

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

編碼無合成器之 LINC-OFDM 系統最大似然偵測

Maximum Likelihood Detector for Coded Combinerless  
LINC-OFDM Systems

研究生：許嫻珮

指導教授：吳文榕 博士

中華民國 101 年 7 月

編碼無合成器之 LINC-OFDM 系統最大似然偵測

Maximum Likelihood Detector for Coded Combinerless

LINC-OFDM Systems

研究生：許嫻珮

Student：Ying-Pei Hsu

指導教授：吳文榕 博士

Advisor：Dr. Wen-Rong Wu



A Thesis

Submitted to Institute of Communications Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master of Science

In

Communications Engineering

July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 7 月

# 編碼無合成器之 LINC-OFDM 系統最大似然偵測

研究生：許嫻珮

指導教授：吳文榕 博士

國立交通大學

電信工程研究所碩士論文

## 摘要

正交多頻分工(OFDM)為一高效能的調變技術已廣泛的使用在各種通訊系統中。然而 OFDM 有一個主要缺點即傳送訊號有很高的峰值與平均功率比 (peak-to-average power ratio, PAPR), 因此需要高線性度的功率放大器才能使系統正常操作, 造成傳送機需要很高的功率。使用非線性元件之線性放大(Linear amplification with nonlinear component, LINC)技術為一降低 PAPR 的有效方法, LINC 系統將訊號拆解成兩路並各經由非線性放大器後, 再藉由功率合成器將兩路訊號合併, 但功率合成器的在實現上有很高的難度, 為了克服此問題有研究者提出無合成器之 LINC 系統, 但是在非理想的通道條件下, 無合成器之 LINC 系統效能會受到很大的影響。本篇論文旨在研究無合成器之 LINC-OFDM 系統, 我們使用一編碼之無合成器之 LINC-OFDM 系統, 並提出新的接收端等化與解碼的演算法, 使用所提的方法此系統可以在非理想通道條件下可以有效的運作。模擬結果顯示, 我們所提出的編碼無合成器之 LINC-OFDM 系可以與傳統 OFDM 系統有相同的效能表現, 在某些情況甚至可以超越傳統 OFDM。

# Maximum Likelihood Detector for Coded Combinerless LINC-OFDM Systems

Student: Ying-Pei Hsu

Advisor : Dr. Wen-Rong Wu

Institute of Communications Engineering  
National Chiao Tung University

## Abstract

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), an efficient modulation technique, has been widely used in many wireless systems. One of the drawbacks of OFDM systems is its high peak to average power ratio (PAPR). Thus, the power amplifier used in the system requires high linearity, making its power consumption large. Linear-amplification-with-nonlinear-component (LINC) has been developed to solve the problem. LINC decomposes the signal into two components, amplifies the decomposed signals with nonlinear power amplifiers, and then combines them with a power combiner. However, the power combiner is known to be difficult to implement. To avoid the problem, the combinerless LINC system is proposed. Unfortunately, the performance of this system is seriously degraded in non-ideal channel conditionals. In this thesis, we study a coded combinerless LINC-OFDM system. We propose new equalization and decoding schemes for the coded system such that it can be effectively operated in non-ideal channel environments. Simulation results show the proposed system can have the same performance as the conventional OFDM system. In some cases, it can even outperform the conventional OFDM system.

## 誌謝

本篇論文得以順利完成，首先我要感謝我的指導教授吳文榕博士，在研究期間細心耐心的指導我們做研究，從教授身上學習到了很多做研究的方法與態度，讓我在研究期間獲益良多，也謝謝口試委員蘇育德教授、吳仁銘教授、曾凡碩教授所提供之寶貴意見，讓本篇論文更加完整。

其次，要感謝無線寬頻與訊號處理實驗室的鈞陶學長、汀華學姊、其翰學長、勝隆學長和碩二的同儕彥廷、宗義、錫沅，在研究及課業學習上不吝指導與鼓勵；同時也感謝實驗室學弟妹家彰、婉綺、運凱、侑君、偉豪、萊恩的幫忙，讓這兩年的碩士生活精彩難忘。

最後我要感謝我的父母與哥哥、妹妹，有你們這一路上的呵護與支持，讓我在研究期間無後顧之憂，得以順利完成研究。

感謝這一路上所以給予過幫助以及鼓勵的人。



## 目錄

摘要 .....	i
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	v
圖目錄 .....	v
一、 簡介.....	- 1 -
二、 LINC 系統介紹 .....	- 4 -
2.1 調變訊號在非線性功率放大器下的失真現象.....	- 4 -
2.2 傳統 LINC 系統 .....	- 5 -
2.2.1 LINC 系統之原理 .....	- 5 -
2.2.2 LINC 系統架構 .....	- 6 -
2.2.3 LINC 訊號拆解 .....	- 8 -
2.3 無合成器之 LINC 系統與空時編碼之 LINC 系統.....	- 10 -
2.3.1 無合成器之 LINC 系統 .....	- 10 -
2.3.2 空時編碼之 LINC 系統 .....	- 11 -
三、 偵測方法.....	- 14 -
3.1 訊號偵測使用線性等化器.....	- 14 -
3.1.1 強制歸零(Zero forcing, ZF)等化器 .....	- 14 -
3.1.2 修正 ZF 等化器 .....	- 15 -
3.2 最大似然偵測(Maximum likelihood detection) .....	- 16 -
四、 編碼無合成器 LINC-OFDM 系統 .....	- 19 -
4.1 錯誤更正碼.....	- 19 -
4.2 軟性反對映器(Soft de-mapping) .....	- 22 -
4.2.1 最大似然位元計量值(ML bit metric) .....	- 22 -
4.2.2 LLR 軟性位元值(LLR soft bit value).....	- 23 -
4.2.3 CSI 權重分析 .....	- 24 -
4.3 通道解碼.....	- 27 -
4.3.1 Viterbi algorithm.....	- 27 -

4.3.2 列表維特比演算法(List Viterbi decoding algorithm, LVA).....	- 30 -
4.4 連續干擾消除(Successive Interference Cancellation, SIC).....	- 33 -
五、 無合成器 LINC-OFDM 系統模擬結果 .....	- 35 -
5.1 使用 MZF 等化器之 LINC-OFDM 系統模擬 .....	- 35 -
5.2 加入 SIC 之 LINC-OFDM 系統模擬 .....	- 37 -
5.3 VA 與 LVA 加入 LINC-OFDM 系統模擬 .....	- 38 -
5.4 加入 VA/ SIC 之 LINC-OFDM 系統模擬 .....	- 43 -
5.5 加入 LVA/SIC 之 LINC-OFDM 系統模擬 .....	- 44 -
六、 結論.....	- 46 -
參考文獻.....	- 47 -

## 表目錄

表 5.1 LINC-OFDM 系統模擬環境參數 .....	- 35 -
--------------------------------	--------



## 圖目錄

圖 2.1 LINC 系統架構圖 .....	- 5 -
圖 2.2 LINC 系統傳送端架構 .....	- 6 -
圖 2.3 複合式混合器 .....	- 7 -
圖 2.4 Chireix power combiner .....	- 7 -
圖 2.5 訊號拆解示意圖 .....	- 8 -
圖 2.6 IQ 法訊號拆解圖 .....	- 10 -
圖 2.7 2X1 LINC 系統架構 .....	- 11 -
圖 2.8 2X2 LINC 系統架構 .....	- 11 -
圖 2.9 空時編碼 LINC 系統 .....	- 12 -
圖 2.10 Alamouti 空間-時間編碼 .....	- 12 -
圖 3.1 無合成器的 LINC-OFDM 系統流程圖 .....	- 16 -
圖 3.2 無合成器 LINC-OFDM 之 ML 偵測系統流程圖 .....	- 17 -
圖 4.1 (2,1,2) 系統性迴旋編碼器 .....	- 20 -

圖 4.2 (2,1,2) 非系統性迴旋編碼器 .....	- 20 -
圖 4.3 狀態圖(state diagram) .....	- 21 -
圖 4.4 格狀圖.....	- 21 -
圖 4.5 單天線 OFDM 系統.....	- 23 -
圖 4.6 4-QAM 星狀圖集合分割圖.....	- 24 -
圖 4.7 無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 VA 流程圖 .....	- 30 -
圖 4.8 再次編碼流程圖.....	- 32 -
圖 4.9 以 ZF 等化之無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 LVA 流程圖 .....	- 33 -
圖 4.10 以 MZF 等化之無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 LVA 流程圖.....	- 33 -
圖 4.11 遞迴運算流程圖.....	- 34 -
圖 5.1 LINC-OFDM 系統在 ZF 與 MZF 等化器下的通道相關係數對 SIR 值.....	- 36 -
.....	- 36 -
圖 5.2 LINC-OFDM 系統 ZF 與 MZF 等化器效能 .....	- 37 -
圖 5.3 LINC-OFDM 系統加入 SIC 一次遞迴運算.....	- 38 -
圖 5.4 LINC-OFDM 系統加入 VA 解碼/軟性映射中 CSI 計算比較(Corr. 0.98).....	- 40 -
.....	- 40 -
圖 5.5 LINC-OFDM 系統加入 VA 解碼/軟性映射中 CSI 計算比較(Corr. 0.96).....	- 40 -
.....	- 40 -
圖 5.6 LINC-OFDM 系統加入 LVA 解碼(Corr. 0.98) .....	- 41 -
圖 5.7 LINC-OFDM 系統加入 LVA 解碼(Corr. 0.96) .....	- 41 -
圖 5.8 LINC-OFDM 系統加入 LVA 解碼(Corr 0.94).....	- 42 -
圖 5.9 LVA 解碼最佳路徑分析圖 .....	- 42 -
圖 5.10 LINC-OFDM 系統加入 VA/SIC 解碼(Corr. 0.98).....	- 43 -
圖 5.11 LINC-OFDM 系統加入 VA/SIC 解碼(Corr. 0.96) .....	- 44 -
圖 5.12 LINC-OFDM 系統加入 LVA/SIC (Corr. 0.96).....	- 45 -
圖 5.13 LINC-OFDM 系統加入 LVA/SIC (Corr. 0.94).....	- 45 -



## 一、 簡介

隨著無線多媒體的蓬勃發展，無線數據的傳輸率量與日俱增，然而無線通訊系統的頻寬卻是有限的，為了有效的使用無線頻寬，新一代無線通訊系統標準大多採用正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)的調變技術來取代原有的單載波系統，此系統的優點是提升頻寬的使用效率以及抵抗多路徑通道中多重路徑干擾的通道。OFDM 調變技術在有限的頻寬下，將資料同時載在多個子載波(subcarrier)上，每個子載波彼此互相正交，因此可以將資料透過多個子載波平行傳送，以達到大量的資訊傳輸；而原有的單載波系統會因為無線通訊中多路徑效應影響，使得經過有延遲的通道，在接收端造成符元間干擾(inter-symbol interference, ISI)之現象，在 OFDM 調變技術中因為將通道分為多個子載波，因此可以將一頻率選擇性衰落通道轉換成多個平坦通道的集合，可以有效對抗 ISI 現象，在接收端也僅需針對每個子載波做簡單的等化，因此也降低接收端通道等化器之複雜度。

雖然 OFDM 可實現大量資料傳輸，但是因為 OFDM 調變技術是由多個正交的子載波訊號所疊加而成，使得 OFDM 發射訊號之峰均功率比(Peak-to-Average Power Ratio, PAPR)較單載波訊號大很多，高 PAPR 值會降低功率放大器的效能，使得訊號失真；若要避免訊號失真則需要高線性度的功率放大器，高線性度的功率放大器會使得損耗功率變大，相較於單載波系統，OFDM 的功耗高出許多，而 OFDM 的功耗問題一直是個有待解決的難題。

現有文獻有很多方法可以降低 OFDM 系統中高 PAPR 的問題，最廣泛的做法是藉由削減法(clipping)來限制 PAPR 值 [1-2]，此方法會造成非線性的失真現象，因此效果大多不明顯，但是在解決高 PAPR 值的方法中有一類的作法具有很大的潛力，那就是使用非線性元件的線性放大(linear amplification with nonlinear component; LINC) [3]，在 LINC 的系統中做法是使用高效率的非線性功率放大

器進行訊號的線性放大，主要的原理是將原輸入訊號拆解成兩個(或兩個以上)固定波包(constant envelope)的訊號，因為拆解過後的訊號是固定振幅所以分別經非線性放大器來放大，放大的訊號再經過功率合成器(power combiner)合成，由天線發送出去。LINC 架構理論上可以很有效果，但在實現上卻有其瓶頸，主要的問題是出在功率合成器，目前所使用的功率合成器主要有混合合成器[5]、Chireix 合成器[6]、Wilkinson 合成器[7]等架構，但是這些合成器都無法完美的合成放大後的訊號，造成 LINC 系統對功耗的降低效果不如預期。因此 LINC 系統面臨的最大挑戰便是在功率合成器的實現。

為了解決上述問題，[8]首度提出無功率合成器的架構，亦即讓兩個非線性功率放大器的輸出訊號在空中結合，在接收端所接收到的訊號即為結合後的 LINC 訊號，然而[8]的作法有一個假設，即拆解後的兩個訊號是由非常靠近的兩根天線所傳送，因此可以將兩個通道響應視為相同。但在實際的系統中，天線間的距離有其極限，不同的天線其響應也會不同，因此等效的通道無法完全相同。而 LINC-OFDM 對通道響應的不同非常的敏感，些微的不同就會對效能造成很大的影響。為了克服通道的差異，[9]提出利用空時編碼的作法將拆解後的兩個訊號分做兩個時間在兩根天線傳送，如此一來即可解決[8]中通道必須相同的限制，但其代價是傳輸率減半。[10]提出針對無合成器 LINC-OFDM 系統，利用最大相似(Maximum Likelihood, ML)的偵測方法，可以在不降低傳送速率的情況下維持系統的效能，但[10]所提的 ML 偵測法所需的運算複雜度非常的高，必須要執行多次的 FFT/IFFT 轉換。本論文旨在研究無合成器之 LINC-OFDM 系統，期能克服[9]的缺點。我們提出編碼的 LINC-OFDM 系統架構以及相關的偵測演算法，我們所提出的系統不但可以降低錯誤率，而且可以有效的降低[10]中 ML 偵測法的運算複雜度。

本論文的章節編排如下，第二章介紹 LINC 系統，第三章介紹偵測訊號的方法，第四章介紹所提出的編碼無合成器 LINC-OFDM 系統所使用的編碼、解碼以及加入編碼後的架構，第五章為模擬結果，第六章為結論。



## 二、 LINC 系統介紹

### 2.1 調變訊號在非線性功率放大器下的失真現象

在通訊系統中調變訊號可表示如下

$$x(t) = a(t) \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (2.1)$$

其中  $a(t)$  為訊號波包(envelope)，若  $a(t)$  常數  $A$ ，則  $x(t)$  為固定波包(constant envelope)， $\omega_c$  為訊號頻率(frequency)， $\varphi(t)$  為訊號相位(phase)。當調變訊號經過非線性功率放大器，得到的輸出結果會隨放大器的特性而不同，我們可以使用三階多項式來近似一非線性功率放大器，其輸入輸出關係可表示如下

$$v_{out}(t) = G_1 v_{in}^3(t) + G_2 v_{in}^2(t) + G_3 v_{in}(t) + G_4 \quad (2.2)$$

其中  $v_{out}(t)$  為輸出訊號， $v_{in}(t)$  為輸入訊號， $G_1$  到  $G_4$  為放大器係數，現在將固定波包調變訊號  $x(t)$  帶入此功率放大器，可得輸出訊號  $y(t)$  如下

$$\begin{aligned} y(t) &= G_1 x^3(t) + G_2 x^2(t) + G_3 x(t) + G_4 \\ &= G_1 A^3 \cos^3(\omega_c t + \varphi(t)) + G_2 A^2 \cos^2(\omega_c t + \varphi(t)) + G_3 A \cos(\omega_c t + \varphi(t)) + G_4 \\ &= \frac{G_1 A^3}{4} (\cos(3\omega_c t + 3\varphi(t)) + \cos(\omega_c t + \varphi(t))) + \frac{G_2 A^2}{2} (1 + \cos(2\omega_c t + 2\varphi(t))) \\ &\quad + G_3 A \cos(\omega_c t + \varphi(t)) + G_4 \end{aligned} \quad (2.3)$$

若此功率放大器的特性曲線通過原點，則  $G_4 = 0$ ，因此只要將輸出訊號經過一低通濾波器將高頻訊號濾掉，輸出訊號與輸入訊號為即呈線性的關係，因此固定波包的訊號經過非線性的放大不會有失真。

若調變訊號為變動波包，則經過功率放大器的輸出  $y(t)$  如下

$$\begin{aligned}
y(t) &= G_1 x^3(t) + G_2 x^2(t) + G_3 x(t) + G_4 \\
&= G_1 a^3(t) \cos^3(\omega_c t + \varphi(t)) + G_2 a^2(t) \cos^2(\omega_c t + \varphi(t)) + G_3 a(t) \cos(\omega_c t + \varphi(t)) + G_4 \\
&= \frac{G_1 a^3(t)}{4} (\cos(3\omega_c t + 3\varphi(t)) + \cos(\omega_c t + \varphi(t))) + \frac{G_2 a^2(t)}{2} (1 + \cos(2\omega_c t + 2\varphi(t))) \\
&\quad + G_3 a(t) \cos(\omega_c t + \varphi(t)) + G_4
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

此時的輸出訊號經過一低通濾波器後輸出訊號仍含有  $a^3(t)$  項，與輸入訊號呈現非線性的關係，造成輸出訊號失真。由以上兩種輸入訊號性質可知，固定波包的訊號可以使用非線性功率放大器，而變動波包的訊號則不可。

## 2.2 傳統 LINC 系統

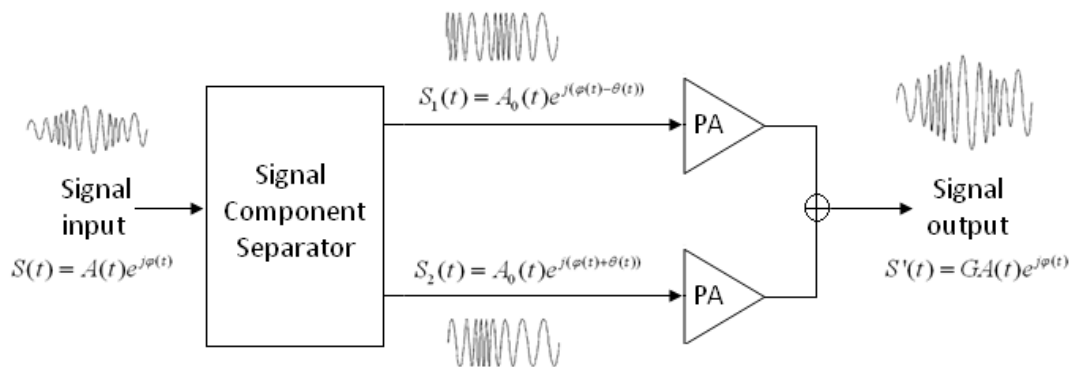


圖 2.1 LINC 系統架構圖

### 2.2.1 LINC 系統之原理

LINC 的基本原則[3-4]是將一波包及相位都為時變(varying)的輸入訊號，經過訊號分解器(Signal Component Separator, SCS)拆解成兩個固定波包之相位調製訊號。兩個固定波包的訊號之間僅存在一個相位差。因此這兩個相位調製訊號可以分別經由非線性功率放大器(non linear power amplifier)進行放大。放大後再由功率合成器(power combiner)結合重建出功率放大後具有時變波包之射頻調製訊號。其中輸出的訊號是為輸入訊號的線性放大結果，但是其中的兩個功率放大器為非線性放大器，利用非線性放大器而得到線性放大的輸出結果，可以有效提升

LINC-OFDM 系統的效能。

## 2.2.2 LINC 系統架構

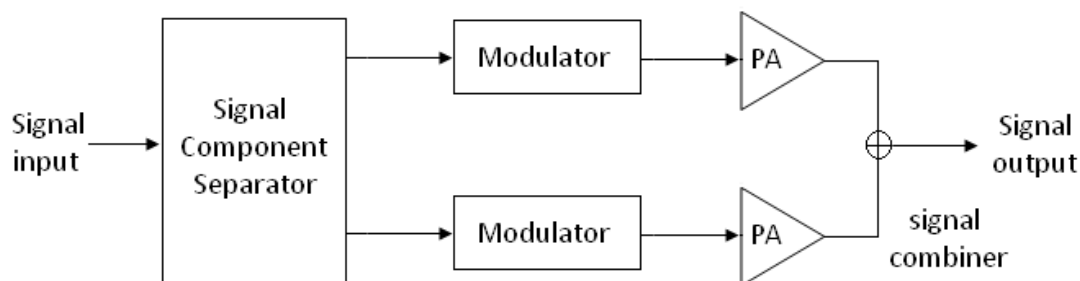


圖 2.2 LINC 系統傳送端架構

LINC 系統的架構主要分為四個部分，第一部分為訊號分解器，將輸入的基頻訊號拆解成兩個具有固定波包性質之相位調製訊號。第二部分是對相位調製訊號做調變，將原本拆解後基頻(baseband)或中頻(IF)的訊號調變至射頻(RF)訊號。第三部分為功率放大器，因為第一部分的訊號拆解所以在此可以分別使用非線性的功率放大器。第四部分為功率合成器(Power Combiner)將功率放大器的輸出由射頻(RF)電路做相加以重建訊號，若直接將兩路功率合成器的輸出做連接，當其中一路的電壓改變時，造成另一路鎖看到的負載阻抗(load impedance)隨之改變，因此兩路訊號必須能正確地相互抵銷，才得以重建出輸入的訊號。因此，功率結合器必須透過特殊的設計，以下將介紹不同的功率合成器。

第一種功率合成器為複合式混合器(hybrid combiner)[5]圖 2.3，此類型混合器讓負載阻抗維持固定，分隔( isolation)兩個功率放大器。將兩個相位調製訊號間的不同項合成至天線輸出，而相差項傳送至終端的負載電阻器(load resistor)以熱能的形式釋放。雖然此混合器可以保證輸出訊號的振幅有良好的線性度，但是因為部分能量的損失而降低了功率效能，此類型功率合成器稱為有耗能(lossy)合成器。

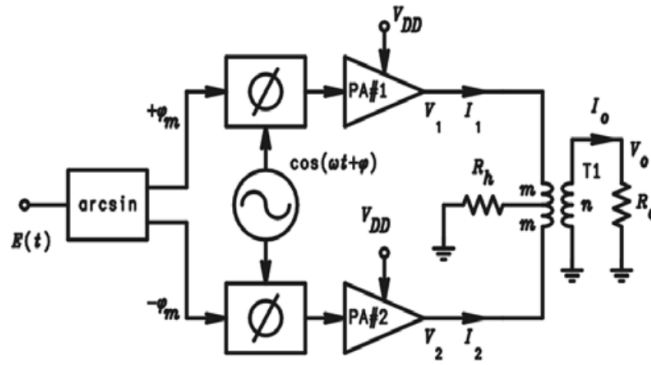


圖 2.3 複合式混合器

第二種功率合成器為 Chireix power combiner[6]如圖 2.4 所示在合成前加入並聯電抗(shunt reactances)用來避免在特定振幅發生漏電抗(drain reactances)的情形。此機制可以提升功率效能，又稱無耗能(lossless)合成器。但是此類型的功率合成器的兩個輸入沒有隔離電阻，會造成耦合(couple)，使得輸出訊號線性度較複合式混合器來得差。

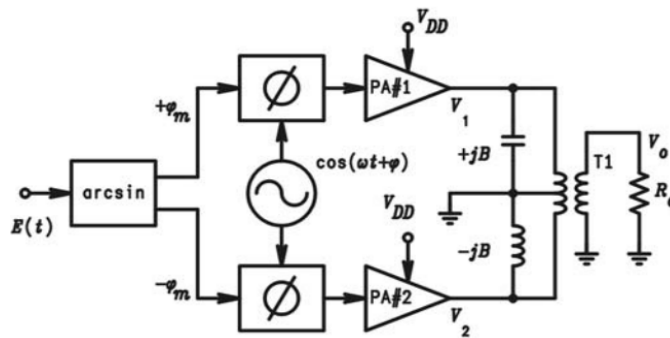


圖 2.4 Chireix power combiner

雖然以上所提出的幾種合成器改善了部分的問題，但是仍然存在著電路損耗(circuit losses)以及失配損耗(mismatch losses)的問題，因此要設計出高功率效能以及高線性度的合成器仍然是重要的課題，本篇論文提出無合成器(combinerless)的 OFDM-LINC 系統來解決合成器的問題。

### 2.2.3 LINC 訊號拆解

將 LINC 訊號分解器的輸入訊號假設為一固定相位訊號如下

$$s(t) = A(t) \cos(\omega_c t) \quad (2.5)$$

其中波包  $A(t) \geq 0$ ，將  $A(t)$  以下式代換

$$A(t) = A_m \sin \varphi(t) \quad (2.6)$$

$$\varphi(t) = \sin^{-1} \left( \frac{A(t)}{A_m} \right) \quad (2.7)$$

其中  $A_m$  為  $A(t)$  的最大值，因此決定了  $\varphi(t)$ ，代換之後可拆解如下

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{A_m}{2} [\sin(\omega_c t + \varphi(t)) - \sin(\omega_c t - \varphi(t))] \\ &= s_1(t) - s_2(t) \\ s_1(t) &= \frac{A_m}{2} \sin(\omega_c t + \varphi(t)) \\ s_2(t) &= \frac{A_m}{2} \sin(\omega_c t - \varphi(t)) \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中經過拆解後的  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$ ，可以表示為固定波包的向量，並且在順時針及逆時針的方向分別旋轉一個角度  $\varphi(t)$  如圖 2.5 所示，又因為訊號拆解為兩個部分  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$ ，所以可以分別經過非線性放大器。假設放大器的放大增益 (amplifier gain) 為  $G$ ，則輸出結果可表示如下

$$Gs_1(t) - Gs_2(t) = GA_m \sin \varphi(t) \cos(\omega_c t) = Gs(t) \quad (2.9)$$

得到線性放大的結果。

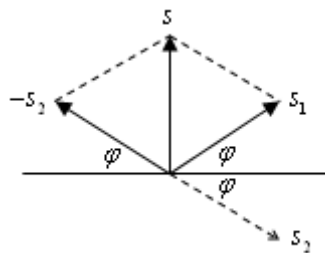


圖 2.5 訊號拆解示意圖



若將輸入訊號寫成具有時變相位的通式如下

$$s(t) = A(t) \cos(\omega_c t + \theta(t)) \quad (2.10)$$

其中波包  $A(t) \geq 0$ ，將  $A(t)$  利用(2.6)(2.7)代換後可得

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{A_m}{2} [\sin(\omega_c t + \theta(t) + \varphi(t)) - \sin(\omega_c t + \theta(t) - \varphi(t))] \\ &= s_1(t) - s_2(t) \\ s_1(t) &= \frac{A_m}{2} \sin(\omega_c t + \theta(t) + \varphi(t)) \\ s_2(t) &= \frac{A_m}{2} \sin(\omega_c t + \theta(t) - \varphi(t)) \end{aligned} \quad (2.11)$$

若輸入為複數訊號，則可將(2.10)改寫如下：

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)} \\ \theta(t) &= \tan^{-1} \frac{Q(t)}{I(t)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

上式中  $I(t)$  為訊號的實部， $Q(t)$  為虛部。從座標平面圖來看，對任一複數基頻訊號  $s(t) = I(t) + jQ(t)$  我們皆可將其拆解為兩個複數訊號  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$ ， $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  有相同的振幅  $\frac{A_m}{2}$ ， $\frac{A_m}{2}$  是一個常數值，且  $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ 。因此任何振幅小於  $A_m$  訊號都可以被拆解。拆解後訊號的方法有相位調變(phase modulation)法以及 IQ(in phase/quadrature phase)法。相位調變法即利用式子(2.12)求得，由(2.7)求得相位  $\varphi(t)$ ，拆解後兩個訊號的相位  $\theta(t) + \varphi(t)$  和  $\theta(t) - \varphi(t)$ 。而 IQ 法是先計算錯誤訊號  $e(t)$  再求  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$ ， $e(t)$ 、 $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$  之間的關係如圖 2.6 所示，推導結果如下

$$e(t) = js(t) \sqrt{\frac{A_m^2}{|s(t)|^2} - 1} \quad (2.13)$$

則拆解後的兩個訊號可以表示為

$$\begin{aligned} s_1(t) &= I_1(t) + jQ_1(t) = \frac{1}{2}(s(t) + e(t)) \\ s_2(t) &= I_2(t) + jQ_2(t) = \frac{1}{2}(s(t) - e(t)) \end{aligned} \quad (2.14)$$

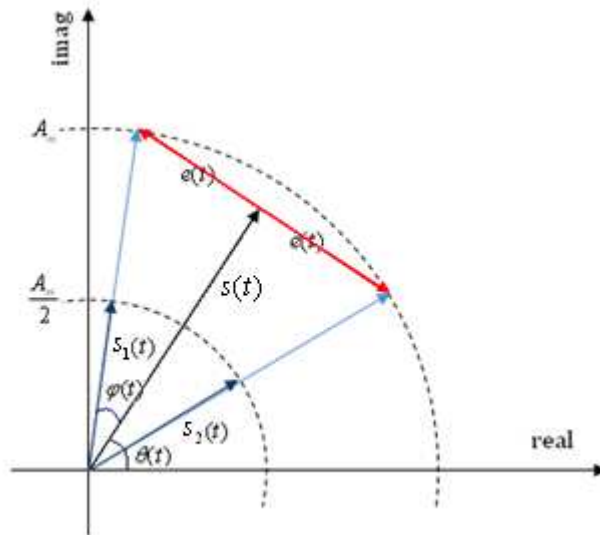


圖 2.6 IQ 法訊號拆解圖

## 2.3 無合成器之 LINC 系統與空時編碼之 LINC 系統

### 2.3.1 無合成器之 LINC 系統

傳統的 LINC 系統是將輸入訊號拆解成兩個固定波包的訊號以克服線性功率放大器的低效能度問題，因此 LINC 使用兩個非線性功率放大器以達到較高效能，得到線性放大的輸出。但 LINC 系統的問題在於高效能的功率合成器不容易實現。因此[8]提出無功率合成器的方法，在此稱之為無合成器之 LINC 系統。此系統將功率放大器的輸出視為傳送端，兩個固定波包訊號透過兩根天線來傳送，經過兩個通道由接收端接收，因此兩個拆解後的訊號在空間中自然合成。假設兩根天線距離非常靠近，兩個通道可視為相同，接收到的訊號即可視為功率放大器輸出的兩個訊號經合成後再經過通道，如此可以免去傳統 LINC 系統在功率合成器設計上的問題。在無合成器的系統中，傳送之前必須要加入濾波器，因為兩個固定波包的訊號不一定符合傳送頻帶的限制。

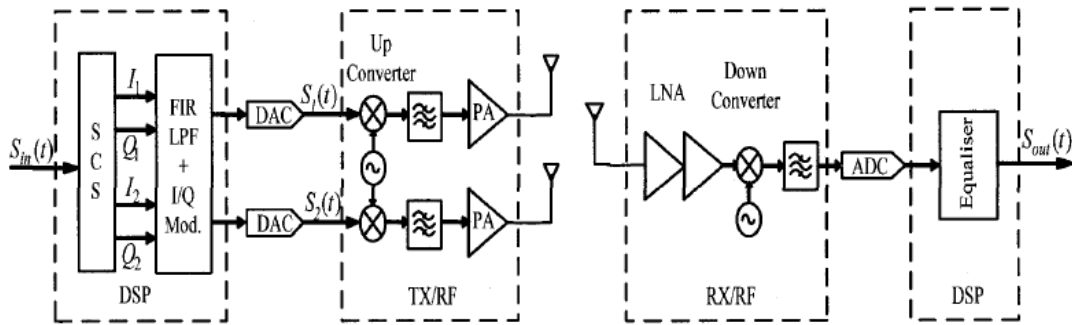


圖 2.7 2X1 LINC 系統架構

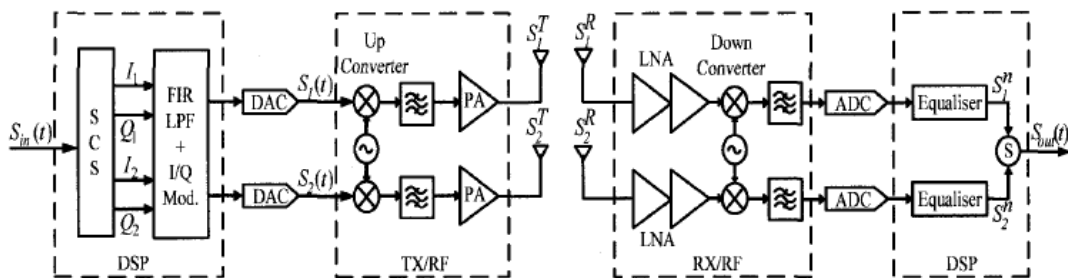


圖 2.8 2X2 LINC 系統架構

圖 2.7 為 2×1 無合成器 LINC 系統架構，數位訊號模組(Digital Signal Processing, DSP)將傳送的訊號拆解後經過濾波器/調變器，再經過功率放大器放大後傳送。[8]也提出極化天線的系統架構如圖 2.8 所示，接收端為兩根天線，形成一類似 2×2 的 MIMO 系統，如此一來可以避免兩根傳送天線之間的干擾，並且可以允許兩個通道不必相同。[8]的模擬結果證實 2×1 和 2×2 無合成器 LINC 的系統效能較比起傳統 LINC 系統有大幅的提升。

### 2.3.2 空時編碼之 LINC 系統

[9]提出空時編碼之 LINC 系統來解決[8] 所提出的 2X1 無合成器 LINC 的系統中兩個傳送通道必須相同的限制。空時編碼的另一好處是系統可以有多樣性 (diversity)。使用此系統的前提是通道在兩個符元傳送的時間(symbol period)內能維持不變。系統架構如圖 2.9 所示，其中 2×1 的 Alamouti 編碼器將拆解後的  $s_1(t)$

及  $s_2(t)$  在空間(傳送天線)與時間中做特殊的排序，如圖 2.10 所示：

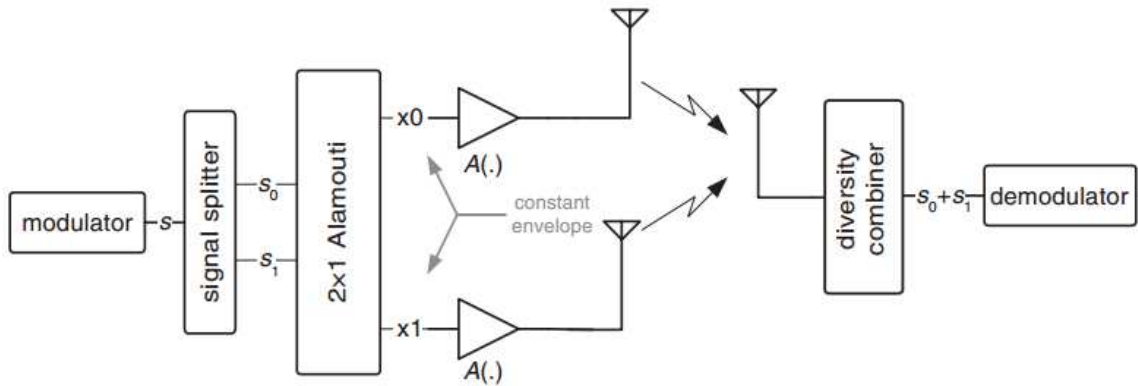


圖 2.9 空時編碼 LINC 系統

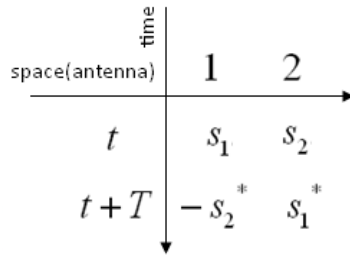


圖 2.10 Alamouti 空間-時間編碼

在第一個符元周期  $s_1(t)$  由第一根天線傳送， $s_2(t)$  由第二根天線傳送，而下一個符元周期  $-s_2^*$  由第一根天線傳送， $s_1^*$  由第二根天線傳送，假設第一根及第二根天線傳送的通道分別為  $h_1$  及  $h_2$ ，則在接收端收到的訊號可表示如下

$$\begin{aligned} r_0 = r(t) &= h_1 s_1 + h_2 s_2 + n_0 \\ r_1 = r(t+T) &= -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n_1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

其中及  $n_0$  及  $n_1$  為通道中雜訊，由接收端的多樣結合可以將傳送訊號估計如下

$$\begin{aligned} s'_1 &= \frac{1}{2}(h_1^* r_0 + h_2 r_1^*) \\ s'_2 &= \frac{1}{2}(h_2^* r_0 - h_1 r_1^*) \end{aligned} \quad (2.16)$$

將(2.15)帶入(2.16)整理後可得

$$\begin{aligned}
 s'_1 &= \frac{1}{2} \left[ h_1^* (h_1 s_1 + h_2 s_2 + n_0) + h_2 (-h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n_1)^* \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ (|h_1^2| + |h_2^2|) s_1 + h_1^* n_0 + h_2 n_1^* \right] \\
 s'_2 &= \frac{1}{2} \left[ h_2^* (h_1 s_1 + h_2 s_2 + n_0) - h_1 (-h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n_1)^* \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ (|h_1^2| + |h_2^2|) s_2 + h_2^* n_0 - h_1 n_1^* \right]
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

兩個訊號加總結果如下

$$\begin{aligned}
 s' &= s'_1 + s'_2 \\
 &= \frac{1}{2} \left[ (|h_1^2| + |h_2^2|) s_1 + h_1^* n_0 + h_2 n_1^* \right] + \frac{1}{2} \left[ (|h_1^2| + |h_2^2|) s_2 + h_2^* n_0 - h_1 n_1^* \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[ (|h_1^2| + |h_2^2|) (s_1 + s_2) + (h_1^* + h_2^*) n_0 - (h_1 - h_2) n_1^* \right]
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

其中由第一項 $(|h_1^2| + |h_2^2|)(s_1 + s_2)$ 即是原始的傳送訊號。空時編碼之 LINC 系統可以有效的隔離兩個功率放大器的輸出訊號並且解決功率合成器耗能的問題，但是在接收端必須要使用兩個符元周期的時間來傳送一訊號，傳輸速率因此減半。

### 三、 偵測方法

#### 3.1 訊號偵測使用線性等化器

##### 3.1.1 強制歸零(Zero forcing, ZF)等化器

令  $\mathbf{s}$  表示一 OFDM 符元在時域(Time domain)上的訊號，如前所述，LINC 系統將傳送的訊號  $\mathbf{s}$  在時域(Time domain)拆解成  $\mathbf{s}_1$  及  $\mathbf{s}_2$  如下：

$$\begin{aligned}\mathbf{s}_1 &= \frac{1}{2}(\mathbf{s} + \mathbf{e}) \\ \mathbf{s}_2 &= \frac{1}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{e})\end{aligned}\quad (3.1)$$

$$\mathbf{e} = \left[ js(0) \sqrt{\frac{A_m}{|s(0)|^2} - 1}, \dots, js(N-1) \sqrt{\frac{A_m}{|s(N-1)|^2} - 1} \right]^T \quad (3.2)$$

其中  $N$  為子載波個數，在 LINC-OFDM 系統中，因為 OFDM 的符元定義在頻域，因此在接收端須先將接收到的訊號轉至頻域，令  $\tilde{s}_1(p)$  及  $\tilde{s}_2(p)$  為一子載波的兩個頻域訊號， $\tilde{h}_1(p)$  及  $\tilde{h}_2(p)$  為相對應的通道頻率響應， $\tilde{y}(p)$  為接收訊號， $p$  為載波的指標(index)，則接收訊號表示如下：

$$\tilde{y}(p) = \tilde{h}_1(p)\tilde{s}_1(p) + \tilde{h}_2(p)\tilde{s}_2(p) + n(p) \quad (3.3)$$

等化器的目的是求出原始的傳送訊號，因此在此是  $\tilde{s}(p) = \tilde{s}_1(p) + \tilde{s}_2(p)$ ，ZF 等化器是個反向濾波器，目的是完全補償通道效應，在此我們假設  $\tilde{h}_1(p)$  及  $\tilde{h}_2(p)$  很相近但不完全一樣，因此完全的通道補償無法達成，為了克服此問題[10]將通道響應近似為  $\tilde{h}_1(p)$  及  $\tilde{h}_2(p)$  的平均值  $\tilde{h}_{ZF}(p) \equiv (\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p))/2$ ，利用此通道響應來作等化可得等化後的訊號如下：

$$\hat{\tilde{s}}(p) = \left( \tilde{h}_{ZF}(p) \right)^{-1} \tilde{y}(p) \quad (3.4)$$

ZF 等化器因不考慮雜訊，所以等化後雜訊可能被放大，另外因為  $\tilde{h}_1(p)$  及  $\tilde{h}_2(p)$  不完全相等，等化後會產生一干擾項，表示如下：

$$\begin{aligned} \tilde{y}(p) = & \left( \tilde{h}_{ZF}(p) \right) \times (\tilde{s}_1(p) + \tilde{s}_2(p)) \\ & + \underbrace{\left( \frac{\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)}{2} \right) \times \tilde{s}_1(p) + \left( \frac{\tilde{h}_2(p) - \tilde{h}_1(p)}{2} \right) \times \tilde{s}_2(p)}_{Interference} + \tilde{n}(p) \end{aligned} \quad (3.5)$$

值得注意的是此干擾項與雜訊無關，再者拆開後的訊號轉至頻域後  $\tilde{s}_1(p)$  及  $\tilde{s}_2(p)$  可能有很大的振幅，意即  $\tilde{h}_1(p)$  及  $\tilde{h}_2(p)$  的差異即使很小也可能產生有大的干擾。

### 3.1.2 修正 ZF 等化器

為了避免式(3.5)所提到的干擾項嚴重影響到接收訊號，我們將式(3.2)代入式(3.1)，得到以下訊號在時域的表示式：

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 &= \frac{1}{2} (\mathbf{I} + j\mathbf{C}(s)) \mathbf{s} \\ \mathbf{s}_2 &= \frac{1}{2} (\mathbf{I} - j\mathbf{C}(s)) \mathbf{s} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{C}(s) = \text{diag} \left( \left[ \sqrt{\frac{A_m}{|s(0)|^2} - 1}, \dots, \sqrt{\frac{A_m}{|s(N-1)|^2} - 1} \right]^T \right)$$

其中  $N$  為子載波個數， $\mathbf{C}(s)$  為一對角矩陣，將一個 OFDM 符元訊號表示成矩陣的型式，接收到的訊號式(3.3)可以表示如下：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \tilde{\mathbf{H}}_1 F \mathbf{s}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2 F \mathbf{s}_2 + \tilde{\mathbf{n}} \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2)}_{\text{signal}} \tilde{\mathbf{s}} + \underbrace{\frac{j}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) F \mathbf{C}(s) F^H}_{\text{interference}} \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

式(3.7)中  $F$  及  $F^H$  分別代表離散傅利葉轉換和反離散傅利葉轉換， $\tilde{\mathbf{H}}_1$  和  $\tilde{\mathbf{H}}_2$  為對角矩陣，對角線上的值為  $\tilde{h}_1(p)$  及  $\tilde{h}_2(p)$ ，從上式中可得知，干擾項在兩個通道相

同  $\tilde{\mathbf{H}}_1 = \tilde{\mathbf{H}}_2$  時為 0，當  $\tilde{\mathbf{H}}_1 \neq \tilde{\mathbf{H}}_2$  時，干擾項會存在，因為  $\mathbf{C}(s)$  項的值恆正，因此可得知式(3.7)干擾項的平均值為正。當  $\tilde{\mathbf{H}}_1$  與  $\tilde{\mathbf{H}}_2$  是兩個高相關性通道時，式(3.7)有高的訊號對干擾比值(SIR)。當  $\tilde{\mathbf{H}}_1$  與  $\tilde{\mathbf{H}}_2$  相關性降低時，式(3.7)的訊號對干擾比值亦漸降低。若能將式(3.7)干擾項的平均值扣除，可以讓干擾項變成零平均(zero-mean)訊號，則干擾項的影響將可降低。我們的做法是使用一參數  $\mu > 0$ ，假設此參數可以近似  $\mathbf{C}(s)$  的平均值，式(3.7)可改寫如下：

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{y}} &= \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2)\tilde{\mathbf{s}} + \frac{j}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2)F\mathbf{C}(s)F^H\tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \\
 &= \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2)\tilde{\mathbf{s}} + \frac{j}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2)F(\mu\mathbf{I})F^H\tilde{\mathbf{s}} \\
 &\quad + \frac{j}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2)F(\mathbf{C}(s) - \mu\mathbf{I})F^H\tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \\
 &= \underbrace{\left[ \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2) + \frac{j\mu}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) \right]}_{\text{new signal}} \tilde{\mathbf{s}} + \underbrace{\frac{j}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2)F(\mathbf{C}(s) - \mu\mathbf{I})F^H}_{\text{new interference}} \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

我們將修正的 ZF 等化器縮寫為 MZF，因此定義 MZF

$$\tilde{\mathbf{H}}_{MZF} \equiv \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2) + \frac{j\mu}{2}(\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) \tag{3.9}$$

以 MZF 等化後的訊號可表示如下：

$$\hat{\tilde{\mathbf{s}}} = (\tilde{\mathbf{H}}_{MZF})^{-1} \tilde{\mathbf{y}} \tag{3.10}$$

### 3.2 最大似然偵測(Maximum likelihood detection)

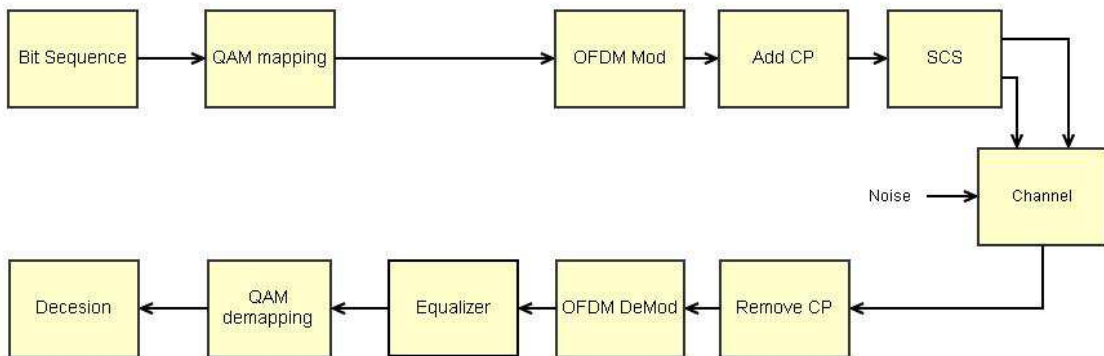


圖 3.1 無合成器的 LINC-OFDM 系統流程圖



LINC-OFDM 系統架構如圖 3.1 所示在傳送端產生二位元(binary)訊號，經過對映器(mapping)轉換成符元，在 OFDM 調變後輸入訊號拆解器(SCS)，經過通道加入雜訊後在接收端合成。將無合成器的 LINC-OFDM 系統與傳統的 OFDM 系統比較，在高訊雜比(SNR)時錯誤率有觸底(error floor)的現象，這是因為在使用等化器時會產干擾項，而此干擾項不會因為訊雜比變高而變小。因此[10]提出了最大似然偵測演算法。此演算法是在假設通道已知情況下針對各子載波找到一組最可能的傳輸訊號  $\tilde{s}_1(p)$  及  $\tilde{s}_2(p)$ ，值得注意的是  $\tilde{s}_1(p)$  及  $\tilde{s}_2(p)$  是由所有子通道符元  $\tilde{s}(p)$  轉至時域後經過 SCS 拆解，再轉回頻域所得。無合成器 LINC-OFDM 系統的 ML 偵測流程如圖 3.2 所示。對於一組可能的 OFDM 符元訊號，我們可以將其轉至時域，經過 SCS 拆解後，再轉回頻域而得  $\tilde{s}_1(p)$  及  $\tilde{s}_2(p)$ ，計算這些組合經過通道與接收訊號的差值，找出平方誤差最小的，即為 ML 偵測。利用(3.3)式我們則可得符元的似然率。而最大似然偵測演算法則是在很多的可能符元中選擇一個最有可能的當做輸出，詳細的數學式如下所示：

$$\max_{\tilde{s}(p)} \frac{1}{(2\pi\sigma_n)^p} \prod_p \exp \left\{ -\frac{\left| \tilde{y}(p) - (\tilde{h}_1(p)\tilde{s}_1(p) + \tilde{h}_2(p)\tilde{s}_2(p)) \right|^2}{2\sigma_n^2} \right\} \quad (3.11)$$

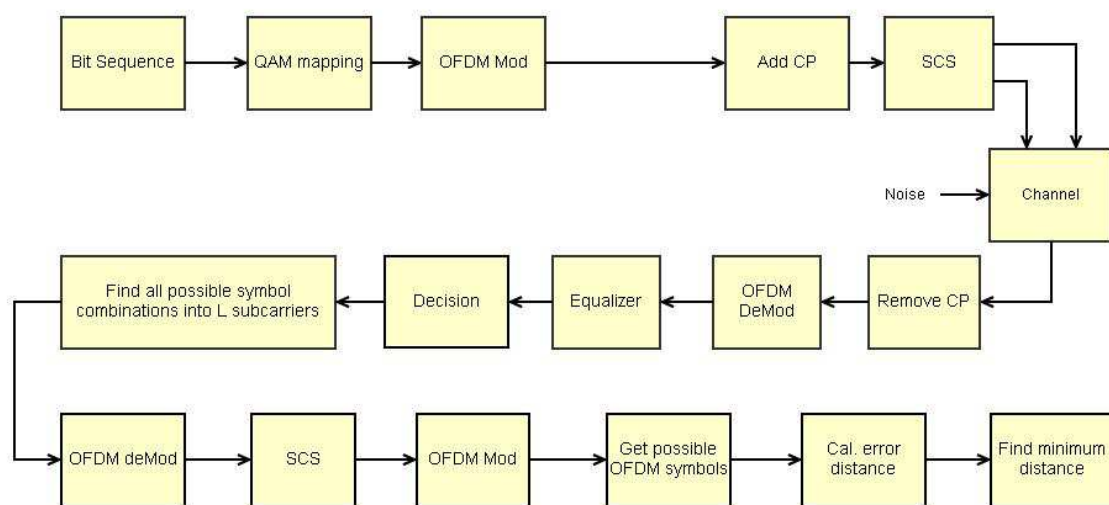


圖 3.2 無合成器 LINC-OFDM 之 ML 偵測系統流程圖

其中  $\sigma_n^2$  為雜訊變異數， $N$  為子載波個數， $p = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ，(3.11)可化簡為求取下式

$$\min_{\tilde{s}(p)} \sum_p \left| \tilde{y}(p) - \left( \tilde{h}_1(p)\tilde{s}_1(p) + \tilde{h}_2(p)\tilde{s}_2(p) \right) \right|^2 \quad (3.12)$$

假設所使用的 QAM 對應器有  $Q$  個星狀點，則  $N$  個子載波可能的組合有  $Q^N$  種，如果將每一種可能的情形都轉至時域執行 LINC 訊號拆解，再轉回頻域計算誤差距離(3.12)，再從  $Q^N$  個誤差值裡找最小的其對應訊號做為偵測結果。計算量將非常的大，如何降低運算量是使用此法要克服的問題，因此[10]提出使用一通道指數(index) 做為判定某一子載波符元是否會發生錯誤的依據，並藉此來降低選擇的組合個數。其方法是將 ZF 等化器的結果做為初始判定(decision)結果，再根據通道指數做為每個符元的可信賴度依據，若通道指數較小，則該子通道判定的符元錯誤機率就較高。假設可能發生錯誤的子通道個數為  $J$  個，則可能的組合就降至  $Q^J$  種，當  $J \ll N$  時就可大幅降低運算量。在判定符元的可信賴度時，在[10]中將通道指數設定如下：

$$\tilde{h}_{dec}(p) = \frac{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)}{\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)} \quad (3.13)$$

利用式(3.13)的值代表該子通道的好壞，數值越小表示通道越不好，該子通道判定的符元越容易產生錯誤，即使可能組合降低至  $Q^J$  種，計算量可能還是很大，以 128 個子載波為例，如果較差的子載波有 8 個，且調變系統為 QPSK，則可能的組合仍然有  $4^8$  種，需要執行  $4^8$  次的 OFDM 調變。[10]亦提出再進一步降低可能組合個數的方法，區塊遞迴法、前置編碼法以及符元簡化法。但是所需運算量仍然很高。因此本篇論文提出在傳送端加入迴旋編碼器(convolution encoder)，在接收端解碼時可以用離籬柵碼(Trellis code)來搜尋可能的組合，減低組合個數。第四章將說明使用的編碼方法以及搜尋方式。

## 四、編碼無合成器 LINC-OFDM 系統

本章節將介紹所提出針對無合成器的 OFDM-LINC 系統加入編碼所使用到的編碼、解碼方法以及修正後的 ZF 等化器和連續消干擾運算。章節的編排如下 4.1 將介紹編碼方式，4.2 介紹軟性反對映器，4.3 介紹解碼演算法，4.4 介紹加入連續消干擾運算的解碼演算法。

### 4.1 錯誤更正碼

數位通訊系統傳輸過程中通道編碼是在傳送端的訊息加入多餘(redundancy)符元或是將原訊號轉換成更長的訊息，使得接收端能夠利用編碼後的訊號克服在通道中遭遇噪音和干擾的影響，將錯誤的符元更正回來，而得到編碼增益(Coding Gain)。錯誤更正碼分為兩類：區塊碼(Block Code)、迴旋碼(Convolutional Code)。區塊碼是將訊號編碼成一串編碼字組，利用互斥、閘、加法器所組成，編碼過程前後訊號不會互相影響，是不具有記憶效果(memoryless)的編碼方式。迴旋碼則是利用位移暫存器(shift register)與迴路組成，編碼輸出不僅與目前輸入有關且與前幾級輸入也有關，是具有記憶效果(memory)的編碼方式，此編碼亦是目前通訊系統最常使用的錯誤更正碼，因此本論文中所使用的錯誤更正碼為迴旋碼。

錯誤更正碼的目的是在保護傳送的資料，為了避免一連串的錯誤發生，所以在系統中加入交錯器(Interleaver)，將訊息錯開以確保發生的錯誤是隨機產生。本論文所使用的編碼、解碼技術將在以下章節做詳細說明。

二位元迴旋編碼器(Binary Convolutional Encoder)利用位移暫存器和模 2 加法器(Modular-2 addition)運算關係組成。以  $(n, k, m)$  來表示迴旋編碼的編碼方式，其中  $n$  為輸出個數， $k$  為輸入個數， $m$  為暫存器個數。暫存器的個數將會影響錯誤更正能力和硬體複雜度，暫存器個數越多，錯誤更正能力越強，相對的硬體複雜度也較高。迴旋編碼可分為系統性迴旋編碼(systematic convolutional code)及非

系統性迴旋編碼(non-systematic convolutional code)，其系統性即表示將輸入作為輸出，用來幫助接收端解碼使用。圖 4.1 及圖 4.2 分別為(2,1,2)的系統性迴旋編碼器與非系統性迴旋編碼器的架構。

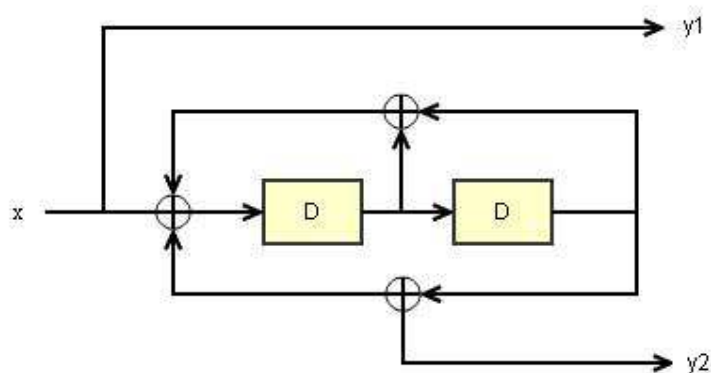


圖 4.1 (2,1,2) 系統性迴旋編碼器

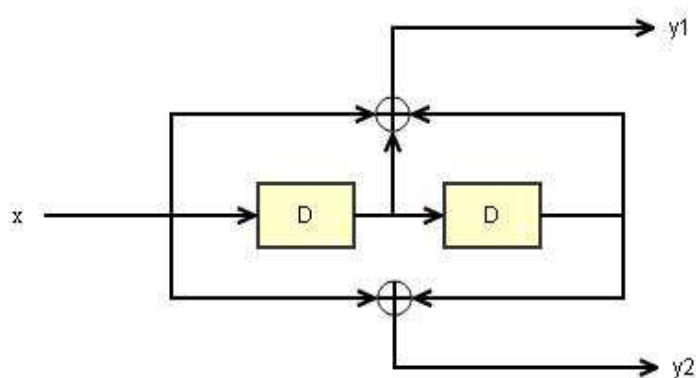


圖 4.2 (2,1,2) 非系統性迴旋編碼器

碼率 (Code Rate) 代表每個碼句中有多少的訊息量，表示為  $R = k/n (R < 1)$ ，每一時刻的輸出位元是由該時刻輸入以及前  $m \times k$  個輸入的線性組合而得；每一時刻的輸入位元會影響  $n(m+1)$  個輸出的位元以圖 4.2 為例，碼率  $R = 1/2$ ，任一時刻  $k$  的編碼輸出不僅與當時刻的輸入有關，而且與  $k-1$  時刻及  $k-2$  時刻有關，因此每一個輸入位元會影響到 6 個輸出位元。在迴旋編碼器中有  $2^m$  個狀態(states)，每個狀態之間的轉換可以圖 4.3 表示，其中實線表示輸入為 1，虛線表是輸入為 0，線上所表示的為輸出的兩個位元值。另外迴旋編碼器亦可以使用格狀圖(Trellis diagram)來表示如圖 4.4，每個狀態皆有兩條路徑進

入，在解碼時將會依據路徑記量值(path metric)來判斷，選取最小的做為存活路徑記量值(survivor path metric)。

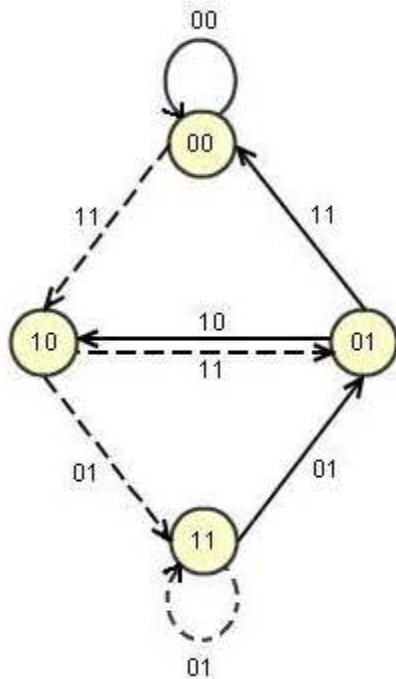


圖 4.3 狀態圖(state diagram)

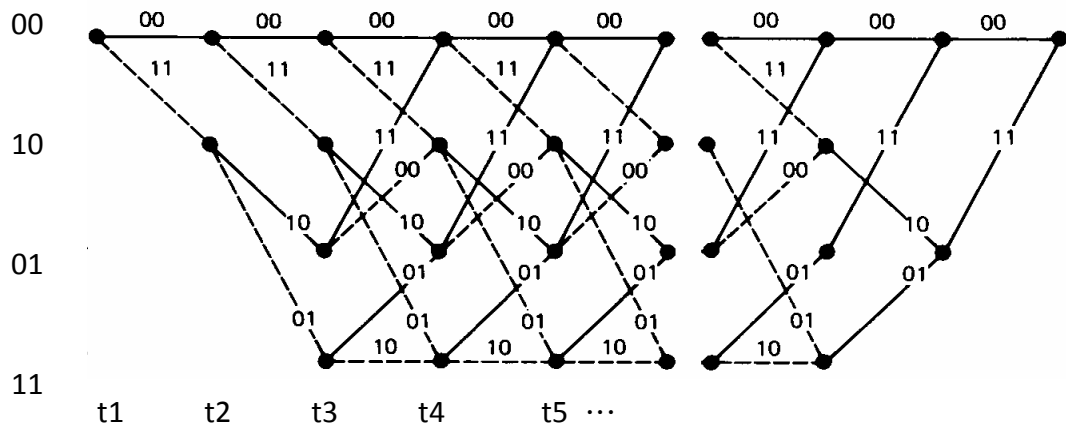


圖 4.4 格狀圖

## 4.2 軟性反對映器(Soft de-mapping)

在接收端，OFDM 解調後的訊號是在符元層(symbol level)的訊號，在反對映(de-mapping)時我們計算軟性反對映(soft de-mapping)[11]來得到接收位元是 0 或 1 的機率，以做為位元層(bit level)反交錯器(de-interleaver)的輸入。在介紹 LINC-OFDM 2x1 的系統前先說明單天線的情形。

### 4.2.1 最大似然位元計量值(ML bit metric)

單天線系統如圖 4.5，接收端的訊號在頻域上的可以表示如下：

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (4.1)$$

其中  $\tilde{\mathbf{H}}$  是通道頻率響應(Channel Frequency Response, CFR)，以  $\tilde{h}(k)$  表示第  $k$  個子載波的係數， $\tilde{s}(k)$  為第  $k$  個子載波的傳送訊號， $\tilde{\mathbf{n}}$  為外加雜訊。假設傳送端的對映器為 M-QAM，則  $\tilde{s}(k)$  是星狀圖(constellation)  $M$  個符元中的其中一個符元，每個符元有  $m = \log_2(M)$  個位元，因此在接收到  $\tilde{y}(k)$  後需要計算  $2m$  個計量值(metric)，即每個位元  $b_{I,k}$ ， $b_{Q,k}$  ( $k = [1, 2, \dots, m/2]$ ) 分別為 0 和 1 的可能性。針對  $b_{I,k}$  (對  $b_{Q,k}$  亦同) 而言，將 QAM 的集合分成兩個部分， $S_{I,k}^{(0)}$  代表在位置  $(I, k)$  的位元是 0 的符元， $S_{I,k}^{(1)}$  代表是 1 的符元。因此這兩個計量值(metric)可表示如下：

$$m_c(b_{I,k}) = \max_{\alpha \in S_{I,k}^{(c)}} \log p(\tilde{y}(k) | \tilde{s}(k) = \alpha), c = 0, 1 \quad (4.2)$$

$\tilde{y}(k)$  的機率為一高斯函數可表示如下：

$$p(\tilde{y}(k) | \tilde{s}(k) = \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{|\tilde{y}(k) - \tilde{h}(k)\alpha|^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4.3)$$

且因為  $\tilde{y}(k) = \tilde{h}(k)\tilde{s}(k)$ ，因此可將式(4.2)改寫為下式

$$m_c(b_{I,k}) = |\tilde{h}(k)|^2 \cdot \min_{\alpha \in S_{I,k}^{(c)}} |\tilde{s}(k) - \alpha|^2, c = 0,1 \quad (4.4)$$

由式(4.4)計算而得的計量值即可做為反交錯器的輸入。

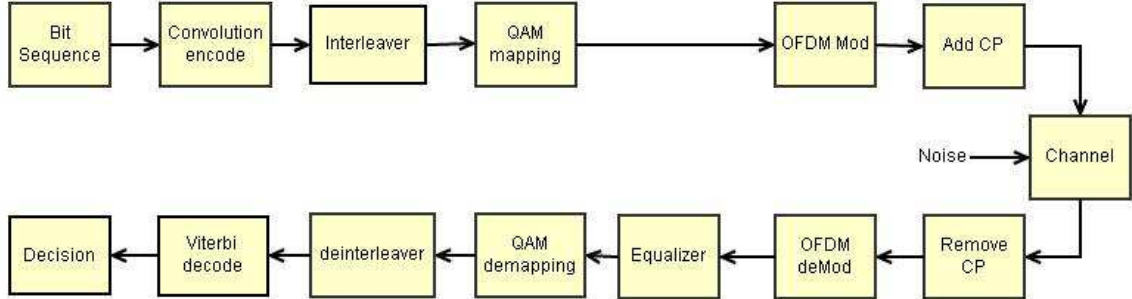


圖 4.5 單天線 OFDM 系統

#### 4.2.2 LLR 軟性位元值(LLR soft bit value)

若利用下式計算第  $(I,k)$  個位元的 LLR 值，該值若大於 0 則判斷傳送位元為 1，反之則判斷為 0，而該值絕對值的大小代表可信度(reliable)。

$$\begin{aligned} LLR(b_{I,k}) &\equiv \log \frac{P(b_{I,k} = 1 | \tilde{y}(k))}{P(b_{I,k} = 0 | \tilde{y}(k))} \\ &= \log \frac{\sum_{\alpha \in S_{I,k}^{(1)}} P(\tilde{s}(k) = \alpha | \tilde{y}(k))}{\sum_{\alpha \in S_{I,k}^{(0)}} P(\tilde{s}(k) = \alpha | \tilde{y}(k))} \end{aligned} \quad (4.5)$$

先利用貝式定理(Bayes rule)，假設傳送的每個符元機率皆相通，再進一步假設當雜訊不大時，將此式化簡，僅保留最大項的值得到式(4.6)。

$$\begin{aligned} LLR(b_{I,k}) &= \log \frac{\sum_{\alpha \in S_{I,k}^{(1)}} P(\tilde{y}(k) | \tilde{s}(k) = \alpha)}{\sum_{\alpha \in S_{I,k}^{(0)}} P(\tilde{y}(k) | \tilde{s}(k) = \alpha)} \\ &\cong \log \frac{\max_{\alpha \in S_{I,k}^{(1)}} P(\tilde{y}(k) | \tilde{s}(k) = \alpha)}{\max_{\alpha \in S_{I,k}^{(0)}} P(\tilde{y}(k) | \tilde{s}(k) = \alpha)} \end{aligned} \quad (4.6)$$

再將式(4.3)代入(4.6)得到下式

$$LLR(b_{I,k}) = \frac{|\tilde{h}(k)|^2}{2\sigma^2} \left\{ \min_{\alpha \in S_{I,k}^{(0)}} |\tilde{s}(k) - \alpha|^2 - \min_{\alpha \in S_{I,k}^{(1)}} |\tilde{s}(k) - \alpha|^2 \right\} \quad (4.7)$$

文獻[11]證明了利用 4.2.2 章節中 LLR 值作為解碼器輸入與 4.2.1 章節中的計量值作為解碼器輸入可以得到相同的解碼效果。LLR 值的計算可進一步化簡，假設傳送端執行 QPSK 對映，我們將四個符元分成針對第一個位元分成兩個集合  $S_{I,1}^{(0)}$  與  $S_{I,1}^{(1)}$  如圖 4.6 左圖，在這兩個集合內找出距離訊號點最近的符元；針對第二個位元分成兩個集合  $S_{Q,1}^{(0)}$  與  $S_{Q,1}^{(1)}$  如圖 4.6 右圖。式(4.7)計算結果可得

$$LLR(b_{I,k}) = \frac{|\tilde{h}(k)|^2}{2\sigma^2} \left\{ \min_{\alpha \in S_{I,k}^{(0)}} |\tilde{s}(k) - \alpha|^2 - \min_{\alpha \in S_{I,k}^{(1)}} |\tilde{s}(k) - \alpha|^2 \right\} \quad (4.8)$$

$$\equiv CSI \times D_{I,k}$$

式(4.8)先利用已知通道和雜訊計算出 CSI(Channel state information)項，在 QPSK 對映中  $D_{I,k}$  可表示如下

$$D_{I,1} = 2\sqrt{2} S_I(k)$$

$$D_{Q,1} = 2\sqrt{2} S_Q(k) \quad (4.9)$$

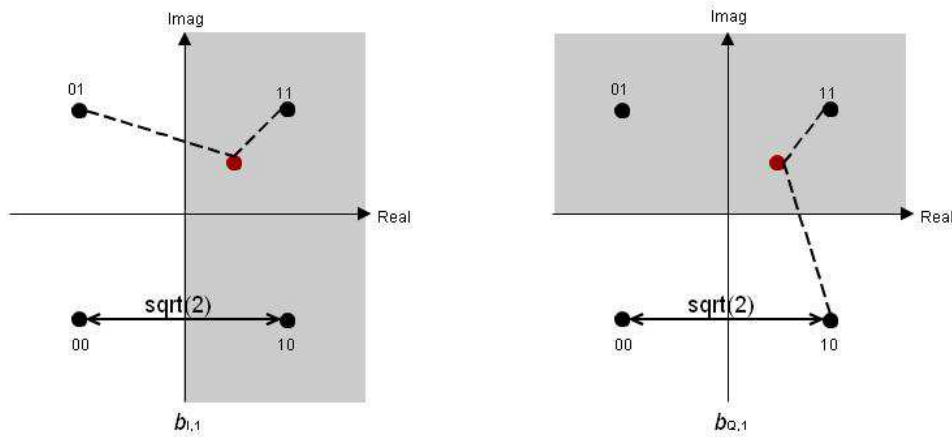


圖 4.6 4-QAM 星狀圖集合分割圖

### 4.2.3 CSI 權重分析

在 LINC-OFDM 系統中若使用 4.2.2 章節中的 LLR 軟性位元值計算每個位元的 LLR 值，因為是傳送端使用兩根天線傳輸，因此兩個通道不完全相同，所以



需要考慮兩個通道差異所產生的干擾項，如式(3.5)所示。接收到的訊號經過 ZF 等化器後估計的訊號如下

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{ZF}(p) &= \frac{\tilde{y}(p)}{\tilde{h}_{ZF}(p)} = (\tilde{s}_1(p) + \tilde{s}_2(p)) + \frac{(\tilde{s}_1(p) - \tilde{s}_2(p))\tilde{h}_1(p)}{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)} + \frac{(\tilde{s}_2(p) - \tilde{s}_1(p))\tilde{h}_2(p)}{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)} + \frac{\tilde{n}(p)}{\tilde{h}_{ZF}(p)} \\ &= (\tilde{s}_1(p) + \tilde{s}_2(p)) + \underbrace{\frac{(\tilde{s}_1(p) - \tilde{s}_2(p))\tilde{h}_1(p)}{2\tilde{h}_{ZF}(p)} + \frac{(\tilde{s}_2(p) - \tilde{s}_1(p))\tilde{h}_2(p)}{2\tilde{h}_{ZF}(p)}}_{\text{interference term}} + \underbrace{\frac{\tilde{n}(p)}{\tilde{h}_{ZF}(p)}}_{\text{Noise}}\end{aligned}\quad (4.10)$$

其中  $\tilde{h}_{ZF}(p) \equiv \left( \frac{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)}{2} \right)$  ( $p=0,1,2,\dots,N-1$ )，我們將干擾項也視為雜訊的一部分，因此在計算 CSI 時，必需將干擾項也考慮進來。因為干擾項與原有雜訊項無關，可將加入干擾項後的新雜訊變異數表示如下：

$$\text{var} \left( \frac{(\tilde{s}_1(p) - \tilde{s}_2(p))\tilde{h}_1(p)}{2\tilde{h}_{ZF}(p)} + \frac{(\tilde{s}_2(p) - \tilde{s}_1(p))\tilde{h}_2(p)}{2\tilde{h}_{ZF}(p)} \right) + \text{var} \left( \frac{\tilde{n}(p)}{\tilde{h}_{ZF}(p)} \right) \quad (4.11)$$

上式中  $\text{var}(\cdot)$  代表括符內變數的變異數，我們先定義以下參數：

$$\begin{aligned}\tilde{s}'(p) &= \tilde{s}_1(p) - \tilde{s}_2(p) \\ \tilde{w}(p) &= \frac{\tilde{h}_1(p)}{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)}\end{aligned}\quad (4.12)$$

將式(4.12)的假設代入式(4.11)計算可得：

$$\begin{aligned}&\text{var} \left( \frac{(\tilde{s}_1(p) - \tilde{s}_2(p))\tilde{h}_1(p)}{2\tilde{h}_{ZF}(p)} + \frac{(\tilde{s}_2(p) - \tilde{s}_1(p))\tilde{h}_2(p)}{2\tilde{h}_{ZF}(p)} \right) + \text{var} \left( \frac{\tilde{n}(p)}{\tilde{h}_{ZF}(p)} \right) \\ &= \text{var}(\tilde{s}'(p))(2\tilde{w}(p) - 1)^2 + \text{var}(\tilde{n}) \left( \frac{1}{\tilde{h}_{ZF}(p)} \right)^2 \\ &= \sigma_{\tilde{s}'}^2 \left( \frac{\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)}{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)} \right)^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2 \left( \frac{2}{\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p)} \right)^2 \\ &= \frac{1}{\tilde{h}_{ZF}(p)^2} \left( \frac{\sigma_{\tilde{s}'}^2 (\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p))^2}{4} + \sigma_{\tilde{n}}^2 \right)^2\end{aligned}$$

(4.13)

因此修正 4.2.2. 章節中 CSI 的權重為

$$CSI_1(p) \equiv \left[ \frac{1}{\tilde{h}_{ZF}(p)^2} \left( \frac{\sigma_{\tilde{s}}^2 (\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p))^2}{4} + \sigma_{\tilde{n}}^2 \right) \right]^{-1} \quad (4.14)$$

若將接收到的訊號經過 MZF 等化器，則等化後的訊號可表示如下：

$$\tilde{\mathbf{r}}_{MZF} = \tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{s}} + \underbrace{\tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \left( \frac{j}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) F(\mathbf{C}(s) - \mu \mathbf{I}) F^H \tilde{\mathbf{s}} \right)}_{\text{interference term}} + \underbrace{\tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \tilde{\mathbf{n}}}_{\text{Noise}} \quad (4.15)$$

其中  $\tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \equiv \left( \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{H}}_2) + \frac{j\mu}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) \right)^{-1}$ ，如前所述，將干擾項吸收至雜訊

項，因此重新計算雜訊變異數變，在計算雜訊變異數之前我們先計算干擾項中

$F(\mathbf{C}(s) - \mu \mathbf{I}) F^H \tilde{\mathbf{s}}$  向量的相關矩陣，我們做以下假設：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}} &= \mathbf{C}(s) - \mu \mathbf{I} \\ \tilde{\mathbf{A}} &= F(\mathbf{C}(s) - \mu \mathbf{I}) F^H \tilde{\mathbf{s}} \\ &= F \tilde{\mathbf{B}} F^H \tilde{\mathbf{s}} \\ E\{\tilde{\mathbf{s}} \tilde{\mathbf{s}}^H\} &= \mathbf{I} \sigma_{\tilde{s}}^2 \\ E\{\tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^H\} &= \mathbf{I} \sigma_{\tilde{\mathbf{B}}}^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

計算  $\tilde{\mathbf{A}}$  的相關矩陣如下：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}} &= E\{\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{A}}^H\} \\ &= E\{F \tilde{\mathbf{B}} F^H \tilde{\mathbf{s}} \tilde{\mathbf{s}}^H F \tilde{\mathbf{B}}^H F^H\} \\ &= E_{\tilde{\mathbf{B}}}\{E_{\tilde{\mathbf{s}}|\tilde{\mathbf{B}}}\{F \tilde{\mathbf{B}} F^H \tilde{\mathbf{s}} \tilde{\mathbf{s}}^H F \tilde{\mathbf{B}}^H F^H\}\} \\ &= E\{F \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^H F^H\} \sigma_{\tilde{s}}^2 \\ &= \sigma_{\tilde{\mathbf{B}}}^2 \sigma_{\tilde{s}}^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

上式中第二行至第三行，我們假設  $\tilde{\mathbf{s}}$  和  $\tilde{\mathbf{B}}$  為獨立的兩隨機變數，因此我們可以先對  $\tilde{\mathbf{s}}$  取條件期望值後再取期望值，我們取  $\tilde{\mathbf{R}}$  矩陣對角元素總合的平均值，以  $\sigma_{\tilde{\mathbf{R}}}^2$  表

示，接著計算雜訊變異數如下：

$$\begin{aligned}
& \sigma_{\tilde{\mathbf{r}}}^2 \left( \frac{\frac{j}{2}(\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p))}{\tilde{h}_{MZF}(p)} \right)^2 + \text{var}(\tilde{n}) \left( \frac{1}{\tilde{h}_{MZF}(p)} \right)^2 \\
&= \sigma_{\tilde{\mathbf{r}}}^2 \left( \frac{\frac{j}{2}(\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p))}{\tilde{h}_{MZF}(p)} \right)^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2 \left( \frac{1}{\tilde{h}_{MZF}(p)} \right)^2 \\
&= \frac{1}{\tilde{h}_{MZF}(p)^2} \left( \sigma_{\tilde{\mathbf{r}}}^2 \left( \frac{j}{2}(\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)) \right)^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2 \right)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

因此可以推導 CSI 如下，

$$CSI_2(p) \equiv \left[ \frac{1}{\tilde{h}_{MZF}(p)^2} \left( \sigma_{\tilde{\mathbf{r}}}^2 \left( \frac{j}{2}(\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)) \right)^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2 \right) \right]^{-1} \tag{4.19}$$

### 4.3 通道解碼

本章節將介紹對於迴旋編碼的解碼演算法，為 1967 年維特比[12]所提出的解碼演算法(Viterbi algorithm, VA)，在 1969 年 Forney[13]證明 VA 是一種對於迴旋碼的最大相似解碼(Maximum Likelihood, ML)解碼演算法，解碼的結果是選擇讓接收到序列有最大條件機率的碼字(codeword)。

#### 4.3.1 Viterbi algorithm

對一個  $(n, k, m)$  二位元迴旋編碼，若消息序列(information sequence)為  $\mathbf{u} = (u_0, u_1, u_2, \dots, u_h)$ 、編碼結果為  $\mathbf{v} = (v_0, v_1, v_2, \dots, v_{h+m-1})$  而經過離散無記憶通道(discrete memoryless channel, DMC)後的輸出為  $\mathbf{r} = (r_0, r_1, r_2, \dots, r_{h+m-1})$ ，則最大相似解碼為選擇一個碼字  $\hat{\mathbf{v}}$ ，使得對數概似函數(Log-likelihood function)  $P(\mathbf{r}|\mathbf{v})$  有最大值，VA 即利用式(4.20)來計算最大相似解。因為對數函數的遞增性質，可以將

乘法取對數函數得加法計算，在硬體實現上較為容易，因此在這裡所計算的量值(metric)是指接收到的序列與可能傳送碼字序列之間的最小距離量值(minimum distance metric)。在 VA 中有分兩種解碼，一為硬性解碼(hard decision)、一為軟性解碼(soft decision)，而在硬性解碼中的距離是指漢明距離(hamming distance)，在軟性解碼中的距離是指歐幾里得距離(Euclidean distance)。

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{v}} &= \arg \max_{\mathbf{v} \in \text{codeword set}} P(\mathbf{r} | \mathbf{v}) \\
 &= \arg \max_{\mathbf{v} \in \text{codeword set}} \prod_{l=0}^{h+m-1} P(r_l | v_l) \\
 &= \arg \max_{\mathbf{v} \in \text{codeword set}} \log \prod_{l=0}^{h+m-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(r_l - v_l)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (4.20) \\
 &= \arg \min_{\mathbf{v} \in \text{codeword set}} \sum_{l=0}^{h+m-1} (r_l - v_l)^2
 \end{aligned}$$

先定義專有名詞如下

1. 分支計量值(branch metric)：接收端序列與字碼之間的距離。以  $Bm_{i,j,t}$  來表示在時間  $t$ ，狀態  $i$  至狀態  $j$  的分支計量值。若狀態  $i$  至狀態  $j$  沒有連接，則  $Bm_{i,j,t} = \infty$ 。

2. 部分路徑計量值(partial path metric)：所有匯合(converge)到狀態  $j$  的路徑，其分支計量值與時間  $t-1$  級路徑計量值之和。以  $M_{j,t}$  表示時間  $t$  路徑  $j$  之部分路徑計量值：

$$M_{j,t} = Pm_{i,t-1} + Bm_{i,j,t} \quad (4.21)$$

3. 存活路徑(survivor path)：所有的部分路徑中，部分路徑計量值最小者視為存活路徑。
4. 路徑計量(path metric)：存活路徑的部分路徑計量值視為狀態  $j$  在時間  $t$  的路徑計量。以  $Pm_{j,t}$  表示如下：

$$Pm_{j,t} = \min[M_{j,t}] = \min[Pm_{i,t-1} + Bm_{i,j,t}] \quad (4.22)$$

5. 狀態記錄：標示出存活路徑的指標。以  $\xi_t(j)$  記錄上一個時間的狀態，代表在時間  $t$  狀態  $j$  的存活路徑是來自時間  $t-1$  狀態  $\xi_t(j)$ 。

假設從時間  $t=1$  開始，時間  $t=T$  結束，總共有  $N$  個狀態，初始位置在狀態 1，並且最後匯合到狀態 1。在每一個時間先計算出分支計量值再進行加-比較-選擇 (Add-Compare-Select, ACS) 的運算，加(Add)是指將分支計量值加上之前一個時間  $t-1$  的路徑計量而得到時間  $t$  的部份路徑計量值；比較(Compare)是尋找最佳路徑，指在所有的部份路徑計量值中利用比較方法找出最小值；選擇(Select)是利用比較的結果選出最佳路徑，則該路徑即為存活路徑。VA 的解碼程序如下：

1. 初始化(Initialization)：( $t=1$ )將  $Pm_{i,0}$  初始為 0，並且設定狀態記錄在時間  $t=1$  為 1，因此在  $t=1$  時，部分路徑計量值即為分支計量值。

$$\begin{aligned} M_{j,1} &= Pm_{i,0} + Bm_{i,j,1} \\ \xi_{j,1} &= 1 \\ 1 &\leq j \leq N \end{aligned} \quad (4.23)$$

2. 遞迴：( $2 < t < T$ )

$$\begin{aligned} Pm_{j,t} &= \min_{1 \leq i \leq N} [M_{j,t}] = \min_{1 \leq i \leq N} [Pm_{i,t-1} + Bm_{i,j,t}] \\ \xi_{j,t} &= \arg \min_{1 \leq i \leq N} [M_{j,t}] = \arg \min_{1 \leq i \leq N} [Pm_{i,t-1} + Bm_{i,j,t}] \\ 1 &\leq j \leq N \end{aligned} \quad (4.24)$$

3. 終點匯合：( $t=T$ )

$$\begin{aligned} Pm_{1,T} &= \min_{1 \leq i \leq N} [M_{j,T}] = \min_{1 \leq i \leq N} [Pm_{i,T-1} + Bm_{i,1,T}] \\ \xi_{1,T} &= \arg \min_{1 \leq i \leq N} [M_{j,T}] = \arg \min_{1 \leq i \leq N} [Pm_{i,T-1} + Bm_{i,1,T}] \end{aligned} \quad (4.25)$$

4. 路徑追溯(path backtracking)：因此可以得到最佳路徑即為

$$(1, j_1, \dots, j_{T-1}, 1) \quad (4.26)$$

其中

$$j_t = \xi_{j_{t+1}, t+1} \quad (4.27)$$

$$1 \leq t \leq T-1$$

而路徑追溯得到的最佳路徑即為解碼的結果。因此無合成器的 LINC-OFDM 系統加入二位元迴旋編碼器以及 VA 之後系統架構如圖 4.7 所示，可以得到編碼增益提升系統效能。

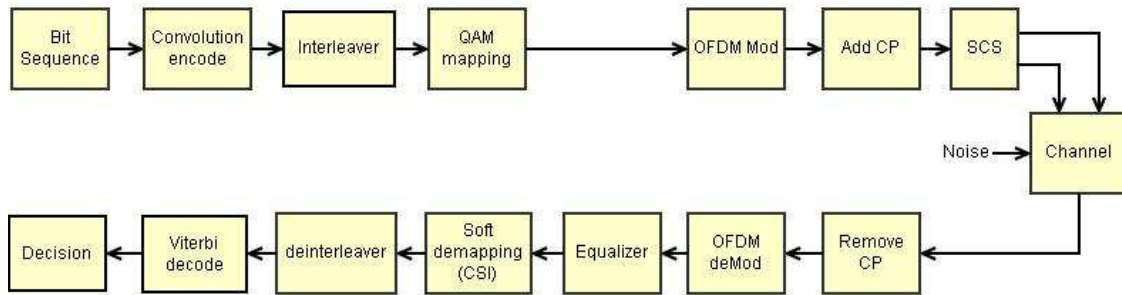


圖 4.7 無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 VA 流程圖

#### 4.3.2 列表維特比演算法(List Viterbi decoding algorithm, LVA)

在 VA 解碼後僅可得到一條最佳路徑，此最佳路徑可能因為通道雜訊或是訊號拆解器後兩個固定波包訊號所經過的兩個通道差異而發生錯誤，而造成標準維特比解碼得到的最佳路徑可能並非正確的路徑，為了要提升編碼增益，在解碼時可以增加每個狀態保留的存活路徑個數，增加選到正確路徑的可能性。在 1994 年由 Seshadri 與 Sundberg 提出[14] LVA，此演算法的主要原理是保留多路徑，每個狀態點保留  $L$  個最佳的路徑值，因此需要多一個參數  $r_{j,k,t}$  來記錄( $1 < k < L$ )， $r_{j,k,t}$  代表在時間  $t-1$  第  $k$  佳( $k^{th} - best$ )的路徑在時間  $t$  通過狀態  $j$ 。

LVA 的解碼程序如下：

1. 初始化(Initialization): ( $t=1$ ) 將  $Pm_{i,k,0}$  初始為 0，並且設定狀態記錄在時間  $t=1$

為 1。

$$\begin{aligned}
 M_{j,k,1} &= Pm_{i,k,0} + Bm_{1,j,1} \\
 \xi_{j,k,1} &= 1 \\
 1 &\leq j \leq N \\
 1 &\leq k \leq L
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

2. 遞迴： $(2 < t < T)$  其中的  $\min^{(k)}$  表示第  $k$  小的值； $i^*$  與  $l^*$  分別代表第  $K$  佳路徑是來自上一個時刻的狀態  $i^*$  的第  $l^*$  佳路徑。

$$\begin{aligned}
 Pm_{j,k,t} &= \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [M_{j,t}] = \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [Pm_{i,l,t-1} + Bm_{i,j,t}] \\
 (i^*, l^*) &= \arg \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [M_{j,t}] = \arg \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [Pm_{i,l,t-1} + Bm_{i,j,t}] \\
 \xi_{j,k,t} &= i^* \\
 r_{j,k,t} &= l^* \\
 1 &\leq j \leq N
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

3. 終點匯合： $(t = T)$

$$\begin{aligned}
 Pm_{1,T} &= \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [M_{1,T}] = \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [Pm_{i,l,T-1} + Bm_{i,1,T}] \\
 (i^*, l^*) &= \arg \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [M_{1,T}] = \arg \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq l \leq L}}^{(k)} [Pm_{i,l,T-1} + Bm_{i,1,T}] \\
 \xi_{j,k,T} &= i^* \\
 r_{j,k,T} &= l^*
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

4. 路徑追溯(path backtracking)：因此可以得到最佳路徑即為

$$(1, j_1, \dots, j_{T-1}, 1) \tag{4.31}$$

其中

$$\begin{aligned}
 i_t &= \xi_{i_{t+1}, l_{t+1}, t+1} \\
 l_t &= r_{i_{t+1}, l_{t+1}, t+1} \\
 i_{T-1} &= \xi_{1,k,T} \\
 l_{T-1} &= r_{1,k,T} \\
 1 &\leq t \leq T-1
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

當 LVA 中的  $L$  愈大時，代表保留的路徑數愈多，選擇到正確路徑的可能性就愈高，因為保留的路徑數增加，因此在硬體的實作上需要  $L$  倍的記憶體空間來儲

存路徑。將 LVA 取代 VA 加入 LINC-OFDM 系統中如圖 4.8，在 LVA 解碼之後可得到  $L$  個可能路徑，我們提出使用 ML 的偵測法來選取一條最佳路徑，因此加入再次編碼(Re-encode)的運算如圖 4.8，再次編碼運算過程同傳送端，將  $L$  個可能結果分別經過二位元迴旋編碼、交錯器、對映器，若在接收端以 ZF 等化器執行等化，則將再次編碼的輸出訊號執行 OFDM 調變、訊號拆解、通過已知通道，利用式(3.5)，將此計算結果與接收訊號的差值，找出平方誤差最小的一個如式(3.11)(3.12)，視為最佳路徑如圖 4.9 所示，我們將此過程稱為 ML 偵測。若在接收端是以 MZF 等化器執行等化，則經過再次編碼的輸出僅需執行 OFDM 調變，不需要在時域執行 SCS 拆解，利用式(3.8)，執行 ML 偵測如式(4.33)選取最佳路徑如圖 4.10。

$$\begin{aligned} & \max_{\tilde{s}(p)} \frac{1}{(2\pi\sigma_n)^P} \prod_p \exp \left\{ -\frac{\left| \tilde{y}(p) - \left( \frac{(\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p))}{2} + \frac{j\mu}{2} (\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)) \right) \tilde{s}(p) \right|^2}{2\sigma_n^2} \right\} \\ & \equiv \min_{\tilde{s}(p)} \sum_p \left| \tilde{y}(p) - \left( \frac{(\tilde{h}_1(p) + \tilde{h}_2(p))}{2} + \frac{j\mu}{2} (\tilde{h}_1(p) - \tilde{h}_2(p)) \right) \tilde{s}(p) \right|^2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

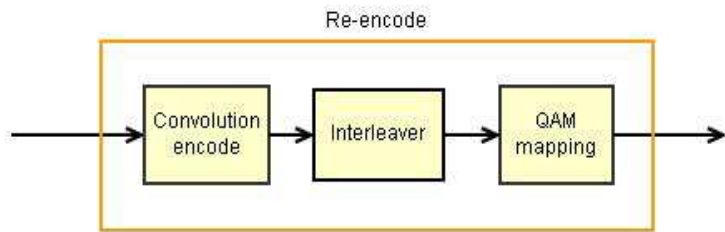


圖 4.8 再次編碼流程圖



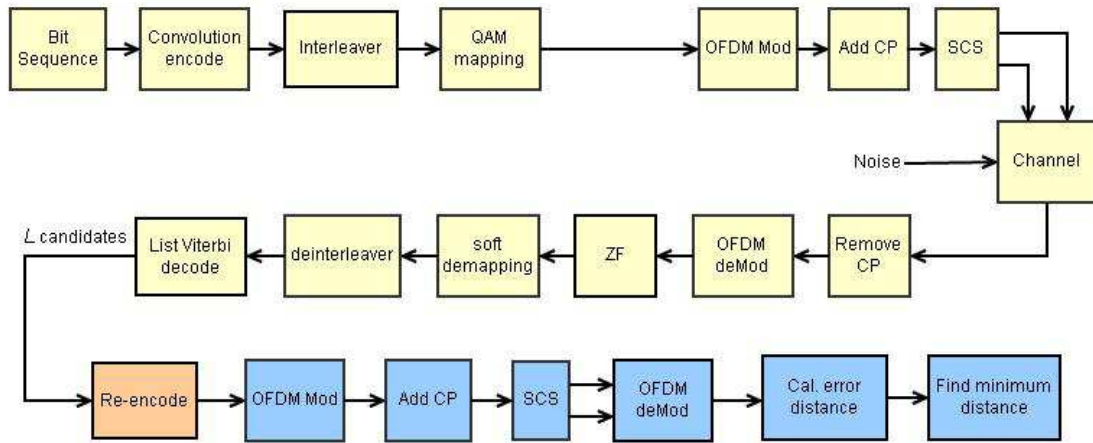


圖 4.9 以 ZF 等化之無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 LVA 流程圖

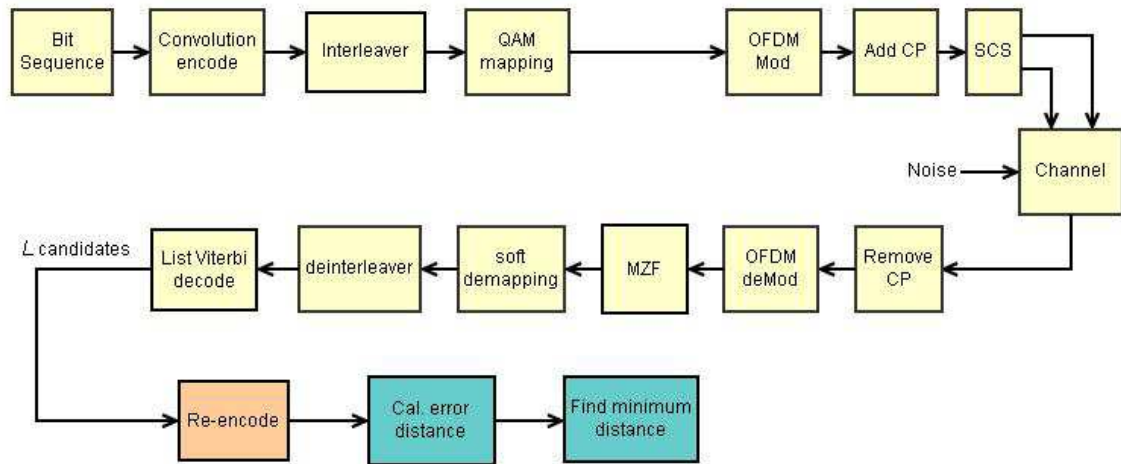


圖 4.10 以 MZF 等化之無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 LVA 流程圖

#### 4.4 連續干擾消除(Successive Interference Cancellation, SIC)

章節 4.3 中提到的 LVA 可以有效的降低錯誤率，但是解碼過程尚未利用到再次編碼(Re-encode)運算中訊號偵測的結果，若將此偵測的訊號加入考慮，可以做為消除 ZF 等化器干擾項的依據，此種作法可視為連續干擾消除。在此將經過 ZF 等化器的輸出結果稱為遞迴零次等化  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$  如式(4.34)

$$\hat{\mathbf{s}}^{(0)} = \tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \left( \frac{j}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) F(\mathbf{C}(s)) - \mu \mathbf{I} \right) F^H \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} \tilde{\mathbf{n}} \quad (4.34)$$

利用此零次遞迴輸出結果計算得干擾項零次估計值  $\tilde{\mathbf{i}}^{(0)}$  如式(4.35)

$$\tilde{\mathbf{i}}^{(0)} \equiv \frac{j}{2} (\tilde{\mathbf{H}}_1 - \tilde{\mathbf{H}}_2) F(C(\hat{\mathbf{s}}^{(0)}) - \mu \mathbf{I}) F^H Q(\hat{\mathbf{s}}^{(0)}) \quad (4.35)$$

上式中  $Q(\cdot)$  代表偵測結果，將接收到的訊號在執行等化之前先扣除干擾項零次估計值，經過 MZF 等化器的輸出視為一次遞迴等化輸出  $\hat{\mathbf{s}}^{(1)}$  如式(4.36)。我們將式(4.36)稱為干擾消除運算。

$$\hat{\mathbf{s}}^{(1)} \equiv \tilde{\mathbf{H}}_{MZF}^{-1} (\tilde{\mathbf{y}} - w^{(i)} \tilde{\mathbf{i}}^{(0)}) \quad (4.36)$$

上式中  $w^{(i)}$  為一小於 1 但大於零的權重，接著由一次遞迴結果可以得到干擾項的一次估計值  $\tilde{\mathbf{i}}^{(1)}$ ，再利用干擾項一次估計的結果執行第二次的 SIC 運算，依序可以得到二次遞迴、三次遞迴、...的結果。在遞迴運算中如圖 4.11，若估計的拆解訊號愈準確，扣掉干擾項後經過 MZF 等化器的等化輸出就愈準確， $w^{(i)}$  是為了確保在遞迴過程中扣掉的干擾項不因估計誤差而造成不可彌補的錯誤，我們在第  $i$  次遞迴中，權重隨著遞迴次數增加而增加，因為我們假設隨著遞迴次數增加，估計的拆解訊號將愈來愈準確。

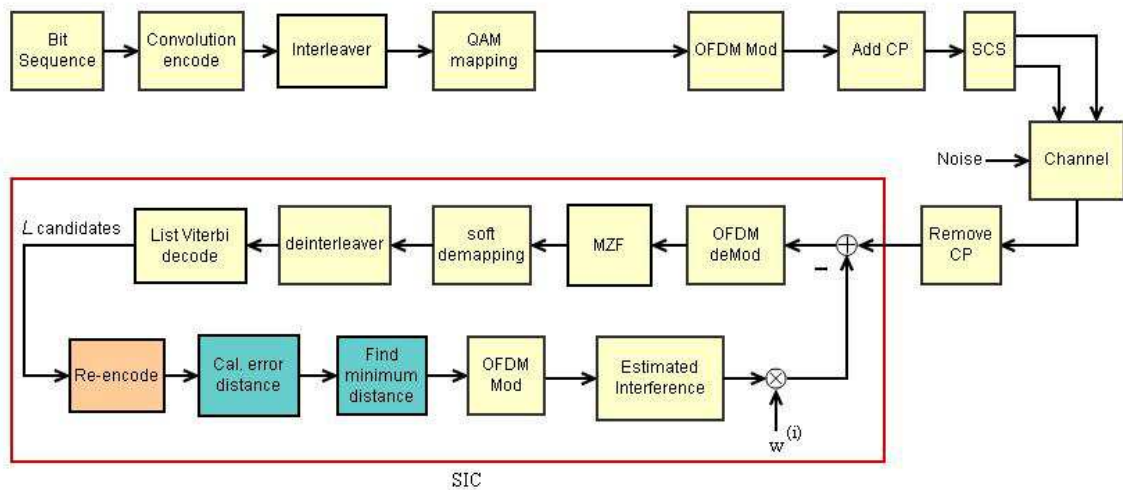


圖 4.11 以 MZF 等化之無合成器的 LINC-OFDM 系統加入 LVA/SIC 運算流程圖

## 五、 無合成器 LINC-OFDM 系統模擬結果

在本章中的 LINC-OFDM 系統模擬使用 [15] 中 SUI 的相關通道模型產生模擬中的衰落通道(fading channel)，模擬不同的通道相關係數(Correlation coefficient, Corr.)環境下的系統效能，系統的參數設定如表 5.1。其中訊號拆解器參數  $A_m$  我們設定為四倍標準差，因此系統中的 PAPR 值即可被限制在 12dB 以內。

Parametere	Setting
Mapping	QPSK
Encoder	Convolutional encoded R = 1/2 constraint length = 3
Decoder	Viterbi decoder/List Viterbi decoder
OFDM size	128
Length of CP	16
$A_m$	4 times of Standard Deviation
Number of channel taps	Successive 6 taps

表 5.1 LINC-OFDM 系統模擬環境參數

### 5.1 使用 MZF 等化器之 LINC-OFDM 系統模擬

在章節 3.1.1 與 3.1.2 中介紹了兩種等化器  $\tilde{\mathbf{h}}_{ZF}$  與  $\tilde{\mathbf{h}}_{MZF}$ ， $\tilde{\mathbf{h}}_{ZF}$  等化後的訊號式 (3.5) 中，可能因為兩個通道響應差異大而使得干擾項很大，造成等化後訊號失真；而在我們修正等化器後得到  $\tilde{\mathbf{h}}_{MZF}$  等化器，等化後的訊號因為在式(3.8)中已經扣除了干擾項的平均值，因此干擾項變小，等化後的訊號失真較小。在圖 5.1 中我們比較這兩種等化後的訊號對干擾項比值(SIR)，我們可以看出在相同通道相

關情況下， $\tilde{\mathbf{h}}_{MZF}$  等化有較高的 SIR 值，這意味著  $\tilde{\mathbf{h}}_{MZF}$  等化後訊號的干擾項較小。

圖 5.1 中模擬了多個等化器參數  $\mu$  值的 SIN 值，當參數設定為 0.7 倍的  $A_m$  時可以得到較高的 SIR 值，因此接下來的模擬中將  $\mu$  值設定為 0.7 倍的  $A_m$ 。此兩種等化器的等化效能，在通道相關係數為 0.96 時模擬結果如圖 5.2 所示，證實修正後的等化器  $\tilde{\mathbf{h}}_{MZF}$  可以有效的提升等化後訊號的準確度。

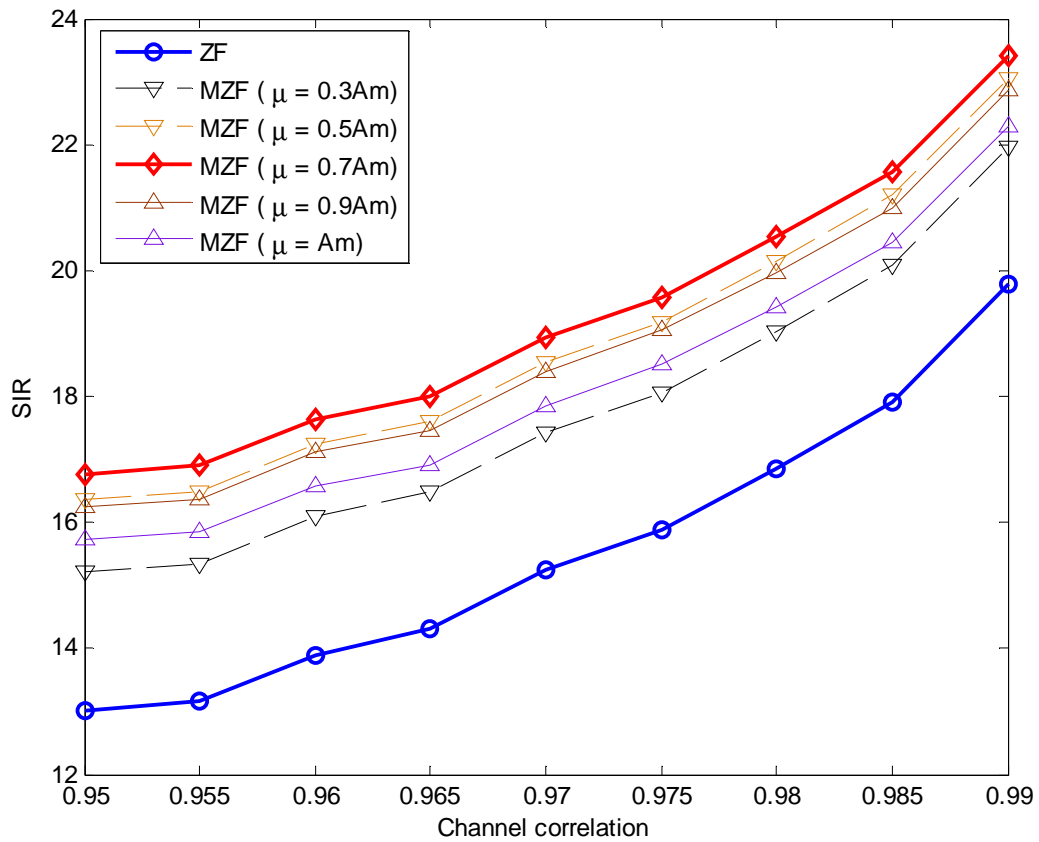


圖 5.1 LINC-OFDM 系統在 ZF 與 MZF 等化器下的通道相關係數對 SIR 值

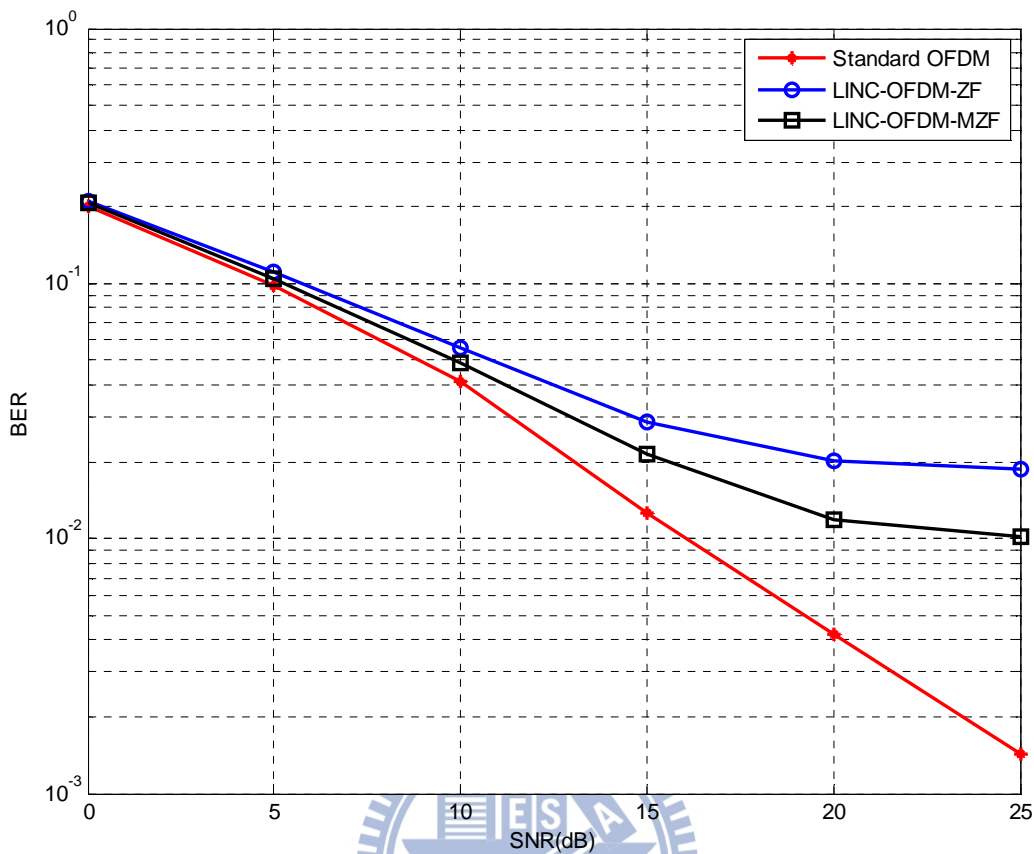


圖 5.2 LINC-OFDM 系統 ZF 與 MZF 等化器效能

## 5.2 加入 SIC 之 LINC-OFDM 系統模擬

在 LINC-OFDM 系統尚未加入編碼之前我們將等化輸出的訊號利用章節 4.4 提出的方法執行的 SIC 運算，在執行 SIC 運算中，權重  $w^{(i)}$  隨遞迴次數增加，而增加，效能的改善會逐漸收斂；遞迴的權重設定需要模擬決定，估計的訊號  $b$  如果有錯誤，SIC 運算中的干擾項計算亦會有誤，若權重參數值設定過大，當其中一個子通道發生錯誤，該錯誤可能會影響其他子通道而造成更多錯誤的產生。圖 5.3 為不同權重值遞迴一次後的模擬結果，將權重值設定在 0.4 以下較恰當。因此在接下來的模擬中，第一次權重參數的設定為 0.2 並且依遞迴次數增加而增加。

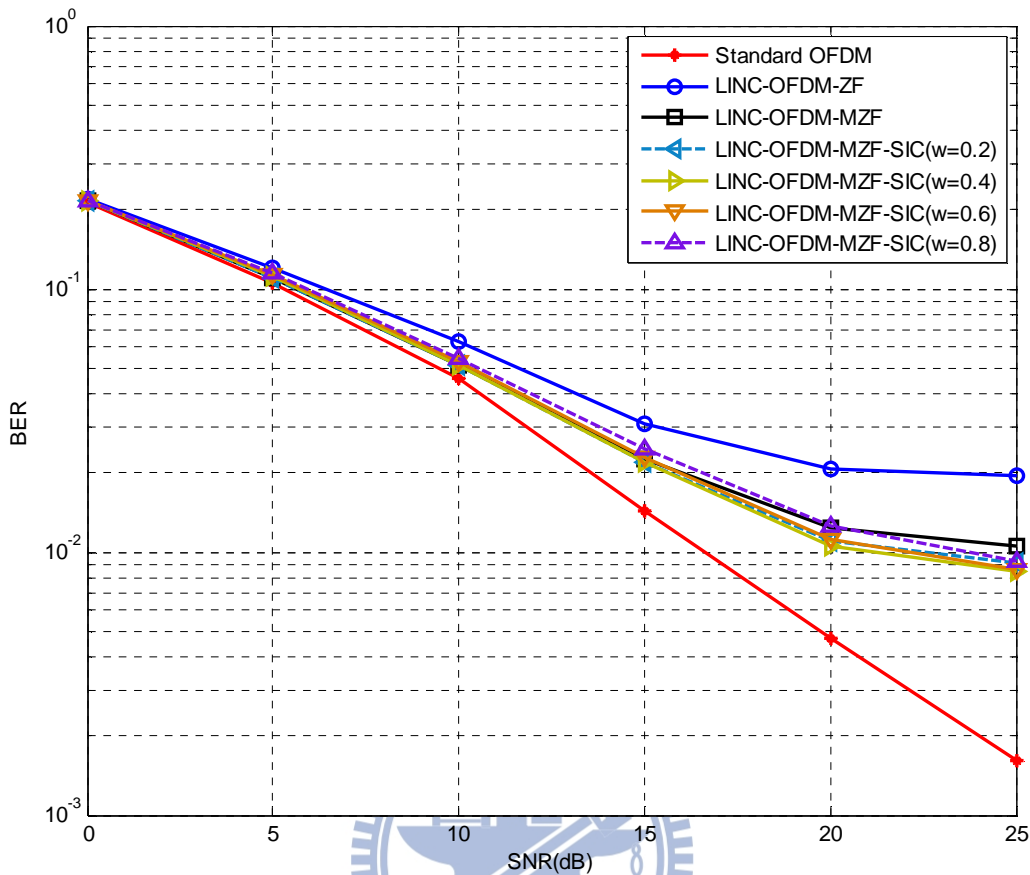


圖 5.3 LINC-OFDM 系統加入 SIC 一次遞迴運算

### 5.3 VA 與 LVA 加入 LINC-OFDM 系統模擬

在 LINC-OFDM 系統的傳送端加入迴旋編碼並且在接收端加入 VA，接收端等化過後的訊號在軟性映射中得到每個位元的 LLR 值，並且以雜訊項計算 CSI，經過 VA 解碼後可以得到編碼增益(gain)，接著我們以 4.2.3 章節中考慮雜訊項以及干擾項重新計算 CSI，比較兩種計算 CSI 結果的增益，我們以 CSI1 表示僅考慮雜訊如式(4.14)，CSI2 表示將干擾項吸收至雜訊項如式(4.18)，當通道相關性為 0.98 時結果分析如圖 5.4 所示，通道相關性為 0.96 時結果分析如圖 5.5 所示，分別考慮了 ZF 與 MZF 兩種等化在軟性映射中以 CSI1 和 CSI2 計算的結果，在計算 CSI 情況中，會因為干擾項的影響使得在高 SNR 時錯誤率有觸底(error floor)現象，加入干擾項計算的 CSI1、CSI2 可以減慢錯誤率觸底現象的發生，當 SNR

值逐漸增加時，雜訊項逐漸減小，因此在高 SNR 值時干擾項的影響較顯著，計算 CSI1、CSI2 可以得到較準確的 LLR 軟性位元值輸出。接下來的模擬中，CSI 的計算皆為考慮干擾項與雜訊項 CSI1、CSI2 的結果。

將接收端的 VA 以章節 4.3.2 所介紹的 LVA 取代，可以得到多個可能的路徑，我們考慮每個狀態保留四、八、十六條路徑三種情形，再將這四、八、十六條可能路徑透過再次編碼的結果選擇一條最佳路徑，從圖 5.6 可以看出，在通道相關性為 0.98 的情況下，保留 16 條路徑在錯誤率為  $10^{-5}$  時可以提升 1.5 dB，保留 4 條路徑的結果可以使得錯誤率達到 OFDM 系統的效能。從圖 5.7 可得知，在通道相關性為 0.96 的情況下，保留 16 條路徑在錯誤率為  $10^{-4}$  時可以提升 2.3 dB，保留 16 條路徑的結果可以達到 OFDM 系統的效能。圖 5.8 顯示通道相關性為 0.94 時的模擬結果，我們得知，保留 16 條路徑在錯誤率為  $10^{-4}$  時可以提升 2.4 dB，但是尚未達到 OFDM 系統的效能。我們分析十六條路徑中每條路徑在再次編碼中被選為最佳路徑的分佈圖如圖 5.9，圖 5.9 為執行 LVA500 次的結果，雖然大多情況中最佳路徑即為路徑計量值最小的一條，但是第二條到第十六條路徑仍有可能被選為最佳路徑，因此 LVA 仍可以降低錯誤率。

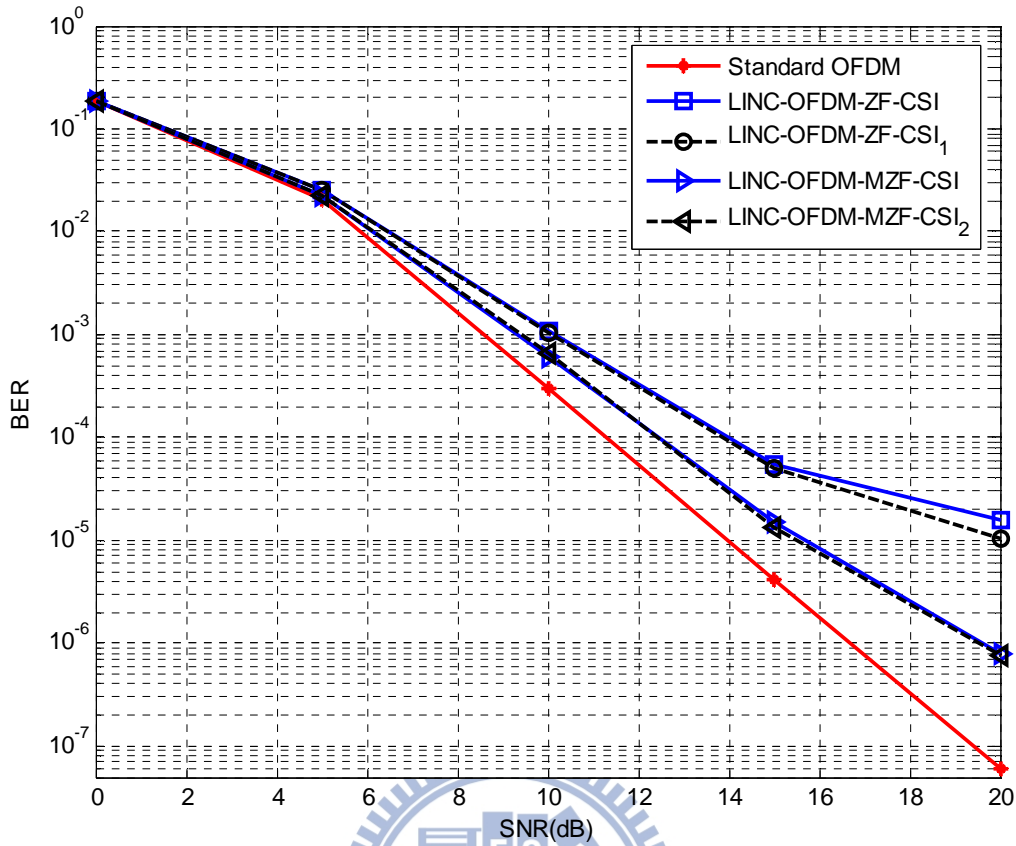


圖 5.4 LINC-OFDM 系統加入 VA 解碼/軟性映射中 CSI 計算比較(Corr. 0.98)

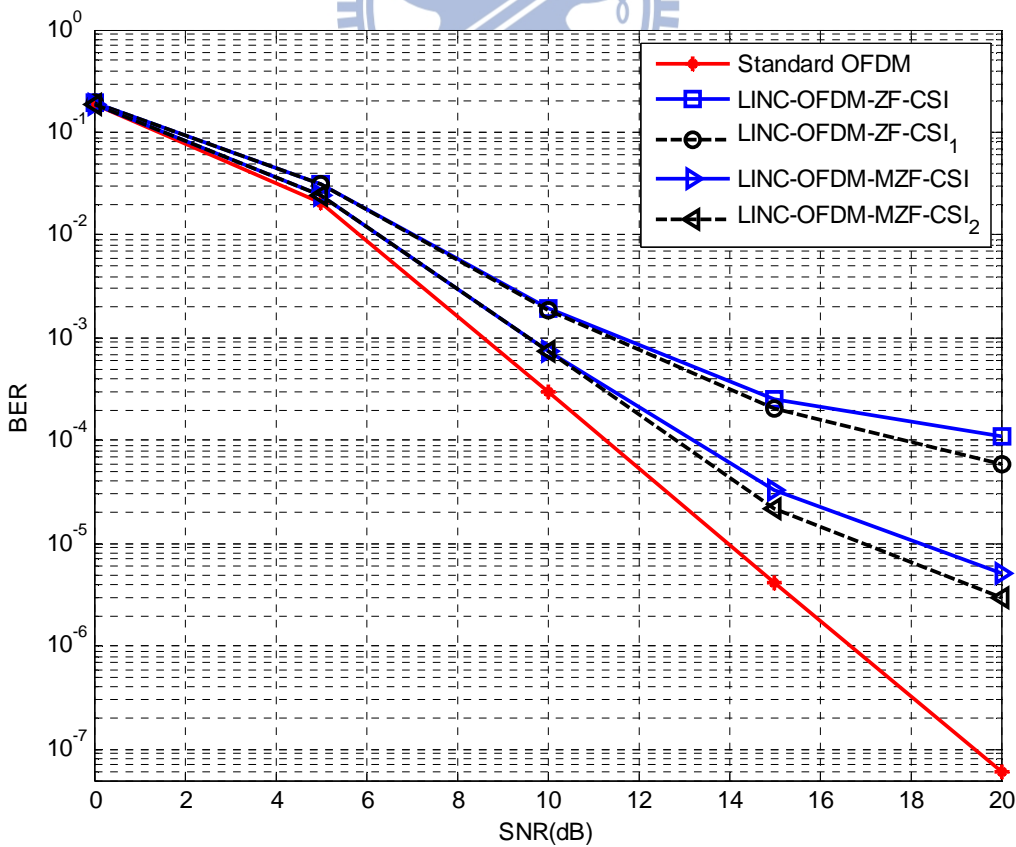


圖 5.5 LINC-OFDM 系統加入 VA 解碼/軟性映射中 CSI 計算比較(Corr. 0.96)



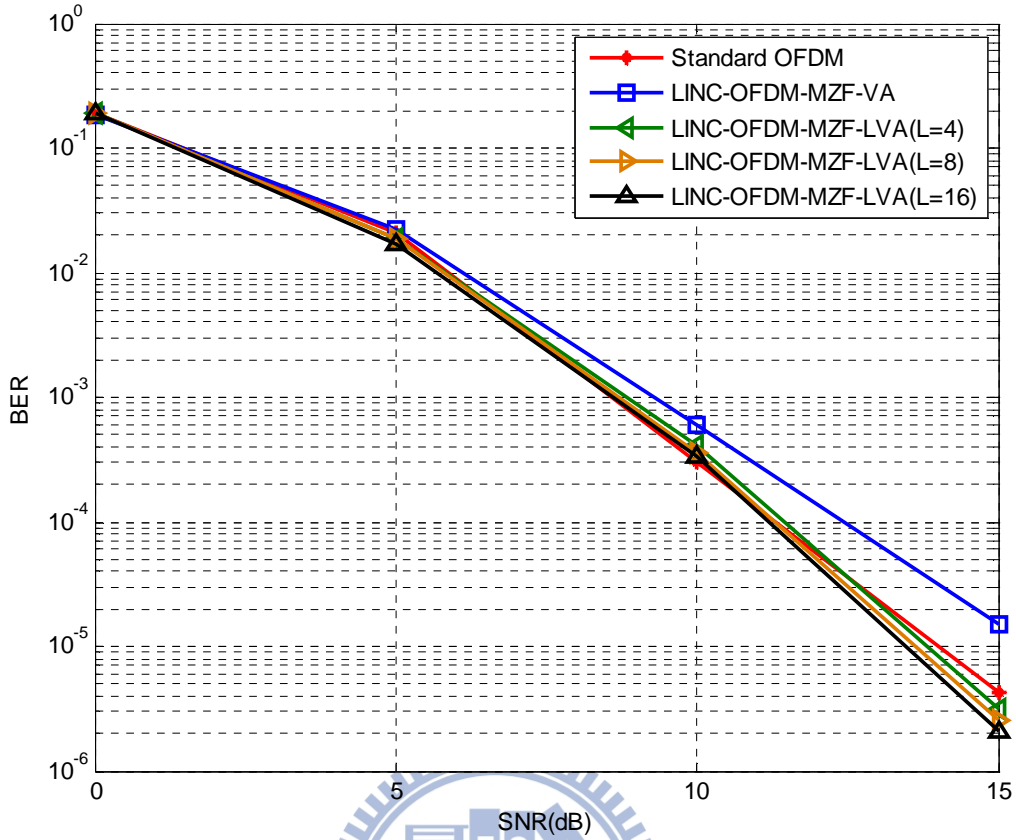


圖 5.6 LINC-OFDM 系統加入 LVA 解碼(Corr. 0.98)

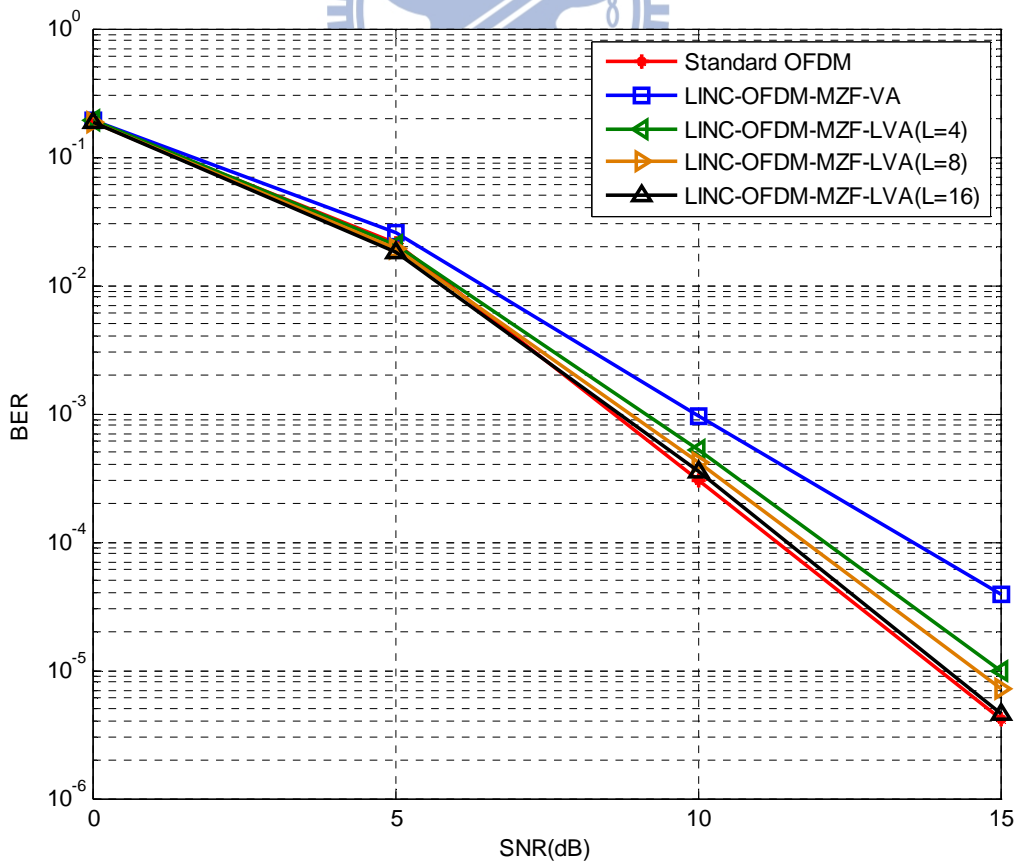


圖 5.7 LINC-OFDM 系統加入 LVA 解碼(Corr. 0.96)

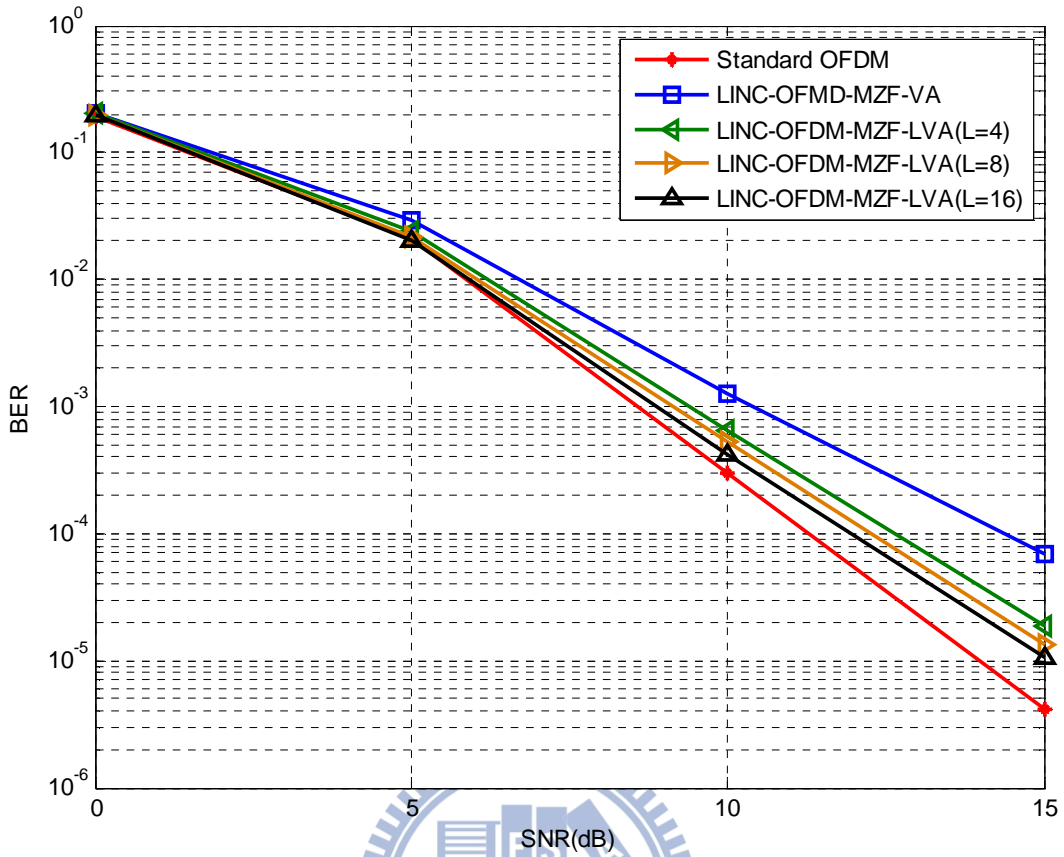


圖 5.8 LINC-OFDM 系統加入 LVA 解碼(Corr 0.94)

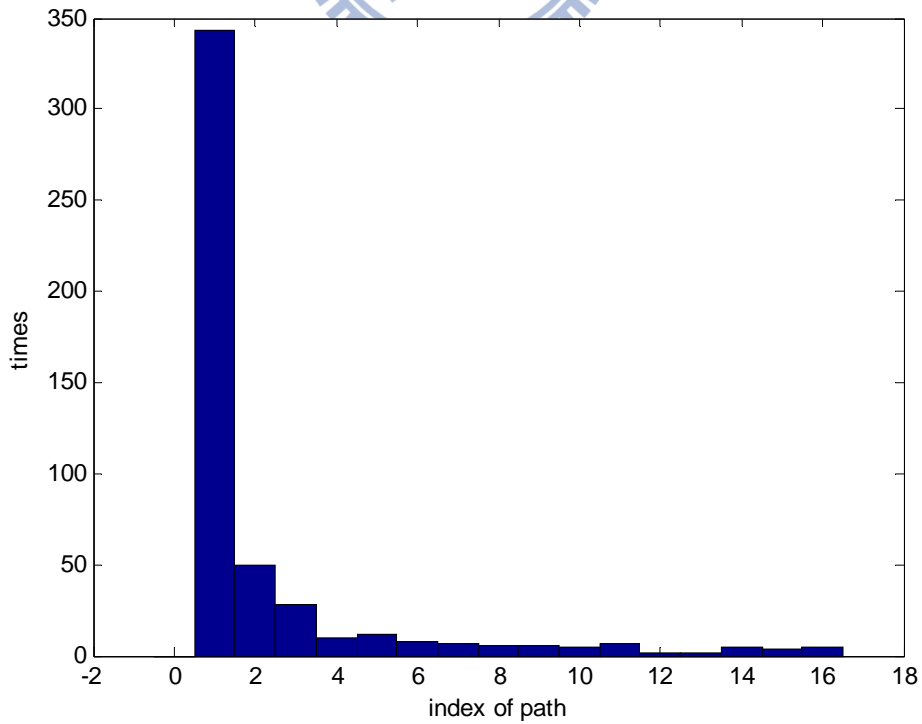


圖 5.9 LVA 解碼最佳路徑分析圖

#### 5.4 加入 VA/SIC 之 LINC-OFDM 系統模擬

在接收端先經過 VA 解碼，再執行四次 SIC，權重參數設定為 0.2、0.5、0.8、1.0，因為解碼使用 VA，每個狀態保留一條可能路徑，因此所需要的記憶體數量較少，但是經過四次 SIC 所以接收端需要較長時間解得傳送位元。在通道相關係數為 0.98 時，模擬結果如圖 5.10 所示，遞迴 4 次的結果在錯誤率為  $10^{-6}$  時，與 OFDM 系統的效能相差 1.3 dB；在通道相關係數為 0.96 時，模擬結果如圖 5.11 所示，遞迴 4 次的結果在錯誤率為  $10^{-6}$  時，與 OFDM 系統的效能相差 2 dB。與圖 5.6、圖 5.7 比較可知加入 LVA 可以較有效的提升系統效能。

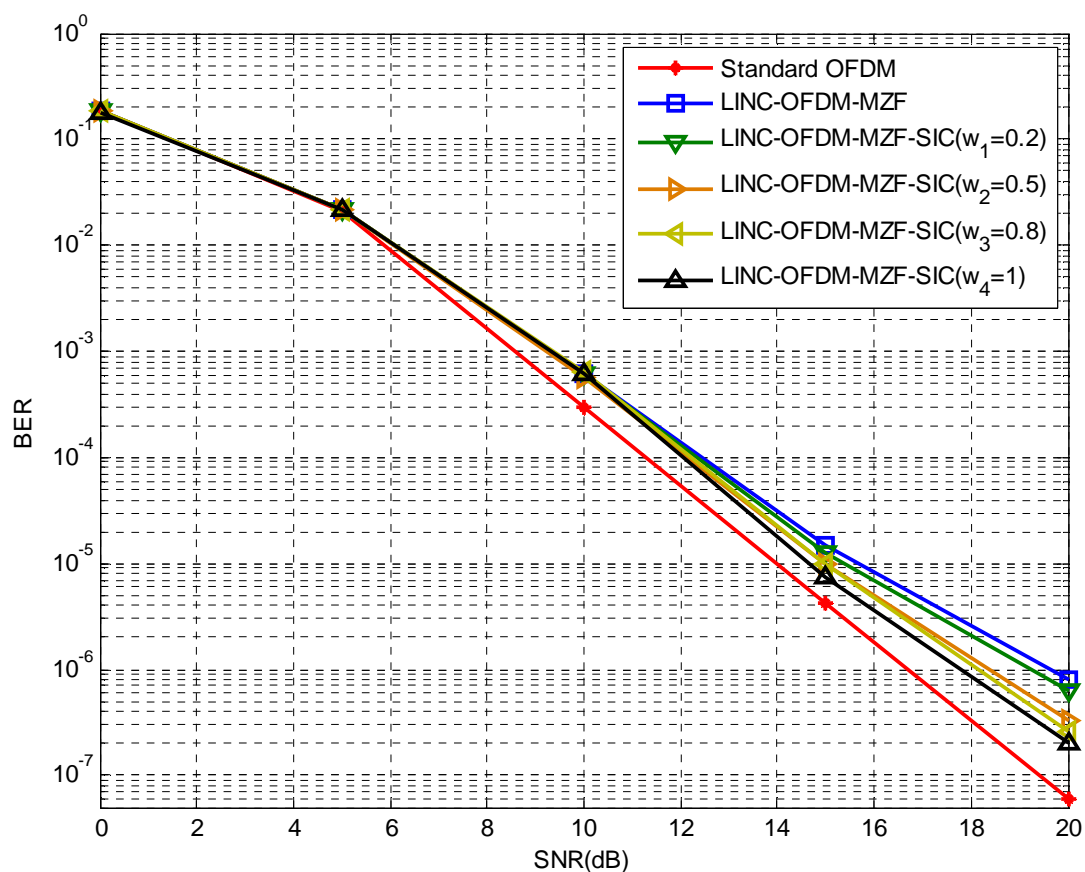


圖 5.10 LINC-OFDM 系統加入 VA/SIC 解碼(Corr. 0.98)

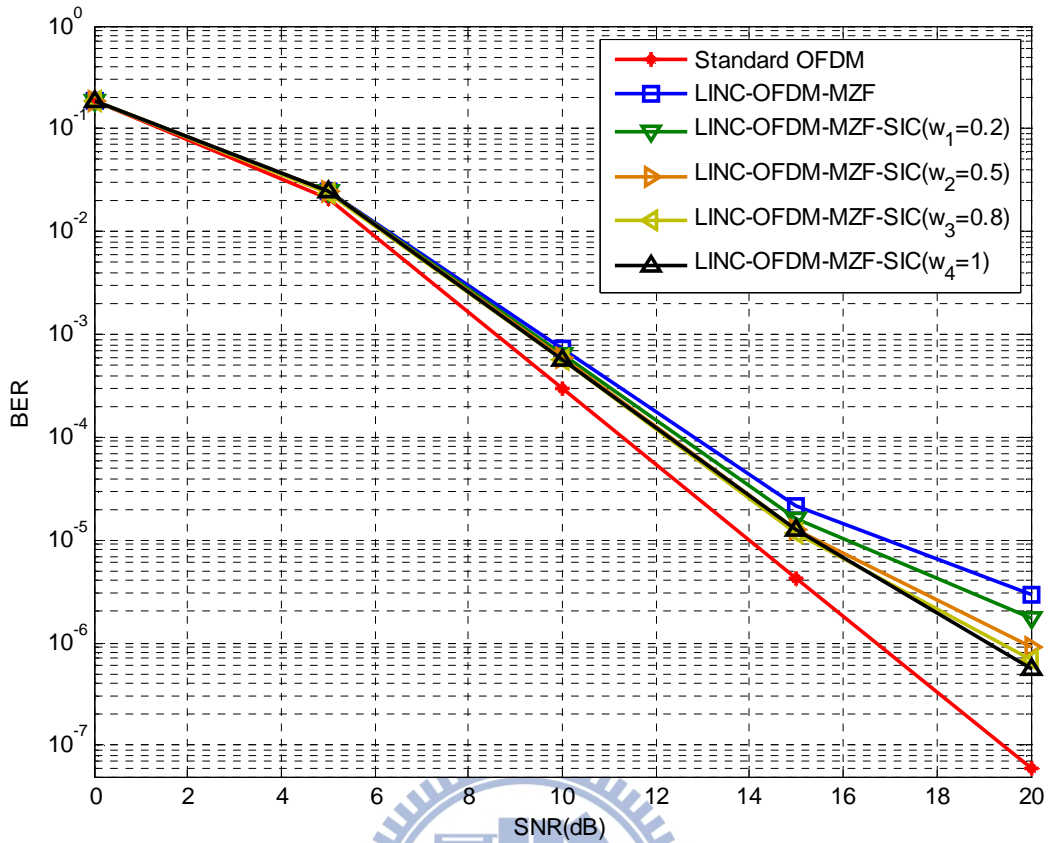


圖 5.11 LINC-OFDM 系統加入 VA/SIC 解碼(Corr. 0.96)

### 5.5 加入 LVA/SIC 之 LINC-OFDM 系統模擬

綜合章節 5.3 與 5.4 結果，LVA 可以提升較多的系統效能，而 SIC 適合在準確度高的情況下執行，在本章節的模擬中，接收端先執行 LVA 解碼，再執行數次 SIC，SIC 的權重設定依序為 0.2、0.5、0.8、1，在通道相關係數為 0.96 時，結果如圖 5.12 所示，在 LVA 中保留十六條路徑的結果達到 OFDM 系統效能，在執行四次 SIC 可以再提升 1 dB。因此我們考慮通道相關係數為 0.94 時，模擬結果如圖 5.13 所示，保留十六條路徑的結果在錯誤率為  $10^{-5}$  時，尚且與 OFDM 系統相差 1 dB，但是在二次遞迴時可達到 OFDM 系統的效能。

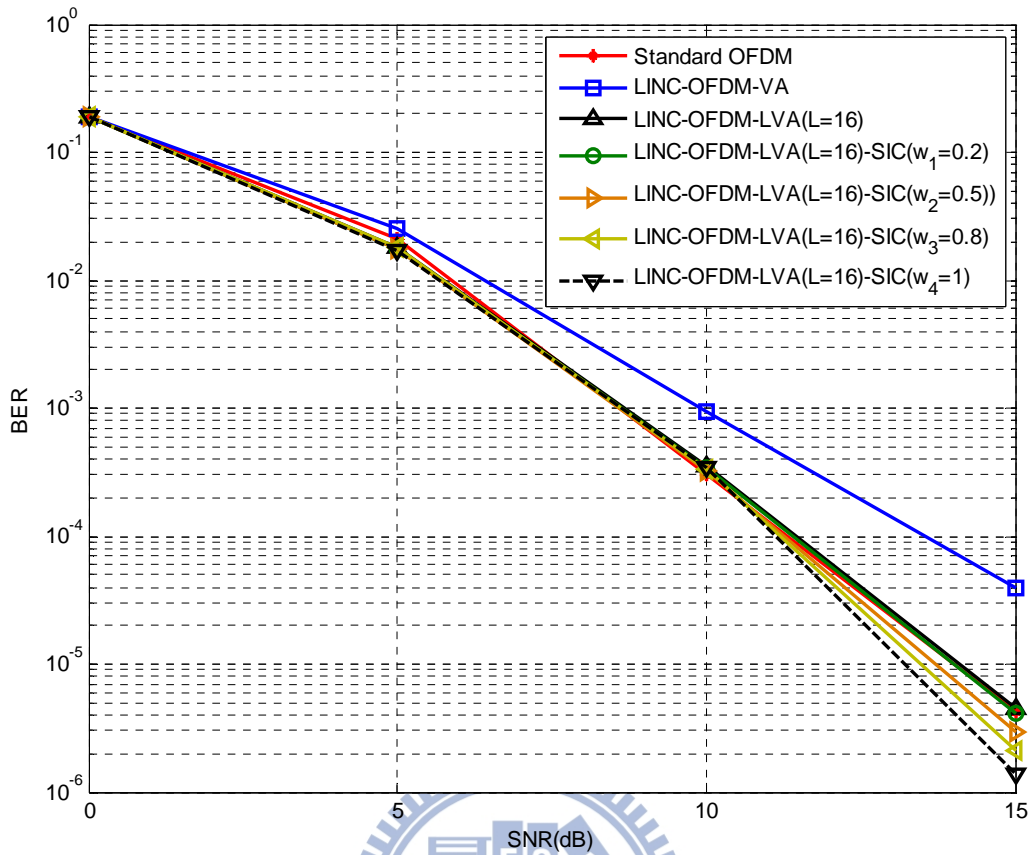


圖 5.12 LINC-OFDM 系統加入 LVA/SIC (Corr. 0.96)

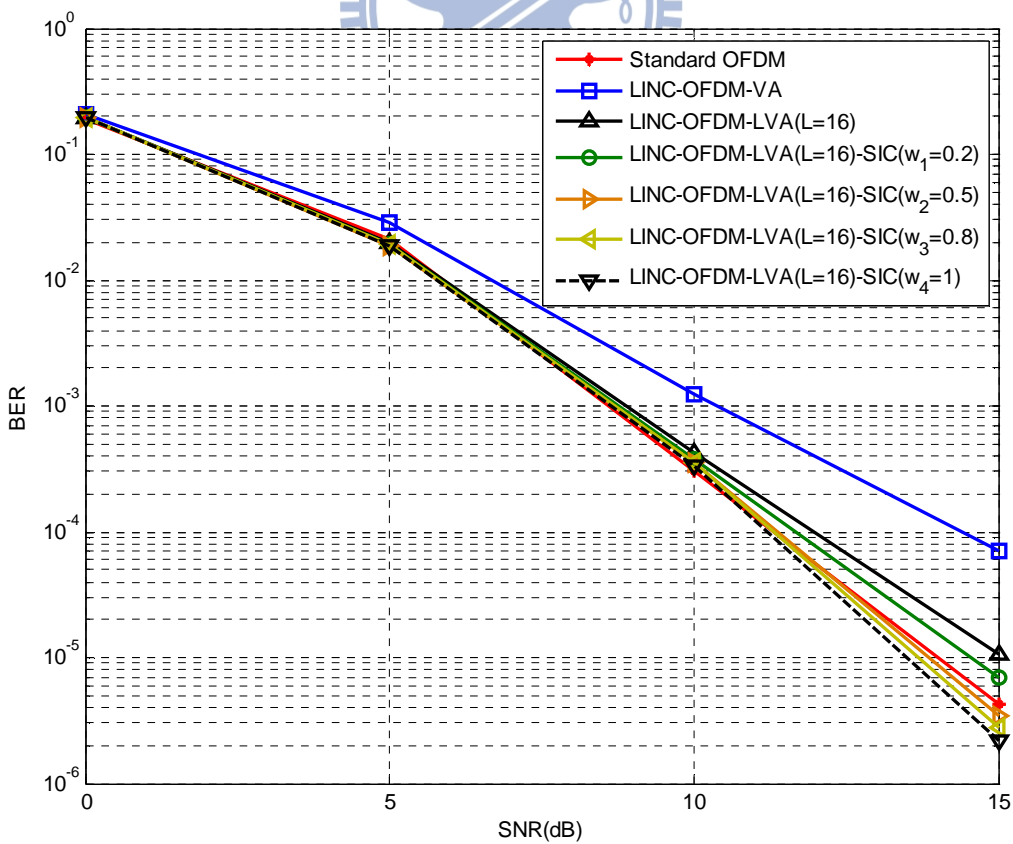


圖 5.13 LINC-OFDM 系統加入 LVA/SIC (Corr. 0.94)

## 六、 結論

LINC 系統可以解決 OFDM 調變技術中高 PAPR 問題，而無合成器的設計可以避免傳統 LINC 系統所面臨的功耗問題，但無合成器的系統在會因兩路通道的差異而造成訊號失真，效能下降，因此在實現上有很大的困難，本篇論文中提出編碼之 LINC-OFDM 系統，主要目的在討論如何克服無合成器之 LINC-OFDM 系統接收端的訊號偵測。我們在傳送端加上迴旋編碼，在接收端以 MZF 等化器執行等化，以維特比演算法解碼，得到編碼增益，並且進一步討論 LVA，保留多個可能路徑，透過再次編碼的運算有效的選擇到最佳路徑，從圖 5.6 和圖 5.7 的結果可知，LVA 可以有效的提升 LINC-OFDM 系統的效能，在通道相關係數為 0.98 和 0.96 時可以達到傳統 OFDM 系統相同的效能。我們進一步利用再次編碼得到的重建訊號，估計干擾項，執行 SIC 將接收到的訊號先行扣除估計的干擾項再執行等化，可以得到較準確的傳送訊號，隨著 SIC 遞迴次數的增加，偵測到的訊號會越來越準確，從圖 5.13 的結果可知，執行等化計算後，在通道相關係數為 0.94 時亦可以達到傳統 OFDM 系統的效能。因為 LVA 需要較多的記憶體空間來儲存保留的路徑，而執行 SIC 需要較長的時間，因此在實做上必須要在記憶體空間和處理時間上做取捨。

## 參考文獻

- [1] R. O'Neill and L. B. Lopes, "Envelope Variations and Spectral Splatter in Clipped Multicarrier Signals," in *Proc. IEEE PIMRC '95*, Toronto, Canada, pp. 71–75, Sep. 1995.
- [2] J. Armstrong, "Peak-to-average reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering," *IEEE Electron. Lett.*, Vol. 38, pp. 246–247, May 2002.
- [3] D. C. Cox, "Linear Amplification with Nonlinear Components," *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 22, pp. 1942–1945, Dec. 1974.
- [4] K. Y. Jheng, Y. C. Wang, A. Y. Wu, and H. W. Tsao, "DSP engine design for LINC wireless transmitter systems," in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst.* pp. 2593–2596, (IS-CAS), May 2006.
- [5] Birafane, A., Kouki, A.B., "Sources of linearity degradation in LINC transmitters for hybrid and outphasing combiners," *Electrical and Computer Engineering*, Vol. 1, pp.547-550, May 2004.
- [6] F. H. Raab, P. Asbeck, S. Cripp et-al., "RF and Microwave power amplifier and technologies," *Summit Technical Media, LLC*, Nov 2003.
- [7] D. M. Pozar, *Microwave engineering*, NJ: Wiley, pp. 318-323, 2005.
- [8] Abdelaal, M.M.: "LINC based amplifier architectures for power efficient wireless transmitters," Ph. D. Thesis, 2009, Ecole Polytechnique (Montreal, Canada).
- [9] S. Ali, B. Adebisi, G. Markarian and E. Arikan, "Signal combining in LINC amplifier using Alamouti codes," *Electronics Letters*, Vol. 46, No. 18, Sep. 2010.
- [10] K.-S. Hsu, "Maximum Likelihood Detection for Combinerless LINC-OFDM Systems," M.S Thesis, NCTU, Jun. 2010.
- [11] F. Tosato, P. Bisaglia, "Simplified soft-output demapper for binary interleaved

COFDM with application to HIPERLAN/2,” in *Proc. IEEE ICC*, Vol. 2, pp. 664–668, 2002.

- [12] A. J. Viterbi, “Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm,” *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. IT-13, pp. 260-269, Apr. 1967.
- [13] G. D. Forney, JR., “The Viterbi Decoding Algorithm,” *IEEE Trans. on Information Theory*, It-15:177-79, Jan. 1969.
- [14] N. Seshadri, C.-E. W. Sundberg, “List Viterbi decoding algorithms with applications.” *IEEE Trans. on Communications*, Vol.42 No.2/3/4 pp.313-323, Feb/Mar/Apr 1994.
- [15] Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, C. G. Kang, *MIMO-OFDM Wireless Communications with Matlab*, Wiley, pp.84-89, 2010.

