採用此一流變模式描述土石流體的流變特性。

此模式具有三個未知參數而分析起來較為複雜，而優點是應用較為廣泛，且適合具有降伏應力且流變為非線性的土石流漿體，為了解決參數多不易分析的問題，法國學者 Coussot et al.(1995)認為泥漿體中的 ϑ 值是一定值，經實驗該值約為 1/3，但其它的研究者所得的 ϑ 值卻不一定與該值接近，王志賢(2007)在表 2-6 整理出學者們針對 Herschel-Bulkly 模式 ϑ 值範圍及相關條件。此外，Herschel-Bulkly 模式與冪定理模式有一樣的問題，即當 ϑ 值不等於「1」時， μ_{HB} 不可用黏滯係數(Viscosity)來定義，須改用流體稠度指標(Consistency index)或流體行為指標(Fluid behavior index)來定義，且單位也不能用黏滯係數的單位，因其單位也會帶有冪次方。其流變模式用於土石流最主要的目的，是在於用賓漢模式來解釋土石流的流變關係時，容易出現高

估降伏應力的情形。赫許布雷模式在 θ 小於 1 時，剪應變速率較小的情況下($<10s^{-1}$)，剪應變率下降到為 0，剪應力下降比賓漢流體還多。使赫許布雷模式的降伏應力 τ_{HB} 比賓漢模式的降伏應力 τ_B 還要小，如圖 2-15 所示。Coussot(1994)指出，土石流粒徑小於 $40\mu m$ 的粒料佔粒徑分部的 10% 以上，其流變行為近似赫許布雷模式。

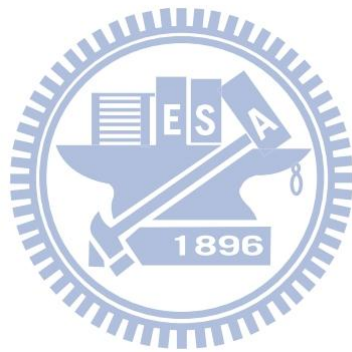


表 2-6 各研究者所提出之 Herschel-Bulkley 模式 ϑ 值範圍
(王志賢, 2007)

研究者	ϑ 值範圍	泥砂體積濃度	剪切率範圍
Coussot and Piau (1994)	0.22~0.363	$15\% < C_v < 41\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 250s^{-1}$
Coussot and Piau (1995a)	0.33	$38\% < C_v < 43\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 100s^{-1}$
Coussot and Piau (1995b)	0.15~0.38	$61\% < C_v < 80\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 100s^{-1}$
Coussot et al. (1998)	0.33	$30\% < C_v < 84\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 250s^{-1}$
Martino (2003)	1.66~1.85	$61\% < C_v < 80\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 100s^{-1}$
Malet et al. (2003)	0.25 ~ 0.4	$30\% < C_v < 60\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 250s^{-1}$
Schatzmann et al. (2003)	0.33 ~ 0.5	$22.5\% < C_v < 30\%$	$0 < \frac{du}{dz} < 100s^{-1}$

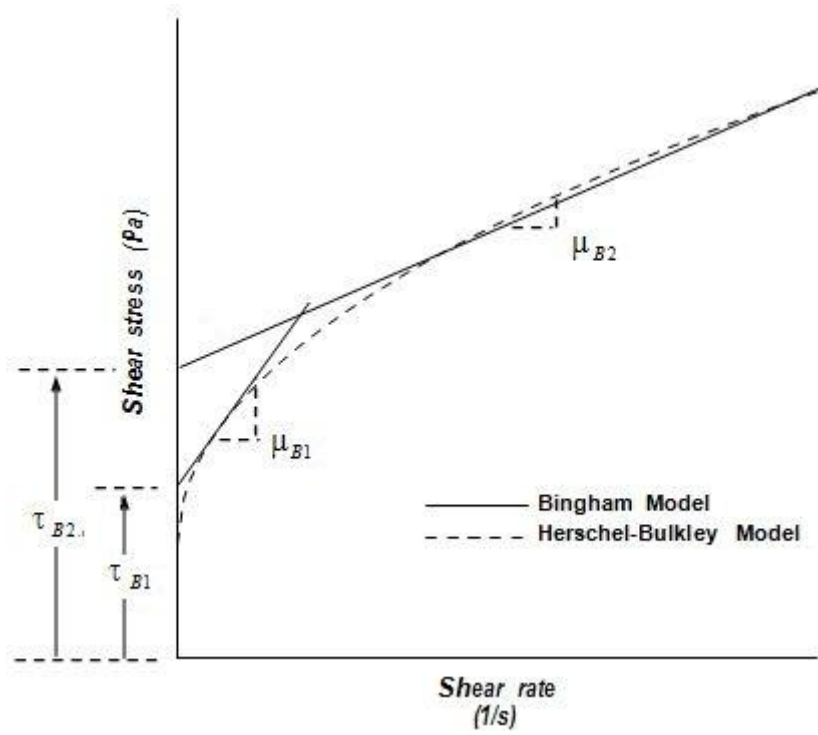


圖 2-15 在不同剪切率的 Bingham 流體直線和 Herschel-Bulkley 流體曲線比較(摘自王志賢，2007)



2.4.5. 碰撞/膨脹流變模式(Collision/Dilatant model)

碰撞模式主要適用於顆粒間碰撞效應較為明顯之情況，為冪次方模式(power law model) ϑ 值為 2 的情形，如圖 2-9 的(d)曲線。在此種流域顆粒流動時保持一定的距離，顆粒變形速度也較快，顆粒和顆粒間接觸的時間很短，因此顆粒間相互碰撞成為動量的轉換主要來源，和摩擦模式的滑動摩擦不同。本流域稱為碰撞流域、完全動力流域(fully dynamic regime) 或慣性顆粒流域 (grain-inertia regime)，此模式最早為 Bagnold(1954)所提出，又稱為膨脹模式(Dilatant model) 或離散模式 (Dispersive model)，形式如下：

$$\tau = P_d = \mu_d (\dot{\gamma})^2 \quad (2-33)$$

其中 μ_d 參數和顆粒濃度及粒徑大小的分布有關，此參數則定義為稠度指標。由 Bagnold(1954)的實驗結果顯示 $\mu_d = (a_i \cos \alpha_i) \rho_s d_s \lambda^2$ ，其中 λ 為線性濃度，其定義為：

$$\lambda = \left[\left(\frac{C_b}{C_v} \right)^{1/3} - 1 \right]^{-1} \quad (2-34)$$

C_v ：體積濃度

C_b ：顆粒靜止接觸時的最大體積濃度

Bagnold(1954)也提出顆粒離散應力(Dispersive stress)理論，其求得的顆粒離散應力和其剪應力為：

$$P_d = (a_i \cos \alpha_i) \rho_s d_p \lambda^2 (\dot{\gamma})^2 \quad (2-35)$$

$$\tau_d = P_d \tan \alpha_i = (a_i \sin \alpha_i) \rho_s d_p \lambda^2 (\dot{\gamma})^2 \quad (2-36)$$

上兩式中， ρ_s 為泥漿中顆粒的密度， d_p 為顆粒的粒徑， α_i 為顆粒離散應力的方向和垂直線(z 軸)之間的夾角， a_i 為顆粒運動係數。至於顆粒運動係數 a_i ，通常是用實驗結果所用的值，Bagnold 認為該值為 0.042，Takahashi 認為該值為 0.3 ~ 0.5 之間，Julien and Lan (1991) 則認為該值為 0.0087。

Takahashi(1991)根據 Bagnold(1954)和 Takahashi(1978)定義礫石型土石流(stony debris flow)，底床剪應力假設為阻抗應力(resistance stress,指 τ_{resist})，Bagnold(1954)定義顆粒碰撞所產生之剪應力(collision stress,指 τ_{colli})之和：

$$\tau = \tau_{resist} + \tau_{colli} = (\rho_s - \rho_m)ghC_V * \cos\theta * \tan\varphi_c + \rho_d f_s U \quad (2-37)$$

C_V ：體積濃度

h ：流動深度

ρ_m ：土石流漿體部分的密度

ρ_s ：土石流顆粒固體部分的密度

θ ：流道坡度

ρ_d ：土石流整體密度($\rho_d = C_V g * \rho_s + (1 - C_V g) * \rho_m$)

φ_c ：土石的摩擦角

U ：截面的平均流速(m/sec)

f_s ：顆粒碰撞對流速所產生的摩擦係數($f_s = \frac{25(a_i \sin\varphi)\rho_s d_p \lambda^2}{4\rho_d} \left(\frac{d_p}{h}\right)^2$)

Tsujimoto et al. (1997)對於礫石型土石流內顆粒的碰撞、運動所產生的碰撞應力(Collision stress, τ_s)、顆粒之間相斥所產生的壓力 (particle repulsive pressure, p_c)和顆粒動能應力(Kinetic stress, τ_k)有進行推導。其顆粒之間碰撞的示意圖如圖 2-16 所示。

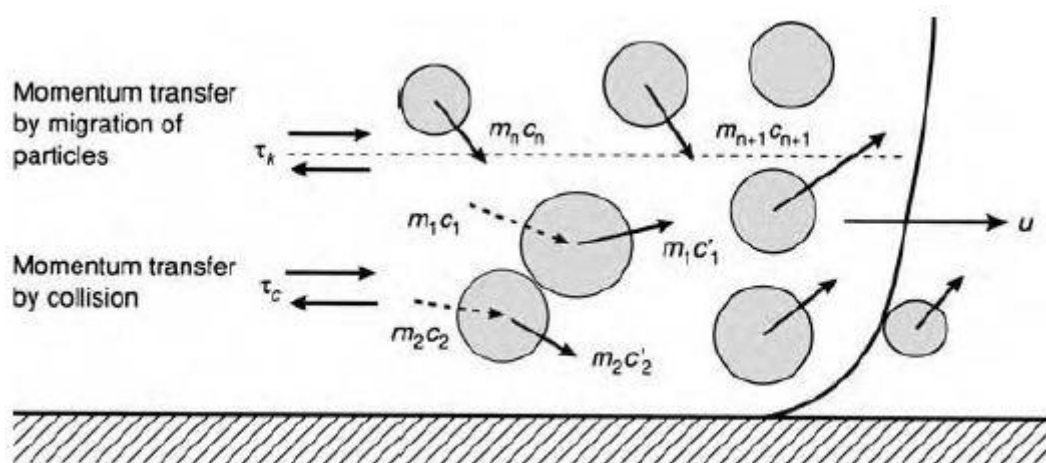


圖 2-16 高速顆粒流顆粒之間的應力關係 (Tsujimoto et al. , 1997)

Tsujimoto et al. (1997)利用兩顆粒相撞，以單一顆粒碰撞前後表面每一點的動量差值做體積分後所產生的應力張量而得到碰撞剪應力 τ_c 和顆粒之間相斥所產生的壓力 p_c ：

$$p_c = 2\rho_s(C_v)^2 g_0(1 + e) \quad (2-38)$$

$$\tau_c = \frac{4}{5}\rho_s(C_v)^2 g_0(1 + e)d_p\sqrt{\frac{T}{\pi}}(\dot{\gamma}) \quad (2-39)$$

上兩式中：

T ：溫度

e ：碰撞恢復係數(通常約為 0.8)

ρ_s ：顆粒的密度

d_p ：顆粒粒徑大小

C_v ：體積濃度

g_0 ：徑向分布函數(其物理定義為 $\lambda + 1$)

λ ：線性濃度，如式(2-34)所示。

Tsujimoto et al. (1997)利用 Gidaspow(1994)以流體力學中的混合長度理論(Mixing length theory)比喻膨脹流體中的顆粒運動的紊流(此紊流只為顆粒和顆粒之間，非顆粒和流床之間)而出現的動能應力(Kinetic stress)。先用高斯分布函數 f_p 描述顆粒運動的速度分布：

$$f_p = \frac{n}{(2\pi T)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(C_t)^2}{2T}\right] \quad (2-40)$$

所有顆粒流動所產生的平均紊流速度 $\langle C_t \rangle$ ：

$$\langle C_t \rangle = \frac{1}{(2\pi T)^{3/2}} \int_0^\infty C_t \exp\left[-\frac{(C_t)^2}{2T}\right] dC_t = \sqrt{\frac{8T}{\pi}} \quad (2-41)$$

在這二維流場顆粒的物理量，在 z 方向的顆粒傳送物理量可寫成

下式：

$$Q_{pr} = -l' \langle C_t \rangle \frac{db_{pr}}{dz} \quad (2-42)$$

b_{pr} 為顆粒所運移的物理量、 Q_{pr} 為顆粒所運移的物理量的平均值、 l' 為運移距離。

顆粒動能應力(Kinetic stress, τ_k)是由每一個顆粒運移所產生的動量變化量有關，及用到平均紊流速度 $\langle C_t \rangle$ ：

$$\tau_k = -\rho_s l' \langle C_t \rangle \dot{\gamma} \quad (2-43)$$

運移距離 l' 在顆粒受碰撞前的自由移動距離，其這段時間為 t_f ：

$$l' = \langle C_t \rangle t_f \quad (2-44)$$

再將運移距離 l' 帶入式(2-44)，並對 $\langle C_t \rangle$ 做體積分，就得到下式：

$$\tau_k = \frac{\rho_s d_p}{3g_0} \sqrt{\frac{T}{\pi}} \dot{\gamma} \quad (2-45)$$

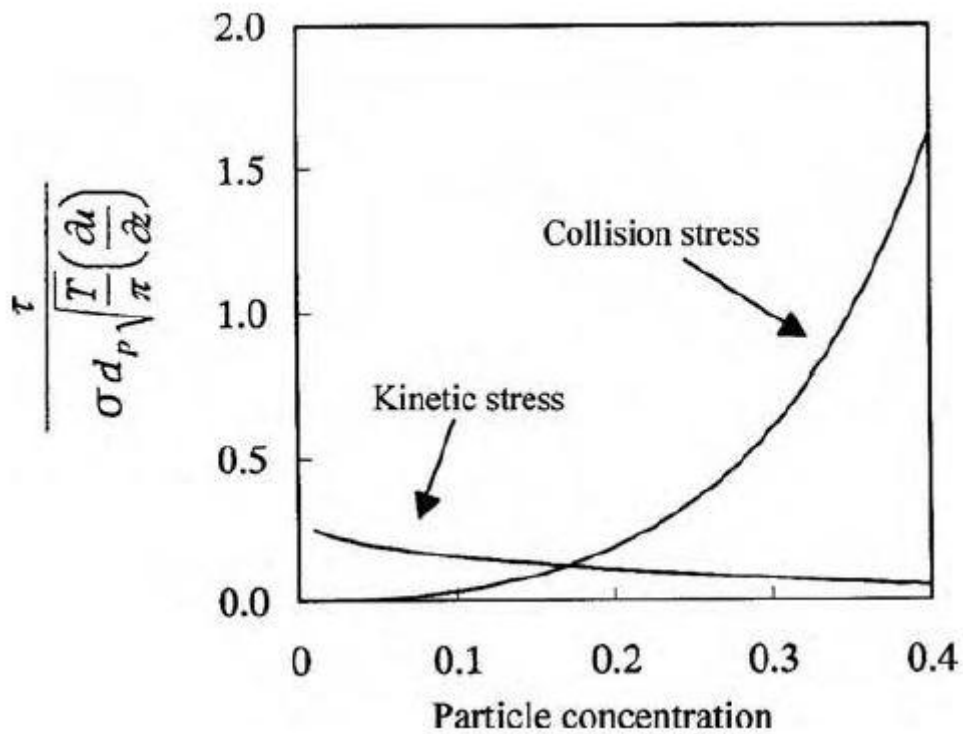
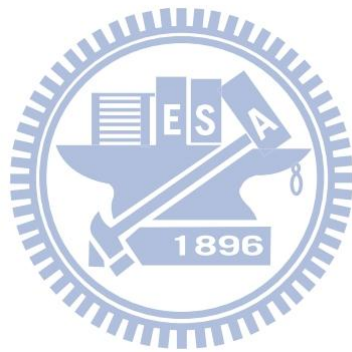


圖 2-17 顆粒體積濃度分別對應碰撞應力和顆粒動能應力的大小分布(圖中的 σ 為 ρ_s ，摘自於 Tsujimoto et al. (1997))

圖 2-17 顯示出礫石型土石流在底床體積濃度 $C_b=65\%$ 和回彈係數 $e=0.85$ 的情況下，如果顆粒體積濃度 C_v 大於 15%，碰撞剪應力 τ_c 會開始大於顆粒動能應力 τ_k 。



2.4.6. 廣義黏塑性流變模式

Chen (1988)認為土石流體中的黏滯性、塑性、及碰撞性都是必須考量因此將上述三項作用結合在一起並寫成土石流流變的通式來呈現，此模式為廣義黏塑性流體模式(Generalized Viscoplastic Fluid Model, 簡稱 GVF 模式),也屬於具降伏應力之冪次方模式(yield power law model)的一種。其數學式為：

$$\tau = \tau_y + \mu_{gvn}(\dot{\gamma})^\vartheta = c * \cos\varphi_c + p * \sin\varphi_c + \mu_{gvn}(\dot{\gamma})^\vartheta \quad (2-46)$$

其中， c 及 p 分別為流體凝聚力及流動壓力， φ_c 為泥砂內摩擦角， μ_{gvn} 為此模式的稠度指標， ϑ 為流動特性指標。該作者認為此一模式，同時包含賓漢模式和 Bagnold 膨脹模式，因此這二個模式都可視為 GVF 模式的亞模式。然而此模式有五個未知數，較不易使用。

2.4.7. 二項式流變模式(Quadratic model)

O'Brien et al. (1985)認為賓漢模式較適用於剪切應變偏低的情況下，此時的土石流流體的碰撞或是紊動都不是很明顯，因此可以具體的描述土石流體的流變特性，但是當流體為高濃度土砂流(hyper-concentrated sediment flow)，處在剪應變率偏高的情況，或者細粒料泥漿體的濃度偏低時，此時的土石流體內的顆粒可能會出現紊動及碰撞，故其提出一種同時考量黏塑性(viscous)、紊動(turbulent)及碰撞(collision)特性的流變方程式，此流變模式也被稱為擬塑性模式。

後來 O'Brien et al.在 1993 年以 1985 年所研究出的流變模型為基礎，研發出土石流有限差分法分析軟體 FLO-2D。其流變模型如下式：

$$\tau = \tau_{cy} + \tau_{mc} + \tau_v + \tau_c + \tau_t \quad (2-47)$$

τ_{cy} ：凝聚性降伏應力(cohesive yield stress)

τ_{mc} ：莫爾-庫倫剪應力 (Mohr-Coulomb shear stress)

τ_v ：黏滯剪應力(viscous shear stress)

τ_t ：紊流剪應力(turbulent shear stress)

τ_c ：碰撞離散剪應力(collision dispersive shear stress)

再將(2-47)的物理意義定義出來(其將式(2-1))一樣)：

$$\tau = \tau_{OB} + \mu_B(\dot{\gamma}) + (a_i \rho_s \lambda^2 d_p^2 + \rho_m l_m^2)(\dot{\gamma})^2 \quad (2-48)$$

其中， $\tau_{OB} = \tau_{cy} + \tau_{mc}$ ，通常二項式流變的降伏應力 τ_{OB} 都設為賓漢降伏應力 τ_B 。 λ 的定義在式(2-34)， l_m 為 Prandtl 混摻長度係數，Julien et al.(1991) 定義 $l_m = 0.4h$ ， h 為土石流流動深度。

2.4.8. Voellmy 流變模型

此流變模型結合了庫倫摩擦力和紊流力，此流變較常用於岩石崩落且粗粒徑體積濃度(C_{vg})非常大的情況，其流變式如下：

$$\tau_{vo} = \sigma_n f_v + \frac{\rho_d g U^2}{\rho_m l_m^2} \quad (2-49)$$

σ_n ：顆粒間相互接觸在剪力面產生的內正向力(internal normal force)，

f_v ：岩石間的摩擦力

ρ_d ：土石流整體密度($\rho_d = C_{vg} * \rho_s + (1 - C_{vg}) * \rho_m$)

g ：重力加速度

ρ_m ：土石流漿體部分的密度

l_m ：Prandtl 混摻長度係數



2.5. 土石流流速

黃立政(2004)整理學者們土石流文獻的流速資料，土石流會受粒徑、濃度和坡度等影響，並指出礫石型土石流流速約 3~10m/s，泥流型土石流流速約 2~20m/s。估計土石流流速有不同的方法，簡介如下：

(A) Manning-Strickler Equation :

此流速估算式方程式由 Robert Manning 在 1890 年提出。

$$U_{av} = \left(\frac{1}{n}\right)H^{2/3}S^{1/2} \quad (2-50)$$

U_{av} ：流道截面的平均流速(m/sec)

n ：曼寧係數，即土石流河床粗糙度

H ：最大流動深度

S ：河床坡降

Rickenman(1999)迴歸前人的土石流流床資料，估計 $n=0.1$

(B) 賓漢流體的估算(常用於泥流) (間接摘自 Takahashi(2007))

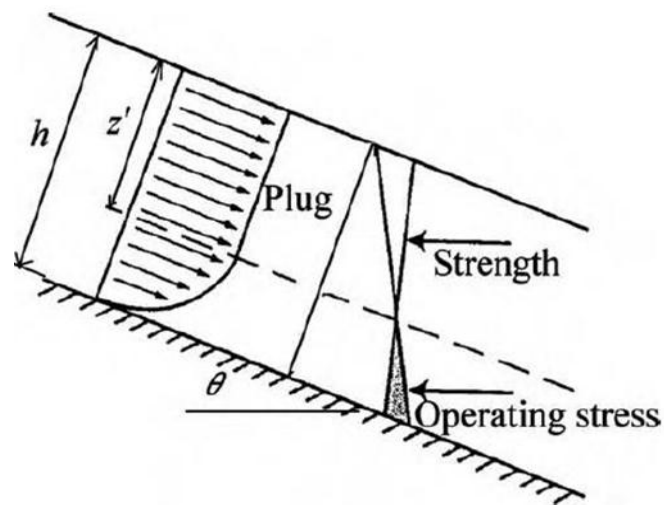


圖 2-18 賓漢流體流速分布

土石流體在斜面河床上的剪應力為：

$$\tau = \rho_m g(h - z)\sin\theta \quad (2-51)$$

式(2-51)中， θ 為河床傾斜角度， z 為土石流深度內某高度 ($z \leq h$) 假設土石流體為理想賓漢流體，上式等於斜面河床上的剪應力：

$$\tau_B + \mu_B \frac{du}{dz} = \rho_m g(h - z)\sin\theta \quad (2-52)$$

式(2-52)的流速分布式結果為：

$$\frac{u}{u_*} = \frac{\rho_m u_* h}{\mu_B} \left[\left(1 - \frac{z'}{h}\right) z - \frac{1}{2} z'^2 \right] \quad (2-53)$$

$z' (= \tau_B / \rho g \sin\theta)$ ：從表面往下算，其剪力總和等於賓漢降

伏剪應力的深度。

$u_* (= \sqrt{gh \sin\theta})$ ：為剪力速度

$Z : z/h$

(C) 膨脹流體估算(常用於礫石型土石流)

Takahashi(1978)引用 Begnold(1954)膨脹流體的理論，傾斜河床上土石流體上的剪應力剛好等於土石流內的碰撞應力，列出水平方向和垂直方向的應力平衡式：

$$(a_i \rho_s \lambda^2 d_s^2 \cos\alpha_i) \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = C_v (\rho_s - \rho) g(h - z) \cos\theta \quad (2-54)$$

$$(a_i \rho_s \lambda^2 d_s^2 \sin\alpha_i) \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = [C_v (\rho_s - \rho) + \rho_s] g(h - z) \cos\theta \quad (2-55)$$

將上二式結合邊界條件 $u=0$ 和 $z=0$ 對 z 從 0 到 h 作積分，可分別

得到的流速分布式：

$$u = \frac{2}{3d_p} \left[\frac{g \sin \theta}{a_i \cos \alpha_i} C_v \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) \right]^{1/2} \frac{1}{\lambda} [h^{3/2} - (h-y)^{3/2}] \quad (2-56)$$

$$u = \frac{2}{3d_p} \left[\frac{g \sin \theta}{a_i \cos \alpha_i} C_v \left(1 - C_v\right) \frac{\rho}{\rho_s} \right]^{1/2} \frac{1}{\lambda} [h^{3/2} - (h-y)^{3/2}] \quad (2-57)$$

式(2-56)和式(2-57) 兩個互相獨立的式子皆等於 u ，這在物理上是不合理的。會出現這矛盾的結果，是因原先假設任何方向的顆粒濃度是均勻分布的，而在礫石型土石流中，計算河床垂直方向和水平方向的顆粒濃度分布卻是不同的。Takahashi(1991)又指出，如果體積濃度 C_v 達到平衡濃度 C_∞ (即土石流不再出現侵蝕和淤積時的體積濃度) 式(2-56)和式(2-57)在物理上是相等的，也就是達到任何方向的顆粒濃度為均勻分布。

平衡濃度 C_∞ 如式：

$$C_\infty = \frac{\rho \tan \theta}{(\rho_s - \rho)(\tan \varphi_i - \tan \theta)} \quad (2-58)$$

ρ_s ：土石密度

ρ_w ：水之密度

φ_i ：土石內的摩擦角

θ ：土石流流道的坡度

再對式(2-57)的 z 從 0 到 h 作積分得到截面平均流速：

$$\frac{U_{av}}{u_*} = \frac{2}{5} \left\{ \frac{1}{a_i \cos \alpha_i} \left[C_v \left(1 - C_v\right) \frac{\rho}{\rho_s} \right] \right\}^{1/2} \left[\left(\frac{C_b}{C_v} \right)^{1/3} - 1 \right] \frac{h}{d_p} \quad (2-59)$$

(D) 紊流膨脹流體估算(常用於礫石紊流型土石流)

Arai et al.(1986)針對礫石紊流型土石流(黏滯力很小到忽略),傾斜河床上土石流體上的剪應力剛好等於土石流內的紊動應力和碰撞應力

$$\rho_d g(h-z)\sin\theta = (a_i \rho_s \lambda^2 d_p^2 + \rho_d l_m^2) \left(\frac{du}{dz}\right)^2 \quad (2-60)$$

而此土石流所求出的流速分布式：

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left| \frac{z/h + \sqrt{(z/h)^2 + \phi^2}}{a_o/R_* + \sqrt{(a_o/R_*)^2 + \phi^2}} \right| \quad (2-61)$$

再將式(2-61)對 z 作積分，得到截面平均流速：

$$\frac{U_{av}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{1 + \phi^2}}{Y_0 + \sqrt{Y_0^2 + \phi^2}} - \sqrt{1 + \phi^2} + \phi \right| \quad (2-62)$$

在式(2-61)和式(2-62)中：

κ ：Kármán 常數

$$a_o = 0.11$$

$R_* = u_* h / \mu_o$ ， μ_o 為水的黏滯係數。

$$\phi = \lambda^2 (a_i \sin\alpha_i / \kappa^2) (\rho_s / \rho_d) (d_p / h)^2$$

$$Y_0 = a_o \mu_o / u_* h$$

Rickenmann(1999)收集監測出的土石流流速資料整理如表 2-7 中，現地土石流流速介於 0.8m/sec ~ 28m/sec，實驗室量得流速則介於 0.12m/sec ~ 3.77m/sec。

表 2-7 土石流平均流速整理表，摘自 Rickenmann (1999)。

Country/Region	<i>N</i>	Q_p [m ³ /s]	<i>V</i> [m/s]	<i>S</i>	<i>H</i> [m]	Type of measurement	Source
<i>Dataset A: 'small-scale' field debris flows, precise measurements</i>							
Italy, T. Moscardo	7	3-88	0.9-5	0.11	0.84-2.17	US	Arattano <i>et al.</i> (1996)
Japan, Kamikamihori valley	12	24-124	1.9-6.4	0.09	1.5-4.1	WS	Okuda & Suwa (1981); H. Suwa, written comm. (1997)
U.S.A., Mt. St. Helens (Shoestring Site)	6	0.012-25	0.8-4.4	0.12-0.4	0.05-2.8	US	Pierson (1986)
<i>Dataset B: 'large-scale' field debris flows, precise measurements</i>							
China, Jiangua gully	33	46-3133	4-14.5	0.05-0.073	0.6-5.5	US, RV	M. Jakob, written comm. (1995); Z. Wang, written comm. (1997)
<i>Dataset C: 'small-scale' field debris flows, indirect measurements</i>							
Swiss Alps	29	15-640	3.5-14	0.07-0.53	1-10	SE	VAW (1992); M. Zimmermann, written comm. (1996)
<i>Dataset D: 'large-scale' field debris flows, indirect measurements</i>							
U.S.A., Mt. St. Helens (Pine C. + Muddy R.)	20	2,400-66,800	3-28	0.003-0.15	2-21	SE	Pierson (1985)
Columbia, Nevado del Ruiz	17	710-48,000	5-17	0.009-0.17	2-25	SE	Pierson <i>et al.</i> (1990)
<i>Dataset E: laboratory debris flows, precise measurements</i>							
Laboratory flume, Jiangua material China	30	0.001-0.100	0.21-3.77	0.053-0.19	0.04-0.13	nn	Wang & Zhang (1990)
Laboratory flume, New Zealand New Zealand	26	0.001-0.010	0.12-0.65	0.11-0.27	0.06-0.19	VA	Davies (1994)
Laboratory flume, conveyor belt	12	0.001-0.002	0.37-0.58	0.17-0.34	0.04-0.08	BS	Davies (1990)
Laboratory flume, U.S.A.	14	0.0004-0.0017	0.54-1.51	0.37-0.42	0.006-0.013	QA	Garcia Aragon (1996)
<i>Overall</i>	<i>23-1</i>	<i>0.0004-68,000</i>	<i>0.12-31</i>	<i>0.003-0.53</i>	<i>0.006-25</i>		

註：計算流速 *V* 與流深 *H* 方法：US=超音波紀錄兩橫斷面流深；WS=電子接收器紀錄兩斷面；RV=雷達測速計；SE=河岸上過彎超高現象估計；VA=錄影影像分析；BS=輸送帶速度；QA=量測之流動速率與斷面；nn=無資料。

2.6. 土石流規模與流量

2.6.1. 土石流體積估計

Mizuhara(1990)收集日本 1972 年到 1985 年取 663 筆山洪資料找出山洪的流域面積(A_d)和土石流流出土方量(M_{out}) (如圖 2-19)，其關係為 $M_{out} = 11400A_d^{0.583}$ ；蔡元芳(1999)從台灣土石流案例中取十幾個案例加以比較，指出台灣土石流流出土方量在 $M_{50} = 13600A^{0.61}$ 以上，其建議估算式採用較保守而集水區內土砂流出機率較高的估算式 $M_{50} = 70992A^{0.61}$ 與 $M_{95} = 113968A^{0.61}$ ，其中 A 為集水區面積，單位為平方公里(km^2)，土方量 M_x 單位為立方公尺(m^3)。行政院農委會(2001)桃芝颱風後調查出 168 處土石流災害現場結果，將台灣土石流流出土方量與集水面積迴歸式如表 2-8，並建議在估算台灣地區尚未發生之土石流潛勢溪流之可能土方量時，最好採用越機率不超過 90% 以上的估算式較為保險。

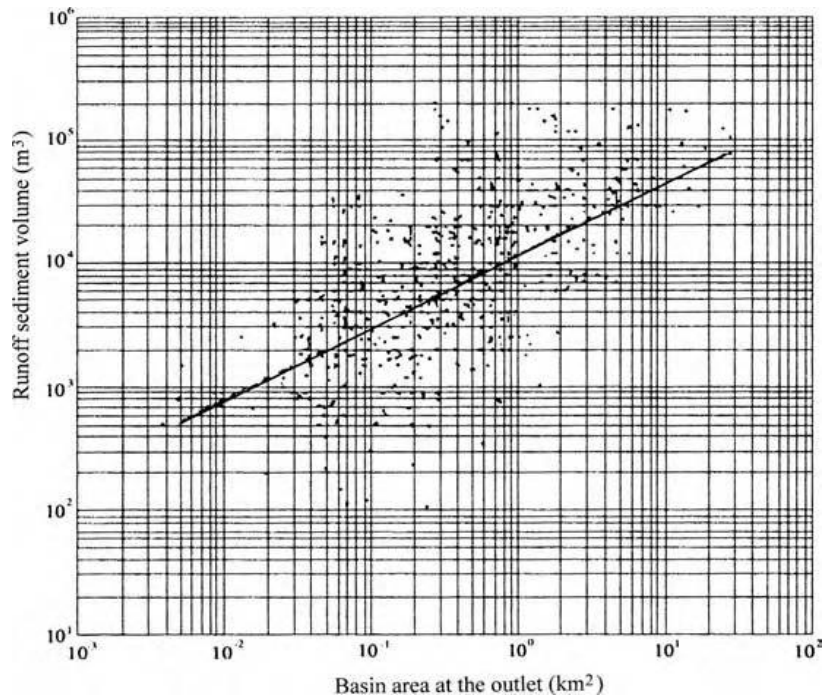


圖 2-19 山洪的流域面積和土石流流出土方量關係 (Mizuhara,1990)

表 2-8 台灣土石流土砂流出量迴歸公式表 (行政院農委會,2001)

土砂流出量不被超越機率	迴歸方程式(A : km ² ,M : m ³)
50%	$M_{50}=13600A^{0.61}$
70%	$M_{70}=27064A^{0.61}$
80%	$M_{80}=40800A^{0.61}$
90%	$M_{90}=70992A^{0.61}$
95%	$M_{95}=113968A^{0.61}$
99%	$M_{99}=274720A^{0.61}$

2.6.2. 土石流流量與洪水流量

Takahashi (1991) 提到土石流在發展途中，當土石流的體積濃度達平衡濃度(C_{∞})時(土石流停止沖刷與淤積，泥沙濃度趨近於定值)，由土石與水質量守恆關係推得單位寬度土石流量(q_s)與水流流量(q_w)，關係如下：

$$\frac{q_s}{q_w} = \frac{C_*}{C_* - [S_b + (1 - S_b)]C_{\infty}} \quad (2-63)$$

C_* ：通常為堆積層土體濃度(其定義為(1-土體孔隙率)*100%)

S_b ：堆積層含水飽和度

平衡濃度 C_{∞} 如式(2-58)

ρ_s ：土石密度

ρ_w ：水之密度

φ_i ：土石內的摩擦角

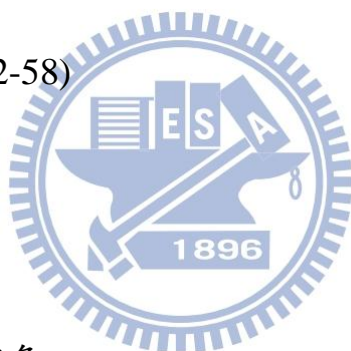
θ ：土石流流道的坡度

再對式若 C_{∞} 大於 0.9 則令 $C_{\infty} = C_*$

如果堆積土體為飽和狀態($S_b = 1$)，可將式(2-63)簡化為：

$$\frac{q_s}{q_w} = \frac{C_*}{C_* - C_{\infty}} \quad (2-64)$$

註：若 $C_{\infty} = 0.8 \sim 0.9 C_*$ ，土石流內含土石量約為水量的 5~10 倍。



2.6.3. 土石流尖峰流量和規模

Hungr et al. (1984)將 10 個流量與規模案例整理繪圖，提出以洪水流量估算方法，會有低估土石流尖峰流量情況。

Bovis et al. (1999)將土石流尖峰流量 Q_p (cms)與歷史平均土石量體 $M^*(m^3)$ 資料繪圖迴歸，得出迴歸式如下所述：

$$\text{礫石流(granular flow)} : M^* = 28Q_p^{1.11} \quad (2-65)$$

$$\text{泥流(muddy flow)} : M^* = 338Q_p^{0.99} \quad (2-66)$$

Mizuyama et al. (1992)也用相同的做法，其結果為：

$$\text{礫石流(granular flow)} : M^* = 13Q_p^{1.33} \quad (2-67)$$

$$\text{泥流(muddy flow)} : M^* = 795Q_p^{0.85} \quad (2-68)$$

Muramoto et al. (1986)檢視 1985 年位在北義大利 Stava 地區的土石壩發生潰壩時所產生的土石流。此由潰壩所土石流，依壩體的寬度

B 和高度 h_0 預測尖峰流量 Q_p ：

$$Q_p = \frac{8}{27} c_0 h_0 B, \quad c_0 = \sqrt{gh_0} \quad (2-69)$$

2.7. FLO-2D 簡介

FLO-2D 數值軟體之定床模式常被用來執行土石流模擬，本節簡要介紹此軟體。FLO-2D 為 O'Brien、Julien、Fullerton (1993) 提出之二維洪水與土石流數值模擬套裝軟體，使用非牛頓流體模式與中央有限差分法(central finite difference scheme)求解流體運動之控制方程式，以求取水平面上之 x 軸方向流速 u 、y 軸方向流速 v 與 z 軸上的流動深度 h ，其座標系統如圖 2-20。

其分析之數值地形為規則之方格格點元素系統，每個網格元素只給定單一之高程值、粗糙係數和流動面積與寬度之折減因子(即考慮河堤影響流路部份)，做為分析之地質水文因子系統。

從每一格點計算流動深度以求得流量；質量守恆則是考慮整個格點系統內，水與土石流中之土石兩者體積和質量之維持，在每個時間的差分間隔，分析模式依據各格點元素土石流之體積濃度的變化，計算每一格點元素內水與土石之體積改變，但其總合體積和質量不變。由上述計算方法，可使已經停止流動的高濃度土石流前端部分，在低濃度土石流後端之流量通過，會有再流動之現象產生。

O'Brien et al. (1993) 說明 FLO-2D 水力學計算正確性驗證：在渠道穩態流，和現地實測資料與 HEC-2 計算結果，比對流動深度與流速，有相當一致結果。

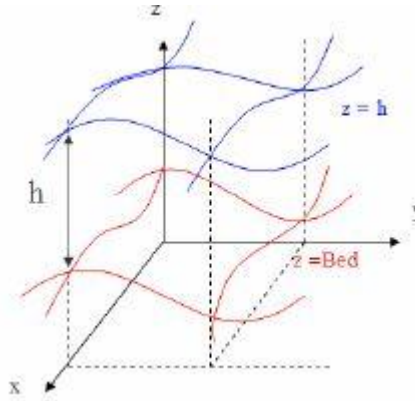


圖 2-20 FLO-2D 所使用的坐標系統

2.7.1. 控制方程式

上述 u ， v 即 h 等三個變數需三個控制方程式才能求解，有：

1. 連續方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = i \quad (2-70)$$

h ：土石流深度

u ：x 軸方向上流速

v ：y 軸方向上流速

i ：降雨強度

t ：時間

式(2-70)控制計算時，洪水或土石流質量守恆

2. 運動方程式

$$S_{fx} = S_{bx} - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial u}{g \partial t} - u \frac{\partial u}{g \partial x} - v \frac{\partial u}{g \partial y} \quad (2-71)$$

$$S_{fy} = S_{by} - \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial v}{g \partial t} - u \frac{\partial v}{g \partial x} - v \frac{\partial v}{g \partial y} \quad (2-72)$$

S_{fx} ， S_{fy} ：摩擦坡降(friction slope)

S_{bx} , S_{by} : 底床坡降 (bed slope)

g : 重力加速度

式(2-71)及式(2-72)分別為 x、y 方向上代表力平衡之動量方程式，表示成無因次化以討論加速度之影響。式(2-71)及式(2-72)中，由左至右依次每一項所代表的物理意義：接觸力中材料強度影響之摩擦坡降 (流變模式)、重力之底床坡降、壓力梯度、慣性力中區域加速度項 (local acceleration term) 和平流加速項 (convective acceleration term)。動力波模式 (dynamic wave model) 為整體之動量方程式如式(2-71)及式(2-72)；擴散波模式 (diffusion wave model) 為式(2-71)及式(2-72) 等號左邊第 1~2 項；運動波模式 (kinematic wave model) 為式(2-71)及式(2-72)等號左邊第 1 項。FLO-2D 可令使用者以上述三種模式進行分析，土石流模擬時往往使用其動力波模式進行分析。

2.7.2. FLO-2D 流變模式和組成律

FLO-2D所使用的模式即為在2.4.7節所提到的二項式流變模式，將式張量式對深度作積分，而改寫成x,y方向之向量和的坡度形式：

$$S_f = S_y + S_v + S_{ct} = \frac{\tau_y}{\rho_m h} + \frac{K\mu_B u}{8\rho_m h^2} + \frac{n^2 u^2}{h^{4/3}} \quad (2-73)$$

其中：

S_y ：降伏坡降

S_v ：黏滯坡降

S_{ct} ：紊流-碰撞坡降

τ_y ：降伏應力

μ_B ：賓漢黏滯係數

ρ_m ：土石流體的單位重

K ：層流阻滯係數，和土石流流道截面形狀有關。

n ：曼寧係數，即土石流河床粗糙程度。



2.7.3. FLO-2D 輸入參數和案例

FLO-2D 在水文模式及土石流模式進行規則流槽及現地之土石流數值模擬，其所需輸入的參數共分為地形條件、流量條件、材料參數及數值差分運算之穩定性參數四大項。

自從 1993 年 O'Brien 等人發展出 FLO-2D 土石流數值模擬模式後，國內外有多位學者利用此一模式進行土石流的模擬研究，近年來國內 FLO-2D 的使用也越來越為廣泛，林美聆等(1999，2000，2001)，吳政貞(2003)、邱禎龍(2003)、蘇立明(2003)、林德貴等人(2008)皆曾以 FLO-2D 進行土石流的模擬。表 2.9 整理近年來利用 FLO-2D 進行土石流模擬的相關研究。林德貴等(2008)用 FLO-2D 模擬 2008 年鳳凰颱風期間花蓮土石流潛勢溪流(如圖 2.21)，其所輸入參數資料室是由參考前人估計方法、挑整降伏應力以及數值模擬和航照對照結果所調整好的參數。參數值如表 2-10 所示。



表 2-9 FLO-2D 前人使用與流變參數決定方式
(部分間接摘自於趙啟宏(2004))

前人研究	流變參數	研究地區
O'Brien, Julien, Fullerton(1993)	實驗求得(旋轉式流變計)	美國 Rudd Creek(Utah)地區
Hübl and Steinwendtner (2001)	實驗求得(輸送渠道流變計)	Wartschenbach/Eastern Tyrol Moschergraben/Styria
林美聆,莊睦雄等 (1999)	詹錢登實驗求得(管式流變計)	南投縣出水溪
林美聆,王國隆等 (2000, 2001, 2003)	詹錢登實驗求得(管式流變計)	南投縣出水溪、豐丘、和社
	詹錢登實驗求得(管式流變計)配合堆積土方量比對修正	南投縣二部、三部、同富、和社三號溪、南平坑、郡坑
	詹錢登實驗求得(管式流變計)	嘉義縣豐山地區
	詹錢登實驗求得(管式流變計)	南投草屯台灣藝術村
吳政貞(2003)	文獻回顧配合案例反算	溪頭三號坑、鹿寮坑
蘇立明(2003)	黏滯阻力係數-費祥俊方法 降伏剪應力-Philippe(1995)實驗	花蓮大興村
邱禎龍(2003)	文獻整理配合案例反算	三峽白雞
趙啟宏(2004)	文獻回顧並已放大流槽試驗比對土石流堆積扇地支無因次幾何相似度做分析	南投陳有蘭溪流域及嘉義豐山地區
曹英明(2005)	文獻整理配合敏感度分析	南投水里鄉二坑部溪及信義鄉神木村出水溪
D.Rickenmann et al. (2006a)	文獻整理配合敏感度分析	瑞士格勞賓登洲 Varunash 集水區
林柏融(2007)	文獻回顧配合敏感度分析	台中和平鄉松鶴一溪和松鶴二溪
林德貴等人(2008)	文獻整理配合敏感度分析	花蓮大興村、見晴村、鳳義里
陳俊斌(2010)	Felly(2009)取樣實驗結果配合敏感度分析	台北貓空地區

表 2-10 花蓮土石流潛勢溪流 FLO-2D 各參數輸入值
(林德貴等人,2008)

項目	大興 (花蓮 061)	見晴 (花蓮 069)	鳳義 (花蓮 A112)
地形條件	10 m×10 m DEM	10 m×10 m DEM	10 m×10 m DEM
降雨歷線	368 mm; 48 hrs	570 mm; 48 hrs	570 mm; 48 hrs
洪水歷線	FLO-2D 降雨-逕流模式		
曼寧係數	0.05/0.3/0.15	0.05/0.3/0.15	0.05/0.3/0.15
土石顆粒比重	2.65	2.65	2.65
層流阻滯係數	2285	2285	2285
體積濃度	0.62	0.88	0.35
賓漢降伏應力	1200Pa	2500Pa	800Pa
賓漢黏滯係數	6 Pa-s	15 Pa-s	12 Pa-s

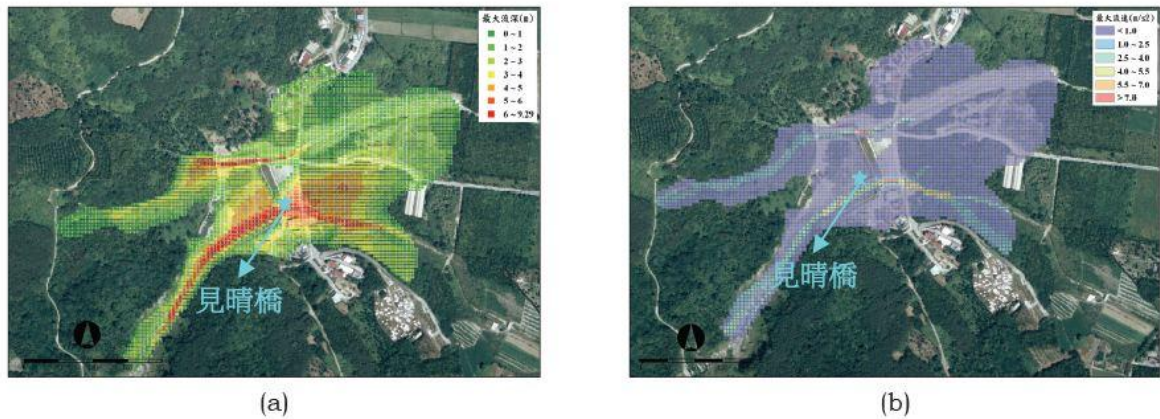


圖 2-21 土石流潛勢溪流 (花蓮 069) 土石流運動模擬
(a) 最大流動深度分布(b)最大流速分布
(林德貴等人,2008)

2.8. 土石流數值模擬之文獻討論

2.8.1. 土石流現地估計和流變計實驗

要使土石流數值模擬能接近實際土石流流動的情形，對於數值模擬模式中所需輸入參數的決定，需要合乎土石流物理行為且完整的分析模式及充分的分析條件和適當的參數範圍，尤其當流變參數大小落於合乎土石流流動行為的邊緣地帶時更需精細分析。本研究以吳政貞(2003)和陳俊斌(2010)已收集土石流文獻內的土石流流變參數為基礎，新增近期土石流案例的部分。

前述土石流案例的文獻，比較常用的土石流流變模式為賓漢模式和二項式流變模式。Johnson et al. (1984) 舉出現地估計賓漢模式流變參數的兩個方法 (式 (2-20)) 和式 (2-21))。Johnson(1970)與 Pierson (1986) 依現地估計方法所得到之賓漢降伏應力介於 600~3800 Pa，賓漢黏滯係數約在 8~810 Pa*s，體積濃度約在 38~85 %，推論土石流單位重約在 10.59~23.54 (kN/m^3)，此方法估計出的參數如表 2-10 整理所示。

除了現地估計法外，另一估計流變參數的方法是經現地取樣後做室內試驗。一般取土石流漿體部份，依試驗儀器限制決定取樣的最大粒徑。較常用的為旋轉式流變計：試驗時量測轉矩(moment)與轉速，

求取管壁剪力與外視剪切率(apparent shear strain rate)，經由迴歸分析求得賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數。所得結果整理如表 2-11。

比較數據可知，現場估計土石流降伏應力會比室內試驗值大很多，約 10 倍以上，推論是由於取樣粒徑限制而有所影響；王志賢(2000)在實驗中得到，粗顆粒材料的加入會提高土石流的降伏應力。而試驗所用的土石流漿體部份其體積濃度會比現場整體土石流值還低。由 Phillips et al.(1991)大型水平旋轉筒試驗結果，當內外兩筒開始產生相對旋轉時，其降伏應力推估可達 2000~3000 Pa。為了修補室內試驗和現地估算和實際土石流的差距，近期也有學者開始利用反算的方法。

Ghilardi et al. (2000) 以二維土石流數值模擬反算結果，推論使土石流停止流動，其降伏應力分佈應介於 1~3kPa，而其案例反算結果為 2kPa。趙啟宏(2004)也利用案例反算分析，求得溪頭一帶的賓漢降伏應力約為 2kPa。

合理估計土石流數值模擬所需的各項參數，為本研究主要研究課題之一。本研究嘗試以 COMSOL 進行數值模擬，經由文獻中流槽試驗及土石流扇狀地幾何無因次相似特性歸納模式中各參數的特性及合理性，適於應用於現地的土石流模擬，期能建立比合理的土石流數值模擬模式。

表 2-11 現地估計方法所得之降伏應力與黏滯係數整理表
(部分間接摘自吳政貞(2003))

學者	年度	降伏應力 (Pa)	黏滯係數 (Pa-s)	體積濃度 Cv(%)	估計方法	現地地點
Johnson	1970	1700~5000	--	85*	特殊大石塊 尺寸	美國加州 Surprise Canyon
		600	450	60*	特殊大石塊 尺寸	美國加州 Wrightwood
Pierson	1980	1300~2400	210~810	68*	特殊大石塊 尺寸	澳洲 Thomos 山
Johnson and Rodine	1984	1800~2500	--	82*	特殊大石塊 尺寸	美國加州 Surprise Canyon
		1600	--	76*	渠道最高臨 界深度	美國加州 Surprise Canyon
		3800	430~490	73*	堆積區邊緣 臨界厚度	美國加州 Cris Wicht Camp
Pierson	1986	780~840	8~12	38*~70*	堆積區邊緣 臨界厚度	美國華盛頓 St.Helen 山
Pia R Tecca et al.	2003	457~1034	1~76	--	半橢圓形截 面土石流流 道估算	義大利 Acquabona 溪流流域

註 1：水黏滯係數：0.001(Pa-s), 20°C,

註 2：*為換算結果，假設土壤比重 $G_s=2.65$ ，水比重 $G_w=1$

表 2-12 現地取樣後室內試驗所得之賓漢降伏應力
與賓漢黏滯係數整理表
(部分間接摘自吳政貞(2003)和陳俊斌(2010))

前人研究	賓漢降 伏應力 (Pa)	賓漢黏 滯係數 (Pa*s)	體積濃 度Cv(%)	粒徑限制 (mm)	試驗方式	試體來源/D ₅₀
Dai et al. (1980)	0.6~83	0.01~0.1	5~33	--	旋轉式流變計	--/--
Kang et al. (1980)	0.4~40	0.02~0.32	16~40	<3mm	旋轉式流變計	--/0.1~0.2
Qian et al. (1980)	0.15~15	--	22~51	--	旋轉式流變計	--/--
Fei (1981)	0.11~40	--	10~47	--	旋轉式流變計	--/--
O'Brien and Julien(1988)	0.1~100	0.04~10	10~45	<0.072mm	旋轉式流變計	Colorado山區/ 0.011~0.034
Phillips et al. (1991)	50~300	20~238	61~65*	<120mm	平板式流變計	--/--
Pierson et al. (1992)	12~405	0.2~27.9	44~66	<2mm	旋轉式流變計	North Fork Toutle/--
Wang(1993)	1~100Pa	0.01~10	<83	--	旋轉式流變計	蔣家溝試體
詹錢登 (1997)	2.5~30	0.008~0.06	25~43	<2mm	管式流變計	神木村 出水溪土樣
王裕宜、 詹錢登 (1999)	0~113	6.4~66	19~46	<1mm	RV2型雙環 旋轉式黏度計	甘油砂漿體 /0.11~0.2mm
	47~234	1~12	35~53	<2mm	RV2型雙環 旋轉式黏度計	泥沙漿體 /0.11~1.5mm

註： $C_v = \frac{\rho_m - \rho_w}{\rho_s - \rho_w} = \frac{\rho_m - \rho_w}{G_s \rho_w - \rho_w}$

*：此用重量濃度C_w，其算法用C_v反推出來，反推的式子如下：

$$C_v = \frac{C_w}{G_s - C_w(G_s - 1)}$$

表 2-12 (續) 現地取樣後室內試驗所得之賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數整理表
(部分間接摘自吳政貞(2003)和陳俊斌(2010))

前人研究	賓漢降伏應力 (Pa)	賓漢黏滯係數 (Pa*s)	體積濃度 C_v (%)	粒徑限制 (mm)	試驗方式	試體來源
Wang et al. (2000)	16.4~274.7	--	54~72		旋轉式流變計	蔣家溝試體 (debris flow)/ 5.03~8.07mm
	16.6~56.8	--	37~42	<2mm	旋轉式流變計	蔣家溝漿體 (slurry)/ 0.07~0.085
王志賢(2000)	100~120	4~9.7	30~33	<0.08mm	RV-DVIII 旋轉式流變計	天然細粒料 /0.013mm
	102~115	12.7~15	$C_{vf} : 30$ $C_{vg} : 10~15$		RV-DVIII 旋轉式流變計	天然細粒料 加5mm玻璃珠/--
Hubl et al. (2001)	89~305	1.8~12.9	50~60	<20mm	輸送渠道流變計	阿爾卑斯山區 Moschergraben/--
	36~79	2.5~6.3	50~60	<20mm	輸送渠道流變計	阿爾卑斯山區 Wartschenhenbach /--
王嘉筠(2008)	9~104.9	0.01~3	24~50	--	RV-DVIII 旋轉式流變計	南投東埔蚋溪/--

註： C_{vf} (細粒料濃度)、 C_{vg} (粗粒料濃度)分別為式(2-25)和式(2-26)

表 2-12 (續) 現地取樣後室內試驗所得之賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數整理表
(部分間接摘自吳政貞(2003)和陳俊斌(2010))

前人研究	賓漢降 伏應力 (Pa)	賓漢黏滯係 數(Pa*s)	體積濃度 C _v (%)	粒徑限制 (mm)	試驗方式	試體來源
艾昱安(2009)	30~258	16.36~ 29.83	25~48	--	垂直旋轉流 變計	高嶺土
Felly(2009)	68.33~ 173.94	4.46~29	34.2~36.6	<約 0.4mm	直剪試驗與 移動球流變 計	台北貓空地區
Bisantino T, et al.(2009)	3.1~15. 47	0.07~0.26	42~87	<25mm	移動球流變 計 (Ball Measuring system)	義大利 South-Gargano 集水區/約 0.7mm
Boniello et al.(2010)	2.03~12 54	0.06~30.5	33~48	<0.063mm	圓盤式流變 計	義大利東北部 Fella 河流流
Remaitra.et al.(2011)	1~270	9~71	37~55	<20mm	旋轉錐形軸 流變計和圓 盤式流變計	法國南部 阿爾卑斯山 Barcelonnette 盆地/2~5mm

2.8.2. 土石流模擬數值方法

FLO-2D 是常用來模擬洪水和土石流常用的工具，除前述 FLO-2D 之數值軟體以外，還有其他學者以控制土石流行為的控制方程組(一組偏微分方程式)為基礎，建立數學模型，再以數值方法取求解。以下列出一些 FLO-2D 以外之土石流數值模擬方法的例子。

(1).Takahashi(1987)以一維的土石流模型以有限差分法來模擬土石流流道平面堆積區形成沖積扇。並且以相同的坡度、粒徑、密度和體積濃度等物理量來做流槽實驗。數值模擬和實驗所得到的堆積面積和深度分布在土石流開始流動後 10 秒、20 秒和堆積完畢後的比較如圖 2-22 所示。

比較數值模擬結果和流槽實驗結果，發現模擬出來沖積扇的深度等位線較圓滑、實驗出來的沖積扇較不圓滑且較瘦長。可表示數值模擬的沖積扇是偏向理想，堆積深度平均分布。

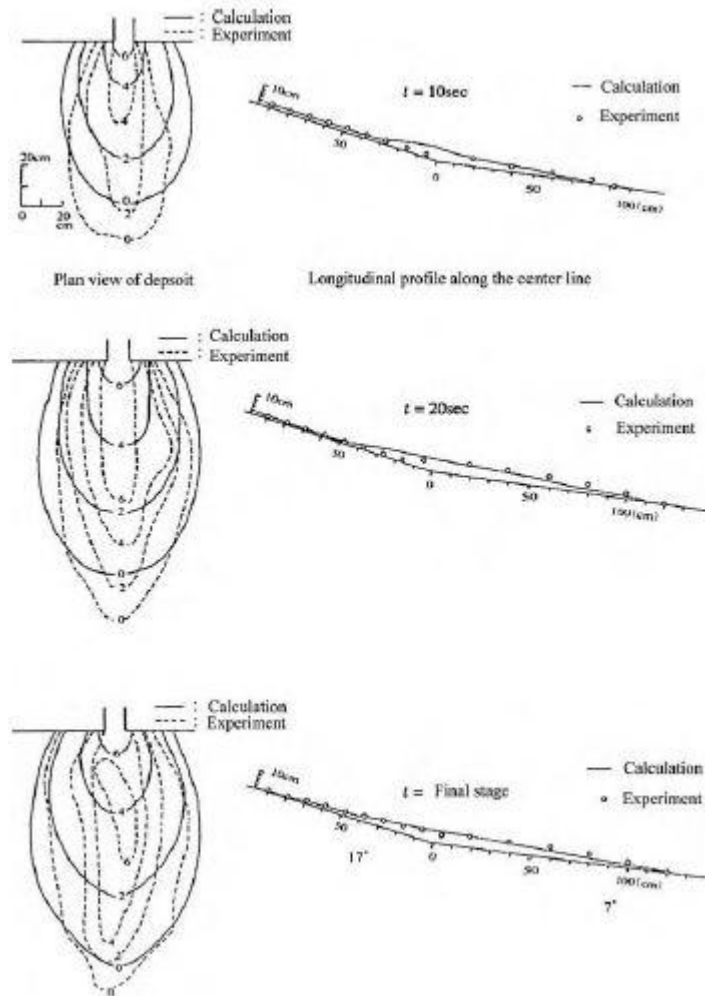


圖 2-22 沖積扇的模擬和實驗的結果比較(Takahashi,1987)

(2).對於因山崩而誘發形成的土石流，簡化為一維問題將斜坡上山崩形成的土塊(Earth Block)分為三層：未飽和土塊層、飽和土塊層和液化土石流層，如圖 2-23 所示：

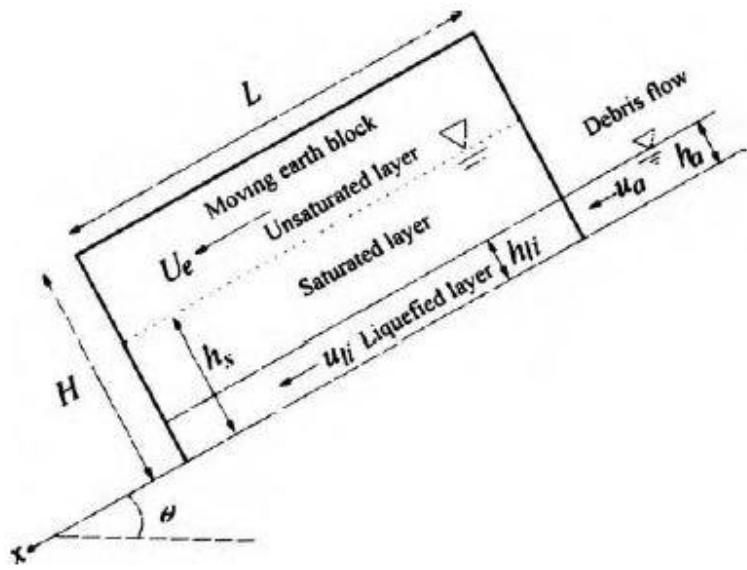


圖 2-23 山崩土塊的數學模組(間接摘自於 Takahashi(2007))

Satofuka et al.(2003)針對三維山崩誘發型土石流，坡面上含液化的土石流和土塊，將液化的土石流上的土塊切割成六邊形角柱，每塊切成六邊形角柱的土塊分成不飽和區和飽和區。其土塊體動速度會受到重力、六邊形角柱土塊體底部對液化區土石流和坡面之間的摩擦力、六邊形角柱土塊體之間在滑動過程中的互(引)斥力和六邊形角柱土塊體表面的剪力等影響，如圖 2-24 所示。

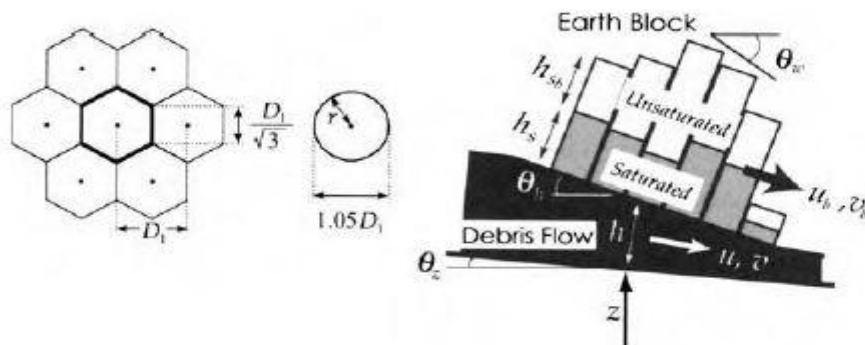


圖 2-24 山崩誘發型土石流的數值模型 (Satofuka et al. 2003)

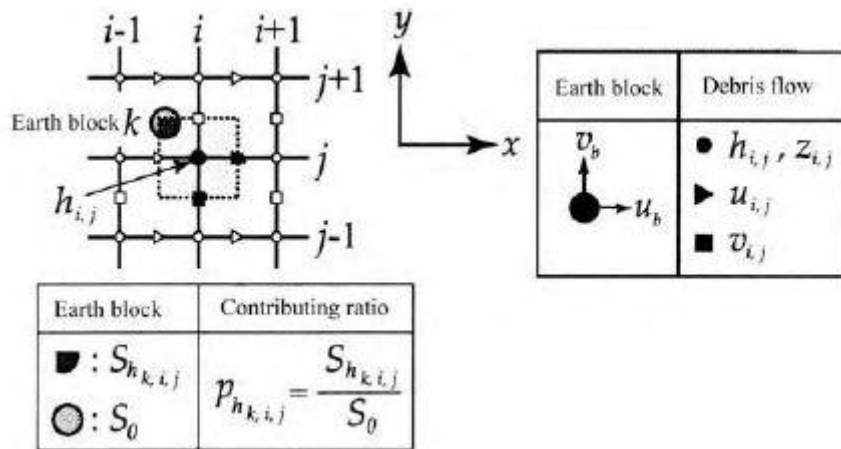


圖 2-25 數值分析網格和六邊形角柱土塊邊界剪應力的佔有比率 (Satofuka et al. 2003)

此模型所使用的數值計算方法為有限差分法 (finite difference method)，利用網格的節點範圍內來模擬土塊和液化後土石流的移動。

此數值模型可以模擬土石流堆積時每一六角型區塊的在土石流啟動、運移和堆積的分布，以預測土石流堆積時的堆積深度如何。但此方法僅適用於體積濃度較大且是由山崩觸發而成的且含有未液化土塊的土石流。Satofuka(2004)針對 2003 年日本熊本縣水俣市寶川內地區因豪雨使集川河水氾濫而造成的土石流，運用此數值模擬的方法來重現其災害。

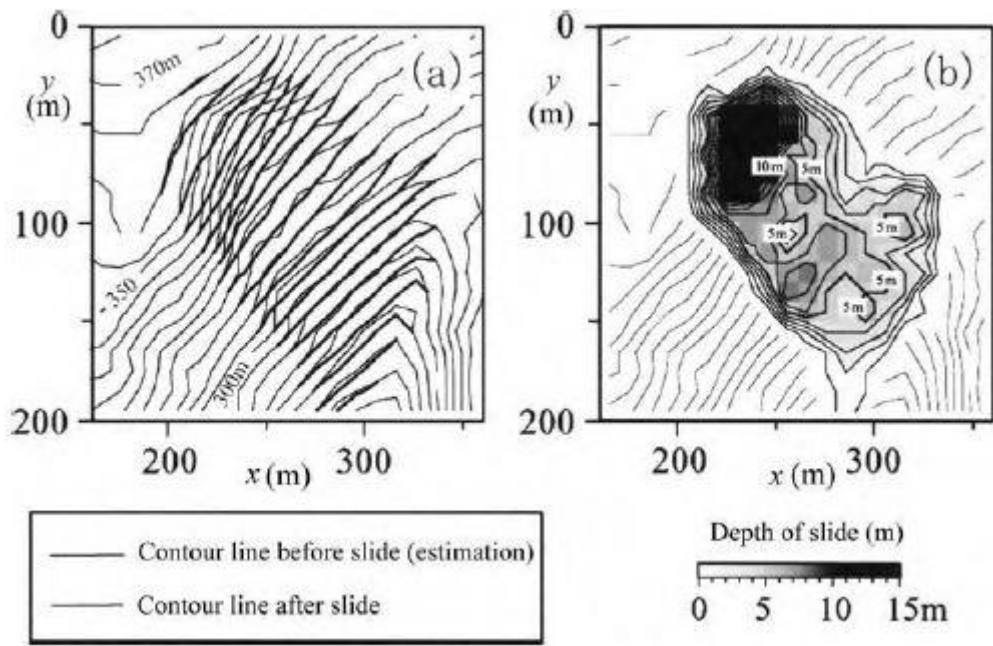


圖 2-26 水俣市寶川內地區某邊坡破壞前後的形狀(Satofuka,2004)

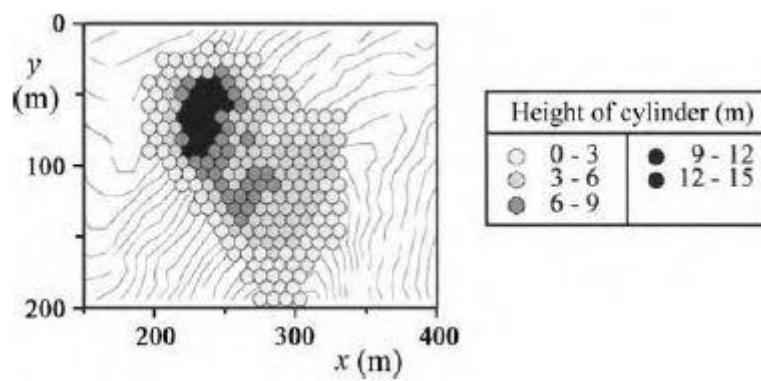


圖 2-27 依邊坡破壞深度，所建模出來的土塊初始深度分布圖(Satofuka,2004)

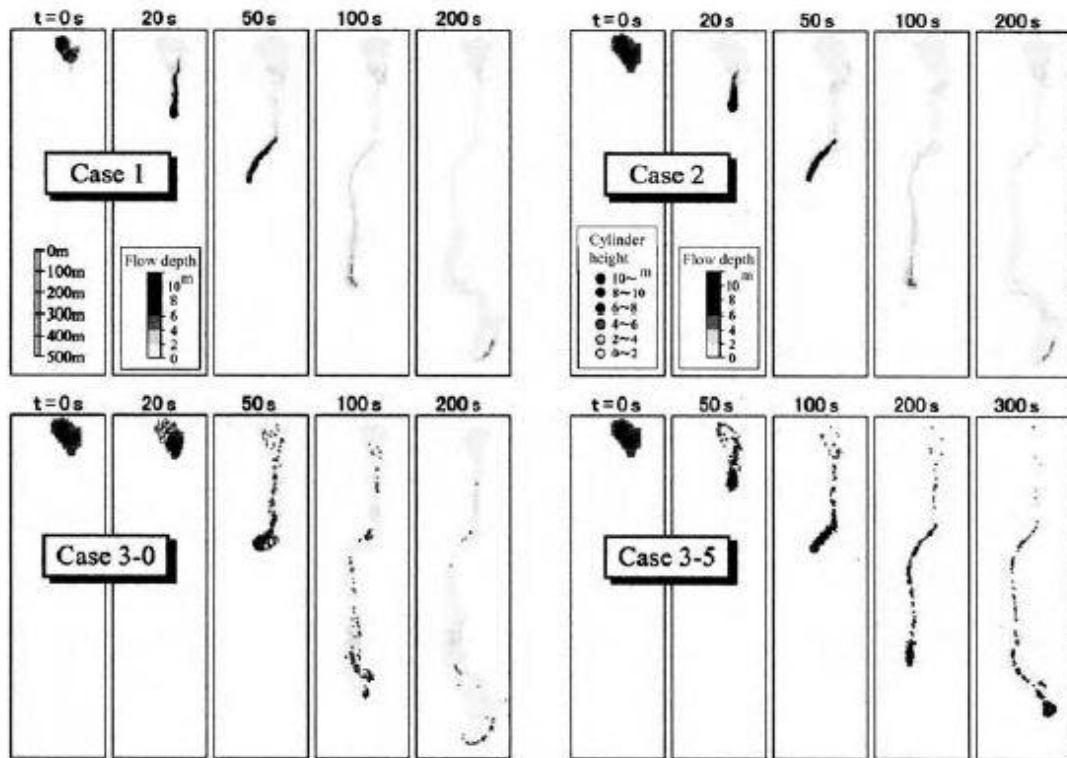


圖 2-28 深度和土塊高度分布之模擬結果(Satofuka,2004)

(3).Laigle(1997)採用赫許布雷模式(Herschel-Bulkly model，簡稱 HB 模式)模擬土石流的黏塑性行為。其控制方程式用陡坡淺水方程式 (shallow water equation)，計算方法是用正方形網格用有限體積法 (Finite volume method)來做計算，輸入參數為 $\frac{\tau_{HB}}{\rho_m}$ 和 $\frac{\mu_{HB}}{\tau_{HB}}$ (即 $\frac{\text{降伏應力}}{\text{土石流密度}}$ 和 $\frac{\text{黏滯係數}}{\text{降伏應力}}$)。用赫許布雷模式比較適用於細粒料較多、體積濃度較高且不含粗粒料的土石流流體。Rickenmann et al. (2006a)使用 HB 模式模擬 1987 年在瑞士東南部格勞賓登州(Canton of Grisons)的 Varunash 集水區所發生的土石流案例，其集水區的面積為 6.5km^2 ，其流變參數是用現地調查，如圖 2-29 所示。在圖 2-29 上，輸入參數分別為 $\tau_{HB}/\rho_m = 1.8\text{m}^2/\text{s}^2$ 和 $\mu_{HB}/\tau_{HB} = 0.3\text{s}^{1/3}$ ，左半部 (a) 圖表示為

$Q_P=600\text{m}^3/\text{s}$ 的模擬結果、右半部(b)圖表示為 $Q_P=900\text{m}^3/\text{s}$ 的模擬結果，

紫色線段則表示真實土石流堆積擴散區域。

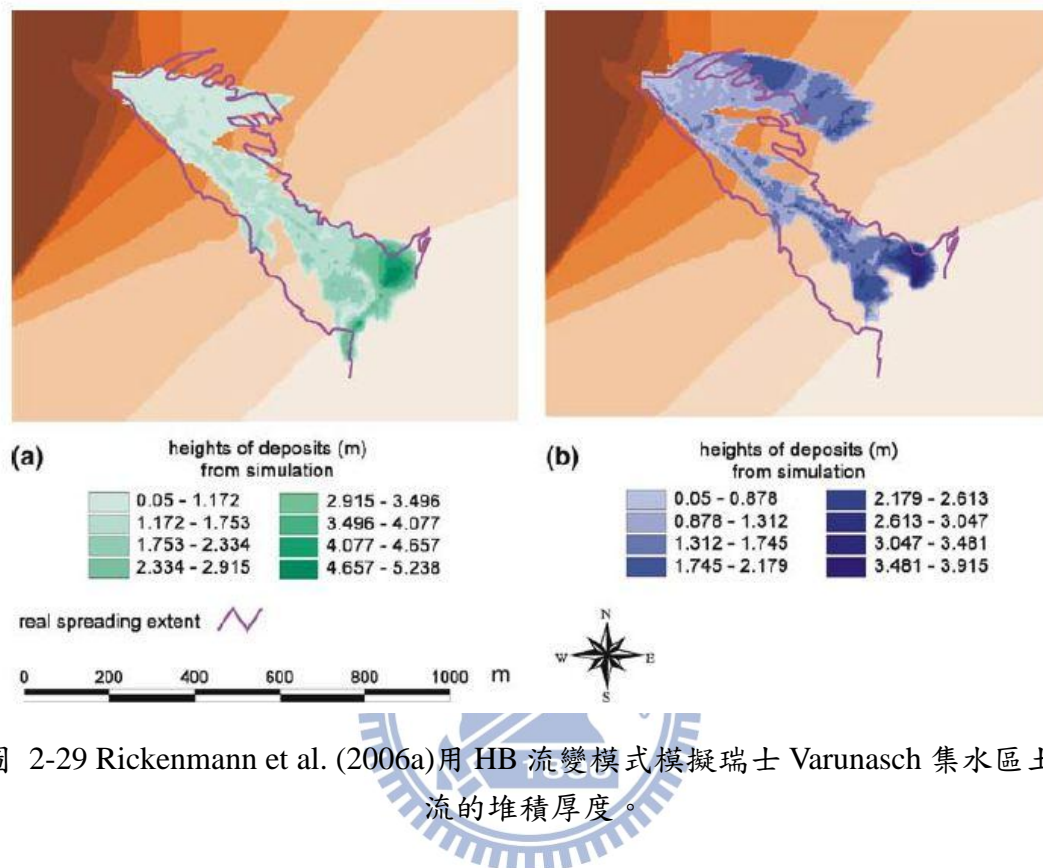


圖 2-29 Rickenmann et al. (2006a)用 HB 流變模式模擬瑞士 Varunash 集水區土石流的堆積厚度。

(4).黃名村等人(2002)對神木村現地做數值分析使用 Julien & Lan(1991)的二項式流變模式，假設土石流流道深度很大，強剪層可因此忽略(含底床充實效應，即剪應力張量元素的絕對值大於降伏應力，其算式為 $|\tau_{ij}| > \tau_y$ ，又名邊界層)，取土石流弱剪層(不含底床充實效應，即剪應變張量元素為零，其算式為 $|\gamma_{ij}| > 0$ ，又稱為塞流層)，依動量連續方程式和運動邊界條件寫出控制方程式。再以有限差分法將控制方程式離散成差分式，最後分別以黃名村(1996)所提出的一維

水平渠道解析和特徵線法解出一維數值解(圖 2-30)和二維數值解(圖 2-31 和圖 2-32)。所求出的數值解和現地情況的誤差在 0.5% 以內。

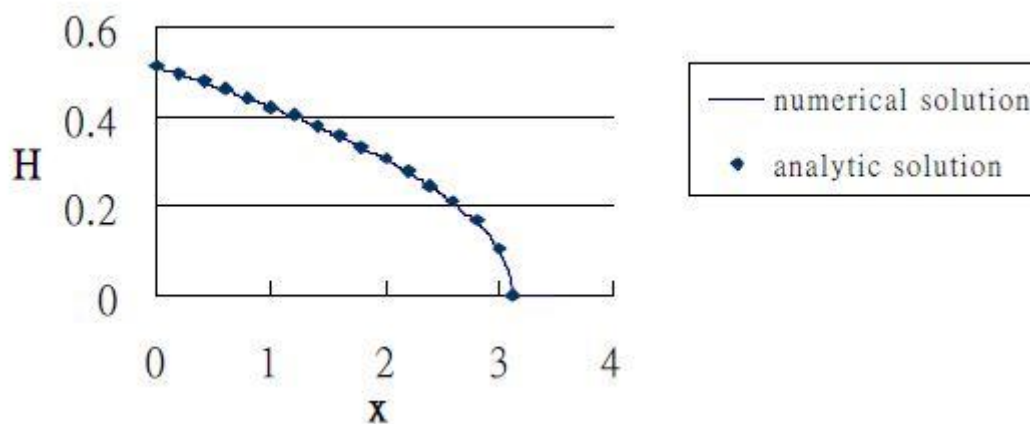


圖 2-30 一維土石流之流動深度數值解與解析解之比較
(黃名村等人, 2002)

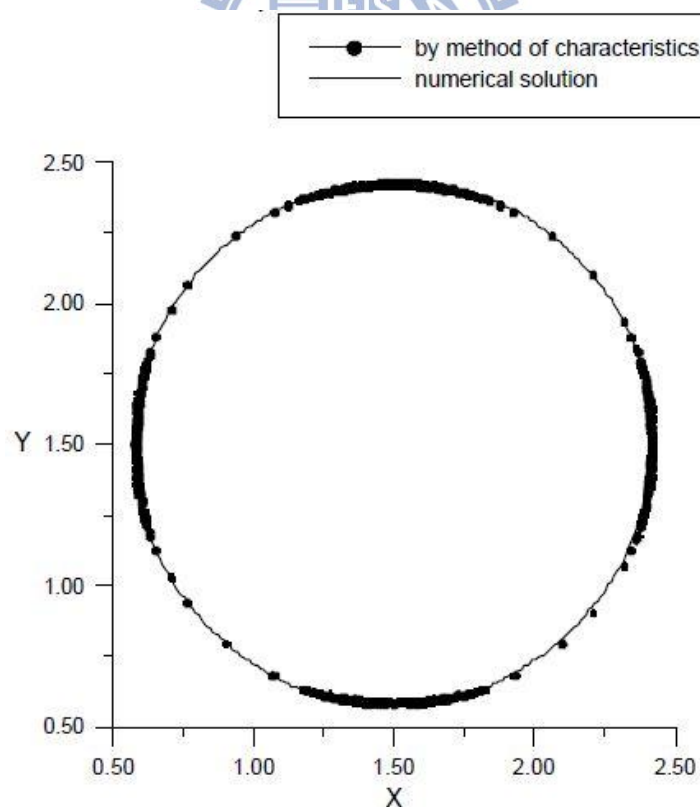


圖 2-31 以特徵線法計算土石流停止後之前緣位置與模擬結果之比較
(黃名村等人, 2002)

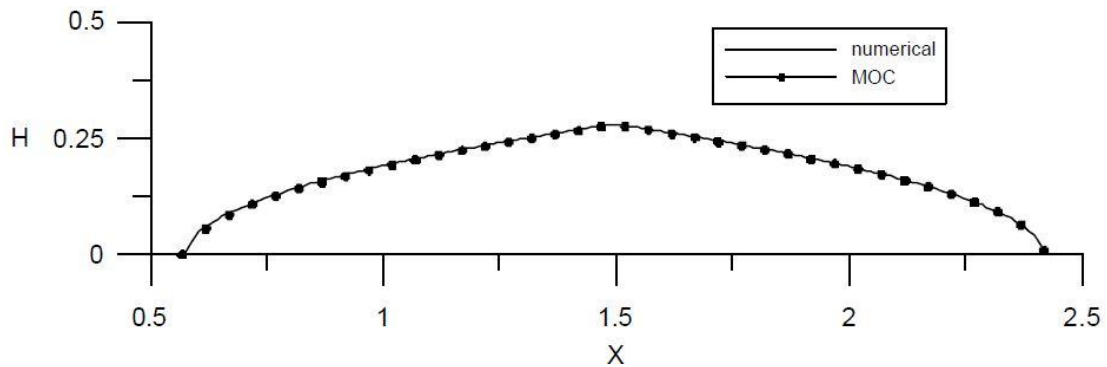


圖 2-32 以特徵線法計算中央斷面之土石流流深分佈並與模擬結果作比較(黃名村等人，2002)

(5). Rutschmann(1993)在瑞士聯邦科技研究所(Swiss Federal Research Institute)的水利實驗室發展出針對流體力學的有限元素工具箱(Finite Element Method TOOLbox，簡稱 FEMTOOL)，後來加入土石流的流變模型和會隨著流速和深度而不同的乾濕過渡區域，就變成土石流有限元素法模型(簡稱 DFEM model)，但此模式很少被用來做土石流模擬。此模型是由隨意三角形網格組成，運算方式則採用上風法(upwind scheme)來提升數值運算的穩定性，通常是在模擬開放流道，此數值模型所使用的流變模型為 Voellmy 流變模型。而 Voellmy 流變模型在 x 方向的摩擦坡降形式如下：

$$S_{fx} = \frac{q_x \sqrt{(q_x)^2}}{h^3 C_{pc}^2} + \cos\theta_d \tan\varphi_c \quad (2-74)$$

q_x ：x 方向單位寬度的流量($q_x = hu$)

θ_d ：下游堆積區的傾斜度

φ_c ：顆粒內摩擦角

C_{pc} ：pseudo-Chezy 常數

Rickenmann et al. (2006a)用 DFEM-2D 模擬奧地利的地羅爾州 (Tyrol)東部的 Wartschenbach 集水區，其面積為 2.5km^2 。模擬所使用的網格 1576 個網格，其模擬結果如圖 2-33 所示。在圖 2-33 中，紅線所包圍的區塊為含粗粒料所堆積的區域。綠線為土石流初始堆積時的區塊。內部藍線為土石流再出現在堆積時，細粒料所向外堆積的區塊。外部藍線為土石流堆積完後，土石流堆積和洪水靜止的區塊。

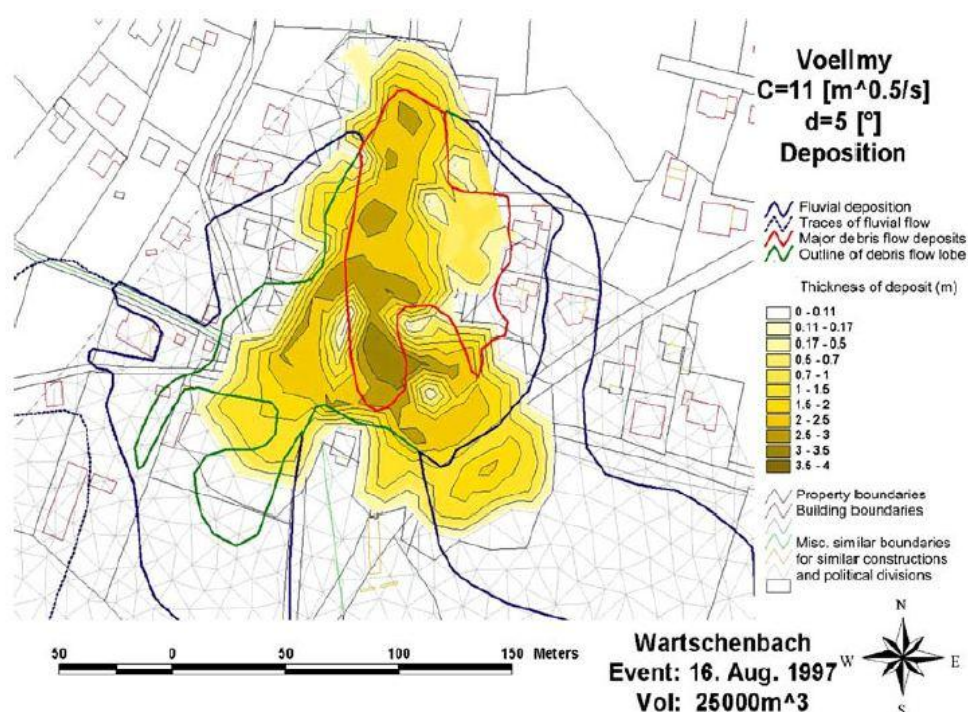


圖 2-33 用 DFEM-2D 模擬 Wartschenbach 發生土石流時堆積厚度。

輸入參數為尖端流量 $Q_p=100\text{m}^3/\text{s}$ 、 $C_{pc} = 11\text{m}^{0.5}/\text{s}$

(Rickenmann et al. , 2006a)

(6). Martinez et al.(2008)以有限元素法做一維潰壩型土石流數值分析，其數值模擬所使用的流變模型為賓漢 Cross 等效流變模型，其模擬示意圖如下圖所示：

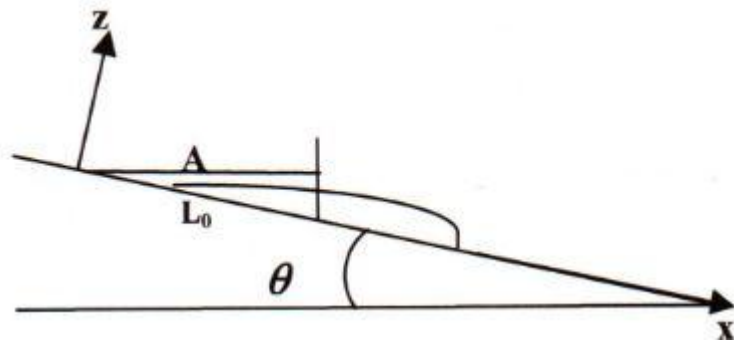


圖 2-34 一維斜面上的潰壩型土石流(Martinez et al. , 2008)

在圖 2-34，傾斜角 θ 為 11 度、壩體所使用的材料為高嶺土 (Kaolinite)、體積濃度 C_V 是 13.05%、壩體面積大小 A 為 24.7cm^2 、壩體在斜坡長度 L_0 為 0.16m。其數值模型在模擬土石流運移的距離和實驗值吻合。和解析解(其解析解並不精確)相比，數值解小於解析解，但當模擬約到 0.7 秒，數值解開始大於解析解，Martinez et al. 研判可能和乾濕介面的數值處理有關，如圖 2-35 所示。

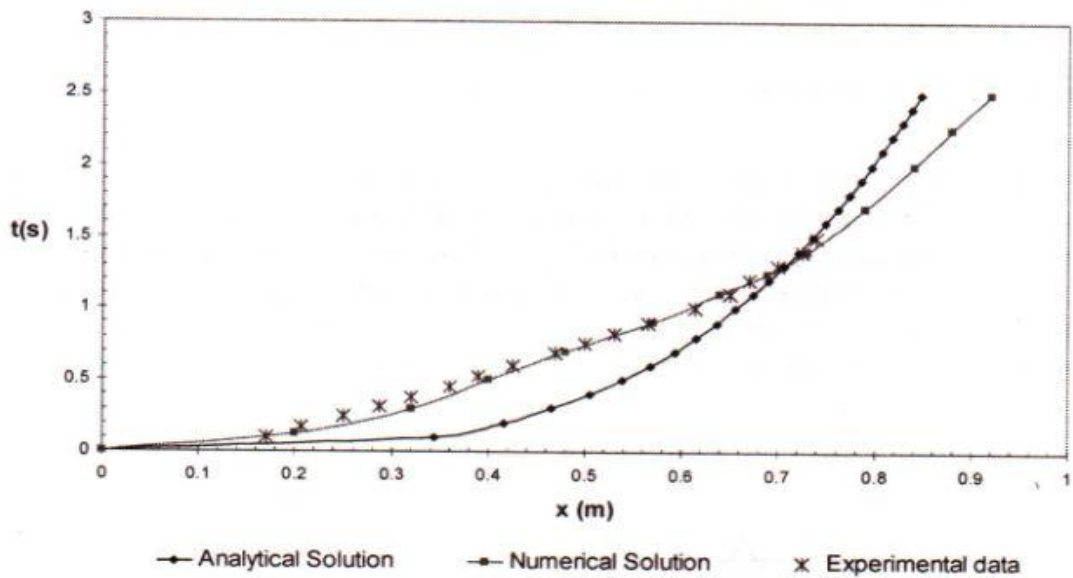


圖 2-35 土石流運移距離解析解、實驗數據和數值解的比較 (Martinez et al. , 2008)

(7). 聶志成(2007)使用有限體積法計算流體力學模擬軟體 FLUENT 6.2 選用 Realizable $\kappa - \varepsilon$ 紊流物理模組、標準壁面模式和以流體體積法(Volume of Fluid, 簡稱 VOF 模式)之兩項流模擬土石流對壩體的衝擊力。依壩體形狀、土石流密度和黏滯係數的更換, 比較出壩體衝擊力的不同。

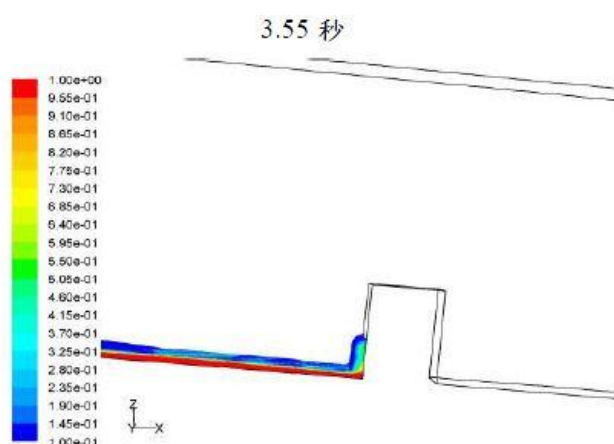


圖 2-36 土石流對直立壩的模擬畫面 (聶志成, 2007)

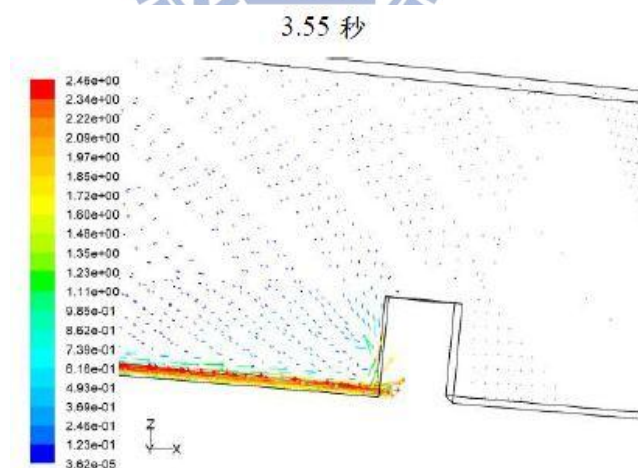


圖 2-37 土石流對直立壩的流場模擬畫面 (聶志成, 2007)

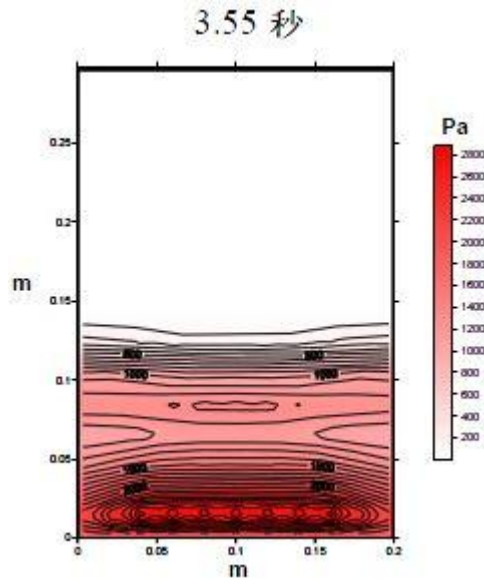


圖 2-38 直立壩所受衝擊力的分布 (聶志成，2007)

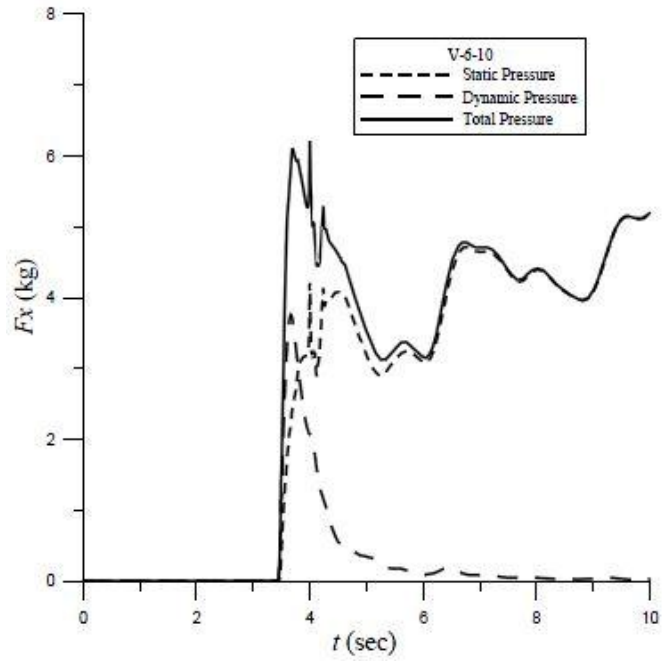


圖 2-39 直立壩在模擬時間內的的衝擊力的變化 (聶志成，2007)

2.9. COMSOL 雪崩案例回顧

本研究嘗試以 COMSOL 模擬土石流，參考 Bovet 等(2007)以該軟體模擬瑞士阿爾卑斯山上的雪崩流動行為的文獻作為土石流數值模擬比較基準。該模擬運用 COMSOL Multiphysics 的 Navier-Stokes 不可壓縮流模組(Incompressible Navier-Stokes Model，簡稱 NS 模組)和等位函數法(Level Set Method)的勢函數守恆耦合而成的模組。(註：在本節內座標系統，x 表示長度座標、y 表示高度或深度的座標，其流速分別為 u 和 v)

不可壓縮流的控制方程式(governing equation)為：

$$\rho \frac{\delta U}{\delta t} - \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla U_{ij} + (\nabla U_{ij})^T \right) \right] + \rho (U_{ij} \cdot \nabla) U_{ij} + \nabla p = F_{vol} \quad (2-75)$$

在式中：

ρ ：流體密度，

$U_{ij} = (u, v)^T$ ：水平和垂直速度，

μ ：黏滯係數，

p ：表示為壓力，

F_{vol} ：以重力為例的體積力。

Bovet 等(2007)使用等位函數法(Level Set Method)來決定雪崩和空氣的流向並且以雪崩和空氣之間的交介面(interface)，定義方程式 $\phi(X,t)=0$ ，最後而推導出兩項介質隨時間改變的方程式為：

$$\frac{\delta\varphi}{\delta t} + U_{ij} \cdot \nabla\varphi = 0 \quad (2-76)$$

上式中， φ 為勢函數，將密度和黏滯係數大的雪崩的勢函數設為 $\varphi > 0$ ；將密度和黏滯係數小的雪崩的勢函數設為 $\varphi < 0$ ，如圖 2-40 所示。對於隨著時間點所對應出的勢函數的傳遞，是用對流與擴散模組(Convection and Diffusion Model，簡稱 CD 模組)對勢函數作暫態分析，而得到每個時間點雪崩的流動情況。對流與擴散的控制方程式如下：

$$\delta_{ts} \frac{\delta\varphi}{\delta t} + \nabla \cdot (-D_{iso} \nabla\varphi) + U_{ij} \cdot \nabla\varphi - R = 0 \quad (2-77)$$

式(2-77)中，令 δ_{ts} 為 1、 D_{iso} 和 R 為 0 的話，式(2-77)會與式(2-76)一樣。

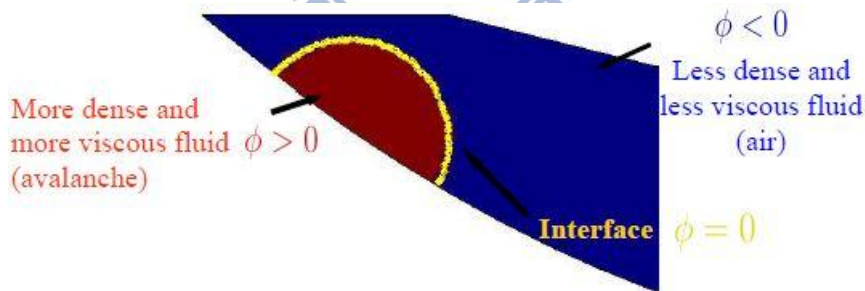


圖 2-40 雪崩模組勢函數分布圖示(Bovet et al., 2007)

對於雪崩模擬用勢函數來決定雪崩和空氣的流向，不論是密度和黏滯係數，都可以寫成一個勢函數的方程式來表示兩項流中兩種物質的分布和流動情況。勢函數(φ)為 0 就是位於兩項流體的交介面，然對於兩項流的流體分布方程式會出現不連續的現象。所以在雪崩和空氣的交介面需要在用平滑步階方程式(smooth step function)做平滑效果，使流體分布方程式在兩相流交介面上(勢函數 $\varphi = 0$ 時)，得以連續。最後以勢函數分別用黏滯係數(式(2-78))和密度(式(2-79))所寫出的流體分布方程式如下：

$$\mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1) * H(\varphi) \quad (2-78)$$

$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) * H(\varphi) \quad (2-79)$$

其中， $H(\varphi)$ 為平滑步階方程式的一個 Heaviside 階梯函數 (Heaviside step function)，如式(2-80)表示：

$$H(\varphi) \begin{cases} 0, & \varphi < 0 \\ 1, & \varphi > 0 \end{cases} \quad (2-80)$$

在式(2-78)和式(2-79)中， μ_1 和 ρ_1 分別為空氣的黏滯係數和密度(數值較低)； μ_2 和 ρ_2 分別為雪崩的黏滯係數和密度(數值較高)。

在雪崩模擬中，還考慮到當雪崩流到地勢平緩的地方，因底床磨擦力而流速變小而開始堆積，摩擦力產生的原因主要是庫倫力 (Coulomb force) 和黏滯力 (viscous force)。當雪崩流到平緩的地面時，摩擦所產生的庫倫力和水平流速 u 呈現 $(1 - e^{-u})$ 的倍率，也會對地面產生摩擦的黏滯力會和水平流速 u 成正比。而由庫倫力和黏滯力所產

生的摩擦力和庫倫力和黏滯力的總和差在多成了一個摩擦係數 μ_c 。在這裡 $\mu_c = \sin(10^\circ) = 0.1763$ 。其中角度為 10 度的角度為雪崩的安息角（angle of repose），也就是坡面的傾斜角度小於 10 度的話，坡面上的雪崩的流速會漸慢到停止。

Bovet 等模擬的雪崩案例共有四個案例，本研究只探討前兩個案例。第一個案例是假設雪崩為牛頓流，其黏滯係數為定值；第二個案例是假設雪崩為會出現剪應變率遞減(shear-thinning)的現象的非牛頓流，其黏滯係數會隨著雪崩流速而減少。圖 2-42 為第一個案例模擬在 t=0 秒、1 秒、2 秒 4 秒和 12 秒時雪崩所流到的位置，t=12 秒顯示雪崩流速幾乎停止且開始堆積。紅色為雪崩，藍色為空氣。圖 2-43 為第一個案例模擬在 t=1.2 秒時雪崩流速的分布。圖 2-44 為第二個案例模擬在 t=2 秒時雪崩的流速的黏滯係數大小分布。其模擬結果是用 COMSOL 3.5a 的 UMFPACK 求解器來求解(此求解器在 COMSOL 4.0 以後，因太占記憶體，而被刪除)。

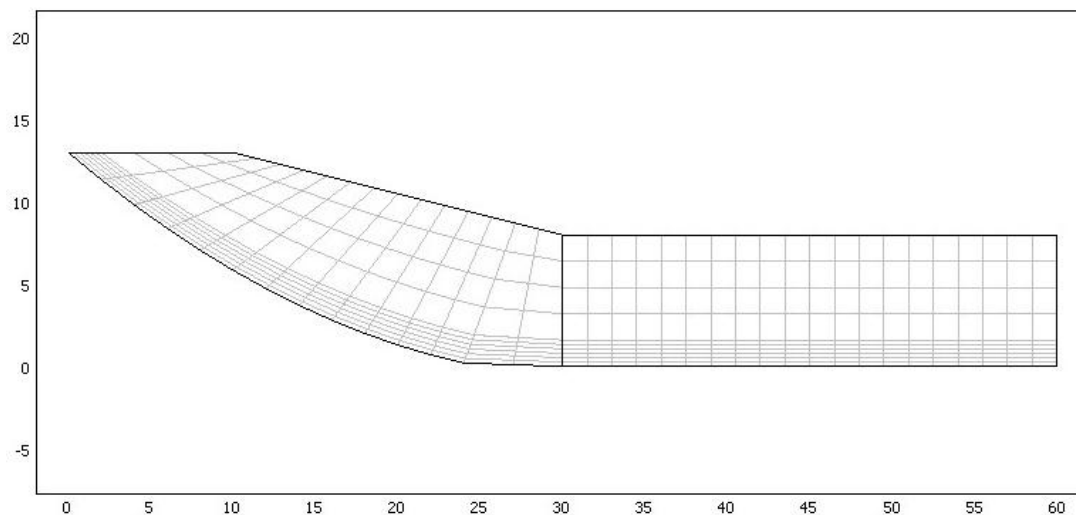


圖 2-41 雪崩模組模擬所使用的網格(Bovet et al.,2007)

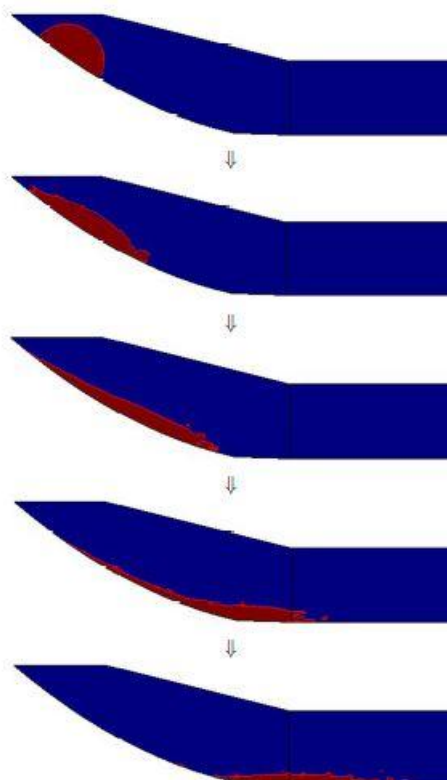


圖 2-42 牛頓流雪崩模擬結果 (Bovet et al.,2007)

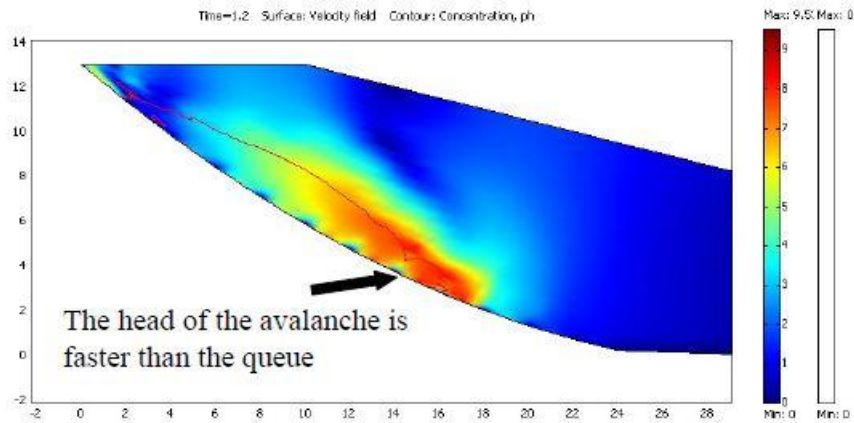


圖 2-43 牛頓流雪崩模擬在 $t=1.2$ 秒時流速的分布 (Bovet et al.,2007)

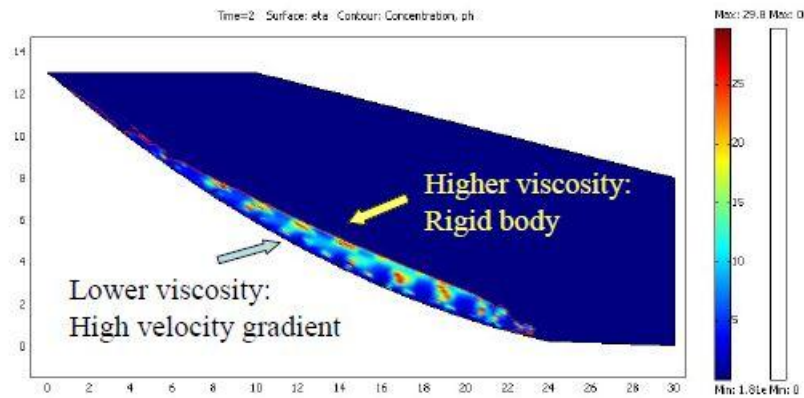


圖 2-44 非牛頓流雪崩模擬在 $t=1.2$ 秒時雪崩黏滯係數大小的分布 (Bovet et al.,2007)

綜合雪崩模擬的需求，表 2-13 和表 2-14 分別列出 NS 模組和 CD 模組在雪崩模擬中所用到的參數：

表 2-13 NS 模組參數表格(Bovet et al.,2007)

子區域(Subdomain):N-S 不可壓縮流 (Incompressible Navier-Stokes,簡稱 NS 模組)				
參數符號	參數定義	COMSOL 參數	COMSOL 參數式或數值	單位
μ_2 (Newtonian)	雪崩黏滯係數 (牛頓流)	eta2	30	Pa*s
μ_2 (Shear-thinning)	雪崩黏滯係數 (剪切釋釋)	eta2	$30/(1+5\text{abs}(u+v))$	Pa*s
μ_1	空氣黏滯係數	eta1	0.0000181	Pa*s
ρ_2	雪崩密度	rho2	300	kg/m ³
ρ_1	空氣密度	rho1	1.295	kg/m ³
g	重力加速度	gy	-9.81	m/s ²
無	步階間隔數	h_scale	0.001	m/s ²
H(φ)	平滑函數	H	flc2hs(ph,h_scale)	無
ρ	兩相流密度分 布	rho	$\text{rho1}+H*(\text{rho2}-\text{rho1})$	kg/m ³
μ	兩相流 黏滯係數分布	eta	$\text{eta1}+H*(\text{eta2}-\text{eta1})$	Pa*s
Fy	垂直體積力(重力)	Fy	$\text{gy}*\text{rho}*(1-H)$	N/m ³
Fx	水平體積力 (摩擦力)	Fx	$\text{flc2hs}(0.5-y,\text{h_scale})*\text{gy}*\text{rho}*0.1763*(1-\exp(-u)+3*u)$	N/m ³
無	雪崩初始條件 位置	ph_0	$(\text{sqrt}((x-6)^2+(y-8)^2)-4)$	無
無	等向擴散	δ_{id}	0.5	無
無	步階解析尺度	h_scale	0.001	無
初始條件: $u(t=0) = v(t=0) = p(t=0) = 0$				

註：1. abs(數值或參數)為括弧內數值的絕對值

2.flc2hs(數值或參數,步階解析尺度)為二維的海維賽階梯函數(2-D Heaviside step function)

3. Fx 內的 flc2hs(0.5-y,h_scale), 是指水平方向的摩擦力會集中在 y=0.5 軸的上下, 使摩擦力集中出現在地勢平緩的地方(也就是整個雪崩模組 y 值以 0.5 為中心而 y 值介於 0 到 1 之間的區塊)。

4. 等向擴散係數的目的是為了增加 NS 模組計算流場擴散上的穩定性。

5. 文獻下面附屬的表格物理參數定義有誤, eta1 和 rho1 分別為空氣的黏滯係數和密度(數值較低); eta2 和 rho2 分別為雪崩的黏滯係數和密度(數值較高)。需這樣

定義，COMSOL 參數 eta(式(2-78))和 rho(式(2-79))才能成立。

6. COMSOL 3.5a 進行幾何建模是可用輸入幾何方程式的方式，ph_0 表示半圓形方程式來表示雪崩的初始形狀和位置。但在 COMSOL4.0 以後，就無法以輸入幾何方程式輸入幾何模型。

表 2-14 CD 模組參數表格(Bovet et al.,2007)

子區域(Subdomain):熱傳擴散(Convection and Diffusion,簡稱 CD 模組)			
參數定義	參數符號	COMSOL 參數或數值	單位
時間尺度	δ_{sd}	1	無
擴散常數	D_{iso}	0	無
反應速率	R	0	mol/(m ³ ·s)
水平速度	u	u	m/s
垂直速度	v	v	m/s
流線常數	δ_{sd}	0.25	無
勢函數	φ	ph	無

註：流線常數式增加 CD 模組勢函數傳遞和流場計算上的穩定性



第三章 研究方法

一般物理和工程問題多可以用偏微分方程式(PDE)型態之控制方程式描述之，當控制方程式的形式、參數、幾何模型和邊界條件較單純時有可能求解其解析解，當控制方程式或邊界條件較為複雜，則較適合以數值方法來求解。現在拜電腦技術進步，越來越多數值模擬分析工具出現，且運算速度越來越快，複雜的工程問題都可能透過模擬來求解及模擬。

前人崩坍、土石流的數值模擬研究中，有時會簡化土石流體，視為乾顆粒不連續性顆粒流和連續流體型態來分析。於本研究中，土石流則視為連續的流體。在數值方法中，對於不連續的顆粒流多用離散元素法(DEM)和不連續變形分析(DDA)，連續流體型態的土石流則通常運用有限差分法(FDM)、有限元素法(FEM)和有限體積法(FVM)等。

常採用針對連續流體的土石流的模擬工具有 Fluent、FLO-2D 和 FLOW-3D 等。FLO-2D 所使用的數值運算方式是有限差分法，FLOW-3D 所使用的數值運算方式是有限差分控制體積法，Fluent 所使用的數值運算方式是有限體積法，有限元素法過去很少被用來對土石流做數值分析。其原因主要為有限元素法運算處理土石流介面比較複雜、求解速度慢，若收斂性不佳，運算結果會有誤差。但相對的，

有限元素法對於不規則形狀、多重物理耦合和較複雜的邊界條件設定較為容易。有限差分法雖然運算上雖然比其他兩種數值方法簡便，但不易處理矩形以外之網格。有限體積法雖然改良了有限差分法的限制，且目前成為計算流體力學常用的數值方法，但對於較複雜的邊界條件和較複雜的幾何形狀，有限元素法仍比有限體積法容易處理。

本研究嘗試採用 COMSOL Multiphysics 軟體內建的計算流體力學模組(Computational Fluid Dynamics Model，簡稱 CFD 模組)針對土石流體模擬進行初步探討，於方法擬定參考了 Bovet et al.(2007)以等位函數兩相層流物理模組模擬空氣和雪崩流動行為之模擬概念。

土石流的流體與雪崩類似，可視為不可壓縮流的非牛頓流。本研究是以等位函數法(Level set Method)模擬土石流在斜坡上流動，土石流表面以上為空氣，透過此模擬觀察土石流的流動情形、堆積時間，和堆積形狀。(註：在本章節內座標系統， x 表示長度座標、 y 表示高度或深度的座標)

3.1. COMSOL Multiphysics 簡介和處理程序

3.1.1. COMSOL Multiphysics 簡介

COMSOL Multiphysics(以下簡稱 COMSOL) 是瑞典 COMSOL Group 公司所開發的以有限元素法來進行的電腦輔助工程分析軟體 (CAE)。此軟體程式運作是以 MATLAB 中的 PDE(Partial Differential Equation) tool 為基礎所編製而成，其介面是以 JAVA 為核心所開發出來的圖形使用者介面(GUI)。因此 COMSOL 的使用者介面而在使用上容易上手，運算中並能呼叫 MATLAB 函數，還能將模擬檔存成 M-file 再用 MATLAB 做運算。

COMSOL 這軟體的特色是本身內建很多以 PDE 所建構的物理模組，且能將兩個以上甚至是無限個物理模組耦合在一起，使 COMSOL 能處理的物理和工程問題更為廣泛，並不會受到只能處理單一領域的限制。除此之外，COMSOL 還能和 MATLAB、AutoCAD、Solidworks 和 Excel 做即時連結，使建模和求解更為彈性。

3.1.2. COMSOL Multiphysics 的處理程序

以 COMSOL Multiphysics 處理工程問題時，須依照處理程序求解，步驟細分為：

- (a) 前處理：先選擇建模的維度和模擬所用的物理模組，再進行幾何繪圖，可在 COMSOL 軟體本身繪製二維或較簡易

的三維幾何模型，或由 Spaceclaim、AutoCad 或 SolidWork 繪製複雜的三維幾何模型再將其匯入。然後將所欲求解之物理量，以控制方程式與邊界條件的形式，寫入於所適配的模式中，並須注意物理模組每個物理量之間的耦合關係，與材料的物理參數設定。並可寫入函數與求解物理量之變數相結合。

- (b) 生成網格：軟體有適合處理複雜界面的非結構性不規則三角網格與四角網格，亦可選擇結構性的應設網格。

COMSOL 可因研究的需要，可自動設定網格

- (c) 求解：求解器可因應不同需求分別為：通常在針對二維物理模組做分析時，會比較偏向用直接求解器。簡單、求解精準度高而迅速的直接求解器，但會耗用大量記憶體。

COMSOL 也可以用疊代的求解器來求解，可節省記憶體使用量。然而在模擬期間有時會出現無法收斂的錯誤，或者模擬完後因參數和邊界條件設定有問題而模擬結果不合研究所需，而必須重複做模擬試驗。

- (d) 後處理：如果模擬結果在研究需求中可接受的範圍內的話，就可以開始做後處理的工作。COMSOL Multiphysics 的後處理可將所欲求的物理量以二維等位線、流場箭頭與表

面顏色分佈等等表現出來；亦可將三維不同切面軸向與剖面等等依據所需而彈性的呈現。

從以上處理程序介紹，即可將本研究的數值求解過程以圖 3-1 所畫出的流程圖所示。

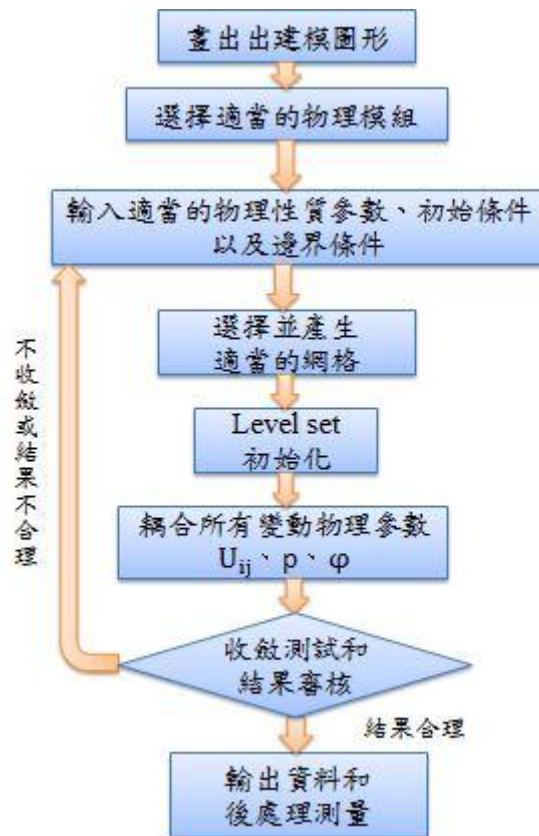


圖 3-1 數值求解流程圖

3.1.3. 有限元素法簡介

有限元素法即是將一個連續體透過網格(Mesh)來離散分割出許多元素(Elements)，元素上面的點則稱為結點 (Node points)，整個連續內含的結點數目則稱為自由度(Degree of Freedom, DOF)。每一個節點代表一個物理量的未知數，每一點結點經內插未知數後可以寫成內插方程式來描述連續體內的數學關係，外加初始條件和邊界條件，其

每一點的未知數所得出來的解則稱為內插近似解。通常有限元素法所列出的內插聯立方程組，可以藉由直接反矩陣求解、變分法(calculus of variations)和加權殘值法(Method of Weighted Residual)來求解。

其每一個內插方程式經聯立後形成的內插聯立方程組所寫成的矩陣關係式如下：

$$K_s x_n = F \quad (3-1)$$

K_s 則表示數個內插方程式每一個未知數的係數所形成的勁度矩陣(Stiffness Matrix)， x_n 為結點上的未知數， F 為聯立方程組的常數項。

如果 K_s 內的元素皆為常數項，此分析為線性問題，反之為非線性問題。

只要變數的初始條件、邊界條件、變數的假設正確，分析沒出現不連續的現象，近似解的誤差值也在容忍範圍之內，其內插近似解精確到幾乎和精確解差不多，可信度也比較高。

3.2. 數值模型

從 Bovet et al.(2007)模擬雪崩是用 COMSOL 3.5a 所內建的 Navier-Stokes 不可壓縮流模組耦合對流與擴散模組所建構而成的，在 COMSOL 4.0 以後新增了合併上述兩模組的兩相層流模組(Laminar Two-Phase Flow)。本研究所採用的物理模組是用 COMSOL 所內建的等位函數法兩相層流模組(Laminar Two-Phase Flow, Level Set)，在 COMSOL 此物理模組也有內建氣泡和噴墨的兩相流案例。其控制方程式(Governing Equation)有三個 PDE 式子耦合在一起，分別為連續方程式、動量平衡 Navior-Stoke 方程式和等位函數方程式。其中動量平衡方程式即為 Navior-Stoke 方程式(以下簡寫為 NS 方程式)。

3.2.1. Navior-Stoke 方程式和連續方程式

因為土石流和空氣的流速皆遠小於音速，所以假設土石流和空氣皆為不可壓縮流(Incompressible Flow)，其連續方程式表示這兩者流體的流速皆無散度，如式(3-2)所示：

$$(\nabla \cdot U_{ij}) = 0 \quad (3-2)$$

NS 方程式則描述牛頓流體的質量和動量的運輸行為，本研究因不討論土石流和空氣之間表面張力，而將表面張力忽略，如式所示：

$$\rho \frac{\partial U_{ij}}{\partial t} + \rho(U_{ij} \cdot \nabla)U_{ij} = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla U_{ij} + (\nabla U_{ij}^T) \right) \right] + F_{vol} + F_{st} \quad (3-3)$$

在式(3-2)和式(3-3)中：

ρ : 流體密度 ,

p : 孔隙水壓 ,

$U_{ij} = (u, v)^T$: 水平和垂直速度 ,

F_{vol} : 體積力 (Volume Force) ,

F_{st} : 表面張力 , 在本研究假設為 0

NS 方程式可表示牛頓流體的孔隙水壓和其流變行為所產生的黏滯應力 τ_v , 其流變行為如式(2-9)所示 , 其總剪應力如下式表示 :

$$\tau_{total} = -p + \tau_v = -p + \mu \dot{\gamma} \quad (3-4)$$

其中剪應變率 $\dot{\gamma}$ 則定義為流體變形應變 Λ_{ij} 的第二應變率不變量

(second invariant of deformation strain) :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \Lambda_{ij} \Lambda_{ji}} = 2\bar{D} = (\nabla U_{ij} + (\nabla U_{ij})^T) \quad (3-5)$$

\bar{D} 為流體在某單一方向的剪應變率張量

以二維 x-y 座標來看 , 可將式(3-5)寫成二維剪應變率張量的矩陣形

式 :

$$\dot{\gamma}_{ij} = 2\bar{D} = \begin{bmatrix} 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_{xx} & \dot{\gamma}_{xy} \\ \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{yy} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

而剪應變率在 x-y 座標平面的總量大小為 :

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2} \quad (3-7)$$

也因此可以將式(3-4)的總剪應力寫成張量矩陣的形式 :

$$\begin{aligned}\tau_{\text{total}} &= -p + \tau_{v,ij} = \nabla \cdot [-pI + \mu(2\bar{D})] = \\ & \nabla \cdot [-pI + \mu(\nabla U_{ij} + (\nabla U_{ij})^T)] \\ &= -p \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{v,xx} & \tau_{v,xy} \\ \tau_{v,xy} & \tau_{v,yy} \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} 2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) & \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) & 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \end{bmatrix} \quad (3-8)\end{aligned}$$

$\tau_{v,ij}$ 為黏滯應力張量(Viscous Shear Stress Tensor，其元素是以 $\tau_{v,ij}$ 來表示)、 I 為單位矩陣

在本研究中由網格離散出來的 Lagrange 元素形狀函數(Lagrange Element Shape function)，NS 方程式裡面兩個求解參數：流速向量 U_{ij} 和孔隙水壓 p ，這兩參數多項式的冪次方數(Order)分別以 m 和 n 來表示，其元素的形狀參數以 $P_m + P_n$ 來表示。COMSOL 軟體可設定此兩參數的冪次方(Order)三種不同元素之組合：P1+P1 Lagrange 線性元素、P2+P1 Lagrange 非線性元素、P3+P2 Lagrange 非線性元素。若只要模擬泥質的土石流，只用到 P1+P1 線性元素即可。但若要模擬含碰撞、紊流等礫石型土石流才會出現的行為，最好改用 P2+P1 的非線性元素。

3.2.2. 從流變模型角度修改 Navior-Stoke 方程式

本研究擬將 O'Brien et al.(1985)所提出的二項式流變模型導入 COMSOL 的層流模組裡面。然而原本典型之 NS 方程式只能表示描述牛頓流體的行為，無法表示土石流其他流變模型下的行為，其原因有兩點：

一、對於像賓漢流體這樣的黏塑性物質，因含有降伏應力，會因受降伏剪力阻抗的大小而呈現偏似固體或液體的行為。NS 方程式只能對流體的行為作描述，但無法直接對黏塑性物質的固體、固體和液體的過渡行為來加以描述。

二、土石流含粗細粒料，使用二項流變模型同時來表示土石流內細粒料產生的黏滯力、粗粒料所產生的碰撞和體積濃度較小時粒料所產生的紊流力。然而從式(2-48)看出土石流的總剪應力會同時和剪切應變的一次項和二次項成正比。COMSOL 所建的 NS 方程式可以藉由黏滯係數的選項將一次項改成二次項，但無法同時將一次項和二次項藉由選單的方式輸入。

就第一個問題，Dent and Lang (1983)和 Shao & Lo(2003)分別所提出的賓漢雙黏度流變模型與賓漢 Cross 等效模型，在剪應變率極小時，黏滯係數趨近極大值，力學行為接近固體，剪應變率漸大時，黏滯係數漸漸變小，令力學行為接近液體。可改善 NS 方程式不利於描述黏塑性物質由固體到液體的過渡行為之困難。

至於就第二個問題，可以利用 COMSOL 的體積力 F_{vol} (Volume Force)來針對土石流輸入含碰撞力和紊流力的二次項，利用剪應變率的張量(Tensor)而在體積力所輸入的算式如下(此方法是參考 COMSOL 在 CFD 模組內建的 Oldroyd-B 黏塑性流體的模擬案例)：

$$F_{vol} = \nabla \cdot (\mu_{ct} (\nabla[U_{ij}^2] + (\nabla[U_{ij}^2]^T))) = \mu_{ct} [(\dot{\gamma}_{ij})^2] \quad (3-9)$$

μ_{ct} 為紊流碰撞係數，從二項式流變模型(式(2-48))，其定義如下：

$$\mu_{ct} = (a_i \rho_s \lambda^2 d_p^2 + \rho_m l_m^2) \quad (3-10)$$

NS 方程式原本就有 $\mu\dot{\gamma}$ 項，再透過把 $\mu_{ct}(\dot{\gamma})^2$ 帶入(3-3) 式的 F_{vol} 項內，可使流變模型能同時包含 $\mu\dot{\gamma}$ 項和 $\mu_{ct}(\dot{\gamma})^2$ 項之貢獻。

首先，先將式(3-6)剪應變率張量矩陣內所有的元素作平方計算，未考量張量元素之方向性，張量元素大小平方方式中將張量乘上張量的絕對值(以 x-y 二維座標系統來看)：

$$[(\dot{\gamma}_{ij})^2] = \begin{bmatrix} |\dot{\gamma}_{xx}| \dot{\gamma}_{xx} & |\dot{\gamma}_{xy}| \dot{\gamma}_{xy} \\ |\dot{\gamma}_{xy}| \dot{\gamma}_{xy} & |\dot{\gamma}_{yy}| \dot{\gamma}_{yy} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

再將式(3-11)的張量矩陣同乘上紊流碰撞係數 μ_{ct} ：

$$\begin{aligned} [\tau_{ct,ij}] &= \mu_{ct} [(\dot{\gamma}_{ij})^2] = \mu_{ct} \begin{bmatrix} |\dot{\gamma}_{xx}| \dot{\gamma}_{xx} & |\dot{\gamma}_{xy}| \dot{\gamma}_{xy} \\ |\dot{\gamma}_{xy}| \dot{\gamma}_{xy} & |\dot{\gamma}_{yy}| \dot{\gamma}_{yy} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tau_{ct,xx} & \tau_{ct,xy} \\ \tau_{ct,xy} & \tau_{ct,yy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-12)$$

最後，在式(3-9)有提到要把應力張量 $[\tau_{ct,ij}]$ 輸入在體積力 (F_{vol}) 欄位，需對 x、y 分量做散度計算，在分別輸入於體積力的 x 方向欄位 ($F_{vol,x}$) 和 y 方向欄位 ($F_{vol,y}$)：

$$F_{vol,x} = \frac{\partial \tau_{ct,xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{ct,xy}}{\partial y} \quad (3-13)$$

$$F_{vol,y} = \frac{\partial \tau_{ct,xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{ct,yy}}{\partial y} \quad (3-14)$$

經此二修改，能夠讓 NS 方程式呈現土石流含碰撞力和紊流力時應具的流動行為。土石流的黏滯係數則是採用如式(2-31)所示的賓漢 Cross 等效流變模組的等效黏滯係數 μ_{eff} ，應用賓漢雙黏度模型需以剪應變率判別式決定黏滯係數，數值分析可能會出現不穩定問題。而式(3-3)所式的 NS 方程式經過這兩個修改後，可改寫成如式(3-15)：

$$\rho \frac{\partial U_{ij}}{\partial t} + \rho (U_{ij} \cdot \nabla) U_{ij} = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\mu_{eff} \left(\nabla U_{ij} + (\nabla U_{ij})^T \right) \right] + \nabla \cdot \left[\mu_{ct} \left(\nabla [U_{ij}^2] + (\nabla [U_{ij}^2])^T \right) \right] \quad (3-15)$$

除此之外，底部阻抗也可以藉 Volume Force 加入，其底部阻抗則可用 Rickenmann et al. (2006b)所提出的坡降阻抗描述之：

$$\tau_{sf} = \rho_d g h \cdot \cos\theta \cdot \tan\varphi_c \quad (3-16)$$

ρ_d ：土石流總密度

g ：重力加速度

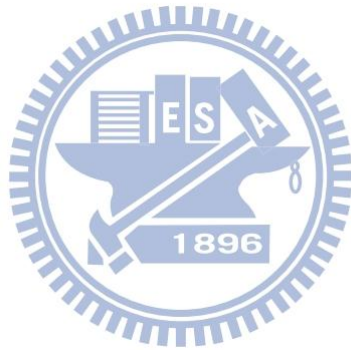
h ：土石流的流動深度

θ ：流動坡度角

φ_c 是指土石的 Coulomb 內摩擦角，其範圍大略在 26~48 度。周必凡等人(1991)整理各種土體的內摩擦角，如表 3-1 所示。其加入的方式，可如 Bovet et al.(2007)的方法(參考表 2-13 的註 3.)，使用 flc2hs 指令限制阻抗指作用在底部邊界上。

表 3-1 各種土體飽和狀態下的內摩擦角(周，1991)

土體名稱	Coulomb 內摩擦角 φ_c (度)
卵石土	30
粗砂	28
中砂	26
細砂	22
粉砂	17
黏砂土	14
砂黏土	10
輕黏土	6



3.2.3. 等位函數法(Level set Method)方程式

Bovet et al. (2007)使用等位函數法以區分雪崩中之空氣和雪。本研究引用 Bovet et al. (2007) 等位函數法的方法，藉由土石流和空氣介面的變化，來觀察土石流的流動運移時形狀的變化。

對於兩相流，曾有學者分別提出不同方法來分析，例如相位場法(Phase Field Method)、Front tracking Method、流體體積法(VOF, Volume of Fluid Method, 又稱體積分律法)和等位函數法。在兩相流研究案例中，最常用的方法是流體體積法和等位函數法。對於 COMSOL 模擬，等位函數法也可處理過水中油滴上升至油水界面和噴墨滴的案例。

流體體積法是指由每一個網格內所包含各流體的體積分率來找出定流體之間的介面。此方法在非結構網格的情形下，於體積守恆上效果較佳，然而兩流體之間的物理參數大小不連續，如果兩流體的物理參數相差太大又用流體體積法作分析，其不連續的情形會影響到流體間介面形狀的準確度。相對的，等位函數法會在流體間的介面加上平滑函數(smooth function) 描述兩相介面的性質，可以得到連續的介面性質，可以得到較正確的物理現象，然而在做暫態分析時，流體體積法容易因每個時間間距所產生的質量誤差，而造成體積不守恆的缺

點。近年，亦有人提出改善等位函數法守恆之修正法，使體積不守恆的情形有些改善。

COMSOL 的等位函數法兩相層流模組，等位函數則分成非守恆式(式(3-17))和守恆式(式(3-18))：

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U_{ij} \cdot \nabla \varphi = \gamma_{rp} \nabla (\varepsilon_{ls} \nabla \varphi - \varphi(1 - \varphi) \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}) \quad (3-17)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (U_{ij} \varphi) = \gamma_{rp} \nabla (\varepsilon_{ls} \nabla \varphi - \varphi(1 - \varphi) \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}) \quad (3-18)$$

φ ：level set 平滑函數，其值介於 0~1 之間

U_{ij} ：流速向量($U_{ij}=(u,v)=($ 水平流速,垂直流速))

γ_{rp} ：重新初始化參數(reinitialization parameter)，其適合的數值和系統內的最大速度有關。經由測試，經由整理土石流模擬分析結果典型之最大速度，設定 γ_{rp} 等於 10m/s 時的收斂性可較佳。

ε_{ls} ：參數控制介面厚度，其數值取決於網格大小。

n_{ls} ：兩相介面的單位法向量($= \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$)

本研究將全域 Ω 分成兩個子域(Domain)， Ω_1 為空氣且 $0.5 < \varphi \leq 1$ ， Ω_2 為土石流且 $0 < \varphi \leq 0.5$ ，兩相介面方程式為 $\varphi = 0.5$ ，如所圖 3-1 示。對於介面厚度 ε_{ls} ，通常越薄越能把土石流和空氣之間的介面區分越清楚，但相對運算時間也會變長，收斂性也比較差。介面厚度 ε_{ls} 設定為最大網格尺寸的 1/2 或 1/4 倍，雖然多少導致兩相介面較厚使得模

擬土石流形狀變得不易辨認和模擬容易出現土石流面積無法完全守恆，但計算收斂性較佳且運算速度較快。

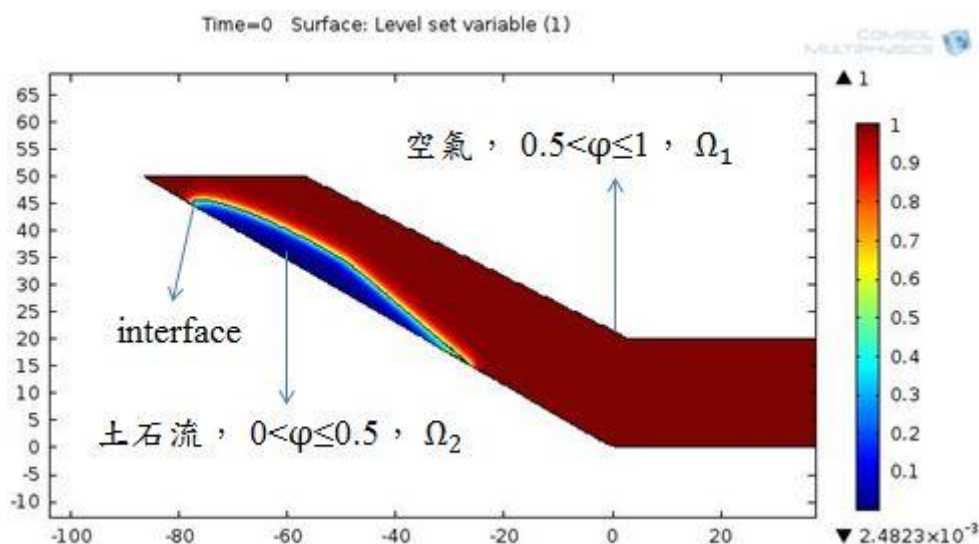


圖 3-2 流槽模組在 $t=0$ 時 Level set 平滑函數 φ 的大小分布
(顏色為紅色的部分為空氣、藍色為土石流、綠色為兩相介面)

3.3. 模擬參數的設定

本研究設定土石流模型的物理性質和參數。就空氣部分參考 Bovet et al.(2007)的參數設定值(參表 2-13)，土石流物理參數值對模擬結果的影響是本研究主要探討議題之一。土石流密度 ρ_d 的部分，可依體積濃度的觀念得以所求。

$$\rho_d = G_s C_V \rho_w + (1 - C_V) \rho_w \quad (3-19)$$

C_V ：體積濃度($C_V = C_{Vg} + C_{Vf}$ ，含粗細粒料)，根據詹錢登(2000)

觀察，土石流的體積濃度大部分會集中在 27~75%。

ρ_w ：水的密度(約為 1000kg/m^3)

G_s ：土石比重，如果缺乏土石比重實測數據，根據詹前登(2000)，

礫石型土石流的比重為 2.65、泥沙型土石流的比重為 2.75。由式(3-19)

和詹前登(2000)的整理，不論是礫石型土石流還是泥流行土石流，土石流的密度 ρ_d 約為 $1450\sim 2240\text{ kg/m}^2$ 。本研究模擬中假設土石流不論流動階段如何，密度則恆為定值。

本研究使用的流變模式是 O'Brien et al.(1985)提出的二項式流變模型。對於賓漢降伏應力和賓漢黏滯係數可參考 2.8 章針對賓漢流變模式收集歷年土石流研究文獻的參數範圍，黏滯係數也使用 Shao & Lo(2003)所提出的 Cross 等效賓漢流變模型，讓土石流泥流特性同時具備降伏應力和流動時的黏滯流行為。對於碰撞-紊流參數 μ_{ct} (式(3-10))值，由於尚無文獻可找到典型之碰撞-紊流參數 μ_{ct} ，因此採用試誤法，然於 COMSOL 模擬土石流之測試中，發現 μ_{ct} 超過 4 時出現無法收斂情形。本研究將測試三個參數不同大小情況下，土石流的流動行為差異。

3.4. 幾何模型和邊界條件的選擇

此物理模型為研究在二維空間下，一個土石流塊體在一均勻溫度的斜坡流槽上流動運移，模型內的兩個流體為土石流塊體和空氣，兩流體之間則是以介面(interface)來做區分。假設土石流為牛頓流體，而本研究是針對流道上斜面的坡度、土石流的流變模式和參數大小。

根據謝正倫(1991)和 Takahashi(1997)土石流的發生坡度多介於 $15\sim 30$ 度，又以 $15\sim 23$ 度居多。目前的研究是先以坡度為 20 度模擬

之，並在坡腳部分加入導角使接近坡腳的坡度漸漸緩和，其後再將坡度降低來做測試，如圖 3-3 所示。

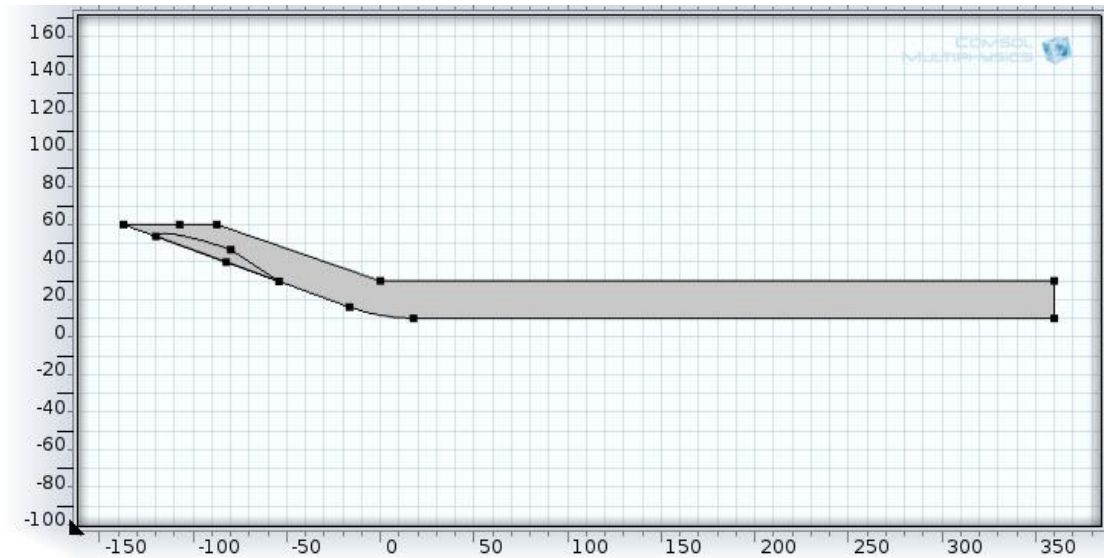


圖 3-3 使用 COMSOL 所建出的坡度為 20 度的流槽建模

為減少模擬時間，可令設計流槽的末段擴大範圍之高度減小，但最小高度以不致使流槽上面的邊界碰到土石流為原則。

至於土石流的初始形狀，本研究曾試過用半圓形、半橢圓形和三角形，但因這些形狀不盡符合真實土石流的形狀，所以將土石流的初始形狀較高處設為橢圓弧形，較低處設為土石流在斜坡上的安息角。

針對土石流的流槽外框、土石流和空氣之間介面輸入邊界條件，等位函數法的兩相層流的邊界條件是針對 Navier-stoke 方程式而設：

(1).壁邊界條件(Wall Boundary Condition)

此物理模組預設的邊界條件，其邊界條件則是設在除流槽頂部和右側邊界以外的流槽外框邊界，如圖 3-4 所示。對於壁邊界條件，通常會用流速和剪應變率的比例常數，其比例常數則稱為滑移距離(Slip

length)。若用滑移距離 b 來區分壁邊界的話， b 等於 0 為無滑動邊界 (No Slip Wall)、 b 趨近於無限大為完全滑動邊界 (Perfect Slip Wall)、 b 如果介於 0 和無限大之間為部分滑動 (Partial Slip Wall)，如圖 3-5 所示。

在 COMSOL 所內建的物理模組會依流速向量 U_{ij} 和兩相介面法向量 n_{IS} 決定七種壁的邊界條件，分別為無滑動 (No slip wall)、滑動 (slip wall)、滑動壁 (sliding wall)、移動壁 (moving wall)、漏壁 (leaking wall)、滑動速度 (Slip Velocity) 和溼壁 (Wetted wall)。

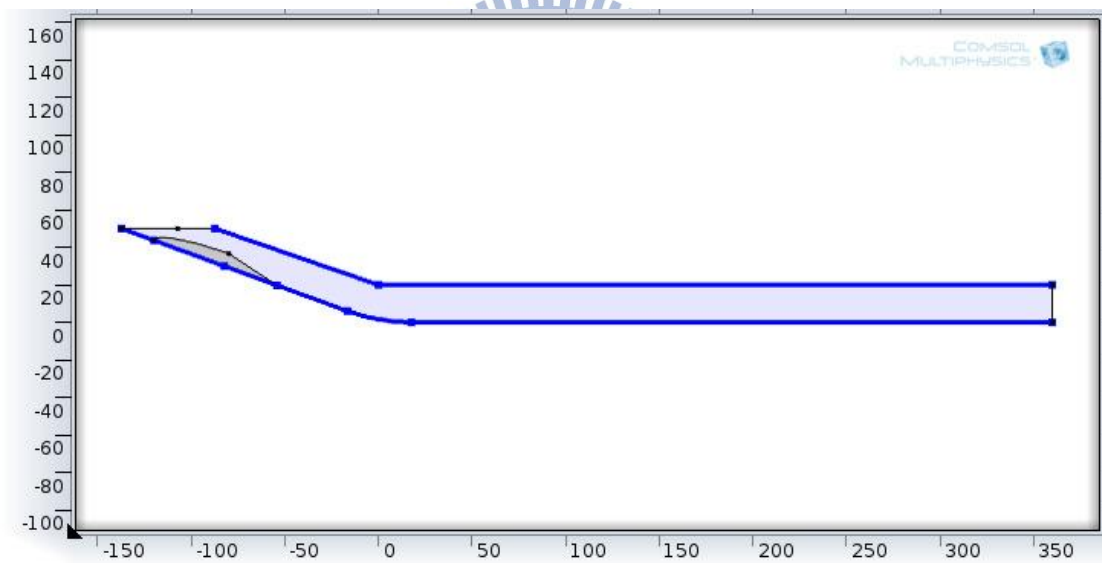


圖 3-4 流槽模組壁邊界條件 (Wall Boundary Condition) 的分布

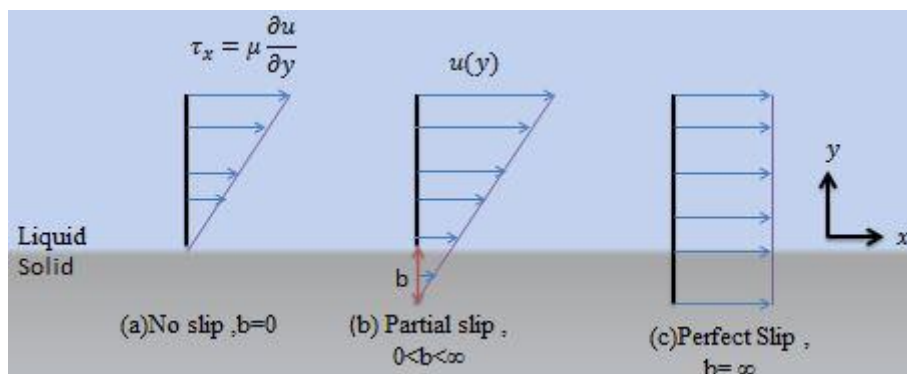


圖 3-5 壁邊界條件依滑移距離 b 來分類

如設定無滑動壁邊界條件(No slip wall)，也就是固定不動的壁邊界黏性流體在此邊界上流動，因黏滯係數所產生的黏滯力影響，使得緊鄰固體表面液體的流速和剪應變率趨近於0。這也使土石流運移速度不會太快，甚至流到最底部的邊界(相對於真實土石流的堆積區)不會停不下來，其邊界條件的式子：

$$U_{ij} = 0 \quad (3-20)$$

若用此邊界條件模擬，當土石流流到底部邊界上，在底部邊界上的土石流會摻雜空氣，其原因是在流體在無滑動邊界上流動，底部邊界附近流體的剪應變率(流速的梯度)會非常小，又因賓漢 Cross 等效黏滯係數和剪應變率的大小相關，使得模擬時剪切率較小的部分容易被誤判成土石流內含空氣，如圖 3-6 所示。

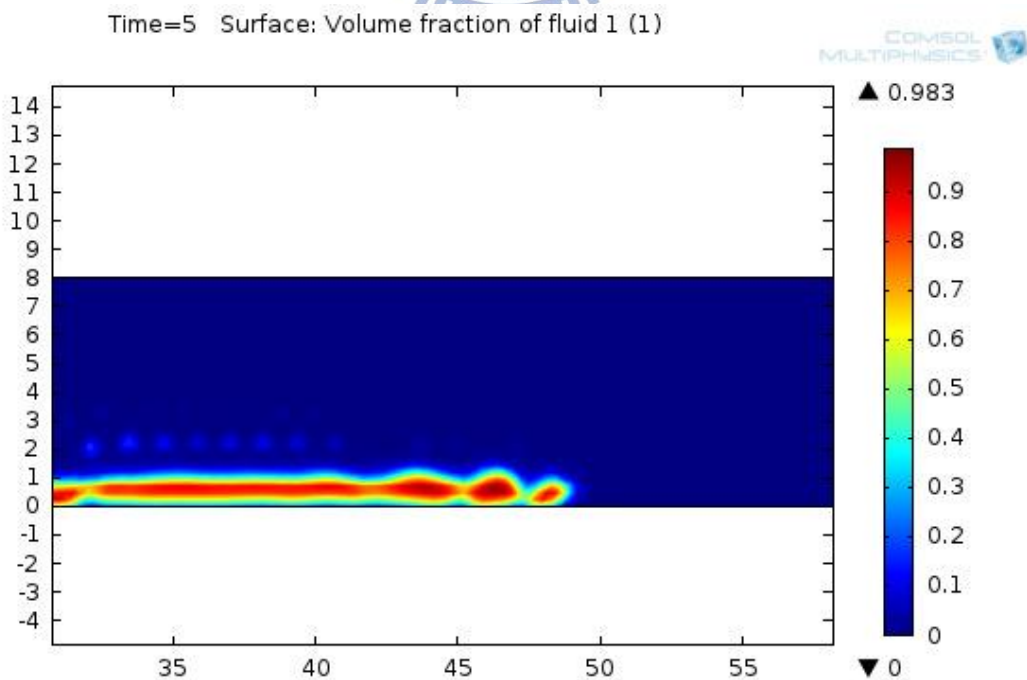


圖 3-6 底部的邊界條件設為 No Slip Wall 容易使空氣參雜在底部

繼而改將原本設定為無滑動邊界改成有滑動邊界但加上底部阻抗。滑動邊界(Slip Wall)表示黏性流體在邊界上，不會受到黏滯力和孔隙水壓的影響，使固體表面流體的速度和剪應變率不為 0。但法線方向分量為 0，邊界條件式如下：

$$U_{ij} \cdot n = 0 \quad (3-21)$$

$$\left[-pI + \mu \left(\nabla U_{ij} + (\nabla U_{ij}^T) \right) \right] \cdot n = 0 \quad (3-22)$$

如果把邊界改成滑動邊界的話，土石流容易滑移距離大而不因底部阻抗而減速，所以本研究在底部邊界和斜坡邊界上輸入阻抗，讓坡面邊界和底部邊界不全是滑動邊界，而等同滑動邊界。

針對本研究所用的牆邊界條件，上面的牆邊界所接觸的空氣，不會對土石流影響，其邊界還是設為 No Slip Wall 的邊界條件，如圖 3-7 所示。

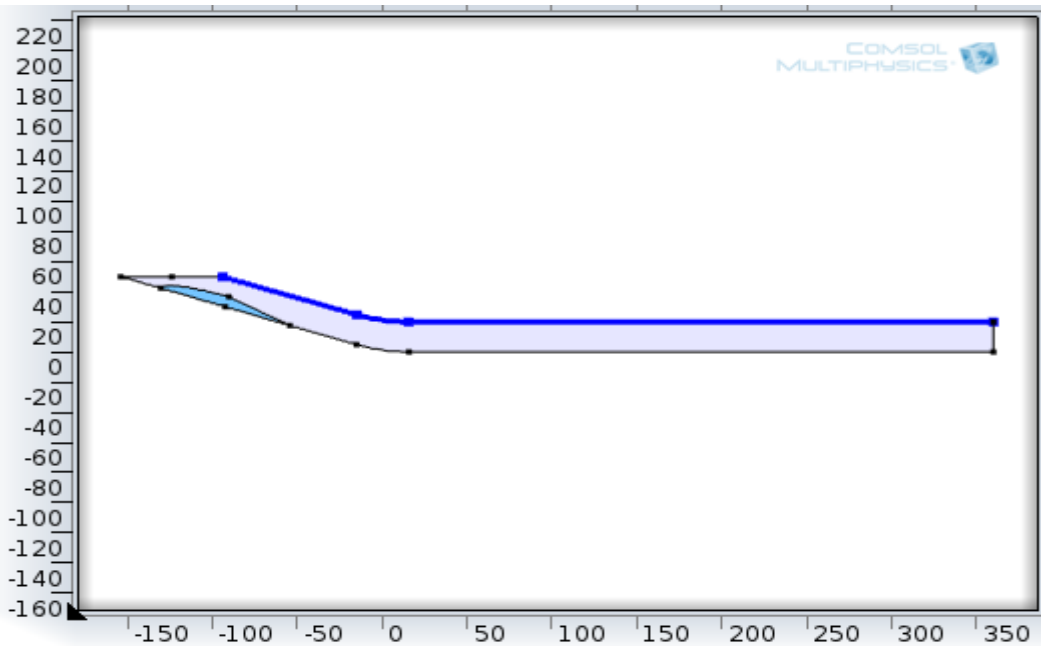


圖 3-7 No slip wall 邊界條件的位置

然而底部邊界既要考慮土石流對底部邊界的摩擦力，又要避免底部邊界設成 No Slip wall 而造成邊界附近的剪切率較小而附近的物質而被誤判為空氣這不合理的現象。所以底部邊界則設為 Partial slip Wall，其邊界分佈如所示。而 Partial Slip Wall 的設定方法，則是將底部邊界設成 Slip Wall 並且在底部邊界加上底部阻抗，底部阻抗則是採用 3.2.2 節提到的 Rickenmann et al. (2006b)所提出的底部阻抗(式 (3-16))。

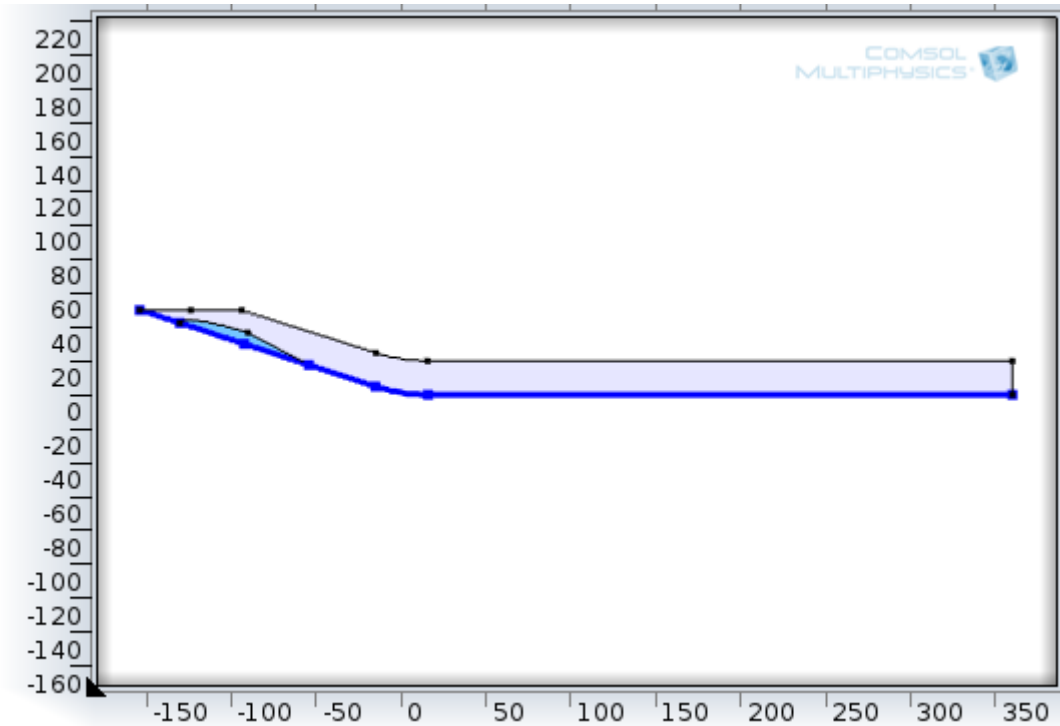


圖 3-8 Partial Slip Wall 邊界條件的位置

(2).兩相流體的介面(Interface Boundary Condition)

此邊界主要是區分兩相流體的邊界，就選定在等位函數的平滑函數 ϕ 等於 0.5 等位線的位置。如圖 3-9 所示。

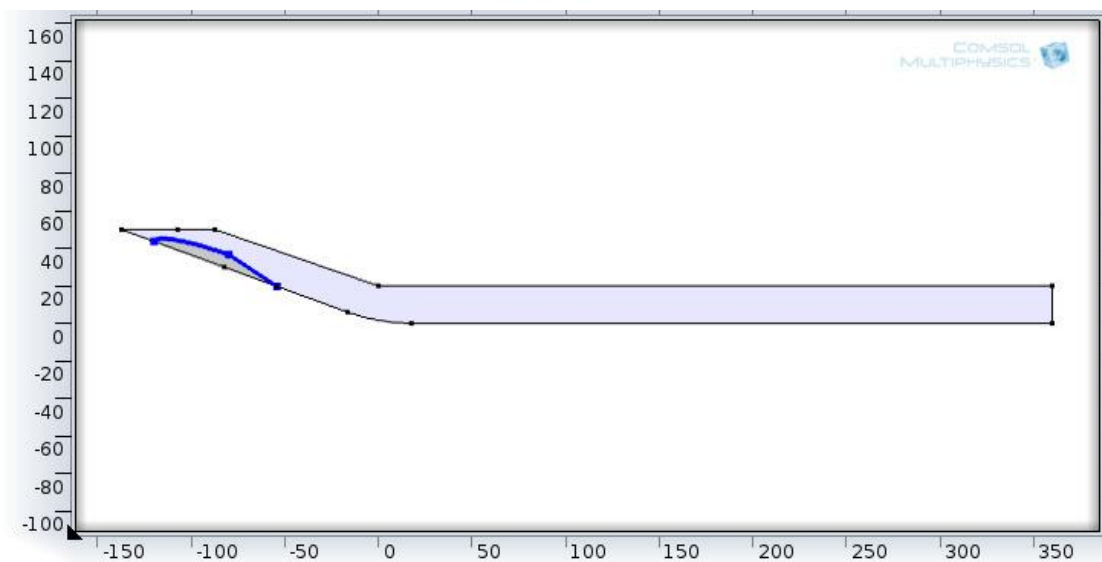


圖 3-9 土石流和空氣的兩相介面位置

(3).對稱邊界(Symmetry Boundary Condition)

沿用 Bovet et al.(2007)的設定，一開始土石流從初始位置開始運移，為了讓上方邊界沒有其他額外流體流出，故將最上方的邊界設成對稱邊界，如圖 3-10 所示。因對稱邊界表示流速梯度為零，其邊界條件和表示式大致和滑動壁邊界(Slip Wall)差不多，為式(3-21)和式(3-22)。

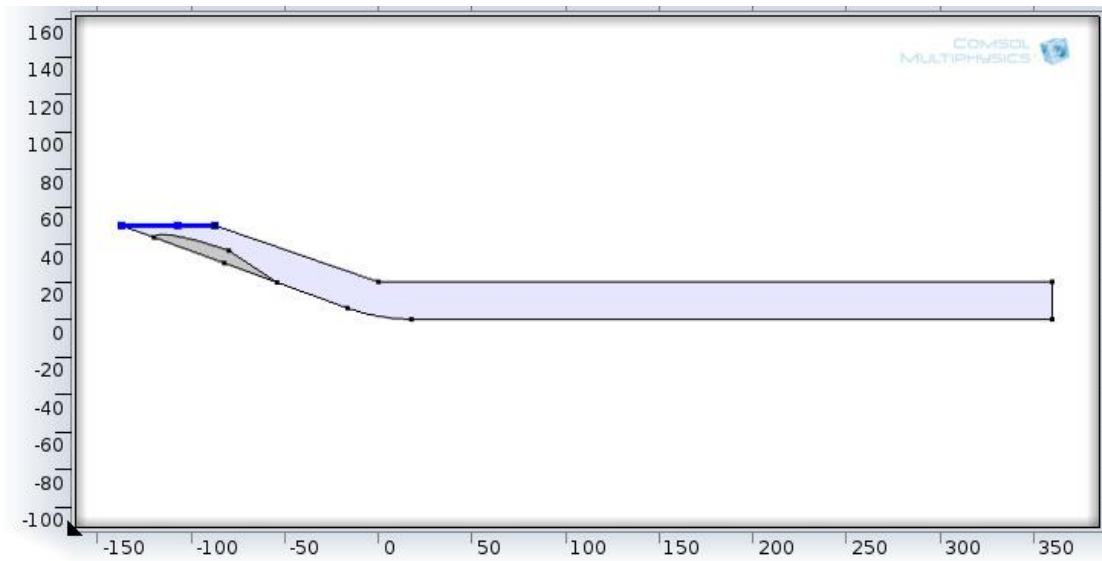


圖 3-10 流槽頂部邊界用對稱邊界

(4).出口邊界(Outlet Boundary)

在流槽模組的右端允許土石流右側邊界能夠流出去，所以在右側的邊界設成出口邊界，如圖 3-11 所示。其邊界條件設定為不含黏滯性的初始壓力 p_0 ，也就是不受黏滯力和孔隙水壓影響的壓力(式(3-22))。

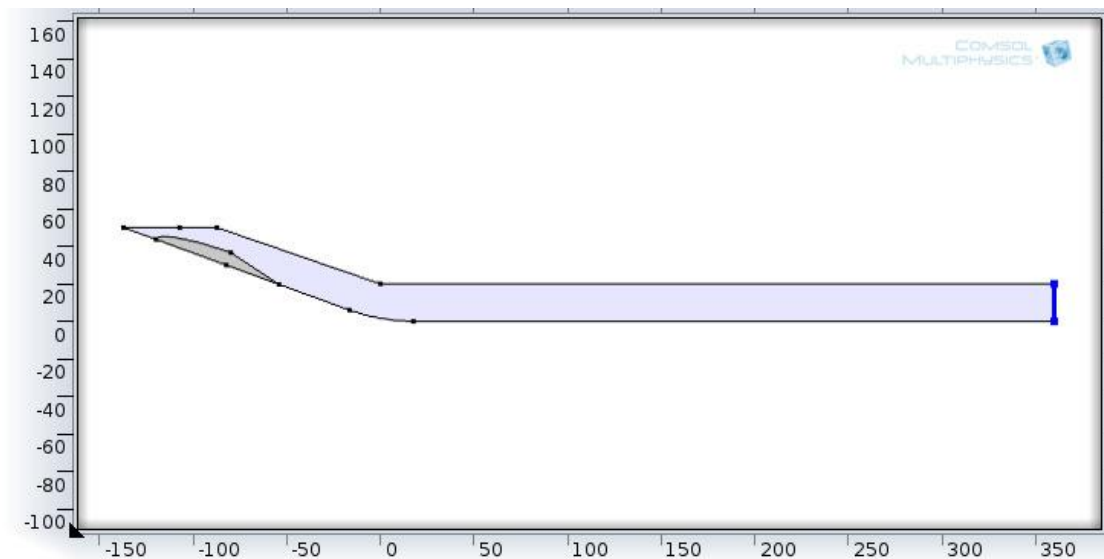


圖 3-11 右端邊界設成出口邊界

不過要注意的是，因為流槽模組沒有設定入口邊界 (Inlet Boundary)。依 NS 方程式流量守恆的觀念，如果有流體流到出口邊界，但無入口邊界讓流體流入的話，將使有些已從出口邊界流出後一會兒又會從原邊界流回來。所以，讓土石流停下堆積的平緩流道長度需足夠顯示土石流模擬停止前在平緩流道的運移長度。

3.5. 網格設定

在 COMSOL 3.5a 版本，建一個幾何圖形且也建好其網格後，如果還要加幾何圖形且又不會影響到建好網格的話，可以用輸入幾何方程式來幾何形狀輸入進去又不會影響到網格(參考 2.9 章表 2-13 下的註 6)。但在 COMSOL 4.0 版後，建幾何形狀後才能建網格，而且形狀修改後，網格需要重建。也因此，本研究不沿用 Bovet et al.(2007) 所用的四角形結構型網格，改使用三角型非結構網格。其網格較適合

處理本研究之問題，主要是土石流的初始形狀並非規則的矩形，且圓弧面的曲率較大，三角型非結構網格對於任一形狀較為彈性，對任一種流道和土石流的任一形狀皆適用。對於網格大小，通常選擇 COMSOL 針對流體動力學(Fluid dynamics)所設計的網格選項來做為網格大小的類別項目，其類別項目的預設大小的選項則分為 9 個選項：極端粗化(Extremely coarse)、特別粗化(Extra coarse)、較粗化(Coarser)、粗化(Coarse)、正常大小(Normal)、極端細化(Extremely fine)、特別粗化(Extra fine)、較粗化(Finer)、粗化(Fine)。有時因底面邊界加上阻抗而需對底面邊界網格加密。對於暫態兩相流模型，若要能夠求得較精確的值，可以使用自動適性網格細化(Adaptive mesh refinement)選項，讓 COMSOL 自動在每個時間點找出較佳的網格分布，網格大小也隨模擬時間而有所變化，但因網格大小選定需要用疊代找尋，耗時又耗記憶體。所以本研究一開始用不隨時間而變動的網格來運算，再依實驗結果合理性且在使用適性網格模擬期間不出現錯誤訊息的前提下，來決定是否使用適性網格。

以坡道為 20 度的建模為例，一開始先使用正常大小的網格，網格數約為 5071 個，在穩態下的自由度為 2780 個，在暫態下的自由度為 11120 個，如所示。網格大小的選擇，需同時考慮運算的收斂性、求解精準度、占用記憶體和運算時間。對於網格密度，模擬中若出現

無法收斂的錯誤或模擬結果受網格密度影響時，可以藉由調整網格大小來做修正。

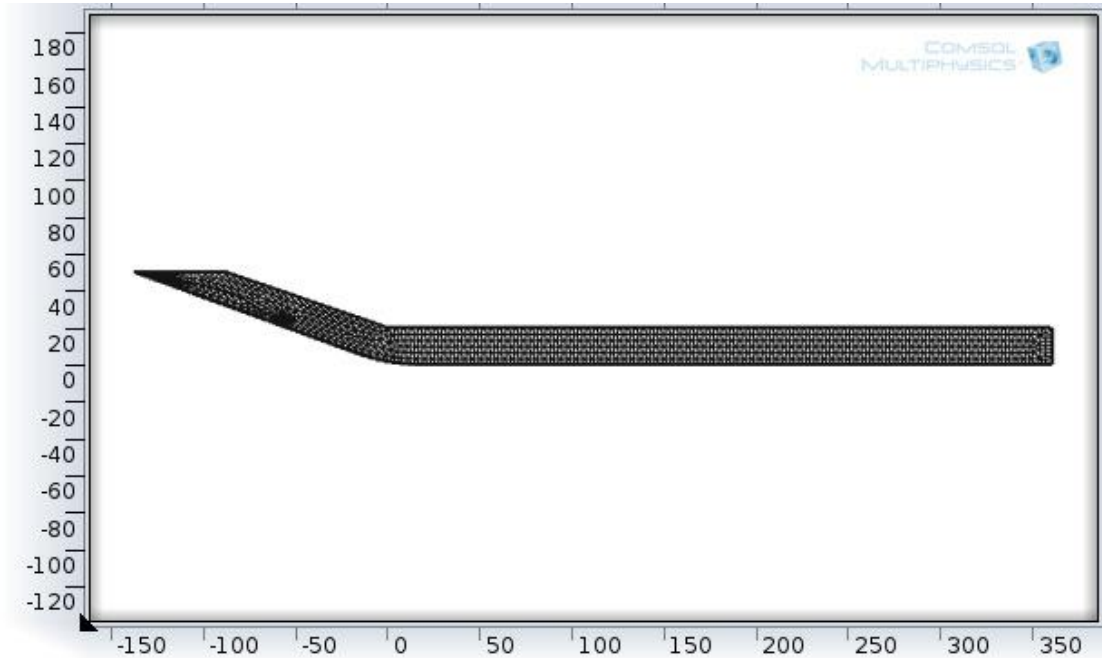


圖 3-12 坡道為 20 度的建模以 CFD 模組規格正常網格大小所建的網格，網格數約為 5071 個

3.6. 求解器和收斂標準

3.6.1. 求解器簡介

偏微分方程式經有限元素離散化後，變成線性聯立方程組，COMSOL 有兩種求解方式之選項 - 直接求解和疊代求解。

1. 直接求解器(Direct solver)：

直接求解器主要是針對線性方程式或二維建模等不需要複雜運算的模擬，其優點是求解得值較為精準，但缺點是比較消耗電腦的記憶體。其原理就是將式(3-1)的勁度矩陣 K_S 分解成上三角矩陣 L 和下三角矩陣 U，如下式所示：

$$K_s = LU \quad (3-23)$$

再將式(3-23)代入式(3-1)，用直接反矩陣的運算方式得到：

$$x_n = U^{-1}L^{-1}F \quad (3-24)$$

COMSOL 直接求解器則分為三種，分別為 PARDISO、SPOOLES 和 MUMPS。PARDISO 求解器是求解快速又準確，但也是最占記憶體求解器。SPOOLES 求解器相對於 PARDISO 求解器比較沒有占記憶體，但求解較不穩定。MUMPS 求解器比較偏向於叢集計算(cluster)

2. 疊代求解器(Iterative solver)

三維物理模組或非線性等複雜模擬時，如果用直接求解器，容易出現收斂性不佳甚至無法求解等問題，所以可改成疊代求解器。比起直接求解器，雖然疊代求解器求解的速度比較慢，但相對也比較省記憶體。其原理就是預測矩陣 (preconditioner matrix) M 初始值在式(3-1)：

$$MK_s x_n = MF \quad (3-25)$$

在經過反矩陣的運算後：

$$Mx_n = (K_s)^{-1}MF \quad (3-26)$$

預測矩陣 M 在第一次疊代時，可以把 M 看成疊代的初始值，然後不斷重複計算直到符合下面條件式：

$$|M^{-1}(F - K_s x_n)| < R|M^{-1}F| \quad (3-27)$$

R 表示為相對總誤差(total relative tolerance)， $R \cdot |M^{-1}F|$ 則表示要求的精度程度，也就是疊代到式(3-20)的左式和右式的誤差小於精度。目前 COMSOL 內建的疊代求解器有 GMRES、conjugate gradient method、FGMRES 和 BICGSTAB。GMRES 適用於反對稱系統方程式(asymmetry system)、conjugate gradient method 是用於對稱系統方程式(symmetry system)、FGMRES 和 BICGSTAB 則分別為前兩者的延伸。

求解器還有一個設定就是可以針對物理量來選擇求解順序和求解器的選擇可以將欲求的所有物理量全部在同一個求解器做運算，稱為全耦合(Fully Coupled)求解。或者是把物理量分離成兩類以上並且分別在不同的求解器依照順序運算再耦合回來疊代，稱為分離(Segregated)求解。因為有時求解問題的未知物理量參數太多到不容易用疊代方式運算，且運算複雜到無法用直接 LU 反矩陣求解，這種情形可以用分離求解器來做模擬。

本研究模擬二維土石流流槽實驗，對於求解器的分配和選擇先單純化。參考 COMSOL 針對兩相流內建的油滴漂浮於水面之範例，分析步驟則是先在時間為 0 時做穩態分析，緊接著再做暫態分析。

對於土石流和空氣的兩相流流場，求解的參數有流速場 U_{ij} 、等位函數法的平滑函數 ϕ 和孔隙水壓 p 。這三個參數尺度的設定會影響到

模擬過程中是否出現不收斂的問題，經過反覆測試後，發現 U_{ij} 尺度等於 10、 φ 尺度等於 1、 p 尺度等於 5000 時收斂模擬較佳，因此設定這三個參數的尺度主要是預測這三個參數的解，如果給定的初始值和求解的值很接近的話，可以減少因計算誤差過多而無法收斂的問題。對於二維土石流流槽模組，將所有欲求的物理量(φ 、 p 、 U_{ij})全部耦合在同一個求解器下求解。為了節省計算時間，首先選 PARDISO 求解器求解。只在使用 PARDISO 求解器無法完全求解情況下才改用其他求解器。

3.6.2. COMSOL 的收斂準則(Convergence criteria)

除了 3.5.1 節所述的疊代求解器，以相對總誤差為基準的收斂準則外，以及以絕對總誤差(Absolute tolerance)為基準的收斂準則。

COMSOL 在暫態問題分析上，結合相對總誤差和絕對總誤差的概念，若要對參數 U_i 做求解，運用 Newton-Raphson 方法來求非線性拚微分方程式，其收斂準則(Convergence criteria)判別式：

$$\frac{1}{N} \left(\sum_i \left(\frac{|E_i|}{A_{at} + R|U_i|} \right)^2 \right)^{1/2} < 1 \quad (3-28)$$

E_i 為求解 U_i 的誤差評估、 R 為相對總誤差、 A_{at} 為絕對全誤差、 N 為自由度數量。

3.7. 後處理

如果模擬中途若未出現問題(譬如像無法收斂的問題)，模擬完後，畫面會出現 2D 繪圖群組。對於 CFD 的兩相流模組，預設出現體積分率繪圖群組和速度群組。由於本研究只要取土石流體的部分，所以只取流體 1(設定為土石流)的體積分率大於 0.5 的部分(指令為 $\text{tpf.Vf1} \geq 0.5$)。本研究要探討為以下四個物理量和時間關係：

(1).土石流區域的最大流速對時間的關係：

土石流流動前緣的部分是最常出現土石流的地方，原則上流速會因土石流的種類而不同，本研究擬比較礫石和泥流型土石流流速(tpf.U)的最大差異值。可藉由下指令測得表面的最大值，指令為 $[(\text{tpf.Vf1} \geq 0.5) * (\text{tpf.U})]$ 。

(2).土石流前端部分在 x 方向的位置對時間的關係：

由分析結果可以觀察從土石流的前端部分開始流動到停下堆積這段時間，可藉由下指令測得在水平方向(x 方向)滑移的距離是多少。指令為 $[(\text{tpf.Vf1} \geq 0.5) * (x)]$ 的表面最大值。然而 COMSOL 測量最大值時，凡小於 0 的值一律當 0 來計算，所以目前只能測量土石流流道堆積區上的流動距離。

(3).土石流頂部部分在 y 方向的位置對時間的關係：

當土石流運移到堆積區時，可藉由下指令測得土石流的堆積厚度。指令為 $[(tpf.Vf1 \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值。

(4). 土石流面積隨時間的變化：

用等位函數法來區分土石流和空氣的介面的缺點就是流體質量體積(二維模擬只看面積)會不守恆。在模擬期間有可能會因各種流動的阻力(黏滯力、碰撞紊流力和底部阻抗)而造成土石流質量有所變化。可藉由下指令測得土石流體之體積，以供研究分析與調整。指令為 $[(tpf.Vf1 \geq 0.5)]$ 的表面積分。

3.8. 虛擬案例研究規劃

本研究初期先以 COMSOL 4.3b 重建 Bovet et al.(2007) 的案例，以確認及驗證 Bovet et al.(2007) 以 COMSOL 3.5a 建立的雪崩模擬案例也能適用於 COMSOL 4.0 以上的版本。接著再行建立二維直線坡面的虛擬流槽，並在斜面建好土石流流體子域的初始位置，並且假設土石流流床為定流床且不受侵蝕。針對坡面坡度角度、土石流的密度、降伏應力、黏滯係數、礫石型土石流才會出現的碰撞-紊流係數的大小來做測試，最後以 3.7 節提到的測量方法來顯示測試的結果：

(1) 坡度大小

坡度角度的大小，會增加土石流體所受驅動力，既會影響流速，也會影響土石流流到堆積區的堆積長度。土石流發生的

坡度多是在 15~20 度，本研究選擇的坡面坡度依此範圍來設定，於斜坡面和堆積區間的界點，設為倒圓角，以做為坡面和堆積的減速過渡區，堆積區之坡度設定為 0 度。土石體比重設為 2.75、體積濃度 55%、降伏應力 270Pa、黏滯係數 71Pa*s(此參數皆取自於 Remaitra.et al. (2011)的估算最大值)，分別對坡度 15、18 度探討比較不同坡度下之流速與滑移距離，坡度參數參數探討之相關參數組合如表 3-2 所示。

(2) 土石流體密度

從式(3-19)得知，土石流的密度主要取決於體積濃度 C_V 大小。在量體大小相同狀況，體積濃度越大，密度也越大。本研究中，假設密度在土石流流動過程中，皆為定值。改變體積濃度比較土石流所受驅動力大小，土石流的運移、流速、堆積厚度和深度。此參數的探討會與接下來要針對降伏應力和黏滯係數參數大小一起探討。

(3) 土石流黏滯係數與降伏應力

泥流型土石流可視為賓漢黏塑性流體，其流體內部阻抗為黏滯力。初期流變模式採用 Dent and Lang (1983)所提出的賓漢雙黏性流變模式測試之，模擬過程可出現降伏應力的黏塑性靜止行為。然而依此法， $\tau - \dot{\gamma}$ 關係圖 (如圖 2-13 的虛線部分

所示)賓漢雙黏性流變出現不連續點，不連續點在數值疊代運算上等效賓漢模型。而若採 Cross 等效賓漢模型在 $\tau - \dot{\gamma}$ 關係圖(如圖 2-14 所示)會低估賓漢模型的降伏應力，但流變關係曲線比較為連續。

觀察 2.8 節收集的土石流流變參數資料(表 2-12)中，由流變計實驗所求得的流變參數普遍較小，主要原因是流變計實驗的泥流的體積濃度偏低，流量很低。與表 2-11 比較，由現地估計的流變參數較高。由式(2-27)和式(2-28)看知黏滯係數和降伏應力會隨者體積濃度而提高。選擇黏滯係數和降伏應力大小選擇應搭配適當的密度的大小。

針對與體積濃度相關的流變參數部分，本研究參考詹前登(1997)以管式流變計於南投神木村的試驗結果，並以式(2-27)和式(2-28)迴歸式表示降伏應力和黏滯係數對體積濃度的關係：

$$\tau_y = 0.811e^{13.72C_V} \quad (3-29)$$

$$\mu_B = 0.00462e^{11.24C_V} \quad (3-30)$$

詹前登(1997)試驗時的體積濃度 C_V 落在 25%~43%，體積濃度偏低，泥流土石流特性比較不明顯。本研究以體積濃度 45%、55%和 65%代入式(3-29)和式(3-30)來比較土石流的流動情形。

其坡面的坡度皆設定為 18 度，黏滯係數與降伏應力參數探討之參數組合如表 3-3 所示。

(4) 礫石型土石流碰撞-紊流力

若土石流中含粒徑超過 2mm 的粗粒徑明顯，流變力學行為為顆粒之間相互碰撞的碰撞力和紊流力貢獻提高。由於碰撞-紊流係數的合理範圍較少文獻做深入研究。以往相關研究指出，礫石型土石流流速會比泥流型土石流的流速慢。其原因除了礫石型土石流總比重比泥流型土石流小之外，礫石型土石流內部顆粒間的碰撞力和紊流力的方向對和土石流的流向剛好相反，而成為土石流流速的阻抗。

本研究因假設土石流的密度為均勻且定值，根據式(3-10)， μ_{ct} 大小只和粗粒徑大小 d_p 和混合長度 l_m 呈正相關。又參考 FLO-2D 的定義，混和長度和流動深度 h 呈正相關。所以本研究研究延用神木村的案例，預設體積濃度為 45%、坡度同樣設為 18 度，但土石比重設為 2.65。離散設定改為 P2+P1，將 μ_{ct} 分別設為 0.5、1、1.5 來做測試，以比較土石流粒徑大小加上混和長度越大時，對土石流流動形狀和流速影響，礫石型模型參數探討之參數組合，並且和表 3-3 體積濃度為 45% 的泥流型土石流做比較，如表 3-4 所示。

(5) 底部阻抗

土石流流體本身是有像黏滯力的內部阻抗，但如果土石流和邊界層沒有阻抗，流體的內部阻抗也無法讓土石流逐漸減速最終堆積於堆積區上。本研究在邊界上加入坡降阻抗(式(3-16))。坡度角度 θ 依坡度決定。對於 φ_c 摩擦角，礫石型土石流設為 30 度、泥流型土石流設為 22 度。經模擬測試觀察流動深度 h 介於 1 公尺上下之間，取 1 公尺為特徵值。本研究就是試者在(1)~(4)的試驗中加入邊界阻抗，讓土石流流到堆積區時能停下來堆積。

以上所有模擬之參數探討中，所假設之土石流的初始形狀和面積相同，有限元素網格形式選用 CFD 類別的一般大小的內建網格，會依土石流流動的合理性來調整整體或邊界附近的網格大小。其他如 Level set 的重新初始化參數、兩相介面厚度、是否設定守恆式、網格設定等項目則隨模擬是否收斂和模擬結果是否合理再加以適當調整。有些情況下 CFD 數值運算過程中可能出現不穩定的情形，而導致模擬有較大誤差，若發生此情況，可使用 COMSOL 內建的數值穩定性擴散參數(Diffusion Parameter for Numerical Stabilization)來增強運算的穩定性。整體試驗規劃流程如圖 3-13 所示，其虛擬案例的模擬結果在第五章表示。

表 3-2 坡度參數參數探討之相關參數組合

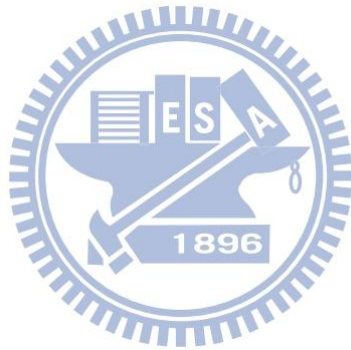
第一組					
坡度 (°)	土石比重	體積濃度	密度 (kg/m ³)	降伏應力 (Pa)	黏滯係數 (Pa*s)
15	2.75	55%	1962.5	270	71
18	2.75	55%	1962.5	270	71
碰撞-紊流係數 (Pa*s ²)		有無底部阻抗		深度(m)	摩擦角(°)
0		有		0.5~1	30
0		有		0.5~1	30

表 3-3 體積濃度參數探討之相關參數組合

第二組					
坡度 (°)	土石比重	體積濃度	密度 (kg/m ³)	降伏應力 (Pa)	黏滯係數 (Pa*s)
18	2.75	45%	1787.5	389.3633	0.726614
18	2.75	55%	1962.5	1535.349	2.23589
18	2.75	65%	2137.5	6054.232	6.880143
碰撞-紊流係數 (Pa*s ²)		有無底部阻抗		深度(m)	摩擦角(°)
0		有		0.5~1	30
0		有		0.5~1	30
0		有		0.5~1	30

表 3-4 礫石型模型參數探討之參數組合

第三組					
坡度 (°)	土石比重	體積濃度	密度 (kg/m ³)	降伏應力 (Pa)	黏滯係數 (Pa*s)
18	2.75	45%	1742.5	389.3633	0.726614
18	2.65	45%	1742.5	389.3633	0.726614
18	2.65	45%	1742.5	389.3633	0.726614
18	2.65	45%	1742.5	389.3633	0.726614
碰撞-紊流係數 (Pa*s ²)		有無底部阻抗		深度(m)	摩擦角(°)
0		有		0.5~1	22
0.5		有		0.5~1	30
1		有		0.5~1	30
1.5		有		0.5~1	30



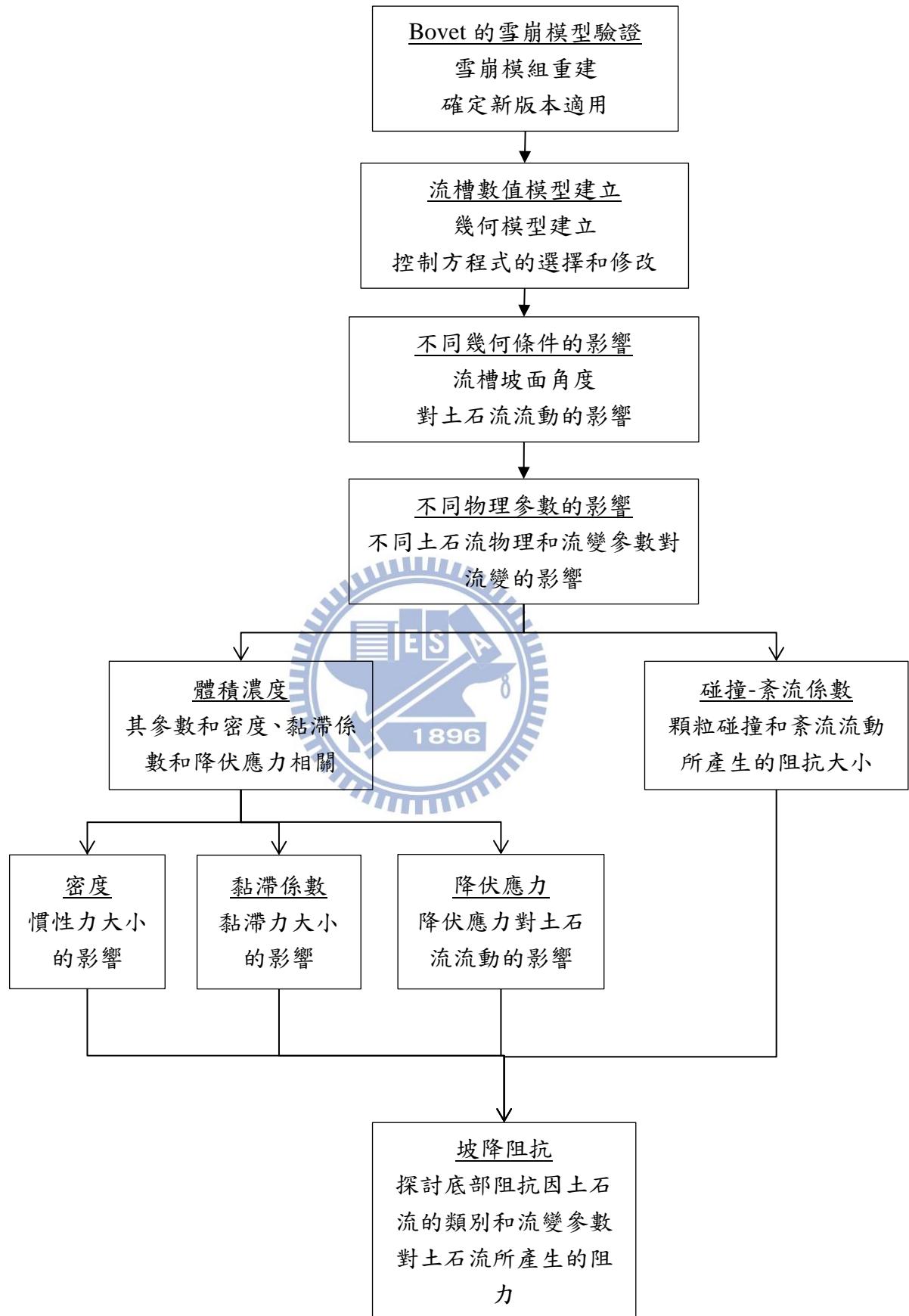


圖 3-13 虛擬案例模擬規劃的流程圖

第四章 方法驗證與參數探討

4.1. 雪崩模型驗證

本節先以 Bovet et al.(2007)的雪崩模擬案例驗證後續土石流模擬之方法。Bovet et al. (2007) 的雪崩模擬案例原是用 COMSOL 3.5a 版所建立。本節中要用 COMSOL 4.3b 來重新建立 Bovet et al.(2007)的雪崩案例。圖 4-1 為 COMSOL 3.5a 原檔所建的幾何模型(圖中 CO2 為幾何模型的名稱)，圖 4-2 為用 COMSOL 4.3b 重建的雪崩模型。

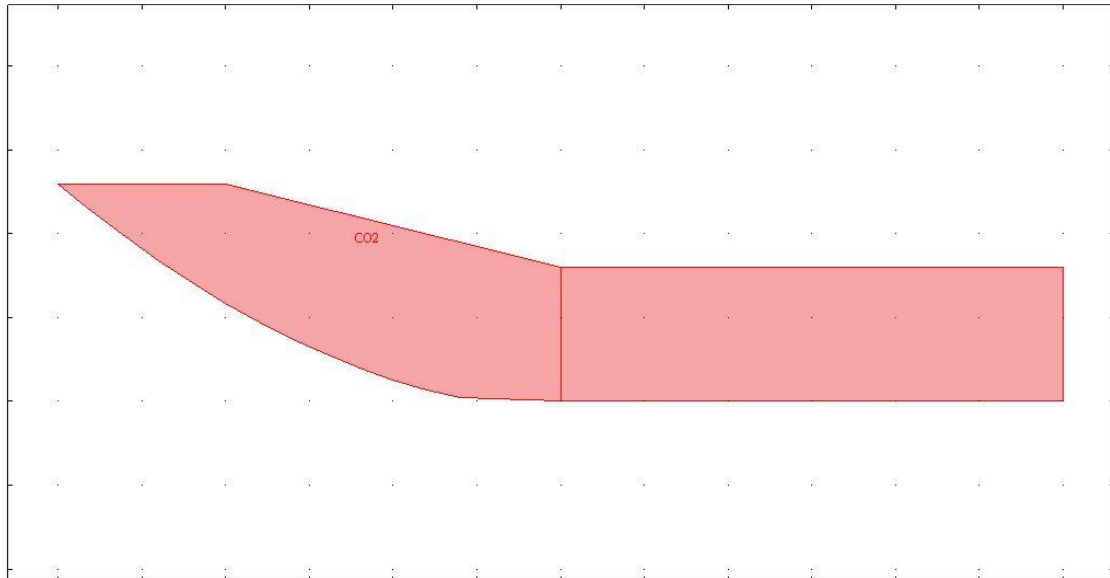


圖 4-1 COMSOL 3.5a 原檔所使用的幾何模型

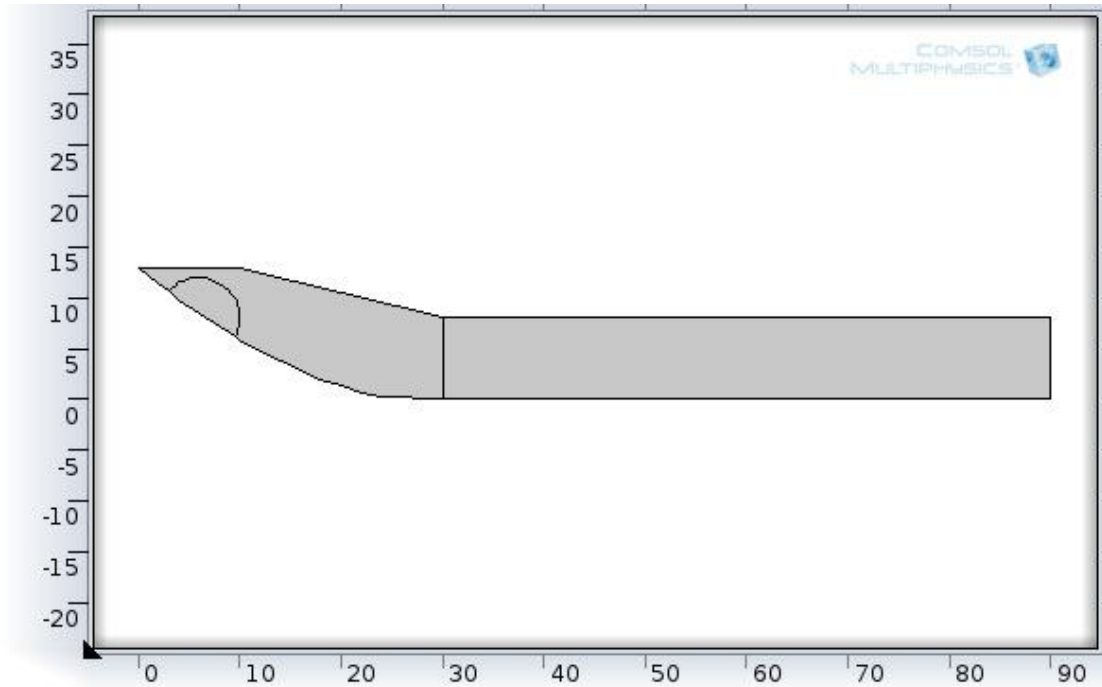


圖 4-2 COMSOL 4.3b 所重建的雪崩模型

圖 4-1 和圖 4-2 的差別源自於軟體版本和幾何設定方式之不同。COMSOL 3.5a 建土石流子域初始位置和形狀可以以幾何參數式來設定(表 2-13 的 ph_0)，不受建模幾何形狀的影響，所以網格可以用圖 2-41 的形式進行離散和運算。COMSOL 4.0 以上建模不再能使用輸入幾何參數式來建幾何模型，土石流子域初始位置和形狀只能用一般的方式來建模，因此網格無法完全複製圖 2-41 的形式，改用非結構性三角形網格來建模以分析此問題。

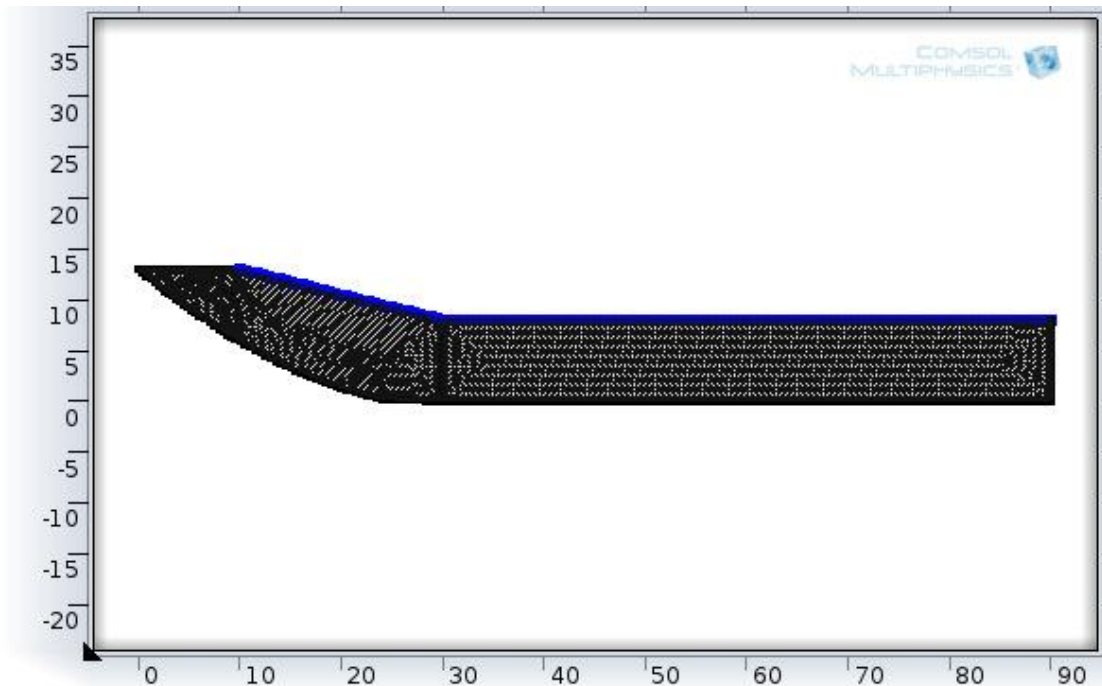


圖 4-3 COMSOL 4.3b 所重建的雪崩模型所使用的網格

圖 4-3 為 COMSOL 4.3b 所重建的雪崩模型所使用的非結構性三角形網格，為 COMSOL 預設流體動力學類別正常大小的網格。三角形元素數目 (Number of elements) 為 5339、穩態自由度 (Degrees of Freedom, DOF) 為 2839、暫態自由度為 11359。

本研究取 Bovet et al.(2007) 兩個案例，分別是二維空間上的牛頓流雪崩和非牛頓流雪崩。關於 N-S 參數部分，除了因 COMSOL 版本差異而無法輸入的參數外(例如：ph_0)，其他則照表 2-13 的參數表輸入。至於等位函數法的部分，則將重現值 γ_{rp} 設為 10、兩相流介面厚度為最大網格尺寸的 1/4，以正常預設大小網格計算相當於 0.1435 公尺。

4.1.1. 牛頓流情況

如 2.9 節所述，假設雪崩為牛頓流，在流動過程中，雪崩的黏滯係數 μ_2 維持在 30Pa*s 的狀況下流動。經重建模擬後，為了與圖 2-42 相比較，圖 4-4 到圖 4-8 分別為 0 秒、1 秒、2 秒、4 秒和 12 秒雪崩隨時間流動的模擬結果。這五張圖，紅色表示雪體、藍色表示空氣，結果和圖 2-42 非常相似，主要差別是主要在於網格設定並不同而造成稍許求解的差異。在模擬結果 4 秒(圖 4-7)到 12 秒(圖 4-8)之間，出現雪崩因底部的摩擦力和黏滯力，因而開始減速而堆積的情形。

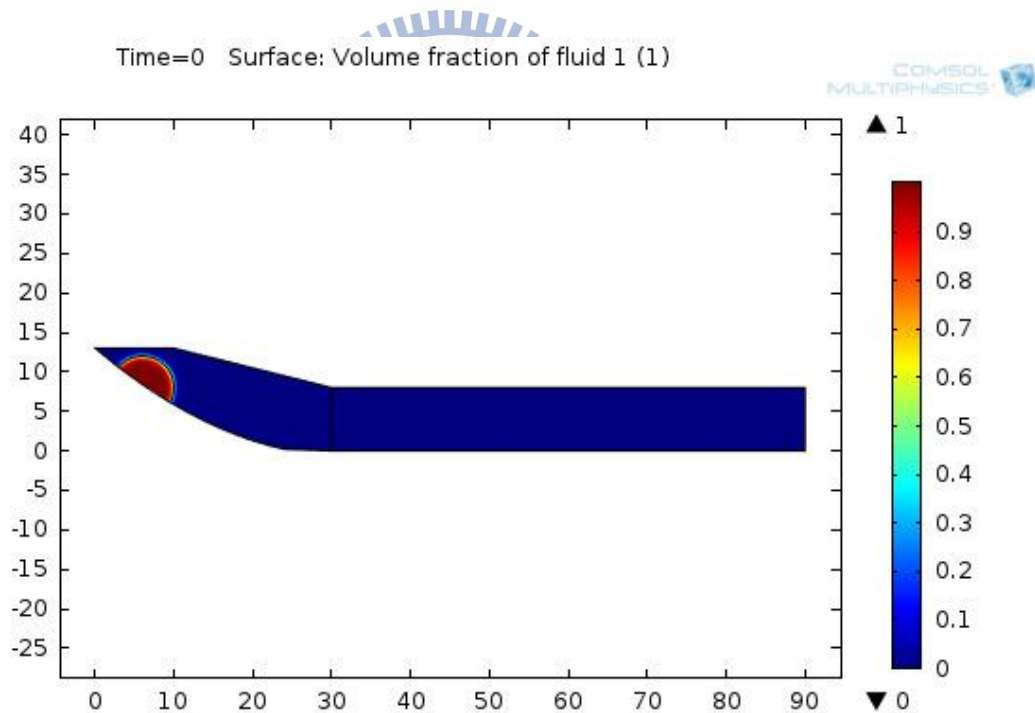


圖 4-4 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 t=0(s)的模擬結果

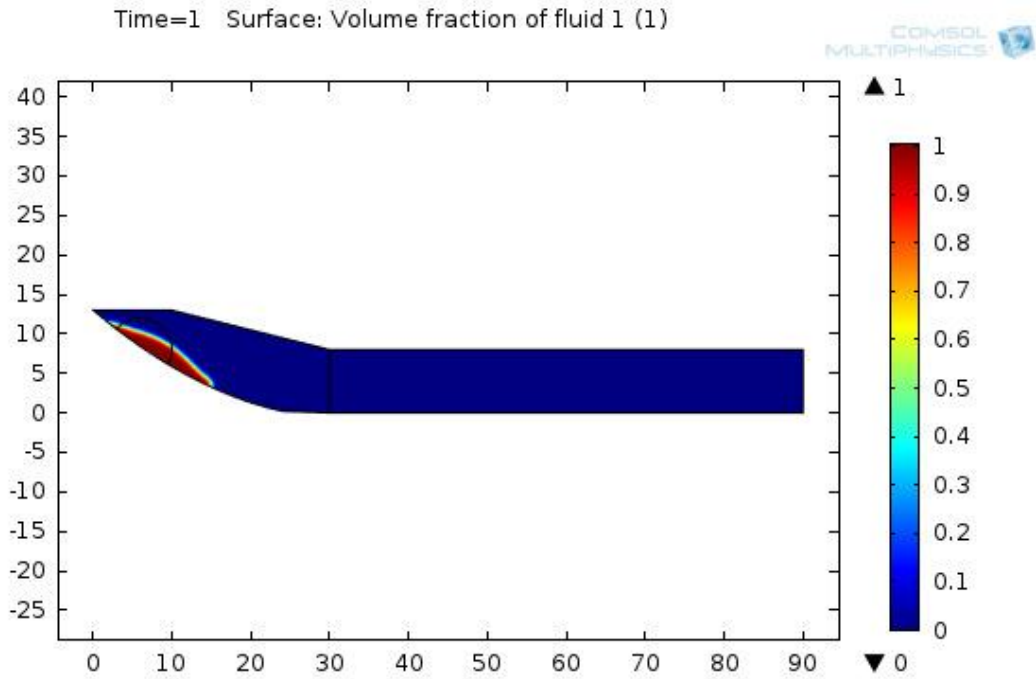


圖 4-5 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 t=1(s)的模擬結果

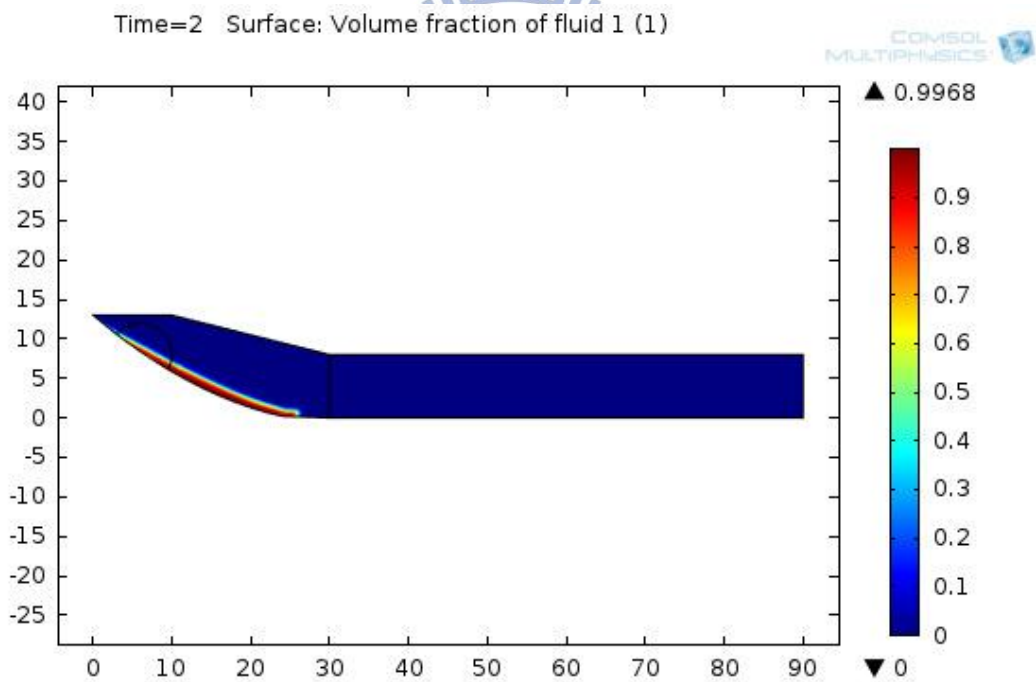


圖 4-6 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 t=2(s)的模擬結果

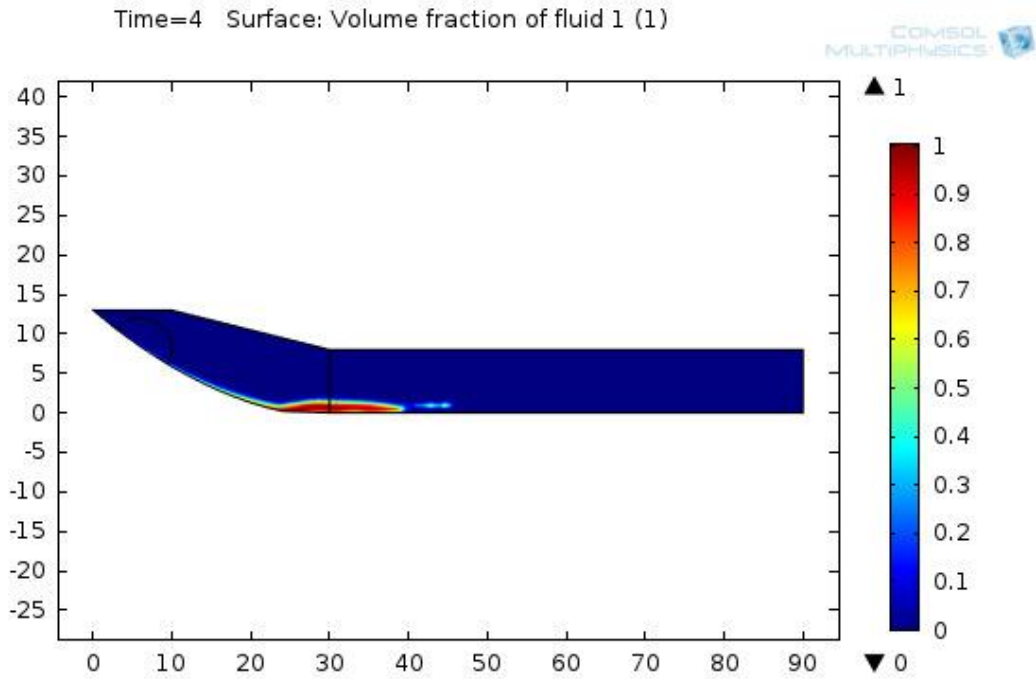


圖 4-7 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 t=4(s)的模擬結果

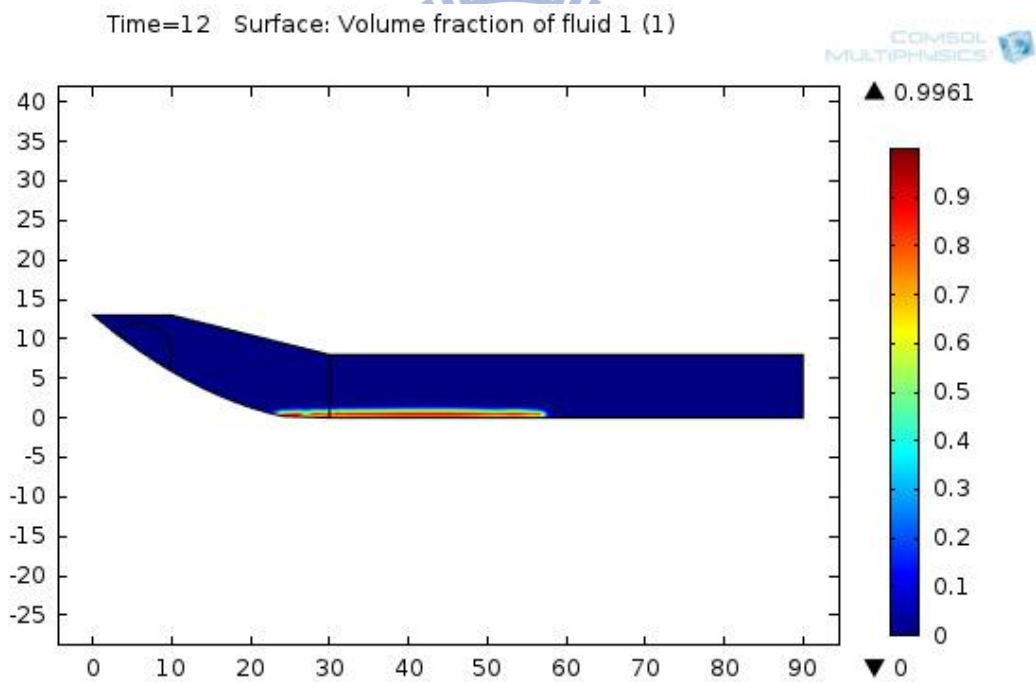


圖 4-8 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 t=12(s)的模擬結果

對於流速方面，則取 1.2 秒的流速結果和圖 2-43 比較。雖然重建的雪崩模型的最大流速比圖 2-43 文獻所估算出的最大流速略高，

但共同特徵是雪崩流動前端的流速比後段大，土石流流動行為也和此相似。

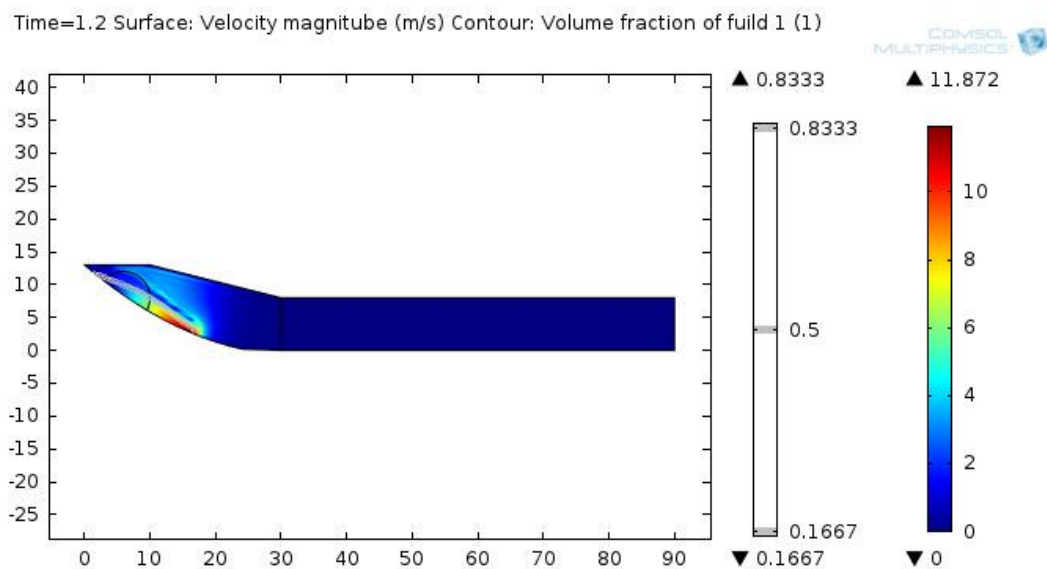


圖 4-9 以 COMSOL 4.3b 重建雪崩模型 t=1.2(s) 的流速模擬結果

4.1.2. 非牛頓流情況

真實雪崩的流動行為若以非牛頓流來描述，雪崩會有剪應變率遞減(shear thinning)的現象，也就是土石流的黏滯係數會隨剪應變率而遞減，Bovet et al.(2007)以式(4-1)描述雪崩的非牛頓流組合律：

$$\mu_2 = \frac{30}{1+5|\dot{\gamma}|} \quad (4-1)$$

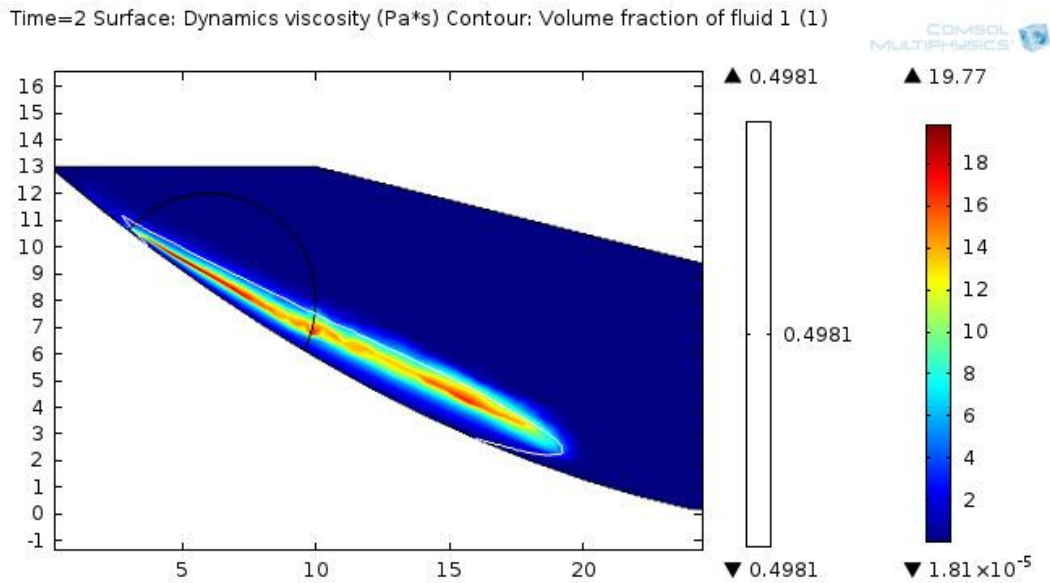


圖 4-10 非牛頓流雪崩黏滯係數分布結果
(t=2 秒，白線為土石流和空氣的介面形狀)

圖 4-10 顯示，在非牛頓流雪崩模擬部分，底部的流速較大，又因剪應變率為流速的梯度，底部的剪應變率比頂部大，底部的黏滯係數也變得較小。呈現土石流貼近底部邊界的部分，其黏滯係數偏低，為高速流動的流體。而離底部邊界較遠的土石流，黏滯係數因剪應變率增加幅度較少而下降幅度較小。其模擬結果和 Bovet 的模擬結果（圖 2-44）極為接近。呈現雪崩剖面較上半部為雪塊固體，下半部為部分化成水的高速雪水流體。此現象和 Takahashi(2001)所提出的山崩型土石流的流動過程有些相似。

4.2. 密度的探討

本節探討密度之影響。首先假設土石流簡化為牛頓流，黏滯係數為定值(不考慮和體積濃度的關係)，且沒有碰撞-紊流力和降伏應力的

作用下，土石流體純粹只有密度的不同。假設黏滯係數設為 $71\text{Pa}\cdot\text{s}$ (此參數取自於 Remaitra.et al. (2011)的估算最大值)，針對密度分別用 $300\text{kg}/\text{m}^3$ (Bovet 雪崩案例所用的密度值)與 $1907.5\text{kg}/\text{m}^3$ (土石比重 2.65、體積濃度為 55%的土石流)兩種不同條件測試之。土石流的初始形狀暫時建為半圓形，堆積區平坦面的阻抗適用 Bovet 雪崩案例 x 方向的體積力(參考表 2-13)。

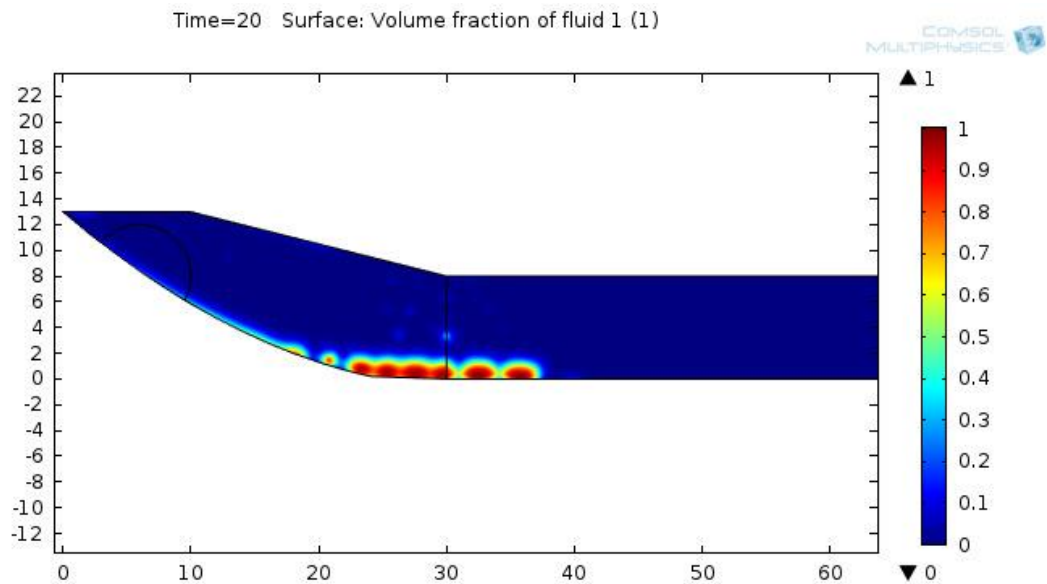


圖 4-11 密度為 $300\text{kg}/\text{m}^3$ 的流體在 $t=20(\text{s})$ 的流動情形

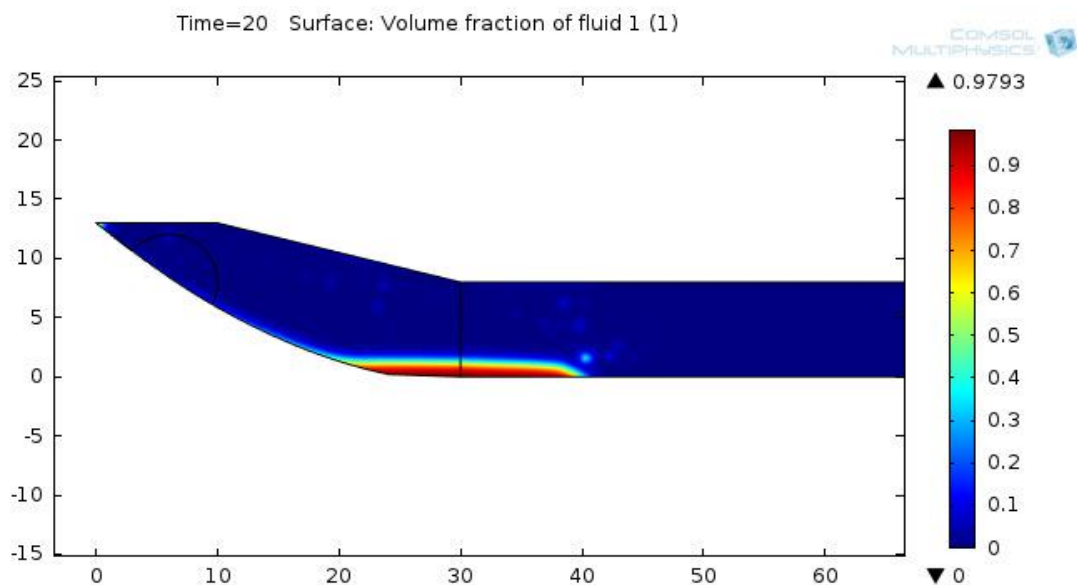


圖 4-12 密度為 1907.5 kg/m^3 的流體在 $t=20(\text{s})$ 的流動情形

從圖 4-11 和圖 4-12，密度比較大的流體，流體最前緣的形狀較為突出，且流速也比較快，滑移距離也比較大，主要是因密度大受重力大在受相同黏滯阻抗時，合力較大，導致滑移距離和流速較大。

4.3. 黏滯係數的探討

本節探討黏滯係數之影響。4.3.1 節探討黏滯係數為常數之條件。

4.3.2 節探討賓漢雙黏度流變之條件。4.3.3 節則探討 Cross 等效賓漢流之條件。

4.3.1. 黏滯係數為常數之條件

若假設土石流體符合牛頓流，也就是流體的黏滯係數不會因流動情況而改變的流體。流體的密度則是設為 1577.5 kg/m^3 (土石比重 2.65、體積濃度為 35%的土石流)，黏滯係數則用 $20\text{ Pa}\cdot\text{s}$ (此黏滯係數為 Phillips et al.(1991)實驗的最小值)和 $400\text{ Pa}\cdot\text{s}$ (雖然此參數不在 2.8 節所收集的文獻估算實驗參數範圍內，但此參數略低於 Johnson and Rodine(1984)的估算範圍內，也算合理。)來做測試，土石流的初始形狀暫時建為半圓形，坡度則為 30 度。

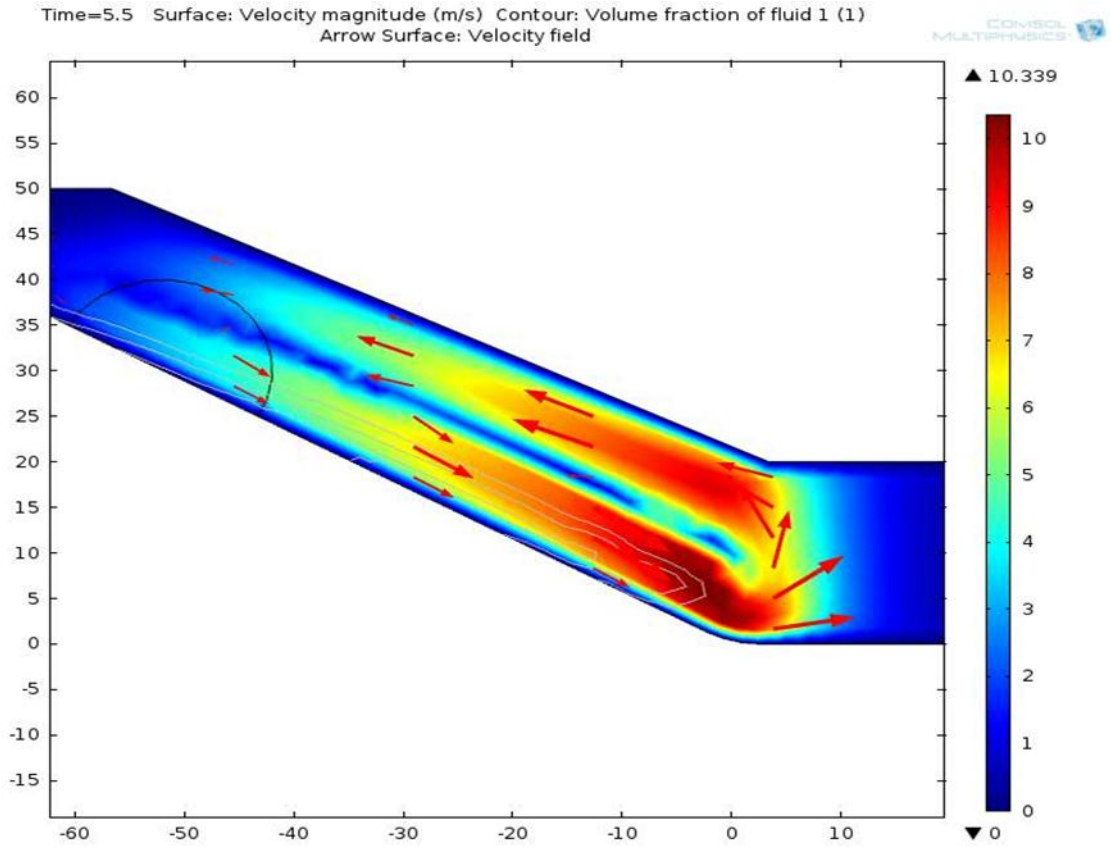


圖 4-13 黏滯係數為 $20\text{Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=5.5(\text{s})$ 的流速分布圖

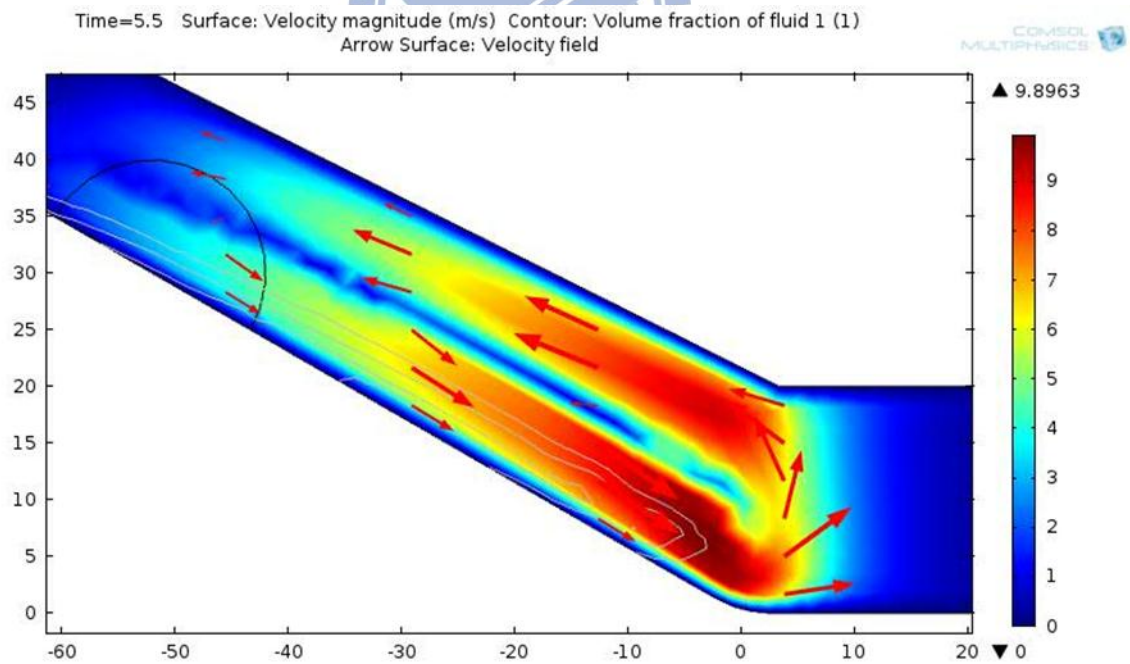


圖 4-14 黏滯係數為 $400\text{Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=5.5(\text{s})$ 的流速分布圖

先針對模擬時間較為前面秒數的流速的部分做討論，在圖 4-13 和圖 4-14 中，上面往左上方向流動的流體為空氣、下面往右下方向

流動的流體為土石流、白色曲線則為土石流流體的等位線。在圖 4-13 和圖 4-14 貼近底部邊界的流速分布來看來看，流速較大的主要分布在土石流較前緣的地方，而且黏滯係數較高的，最大流速相對比較低。

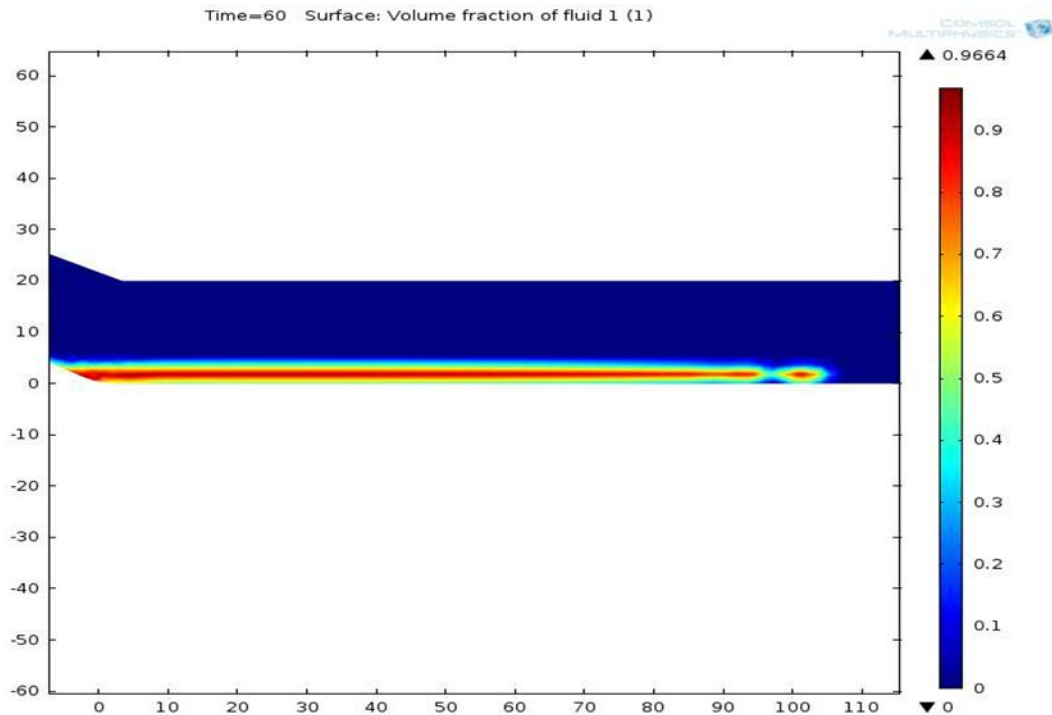


圖 4-15 黏滯係數為 $20\text{Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=60(\text{s})$ 的流體流況圖

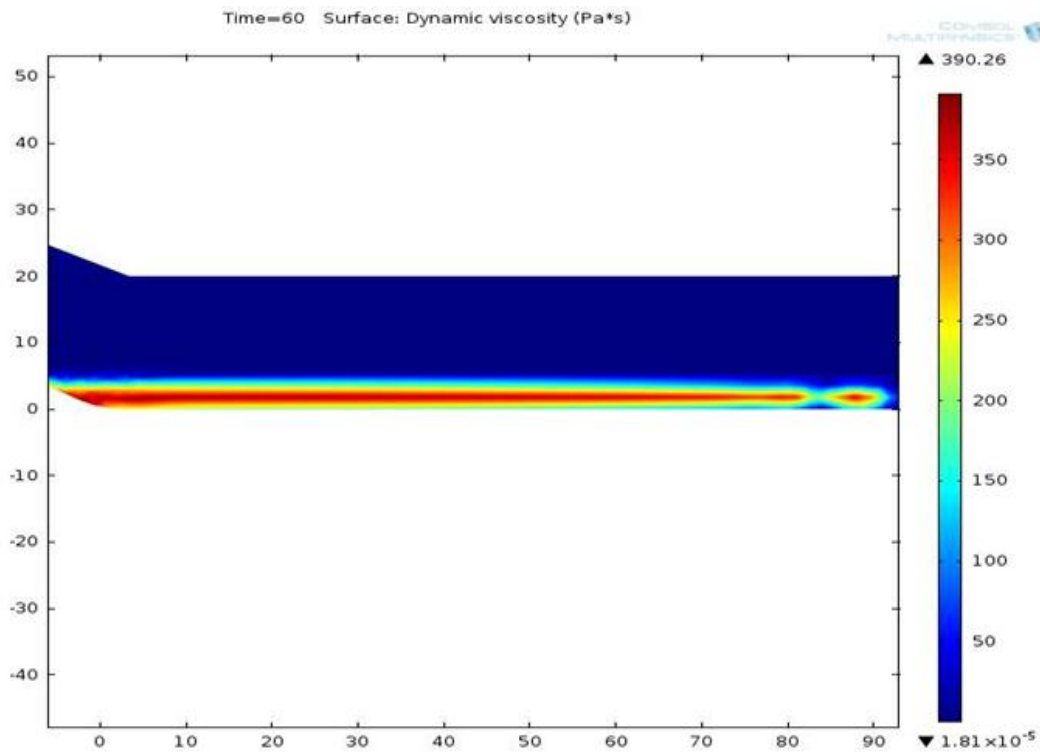


圖 4-16 黏滯係數為 $400\text{Pa}\cdot\text{s}$ 在 $t=60(\text{s})$ 的流體流況圖

在圖 4-15 和圖 4-16 表示牛頓流體流到平面後，在同樣的時間，流體的流動距離會因黏滯係數變大而流動距離也就越小。這皆可證明黏滯係數所產生的黏滯力阻抗可以降低流體流動的流速和距離。

4.3.2. 賓漢雙黏度流變之條件

若假設土石流體符合賓漢流，為簡化模型，可將賓漢流視為為雙黏度流變。主宰泥流型土石流的流動行為除了黏滯係數外還包含降伏應力，降伏應力可以用較小的剪應變率($\dot{\gamma}_{lsr}$ ，假設為 10^{-1})搭配上很大的黏滯係數(μ_{lsr} ，假設為 $\tau_B/\dot{\gamma}_{lsr}$)。

假設降伏應力 τ_B 為 5000Pa (Johnson(1970)所估算出的最大降伏應力)，黏滯係數 μ_B 為 $50\text{Pa}\cdot\text{s}$ (在 Phillips et al.(1991)和 Remaitra et al.(2011)的實驗值範圍內)，用黏滯係數大小的分布來表示在開始流動

前，土石流內的黏滯係數削減的情形。坡度為 30 度、土石流的初始形狀為半圓形。

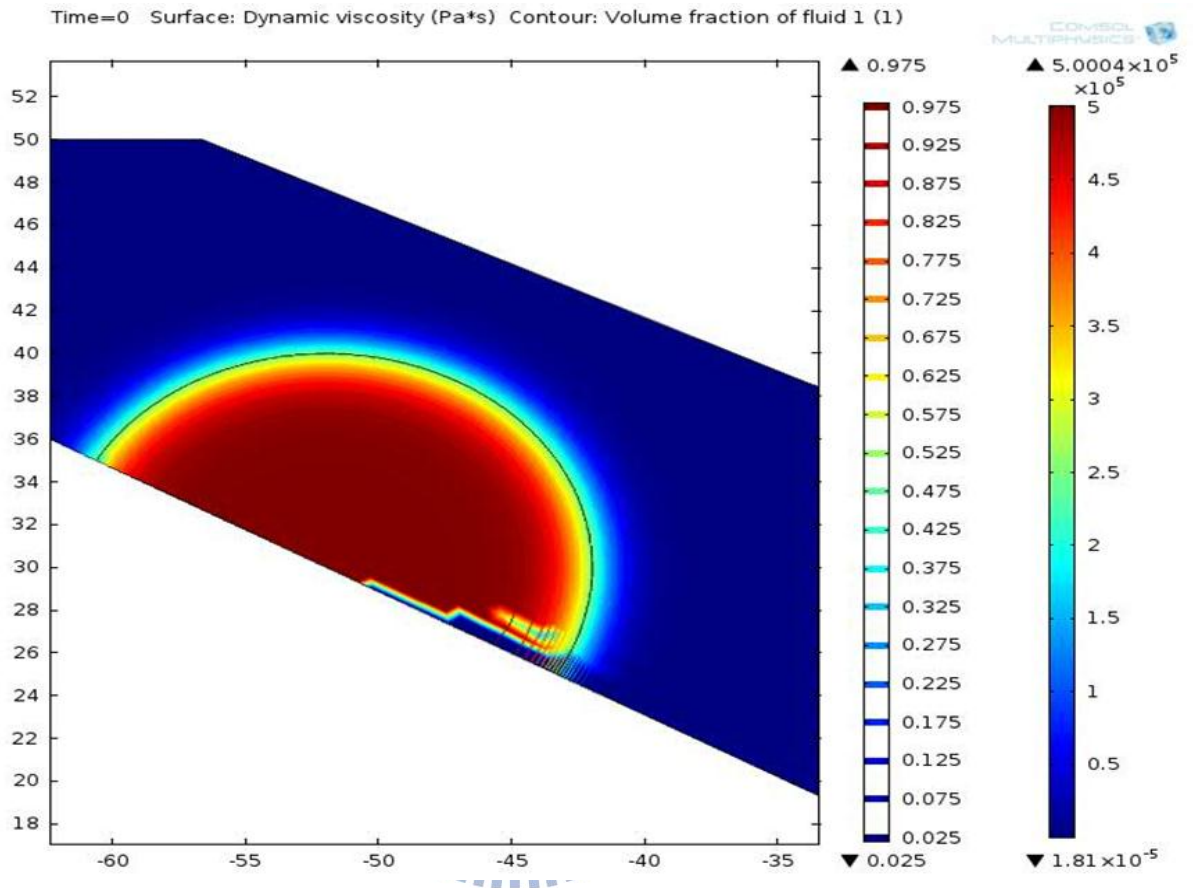


圖 4-17 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=0(s)的黏滯係數大小分布

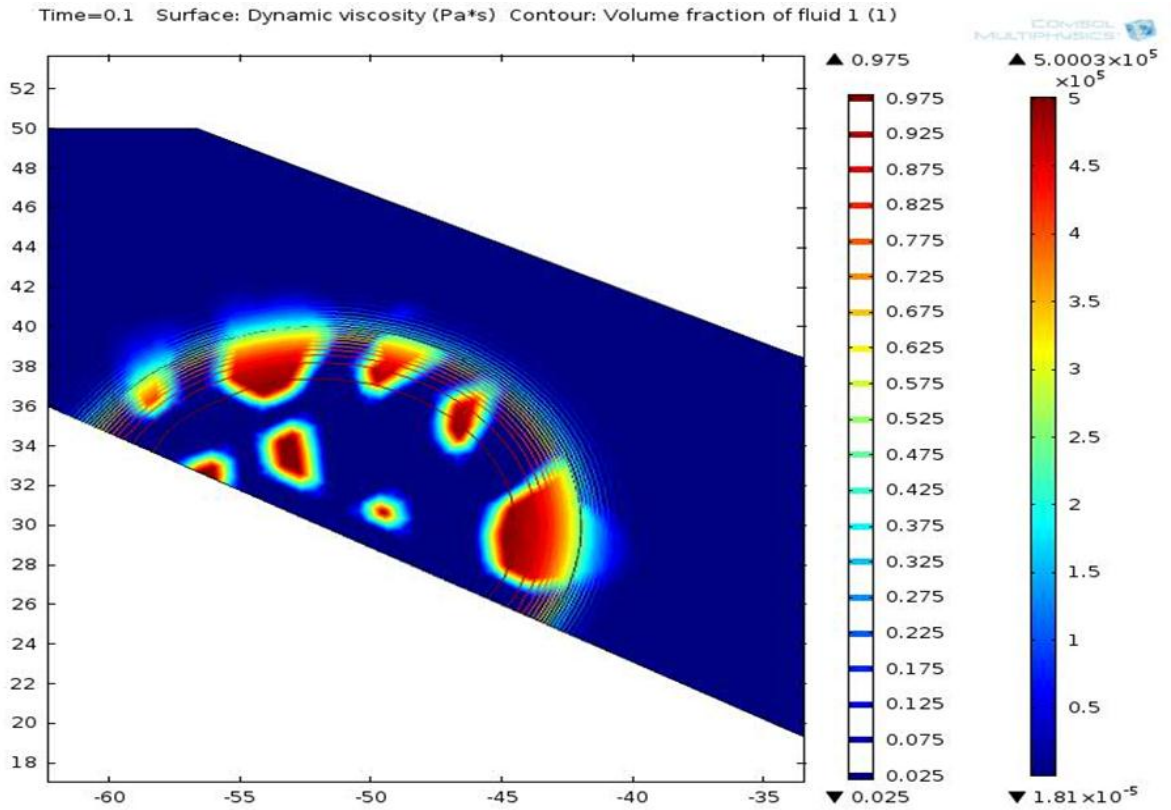


圖 4-18 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=0.1(s)的黏滯係數大小分布

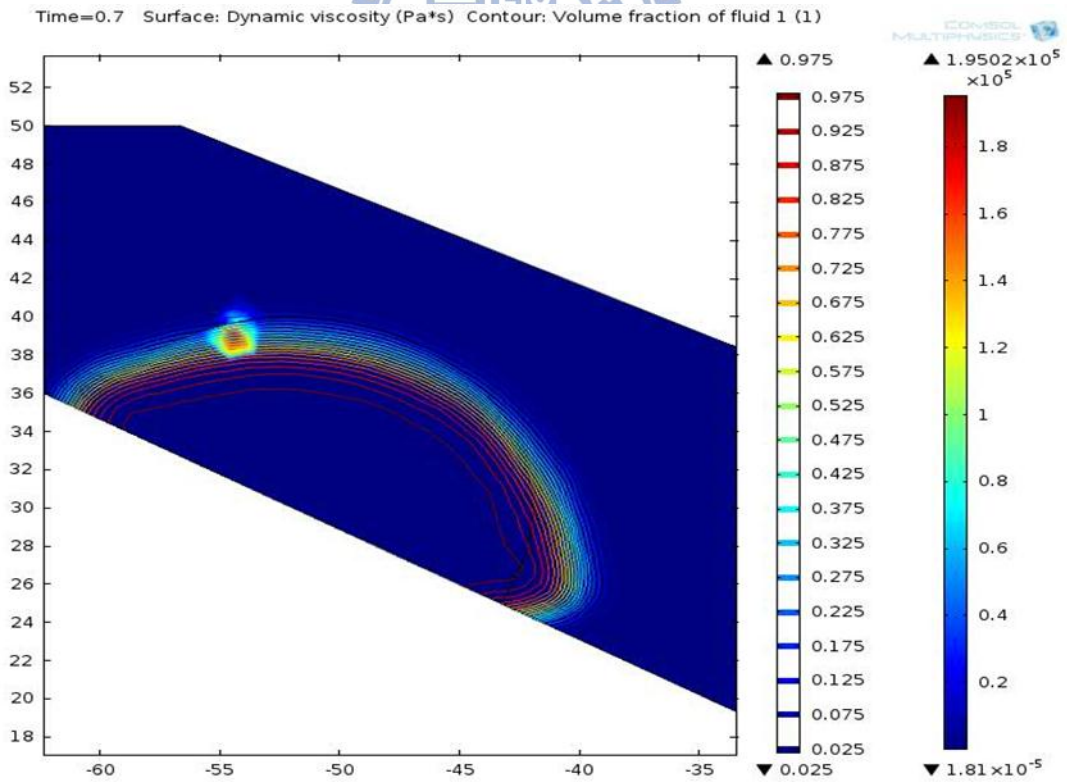


圖 4-19 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=0.7(s)的黏滯係數大小分布

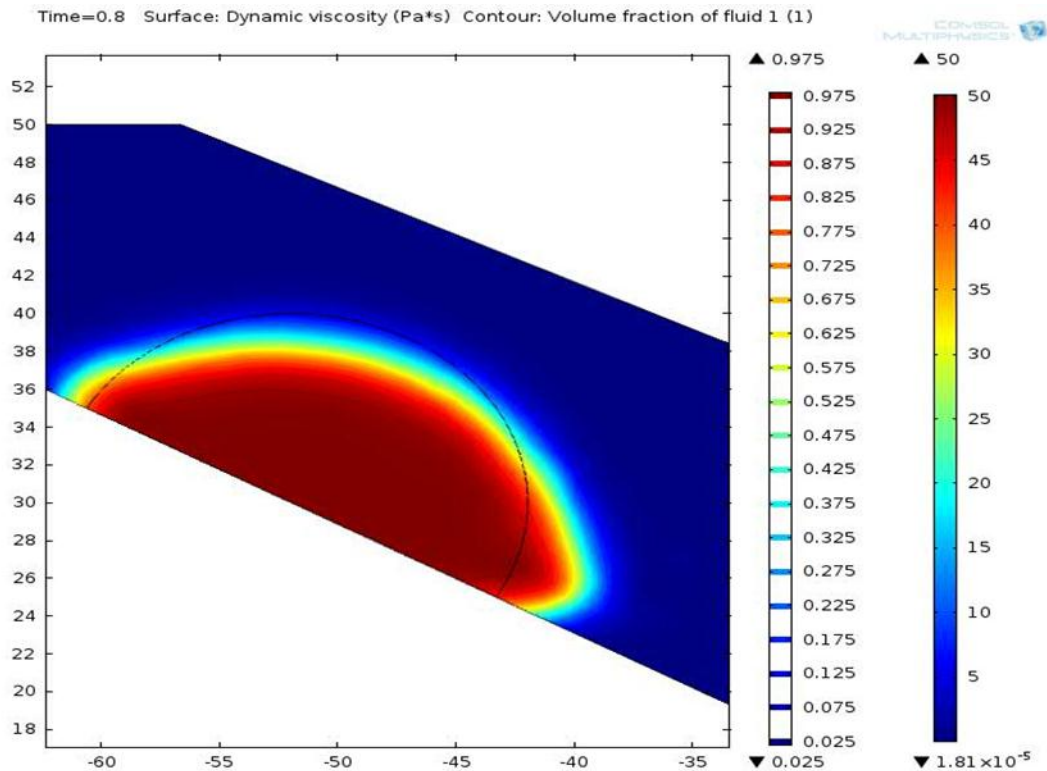


圖 4-20 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=0.8(s)的黏滯係數大小分布

由圖 4-17 到圖 4-20，可以看到黏滯係數會因剪應變率提高，而慢慢削減。圖 4-18 和圖 4-19 看似彩虹密集的現為土石流的體積分率的等位線，可觀察土石流和空氣的介面何時會動，以確定土石流所受剪力超過降伏應力。圖 4-20 整個土石流區塊所有的剪應變率會超過 0.1(1/s)，整個土石流的黏滯係數皆為黏滯係數 50Pa*s。

4.3.3. Cross 等效賓漢流之條件

賓漢流模型之不連續性不利於二相流分析之收斂性。為改善賓漢流之不連續性，亦可將賓漢流模型近似為 Cross 等效賓漢流模型。此流變模型以牛頓流的黏滯係數即包含賓漢流的成分-降伏應力 τ_B 和黏

滯係數 μ_B 。其測試的假設流變參數設定如同 4.3.2 節賓漢雙黏度流變所使用的參數設定。

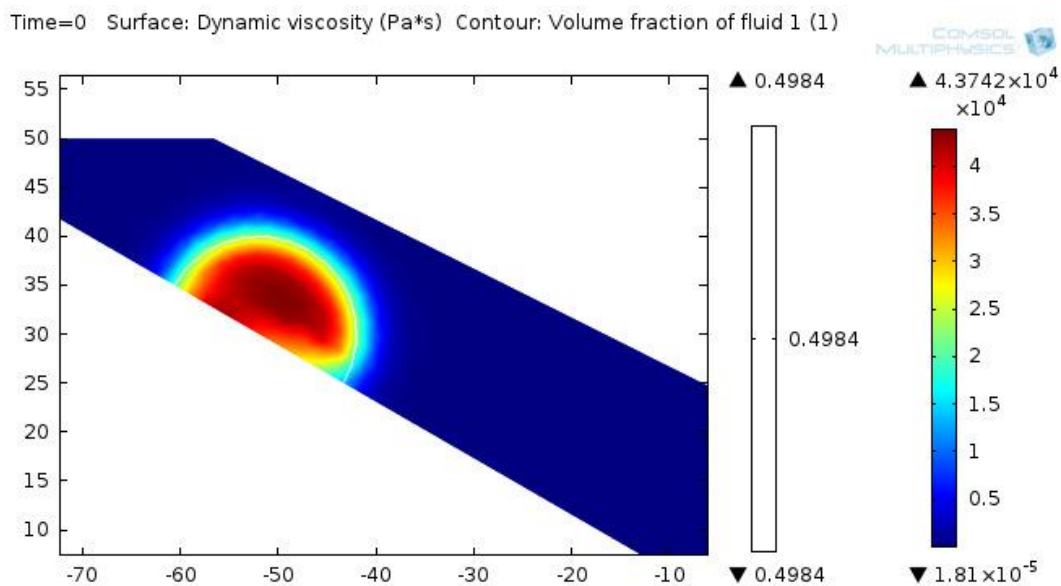


圖 4-21 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=0(s)的等效黏滯係數大小分布 (白線為土石流和空氣的介面形狀)

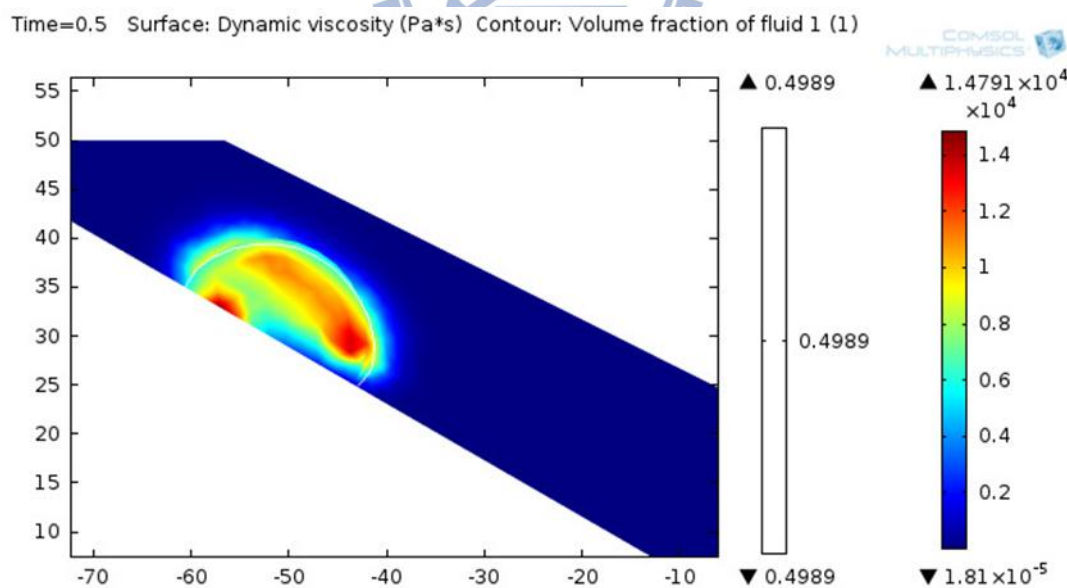


圖 4-22 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=0.5(s)的等效黏滯係數大小分布 (白線為土石流和空氣的介面形狀)

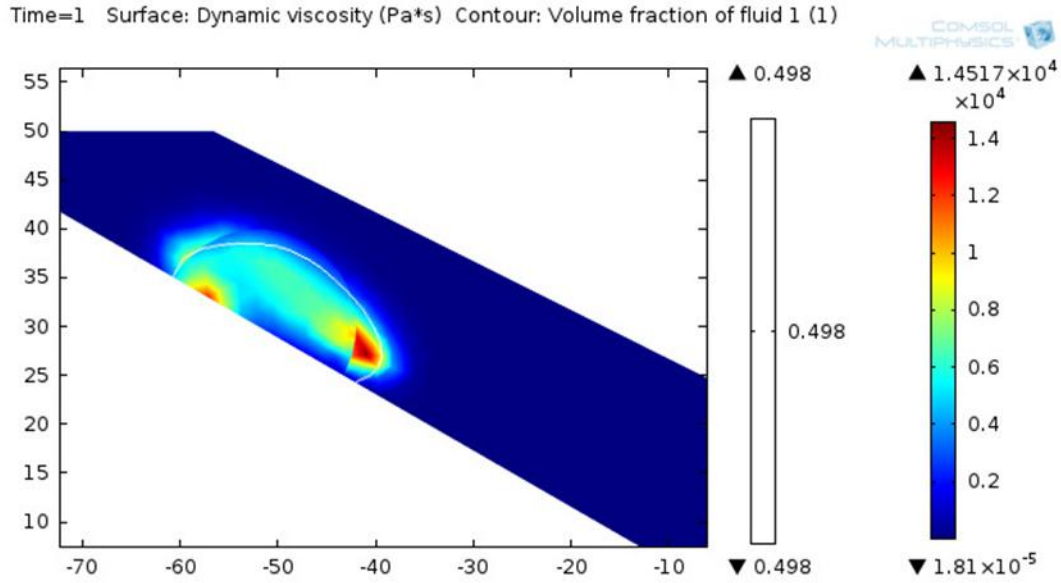


圖 4-23 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=1(s)的等效黏滯係數大小分布
(白線為土石流和空氣的介面形狀)

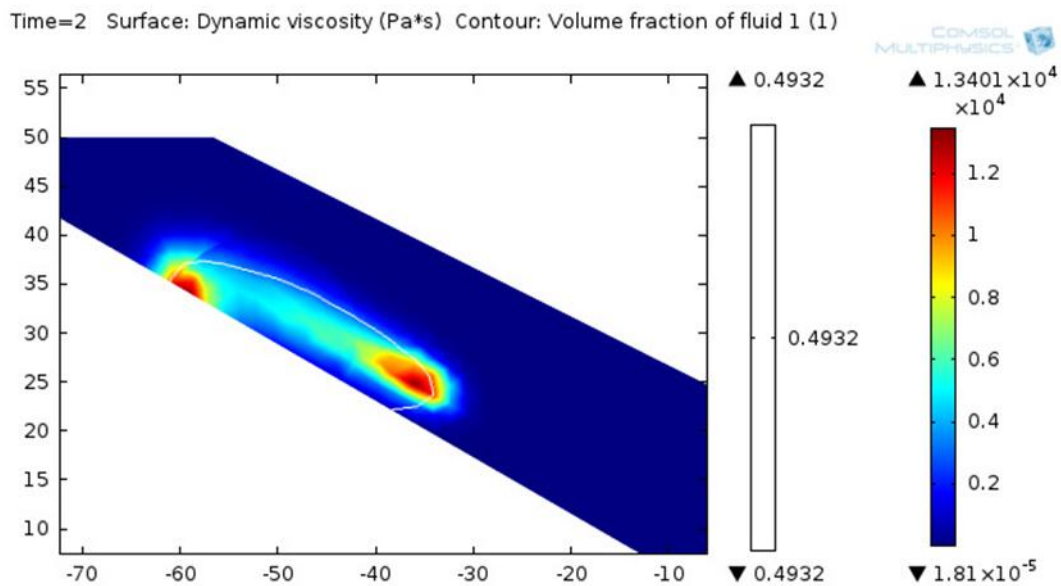


圖 4-24 降伏應力 5000Pa、黏滯係數為 50Pa*s 在 t=2(s)的等效黏滯係數大小分布
(白線為土石流和空氣的介面形狀)

在圖 4-22，可發現在 0.5 秒時，土石流靠近底部邊界且面相下坡的部分的黏滯係數有減小許多，但離底部邊界較遠與面相上坡的部分，黏滯係數下降幅度較小。又看圖 4-23 和圖 4-24，表示受剪力大而使黏滯係數降低而流動的土石流載著受剪力小且黏滯係數大的土石塊。

此現象和非牛頓流的雪崩流動行為和 Takahashi(2001)所提出的山崩型土石流的流動過程有些相似有些相似。

4.4. 碰撞-紊流係數探討

當土石流粗粒料較多，或體積濃度偏小，往往易導致顆粒流衍生紊流，其剪應變率的指數為 2 不為 1。所以用有限元素法分析時，描述流速場之離散形狀函數之形式宜在 2 階以上。所以欲以 COMSOL 模擬含碰撞和紊流行為的礫石型土石流，宜在離散選項選 P2+P1 或 P3+P2，此部分已在 3.2.1 節解釋過。

離散選項 P1+P1 雖然精準度不能如 P2+P1 和 P3+P2 來的好，但 P1+P1 之收斂性卻較佳，主要原因是運算所產生的誤差不會因冪次方而使運算產生的誤差增大。反而 P2+P1 和 P3+P2 因冪次方超過 1 階，會使運算所產生的誤差放大，使兩相流模擬途中產生高密度微粒，如下圖所示。

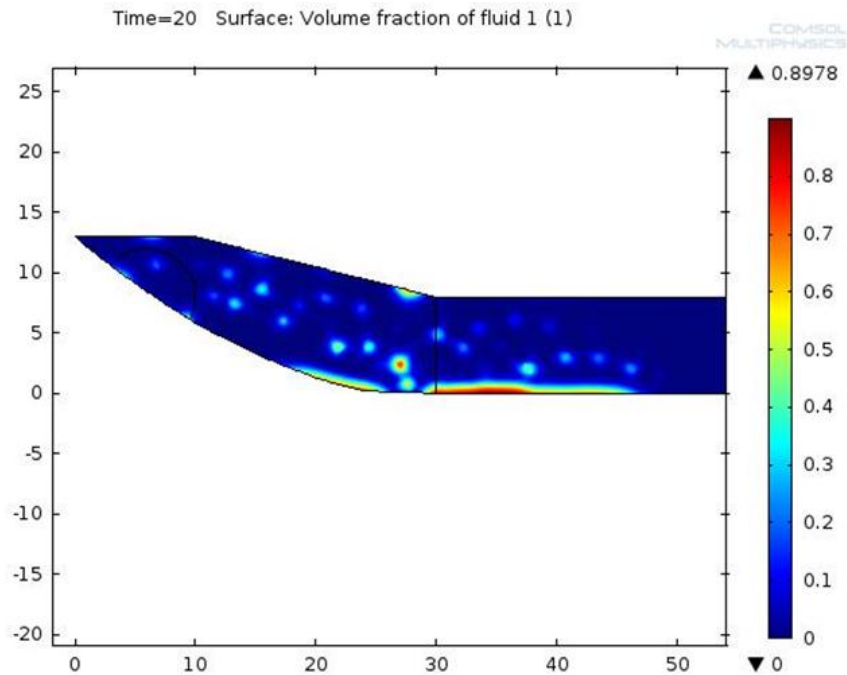


圖 4-25 P2+P1 離散選相因誤差放大而產生的高密度為例

本研究中碰撞力和紊流項目之作用乃是加入在體積力上。假設黏滯係數為 $50\text{Pa}\cdot\text{s}$ (在 Phillips et al.(1991)和 Remaitra.et al. (2011)的實驗值範圍內)、密度為 $1577.5\text{kg}/\text{m}^3$ (體積濃度為 35%、土石比重為 2.65)，碰撞-紊流係數 μ_{ct} 不會太大，因此以 10^{-1} 之冪級 (order) 測試之。以 x 方向的體積力來看碰撞-紊流係數 μ_{ct} 所產生的阻抗分布。

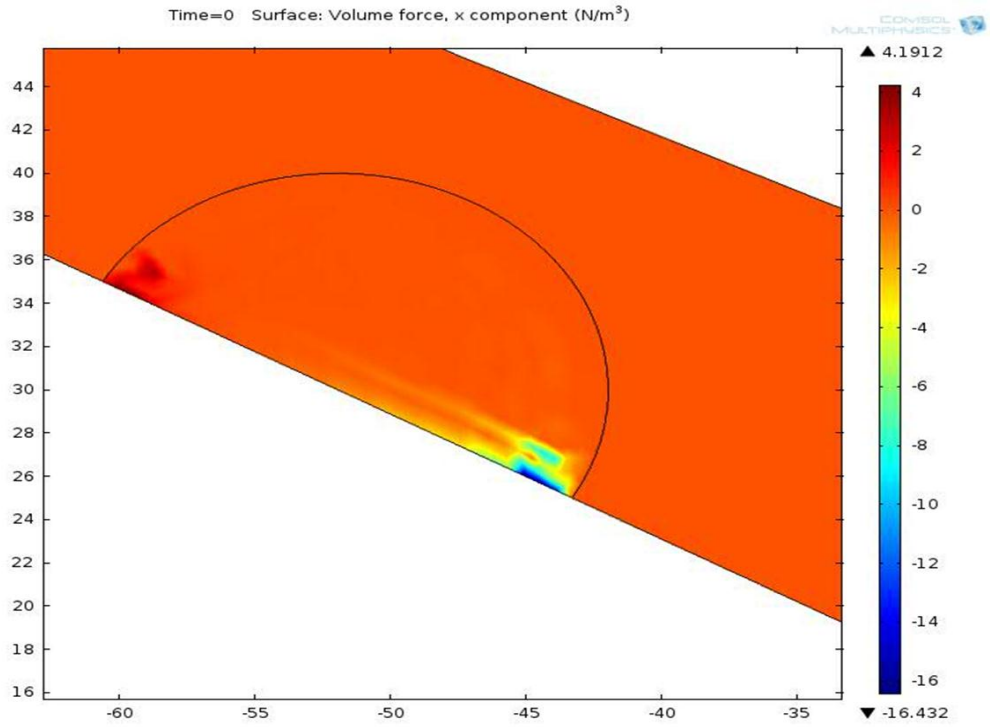


圖 4-26 t=0 秒時碰撞紊流的阻抗分布

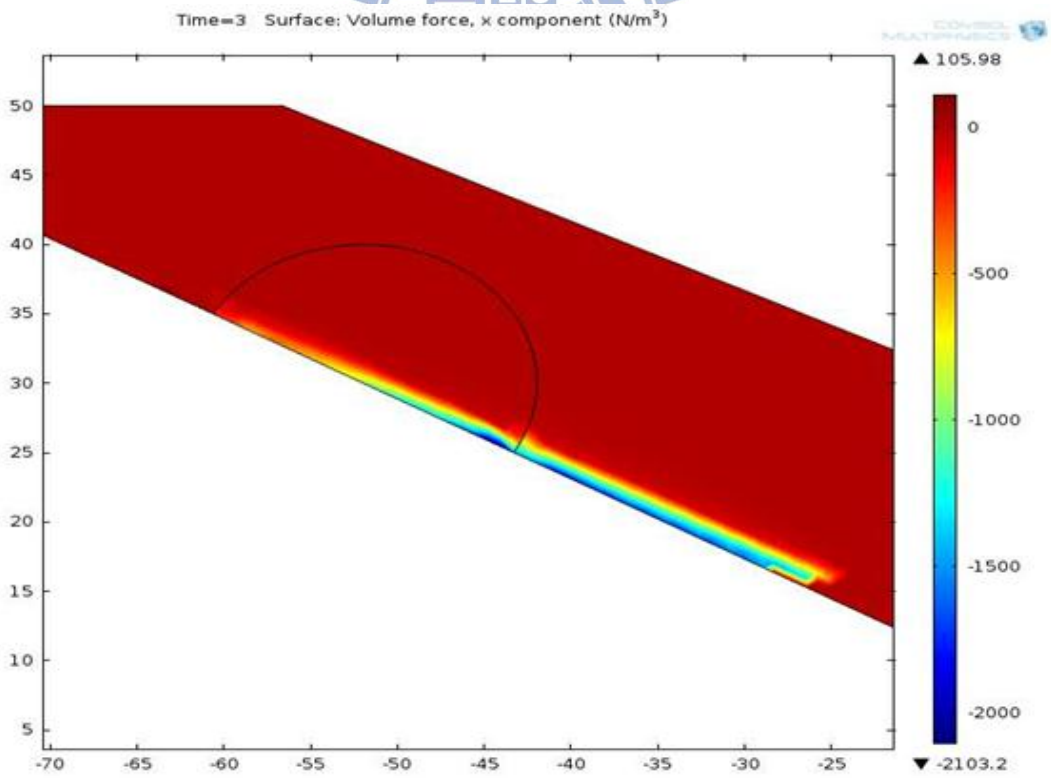


圖 4-27 t=3 秒時碰撞紊流的阻抗分布

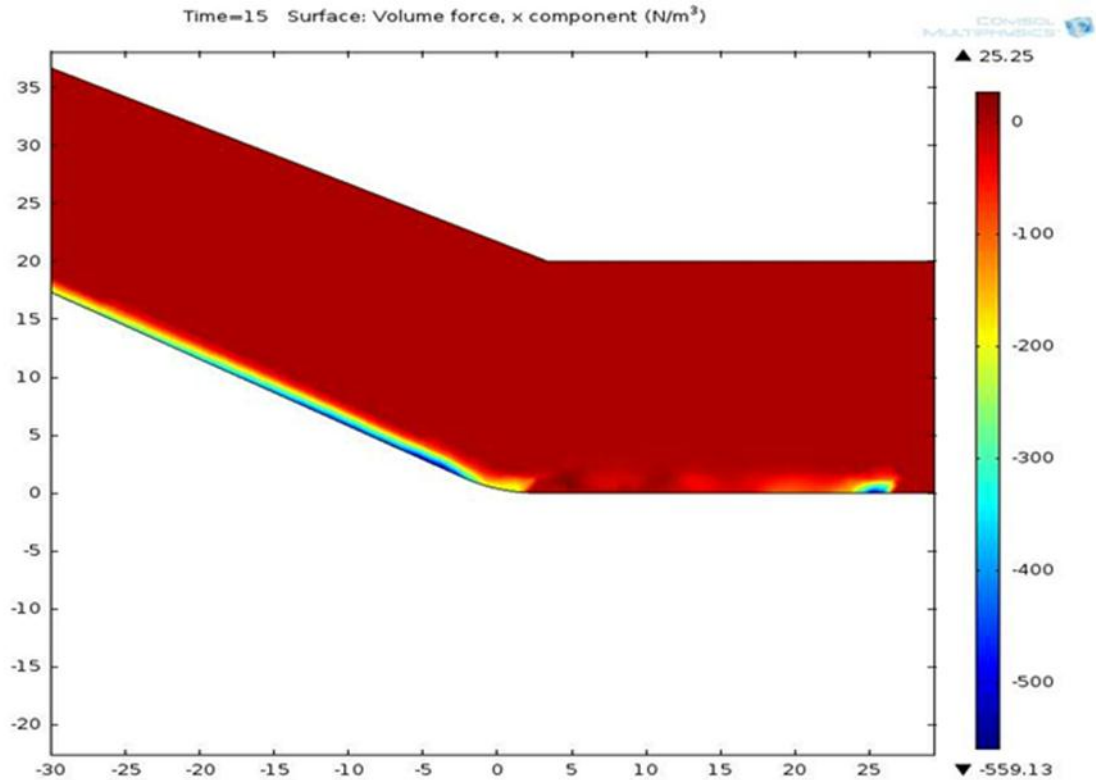


圖 4-28 t=12 秒時碰撞紊流的阻抗分布

由圖 4-26 至圖 4-28 可看出一開始在土石流前緣部分會產生阻抗，而在土石流後尾部分僅有少許的推力。到 3 秒時，土石流前緣流速很快，剪應變率也很大，前緣的阻力變大，後尾部分的推力部分變得較小。15 秒時，土石流流到坡腳，土石流流速方向不一致，使阻抗的方向也變得不一致。

4.5. 等位函數法質量守恆問題探討

使用等位函數法來區分土石流和空氣的介面，容易會因介面的關係而造成土石流體積不守恆，導致做物理量測量時有很大的誤差。這裡以坡度 18 度，使用表 3-3 體積濃度為 45% 的土石流參數值來做測試，其模擬時間一律模擬 60 秒。

4.5.1. 網格測試

這裡以一般正常大小網格為基準，然後就分成粗網格、細網格、底部加密網格和自動適性網格細化來做比較，而兩相流介面厚度則取最大網格大小的一半。

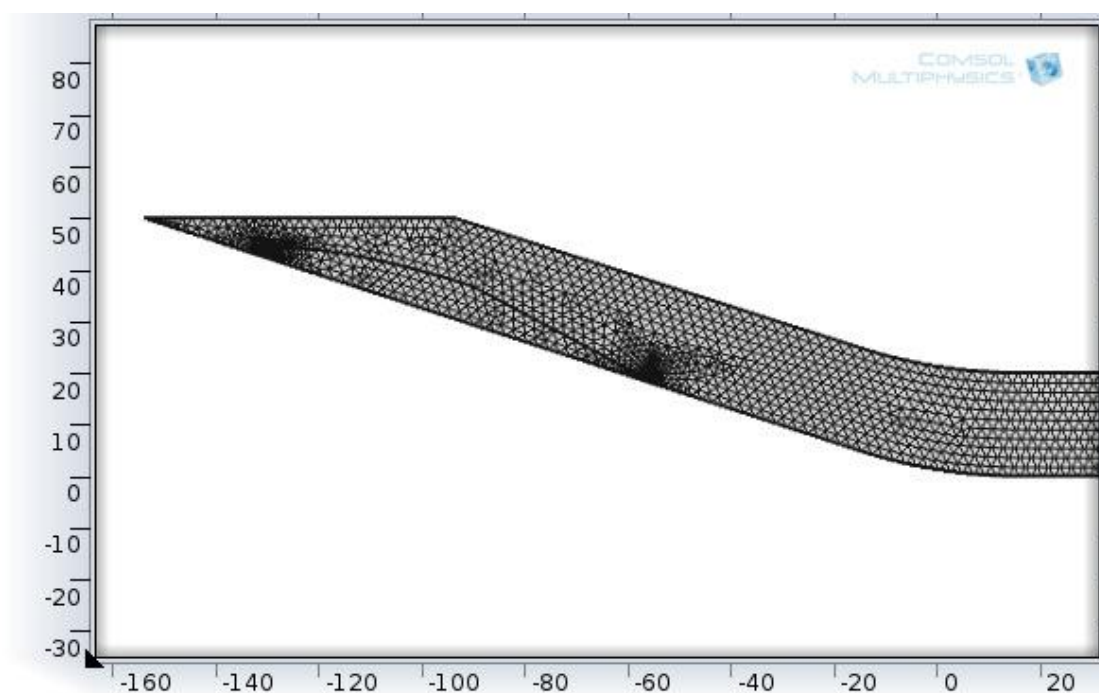


圖 4-29 模擬測試所使用正常大小網格

如圖 4-29，所示以本研究所建模出的坡面傾斜角度為 18 度的 2 維虛構的流槽模組為例，在一般網格大小且沒有邊界網格細化的處理下，網格總數為 5294、邊界網格數(edge elements)為 554、端點網格數(vertex elements)為 13、最大網格尺寸大小為 2.25 公尺、初始穩態自由度為 2900、和時間相依暫態的自由度為 11600。

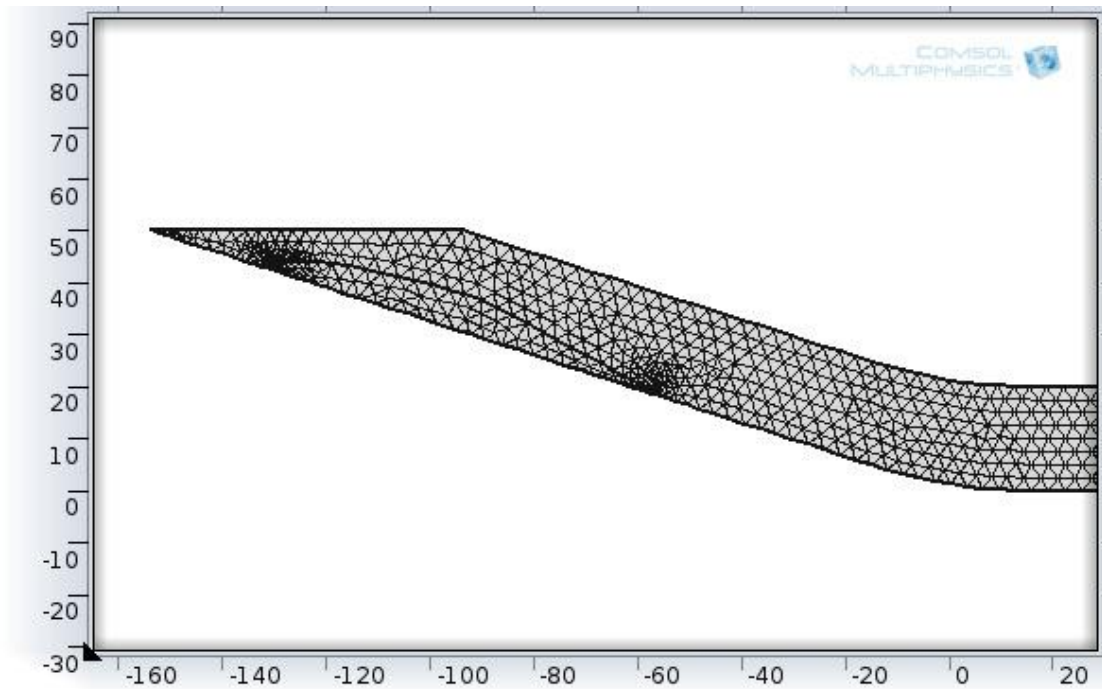


圖 4-30 模擬測試所使用粗化大小網格

如圖 4-30 所示，以相同的模組，在網格大小改成粗化選項且沒有邊界網格細化的處理下，網格總數為 2620、邊界網格數(edge elements)為 380、端點網格數(vertex elements)為 13、最大網格尺寸大小為 3.35 公尺、初始穩態自由度為 1483、和時間相依暫態的自由度為 5932。

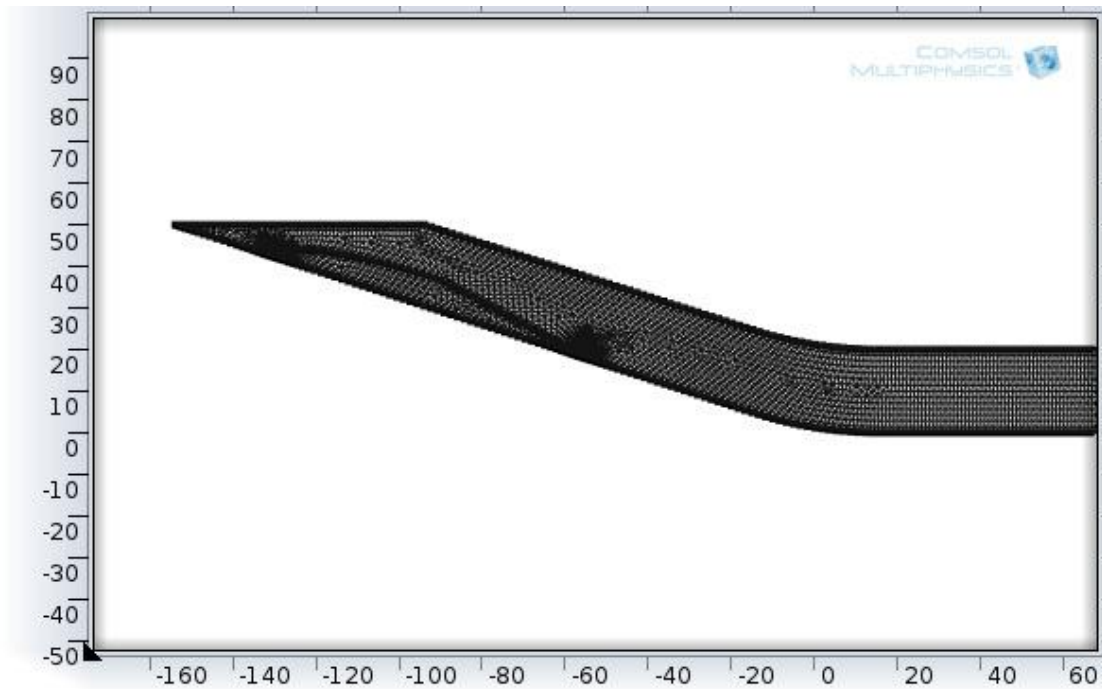


圖 4-31 模擬測試所使用細化大小網格

如圖 4-31 所示，以相同的模組，在網格大小改成細化選項且沒有邊界網格細化的處理下，網格總數為 8424、邊界網格數(edge elements)為 699、端點網格數(vertex elements)為 13、最大網格尺寸大小為 1.75 公尺、初始穩態自由度為 4532、和時間相依暫態的自由度為 18128。

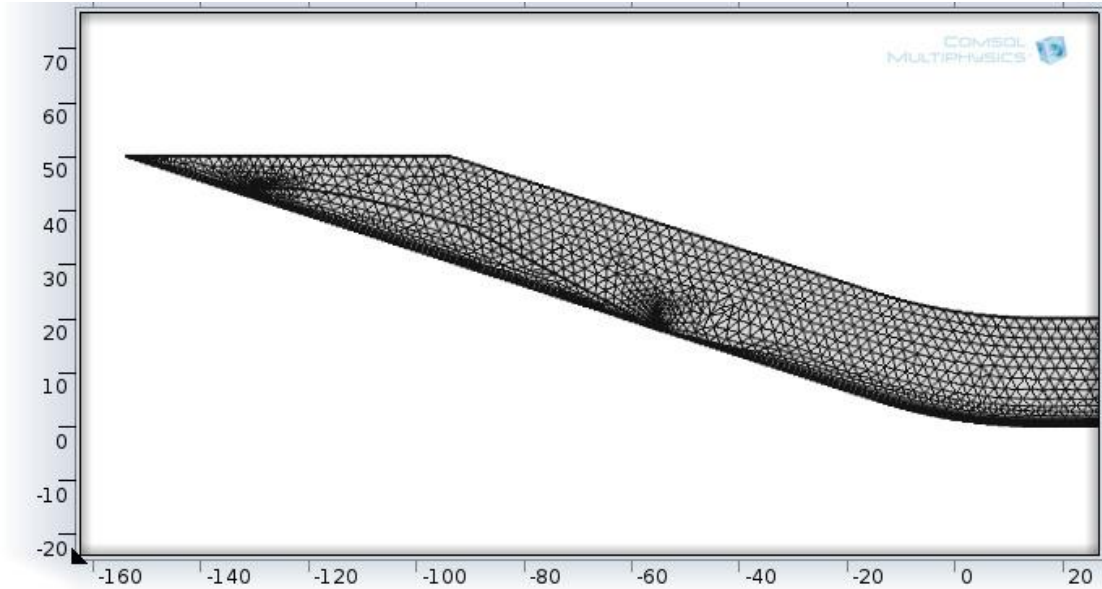


圖 4-32 模擬測試所使用正常大小加上底部邊界加密的網格

如圖 4-32 所示，以相同的模組，在網格大小為正常大小選項且有對底部邊界做矩形網格加密的處理下，三角形網格數目為 5510、矩形網格數目為 2599、邊界網格數(edge elements)為 594、端點網格數(vertex elements)為 13、最大網格尺寸大小為 2.25 公尺、初始穩態自由度為 5510、和時間相依暫態的自由度為 22040。

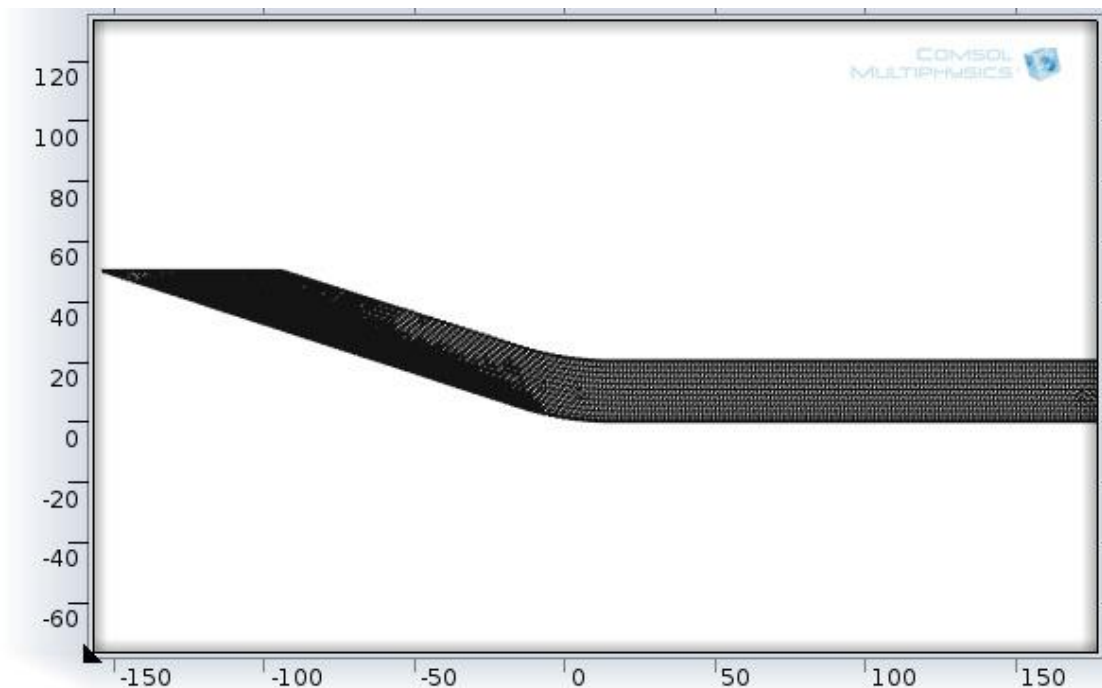


圖 4-33 使用適性網格約 0~6 秒所使用的網格

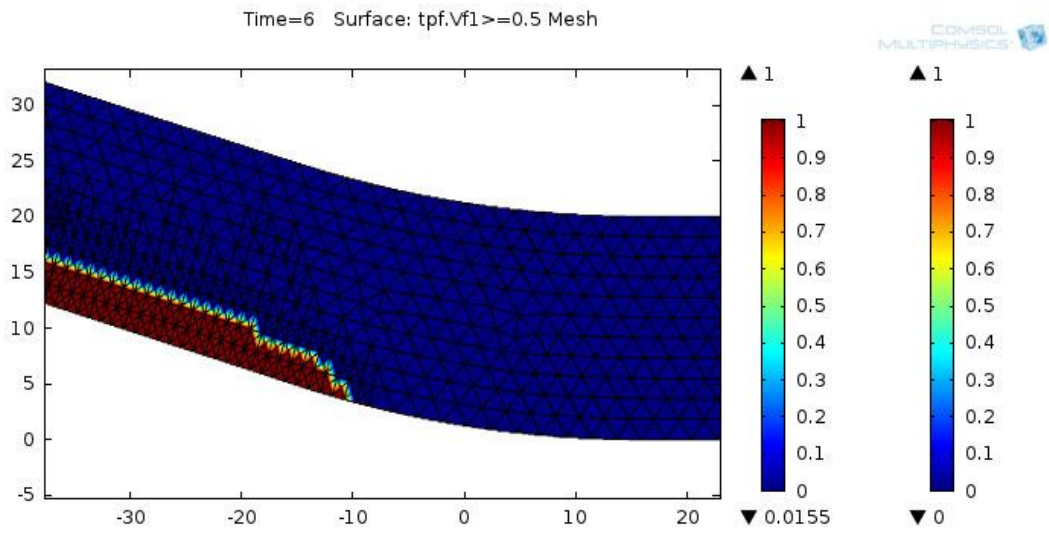


圖 4-34 模擬 t=6(s)時，使用圖 4-33 網格的情形

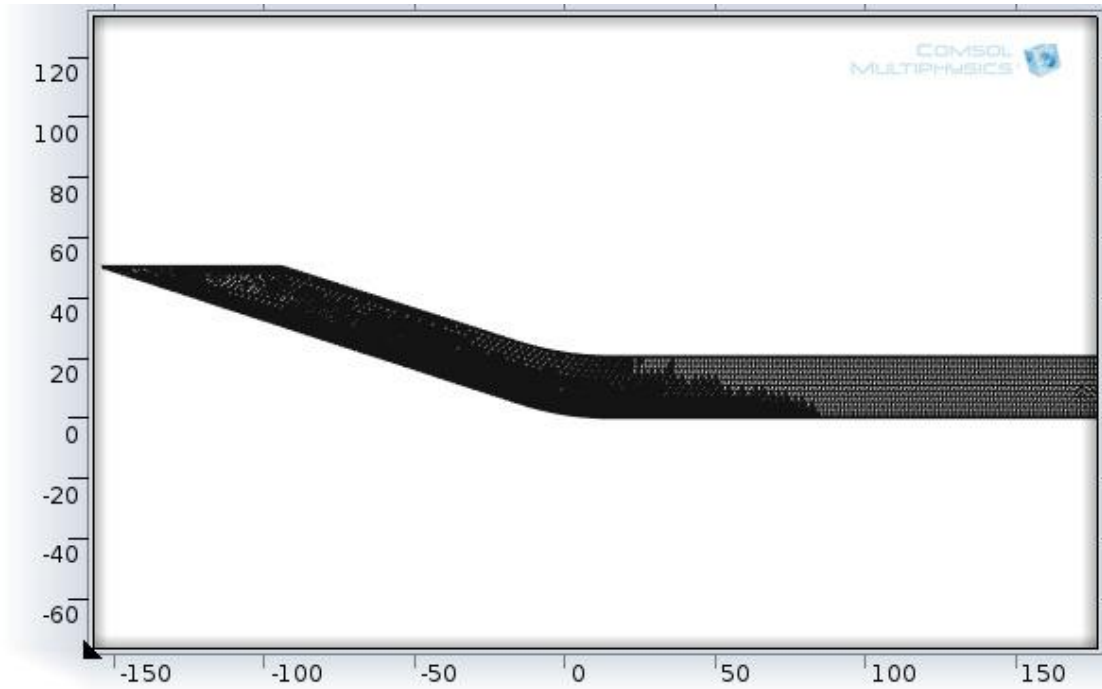


圖 4-35 使用適性網格約 6~12 秒所使用的網格

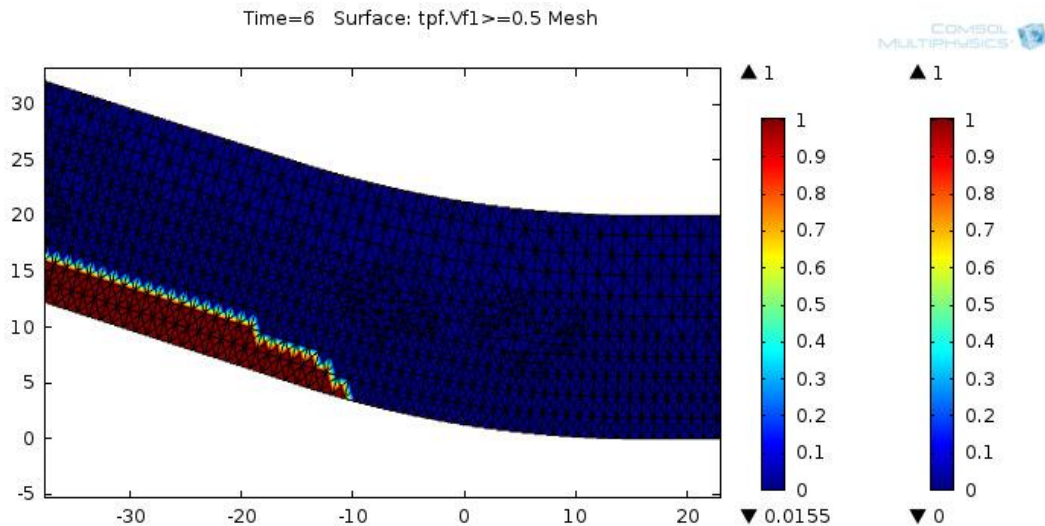


圖 4-36 模擬 $t=6(s)$ 時，改用圖 4-35 網格的情形

最後，以相同的模組，在初始網格大小為正常大小選項且用自動適性網格細化選項，讓網格隨模擬時間所模擬的狀況來決定兩相流網格疏密的分布變化。依此網格選項，COMSOL 會自動將土石流流動區域、土石流和空氣的介面以較細的網格來分析。並且會依土石流流動區域來調整網格疏密分布來做運算。在圖 4-34 和圖 4-36 都為 $t=6$ 秒的模擬，只不過圖 4-34 因 $t=6$ 秒後之後土石流運移區域不在網格較細的部分，而 $t=6$ 秒之後分析網格改為圖 4-36 來分析。表 4-1 列出模擬所使用的網格資料。

表 4-1 質量守恆性模擬測試所使用的網格的資料

網格大小	正常大小	粗化	細化	正常大小加底部細化	正常大小加適性網格細化
網格總數	5294	2620	8424	5510	5294~10549
邊界網格數	554	380	699	594	554~793
端點網格數	13	13	13	13	13
最大網格尺寸大小 (m)	2.25	3.3	1.75	2.25	2.25
初始穩態自由度	2900	1483	4532	5510	2900
時間相依暫態的自由度	11600	5932	18128	22040	11600~22452
網格平均品質(%)	98.17	96.85	98.84	64.61	79.33~98.17
備註	無	無	無	三角形網格數目為 5510、矩形網格數目為 2599	在模擬時間 6 秒、12 秒、18 秒、24 秒、30 秒、36 秒、42 秒、48 秒和 54 秒換網格

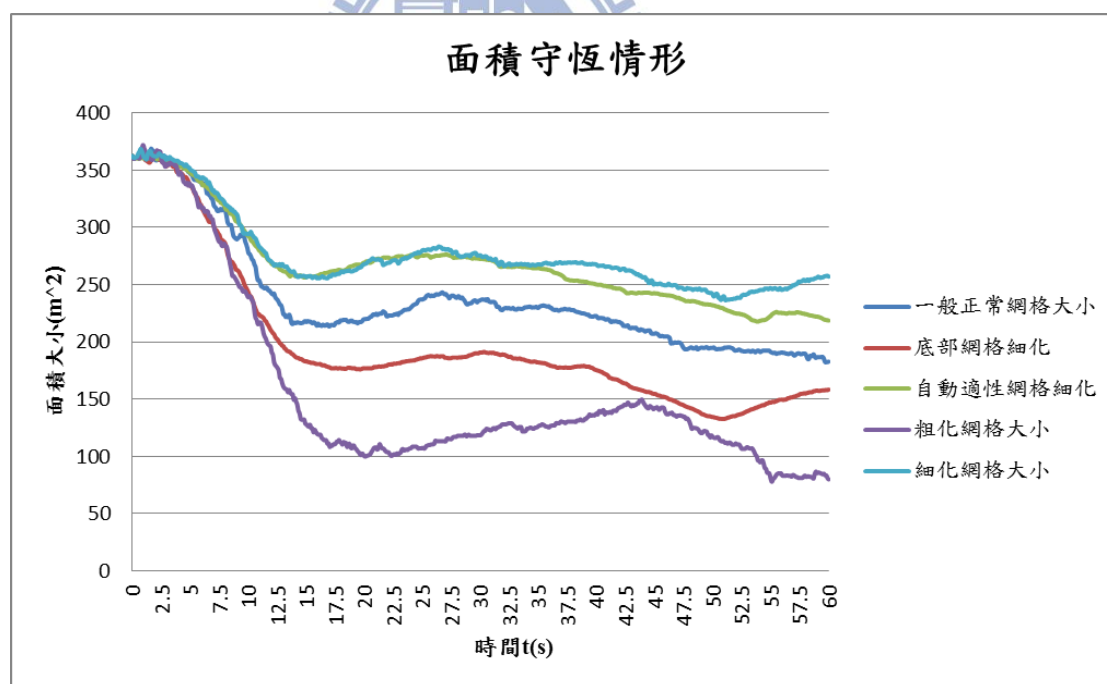


圖 4-37 依網格大小所造成的面積流失測試

在這組測試案例中，土石流模擬在初始時間所占流槽的面積為 $359.9m^2$ 。由圖 4-37 測量，越細的網格，面積損失率會越低，土石

流質量越能守恆。然而，本研究在底部網格細化部分，底部網格加密相當密集，也因此網格尺寸分布不均，網格品質不盡理想，使面積守恆情況較差。所以，網格尺寸大小和品質會影響兩項流模擬的質量的守恆性。網格細化其實最主要是因兩相流介面厚度會因網格大小而變，兩相流介面厚度越小，面積比較能守恆，但運算時間和記憶體用量也會很大。

因上方結果含有介面厚度的因子，因此本研究固定兩相流介面厚度為 2.25m 的一半(一般正常網格大小的最大尺寸的一半)，為 1.125m，分別在粗化、正常和細化網格大小做測試。圖 4-38 證實影響面積守恆的並不只有介面厚度，網格大小也會影響面積守恆情況。

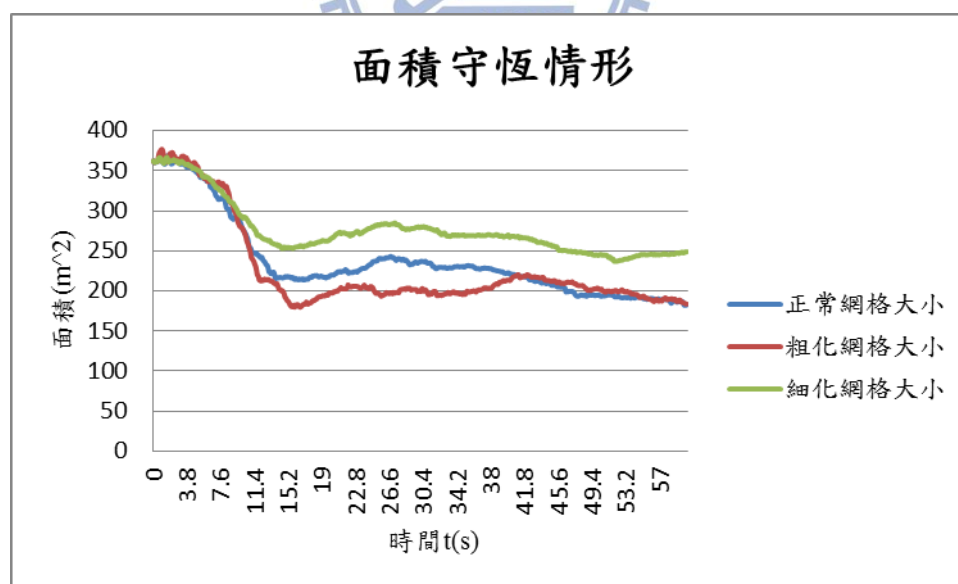


圖 4-38 固定介面厚度，網格對面積損失的影響

4.5.2. 介面厚度大小測試

這測試則是固定使用正常大小的網格，如圖 4-39 所示。針對兩相流介面厚度分別設成最大網格大小的 1/2、1/4、1/6 和 1/8。

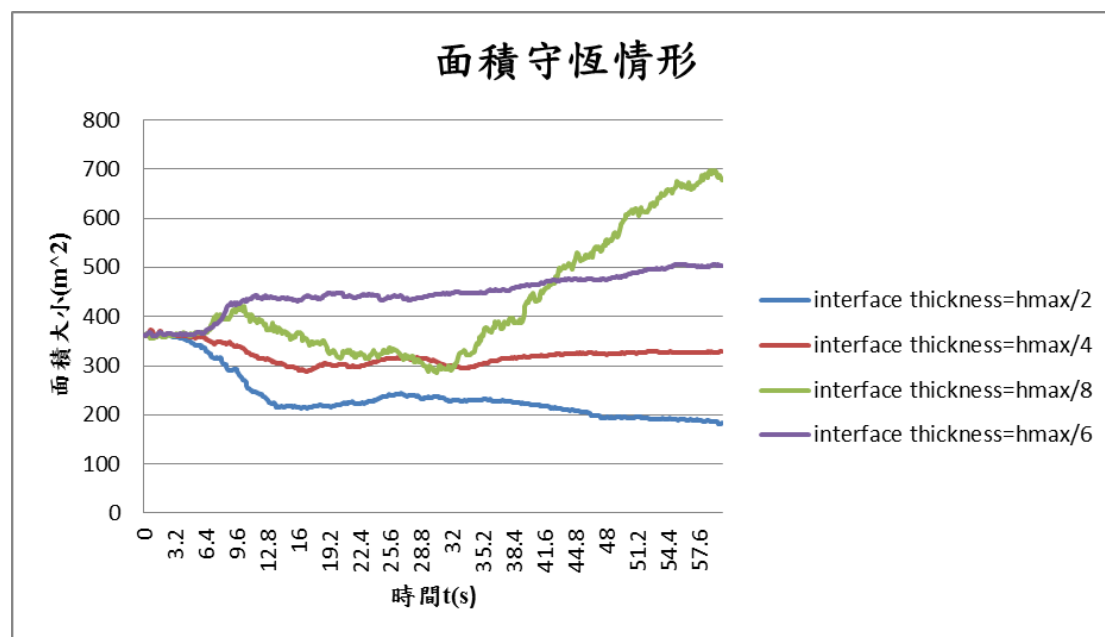


圖 4-39 介面厚度大小設定對體積變化率的影響
(hmax 為網格最大尺寸)

在圖 4-39，得知兩相介面在最大網格尺寸的 1/4 時，土石流在流槽分佈的總面積的變化率較小，面積也比較容易守恆。上面結果也同時表示介面越細，流體體積會增加，所以反而不守恆。綜合以上測試，可以得知如果兩相流模擬的網格越細越好，但兩相介面厚度設定要依兩相流的物理參數大小來取適當的大小，才可以提高流體質量守恆率，分析誤差才可以降低。

第五章 虛擬流槽土石流之運動模擬

本章藉由虛擬流槽內土石流運動問題之數值模擬，探討不同條件下土石流體之運動行為。所採用之參數如 3.8 節所規劃之虛擬流槽模擬項目內的參數 (表 3-2 到表 3-4)。此系列之模擬運算中，連續擷取計算過程之土石流體面積 (二維問題下代表體積) 以檢核體積守恆與否，紀錄土石流流速變化以追蹤土石流之運移過程，並分析土石流最後趨於穩定後之位置與形狀以探討其堆積特性。

在所有模擬過程中皆納入坡降阻抗(式(3-16))，流動深度 h 取 1 為特徵值。然而若不加入額外限制條件，當土石流末期驅動力已式微，坡降阻抗一旦超過土石流流動的作用力，可使土石流流至堆積區後，又反向往斜坡面流回造成來回震盪的不合理結果。鑒於這點，本研究對坡降阻抗(式(3-16))做了修改。首先，將斜坡面上流動深度 h 改以 0.5 公尺作為特徵值。且在底面上阻抗加入和流速相關的關係式，目的是令土石流減速時，阻抗也隨之遞減，以防土石流回流的不合理情形發生。土石流的坡降阻抗(原式(3-16))修改如下式：

$$\tau_{sf} = \rho_d g h \cdot \cos\theta \cdot \tan\varphi_c \cdot \left(\frac{u}{\gamma_{rp}}\right)^\omega \quad (5-1)$$

由於 γ_{rp} 為土石流模擬分析結果典型之最大速度指標值，所以該分母可視為是對流速做正規化，經對指數 ω 執行模擬測試，令 ω 為 1 時即可使土石流停在堆積區上也不會發生不合理之回流現象。

以下虛擬流槽內土石流之運動模擬所採用之的黏滯係數指定型態是 Cross 賓漢等效黏滯係數。為減低體積不守恆的缺點，又能兼顧計算效率、記憶體需求、及收斂性，兩相流介面取最大網格大小的 1/4(即為 $h_{max}/4$)。

5.1. 坡度大小探討

此系列模擬目的在探討坡度對土石流流動情況的影響，其模擬使用參數如表 3-2 所示。坡度 18 度的流槽的網格為正常大小網格，無加密和細化處理，如圖 4-29 所示，其資料已在 4.5.1 節說明過。

對於坡度 15 度的流槽網格，在一般網格大小且沒有邊界網格細化的處理下，網格總數為 6402、邊界網格數(edge elements)為 666、端點網格數(vertex elements)為 13、最大網格尺寸大小為 2.25 公尺、初始穩態自由度為 3513、和時間相依暫態的自由度為 14052。

本節兩個例子中，由於坡度不同，使兩模組的虛擬流槽側面總截面積大小稍不同，就算用同一標準來建網格，兩模組的網格數和自由度也不盡相同，但差距仍接近。

(一)、面積守恆部分：

土石流體的初始面積如下：坡度 15 度下為 $324.6m^2$ ，坡度 18 度下為 $359.9m^2$ 。

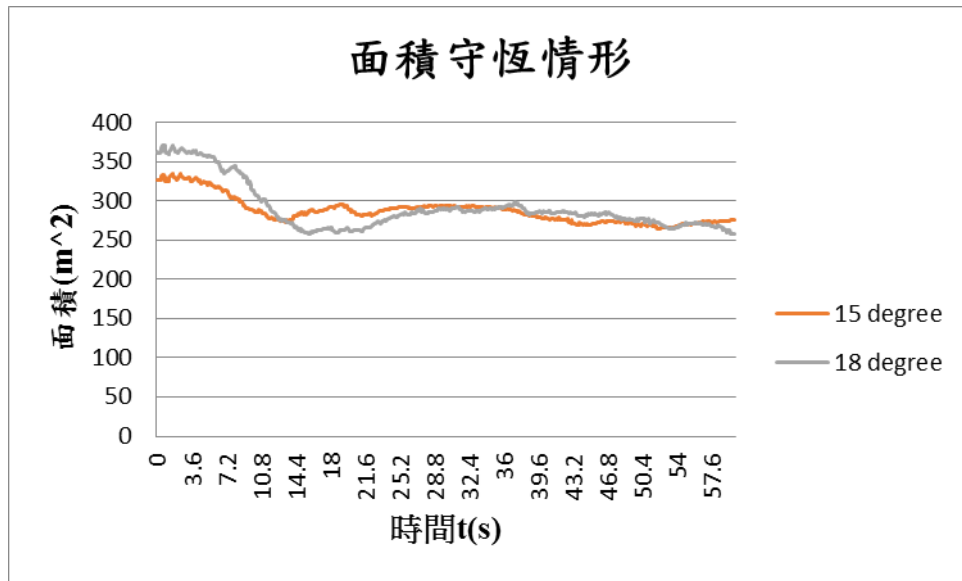


圖 5-1 模擬面積守恆情形

從圖 5-1 來看，雖然坡度改變，但守恆的情形也不會因坡度改變而變動。

(二)、平均流速和最大流速：

此系列模擬中，最大流速之擷取係由土石流體位於網格內節點上流速數值取最大值，而到了堆積區時，最大流速會因網格的設定、底部的坡降阻抗和兩相流介面，導致最大流速不再穩定，如圖 5-2 所示。一般而言，模擬前 20 秒的最大流速資料值較穩定。

從圖 5-2 與圖 5-3 中觀察，以坡度 18 度條件較早出現最大流速，其最大流速的最大值出現在 6.8 秒，為 21.08m/s。

對於平均流速(圖 5-4),坡度 18 度的土石流比 15 度者早流到坡腳,所以坡度為 18 度的土石流比 15 度的平均流速還要早上升和下降。其平均流速的最大值,也是出現在坡度為 18 度的土石流,為 0.5131m/s。

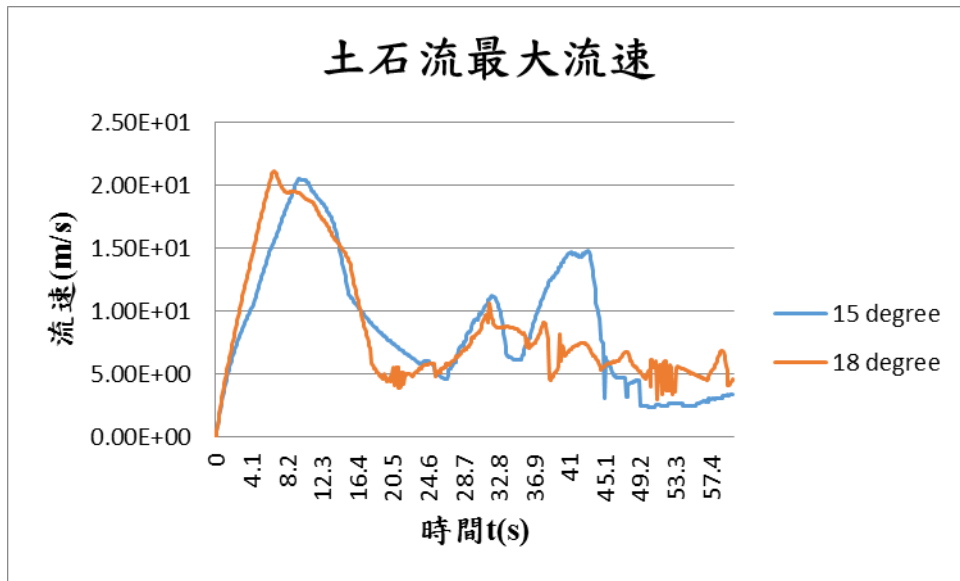


圖 5-2 模擬最大流速測量結果(模擬時間 60 秒)

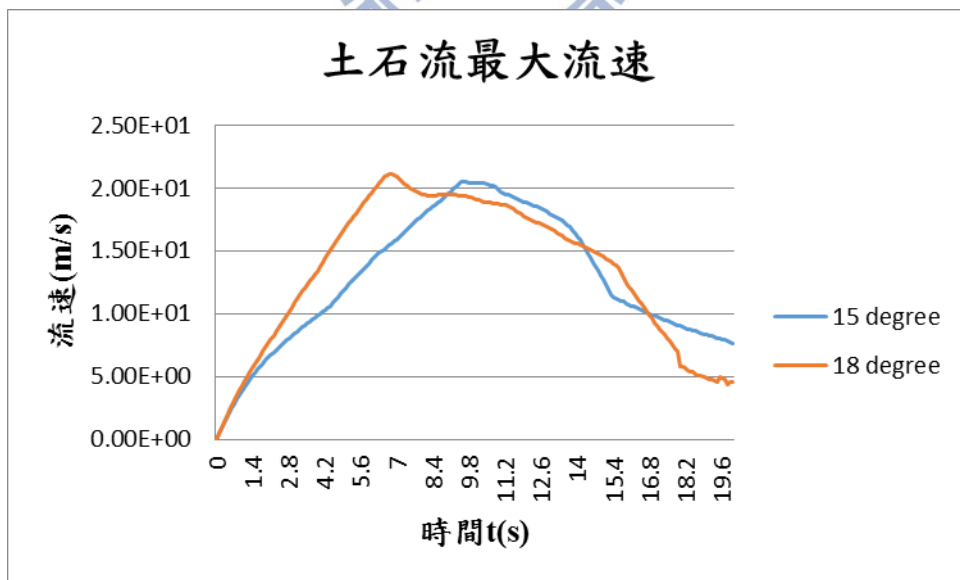


圖 5-3 模擬最大流速結果(取前面 20 秒測量結果)

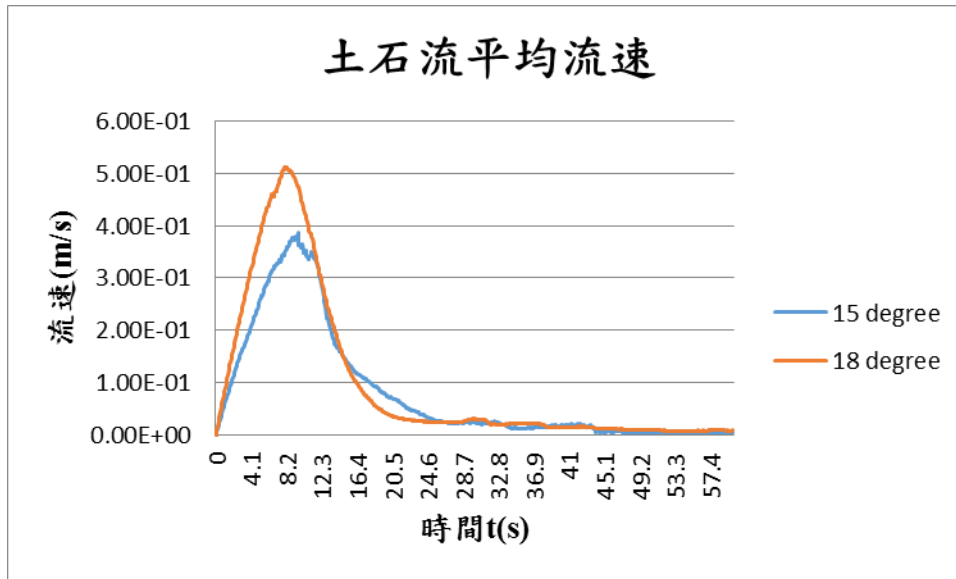


圖 5-4 模擬平均流速測量結果(模擬時間 60 秒)

(三)、堆積區運移長度：

在圖 5-5 所示，坡度 18 度的土石流先運移到堆積區上。然而，坡度 15 度的土石流流到堆積區後，土石流比較快停下堆積並且攤平，其前緣部分移動速度快。然而，模擬到 36.3 秒時，因等位函數法而造成的面積損失，坡度為 15 度的土石流不再攤平且開始縮減。同時，坡度為 18 度的土石流仍堆積攤平中。

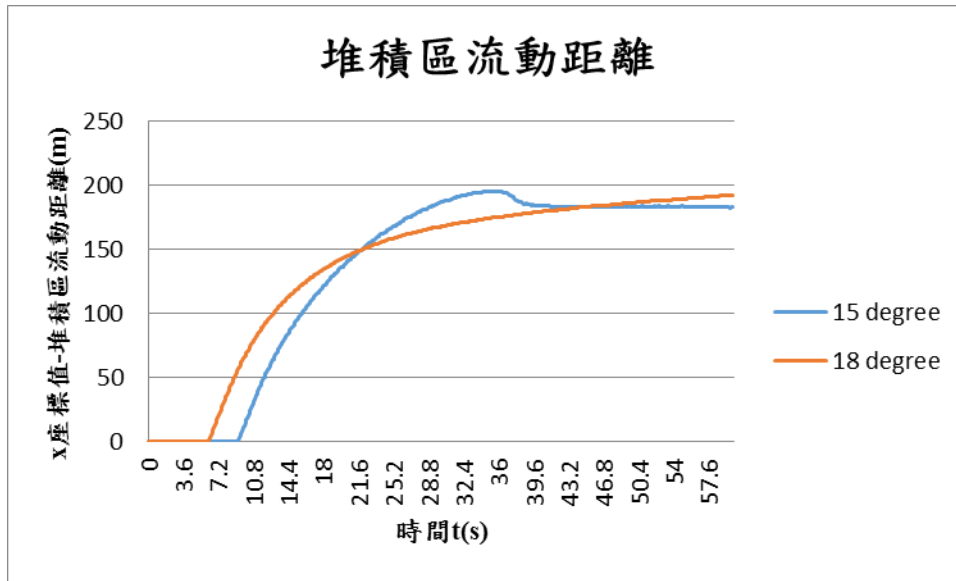


圖 5-5 模擬堆積區流動距離測量結果(模擬時間 60 秒)

(四)、土石流堆積厚度：

由於兩相流模擬會因邊界條件、網格和參數的關係，模擬期間有時會在邊界或角落出現額外流體出現，導致測量土石流的堆積厚度無法使用後處理指令($[(tpf.Vf1 \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值)在每一個時間點正常測量，如圖 5-6 所示。模擬會出現這種情形，主要是因等位函數方法分析兩相流質量(面積)無法完全守恆個關係。

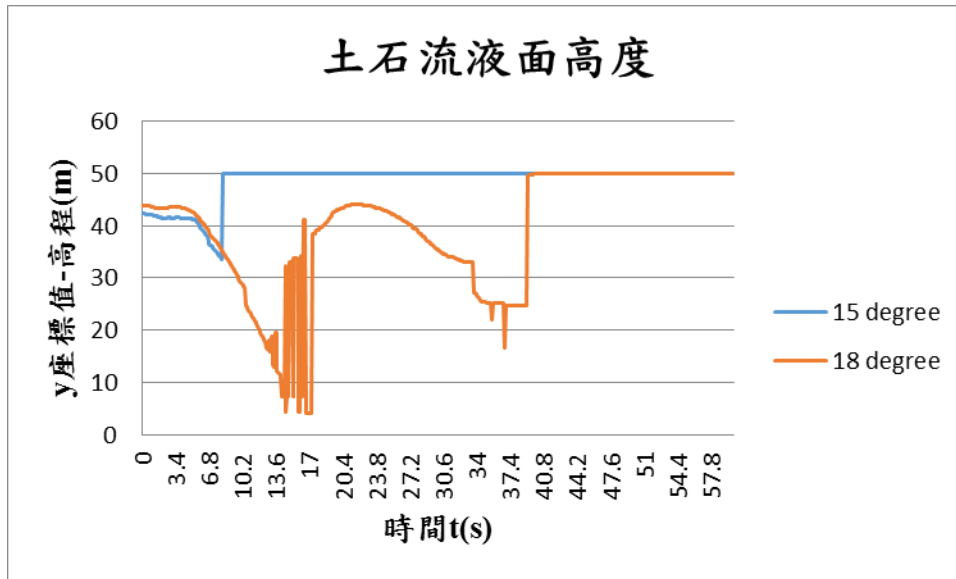


圖 5-6 $[(\text{tpf.Vf1} \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值的測量結果

針對模擬土石流的觀察，通常土石流模擬約在 15~30 秒期間速度減速到很小，有停下堆積等傾向，其後可能因額外流體加入，使空氣和土石流又繼續流動。本研究以土石流停下堆積的行為定義為土石流的質心速度趨近為 0，並以下列步驟來估算堆積厚度：

1. 在 COMSOL 所模擬每一個時間值使用指令 $[(\text{tpf.Vf1} \geq 0.5) * x]$ 和 $[(\text{tpf.Vf1} \geq 0.5) * y]$ 的平均值分別來找出土石流的質心位置 $(x_{c,t}, y_{c,t})$ 。

2. 求得每一個時間間的質心流速：

$$U_{c,t \sim t+1} = \sqrt{\left(\frac{x_{c,t+1} - x_{c,t}}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{y_{c,t+1} - y_{c,t}}{\Delta t}\right)^2} \quad (5-1)$$

這裡 Δt 為 0.1 秒。

3. 在模擬 15~30 秒之間找出質心流速 $U_{c,t \sim t+1}$ 小於 10^{-2} m/s 的時間間隔的模擬結果來測量出堆積厚度(後處理指

令或切入線(cut line)測量皆可)。其找到的時間間隔要同時符合時間點前面和下一、兩個時間間隔的質心速度不要變化太大。例如，找到時間間隔 16.1~16.2 秒和 24.4~24.5 秒的質心速度小於 $10^{-2} m/s$ ，先選時間間隔 16.1~16.2 秒。查到時間間隔 16.1~16.2 秒的流速為 $8 \times 10^{-3} m/s$ ，則下一個時間間隔 16.2~16.3 和 16.3~16.4 秒的時間間隔不可超過 $1 \times 10^{-3} m/s$ ，否則不選 16.1~16.2 秒的資料，改選 24.4~24.5 秒的資料。

對於坡度為 15 度的土石流，取在 24.7~24.8 秒時，此時間間隔的 $U_{c,17.4\sim 17.5}$ 為 $5.86 \times 10^{-3} m/s$ ，取 24.7 秒做測量，其堆積厚度測量方法用土石流和空氣得介面等位線輸出 y 座標所得，厚度約為 2.72989 公尺。如圖 5-7 和圖 5-8 所示。

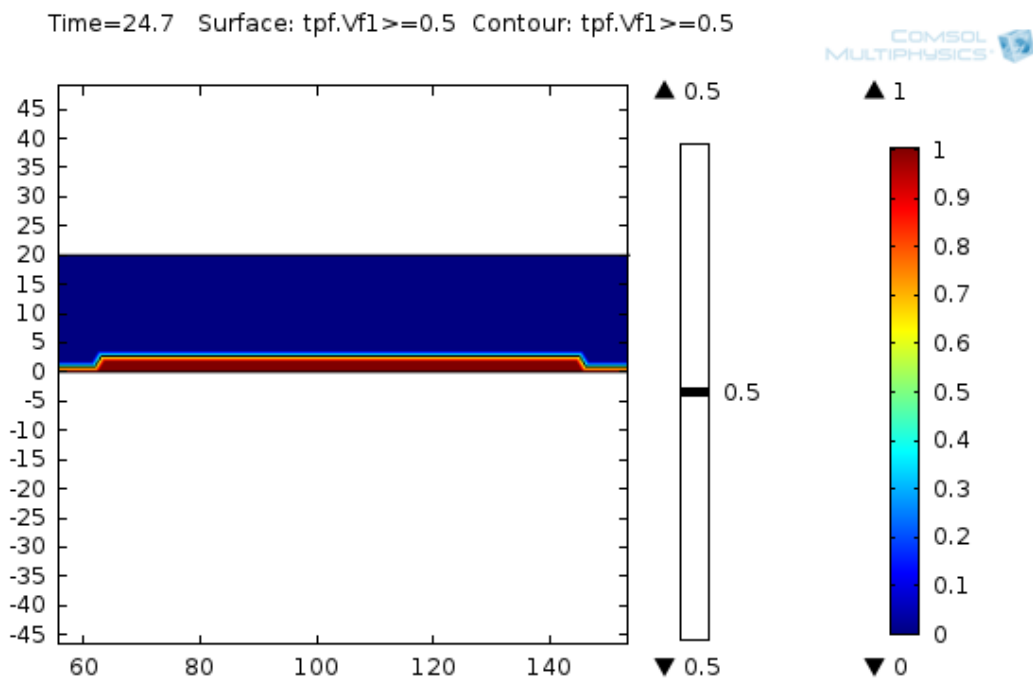


圖 5-7 坡度為 15 度的土石流模擬至 24.7 秒的堆積情形
(黑線為兩相流介面等位線)

81. 06282099464654	2. 729895590983917	0. 5
82. 18563257951092	2. 7298957229233887	0. 5
83. 30844405029609	2. 7298957770668	0. 5
84. 43125551811383	2. 729895826164536	0. 5
85. 55406694418298	2. 7298958453409066	0. 5
86. 67687836899613	2. 72989586284209	0. 5
87. 79968977903818	2. 729895869283611	0. 5
88. 92250118873939	2. 729895875258414	0. 5
90. 04531259341749	2. 7298958773208555	0. 5
91. 16812399803695	2. 7298958792772483	0. 5
92. 29093540101746	2. 7298958799095416	0. 5
93. 41374680399943	2. 729895880525426	0. 5
94. 53655820646784	2. 7298958807118234	0. 5
95. 65936960894304	2. 729895880898752	0. 5
96. 78218101126336	2. 729895880951797	0. 5
97. 90499241358748	2. 729895881006656	0. 5
99. 02780381586652	2. 72989588102128	0. 5
100. 15061521814711	2. 7298958810368927	0. 5
101. 27342662041502	2. 7298958810408105	0. 5
102. 39623817601463	2. 729895746934008	0. 5
103. 51904974016685	2. 729895580928412	0. 5
104. 64186166363089	2. 72989508162105	0. 5

圖 5-8 將圖 5-7 的等位線輸出的座標值
(中間一行為 y 座標)

對於坡度 18 度的土石流，在 21.8~21.9 秒時，此時間間隔的 $U_{c,21.8\sim 21.9}$ 為 $8.062 \times 10^{-3} m/s$ ，取 21.8 秒做測量，其堆積厚度測量方法用土石流和空氣得介面等位線輸出 y 座標所得，厚度約為 2.72329 公尺。如圖 5-9 和圖 5-10 所示。

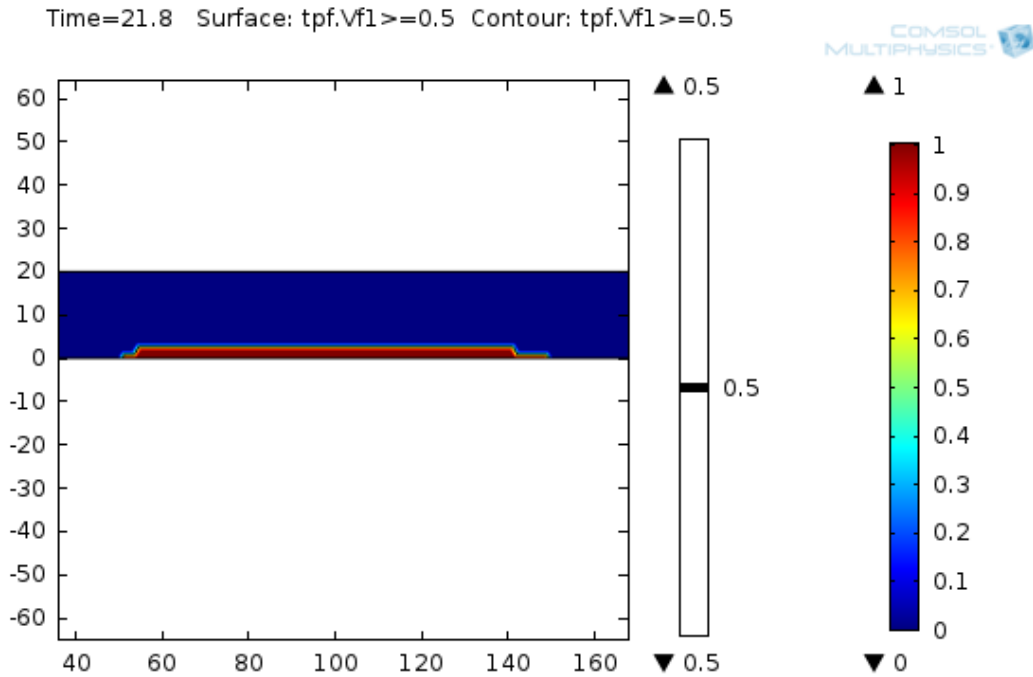


圖 5-9 坡度為 18 度的土石流模擬至 21.8 秒的堆積情形
(黑線為兩相流介面等位線)

68. 0420956516207	2. 7234133622641212	0.5
69. 16372907935225	2. 7233486720396707	0.5
70. 28537987453015	2. 7233393944497313	0.5
71. 40705706061952	2. 72331848627781	0.5
72. 52871568343173	2. 7233154465491554	0.5
73. 65040250984899	2. 723306427091406	0.5
74. 77206321220399	2. 7233059641393766	0.5
75. 89375494155682	2. 7232997483829244	0.5
77. 01541432500073	2. 7232978378868076	0.5
78. 13711329728181	2. 723298934913826	0.5
79. 25877477287075	2. 723298369460095	0.5
80. 38046886370513	2. 723296685808567	0.5
81. 50213042483344	2. 723296972421629	0.5
82. 62382438067894	2. 7232929935399826	0.5
83. 7454840035731	2. 723291297223753	0.5
84. 86718362529888	2. 7232930076192856	0.5
85. 98884516873642	2. 7232924986406433	0.5
87. 11053946862245	2. 723290741967812	0.5
88. 23220106911151	2. 723291004902123	0.5
89. 35389488173718	2. 7232853592501822	0.5
90. 47555442835795	2. 7232829593754397	0.5
91. 597254942885	2. 723282120461084	0.5
92. 71891699574942	2. 7232802807343126	0.5
93. 84066013975028	2. 723262837312434	0.5
94. 96238807334771	2. 723244459367112	0.5

圖 5-10 將圖 5-9 的等位線輸出的座標值
(中間一行為 y 座標)

經以上討論可得知堆積厚度和初始土石流區域面積、坡度有關。

然而，等位函數法所產生的不守恆的現象也是影響堆積厚度測量的精

準度。坡度對土石流的影響，最主要在於土石流流動到堆積區的時間、流速和滑移距離等。其原因在坡度會影響重力驅使土石流流動的作用力大小。

5.2. 泥流型土石流體積濃度影響

本節探討泥流型土石流之體積濃度對土石流運動行為之影響。所用之泥流型土石流體積濃度與黏滯係數之關係式引用詹錢登(1997)經由實驗室實驗所得的迴歸式(式(3-29)和式(3-30))，目的在於探討泥流型土石流體積濃度改變對土石流流動情況的影響，所用材料參數如表 3-3 所示。

為減少模擬時間，以下模擬結果所用的相對誤差 R 使用 0.1。虛擬之問題為坡度為 18 度的虛擬流槽，其網格為正常大小，網格不經任何加密和細化處理(圖 4-29)，其網格資料已在 4.5.1 說明。以下為模擬後分析結果經資料處理所得的結果：

(一)、面積守恆部分(初始面積為 $359.9m^2$)：

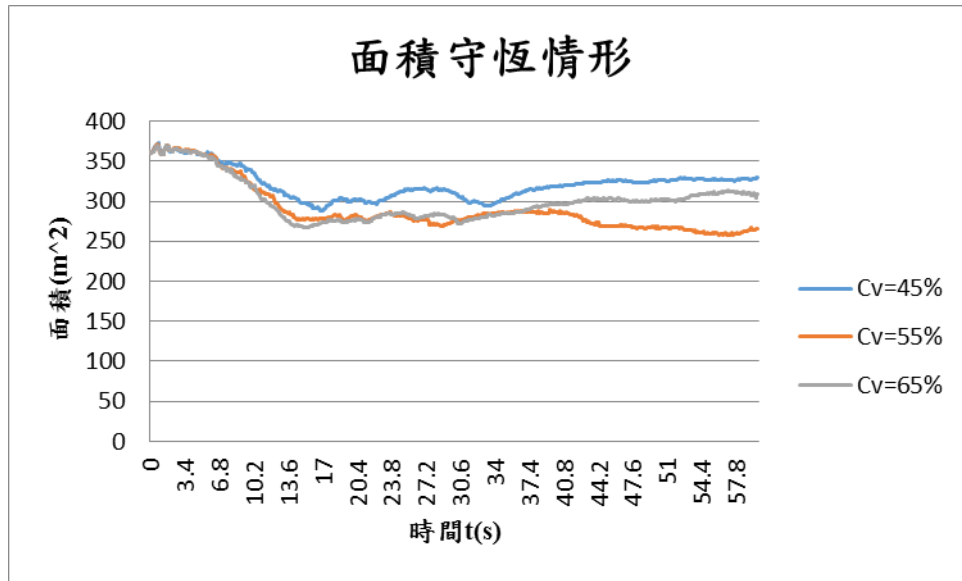


圖 5-11 模擬之面積守恆情形

從圖 5-11 來看，體積守恆情況則會因體積濃度變化而變差，主要是因為土石流體積濃度增加而造成介面物理量(土石流密度和黏滯係數增加和空氣物理量大小的差異)。

(二)、平均流速和最大流速：

由於最大流速為土石流位於網格內節點上流速數值取最大值，而到了堆積區時，最大流速會因網格的設定、底部的坡降阻抗和兩相流介面，導致最大流速不穩定，如圖 5-12 與圖 5-13 所示。前 20 秒的最大流速資料較為穩定。

從圖 5-12 到圖 5-14 觀察，可以發現土石流一開始啟動後到 6.8 秒之前，為土石流漸漸攤平流動的期間，這期間流速最快的是體積濃度為 45% 的土石流，主要原因是其黏滯係數和降伏應力較低。然而到了 6.8~8.6 秒，土石流幾乎在斜坡上攤平且流動中，攤平會增加土石流

受重力的慣性力，體積濃度 55% 的土石流前緣部分所產生的最大流速，開始超過體積濃度 45% 的土石流的最大流速。

8.6 秒時體積濃度 55% 土石流最大流速下滑且低於體積濃度 55% 的土石流。到了 10.6 秒時，體積濃度 55% 的土石流的平均流速超過體積濃度 45% 的土石流。到了 16.4 秒時，體積濃度 55% 的土石流的最大流速超過體積濃度 45% 的土石流持續到 29 秒。

體積濃度 65% 的土石流，除了後來在約 29~55 秒因有額外土石流流到斜坡面外，本身流速也最低。這三個模擬中，出現最大流速最大者為體積濃度 55% 的土石流，其最大流速 21.62m/s。出現平均流速的最大值為體積濃度 45% 的土石流，其平均流速 0.652 m/s

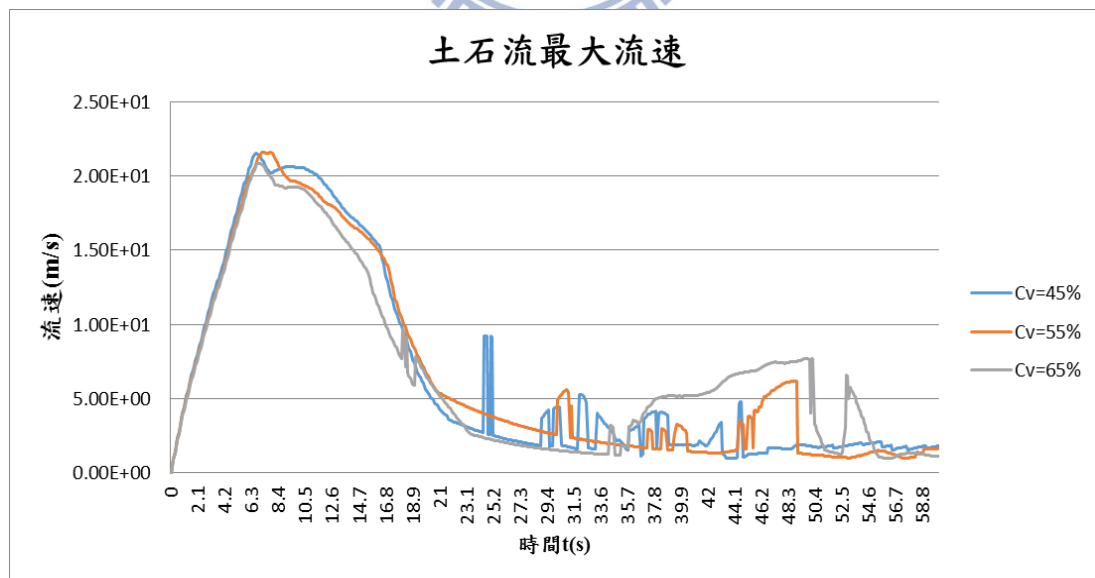


圖 5-12 模擬最大流速測量結果(模擬時間 60 秒)

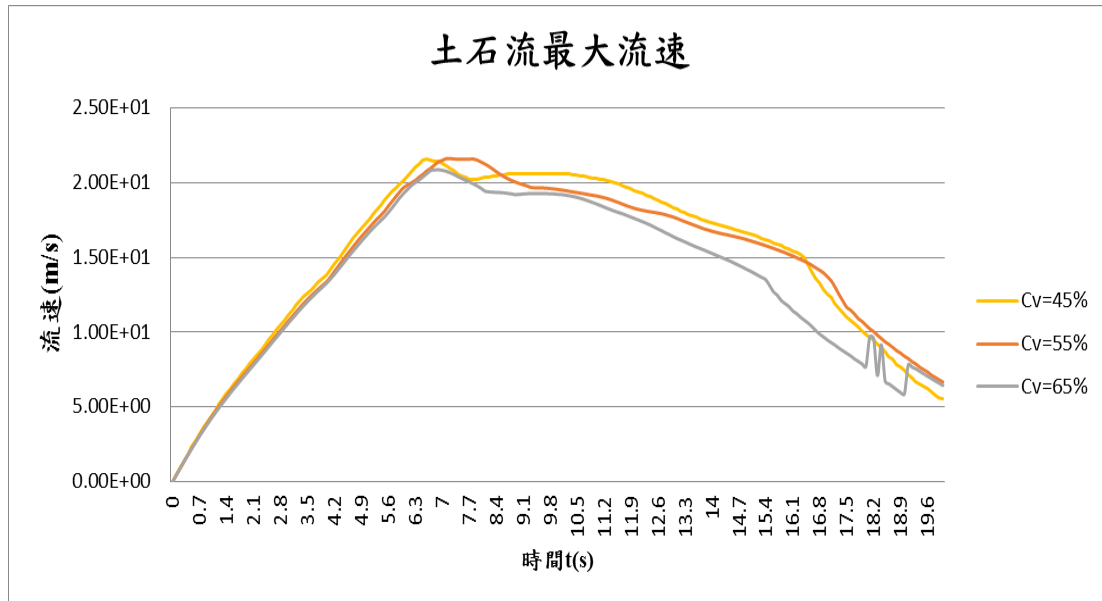


圖 5-13 模擬最大流速結果(取前面 20 秒測量結果)

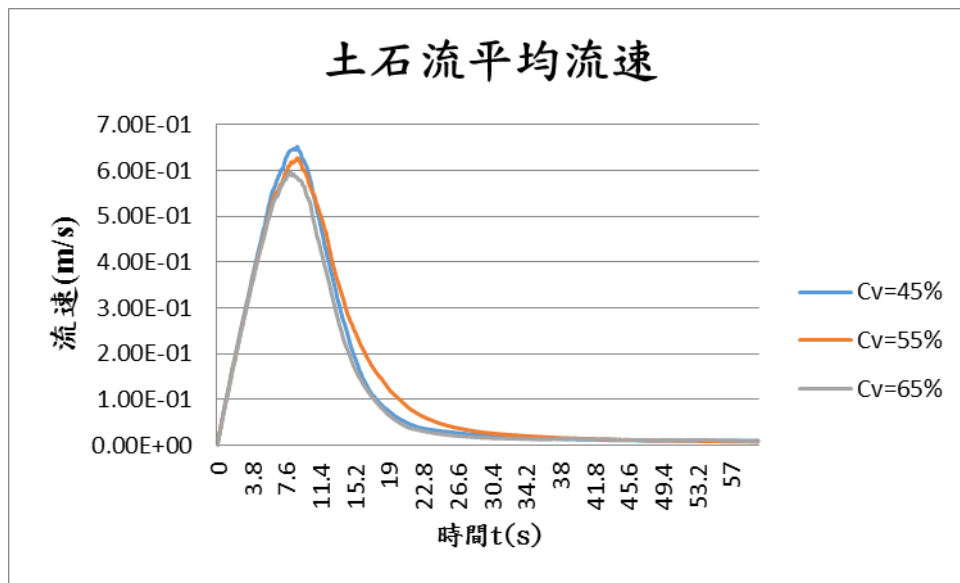


圖 5-14 模擬平均流速測量結果(模擬時間 60 秒)

(三)、堆積區運移長度：

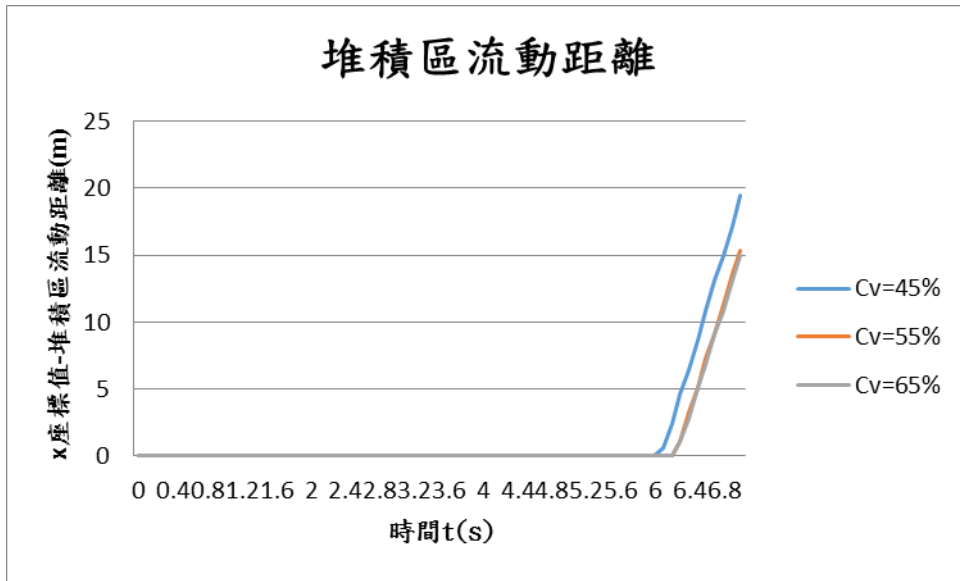


圖 5-15 模擬堆積區流動距離測量結果(前 7 秒的模擬結果)

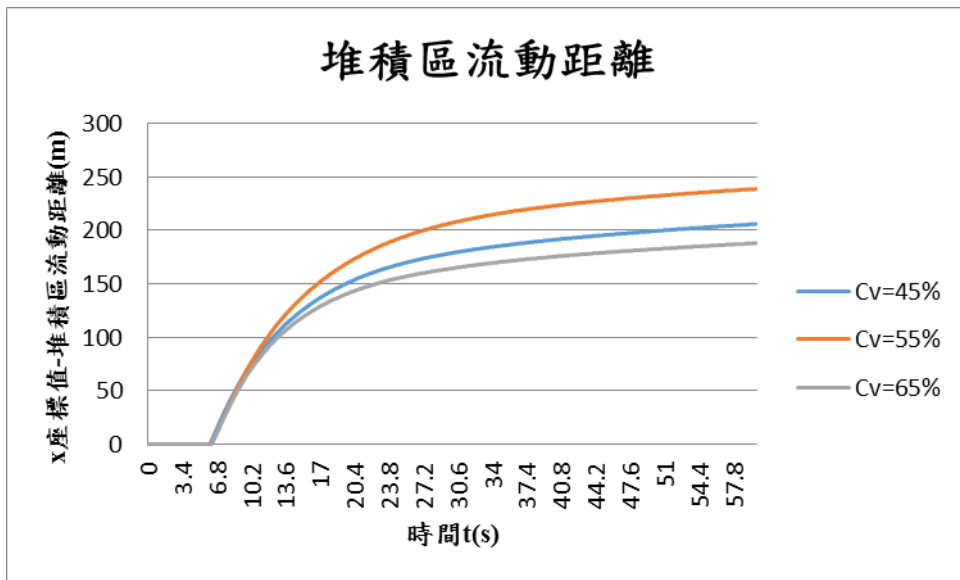


圖 5-16 模擬堆積區流動距離測量結果(模擬時間 60 秒)

在圖 5-15 和圖 5-16 所示，體積濃度 45% 的土石流最先到堆積平面上，但最後堆積距離最長的則為體積濃度 55% 的土石流。

(四)、土石流堆積厚度：

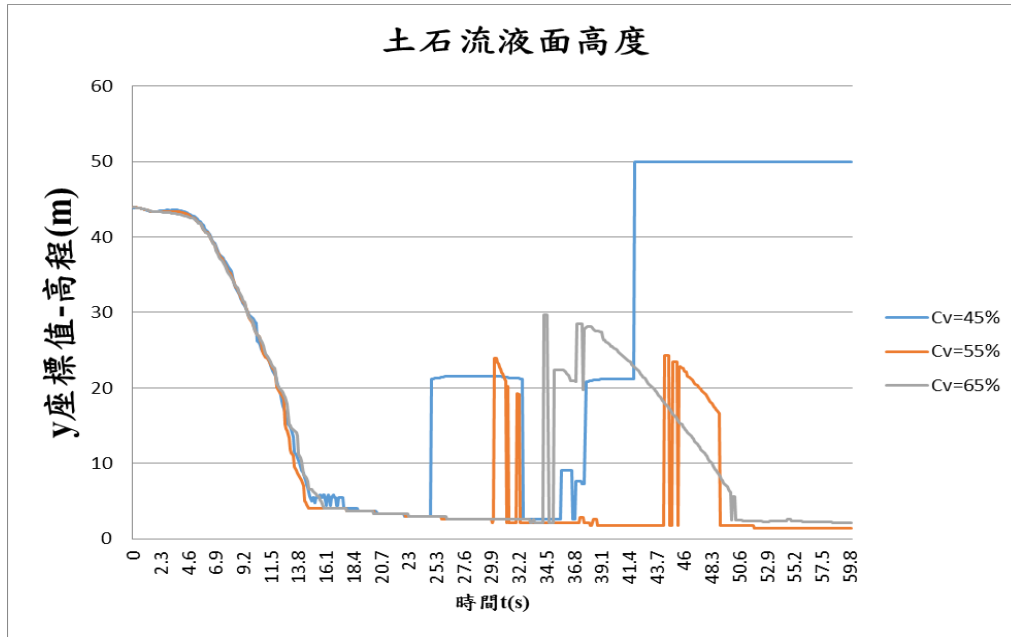


圖 5-17 模擬 $[(\text{tpf.Vf1} \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值的測量結果

在圖 5-17 量測這組土石流的堆積厚度時，這組實驗也發生相同問題。所以還是需要用質心速度趨近於 0 的觀念找出土石流停下堆積的時間點在測出堆積厚度。

在體積濃度為 45% 的土石流，取在 26.6~26.7 秒時，此時間間隔的 $U_{c,20.6 \sim 20.7}$ 為 $6.90 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ ，取 26.6 秒做測量，其堆積厚度測量方法用土石流和空氣得介面等位線輸出 y 座標所得，厚度約為 2.73 公尺。如圖 5-18 和圖 5-19 所示。

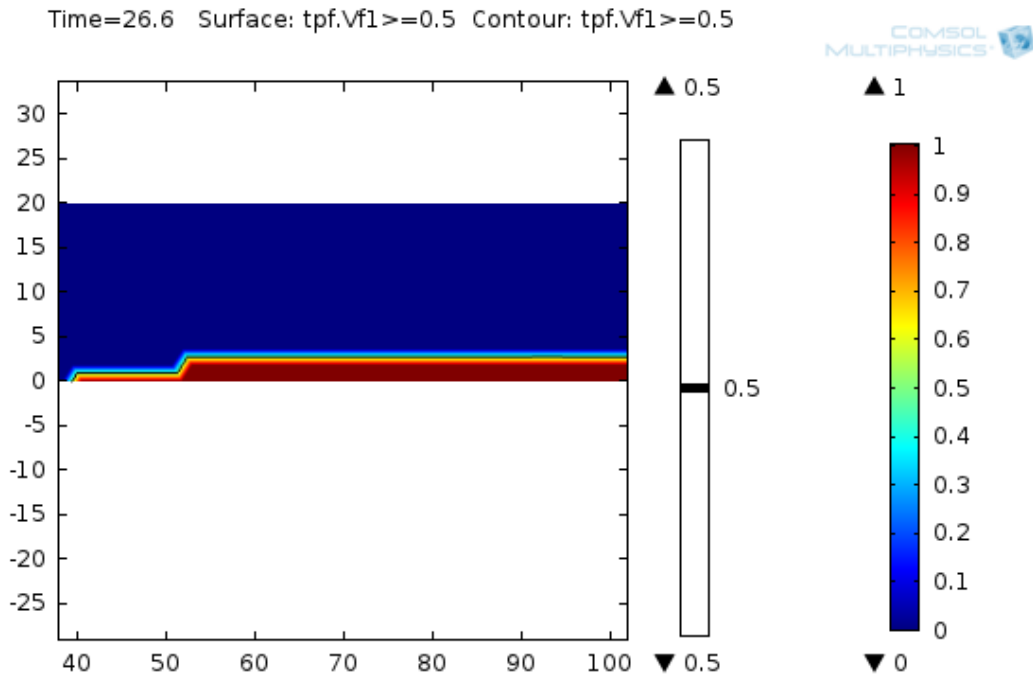


圖 5-18 體積密度為 45% 土石流模擬至 26.6 秒的堆積情形
(黑線為兩相流介面等位線)

58. 06226377676582	2. 7282468475557646	0. 5
59. 18704692394682	2. 7282461875596495	0. 5
60. 311912268134094	2. 728237299326795	0. 5
61. 436747693790224	2. 728222029490123	0. 5
62. 56173783822321	2. 728192632801716	0. 5
63. 686655372030074	2. 7281651639548596	0. 5
64. 81180910354264	2. 72810668680006	0. 5
65. 93683549205142	2. 728061335828062	0. 5
67. 06208210902423	2. 727989163875304	0. 5
68. 18714529551389	2. 7279391082122157	0. 5
69. 3123728854536	2. 7278944769002424	0. 5
70. 43738761883039	2. 7278706519716525	0. 5
71. 56250197621146	2. 727895053744644	0. 5
72. 68742833512562	2. 7279225565681884	0. 5
73. 8124025368569	2. 7280245853897847	0. 5
74. 9372384569047	2. 7281012542875787	0. 5
76. 06213127256682	2. 728230959830601	0. 5
77. 1869279885465	2. 7283161289719957	0. 5
78. 31178399727114	2. 728423662264025	0. 5
79. 43658356818072	2. 728481678305673	0. 5
80. 5613931998272	2. 7285532469810043	0. 5

圖 5-19 將圖 5-18 的等位線輸出的座標值
(一部分，中間行為 y 座標的估算)

對體積濃度為 55% 的土石流，取在 20.4~20.5 秒時，此時間間隔的 $U_{c,20.4\sim 20.5}$ 為 $3.33 \times 10^{-3} m/s$ ，其堆積厚度測量是後處理指令求得，厚度約為 3.28 公尺。如圖 5-20 所示。

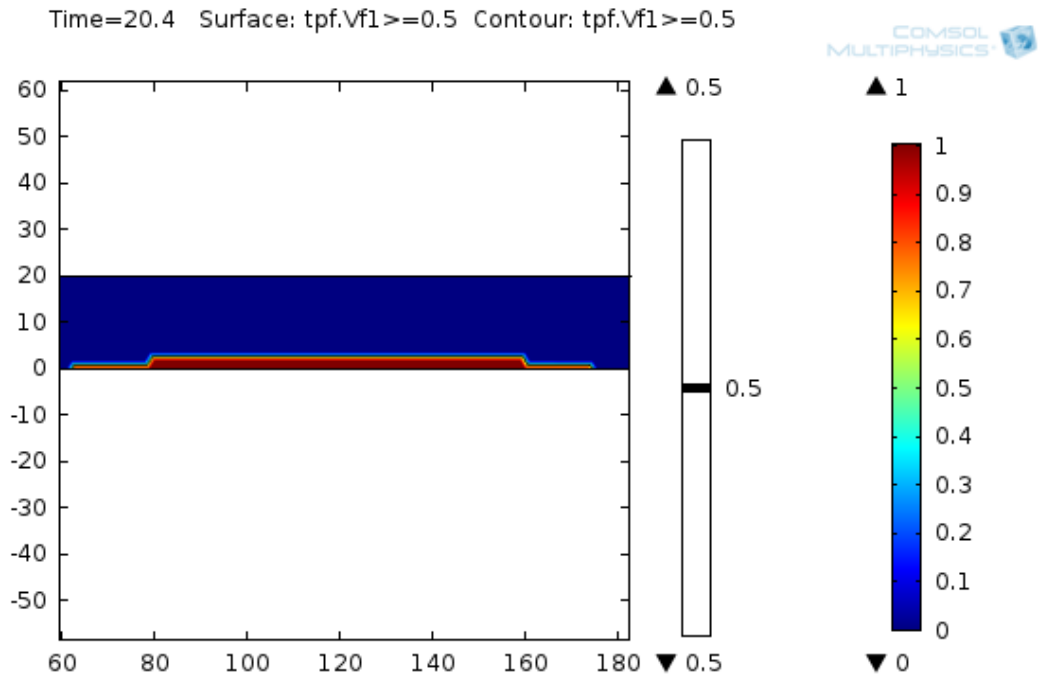


圖 5-20 體積密度為 55% 土石流模擬至 20.4 秒的堆積情形
(黑線為兩相流介面等位線)

再來體積濃度為 65% 的土石流，取在 18.9~19.0 秒時，此時間間隔的 $U_{c,18.9\sim 19}$ 為 $8.201 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ ，其堆積厚度測量是後處理指令求得，厚度約為 3.63767 公尺，如圖 5-21 所示。

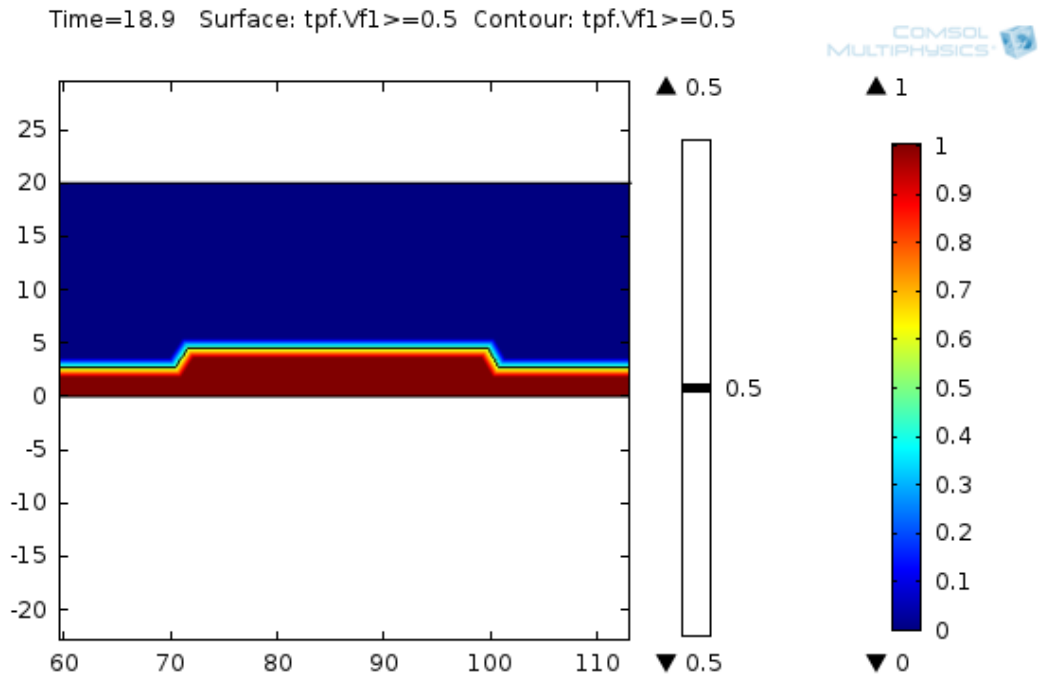


圖 5-21 體積密度為 65% 土石流模擬至 18.9 秒的堆積情形
(黑線為兩相流介面等位線)

雖然堆積厚度乃經估算獲得，但可歸納知堆積厚度會和黏滯係數和降伏應力相關，因這兩個物理量會影響土石流堆積的坍塌度。然而，等位函數法所產生的不守恆的現象也是影響堆積厚度測量的精確度。

(五)、討論：

在這組實驗，流速最快且堆積區運移距離最大為體積濃度為 55% 之土石流，證實雖然泥流型土石流體積濃度雖然會影響土石時流動特性，但還受到其他因素影響。體積濃度也與土石流過程之流動作用力、密度以及對土石流流動產生阻抗的黏滯係數和降伏應力的成長幅度有關。密度和體積濃度為線性關係。而照 O'Brien et al.(1985)的理論，黏滯係數和降伏應力和體積濃度為指數關係。

表 5-1 列出體積濃度對應其相關之物理量。從表 5-1，可看出體積濃度 45~55% 之間，降伏應力和黏滯係數成長幅度較小，連同用式 (2-31) 所得到的 Cross 等效黏滯係數 μ_{eff} 也類似。一開始體積濃度為 55% 的土石流流動時，其流速比體積濃度為 45% 的土石流還小，驅動力尚未超過黏滯力阻抗。但後續驅使流動的作用力則持續增大，終於超過黏滯力阻抗大小，流速忽然增大許多而超過體積濃度為 45% 的土石流。體積濃度 55~65% 之間，降伏應力和黏滯係數成長幅度相對較大，密度成長幅度有限，所以體積濃度為 65% 土石流的流速因龐大的黏滯阻抗力而流速最慢。

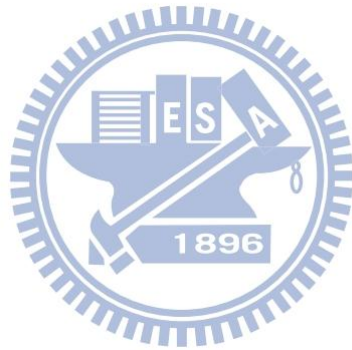
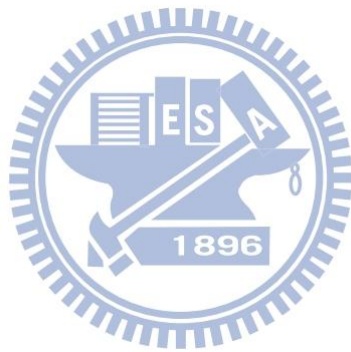


表 5-1 體積濃度對應其相關物理量

Cv(%)	$\rho_m(kg/m^3)$	$\tau_B(Pa)$	$\mu_B(Pa*s)$	k	$\mu_{eff}(Pa*s)$
45	1787.5	389.3633	0.726614	1.866158	612.4553
55	1962.5	1535.349	2.23589	1.456275	1951.957
65	2137.5	6054.232	6.880143	1.136419	6178.759



5.3. 礫石型土石流之碰撞-紊流係數影響

本節之模擬中體積濃度，於體積濃度 45% 的土石流體中加入礫石型土石流碰撞力和紊流力的貢獻，其所用參數如表 3-4 所示。考慮之虛擬問題仍為坡度 18 度的虛擬流槽。其網格為正常大小網格，未經任何加密和細化處理(圖 4-29)，其資料已在 4.5.1 說明過。

可先觀察土石流加入紊流和碰撞力前後，土石流形狀的差別。以式(3-29)和式(3-30)在體積濃度 C_V 為 45% 的情形，模擬至 13 秒，比較加入碰撞-紊流係數 μ_{ct} 為 0.5 與否的差別。

比較圖 5-22 和圖 5-23 之後，可發現礫石型土石流在流動前緣部分，比泥流型土石流明顯地較為突出。而礫石型土石流側面流動形狀則是呈現前隆起後凹陷且帶角度的橢圓弧型，而泥流型土石流側面流動形狀為左右不完全對稱的地壘形狀。大致符合一般礫石型土石流的前緣部分往往形狀隆起、後尾部分則相對萎縮之現地可觀察現象。

由於礫石型土石流相對於泥流型土石流，用 COMSOL 來分析流速為 2 階冪次方，運算過程出現不收斂之機率較高，所以相對誤差 R 設為 0.2 來提高分析收斂機率。為了比較泥流型和礫石型土石流模擬結果，這系列模擬以表 3-4 體積濃度 45% 的土石流來當作對照組，並且以碰撞-紊流係數 μ_{ct} 等於來表示之。

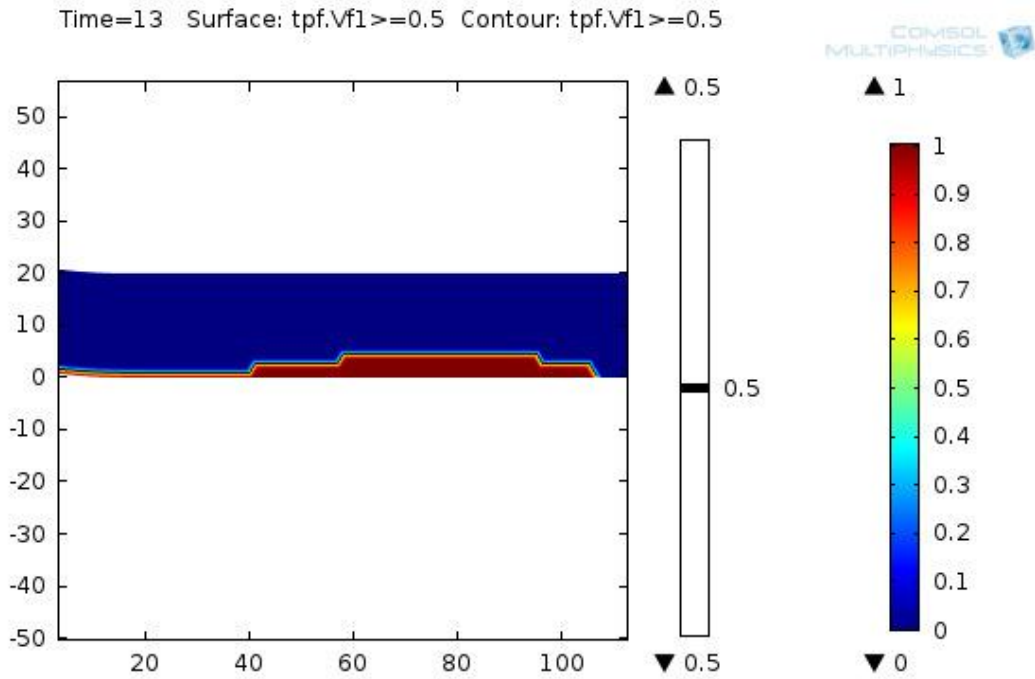


圖 5-22 模擬至 13 秒，體積濃度為 45% 的泥流型土石流

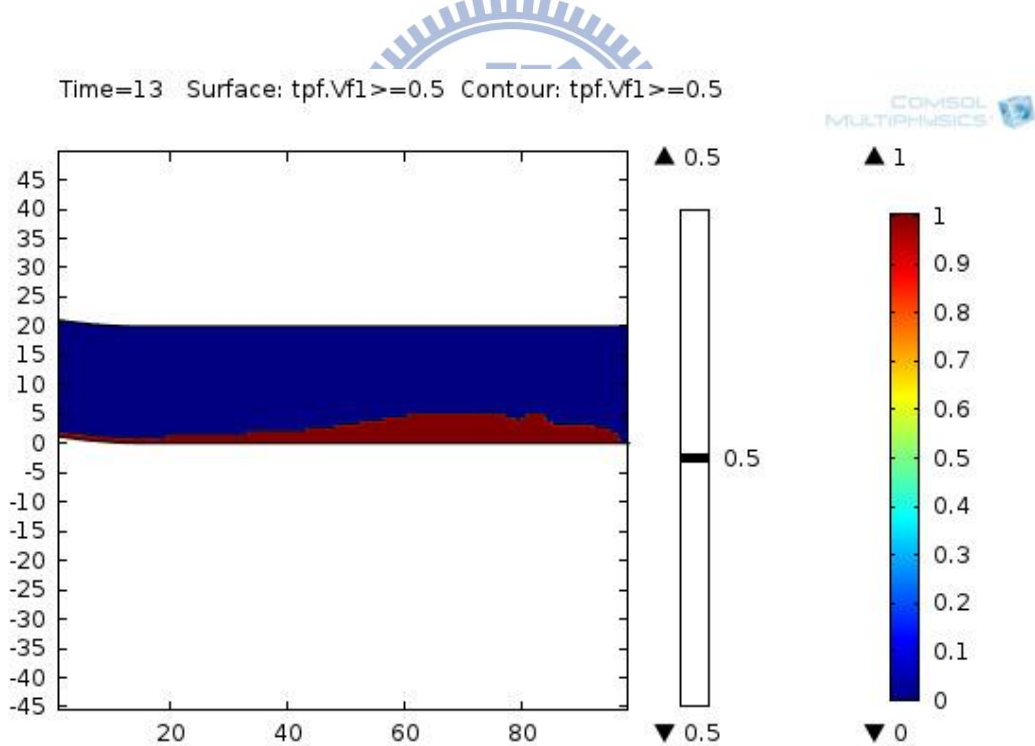


圖 5-23 模擬至 13 秒，體積濃度為 45%、 μ_{ct} 為 0.5 的礫石型土石流

(一)、面積守恆部分(初始面積為 $359.9m^2$)：

從圖 5-24 來看，體積守恆情況則會因碰撞力和紊流力的加入而變差，但碰撞-紊流係數的大小影響面積守恆情形並不大。

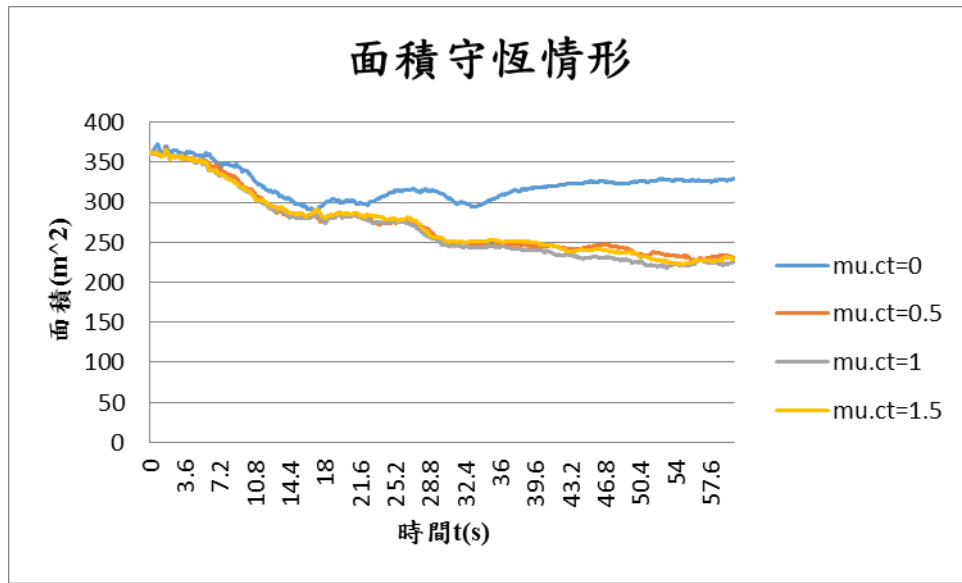


圖 5-24 模擬的面積守恆情形

(二)、平均流速和最大流速：

由於最大流速為土石流位於網格內節點上流速數值取最大值，而到了堆積區時，最大流速會因底部的坡降阻抗和兩相流介面，導致最大流速不穩定，如圖 5-25 所示。模擬前 20 秒的最大流速資料較穩定（圖 5-26）。

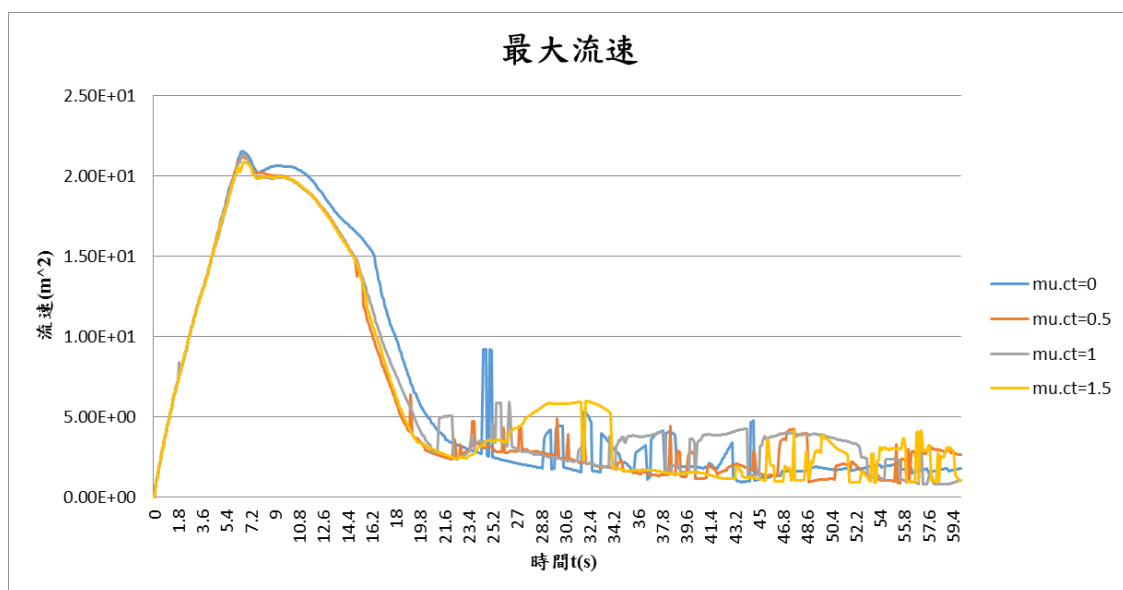


圖 5-25 模擬最大流速測量結果(模擬時間 60 秒)

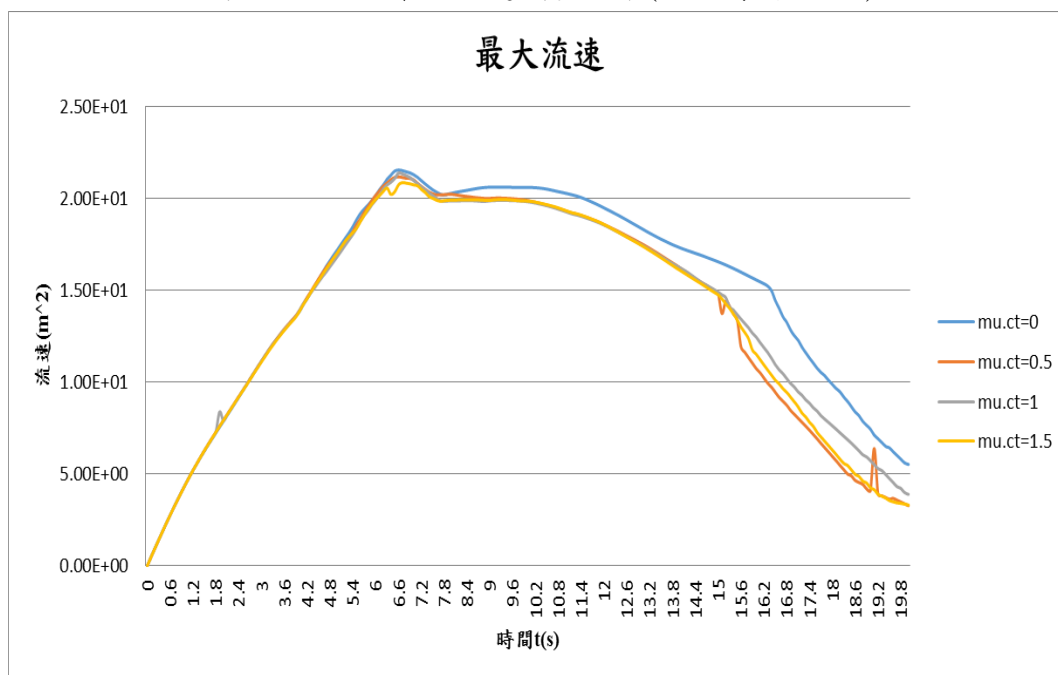


圖 5-26 模擬最大流速結果(取前面 20 秒測量結果)

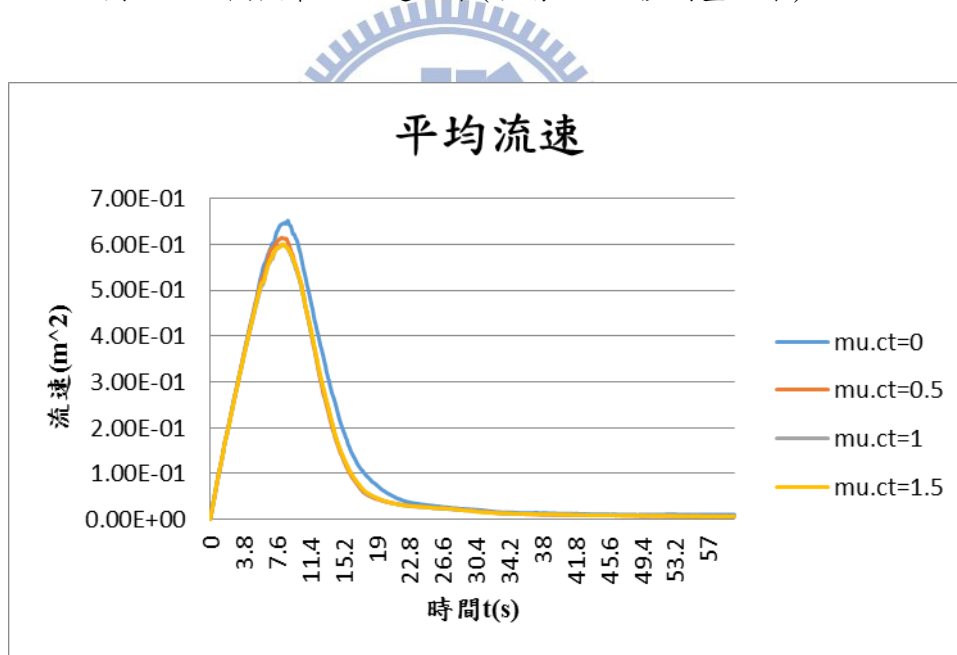


圖 5-27 模擬平均流速測量結果(模擬時間 60 秒)

一開始流動加速時，最大流速沒有差很多，但後來土石流流到堆積區流速減速時，有加碰撞-紊流係數 μ_{ct} 的土石流最大流速減少幅度比沒加的還要多。在平均流速的部分（圖 5-27），在最高平均流速和

平均流速下降的部分，加入碰撞-紊流係數 μ_{ct} 的土石流的流速比沒加的情形要小。對於碰撞-紊流係數大小對於土石流流速影響並不大， μ_{ct} 越大，流速僅些微減小。原因可能在碰撞力、紊流力和在邊界上坡降阻抗可能有相互消滅的情形。

(三)、堆積區運移長度：

圖 5-28 和圖 5-29 繪出不同 μ_{ct} 下，隨著時間之土石流流動距離。在圖 5-28 和圖 5-29 所示，碰撞-紊流係數所產生的阻抗，使土石流比較慢流入堆積平面且使在堆積平面的運移距離變少，碰撞-紊流係數的大小對堆積特性影響雖然並很甚大，但碰撞-紊流係數越大，越晚流入堆積區。

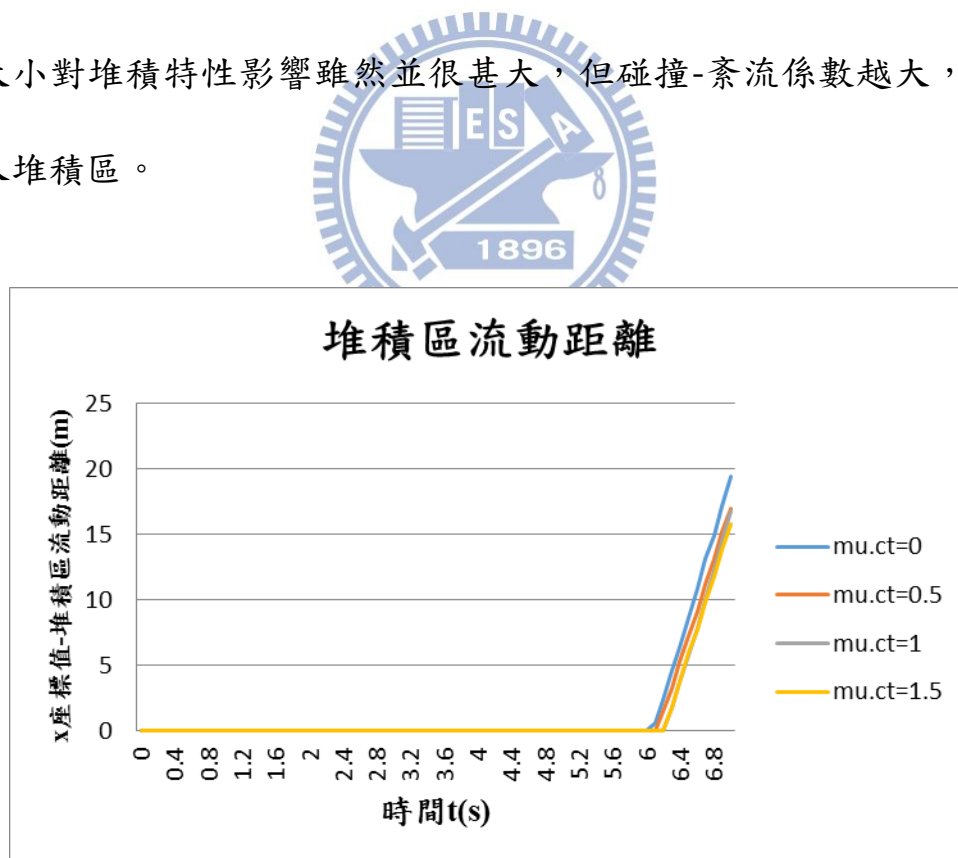


圖 5-28 模擬堆積區流動距離測量結果(前 7 秒的模擬結果)

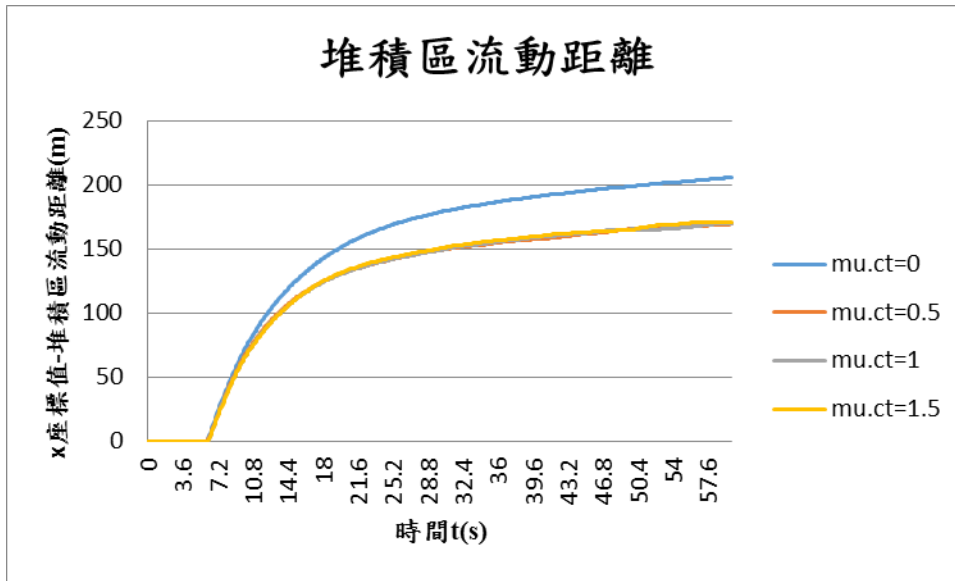


圖 5-29 模擬堆積區流動距離測量結果
(模擬時間 60 秒)

(四)、土石流堆積厚度：

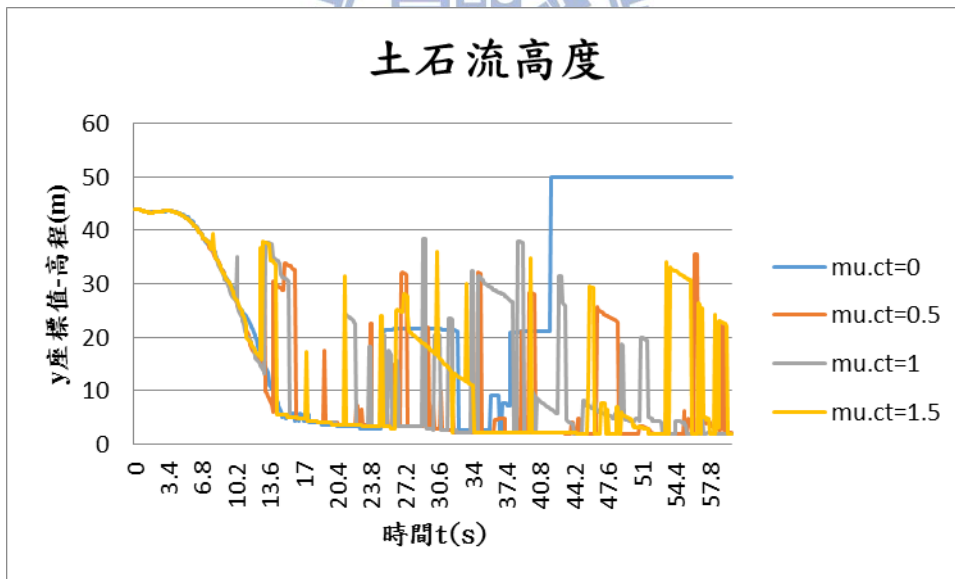


圖 5-30 模擬 $[(tpf.Vf1 \geq 0.5) * (y)]$ 的表面最大值的測量結果

如圖 5-30 所示。本節仍用質心速度趨近於 0 的方法來找土石流的堆積厚度，以體積濃度 45% 所求得的堆積厚度 2.73 公尺為準討論之。

μ_{ct} 等於 0.5 時，當在 24.9~25 秒時，該時間間隔的 $U_{c,24.9\sim 25}$ 為 $5.14 \times 10^{-3} m/s$ ，取 25 秒測量，其堆積厚度測量方法經後處理測量所得，厚度約為 3.28 公尺。如圖 5-31 所示。

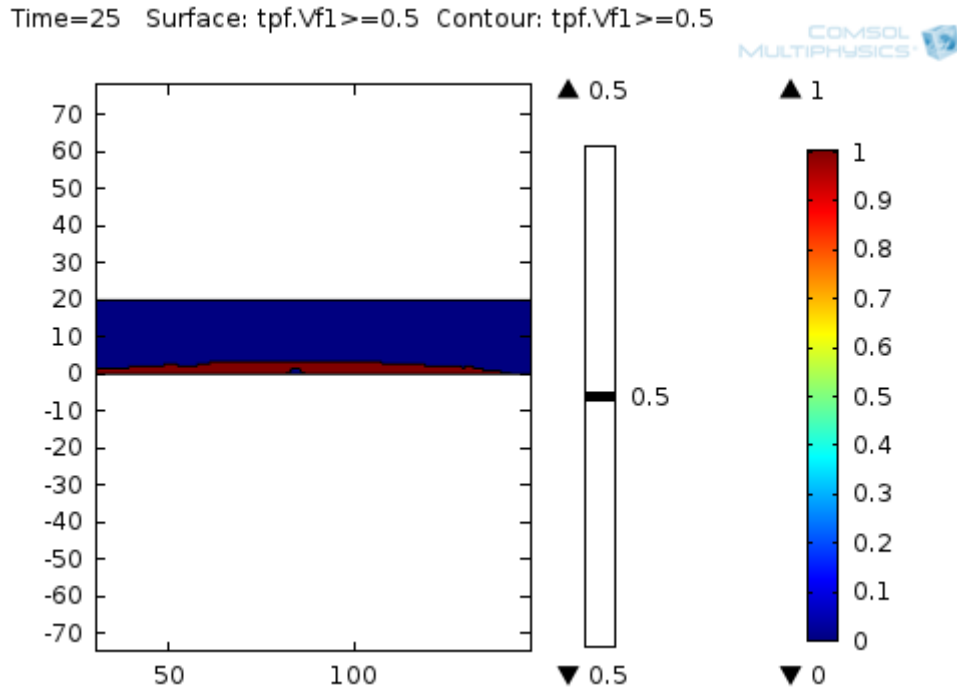


圖 5-31 μ_{ct} 為 0.5 的土石流在 25 秒時的堆積情形

μ_{ct} 等於 1 時，當 25.0~25.1 秒時，該時間間隔的 $U_{c,25.0\sim 25.1}$ 為 $3.81 \times 10^{-3} m/s$ ，取 25.0 秒測量，其堆積厚度測量方法經後處理測量所得，厚度約為 3.28 公尺。如圖 5-32 所示。

Time=25 Surface: tpf.Vf1>=0.5 Contour: Volume fraction of fluid 1 (1)

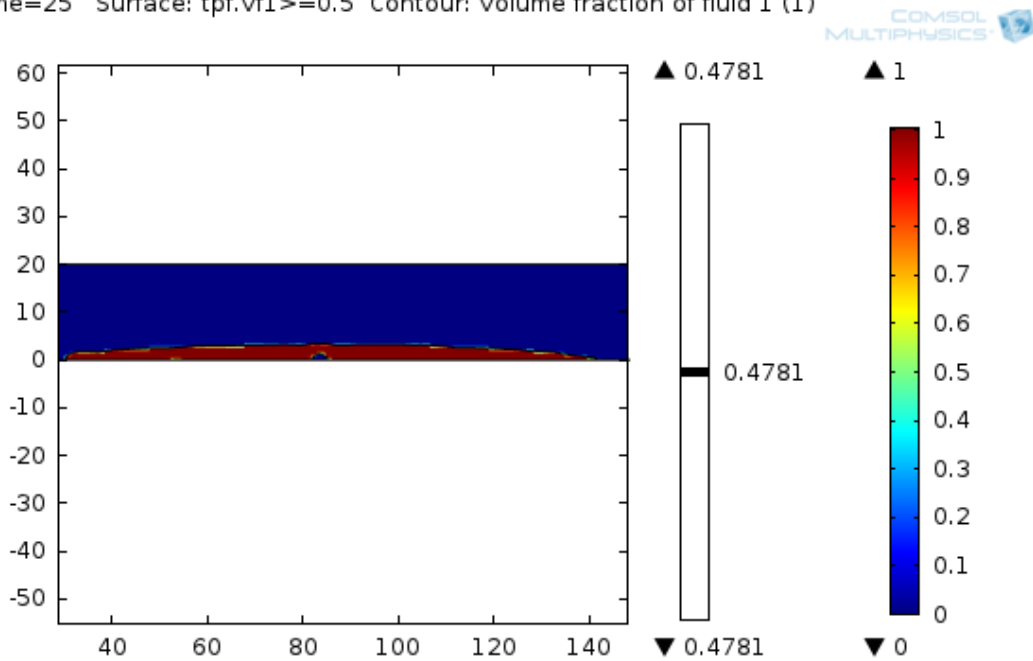


圖 5-32 μ_{ct} 為 1 的土石流在 25 秒時的堆積情形

μ_{ct} 等於 1.5 時，當在 25.5~25.6 秒時，該時間間隔的 $U_{c,25.5\sim25.6}$ 為 $5.14 \times 10^{-3} m/s$ ，取 25.5 秒做測量，其堆積厚度測量方法用後處理測量所得，厚度仍約為 3.28 公尺。如圖 5-33 所示。

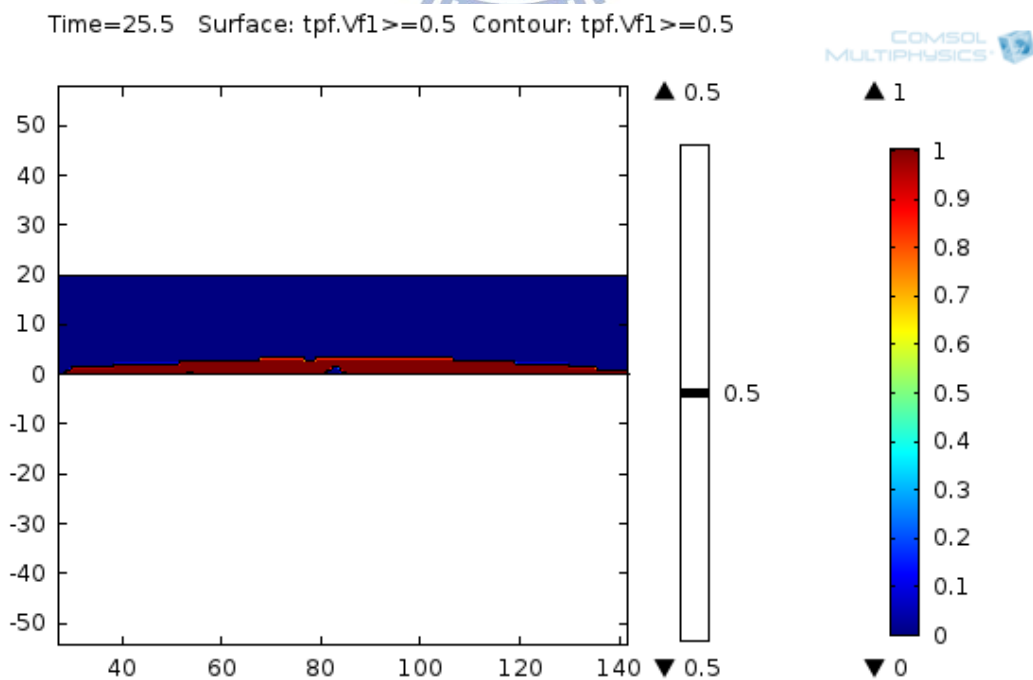


圖 5-33 μ_{ct} 為 1.5 的土石流在 25.5 秒時的堆積情形

比較顯示，礫石型土石流的堆積厚度比泥流型土石流要高，礫石型土石流前緣部分隆起，使礫石型土石流堆積時，前緣部分的堆積厚度會比後尾部分還要厚。

此系列模擬堆積情形有共同的特徵—土石堆積物中間有空氣滲入。其原因可能是在土石流前緣有太多粗粒料集中，增加土石流前緣部分流動，反而導致後尾部分土石較少，流動的作用力變小，最後土石流在堆積時，前緣和後尾部分幾乎要分開了。然而由分析結果比較， μ_{ct} 的大小對堆積厚度似無影響。此外，等位函數法所產生的不守恆的現象也是影響堆積厚度測量的精準度。



(五)、討論：

土石流加入碰撞-紊流係數 μ_{ct} 變成礫石型之土石流後，流速、堆積距離有明顯減少，且運移和堆積形狀也有別於泥流型土石流。顯示礫石型土石流內所產生顆粒間的碰撞和顆粒流動產生紊流對土石流運動行為的影響。

然而在這組模擬中，碰撞-紊流係數 μ_{ct} 的大小，並沒有對土石流堆積厚度有明顯的影響。推測其原因可能為以下幾點：

1. 底部坡降阻抗的干擾：

圖 4-26 表示礫石型土石流所產生的碰撞和紊流阻抗則集中在底部，很容易和底部的坡降阻抗有相消的可能性。

2. 提高相對誤差：

分析礫石型土石流須將把流速提高到 2 階層，增加數值分析收斂性的困難度，甚至導致模擬過程出現無法收斂而模擬中止。為了提高收斂性，模擬設定中把相對誤差 R 提高，但相對也讓求解的誤差提高，使不同大小的物理量輸入模擬得到數值解差異減小。

3. 體積濃度偏高：

O'Brien et al. (1985) 所提出的二項式流變模型有提到土石流在剪應變率偏高和細粒料濃度偏低時，土石流內的顆粒才會

出現紊流和碰撞現象。通常要在體積濃度為 30% 以下，碰撞和紊流阻抗特徵可能較明顯。

4. 減速堆積時，流變主控力只剩黏滯力：

當土石流減速堆積時，流速 u 和 v 會趨近於 0，剪應變率 $\dot{\gamma}$ 也因此趨近於零。回到本研究所使用的二項式流變模式(式(2-48))，且再由 Shao & Lo(2003)的 Cross 等效賓漢模型將賓漢流的部分簡化成牛頓流，如式(5-2)所示。

$$\tau = \mu_{\text{eff}}(\dot{\gamma}) + \mu_{\text{ct}}(\dot{\gamma})^2 \quad (5-2)$$

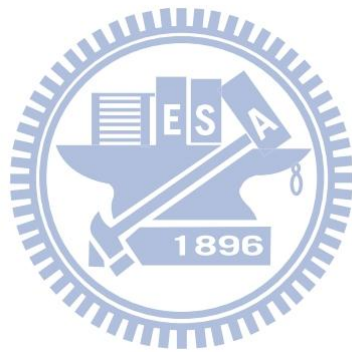
在式(5-2)中，當土石流開始減速堆積時，剪應變率 $\dot{\gamma}$ 趨近於零。

黏滯力為 $\mu_{\text{eff}}(\dot{\gamma})$ 項、碰撞紊流力 $\mu_{\text{ct}}(\dot{\gamma})^2$ ，碰撞紊流力的剪應變率有平方項。當剪應變率 $\dot{\gamma}$ 趨近於零時，碰撞紊流力相較於黏滯力，碰撞紊流力比黏滯力更趨近於零，碰撞紊流力小到可以直接忽略。所以土石流在減速堆積時的力學機制幾乎只剩下黏滯力。

5. 網格大小：

目前模擬所使用的網格大小設定是正常大小(Normal)到較細化(Finer)。且不對底部邊界網格做細化的動作，以避免出現質量守恆性差的情形。底部邊界網格的尺寸會介於 1.1~2m 之間也因此底部邊界網格的節點在土石流堆積區的分布太少，使土石流在堆積區的堆積厚度模擬的精準度不夠高。這雖然可

以用模組整體的網格再更細化或加入自動適性網格細化選項
使模擬出來的土石流在堆積區堆積出來的厚度能更精確。但
這卻會大幅增加運算時間和記憶體。



第六章 結論與建議

6.1. 結論

本研究運用 COMSOL Multiphysics 軟體，以其計算流體力學模組中的等位函數法兩相流分析模式以模擬土石流的運移行為，並探討泥流型土石流和礫石型土石流流變模式的適用性及其參數的探討。經由本研究可得到以下結論：

1. 以有限元素法(FEM)運用等位函數法(Level set method)分析兩相流問題，原則上可以模擬土石流之運動問題。在模擬過程中，等位函數法可以定義土石流和空氣隨時間變化的二相流介面。然而運用等位函數法卻可能會出現流體質量不守衡的問題，不守衡的程度與網格的設定、兩相流物理量的大小差異和兩相流介面厚度相關。
2. 本研究建立土石流運移的模型，允許能兼而考量適合描述泥流型與礫石型土石流的複合流變模式。針對泥流型土石流，採用等效賓漢流變行為的黏滯係數，令原本用於模擬牛頓流體的 Navier-Stokes 方程式可以模擬賓漢流體的流變行為。針對礫石型土石流的流變模式，考慮顆粒碰撞阻力/紊流力與剪應變率平方正相關，將顆粒碰撞阻力/紊流力以體積力加入原本用於模擬牛頓流體之 Navier-Stokes

方程式。當忽略碰撞阻力/紊流力，此複合流變模式即簡化至賓漢流變模式。

3. 透過本研究固定密度、有限土石流量體條件下之二維模擬歸納，泥流型土石流運移的堆積形狀近似不完全對稱的地壘形狀。礫石型土石流運移的堆積形狀則近似橢圓弧形且其前緣部分隆起。礫石型土石流和泥流型土石流之流變模式之主要差別在多了剪應變率的平方項，剪應變率(流速的梯度)之影響因此放大，使土石流流速較快的前緣部分有較大之碰撞/紊流的阻抗貢獻。

4. 土石流啟動坡面坡度高低影響土石流流到堆積區的時間、流速和堆積距離。
5. 泥流型土石流可用賓漢黏塑性流變的力學行為來解釋。經由土石流內剪應變率的大小分布可決定土石流是否從固體降伏成液體而流動。礫石型土石流因比泥流型土石流於流變模式中多出剪應變率的平方項，使土石流流動期間流速較快的部分而出現膨脹隆起的情形。

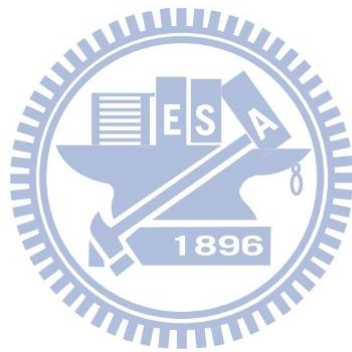
6. 泥流型土石流運移的特徵物理量大小和土石流內的土石種類和體積濃度相關。其關係主要決定於體積濃度對密度、降伏應力和黏滯係數的成長幅度。

7. 礫石型土石流內會因顆粒碰撞和顆粒對流體所產生的流體紊流的貢獻而形成土石流抵抗力，對土石流運移的特徵物理量有所影響。當碰撞-紊流參數提高，流速與堆積距離皆相對減小。

6.2. 建議

1. 等位函數法雖然可以很清楚定義土石流和空氣的兩相流介面，並得以模擬土石流的流動形狀，然而在模擬過程，不論是否使用等位函數法的守恆式，還是會出現土石流面積流失不守衡的情形。未來等位函數法或兩相流分析方法用於土石流模擬仍有改良之空間。
2. 本研究僅以土石和水混和的固定密度有限量體所產生的流動行為來觀察土石流的流動行為，未來相關研究運用類似方法模擬土石流時，可考慮流入邊界，允許隨著時間有額外土石流流入，並能夠再加入降雨因素、流床岩盤侵蝕因素、密度變化等。
3. 本研究僅探討土石流的流動情況，若需要探討土石流對坡面上跨河構造物的衝擊力，可以沿用本研究的方法分析之。

4. 對於礫石型土石流，目前多以膨脹流體來解釋礫石型土石流的流動行為，但膨脹流體會隨土石流的粒徑大小、體積濃度和底床的線性濃度影響。FLO-2D 程式將此影響僅簡化成等值曼寧參數，少有實驗探討礫石型土石流所對應膨脹流體的流體行為參數的合理值。未來應加以探討。
5. 實際土石流為三維問題，未來應可將本研究方法擴充運用至求解二相土石流之三維問題。



參考文獻

1. 詹錢登(2000)，「土石流概論」，科技圖書股份有限公司。
2. 黃立政(2004)，「土石流災害防治概論」，全華科技圖書股份有限公司。
3. 黃立政(2000)，土石流災害防治實務，教育部教材編撰計畫。
(<http://www2.kuas.edu.tw/prof/ljhuang/www/debris/newpage4.htm>)
4. 曹英明(2005)，「FLO-2D 模式於土石流流況模擬之應用」，朝陽科技大學營建工程學系，碩士論文。
5. 趙啟宏、林德貴、許世孟、溫惠鈺、游宗耀、徐森彥 (2009)，「土石流數值模擬技術於集水區工程整治成效評估之研究-以花蓮地區為例」，第 13 屆大地工程學術研討會暨國科會成果發表會，國立傳統藝術中心，宜蘭，台灣。 No. D-27, pp. 94。
6. 陳俊斌(2010)，「貓空土石流之模擬與分析研究」，國立臺灣科技大學營建工程學系，碩士論文。
7. 謝正倫 (1991)，「土石流災害防治與預警系統」，山坡地災害與防治研討會, pp. 1-26。
8. 王志賢(2000)，「粗粒材料對土石流流變特性影響之實驗研究」，國立成功大學水利及海洋工程研究所，碩士論文。

9. 詹錢登、王志賢(2002)，「土石流流動機制之研究-黏性土石流流動特性及其流動演算之研究(I)」，行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告，NSC 90-2526-z-006-003。
10. 吳政貞(2003)，「土石流流況數值分析-以溪頭為例」，國立台灣大學土木工程研究所，碩士論文。
11. 周必凡、李德基、羅德富、呂儒仁、楊慶溪(1991)，「泥石流防治指南」，科學出版社，北京，第 96-108 頁。
12. 水土保持協會(2005)，「水土保持手冊」，水土保持協會。
13. 熊剛(1996)，「粘性泥石流的運動機理」，北京清華大學水利系，博士論文。
14. 林美聆、劉家男、溫惠鈺、何明憲、郭芳吟、陳建元(2002)，「921 坡地型土石流二次災害機制與防治研究及案例建立」，國家地震工程中心，NCREE-02-055。
15. 劉格非、黃名村(2002)，「土石流之現場數值模擬-應用於南投縣神木村」，中華水土保持學報，第三十三卷，第三期，第 215-221 頁。
16. 聶志成(2007)，「應用 Fluent 於土石流對防砂壩衝擊力之研究」，國立成功大學水利及海洋工程學系，碩士論文。

17. 柯昱明(2012), 「三維雙黏性流模式於高濃度泥沙流及泥沙底床沖刷之發展及應用」, 國立中央大學水文與海洋科學研究所, 碩士論文。
18. 陳孟志(2011), 「以三維賓漢流數值模式模擬海嘯沖刷坑之發展」, 國立中央大學水文與海洋科學研究所, 碩士論文。
19. 黃錦煌、吳佐群(2004), 「輕鬆易學有限元素分析大師FEMLAB」, 高立圖書有限公司。
20. 皮托科技(2013), 「COMSOL Multiphysics 電腦輔助分析模擬軟體學習寶典」, 皮托科技。
21. 皮托科技 COMSOL 上機課程的教學投影片。
22. 高橋 保(2004), 「土石流の機構と対策」, 近未來社。
23. Bagnold, R. A. (1954), "Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear." Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol.225, No.1160, p.49-63.
24. Bisantino T., Fischer P., Gentile F., "Rheological characteristics of debris-flow material in south Gurgaon watersheds" [J].Natural Hazards, 2009, 54(2):209 -233.
25. Boniello, M. A., Calligaris, C., Lapasin, R., and Zini, L.: Rheological investigation and simulation of a debris-flow event in the Fella watershed, Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 10, 989-997, doi:10.5194/nhess-10-989-2010, 2010. C. Martinez, F.

- Miralles-Wilhelm, R. Garcia-Martinez "Verification of a 2D finite element debris flow model using Bingham and cross rheological formulation" Monitoring, Simulation , Prevention and Remediation of Dense and Debris Flow II, WIT Transactions on Engineering Sciences, Volume 60, WIT Press, U.K., Pages 61-70, 2008.
26. Chen, C.L. (1988), "Generalized viscoplastic modeling of debris flow." Journal of Hydraulic Engineering, Vol.114, No.3, p.237-258.
 27. Comsol: CFD Module Users Guide, (2012).
 28. Comsol : Flow of Viscoelastic Fluid Past Cylinder, (2012).
 29. Comsol : Inkjet Nozzle-Level Set,(2012)
 30. Comsol : rising bubble modeled with the level set method, (2012).
 31. Coussot, P. (1997), "Mudflow rheology and dynamics." International Association for Hydraulic Research, Netherlands.
 32. E. Bovet, L. Preziosi, B. Chiaia, and F. Barpi. The level set method applied to avalanches. Proceedings of the European COMSOL Conference 2007 in Grenoble, France, 2007.
 33. Hsu, S.M., Chiou, L.B., Lin, G.F., Chao, C.H., Wen, H.Y., Ku, C.Y. (2010). Applications of simulation technique on debris-flow hazard zone delineation: a case study in Hu alien County, Taiwan, Natural Hazards and Earth System Sciences, Vol. 10, 535-545.
 34. Iverson, R. M. (1997), The physics of debris flows, Reviews of Geophysics, Vol. 35, 245-296.
 35. Jan, C. D. and H.W. Shen (1997), "Review Dynamic Modeling of Debris Flows." Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 64, pp. 93-116.

36. J. D. Dentand T. E. Lang, A biviscousmodified Bingham model of snow avalanche motion, *Annals of Glaciology*, 4, pp. 42-46 (1983)
37. Johnson, A. M. (1970), "Physical processes in geology." Freeman, Cooper and Company, p.431-571.
38. Johnson, A. M. and Rodine, J. R. (1984), "Slope Instability – Debris flow" John Wiley and Son, Edited by Brunsten, D. and Prior, D. B., p.257-361.
39. J. S. O'Brien, P. Y. Julien, W. T. Fullerton(1993),Two-Dimensional Water Flood And Mudflow Simulation, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 119, No. 2, p.244-261
40. Julien, P.Y. and Lan, Y.Q. (1991), "On the rheology of hyperconcentrations," *J. Hyd. Engng.*, ASCE, Vol. 117, No. 3, p.346-353.
41. O'Brien, J.S. and Julien, P.Y. (1985), "Physical processes of hyperconcentrated sediment flows." Proc. of the ASCE Specialty Conf. on the Delineation of Landslides, Floods, and Debris Flow Hazards in Utah, Utah Water Research Laboratory, Series UWRL/g-85/03, p.260-279.
42. O'Brien, J.S. and Julien, P.Y. (1988), "Laboratory analysis of mudflow properties.", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.114, No.8, p.877-887.
43. Tecca,, P.R., Galgaro, A., Genevois, R., and Deganutti, A.M.(2003), "Development of a remotely controlled debris flow monitoring system in the Dolomites (Acquabona, Italy) ," *Hydrol. Process.*, Vol. 17, p.1771-1784.

44. Pierson T.C. (1986) - Flow behaviour of channelized debris flows, Mount St Helens, Washington, *in* Abrahams A.D. (ed), Hillslope Processes, Allen and Unwin, Boston, p.269-296
45. Remaitre A., Malet J.-P., Maquaire O. (2011), Geomorphology and kinematics of debris flows with high entrainment rates: A case study in the South French Alps. *Comptes Rendus Geoscience*, 343(11-12), p.777~794
46. Rickenmann, D. (1999) "Empirical relationships for debris flows." *Natural Hazards*, 19:p. 47-77.
47. Rickenmann, D., Laigle, D., McArdell, B.W., Hübl. J. (2006a): Comparison of 2D debris-flow simulation models with field events. *Computational Geosciences*, 10: 241–264, DOI: 10.1007/s10596-005-9021-3.
48. Naef, D., Rickenmann, D., Rutschmann, P., McArdell, B.W. (2006b): Comparison of flow resistance relations for debris flows using a one-dimensional finite element simulation model. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 6: 155-165.
49. Savage, S.B., "The mechanics of rapid granular flows", *Advances in Applied Mechanics*, Vol.24, pp.289-336, 1984.
50. Savage, S.B., and Hutter, K. (1989).The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 199, p177-215
51. Shao, S. D. and Lo, E. Y. M., Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, *Advances in Water Resources*, 26(7), 2003, 787-800.

52. Takahashi, T. (1991), Debris Flow, Balkema, Rotterdam, pp. 134-153.
53. Takahashi, T., (2007), Debris Flows: mechanics, prediction and countermeasures. Balkema, Rotterdam.

