

# 國立交通大學

## 電信工程研究所

### 碩士論文

OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸：

混合式波束形成和全雙工中繼器

Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems :

Hybrid Beamforming and Full-Duplex Relaying

研究生：劉彥廷

指導教授：吳文榕 博士

中華民國 101 年 7 月

OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸：

混合式波束形成與全雙工中繼器

Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems :

Hybrid Beamforming and Full-Duplex Relaying

研 究 生：劉彥廷

Student : Yen-Ting Liu

指導教授：吳文榕 博士

Advisor : Dr. Wen-Wrong Wu

國 立 交 通 大 學



Submitted to Institute of Communications Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master of Science

In

Communications Engineering

July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 7 月

# OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸：

## 混合式波束形成和全雙工中繼器

學生：劉彥廷

指導教授：吳文榕 博士

國立交通大學電信工程研究所碩士班

### 摘要

IEEE802.15.3c系統是一適合高速之上網或高畫質之影音傳輸的規格，但操作的頻段是在免執照的 60 GHz，此頻段的通道對訊號之衰減性高且載波之穿透性低，因此其所需的傳送功率大且傳輸須直視的環境(LOS)，如何在非直視環境(NLOS)下做低功率的傳輸是一大挑戰。本篇論文的目的即是研究60GHz 系統中LOS/NLOS 之傳輸技術。我們使用平面陣列天線(planar antenna array)以及波束形成(beamforming)技術來補償損耗的方法。首先依據IEEE 802.15.3c的編碼簿，我們提出了一種新的波束搜尋法，可快速的達到搜尋出最佳波束對的目的，同時也提出一另一方法可以在LOS變動為NLOS時，仍然能夠可快速的搜尋出最佳波束對。此外，我們也使用全雙工(full-duplex)中繼器來克服NLOS的問題，並改善傳統半雙工系統吞吐量減半的問題。在全雙工(full-duplex)中繼器中，接收機會受到傳送機的干擾，稱之為為迴音(echo)，為了使迴音(echo)干擾消除且同時不影響原本的陣列天線的場型，我們設計了一個混合波束形成器的迴音消除器，有效的消除了迴音。

# Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems :

## Hybrid Beamforming and Full-Duplex Relaying

Student : Yen-Ting Liu

Advisor : Dr. Wen-Wrong Wu

Department of Communication Engineering

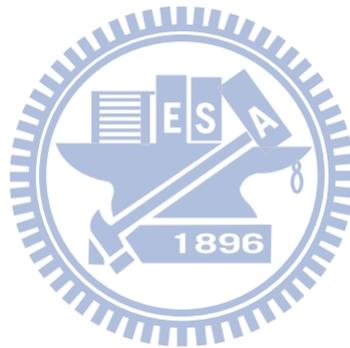
National Chiao Tung University

### Abstract

IEEE 802.15.3c system offers data rates of multiple Gbit/s for applications such as high speed internet access or high quality video streaming. However, it is operated in unlicensed 60GHz band, the propagation loss is high and signal penetration is low. Thus, 60GHz transceivers require high transmission power, and can only be properly operated in LOS environments. This thesis aims to develop LOS/NLOS transmission technologies for 60GHz systems. To solve the problem, we use a hybrid planar antenna array conducting beamforming. First, based on the codebook in IEEE 802.15.3c, we propose a new beam matching method which can find the best transmit and receive beamforming pair quickly. The method is also extended such that it is able to find the beamforming pair shortly after the environment changes from LOS to NLOS. Then, we propose another method, using full-duplex relays, to solve the NLOS problem. In a full-duplex relay, transmitted signal will interfere its received signal, a phenomenon called echo. We then design an echo canceller to suppress echo signal without affecting the original antenna pattern. It is shown that the echo is effectively canceled.

## 誌謝

本篇論文得以完成，首先由衷感謝我的指導教授- 吳文榕博士，在研究的過程中老師從未間斷地辛勤指導，每當我遇到研究的難題時，指導我許多專業上的知識與提供研究上的建議。而在研究期間，感謝 Lab 720 的學長姐們，於研究上給予我非常多的協助與建議，也經常討論生活中的點滴並且給予我很多寶貴的意見。其中我特別想感謝的是鈞陶、勝富、汀華、其翰、勝隆，還有我的同儕，嫻珮、宗義、錫沅等同學陪我一起度過在研究所的期間，彼此的互相鼓勵使我更有動力做研究。另外還要感謝家彰每天不間斷幫大家訂便當，婉綺提供電風扇使我度過炎熱的夏天，運凱、侑君、偉豪、萊恩為實驗室提供歡樂。



# 目錄

摘要 .....	I
ABSTRACT .....	II
目錄 .....	IV
圖目錄 .....	VII
表目錄 .....	IX
第一章：簡介 .....	1
第二章：通道模型 .....	4
2.1 簡介 .....	4
2.2 通道的數學模型 .....	4
2.3 會議室的 3D 模型與群集(cluster)路徑 .....	7
2.4 直視路徑的通道模型 .....	8
2.5 非直視群集的路徑衰減與反射衰減 .....	8
2.6 點對點之通道模型 .....	9
第三章：波束形成與 DOA 估計 .....	14
3.1 線陣天線(Uniform Antenna Array) .....	14
3.2 線陣天線的波束形成 .....	15
3.2.1 類比波束形成 .....	15
3.2.2 數位波束形成 .....	16
3.2.3 混合式波束形成 .....	16
3.3 線陣天線的訊號抵達方位估計簡介 .....	17
3.3.1 線陣天線的 MUSIC 演算法 .....	17
3.3.2 線陣天線的 TLS-ESPRIT 演算法 .....	19

3.3.3 線性陣列天線混合式抵達方向估計 MUSIC 演算法 .....	21
3.3.4 線性陣列天線混合式抵達方向估計 ESPRIT 演算法 .....	23
3.4 平面陣列天線(Planar Antenna Array).....	24
3.5 平面陣列天線的波束形成 .....	25
3.5.1 類比波束形成 .....	25
3.5.2 數位波束形成 .....	25
3.5.3 混合式波束形成 .....	26
3.6 平面陣列天線的訊號抵達方位估計 .....	28
3.6.1 平面陣列天線的 MUSIC 演算法 .....	28
3.6.2 平面陣列天線的 TLS-ESPRIT 演算法 .....	30
3.6.3 平面陣列天線的混合式訊號抵達方位估計 MUSIC 演算法 .....	34
3.6.4 平面陣列天線的混合式訊號抵達方位估計 ESPRIT 演算法 .....	37
第四章：直視與非直視環境下的波束搜尋流程.....	39
4.1 IEEE 802.15.3c 波束編碼簿.....	39
4.2. 波束搜尋流程 .....	39
4.2.1 窮舉法 .....	40
4.2.2 兩級訓練法 .....	40
4.2.3 二分法搜尋 .....	42
4.2.4 所提出的波束搜尋流程 .....	44
4.2.5 波束搜尋流程分析 .....	45
4.3 環境變動下的波束搜尋流程 .....	46
第五章：全雙工中繼器設計.....	51
5.1 中繼器傳輸簡介 .....	51
5.2 系統模型 .....	52
5.3 迴音干擾通道 .....	53
5.4. 迴音干擾消除 .....	54
5.5 波束形成分析 .....	57
5.6 波束場型限制下的迴音干擾消除 .....	58

5.6.1 SVD 法 .....	58
5.6.2 解聯立方程式法 .....	59
5.6.3 Lagrange 演算法 .....	60
5.7 多使用者的波束場型限制下的迴音干擾消除 .....	62
第六章：模擬結果.....	66
6.1 波束搜尋演算法效能模擬 .....	66
6.1.1 波束搜尋精準度分析 .....	66
6.1.2 訓練序列數分析 .....	68
6.1.3 不同波束搜尋流程的優缺點分析 .....	69
6.2 非直視環境下的波束搜尋 .....	69
6.3 全雙工中繼器設計 .....	74
6.3.1 波束場型限制下的迴音消除 .....	74
6.3.1.1 SVD 法 .....	75
6.3.1.2 解聯立方程式法 .....	76
6.3.1.3 Lagrange 演算法 .....	78
6.3.2 系統穩定度分析 .....	82
6.3.2.1 殘餘的迴音 .....	82
6.3.2.2 通道估計誤差 .....	84
第七章：結論 .....	91
REFERENCE .....	92



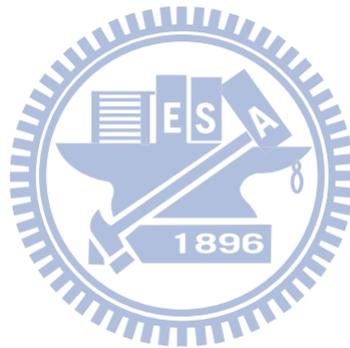
## 圖目錄

圖 2-2-1：群集裡面的射線 .....	5
圖 2-2-2：功率分佈 (Power Delay Profile).....	6
圖 2-3-1：會議室的 3D 模型 .....	7
圖 2-5-1：反射衰減，圖的左邊是一次反射的衰減量，圖的右邊是兩次反射的衰減量。 .....	9
圖 2-6-1：傳送端和接收端的俯視圖的速度分解 .....	10
圖 2-6-2：旋轉後的座標 .....	11
圖 2-6-3：傳送端與接收端位置俯視圖 .....	12
圖 2-6-4：通道響應的所有群集 .....	12
圖 2-6-5：傳送端與接收端位置俯視圖 .....	13
圖 2-6-6：通道響應的所有群集 .....	13
圖 3-1-1 線陣天線架構圖 .....	14
圖 3-2-1 線陣天線的數位波束形成 .....	16
圖 3-2-2 線陣天線的混合式波束形成 .....	17
圖 3-4-1： $N_x$ 乘 $N_y$ 個天線組成的平面陣列天線 .....	24
圖 3-5-1：混合式波束形成架構圖 .....	27
圖 3-5-2：8×8 平面陣列天線劃分成 4 個區塊分別是 A、B、C、D，每個區塊分享同一 個數位轉類比轉換器。 .....	27
圖 4-2-1：傳送端與接收端的波束配對 .....	40
圖 4-2-2：線性陣列天線的兩階段天線選擇 .....	41
圖 4-2-3：線性陣列天線的兩階段場型 .....	41
圖 4-2-4：線性陣列天線的兩階段天線選擇 .....	42
圖 4-2-5：線性陣列天線的兩階段場型 .....	43
圖 4-3-1：最小平方法 .....	47
圖 5-1-1：中繼器傳輸 .....	51
圖 5-1-2：半雙工和全雙工中繼器傳輸 .....	51
圖 5-2-1：AF 中繼器系統 .....	52
圖 5-3-1：不同天線之間的距離造成的訊號相位差 .....	54
圖 5-4-1：迴音干擾消除 .....	55
圖 5-4-2：傳送端和接收端分成上下兩部分的陣列天線 .....	55
圖 5-4-3：利用向量空間處理的迴音干擾消除 .....	56
圖 5-7-1：多使用者的中繼器系統 .....	62
圖 6-1-1：傳送端與接收端位置俯視圖 .....	66
圖 6-1-2：直視環境下，每種波束搜尋流程的錯誤率 .....	67
圖 6-1-3：非直視環境下，每種波束搜尋流程的錯誤率 .....	68
圖 6-1-4：平面陣列天線下( $K=M=8$ )，每種波束搜尋流程的訓練序列數 .....	69

圖 6-2- 1: 直視和三組一次反射的群集 .....	70
圖 6-2- 2: 近似全向性的波束場型 .....	71
圖 6-2- 3: 配對錯誤率( $k=2$ 波束搜尋排序, $T=5$ ).....	73
圖 6-2- 4: 配對錯誤率( $k=3$ 波束搜尋排序, $T=5$ ).....	73
圖 6-2- 5: 配對錯誤率( $k=4$ 波束搜尋排序, $T=5$ ).....	74
圖 6-3-1: 線性陣列天線下( $K=M=8$ ), 傳送端與接收端的原本波束場型 .....	75
圖 6-3-2: 加入選擇(1)的 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{c}$ 後, 傳送端與接收端的波束場型 .....	76
圖 6-3-3: 加入選擇(2)的 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{c}$ 後, 傳送端與接收端的波束場型 .....	76
圖 6-3-4: 加入聯立方程式解出的 $\mathbf{f}$ 後, 接收端的波束場型 .....	77
圖 6-3-5: 加入聯立方程式解出的 $\mathbf{c}$ 後, 傳送端的波束場型 .....	77
圖 6-3-6: 不同的 $r$ 對迴音消除的遞迴結果.....	79
圖 6-3-7 (a): 原本傳送端的波束場型.....	79
圖 6-3-8: 不同的 $r$ 對迴音消除的影響 .....	81
圖 6-3-9: 不同的 $r$ 對 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{c}$ 能量的影響 .....	81
圖 6-3-10: 傳送端和接收端相距最遠的通道 .....	83
圖 6-3-11: 不同的 $r$ 對最大系統放大倍率 $g$ 的影響.....	83
圖 6-3-12: 通道估計誤差對最大系統放大倍率 $g$ 的影響.....	85
圖 6-3-13: 不同的 $r$ 對迴音消除的遞迴結果 .....	86
圖 6-3-14: 原本傳送端的波束場型(使用者一).....	87
圖 6-3-15: 不同的 $r$ 對傳送端波束場型的影響(使用者一) .....	87
圖 6-3-16: 原本傳送端的波束場型(使用者二).....	88
圖 6-3-17: 不同的 $r$ 對傳送端波束場型的影響(使用者二) .....	88
圖 6-3-18: 不同的 $r$ 對迴音消除的影響 .....	89
圖 6-3-19: 不同的 $r$ 對 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{c}$ 能量的影響 .....	89
圖 6-3-20: 不同的 $r$ 對最大系統放大倍率 $g$ 的影響 .....	90

## 表目錄

表格 4-1：線陣天線的訓練序列數.....	45
表格 4-2：平面陣列天線的訓練序列數.....	45



## 第一章：簡介

隨著無線的應用日趨廣泛，無線個人網路(wireless personal area network; WPAN) 越來越受到重視。為了因應此趨勢 IEEE 在2005 三月成立了802.15 WPAN Task Group (TG3c) 發展毫米波的實體層規格。此毫米波是操作在免執照 57 ~ 64 GHz 的頻段，由於此頻段之高衰減特性訊號只適合短距離之傳輸，WPAN 所定義之資料傳輸率最少是1Gbps 最高可達5Gbps 適合高速之上網或高畫質之影音傳輸。在此規格中定義了兩個調變模式即單載波和多載波，多載波使用正交多頻分工(orthogonal frequency division multiplexing; OFDM)，眾所週知 OFDM 是一具有潛力之技術也已經廣泛的應用於多種數位通訊的系統 如 IEEE 802.11 無線區域網路，IEEE 802.16e 廣域的網路，以及數位電視廣播(digital video broadcasting; DVB)等。OFDM 的最大好處是頻譜使用效率高以及可以將多路徑之頻率選擇衰落轉換成平坦之衰落因此等化就變得很容易，另一好處是 OFDM 能使用快速傅立葉轉換可以使多載波的調變容易實現。

因為60GHz 通道對訊號之衰減性高且載波之穿透性低，因此當傳送端與接收端之間有障礙物沒辦法達到直視(Line of Sight; LOS)的傳輸時傳收的效能將大受影響，如何在NLOS 的環境下能夠正常運作是一大關鍵。因此有研究者在傳送端與接收端使用陣列天線(Antenna Array)來做波束形成(Beamforming)，希望可以藉此達到能量集中提高傳輸效能，能量集中並不侷限於單一方位，陣列天線波束形成技術可以把訊號集中在多個特定方位，也可以使某些特定方位收不到訊號。波束形成可以用類比或數位的方式來實現，如用類比的方式則無法達到干擾消除的目的，但如用數位的方式則每一根天線都需要一組數位類比轉換器(digital-to-analog circuit; DAC)和類比數位轉換器(analog-to-digital circuit; ADC)，成本會大大的提高，最近有研究者提出用混合式的波束形成(hybrid beamforming)

來解決此問題[1]-[3]，其想法是把陣列天線分成少許區塊，同一區塊共同使用同一個轉換器，如此一來就可在效能與成本之間取得一平衡。使用波束形成之一重要的前提是訊號的接收方位須能準確的估計，此問題在文獻上稱之為(Direction of Arrival; DoA)，數位波束形成之DoA 的問題已經廣泛的被討論[4]-[5]，也有應用在混合式陣列天線的訊號來源方位估測演算法 [6]。

本篇論文的目的即是研究 60GHz 系統中使用混合波束形成之 LOS/NLOS 傳輸技術，並提出可能的新方案以克服 60GHz 非直視環境的傳輸障礙。首先我們依據 IEEE WPAN 802.15.3c 的編碼簿，提出了一種新的波束搜尋法，配合 DoA 的技術並利用通道對稱性的特性，可以大幅的減少傳送的訓練序列數，快速的搜尋出最佳波束對，並同時提高了精準度。另外我們也考慮環境的變動時波束配對的問題，亦即傳輸環境可能瞬間從 LOS 變為 NLOS 的狀況，一個解決的方法是在一開始做波束搜尋流程時，根據每組波束配對收到的訊號大小，依序排列出最佳、次佳...等的序列，再依照當時的環境選擇最適當的一組波束配對，例如一開始採用最佳的波束配對，但當此組波束配對被阻礙物擋住訊號無法傳遞時，改採用次佳的波束配對。

當系統沒LOS傳輸時，另一個解決辦法是利用中繼器(relay)幫忙傳送端傳送資料。在分時雙工(time division duplexing; TDD)的系統裡，中繼器通常是半雙工(half-duplex)，也就是說傳送端把訊號傳給中繼站，中繼站進而把接收到的資料傳給接收端，亦即同一時間只能做傳收或接收，整體系統之吞吐量(throughput)會因此而減半。本論文的另一個主題就是在討論全雙工(full-duplex)之中繼器，亦即中繼器可以同時傳送與接收訊號，系統之吞吐量因此可以倍增。但全雙工中繼器有一問題，意即接收機會收到傳送機所傳送的訊號，因而干擾到真正要接收的訊號，一般而言，傳收機傳送訊號很強而要接收訊號很弱，因此造成運作上的困難，文獻上稱此自我干擾問題為為迴音(echo)。全雙工中繼器迴音消除的方法有數種[7]-[10]，但都不是針對陣列天線而設計，我們提出了一個混合波束形成器的迴音消除器(Echo Canceller)，可以有效的解決中繼器之迴音干擾問題。

本篇論文的組織如下:第二章我們討論 60 GHz 頻帶在會議室的通道模型,第三章中敘述混合式波束形成與 DoA 演算法,第四章討論在直視與非直視環境之下的波束搜尋配對方式,第五章是討論全雙工中繼器,第六章中敘述所提出方法之模擬結果,第七章則是總結。



## 第二章：通道模型

### 2.1 簡介

本章中我們要討論 60GHz 頻帶無線環境的通道模型，主要是根據 Intel [11] 的研究結果。Intel 的研究考慮了 60GHz 的電磁波傳遞特性，目前他們所發表的版本描述了會議室環境下的通道射線(ray)模型，包含了射線(ray)的空間、時間、振幅、相位的特徵。其中射線的空間特徵包含了傳送端傳送跟接收端接收的射線的水平角(azimuth)與仰角(elevation)。Intel 發表的版本並沒有把電磁波的極化(polarization)的影響考慮進去而且假設通道的統計特性是穩態的(stationary)。

### 2.2 通道的數學模型

此通道模型是利用群集(cluster)的概念，每一個群集包含了很多空間相近、時間相近的射線(ray)。由於環境的統計特性是非穩態的(non-stationary)，群集與射線的空間、時間參數會隨著時間而改變，在不是移動的環境下我們可以假設這些參數的變動速度是很緩慢的。在我們的通道模型裡空間跟時間的參數我們是假設穩態的。其通道的數學模型可以表示如下：

$$h(t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}) = \sum_i A^{(i)} C^{(i)}(t - T^{(i)}, \varphi_{tx} - \Phi_{tx}^{(i)}, \theta_{tx} - \Theta_{tx}^{(i)}, \varphi_{rx} - \Phi_{rx}^{(i)}, \theta_{rx} - \Theta_{rx}^{(i)}) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} & C^{(i)}(t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}) \\ &= \sum_k \alpha^{(i,k)} \delta(t - \tau^{(i,k)}) \delta(\varphi_{tx} - \varphi_{tx}^{(i,k)}) \delta(\theta_{tx} - \theta_{tx}^{(i,k)}) \delta(\varphi_{rx} - \varphi_{rx}^{(i,k)}) \delta(\theta_{rx} - \theta_{rx}^{(i,k)}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中：

- $h$  是通道的脈衝響應
- $t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}$  是時間、傳送端與接收端個別的水平角、仰角。

- $A^{(i)}$  與  $C^{(i)}$  是第  $i$  個群集的增益與第  $i$  個群集的脈衝響應。
- $\delta(\cdot)$  是脈衝函數(Dirac delta function)。
- $T^{(i)}, \Phi_{tx}^{(i)}, \Theta_{tx}^{(i)}, \Phi_{rx}^{(i)}, \Theta_{rx}^{(i)}$  是第  $i$  個群集的時間角度特徵。
- $\alpha^{(i,k)}$  是第  $i$  個群集的第  $k$  個射線的振幅。
- $\tau^{(i,k)}, \varphi_{tx}^{(i,k)}, \theta_{tx}^{(i,k)}, \varphi_{rx}^{(i,k)}, \theta_{rx}^{(i,k)}$  是第  $i$  個群集第  $k$  個射線相對的時間-角度特徵。

群集裡面的射線參數是經由實驗量測所求得，我們由時間去區分每個射線，射線的參數包含射線個數、射線跟射線之間的時間差、還有射線的振幅。根據實驗的結果，我們可以得到射線在時域的統計特性。群集裡面的射線產生機制如圖 2-2-1 所示：

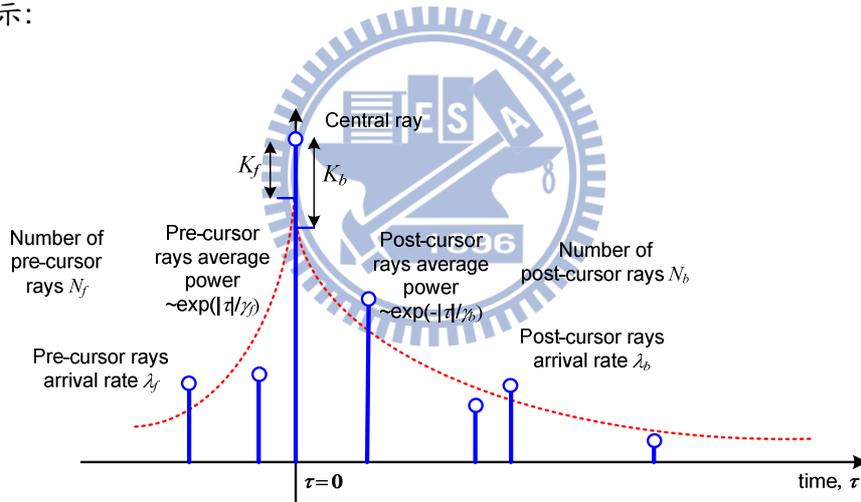


圖 2-2-1：群集裡面的射線

群集包含了一根指標射線(central ray)，它的振幅  $\alpha^{(i,0)}$  是固定的，還包含了比指標射線提早抵達的射線，振幅分別是  $\alpha^{(i,-N_f)} \dots \alpha^{(i,-1)}$ ，以及包含了比指標射線還慢到達的射線，振幅分別是  $\alpha^{(i,1)} \dots \alpha^{(i,N_b)}$ 。比指標射線還早抵達的射線設定為兩根，比指標射線還慢抵達的射線為四根。

比指標射線早以及晚抵達的射線時間都用 Poisson 過程去描述，兩個 Poisson 過程的抵達速率分別是  $0.2 \text{ ns}^{-1}$  與  $0.12 \text{ ns}^{-1}$ ，由於射線是用 Poisson 過程去描述，

那麼射線與射線之間的時間差會是指數分布(Exponential distribution)。比指標射線提早抵達的射線的平均振幅是  $A_f(\tau)$ ，比指標射線慢抵達的射線的平均振幅是  $A_b(\tau)$ 。這兩項參數定義如下：

$$A_f(\tau) = \frac{\alpha^{(i,0)}}{5} e^{-|\tau|/\tau_f} \quad (2.3)$$

$$A_b(\tau) = \frac{\alpha^{(i,0)}}{10} e^{-|\tau|/\tau_b} \quad (2.4)$$

其中  $\tau_f = 1.3 \text{ ns}$  and  $\tau_b = 2.8 \text{ ns}$ 。

定義射線的振幅是平均值為  $A_f(\tau)$ 、 $A_b(\tau)$  的 Rayleigh 分布，相位為隨機的均勻分布。下圖 2-2-2 是 Intel 實驗出來的功率分布與 Intel 用此模型模擬出來的功率分布比較圖。

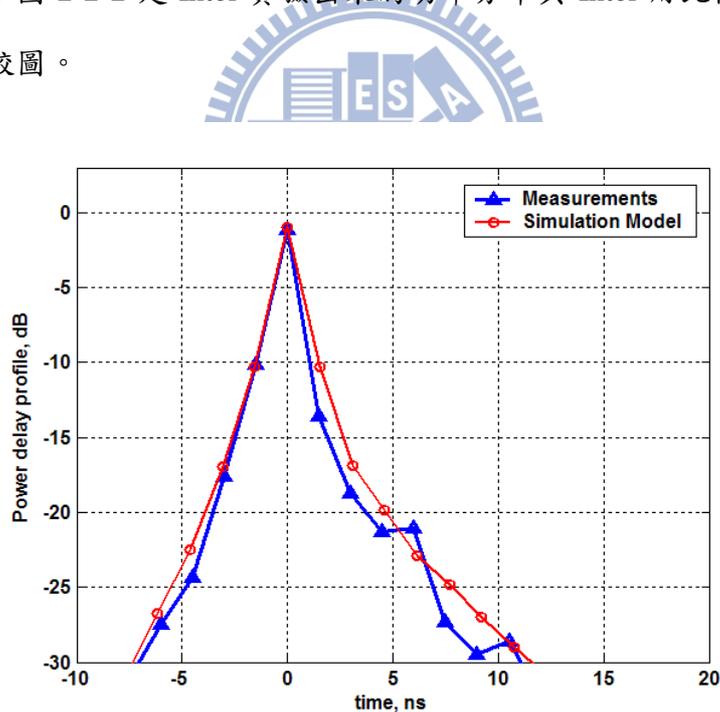


圖 2-2-2：功率分佈 (Power Delay Profile)

在實驗的量測中，只有訊號在時域變化的量測，沒有角度的量測。因此 Intel 把每一根射線的角度參數設定成期望值為零、變異數為  $5^0$  的常態分佈，無論是傳送端的水平角與仰角或接收端的水平角與仰角都是用此分佈。

為了更進一步的增加通道模型的準確性，首先我們把群集分類，分成直視群集、一次反射群集、二次反射群集，這些群集有個自的統計特性。另外，對於同一群集裡面的射線的參數都被視為有相關的。這些參數都有經由實驗的量測與射線追蹤模擬(ray tracing)來驗證，因此增加了此通道模型的準確性。

### 2.3 會議室的 3D 模型與群集(cluster)路徑

圖 2-3-1 表示一會議室之 3D 透視圖，在此我們假設傳送端與接收端都是擺置在同一張桌子上。

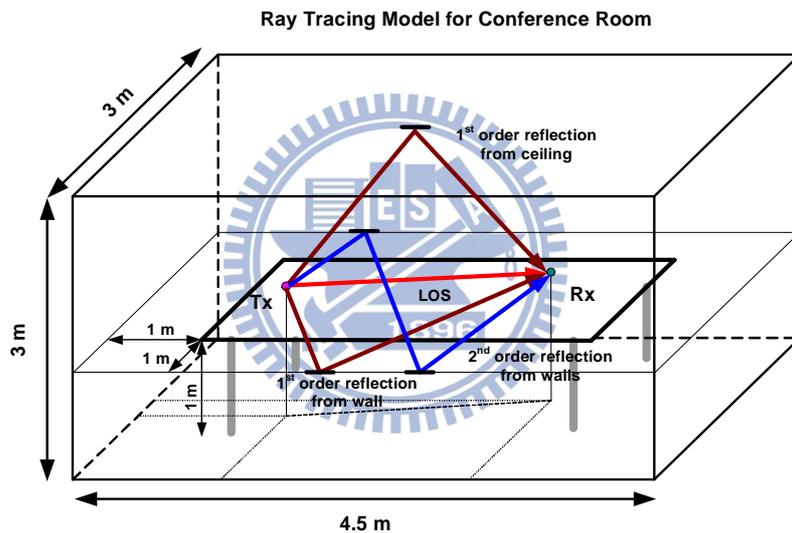


圖 2-3-1：會議室的 3D 模型

我們把群集分成一個直視路徑群集，和十七個非直視群集，包括：四個四面牆壁的一次反射、一個天花板的一次反射、四個先經由牆壁再到天花板的二次反射或先經由天花板再到牆壁的二次反射、八個經由牆壁再經由另一面牆壁的二次反射。不同的群集有不同的特徵，譬如說四面牆壁的一次反射的仰角為零。這些特徵都會被採納到我們的通道模型裡面。我們也可以設定某個群集會被擋住，被擋住的機率可以動態調整。

如果牆壁跟天花板是完美的鏡面反射，每一個群集的射線就只會有一個。我

們把反射面的粗糙考慮進去的話，每一個群集會有許多空間跟時間相當接近的射線，每一個群集裡面的統計特性都經過實驗量測，詳細的模型會在後面敘述。

## 2.4 直視路徑的通道模型

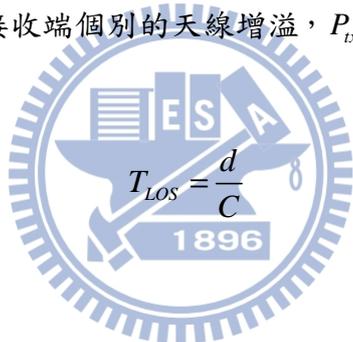
直視線路徑的群集只有一條射線，它的衰減量的數學式子如下：

$$A^{(0)} = \lambda / (4\pi d) \quad (2.5)$$

其中  $\lambda$  是波長， $d$  是傳送端與接收端的距離。我們可以定義接收端接收到的功率如下：

$$P_{rx} = G_{tx} G_{rx} \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 P_{tx} \quad (2.6)$$

其中  $G_{tx}$  與  $G_{rx}$  是傳送端與接收端個別的天線增益， $P_{tx}$  是傳送端的功率。接收到的時間可表示為：

$$T_{Los} = \frac{d}{C} \quad (2.7)$$


其中  $C$  是光速。

## 2.5 非直視群集的路徑衰減與反射衰減

就像之前在直視通道模型中提到的衰減量一樣，我們可以由真空中傳遞法則 (free space propagation law) 知道每個群集的指標射線衰減量：

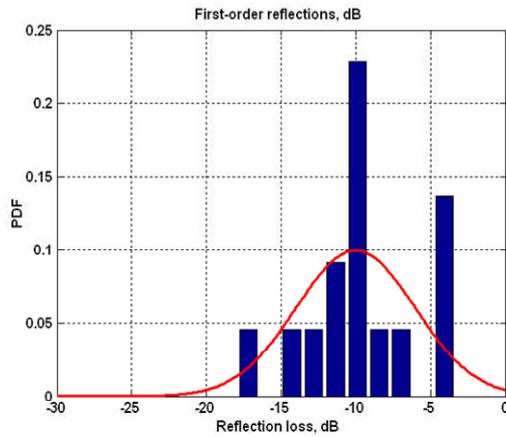
$$A^{(i)} = g^{(i)} \lambda / (4\pi d_i) \quad (2.8)$$

其中  $d_i$  是群集  $i$  的指標射線所走的距離， $g^{(i)}$  是每個群集的反射衰減， $\lambda$  是波長，在此約 5mm。圖 2-5-1 是 intel 量測出來的反射衰減：

### Reflection Loss for 1<sup>st</sup> Order Reflection

Mean value = -10 dB

RMS = 4 dB



### Reflection Loss for 2<sup>nd</sup> Order Reflection (total loss for two reflections)

Mean value = -16 dB

RMS = 5 dB

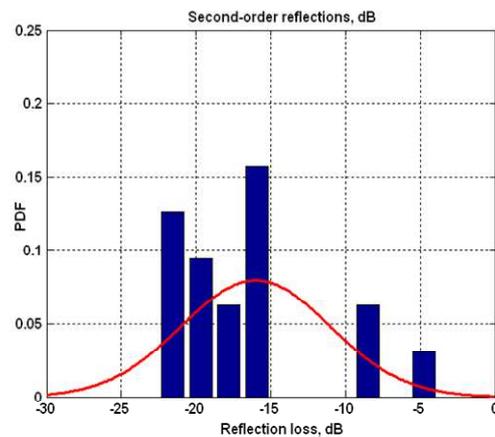


圖 2-5-1： 反射衰減，圖的左邊是一次反射的衰減量，圖的右邊是兩次反射的衰減量。

在之後的模擬中，我們把一次反射的衰減量設為-10 dB，二次反射的衰減量設為-16 dB。



## 2.6 點對點之通道模型

接著我們討論如何找出兩點之間所有可能的傳送路徑的過程，包括傳送與接收訊號的角度和時間延遲。令訊號入射的速度為  $v$ ，則可分別拆解成  $x$  座標上的分量  $v_x$ ， $y$  座標上的分量  $v_y$ ， $z$  座標上的分量  $v_z$ ：

$$v = v_x + v_y + v_z \quad (2.9)$$

則所傳送訊號的水平角  $\varphi$  與垂直角  $\vartheta$  定義如下：

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{v_x}{v_y} \right) \quad (2.10)$$

$$\vartheta = \tan^{-1} \left( \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right) \quad (2.11)$$

當訊號遇到牆壁或天花板反射時，入射角等於反射角。如下圖所示，當訊號遇到上面的牆壁反射，x 座標上的速度分量變成  $-v_x$ ，y 座標上的分量  $v_y$  和 z 座標上的分量  $v_z$  保持不變：

$$v_x' = -v_x, v_y' = v_y, v_z' = v_z \quad (2.12)$$

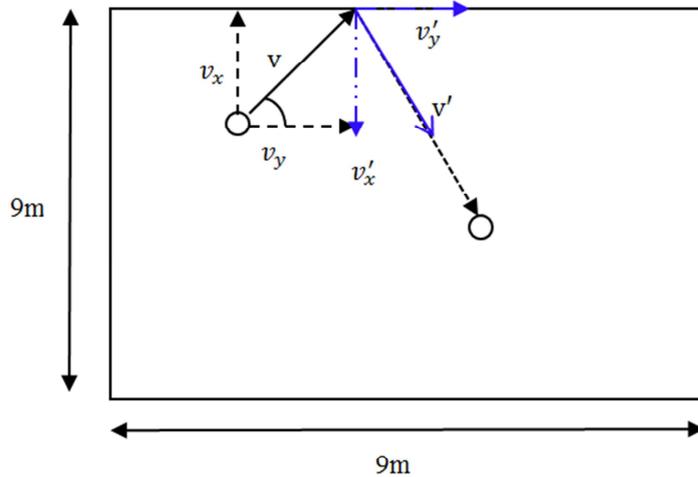


圖 2-6-1：傳送端和接收端的俯視圖的速度分解

而且因為對同一接收點而言，x 分量、y 分量和 z 分量上的訊號都是同時抵達的，所以速度和距離成正比，即：

$$v_x : v_y : v_z = d_x : d_y : d_z \quad (2.13)$$

其中傳送訊號經過的距離  $d$  拆成 x 分量  $d_x$ ，y 分量  $d_y$  和 z 分量  $d_z$ 。所以可以根據傳送和接收端擺放的位置決定  $(d_x, d_y, d_z)$ ，也就知道  $(v_x, v_y, v_z)$  之間的比例關係，並藉此求出傳送訊號的水平角和垂直角。

接著考慮此時傳送端和接收端的陣列天線擺放的角度，上面的推導是假設其擺放的法向量和上下兩面的牆壁平行，如果將天線的法向量旋轉一角度  $\psi$ ，如圖 2-6-2 所示：

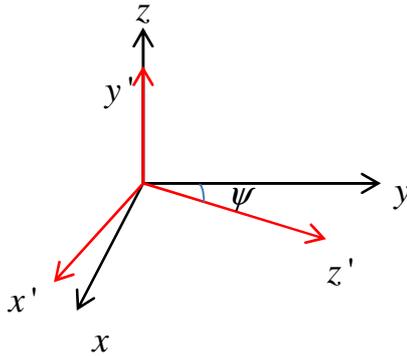


圖 2-6-2：旋轉後的座標

其中原本座標 $(x, y, z)$ 需先轉換為新的座標 $(x', y', z')$ ，也就是把每個軸的單位向量分別做轉換：

$$\begin{aligned}
 (x, y, z) &\rightarrow (x', y', z') \\
 (1, 0, 0) &\rightarrow (\cos \psi, 0, -\sin \psi) \\
 (0, 1, 0) &\rightarrow (-\sin \psi, 0, \cos \psi) \\
 (0, 0, 1) &\rightarrow (0, 1, 0)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

所以新的座標為：

$$(x', y', z') = (x \cos \psi - y \sin \psi, z, -x \sin \psi + y \cos \psi) \tag{2.15}$$

並求得新的距離 $(d_x', d_y', d_z')$ ，也就是知道新的速率比 $(v_x', v_y', v_z')$ ，藉此算出新的水平角與垂直角。

如 2.3 節中所述，在這個通道狀況下共有十八個群集，可以分別求出其水平角和垂直角。但因為矩形平面天線(Patch antenna)的傳送或接收訊號範圍只有半個球面，也就是垂直角必須小於 90 度才有可能接收的到。相對的如果垂直角大於 90 度，即代表此訊號無法傳遞，也就是沒有這條傳輸路徑。而如果任兩條路徑的傳送端、接收端的水平角和垂直角皆相同，即代表此兩條路徑是重複的。

下面分別模擬兩種不同傳送和接收天線擺放方式的通道狀況，在此會議室長度設為九公尺、寬九公尺、高兩公尺，傳送端與接收端放在同一張高度為一公尺的會議桌上面。首先我們設定傳送端與接收端的位置如下圖所示，此圖的視角是從空中往下看。

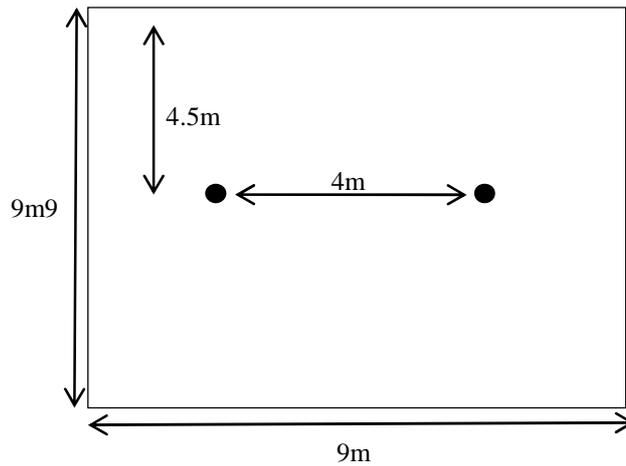


圖 2-6-3：傳送端與接收端位置俯視圖

傳送端與接收端的平面陣列天線法向量對齊傳送端與接收端的連線方向，也就是傳送天線與接收天線是相望，而且是固定的。在這種環境下接收端只能收到八組群集，分別是一個直視群集，兩個從牆壁的一次反射，一個從天花板的一次反射，兩個只經由牆壁反射的二次反射，兩個經由牆壁一次反射與天花板一次反射的二次反射，共八個群集。圖 2-6-4 是這八個群集的響應，時間單位為 802.15.3c 系統的取樣週期，即 0.39 ns。

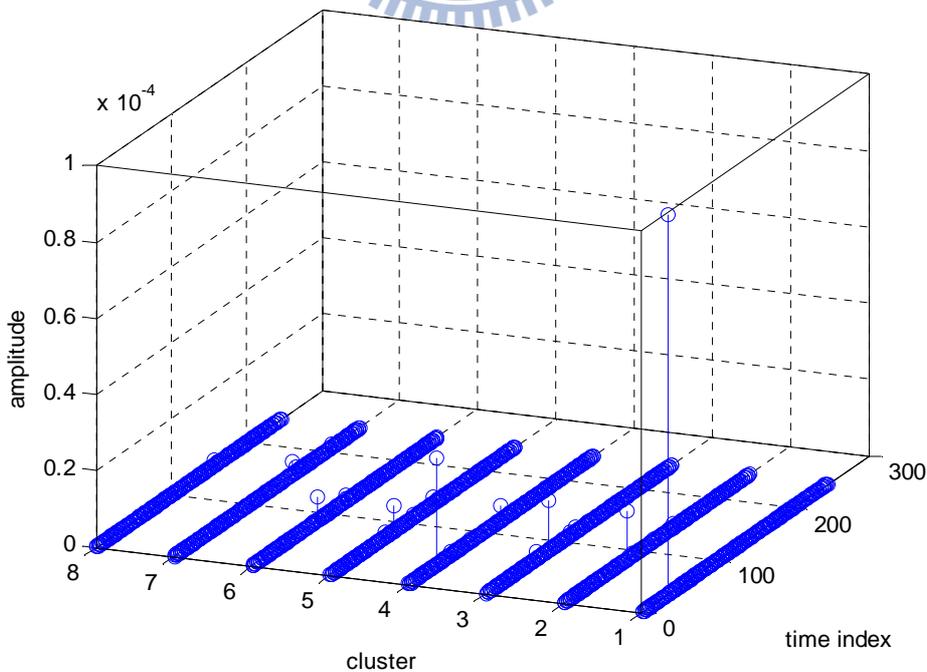


圖 2-6-4：通道響應的所有群集

接下來改變傳送端與接收端的位置如下圖所示，此圖的視角一樣是從空中往下看。

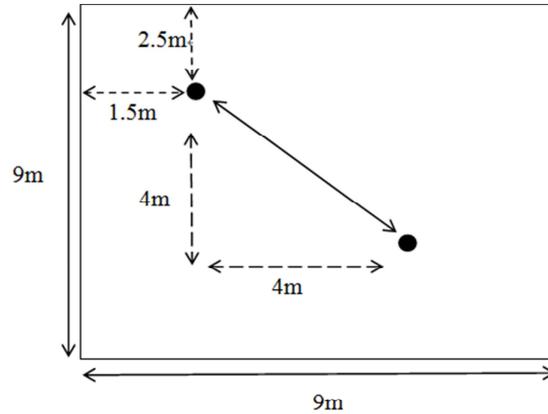


圖 2-6-5：傳送端與接收端位置俯視圖

此時傳送端與接收端的平面陣列天線法向量一樣是對齊傳送端與接收端的連線方向，也就是傳送天線與接收天線是相望，而且是固定的。在這種環境下接收端只能收到四組群集，分別是一個直視群集，一個從天花板的一次反射，一個經由上下兩面牆壁反射的二次反射，一個經由左右兩面牆壁反射的二次反射。圖 2-6-6 是這四個群集的響應，時間單位為 802.15.3c 系統的取樣週期，即 0.39 ns。

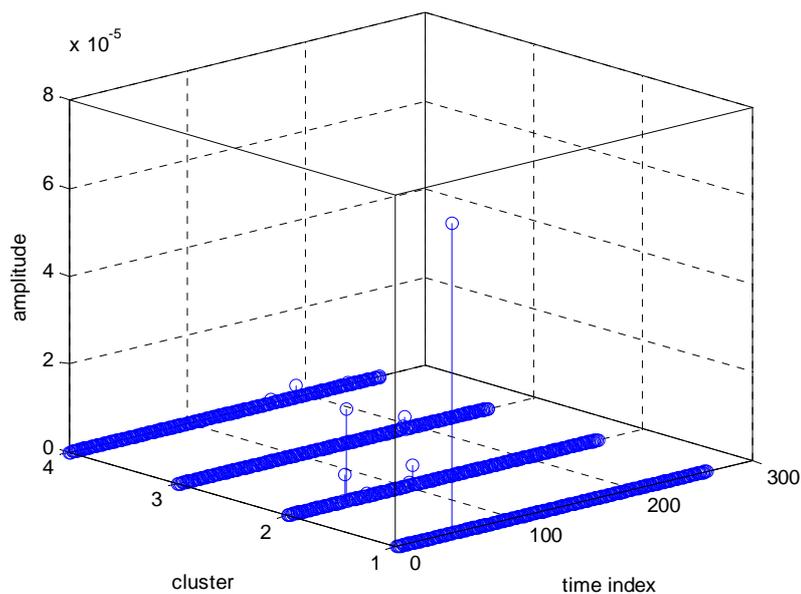


圖 2-6-6：通道響應的所有群集

### 第三章：波束形成與 DoA 估計

#### 3.1 線陣天線(Uniform Antenna Array)

線陣天線的架構如下圖所示：

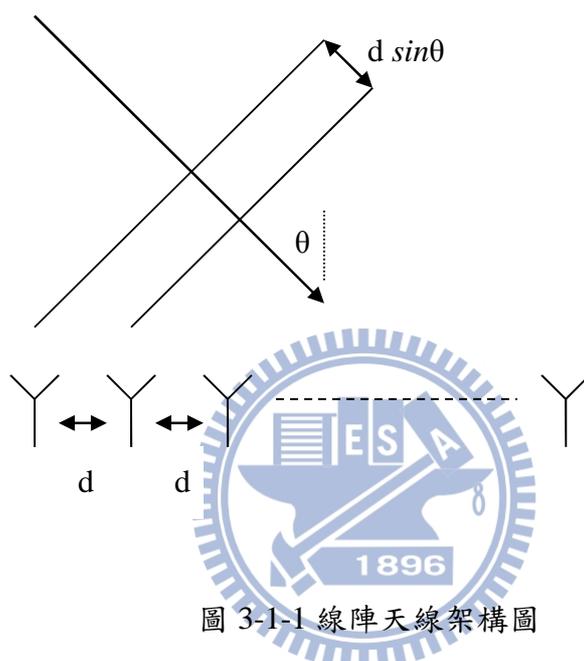


圖 3-1-1 線陣天線架構圖

假設有  $K$  個期望值是零、彼此不相干而且是窄頻的訊號入射到有  $N$  根天線的線陣天線上，入射到線陣天線的角度分別是  $\theta = \{\theta_1, \theta_1, \dots, \theta_K\}$ ， $\theta_k \in [0^\circ, 180^\circ]$ ，而且  $K < N$ 。此陣列的  $N$  個單一天線彼此相距離  $d$ ，而且  $d$  剛好是頻率是  $f_c$  的弦波的半波長。

線陣天線接收到的訊號可以看成一個向量  $\mathbf{y}$ ，其數學模型可以表示如下：

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(n) &= \begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_2(n) \\ \vdots \\ y_N(n) \end{bmatrix} \\
&= [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_K)] \begin{bmatrix} s_1(n) \\ s_2(n) \\ \vdots \\ s_K(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(n) \\ n_2(n) \\ \vdots \\ n_K(n) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

其中  $\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \quad e^{-j2\pi f_c d \sin(\theta_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1)d \sin(\theta_k)/C}]^T$  是一個操控向量 (steering vector)， $\mathbf{n}(n)$  是期望值為零的複數加性高斯白雜訊向量。

## 3.2 線陣天線的波束形成

### 3.2.1 類比波束形成

線陣天線的類比波束形成場型 (Analog Beamforming Pattern) 可表示為：

$$RF(\theta) = \sum_{m=1}^N w_m e^{j(m-1)\Psi} \tag{3.2}$$

$$\Psi = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta}{\lambda} = \pi \sin \theta \tag{3.3}$$

場型  $RF(\phi, \theta)$  的物理意義是說把接收天線擺放在遠區 (Far Zone) 所接收到的訊號振幅。我們可以適當的調整  $w_m$  使得  $RF(\theta)$  可以在某個特定方位有最大強度。例如接收端方位是在  $\theta_0$ ，我們可以設定

$$w_m = e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0]} \tag{3.4}$$

### 3.2.2 數位波束形成

線陣天線的數位波束形成架構如下圖所示：

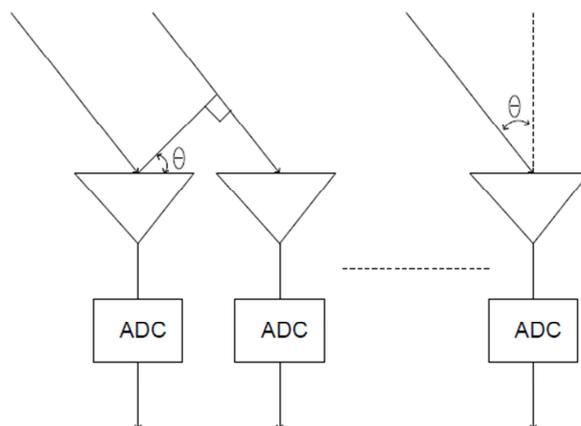


圖 3-2-1 線陣天線的數位波束形成

其中每個天線都各自配一個 DAC 或 ADC。透過在 DAC 或 ADC 之前調整訊號的相位和振幅，可以決定想要傳送或接收的訊號方向。而可以調整振幅與相位的原因是每一根天線都接著數位轉類比轉換器，我們可以在數位端做振幅跟相位之調整，雖然類比的波束形成也可以也類似的功能，但精準度及彈性遠不及數位的波束形成。

可以同時調整振幅與相位的數位波束形成有一個很大的優點，它可以使在特定方位的接收天線收不到訊號並且在另外一個特定方位的接收天線接收到的訊號強度是最大，也就是說可以作干擾消除以及訊號聚焦。

### 3.2.3 混合式波束形成

線陣天線的混合式波束形成架構如下圖所示：

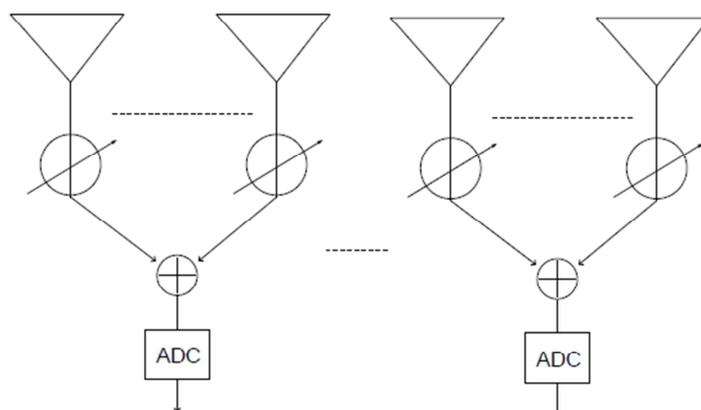


圖 3-2-2 線陣天線的混合式波束形成

混合式波束形成是由不同的區塊(Section)分享共同的 DAC 和 ADC，每一線配有一移相器可以控制訊號的相位。此種做法可以把 DAC 和 ADC 的數量大幅降低，藉以節省硬體成本。另外我們也可以使用混合的波束形成，利用類比的權重調整相位，數位的權重調整振幅。



### 3.3 線陣天線的訊號抵達方位估計簡介

首先我們介紹一些傳統的訊號抵達方位估計(Direction of arrival; DoA) [4][5]，之後再敘述適用於混合式陣列天線訊號之 DoA 估計。我們要做方位估測是因為在做波束形成之前，需要知道訊號的傳收方向，值得注意的是 DoA 只能決定訊號之接收方向，如果我們假設通道是是可逆的(Reciprocal)，那麼最好的接收方向也將是最好的傳送方向，因此接收端照著 DoA 所估出的方向發射訊號就可以讓傳送端收到最強的訊號。

#### 3.3.1 線陣天線的 MUSIC 演算法

式子(3.1)中  $y$  的協方差矩陣(covariance matrix)為:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\
&= \mathbf{A}E[\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)]\mathbf{A}^H + E[\mathbf{n}(n)\mathbf{n}^H(n)] \\
&= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\
&\approx \frac{1}{P} \sum_{m=0}^P \mathbf{y}_m\mathbf{y}_m^H
\end{aligned} \tag{3.5}$$

其中  $\mathbf{R}_s$  為  $\mathbf{s}$  的協方差矩陣， $\sigma_n^2\mathbf{I}$  是單位矩陣對角為  $\sigma_n^2$ 。我們可以證明在雜訊為高斯分布下， $\mathbf{y}\mathbf{y}^H$  的時間平均是  $\mathbf{R}_y$  的最大似然估計。 $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \in C^{N \times N}$  是一個秩(rank)為  $K$  的矩陣，這是因為每一個訊號是不相關而且矩陣  $\mathbf{A}$  的列向量(column vector)互相獨立並且  $\mathbf{R}_s$  是一個滿秩(full rank)矩陣。

更進一步來把  $\mathbf{R}_y$  做 SVD 分解我們可以得到:

$$\mathbf{R}_y = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

其中  $\Sigma_s$  與  $\Sigma_n$  為對角矩陣， $\Sigma_s \in R^{K \times K}$ 、 $\Sigma_n = \text{Diag}\{\sigma_n^2, \dots, \sigma_n^2\} \in R^{(N-K) \times (N-K)}$ 。從以上觀察，我們可以得到下面結論:

$$\begin{aligned}
\text{span}(\mathbf{A}) &= \text{span}(\mathbf{U}_s) \\
\text{span}(\mathbf{A}) &\perp \text{span}(\mathbf{U}_n)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

令  $\mathbf{e}_n \in \mathbf{U}_n$  是  $\mathbf{R}_y$  的特徵向量(eigenvector)，我們可以得到:

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_n^H (\mathbf{R}_y - \sigma_n^2) \mathbf{e}_n &= \mathbf{e}_n^H (\sigma_n^2 \mathbf{e}_n - \sigma_n^2 \mathbf{e}_n) \\
&= \mathbf{0} \\
&= \mathbf{e}_n^H \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \mathbf{e}_n \\
&= \mathbf{v}^H \mathbf{R}_s \mathbf{v}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

其中  $\mathbf{v} = \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n$ 。因為  $\mathbf{R}_s$  是正定矩陣(positive definite matrix)，我們得到  $\mathbf{v}^H \mathbf{R}_s \mathbf{v} \geq 0$ ，

所以說  $\mathbf{v} = \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n = \mathbf{0}$ 。從以上討論，我們可以看出  $\mathbf{a}(\theta)$ ， $\theta \in \theta$ ，跟特徵向量  $\mathbf{e}_n$  垂

直，然後我們可以由以下數學計算得到  $\theta$ :

$$\max_{\theta} P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (3.9)$$

其中  $\mathbf{a}(\theta)$  是操控向量。然而在我們真正執行 DoA 計算之前，我們需要估計有多少個不同方向的訊號入射到線陣天線。我們假設所有天線的雜訊功率都相等而且  $K < N$ ，我們可以重新排列  $\mathbf{R}_y$  的特徵值(eigenvalue)由大排到小，也就是說  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N > 0$ 。若  $SNR > 0$  時，且不同方向的訊號源共有  $K$  個，則我們可以假設得到  $\lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_N = \sigma_n^2$ 。

### 3.3.2 線陣天線的 TLS-ESPRIT 演算法

MUSIC 演算法需要高複雜度的搜尋，而 ESPRIT 演算法[5]改良天線排列的幾何圖形，讓我們不需要很複雜的搜尋。ESPRIT 演算法把線陣天線分成兩個子線陣天線。或者從數學上等價的角度，我們可以把它看成是做適當的行(row)交換來做訊號來源方位估計。

我們把式子(3.1)中  $\mathbf{y}$  做適當的行交換，數學模型可以改寫為：

$$\bar{\mathbf{y}}(n) = \begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_3(n) \\ \vdots \\ y_{N-1}(n) \\ y_2(n) \\ y_4(n) \\ \vdots \\ y_N(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (3.10)$$

其中  $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c \sin(\theta_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c \sin(\theta_K)/C}\}$ 。跟之前一樣的做法，我們找出  $\bar{\mathbf{y}}$  的協方差矩陣如下：

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{U}_s \Sigma_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \Sigma_n \mathbf{U}_n^H \quad (3.11)$$

接下來我們推導 REPRIT 演算法找出  $\Phi$  如下:

$$\begin{aligned}
& \min_{\bar{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\bar{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_1}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2
\end{aligned} \tag{3.12}$$

其中  $\mathbf{U}_{s_1}$ 、 $\mathbf{U}_{s_2}$  分別為  $\mathbf{U}_s$  的上下兩半部。由最小平方誤差(least-square; LS)我們可以得到:

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = \mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2} \tag{3.13}$$

我們要求的方向  $\Phi$  即為  $\mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2}$  的特徵值。然而由最小平方誤差求得的  $\Phi$  是有偏差的最佳解，這是因為雜訊的影響或者時間平均造成的誤差，使得

$\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ 。我們可以使用全部最小平方方法(total-least-square; TLS)，利用最小的校正量，使得  $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，解出來的解即為:

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \tag{3.14}$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^{\mathbf{H}} \\ \mathbf{U}_{s_2}^{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^{\mathbf{H}} & \mathbf{V}_{21}^{\mathbf{H}} \\ \mathbf{V}_{12}^{\mathbf{H}} & \mathbf{V}_{22}^{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

我們要找的方向  $\Phi$  就是  $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特徵值。

### 3.3.3 線性陣列天線混合式抵達方向估計 MUSIC 演算法

在混合式陣列天線中，由不同的區塊分享共同的 DAC 和 ADC，而對第  $i$  格區塊在某一個時間點接收到的訊號為：

$$y_i(n) = \mathbf{u}_i^H [\mathbf{A}_i s(n) + \mathbf{n}_i(n)] \quad (3.16)$$

其中  $\mathbf{u}_i$  為一個操控向量，由各種相位所構成：

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} u_{i,1} \\ u_{i,2} \\ \vdots \\ u_{i,N} \end{bmatrix}, |u_{i,1}| = |u_{i,2}| = \dots = |u_{i,N}| = 1 \quad (3.17)$$

因為此時線陣天線收到的值，在  $\mathbf{u}_i$  的投影下只剩下一維的資訊，無法用傳統的 DoA 估計角度。所以一個簡單的方式是蒐集更多時間點的訊號，每個時間點採用不同的  $\mathbf{u}_i$ ，以取得更多軸的資訊來估計角度。假設現在共蒐集了  $T$  個時間， $T < N$ ，則形成一操控矩陣(steer matrix)：

$$\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i,1} \\ \mathbf{u}_{i,2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{i,N} \end{bmatrix}, \text{rank}(\mathbf{U}_i) = T \quad (3.18)$$

在  $T$  個時間中觀察到的訊號會形成一個向量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i(n) &= \begin{bmatrix} y_i(n) \\ y_i(n+1) \\ \vdots \\ y_i(n+T-1) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{U}_i^H \mathbf{A}_i \mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n) \end{aligned} \quad (3.19)$$

蒐集所有區塊的訊號，假設共有  $M$  組區塊，可形成一組新的向量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(n) \\ \mathbf{y}_2(n) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M(n) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) + \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \\ \mathbf{U}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \end{bmatrix} \mathbf{n}(n) \end{aligned} \quad (3.20)$$

其中

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f((i-1)Nd)\sin(\theta_i)} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j2\pi f((i-1)Nd)\sin(\theta_k)} \end{bmatrix}, i=1 \sim M \quad (3.21)$$

式子(3.25)的  $\mathbf{y}$  的協方差矩陣為:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.22)$$

更進一步來把  $\mathbf{R}_y$  做 SVD 分解我們可以得到:

$$\mathbf{R}_y = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{sapn} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (3.24)$$

因此我們可以從以下數學式子找出  $(\theta_k)$ :

$$\max_{\theta} P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{a}}(\theta)^H} \quad (3.25)$$

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{a}(\theta) \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{a}(\theta) e^{-j2\pi f(Nd)\sin(\theta)} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{a}(\theta) e^{-j2\pi f((M-1)Nd)\sin(\theta)} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

### 3.3.4 線性陣列天線混合式抵達方向估計 ESPRIT 演算法

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (3.27)$$

因此我們可以利用 ESPRIT 演算法解  $\Phi_x$  與  $\Phi_y$ ，推導如下:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{U}, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s \\ \mathbf{U}_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{U}_2^H \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_M^H \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{T} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

其中  $\mathbf{U}_{s1}$  與  $\mathbf{U}_{s2}$  是  $\mathbf{U}_s$  的上下半部。由 LS 法我們可以得到:

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi_y \mathbf{T} = \mathbf{U}_{s1}^\dagger \mathbf{U}_{s2} \quad (3.29)$$

我們要求的方向  $\Phi$  即為  $\mathbf{U}_{s1}^\dagger \mathbf{U}_{s2}$  的特徵值。然而由最小平方誤差求得的  $\Phi$  是有偏差

的最佳解，這是因為雜訊的影響或者時間平均造成的誤差，使得

$\text{span}(\mathbf{U}_{s1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s2})$ 。我們可以使用 TLS 演算法，利用最小的校正量，使得

$\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，所得的解為：

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (3.30)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^H \\ \mathbf{U}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

我們要找的方向  $\Phi$  就是  $-\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特徵值。

### 3.4 平面陣列天線(Planar Antenna Array)

平面陣列天線[11]是由許多相同的天線所組成，天線排列方式一般是成矩形，如圖 3-4-1 所示，每一個圓點都代表著一個天線。我們定義平面陣列天線的長跟寬分別是在 x 軸與 y 軸，在 x 軸上面的天線每個相距離  $d_x$ ，在 y 軸上面的天線每個相距離  $d_y$ ， $d_x$  與  $d_y$  都是  $\frac{\lambda}{2}$ ，令此陣列共有  $N_x \times N_y$  個天線。平面陣列天線的每一個元件都有一個自己的移相器，移相器是用來調整每一根天線所發射出去訊號的相位。

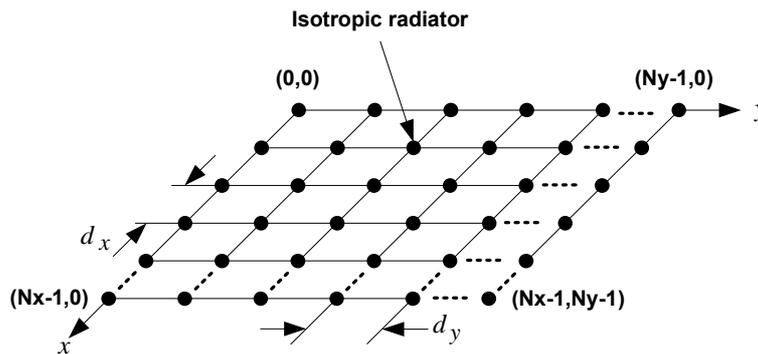


圖 3-4-1： $N_x$  乘  $N_y$  個天線組成的平面陣列天線

### 3.5 平面陣列天線的波束形成

#### 3.5.1 類比波束形成

平面陣列天線的類比波束形成場型可表示為：

$$RF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (3.32)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (3.33)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (3.34)$$

$$w_{m,n} = e^{j\Psi_{m,n}} \quad (3.35)$$

場型  $RF(\phi, \theta)$  的物理意義是說把接收天線擺放在遠區所接收到的訊號振幅。我們可以適當的調整  $w_{m,n}$  使得  $RF(\phi, \theta)$  可以在某個特定方位有最大強度。例如接收端方位是在  $(\phi_0, \theta_0)$ ，我們可以設定

$$w_{m,n} = e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} \quad (3.36)$$

使得此平面陣列天線往  $(\phi_0, \theta_0)$  方位發射出訊號。

#### 3.5.2 數位波束形成

平面陣列天線的數位波束形成場型[12]可表示為：

$$DF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (3.37)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (3.38)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (3.39)$$

$$w_{m,n} = k_{m,n} e^{j\Psi_{m,n}} \quad (3.40)$$

例如我們想要往  $(\theta_0, \phi_0)$  方位發射訊號並且使得在  $(\theta_1, \phi_1)$  方位的接收機收不到往  $(\theta_0, \phi_0)$  發射的訊號。則我們只需要讓  $w_{m,n}$  滿足下列方程式：

$$w_{m,n} = \alpha_0 e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} + \alpha_1 e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_1 \cos \phi_1 + (n-1)\sin \theta_1 \sin \phi_1]} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} RF_0(\theta_0, \phi_0) & RF_1(\theta_0, \phi_0) \\ RF_0(\theta_1, \phi_1) & RF_1(\theta_1, \phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$RF_0(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{j\pi[(m-1)\sin \theta \cos \phi + (n-1)\sin \theta \sin \phi]} \quad (3.43)$$

$$RF_1(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_1 \cos \phi_1 + (n-1)\sin \theta_1 \sin \phi_1]} e^{j\pi[(m-1)\sin \theta \cos \phi + (n-1)\sin \theta \sin \phi]} \quad (3.44)$$

上列數學式子所代表的意義是，類比波束先形成到兩個不同的方位，然後解數位的權重使得某一特定方位可以接收到最大能量，另一方位則為零。由上列數學式子也可以看出  $w_{m,n}$  振幅跟相位會隨著  $m, n$  改變而改變。

### 3.5.3 混合式波束形成

由於 DAC 和 ADC 的成本比較高，如果我們可以使用比較少的 DAC 和 ADC [1]-[3]，就可以節省成本。混合式波束形成的平面陣列天線架構如下圖所示：

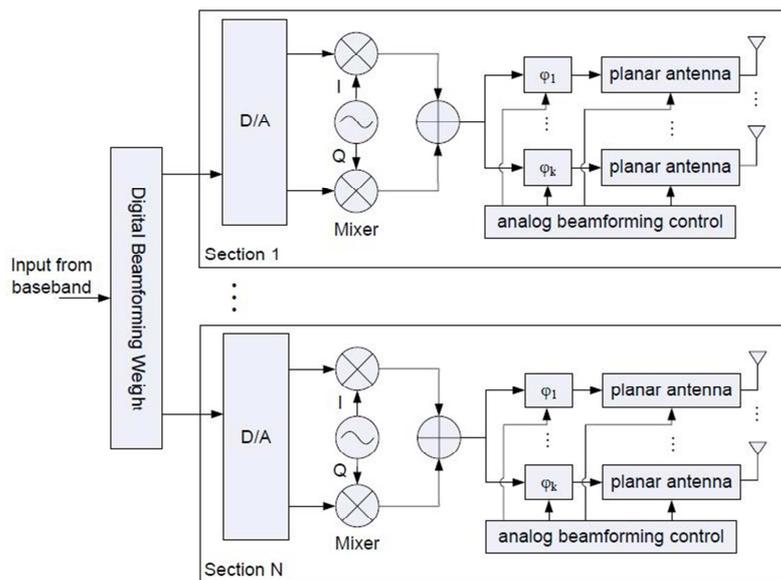


圖 3-5-1：混合式波束形成架構圖

由不同的區塊分享相同的 DAC 和 ADC，因此可以把 DAC 和 ADC 的數量大幅降低。區塊的劃分有很多種，圖 3-5-2 是其中之一，在此我們以  $8 \times 8$  的系統為例：

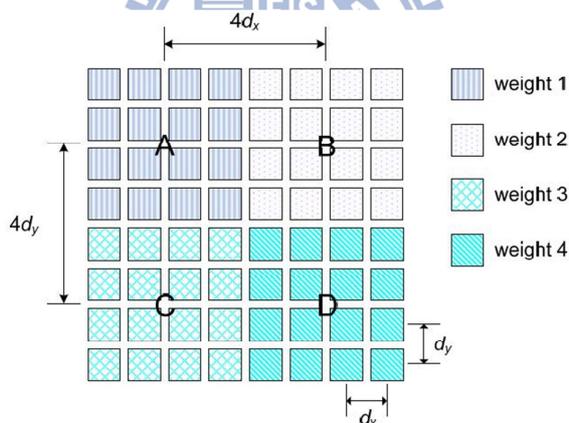


圖 3-5-2： $8 \times 8$  平面陣列天線劃分成 4 個區塊分別是 A、B、C、D，每個區塊分享同一個數位轉類比轉換器。

混合式波束形成的場型可表示為：

$$BP(\theta, \phi) = w_1 RF_{\text{section1}}(\theta, \phi) + w_2 RF_{\text{section2}}(\theta, \phi) + w_3 RF_{\text{section3}}(\theta, \phi) + w_4 RF_{\text{section4}}(\theta, \phi) \quad (3.45)$$

其中每個區塊的場型：

$$\begin{aligned}
RF_{\text{section1}}(\theta, \phi) &= \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section1}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \\
RF_{\text{section2}}(\theta, \phi) &= e^{4j\pi(\sin\theta\sin\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section2}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \\
RF_{\text{section3}}(\theta, \phi) &= e^{4j\pi(\sin\theta\cos\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section3}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \\
RF_{\text{section4}}(\theta, \phi) &= e^{4j\pi(\sin\theta\cos\phi)} e^{4j\pi(\sin\theta\sin\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section4}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

每個區塊的天線權重為：

$$\begin{aligned}
w_{\text{section1}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section1}m,n}} \\
w_{\text{section2}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section2}m,n}} \\
w_{\text{section3}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section3}m,n}} \\
w_{\text{section4}m,n} &= e^{j\Psi_{\text{section4}m,n}}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

在混合式波束形成中，假如要往 $(\theta_0, \phi_0)$ 方位發射訊號，同時讓 $(\theta_1, \phi_1)$ 方位的天線收不到訊號的話， $w_1 \sim w_4$ 須滿足下列方程式：

$$\begin{bmatrix} RF_{\text{section1}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section2}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section3}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section4}}(\theta_0, \phi_0) \\ RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.48}$$

## 3.6 平面陣列天線的訊號抵達方位估計

### 3.6.1 平面陣列天線的 MUSIC 演算法

平面陣列天線的 MUSIC 演算法可以由線陣天線的 MUSIC 演算法加以延伸而得，他們主要的差別是在於線陣天線只搜尋一個角度，而平面陣列天線是要搜尋兩個角度。平面陣列天線的訊號抵達方位估測是估計三維空間的方位，平面陣列天線的訊號抵達方位估測需要估測兩個角度，一個是垂直角 $\theta$ ，另外一個是水平角 $\phi$

平面陣列天線收到的訊號 $\mathbf{y}$ 可以排成一個向量，它的數學模型表示如下

$$\mathbf{y}(n) = \begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_2(n) \\ \vdots \\ y_{N_x \times N_y}(n) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (3.49)$$

此時：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \left[ \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1)) \quad \cdots \quad \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K)) \right] \\ \mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) &= \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T \\ \mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) &= \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1) d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T \end{aligned} \quad (3.50)$$

$\otimes$  是克羅內克積(kronecker product)。vec(.) 是一個把矩陣的列(column)排成一整列向量的函數。

$\mathbf{y}$  的協方差矩陣可表示為：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\ &= \tilde{\mathbf{A}}E[\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)]\tilde{\mathbf{A}}^H + E[\mathbf{n}(n)\mathbf{n}^H(n)] \\ &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{R}_s\tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\ &\approx \frac{1}{P} \sum_{m=0}^P \mathbf{y}_m\mathbf{y}_m^H \end{aligned} \quad (3.51)$$

更進一步來把  $\mathbf{R}_y$  做 SVD 分解可得：

$$\mathbf{R}_y = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

跟 3.3.1 一樣的分析，我們可以得到：

$$\begin{aligned} \text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) &= \text{span}(\mathbf{U}_s) \\ \text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) &\perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \end{aligned} \quad (3.53)$$

然後我們可以由以下數學計算得到  $\theta$  與  $\phi$ ：

$$\max_{\theta, \phi} P_{MUSIC}(\theta, \phi) = \frac{1}{\tilde{\mathbf{a}}^H(\theta, \phi)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\tilde{\mathbf{a}}(\theta, \phi)} \quad (3.54)$$

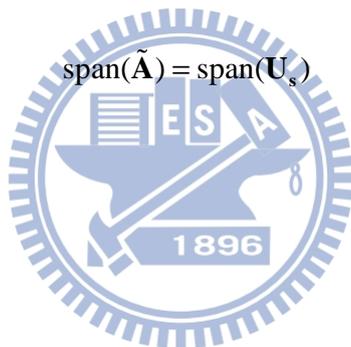
### 3.6.2 平面陣列天線的 TLS-ESPRIT 演算法

平面陣列天線的訊號抵達方位估測[13]也可以適當的分成兩個子平面陣列天線，或者從數學上的等價，我們可以把接收到的訊號做適當的行交換，來找出方位，跟線陣天線不同的是我們需要做兩次行交換，解出兩個角度，並且要配對，因為假設垂直角解出來有 30 度跟 60 度，水平角解出來有 0 度跟 180 度，那真正的方位是垂直角 30 度必須配水平角 0 度還是配水平角 180 度？在接下來的推導可以得到答案。

我們先解出  $\{\theta_{y1}, \dots, \theta_{yK}\}$  也就是  $\{\sin(\theta_1)\sin(\phi_1), \dots, \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)\}$ ，其中  $\theta_k$  是第  $k$  個訊號源的垂直角， $\phi_k$  是第  $k$  的訊號源的水平角。利用

$$\text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (3.55)$$

做更進一步的推導：



$$\begin{aligned}
& \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \|\mathbf{U}_s - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_1 \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 = \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 = \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s2} \\ \mathbf{U}_{s1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
& \quad \quad \quad (3.56)
\end{aligned}$$

其中  $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C}\}$ ， $\mathbf{U}_{s1}$ 、 $\mathbf{U}_{s2}$  分別為  $\mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s$  的

上半部， $\mathbf{E}_1$  為行交換矩陣。

如此一來，我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (3.57)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1}^H \\ \mathbf{U}_{s2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} & \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

我們就解出了  $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C}\}$  為  $-\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特

徵值。

接著我們用另外一種行交換方式解出  $\{\theta_{x1}, \dots, \theta_{xK}\}$  也就是

$\{\sin(\theta_1)\cos(\phi_1), \dots, \sin(\theta_K)\cos(\phi_K)\}$ ，推導如下：

$$\begin{aligned}
& \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \|\mathbf{U}_s - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|_F^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_2\mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|_F^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2\mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \dots & e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2\mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \dots & e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\
&= \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\Phi} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 = \min_{\tilde{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\tilde{\Phi}\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \\
&= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\tilde{\Phi}\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 = \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s1}\mathbf{T}^{-1}\tilde{\Phi}\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2
\end{aligned}$$

(3.59)

其中  $\tilde{\Phi} = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\cos(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\cos(\phi_K)/C}\}$ ， $\tilde{\mathbf{U}}_{s1}$ 、 $\tilde{\mathbf{U}}_{s2}$  分別為  $\mathbf{E}_2\mathbf{U}_s$  的

上下半部， $\mathbf{E}_2$  為行交換矩陣。

如此一來，我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1}\tilde{\Phi}\mathbf{T} = -\tilde{\mathbf{V}}_{12}\tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1} \quad (3.60)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1}^H \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s1} & \tilde{\mathbf{U}}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

我們就解出了  $\tilde{\Phi} = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1)\cos(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K)\cos(\phi_K)/C}\}$  為  $-\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1}$  的特

徵值。

接下來我們要配對  $\Phi$  跟  $\tilde{\Phi}$ ，從以上的觀察我們發現  $-\mathbf{V}_{11}\mathbf{V}_{22}^{-1}$  跟  $-\tilde{\mathbf{V}}_{11}\tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1}$  有相同的特徵向量  $\mathbf{T}$ ，把相同的特徵向量所對應個別的特徵值配對起來，就是我們要的配對方式。配對完後我們要把  $\Phi$  跟  $\tilde{\Phi}$  轉換到  $\theta_k$  跟  $\phi_k$ ，方法是我們取出

$\Phi_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$  跟  $\tilde{\Phi}_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$  的相位，相除得到  $\tan \phi_k$ ，此時的

做  $\tan$  的反函數得到兩個可能的  $\phi_k$ ，把這兩個帶回  $e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$  跟

$e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，會發現只有一組  $(\theta_k, \phi_k)$  滿足  $\Phi_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$  跟

$\tilde{\Phi}_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，及解得我們要的相位。

我們可以從幾何意義上來看我們所做的兩次行交換把接收到的訊號排成向量  $\mathbf{y}$  換成  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{E}_1 \mathbf{y}$  與  $\mathbf{y}_2 = \mathbf{E}_2 \mathbf{y}$ ，如下圖所示。 $\mathbf{y}$  所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (1,0) \cdots (0,1) (1,1) \cdots (0,N_y-1) (1,N_y-1) \cdots (N_x-1, N_y-1)]^T$$

也就是說  $\mathbf{y}$  即順著 x 軸方向照順序排成一個向量。 $\mathbf{y}_1$  所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (1,0) \cdots (0,3) (1,3) \cdots (0,2) (1,2) \cdots (0,4) (1,4) \cdots]^T$$

也就是說把 x 軸方向的奇數次序(order)先排，再來排 x 軸方向的偶數次序。 $\mathbf{y}_2$  所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (0,1) \cdots (3,0) (3,1) \cdots (2,0) (2,1) \cdots (4,0) (4,1) \cdots]^T$$

即把 y 軸方向的奇數次序先排，再來排 y 軸方向偶數次序。

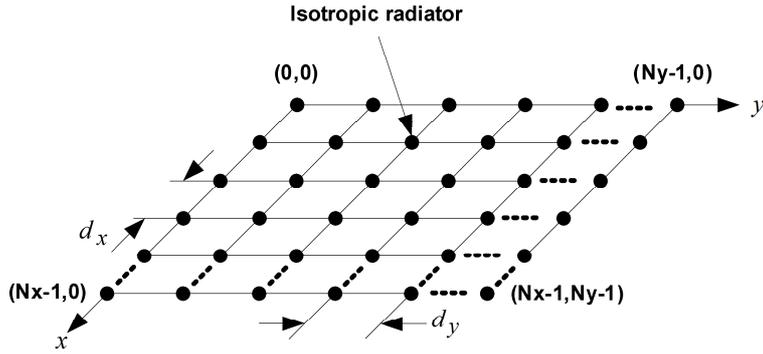


圖 3-4-1:  $N_x$  乘  $N_y$  個天線組成的平面陣列天線

### 3.6.3 平面陣列天線的混合式訊號抵達方位估計 MUSIC 演算法

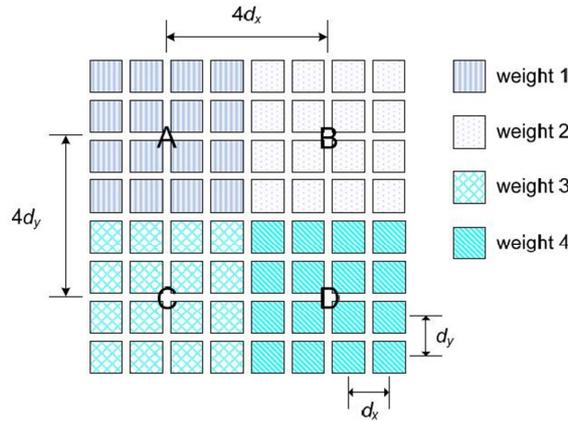


圖 3-5-2:  $8 \times 8$  平面陣列天線劃分成 4 個區塊分別是 A、B、C、D，每個區塊分享同一個數位轉類比轉換器。

圖 3-5-2 的區塊 A 的天線共同用一個 ADC，也就是說 A 區塊的所有天線接收到的訊號經過移相器後，在經過 ADC 器之前需要把它們加起來。所以區塊 A 的 ADC 的輸出數學模型是：

$$y_A(n) = \mathbf{u} \mathbf{r}_A(n) \quad (3.62)$$

其中  $\mathbf{r}$  是區塊 A 的所有天線接收到的訊號所排成的向量， $\mathbf{u}$  是區塊 A 每根天線經過移相器後所位移的相位， $t$  代表著時間，我們先讓相位位移向量  $\mathbf{u}$  不隨時間改變。

我們把區塊 A~D 的天線，相對位置一樣的天線讓它們經過移相器後所位移的相位相同，也就是對於不同的區塊， $\mathbf{u}$  都相同：

$$\begin{aligned} y_B(n) &= \mathbf{u}\mathbf{r}_B(n) \\ y_C(n) &= \mathbf{u}\mathbf{r}_C(n) \\ y_D(n) &= \mathbf{u}\mathbf{r}_D(n) \end{aligned} \quad (3.63)$$

我們把四個區塊的數位類比轉換器的輸出排成一個向量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(n) &= \begin{bmatrix} y_A(n) \\ y_B(n) \\ y_C(n) \\ y_D(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}\mathbf{r}_A(n) \\ \mathbf{u}\mathbf{r}_B(n) \\ \mathbf{u}\mathbf{r}_C(n) \\ \mathbf{u}\mathbf{r}_D(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\mathbf{s}(n) \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_B\mathbf{s}(n) \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_C\mathbf{s}(n) \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_D\mathbf{s}(n) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{s}(n) \end{aligned} \quad (3.64)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{A}}_A = \left[ \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1)) \quad \cdots \quad \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K)) \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) / C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_x - 1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) / C} \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \left[ 1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k) / C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_y - 1) d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k) / C} \right]^T,$$

$$\Phi_x = \text{Diag}\{e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_1 \cos \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_K \cos \phi_K / C}\}$$

$$\Phi_y = \text{Diag}\{e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_1 \sin \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j 2 \pi f_c d \sin \theta_K \sin \phi_K / C}\}$$

那麼  $\mathbf{y}$  的協方差矩陣為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}^H \\
&= [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n]^H
\end{aligned} \tag{3.65}$$

從上面數學式子的觀察我們得到：

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \tag{3.66}$$

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{u}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \tag{3.67}$$

上面的推導  $\mathbf{u}$  是  $1 \times 16$  的向量，代表著我們只利用一種相位位移，並且此時  $\mathbf{y}$  的維度是四，如果時間允許的話，我們可以多等幾個符元時間(symbol time)，每個符元利用不同的相位位移，來增加  $\mathbf{y}$  的維度。例如我們利用兩個符元時間，其中一個符元的數位類比轉換器輸出是  $y_{A1} = \mathbf{u}_1 \mathbf{r}_{A1}$  另一個符元的輸出是  $y_{A2} = \mathbf{u}_2 \mathbf{r}_{A2}$ ，考慮四個區塊 A~D，則接收向量的維度從四增加到八，最多可偵測的方向從三增加到七，這時  $\mathbf{y} = [y_{A1} \quad y_{A2} \quad y_{B1} \quad y_{B2} \quad y_{C1} \quad y_{C2} \quad y_{D1} \quad y_{D2}]^T$ 。

因此  $\mathbf{R}_y$  可以改寫成：

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)] \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}^H \\
&= [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n]^H
\end{aligned} \tag{3.68}$$

從上面數學式子推論：

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \tag{3.69}$$

$$\text{span} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \tag{3.70}$$

其中  $\mathbf{U}$  表示如下， $\mathbf{u}_k$  是相位位移相量：

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} \quad \& \quad \text{rank}(\mathbf{U}) = n \tag{3.71}$$

利用類似於 3.61 章節的方式，可以從以下數學式子找出  $(\theta_k, \phi_k)$ ：

$$\max_{\theta, \phi} P_{MUSIC}(\theta, \phi) = \frac{1}{(\mathbf{U}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)))^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H (\mathbf{U}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)))^H} \tag{3.72}$$

要注意的是我們選擇的  $\mathbf{U}$  不能跟  $\text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi))$  垂直，選法是不要讓  $\mathbf{U}$  的相位有一定的規律。

### 3.6.4 平面陣列天線的混合式訊號抵達方位估計 ESPRIT 演算法

從上面的討論我們可以得到下列之特性：

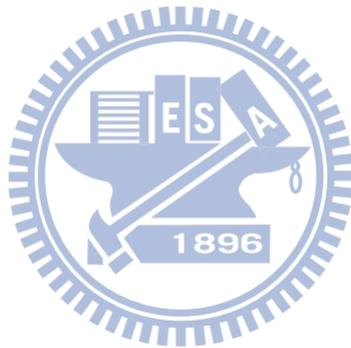
$$\text{span}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}\right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (3.73)$$

我們可以利用 ESPRIT 演算法解  $\Phi_x$  與  $\Phi_y$ ，代入利用 3.6.2 章節的方式，此時原

本的  $\tilde{\mathbf{A}}$  為：

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

即可解得我們要的相位。



## 第四章：直視與非直視環境下的波束搜尋流程

### 4.1 IEEE 802.15.3c 波束編碼簿

802.15.3c 的編碼簿[14]設計主要是針對相位控制的陣列(Phased array)，也就是為了降低設計複雜度而只控制天線的相位偏移。在編碼簿中每一列向量皆代表一組天線陣列的相位偏移，又稱為波束向量，根據編碼簿中的波束向量可產生不同指向的波束，且每一波束向量彼此正交，因此利用編碼簿可以同時產生多組波束並能將彼此的干擾降到最小。而為了降低射頻端的功率損耗，802.15.3c 採用的編碼簿解析度僅有 90 度，即只用 2 位元來控制移相器。

首先討論一維陣列天線，假設天線數為  $M$ ，天線間距  $d$  為  $\lambda/2$ ，天線為均勻排列，且一波束編碼簿  $\mathbf{W}$  包含的波束數為  $K$ ，在此  $\mathbf{W}$  為一  $M \times K$  矩陣，該矩陣中每一元素由下式決定：

$$\mathbf{W}(m, k) = j^{\left\lfloor \frac{m \times \text{mod}[k+(K/2), K]}{K/4} \right\rfloor}, \text{ for } K \geq M$$
$$\mathbf{W}(m, k) = \begin{cases} (-j)^{\text{mod}(m, k)}, & \text{when } k = 0 \\ (-1)^{\left\lfloor \frac{m \times \text{mod}[k+(K/2), K]}{K/4} \right\rfloor}, & \text{when } k = 1, \dots, K \end{cases}, \text{ for } K = \frac{M}{2}$$
$$m = 0, \dots, M-1; k = 0, \dots, K-1$$

(4.75)

其中  $\text{floor}(\cdot)$  為一階梯函數，回傳小於或等於輸入的最大整數。 $\text{mod}(\cdot)$  定義為回傳餘數的函數。而二維的波束編碼簿定義如下：

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_x \otimes \mathbf{W}_y \quad (4.76)$$

$\mathbf{W}_x$  和  $\mathbf{W}_y$  分別定義如(4.1)所示，

### 4.2. 波束搜尋流程

接下來將介紹媒介控制存取層如何從波束編碼簿中，找出最好的傳送端與接

收端波束，兩者又可合稱為波束對(beam pair)，示意圖如 4-2-1。

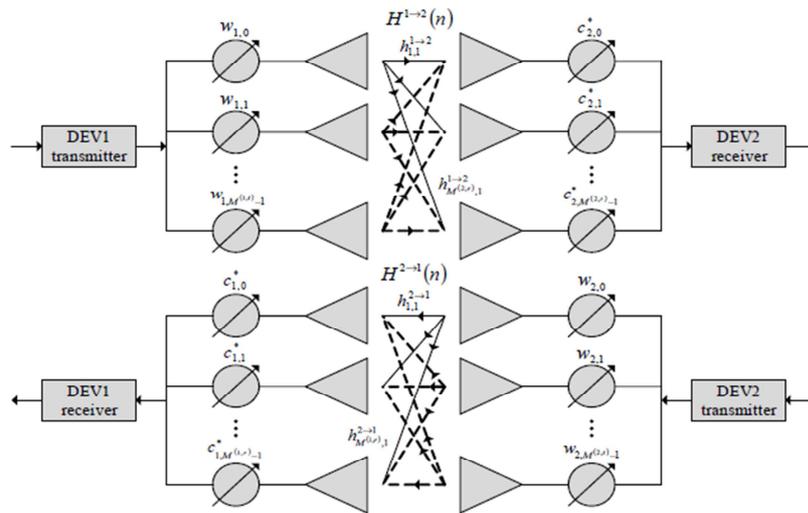


圖 4-2-1：傳送端與接收端的波束配對

我們將介紹現有的波束搜尋流程，包括窮舉法、802.15.3c 中採用的兩級訓練法(two level)、二分法(tree search)，以及我們所提出的新波束搜尋法，我們也會分別比較各種方法的優缺點。

#### 4.2.1 窮舉法

窮舉法(exhaustive searching)是最基本與直覺的波束搜尋流程，即傳送和接收端分別嘗試每種可能的波束對，直到找出最佳解為止。此種方法的優點是設計複雜度低，但相對的所需的波束搜尋時間也較長。

#### 4.2.2 兩級訓練法

在 802.15.3c 中採用的波束搜尋法為兩級訓練法，兩級分別是指扇形(sector)與級波束(beam)級。扇形是角度較大的波束，此級的搜尋可找出最佳的扇形對，接者再將一扇形區細分為數個波束區，波束級的搜尋即找出最佳的波束對。扇形區是由較少數天線所產生的，具有較低解析度的場型與天線增益，而波束是由較多天線數所產生，具有較高的解析度與天線增益。分級的目的是加快波束搜尋速度。以一維的線性陣列天線為例，假設天線數  $M$  為 4，波束數  $K$  為 4，如圖 4-2-2

和圖 4-2-3 所示。令在第一級訓練中找出的最佳扇形為  $S_0$ ，則在波束級需要做訓

練的波束即是包含於  $S_0$  場型的  $B_0$ 、 $B_1$  和  $B_2$ 。

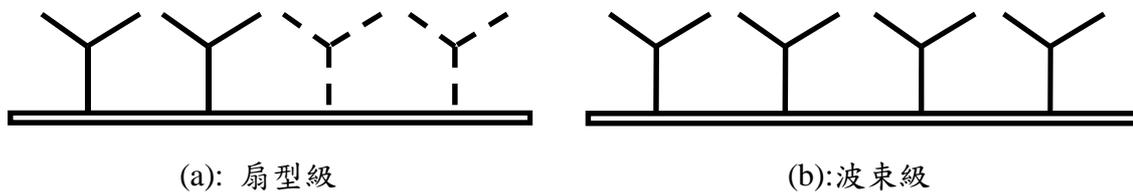


圖 4-2-2：線性陣列天線的兩階段天線選擇

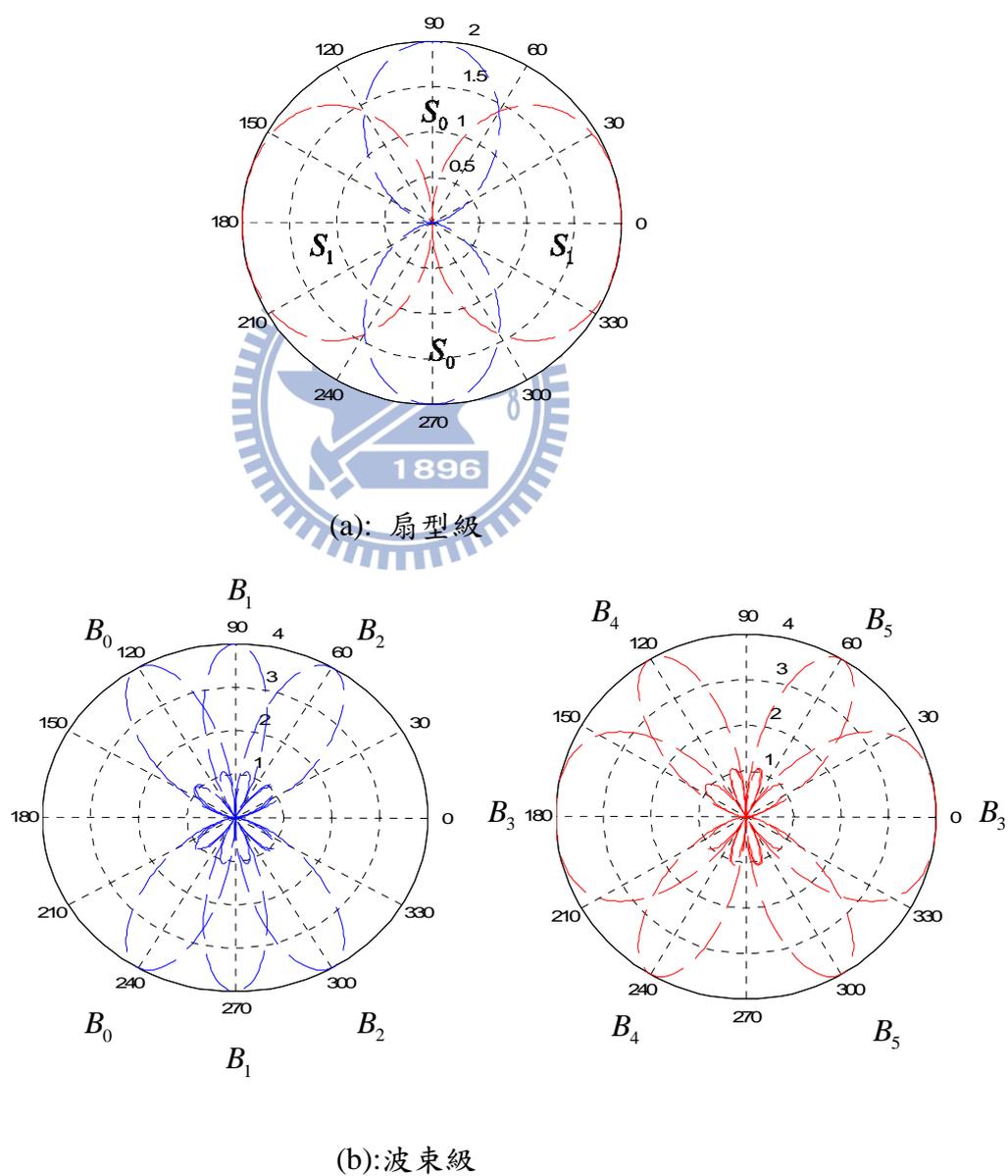


圖 4-2-3：線性陣列天線的兩階段場型

### 4.2.3 二分法搜尋

另一種波束搜尋流程是採用分為更多級的方式，以進一步減少所需傳送訓練的次數。利用編碼簿中任兩列波束向量相加，所得到的向量會保有相加前兩波束的方向性的特性，以一維的線性陣列天線為例，設天線數  $M$  為 4，波束數  $K$  為 4，則編碼簿矩陣為：

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -i & 1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & i & 1 & -i \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

其中將編碼簿中的  $i$  列向量表示為  $w_i$ 。若將  $w_1$  和  $w_3$  相加並正規化可得到新的向

量  $w_{a,1} = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$ ，即表示在一組天線中只以第一根和第三根傳送訊號；同

理  $w_2$  和  $w_4$  相加並正規化可得到新的向量  $w_{a,2} = [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$ ，表示在一組天線中只以第二根和第四根傳送訊號，此時新的波束向量會在兩個方向同時達到最大增益。如圖 4-2-4 和圖 4-2-5 的(a)。

在第一級中分別傳送  $w_{a,1}$  和  $w_{a,2}$ ，找出較佳的再進入下一級。例如選到的如果是  $w_{a,1}$ ，則下一階段需要訓練的波束級是包含於  $w_{a,1}$  的  $w_1$  和  $w_3$ ，如圖 4-2-4 和圖 4-2-5 的(b)。

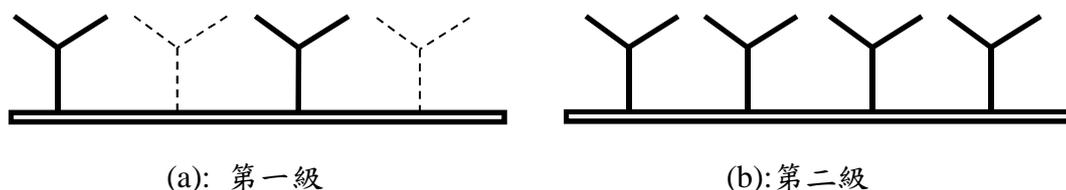
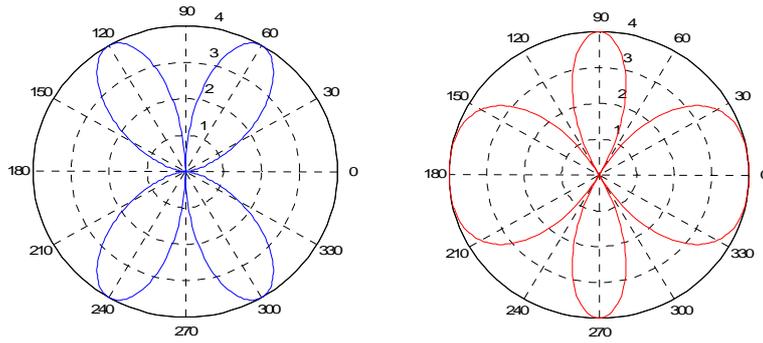
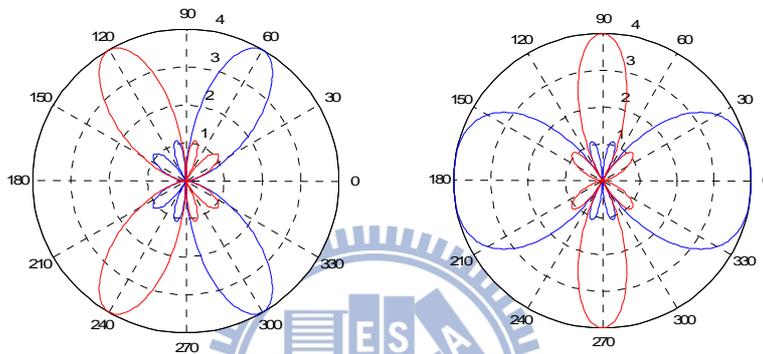


圖 4-2-4：線性陣列天線的兩階段天線選擇



(a): 第一級



(b): 第二級

圖 4-2-5：線性陣列天線的兩階段場型

但二分法的缺點是需要天線的控制開關和類比的振幅調整，例如當天線數  $M$  為 4，波束數  $K$  為 4，則編碼簿矩陣為：

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -i & -i & -i & 1 & 1 & 1 & i & i & i \\ 1 & 1 & i & -1 & -1 & -i & 1 & 1 & i & -1 & -1 & -i \\ -1 & -i & 1 & i & -1 & -i & 1 & i & -1 & -i & 1 & i \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

則在第一級中新的波束向量為：

$$\begin{aligned} w_{a,1} &= w_1 + w_3 + w_5 + w_7 + w_9 + w_{11} = [6 \ 0 \ 2i \ 0]^T \\ w_{a,2} &= w_2 + w_4 + w_6 + w_8 + w_{10} + w_{12} = [6 \ 0 \ -2i \ 0]^T \end{aligned} \quad (4.79)$$

因此需要關閉第二根和第四根天線，且因為每根天線權重非等振幅，所以需要調整類比振幅。

#### 4.2.4 所提出的波束搜尋流程

我們提出一個新的波束搜尋流程，可以有效降低波束搜尋所需傳送訓練序列的次數，並減少設計的複雜度。其詳細的搜尋步驟如下：

1. 傳送端傳送一個近似全向性場型的訊號。
2. 接收端利用 DoA 估計接收訊號的角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的哪一組波束向量  $b_r$ 。
3. 利用通道的對稱特性，即在同一頻帶下，傳送端看到的通道和接收端看到的通道是相同的，接收端使用判斷出的波束向量  $b_r$  傳送訊號回傳送端。
4. 傳送端同樣利用 DoA 估計接收訊號的角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的哪一組波束向量  $b_t$ 。
5. 決定最佳的傳送與接收端的波束配對為  $(b_t, b_r)$ 。

因為此時編碼簿的解析度只有 90 度，即每根天線權重只能從  $(1, -1, i, -i)$  中選擇，值得注意的是全向性場型的訊號只需打開一根天線其餘關閉，但這就需要在每一根天線加裝開關，而且只使用一根天線傳送功率也可能不夠，為了克服這些問題，我們使用電腦搜尋，找尋一組傳送方向，讓整體的場形近似全向性的場型。我們定義判斷接近全向性的指標為：

$$\min_{k \in w_i} \left( \max |A_k(\theta)| - \min |A_k(\theta)| \right) \quad (4.80)$$

其中  $A_k(\theta)$  為陣列因子(array factor)， $|A_k(\theta)|$  為波束場型(beam pattern)。也就是在每根天線的權重都二位元的解析度的限制下，選擇整體波束場型的最大值和最小值差異最小的。

而 DoA 可以採用前面提到的 MUSIC 或 ESPRIT，注意在這個系統中只有一顆 DAC 或 ADC，所以需要收較多個 OFDM 符元來做 DoA。假設在平面陣列天線的情況下，天線數為  $N_x \times N_y$ ，共接收  $m$  個 OFDM 符元，如果採用 MUSIC，

最多可以估計的角度數為  $\min(m-1, N_x \times N_y - 1)$ 。如果採用 ESPRIT，則最多可以估計的角度數為  $\min(m/2, N_x \times N_y / 2)$ 。

#### 4.2.5 波束搜尋流程分析

假設一維的天線數為  $M$ ，一維的波束數  $K$ ，在線性陣列天線且  $K=M$  的情況下，分析每種波束搜尋流程所需的訓練序列數如下：

窮舉法	$K \times K$
兩級訓練	$4 + 9 \times (\ln(k) - 1)$
二分法	$4 \times \ln(k)$
提出的方法(符元數 $m$ )	$m + m$

表格 4-1：線陣天線的訓練序列數

而平面陣列天線且  $K=M$  的情況下，假設  $G = K \times K$ ，分析每種波束搜尋流程所需的訓練序列數如下：

窮舉法	$G \times G$
兩級訓練	$16 + 81 \times (\ln(K) - 1)$
二分法	$4 \times \ln(G)$
提出的方法(符元數 $m$ )	$m + m$

表格 4-2：平面陣列天線的訓練序列數

### 4.3 環境變動下的波束搜尋流程

由於 60GHz 的訊號穿透性較差，當直視路徑突然被擋住時，傳輸即會中斷，如要避免中斷，則需適時的切換至一適當的反射路徑，因此傳送與接收的方向波束對在非直視的環境下與直視環境時會不同。假設傳輸鏈結開始時是直視環境，我們可以一開始做波束搜尋流程時，利用訊號處理排序得到多組波束配對，根據每組波束配對收到的訊號大小，依序排列出最佳、次佳...等的序列，再依照當時的環境選擇最適當的一組波束配對。例如一開始採用最佳的波束配對，但當此組波束配對被阻礙物擋住訊號無法傳遞時，改採用次佳的波束配對。值得注意的是是一個波束對是對應到一組傳送與接收方向。

假設我們想依序找出四組較佳的波束配對，其詳細的波束搜尋步驟如下：

1. 傳送端傳送一個近似全向性場型的訊號。
2. 接收端利用 DoA 估計接收訊號的角度，找出接收到訊號最強的四個角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的哪一組波束向量  $b_{r,j}$ ， $j$  為 1~4。如果 DoA 採用 MUSIC，則最少需要 5 個符元的時間才能估出 4 個角度。其中系統模型可表示如下式：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(f) &= \begin{bmatrix} y_1(f) \\ y_2(f) \\ y_3(f) \\ y_4(f) \\ y_5(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{s}_3 \\ \mathbf{s}_4 \\ \mathbf{s}_5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{j\theta_1(f)} & e^{j\theta_2(f)} & e^{j\theta_3(f)} & e^{j\theta_4(f)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jM\theta_1(f)} & e^{jM\theta_2(f)} & e^{jM\theta_3(f)} & e^{jM\theta_4(f)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1(f) \\ h_2(f) \\ h_3(f) \\ h_4(f) \end{bmatrix} \times x(f) + \mathbf{n}(f) \\
 &= \mathbf{A}(f) \times \mathbf{h}(f) \times x(f) + \mathbf{n}(f)
 \end{aligned}
 \tag{4.81}$$

上式中假設共有 4 個通道路徑， $h_j(f)$  為第  $j$  個通道的響應， $\theta_i(f)$  是每個通道路徑抵達接收端的角度， $j$  為 1~4， $y_i(f)$  是在第  $i$  個符元時間收到的某個頻率的訊號， $\mathbf{s}_i$  是第  $i$  個符元時間在接收端採用的近似全向性場型， $i$  為 1~5，

$x(f)$  為某個頻率的傳送訊號，且  $\mathbf{n}(f)$  為雜訊。

3. 將 4 個通道路徑根據收到訊號的強弱排序，也就是排序  $|h_j(f)|$ ， $j$  為 1~4，如 (4.8) 式所示。其中  $\mathbf{y}(f)$ 、 $\mathbf{A}(f)$ 、 $x(f)$  為已知，我們要求出  $h_j(f)$  並依照振幅大小排列。現在的問題是如何解出  $\mathbf{h}(f)$ ，因為式子 (4.8) 是一個超定 (over-determined) 的系統，也就是方程式的個數多於未知數 (變數)。這種方程式一般無解，在此我們使用數個方法來解此問題，包括最小平方法 (least square; LS)、最小平方誤差 (minimum mean square error, MMSE)、依次干擾消除法 (successive interference cancellation algorithm; SIC)、相關性演算法 (correlation algorithm)、分區演算法 (windowing algorithm) 等。以下依序介紹各種方法。

- 最小平方法： $\mathbf{h}(f)$  的解滿足最小平方差：

$$\min_{\mathbf{h}(f)} (\mathbf{y}(f) - \mathbf{A}(f)\mathbf{h}(f)x(f))^2 = (\mathbf{y}(f) - \mathbf{B}(f)\mathbf{h}(f))^2 \quad (4.82)$$

利用標準方程式 (normal equation) 可找出最佳近似解：

$$\mathbf{h}(f) = (\mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f))^{-1} \mathbf{B}(f)^H \mathbf{y}(f) \quad (4.83)$$

其中  $\mathbf{B}(f) = \mathbf{A}(f) \times x(f)$ 。

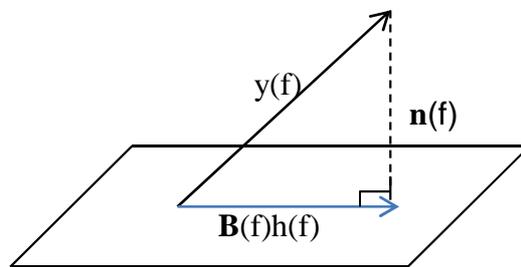


圖 4-3-1：最小平方法

- 最小平方誤差：在式子(4.8)中找到一組估計的  $\hat{\mathbf{h}}(f) = \mathbf{F}(f)\mathbf{y}(f)$  使得：

$$\min_{\hat{\mathbf{h}}(f)} E \left[ \left( \mathbf{h}(f) - \hat{\mathbf{h}}(f) \right)^2 \right] = \min_{\mathbf{F}(f)} E \left[ \left( \mathbf{h}(f) - \mathbf{F}(f)\mathbf{y}(f) \right)^2 \right] \quad (4.84)$$

使用正交定理，我們可以得到：

$$E \left[ \left( \mathbf{h}(f) - \mathbf{F}(f)\mathbf{y}(f) \right) \mathbf{y}^H(f) \right] = 0 \quad (4.85)$$

因此可得  $\mathbf{h}(f)$  的最佳解：

$$\hat{\mathbf{h}}(f) = \mathbf{B}(f)^H \times \left( \mathbf{B}(f)\mathbf{B}(f)^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \times \mathbf{y}(f) \quad (4.86)$$

- 依次干擾消除法：第一次求解的時候，利用 LS 或 MMSE 求得一組  $\mathbf{h}(f)$ ，並對裡面的元素  $|h_j(f)|$  加以排序， $j$  為 1~4，令最大的值為  $h_{k_1}(f)$ 。將原本接收到的訊號  $\mathbf{y}(f)$  扣掉跟  $h_{k_1}(f)$  有關的成分後得到  $\mathbf{y}'(f)$ ：

$$\mathbf{y}'(f) = \mathbf{y}(f) - \mathbf{b}_{k_1}(f)h_{k_1}(f) \quad (4.87)$$

其中  $\mathbf{b}_{k_1}(f)$  是  $\mathbf{B}(f)$  的第  $k_1$  個行向量。此時  $\mathbf{y}'(f)$  與有最大通道增益值  $h_{k_1}(f)$  的通道無關，再利用 LS 或 MMSE 求得新的一組  $\mathbf{h}(f)$ ，依相同步驟逐次更新  $\mathbf{h}(f)$ ，直到  $\mathbf{y}'(f)$  中每個通道的成分都被扣掉為止。我們可以讓此法遞迴的運作，在第二次遞迴時，將接收訊號扣掉之前求得的  $h_{k_2}(f)$ 、 $h_{k_3}(f)$ 、 $h_{k_4}(f)$ ，更新  $\mathbf{y}'(f)$ ：

$$\mathbf{y}''(f) = \mathbf{y}(f) - \mathbf{b}_{k_2}(f)h_{k_2}(f) - \mathbf{b}_{k_3}(f)h_{k_3}(f) - \mathbf{b}_{k_4}(f)h_{k_4}(f) \quad (4.88)$$

從中求得新的  $h_{k_1}(f)$ 。再將接收訊號扣掉之前求得的  $h_{k_1}(f)$ 、 $h_{k_3}(f)$ 、 $h_{k_4}(f)$ ，求得新的  $h_{k_2}(f)$ 。以此類推，利用遞迴的關係逐漸求得更精確的  $\mathbf{h}(f)$ 。

- 相關性演算法：首先計算接收訊號  $y$  的自相關矩陣。

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbf{B}E[\mathbf{h}\mathbf{h}^H]\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} = \mathbf{B}\mathbf{R}_h\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (4.89)$$

先將  $\mathbf{R}_y$  左乘  $\mathbf{B}^H$  且右乘  $\mathbf{B}$ ：

$$\mathbf{B}^H\mathbf{R}_y\mathbf{B} = \mathbf{B}^H\mathbf{B}\mathbf{R}_h\mathbf{B}^H\mathbf{B} + \sigma_n^2\mathbf{B}^H\mathbf{B} \quad (4.90)$$

接著從  $\mathbf{R}_y$  計算  $\mathbf{R}_h$ ：

$$\mathbf{K} = (\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^H\mathbf{R}_y\mathbf{B}(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1} = \mathbf{R}_h + \sigma_n^2(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1} \quad (4.91)$$

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{K} - \sigma_n^2(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1} \quad (4.92)$$

所求的  $\mathbf{h}(f)$  就是  $\mathbf{R}_h$  的對角元素：

$$\mathbf{h} = \text{diag}(\mathbf{R}_h) \quad (4.93)$$

(4.17) 式中  $\sigma_n^2$  是雜訊的變異量，可從 SVD 之後的對角線的值得到。

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s + \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

- 分區演算法：假設視窗(window)的大小為  $k$ ，令在頻率  $f_i \sim f_{i+k}$  間的通道

增益  $\mathbf{h}(f)$  皆相同並以其平均值為代表：

$$\mathbf{h}'(f_i) = \frac{\mathbf{h}(f_i) + \mathbf{h}(f_{i+1}) + \dots + \mathbf{h}(f_{i+k-1})}{k} \quad (4.95)$$

亦即我們可以将頻率  $f_i \sim f_{i+k}$  間的接收訊號  $\mathbf{y}(f)$  取其平均值  $\mathbf{y}'(f_i)$ ：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}'(f_i) &= \frac{\mathbf{y}(f_i) + \mathbf{y}(f_{i+1}) + \dots + \mathbf{y}(f_{i+k-1})}{k} \\ &= \mathbf{B}\mathbf{h}'(f_i) + \frac{\mathbf{n}_1(f_i) + \mathbf{n}(f_{i+1}) + \dots + \mathbf{n}(f_{i+k-1})}{k} \end{aligned} \quad (4.96)$$

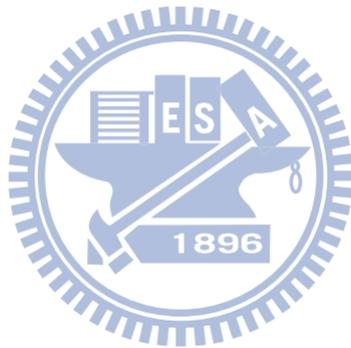
接著我們可以用上面提到的 LS 或 MMSE 估計  $\mathbf{h}'(f_i)$ 。這種方法的好處

是可以降低雜訊的能量可以有效的降低。當更新完  $\mathbf{h}'(f_i)$  後，接下來就

是更新  $\mathbf{h}'(f_{k+i}), \mathbf{h}'(f_{2k+i}) \dots$ 。我們也可以讓視窗重疊，在這種情況下接下

來我們更新的便是  $\mathbf{h}'(f_{i+1}), \mathbf{h}'(f_{i+2}) \dots$ 。

4. 因為通道都有對稱的特性，即在同一環境下，傳送端看到的通道和接收端看到的通道是相同的，接收端分別判斷出的波束向量  $b_{r,i}$ ， $i$  為 1~4，並將其回傳至傳送端。
5. 傳送端同樣利用 DoA 估計接收訊號的角度，找出接收到訊號最強的角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的哪一組波束向量  $b_{t,i}$ ， $i$  為 1~4。
6. 最後決定最佳、次佳、... 等的傳送與接收端的波束配對為  $(b_{t,i}, b_{r,i})$ ， $i$  為 1~4。



## 第五章：全雙工中繼器設計

### 5.1 中繼器傳輸簡介

當傳送端和接收端之間的直視通道無法傳輸，例如突然被某個障礙物遮住，一個有效的辦法是採用中繼器(relay)，也就是傳送端先將訊號傳送到中繼器，經過中繼器的訊號處理後再傳送到接收端，如圖 5-1-1 所示。

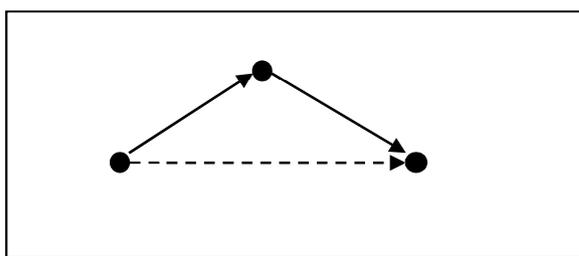


圖 5-1-1：中繼器傳輸

而中繼器可以分為半雙工(Half-Duplex, HD)和全雙工(Full-Duplex, FD)兩種。半雙工中繼器就是將傳輸分成兩個時槽(time slot)，在第一個時槽時中繼器先接收來自傳送端的訊號，下一個時槽再將訊號處理後傳送至接收端，如圖 5-1-2 的(a)和(b)。這種方式是較簡單，但有效的傳送速率會少一半。而全雙工中繼器是在同一個時槽中做接收和傳送，因此不會減低有效的傳送速率，但相對的會有迴路干擾(loop interference)的問題。也就是中繼器本身的傳送端在傳送訊號的同時，接收端也會收到自己傳的訊號，這對實際想收到的訊號而言就是一種干擾或稱為回音(echo)，如圖 5-1-2 的(c)[7]-[10]。

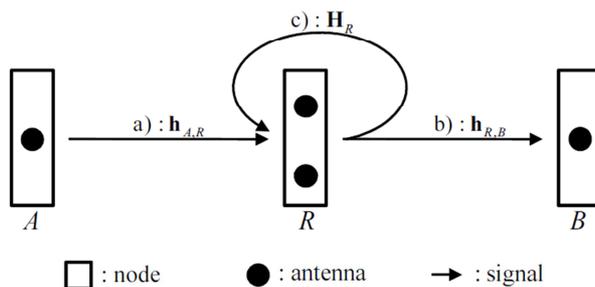


圖 5-1-2：半雙工和全雙工中繼器傳輸

另外中繼器系統之設計可以大略分為放大傳遞(Amplify-and-Forward, AF)和解碼傳遞(Decode-and-Forward, DF)協定兩種，前者意指中繼器僅僅做放大的操作，後者是中繼器將接收到訊號做解碼，並重新編碼後再傳送到目的端。這兩種協定最大差異為 AF 會放大中繼端的訊號雜訊而 DF 不會，不過 DF 有可能造成中繼端解碼錯誤，進而使目的端偵測錯誤。此外 DF 需要解碼再編碼的動作，相較於 AF 協定有較高的複雜度。以下討論皆以設計較簡單的 AF 協定為主。

## 5.2 系統模型

我們考慮的設計上較簡易的 AF 協定，即接收到的訊號  $y(n)$  經過時間延遲(現在假設延遲為一個符元的時間)，再放大  $g$  倍後輸出。如圖 5-2-1 中虛線的部分所示。在我們的系統中，陣列天線前端可以做類比波束形成，使中繼器在某個接收或傳送特定方位能有最大強度，因此我們的全雙工陣列天線系統可以如圖 5-2-1 所示：

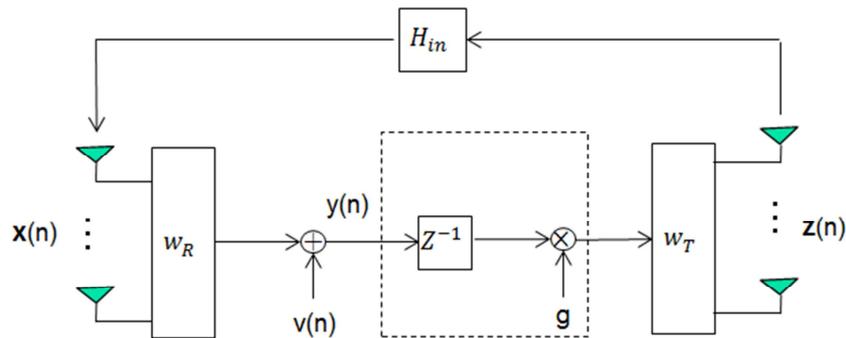


圖 5-2-1：AF 中繼器系統

其中  $W_R$  代表接收天線的權重，和  $W_T$  代表傳送天線的權重， $\mathbf{x}(n)$  為在第  $n$  個時間點接收到的訊號， $y(n)$  為經過類比波束形成後的接收訊號， $\mathbf{z}(n)$  為放大並類比波束形成後的傳送訊號。 $y(n)$  可以表示為：

$$y(n) = \mathbf{w}_R^T \mathbf{x}(n) + v(n) \quad (5.97)$$

其中  $v(n)$  為中繼端的雜訊。而  $\mathbf{z}(n)$  則可表示成：

$$\mathbf{z}(n) = \mathbf{w}_T \times g \times y(n-1) \quad (5.98)$$

如前所述，全雙工中繼器會產生迴音干擾，假設現在迴音的通道響應為  $\mathbf{H}_{in}$ ，則實際上收到的訊號  $\mathbf{x}(n)$  為迴音加上真正想要接收的訊號  $\mathbf{d}(n)$ ：

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}_{in} \mathbf{z}(n) + \mathbf{d}(n) \quad (5.99)$$

整理式子(4.1)、(4.2)和(4.3)後可得以下的結果：

$$\begin{aligned} \underbrace{y(n)} &= \mathbf{w}_R^T [\mathbf{H}_{in} \mathbf{z}(n) + \mathbf{d}(n)] + v(n) \\ &= \mathbf{w}_R^T [\mathbf{H}_{in} \mathbf{w}_T \times g \times y(n-1) + \mathbf{d}(n)] + v(n) \\ &= \underbrace{\mathbf{w}_R^T \mathbf{H}_{in} \mathbf{w}_T \times g \times y(n-1)}_{\text{Echo response}} + \underbrace{\mathbf{w}_R^T \mathbf{d}(n)}_{\text{Desired signal}} + v(n) \end{aligned} \quad (5.100)$$

令迴音的增益響應為  $h_{echo}$ ，也就是迴音訊號  $y(n-1)$  會被放大的倍率，則

$$h_{echo} = \mathbf{w}_R^T \mathbf{H} \mathbf{w}_T \times g \quad (5.101)$$

### 5.3 迴音干擾通道

迴音通道響應可表示如下：

$$\mathbf{H}_{in} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1,M_t} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2,M_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{M_r,1} & h_{M_r,2} & \cdots & h_{M_r,M_t} \end{bmatrix} \quad (5.102)$$

其中  $M_t$  和  $M_r$  代表傳送和接收的天線數， $h_{i,j}$  代表從第  $j$  根傳送天線到第  $i$  根接收天線的迴音通道，主要由相位、衰減項和矩形平面天線(Patch Antenna)的波束場型三項所構成：

$$h_{i,j} = \text{phase}(\mathbf{d}_{i,j}) \times \text{attenuation}(\mathbf{d}_{i,j}) \times \text{pattern}(\mathbf{d}_{i,j}) \quad (5.103)$$

其中  $\mathbf{d}_{i,j}$  為從第  $j$  根傳送天線到第  $i$  根接收天線的距離，可分成  $x$ 、 $y$  的分量：

$$\mathbf{d}_{i,j} = [d_{i,j}^x, d_{i,j}^y] \quad (5.104)$$

因為每根傳送天線的訊號到接收天線之間的距離不同，也就是會有時間差異，因而會有不同相位項的形成，相互之間的關係可參考下圖：

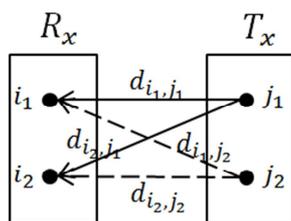


圖 5-3-1：不同天線之間的距離造成的訊號相位差

在數學上每個訊號的相位差異可表示為：

$$phase(\mathbf{d}_{i,j}) = e^{j2\pi f \Delta t} = e^{j2\pi \frac{c}{\lambda} \times \frac{dis_{i,j}}{c}} = e^{j2\pi \frac{c}{\lambda} \times \frac{m_{i,j} \lambda / 2}{c}} = e^{jm_{i,j}\pi} \quad (5.105)$$

其中 dis 表示兩天線之間的距離：

$$dis_{i,j} = \sqrt{(d_{i,j}^x)^2 + (d_{i,j}^y)^2} = m_{i,j} \times \frac{\lambda}{2} \quad (5.106)$$

而衰減項的形成也是因為每根傳送天線的訊號到接收天線之間的距離不同，可表示如下式。假設 k 為 2，我們可得：

$$attenuation(\mathbf{d}_{i,j}) = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times m_{i,j} \frac{\lambda}{2}\right)^k} = \frac{1}{(m\pi)^k} \quad (5.107)$$

另外我們假設矩形平面天線的波束場型假設在每個方向皆相等，即和天線之間的方位和距離無關，因此

$$pattern(\mathbf{d}_{i,j}) = 1, \text{ for all } i \text{ and } j. \quad (5.108)$$

#### 5.4. 迴音干擾消除

在已知迴音通道  $h_{echo}$  的狀況下，有一種簡單的迴音干擾消除方式，如下圖所示：

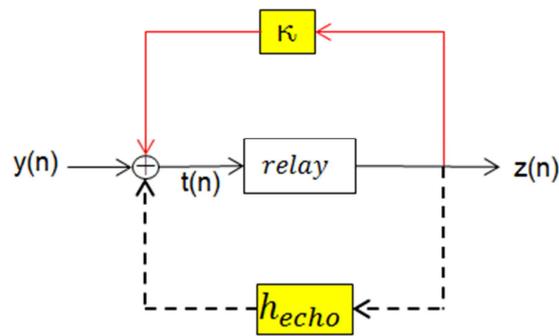


圖 5-4-1：迴音干擾消除

其中  $h_{echo}$  是等效的迴音通道，而中繼器的輸入訊號表示如下：

$$t(n) = (k + h_{echo}) \times z(n) + y(n) \quad (5.109)$$

因此當下列的條件滿足時，迴音即可完全消除：

$$k = -h_{echo} \quad (5.110)$$

但這個方法的問題是  $y(n)$  為數位的訊號，也就是此迴音的消除必須在 ADC 之後做，但迴音訊號通常較欲接收的訊號大非常多，造成 ADC 的動態範圍需要非常的大，在實作上不但成本很高而且有困難度。因此我們設計一種向量空間處理的回音消除方式，首先將傳送和接收端的陣列天線各拆成上下兩個子陣列，如圖 5-4-2 所示。

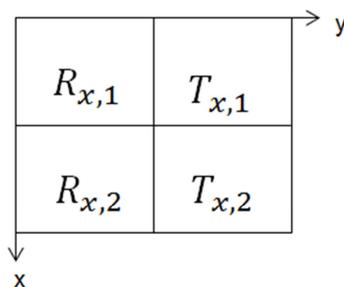


圖 5-4-2: 傳送端和接收端分成上下兩部分的陣列天線

在接收方面，每一子陣列經類比波束形成後，乘以一類比的權重，將兩子陣列的訊號合併後經 ADC 取樣。在傳送方面，將要傳輸訊號經 DAC 後分兩路，每路各乘以一類比權重，最後各經一子陣列將訊號傳送出去。詳細的架構如圖 5-4-3

所示，在此  $W_{R1}$ 、 $W_{R2}$  表示接收波束形成的天線權重， $f_1$  和  $f_2$  表示類比的權重， $W_{T1}$ 、 $W_{T2}$  表示傳送波束形成的天線權重， $c_1$  和  $c_2$  為相對應的權重。

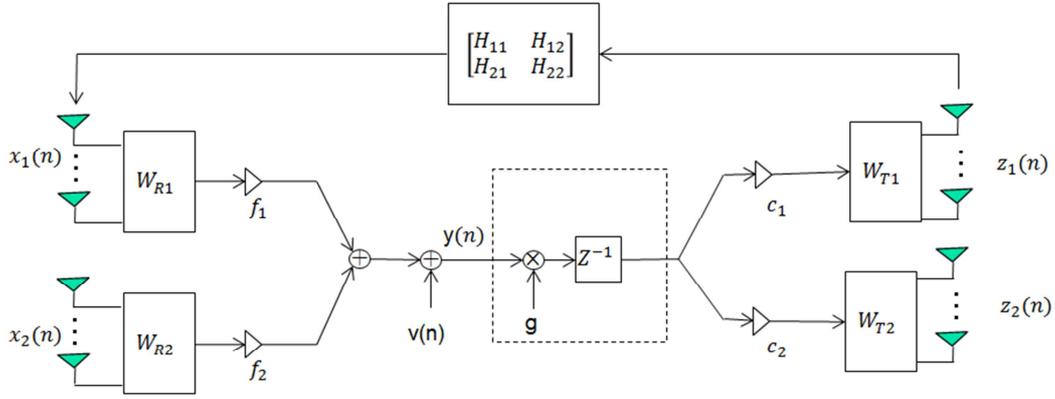


圖 5-4-3：利用向量空間處理的迴音干擾消除

在圖 5-4-3 中， $\mathbf{x}_1(n)$  和  $\mathbf{x}_2(n)$  為拆成上下兩部分的接收天線在第  $n$  個時間點接收到的訊號， $y(n)$  為取樣後的訊號，則

$$y(n) = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(n) \\ \mathbf{x}_2(n) \end{bmatrix} + v(n) \quad (5.111)$$

$\mathbf{z}_1(n)$  和  $\mathbf{z}_2(n)$  為第  $n$  個時間點在兩子陣列的傳送訊號，因此

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(n) \\ \mathbf{z}_2(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{T1} & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \times g \times y(n-1) \quad (5.112)$$

假設子陣列間的迴音通道為  $H_{ij}$ ，意指從第  $j$  的子陣列傳送天線到第  $i$  子陣列的接收天線的迴音路徑， $i, j=1 \sim 2$ 。實際上收到的訊號  $\mathbf{x}_1(n)$ 、 $\mathbf{x}_2(n)$  為迴音加上真正想要接收的訊號  $\mathbf{d}_1(n)$ 、 $\mathbf{d}_2(n)$ ，亦即：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(n) \\ \mathbf{x}_2(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(n) \\ \mathbf{z}_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(n) \\ \mathbf{d}_2(n) \end{bmatrix} \quad (5.113)$$

式子(4.15)、(4.16)和(4.17)經整理可得：

$$\begin{aligned}
y(n) &= [f_1 \quad f_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(n) \\ \mathbf{z}_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(n) \\ \mathbf{d}_2(n) \end{bmatrix} \right\} + v(n) \\
&= [f_1 \quad f_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(n) \\ \mathbf{z}_2(n) \end{bmatrix} + [f_1 \quad f_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(n) \\ \mathbf{d}_2(n) \end{bmatrix} + v(n) \\
&= \underbrace{g [f_1 \quad f_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{T1} & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}}_{\text{Echo response}} y(n-1) + \\
&\quad \underbrace{[f_1 \quad f_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(n) \\ \mathbf{d}_2(n) \end{bmatrix}}_{\text{Desired signal}} + v(n)
\end{aligned}
\tag{5.114}$$

其中迴音的訊號如下：

$$\begin{aligned}
\text{Echo} &= [f_1 \quad f_2] \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{T1} & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \times g \times y(n-1) \\
&= \mathbf{f}^T \underbrace{\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{T1} & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{T2} \end{bmatrix} \right\}}_{\mathbf{A}} \mathbf{c} \times g \times y(n-1)
\end{aligned}
\tag{5.115}$$

我們的目標是為了使降低迴音的干擾，因此我們的問題可以轉換成下述的問題：

$$\min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} (\mathbf{f}^T \mathbf{A} \mathbf{c}) \tag{5.116}$$

## 5.5 波束形成分析

在解(5.20)中最佳化的問題之前，我們需要先探討  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{f}$  對於陣列天線波束形成的影響。首先介紹幾個與波束形成效能有關的指標，第一個為陣列因子(array factor)：

$$b(\theta) = \sum_{m=1}^N z_m e^{j(m-1)\cos\theta} \tag{5.117}$$

其中  $z_m$  為每根陣列天線作波束形成的權重， $N$  為總共的天線數， $\theta$  為訊號離開陣列天線時的角度。如果將陣列天線拆成等分的上下兩部分，則兩部分傳送的訊號

會差一個相位差  $e^{-j(N/2)\cos\theta}$ ，原本的陣列天線權重也會差一個相位差  $e^{j(N/2)\cos\phi}$ ， $\phi$  為想要傳送訊號的角度，分別乘上  $c_1$  和  $c_2$  後成為新的陣列天線權重。

$$\begin{aligned}
 b(\theta) &= \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\cos\theta} & \dots & e^{-j(N-1)\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{b}^H(\theta) & \mathbf{b}^H(\theta)e^{-j(N/2)\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \mathbf{w}_{T1} \\ c_2 e^{j(N/2)\cos\phi} \mathbf{w}_{T1} \end{bmatrix} \\
 &= c_1 \mathbf{b}^H(\theta) \mathbf{w}_{T1} + c_2 e^{j(N/2)(\cos\phi - \cos\theta)} \mathbf{b}^H(\theta) \mathbf{w}_{T1} \\
 &= (c_1 + c_2 e^{j(N/2)(\cos\phi - \cos\theta)}) \mathbf{b}^H(\theta) \mathbf{w}_{T1}
 \end{aligned} \tag{5.118}$$

將式子(5.22)取絕對值即為波束場型：

$$|b(\theta)| = |c_1 + c_2 e^{j(N/2)(\cos\phi - \cos\theta)}| \times \|\mathbf{b}^H(\theta) \mathbf{w}_{T1}\| \tag{5.119}$$

為了使加上  $\mathbf{c}$  後，在我們想傳的那個角度  $\phi_{rx}$  的波束場型和原本盡量相同，即希望受  $\mathbf{c}$  的影響越小越好，因此我們也要考慮以下的最佳化問題：

$$\begin{aligned}
 \text{Tx: } & |b_{rx}(\theta)|_{\theta=\phi_{rx}} = \|\mathbf{b}^H(\phi) \mathbf{w}_{T1}\| \\
 & \min_{\mathbf{c}} \left( |c_1 + c_2 e^{j(N/2)(\cos\phi_{rx} - \cos\phi_{rx})}| - 1 \right) \\
 & = \min_{\mathbf{c}} (|c_1 + c_2| - 1)
 \end{aligned} \tag{5.120}$$

同理，在接收端也希望在我們想接收的那個角度  $\phi_{rx}$  的波束場型和原本盡量相同，即希望受  $\mathbf{f}$  的影響越小越好，因此同樣的也要考慮以下的最佳化問題：

$$\begin{aligned}
 \text{Rx: } & |b_{rx}(\theta)|_{\theta=\phi_{rx}} = \|\mathbf{b}^H(\phi) \mathbf{w}_{R1}\| \\
 & \min_{\mathbf{f}} \left( |f_1 + f_2 e^{j(N/2)(\cos\phi_{rx} - \cos\phi_{rx})}| - 1 \right) \\
 & = \min_{\mathbf{f}} (|f_1 + f_2| - 1)
 \end{aligned} \tag{5.121}$$

## 5.6 波束場型限制下的迴音干擾消除

### 5.6.1 SVD 法

為了滿足式子(5.20)，一種方式是直接對  $\mathbf{A}$  作 SVD 分解：

$$\mathbf{A} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^H \\ \mathbf{v}_2^H \end{bmatrix} \quad (5.122)$$

如果  $\mathbf{f}$  選擇為  $\mathbf{u}_1^H$ ， $\mathbf{c}$  選擇為  $\mathbf{v}_2$ ，則可以把迴音干擾完全消除，亦即：

$$\mathbf{f}^T \mathbf{A} \mathbf{c} = 0 \quad (5.123)$$

另一種選擇是  $\mathbf{f}$  選為  $\mathbf{u}_2^H$ ， $\mathbf{c}$  選為  $\mathbf{v}_1$ ，同樣可以滿足式子(5.27)。為了使傳送或接收的角度的訊號受  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  的影響最小，我們可以使用(5.24)和(5.25)作為選擇的標準：

$$\min_{\mathbf{c} \in \mathbf{V}} (|c_1 + c_2| - 1) \quad (5.124)$$

$$\min_{\mathbf{f} \in \mathbf{U}} (|f_1 + f_2| - 1) \quad (5.125)$$

## 5.6.2 解聯立方程式法

另一種作法是直接解一組聯立方程式。如果我們要使迴音干擾完全消除，且想要傳送或接收的角度的訊號不受  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  的影響，則須滿足以下的式子：

$$\begin{cases} |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 = 0 \dots\dots\dots(1) \\ |\mathbf{f}^H \mathbf{f}|^2 = |f_1 + f_2|^2 = 1 \dots\dots\dots(2) \\ |\mathbf{c}^H \mathbf{c}|^2 = |c_1 + c_2|^2 = 1 \dots\dots\dots(3) \end{cases} \quad (5.126)$$

因為我們的變數 4 個即  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $c_1$ 、 $c_2$ ，但只須滿足 3 個方程式，因此我們可以有無限多組解。也就是說我們可以任意選擇一組  $\mathbf{f}$  滿足(2)，代入(1)和(3)，即可求得相對的  $\mathbf{c}$ ：

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{c} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix} \quad (5.127)$$

其中  $\mathbf{f}^H \mathbf{A} = [k_1 \quad k_2]$ 。

### 5.6.3 Lagrange 演算法

因為(5.30)式子中有無限多組解，也就是任意選擇一組  $\mathbf{f}$  就可解出一組  $\mathbf{c}$ ，接下來的問題是如何得到較好的一組解。由於有足夠的自由度，我們可以再多考慮其他方向的場型，即除了維持想要傳送或接收的方向的波束形成場型盡量不變之外，還要讓使其他方向的能量儘量減小。也就是在想要傳送或接收的方向的波束能量不變的限制下，挑選  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  使總共傳送或接收的能量最小，這些限制如下式所示：

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c}) \dots (1) \\ \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} (|\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2) \dots (2) \\ |f_1 + f_2|^2 = 1 \dots (3) \\ |c_1 + c_2|^2 = 1 \dots (4) \end{cases} \quad (5.128)$$

現在的問題是要在不影響想要傳送或接收的方向的場型下，同時把迴音和其他方向的干擾降到最低。我們因此可以將(5.32)轉化成一個限制性的最佳化問題，如下所示：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c}) + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 \\ & s.t. \quad |f_1 + f_2|^2 = 1 \\ & \quad \quad |c_1 + c_2|^2 = 1 \end{aligned} \quad (5.129)$$

其中  $r$  是一個權重因子，用來決定(5.32)式中(1)和(2)的權重。而上述問題可以利用 Lagrange 演算法將其轉換成無限制性的最佳化問題：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_1, \lambda_2, r) \\ & = (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c} + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2) + \lambda_1 (|f_1 + f_2|^2 - 1) + \lambda_2 (|c_1 + c_2|^2 - 1) \end{aligned} \quad (5.130)$$

其中  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  即為 Lagrange 演算法的權重。我們可以分別對  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  微分，並令結果為零以求解，即：

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{c}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_1, \lambda_2, r) = 0 \dots (1) \\ \nabla_{\mathbf{f}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_1, \lambda_2, r) = 0 \dots (2) \\ \lambda_1 (|f_1 + f_2|^2 - 1) = 0 \dots (3) \\ \lambda_2 (|c_1 + c_2|^2 - 1) = 0 \dots (4) \end{cases} \quad (5.131)$$

但同時求  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  的解較為困難，因此我們使用一遞迴的方式來簡化此問題。例如我們可以先假設  $\mathbf{f}$  為已知，代入(5.35)中可求出  $\mathbf{c}$ ，再利用更新的  $\mathbf{c}$ ，代入(5.35)中可求出  $\mathbf{f}$ ，如此反覆直到收斂為止。假設變數  $\mathbf{f}$  已知，也就是任意挑選一組  $\mathbf{f}$  滿足(5.35)中的式子(3)，而將(5.34)對  $\mathbf{c}$  微分，並令結果為 0：

$$\nabla_{\mathbf{c}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_1, \lambda_2, r) = 2 \left( \mathbf{c} + r \times \mathbf{A}^H \mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c} + \lambda_2 \begin{bmatrix} c_1 + c_2 \\ c_1 + c_2 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (5.132)$$

其中  $\mathbf{c}$  要滿足(5.35)中的式子(4)，也就是：

$$|c_1 + c_2|^2 = 1 \rightarrow c_1 + c_2 = e^{j\psi} \quad (5.133)$$

值得注意的是不論  $\psi$  的值是多少代入(5.34)中皆不會改變結果，因此我們可以假設  $\psi$  為 0：

$$c_1 + c_2 = 1 \quad (5.134)$$

接著將(5.38)代入(5.36)中即可解出  $\mathbf{c}$  和  $\lambda_2$ ：

$$\begin{aligned} c_2 &= \frac{r(m_{21} - m_{11}) - 1}{r(m_{12} + m_{21} - m_{11} - m_{22}) - 2}, c_1 = 1 - c_2 \\ \lambda_2 &= - \left[ (1 + r m_{11})(1 - c_2) + r \times m_{12} c_2 \right] \end{aligned} \quad (5.135)$$

其中的  $m_{ij}$  代表一矩陣的第  $ij$  個元素，其定義如下：

$$\mathbf{A}^H \mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{A} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (5.136)$$

接著我們假設  $\mathbf{c}$  為已知，也就是 (5.39)中所求出的  $\mathbf{c}$ ，使用上述的方法我們可解出一組新的  $\mathbf{f}$ ，即：

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{f}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_1, \lambda_2, r) &= 0 \\ f_2 &= \frac{r(k_{21} - k_{11}) - 1}{r(k_{12} + k_{21} - k_{11} - k_{22}) - 2} \\ f_1 &= 1 - f_2 \\ \lambda_1 &= -[(1 + rk_{11})(1 - f_2) + r \times k_{12} f_2] \end{aligned} \quad (5.137)$$

其中的  $k_{ij}$  代表一矩陣的第  $ij$  個元素，其定義如下：

$$\mathbf{A} \mathbf{c} \mathbf{c}^H \mathbf{A}^H = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (5.138)$$

用這種遞迴的方式反覆求出新的  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$ ，直到兩個皆收斂為止。

### 5.7 多使用者的波束場型限制下的迴音干擾消除

現在考慮在  $n$  個使用者同時使用一組中繼器的情況，系統模型如下：

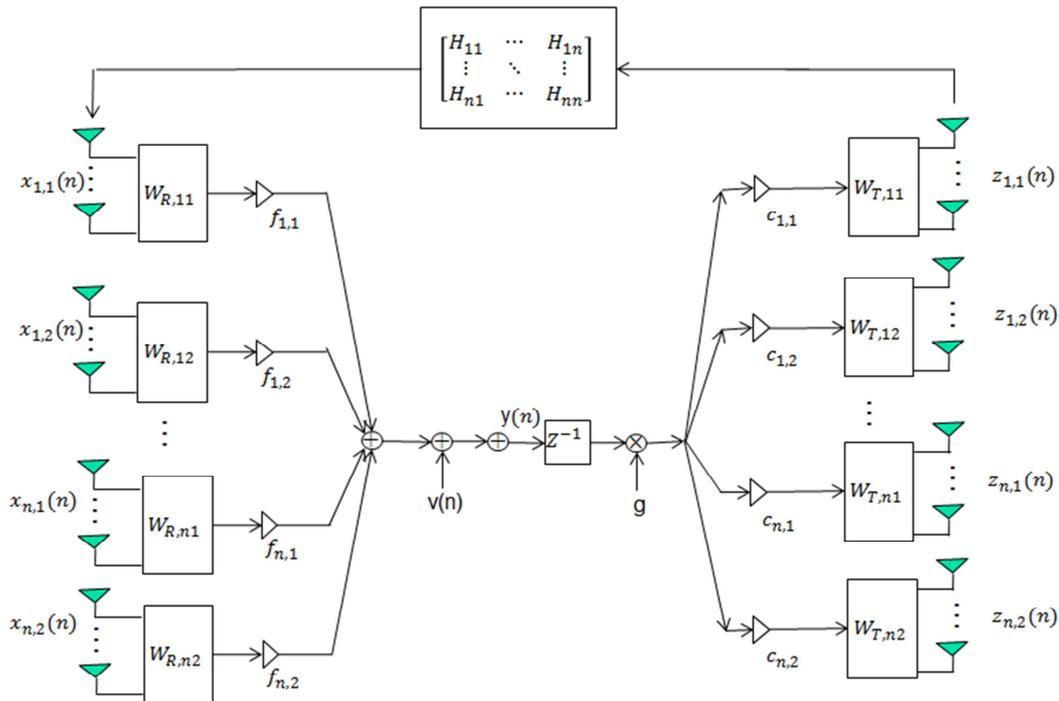


圖 5-7-1：多使用者的中繼器系統

每個使用者都將傳送端和接收端的陣列天線拆成上下兩部分，透過選擇相對的  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  來控制迴音訊號和波束場型。例如第  $i$  個使用者，原本接收端的移相器權

重拆成上下兩部分  $\mathbf{W}_{R,i1}$  和  $\mathbf{W}_{R,i2}$ ，分別乘上  $f_{i,1}$  和  $f_{i,2}$  成為新的接收端天線權重。

相同的，傳送端的移相器權重拆成上下兩部分  $\mathbf{W}_{T,i1}$  和  $\mathbf{W}_{T,i2}$ ，分別乘上  $c_{i,1}$  和  $c_{i,2}$  成為新的傳送端混合式天線權重。現在的問題同樣為如何決定  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$ ，在不影響多個使用者想要傳送或接收的方向的波束場型的情況下，同時要降低迴音以及其他方向的干擾。其數學模型如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} & (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c}) + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 \\ \text{s.t.} & |f_{1,1} + f_{1,2}|^2 = 1, |c_{1,1} + c_{1,2}|^2 = 1 \\ & |f_{2,1} + f_{2,2}|^2 = 1, |c_{2,1} + c_{2,2}|^2 = 1 \\ & \vdots \\ & |f_{n,1} + f_{n,2}|^2 = 1, |c_{n,1} + c_{n,2}|^2 = 1 \end{aligned} \quad (5.139)$$

上述問題是同樣是一個限制性的最佳化問題，可以用 Lagrange 演算法將其轉換成無限制性的最佳化問題：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_r, \lambda_r, r) &= (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c} + r |\mathbf{f}^T \mathbf{A} \mathbf{c}|^2) \\ &+ \lambda_{r,1} (|f_{1,1} + f_{1,2}|^2 - 1) + \dots + \lambda_{r,n} (|f_{n,1} + f_{n,2}|^2 - 1) \\ &+ \lambda_{t,1} (|c_{1,1} + c_{1,2}|^2 - 1) + \dots + \lambda_{t,n} (|c_{n,1} + c_{n,2}|^2 - 1) \end{aligned} \quad (5.140)$$

分別對  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  微分，並令結果為零可求得解：

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{c}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_r, \lambda_r, r) = 0 \dots\dots\dots(1) \\ \nabla_{\mathbf{f}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_r, \lambda_r, r) = 0 \dots\dots\dots(2) \\ \lambda_{r,1} (|f_{1,1} + f_{1,2}|^2 - 1) = 0 \dots\dots\dots(3) \\ \lambda_{t,1} (|c_{1,1} + c_{1,2}|^2 - 1) = 0 \dots\dots\dots(4) \\ \vdots \end{cases} \quad (5.141)$$

但同時求  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  的解較為困難，因此我們使用之前的遞迴的方式來簡化此問題。首先假設變數  $\mathbf{f}$  已知，而將(5.44)對  $\mathbf{c}$  微分，並令其結果為 0：

$$\nabla_{\mathbf{c}} L(\mathbf{f}, \mathbf{c}, \lambda_1, \lambda_2, r) = 2 \left( \mathbf{c}' + r \times \mathbf{A}^H \mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}' + \lambda_{t,1} \begin{bmatrix} c_{1,1} + c_{1,2} \\ c_{1,1} + c_{1,2} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \lambda_{t,n} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ c_{n,1} + c_{n,2} \\ c_{n,1} + c_{n,2} \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (5.142)$$

其中  $\mathbf{c}$  須滿足(5.45)中的式子(4)、(6)...，也就是：

$$\begin{aligned} c_{1,1} + c_{1,2} &= 1 \\ c_{2,1} + c_{2,2} &= 1 \\ &\vdots \\ c_{n,1} + c_{n,2} &= 1 \end{aligned} \quad (5.143)$$

利用(5.47)可將(5.46)式子簡化成：

$$\begin{aligned} \mathbf{B} \mathbf{c}' &= \mathbf{B} \begin{bmatrix} 1 - c_{1,2} & c_{1,2} & \dots & 1 - c_{n,2} & c_{n,2} \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_{t,1} & \lambda_{t,1} & \dots & \lambda_{t,n} & \lambda_{t,n} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (5.144)$$

其中  $\mathbf{B} = \mathbf{I} + \mathbf{A}^H \mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{A}$ 。接著把(5.48)中的  $\mathbf{c}'$  做簡化：

$$\mathbf{c}' = \begin{bmatrix} 1 - c_{1,2} \\ c_{1,2} \\ \vdots \\ 1 - c_{n,2} \\ c_{n,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{1,2} \\ c_{2,2} \\ \vdots \\ c_{n-1,2} \\ c_{n,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{W} \times \mathbf{c} + \mathbf{u} \quad (5.145)$$

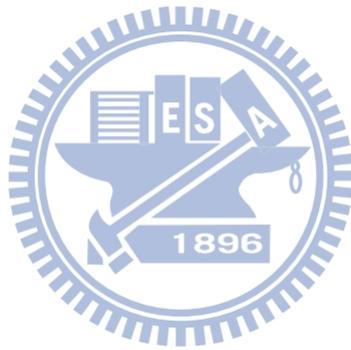
觀察(5.48)可發現， $\mathbf{B} \mathbf{c}'$  的值兩兩為一組皆相同，例如第一排和第二排相同，第二排和第三排相同。也就是偶數排的值和奇數排的值相同。所以令  $\mathbf{P}_1$  為一矩陣可以取出(5.48)中奇數排的值， $\mathbf{P}_2$  為另一矩陣可以取出(5.48)中偶數排的值，此二矩陣的定義如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^T & \mathbf{f}_3^T & \dots & \mathbf{f}_{n-1}^T \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{P}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}_2^T & \mathbf{f}_4^T & \dots & \mathbf{f}_n^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (5.146)$$

其中  $\mathbf{f}_k$  代表除了第  $k$  排的值為 1，其他排都為 0 的向量。利用  $\mathbf{P}_1$  和  $\mathbf{P}_2$  我們可以解出(5.50)中的  $\mathbf{c}$ ：

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_1 \times \mathbf{B}(\mathbf{W} \times \mathbf{c} + \mathbf{u}) &= \mathbf{P}_2 \times \mathbf{B}(\mathbf{W} \times \mathbf{c} + \mathbf{u}) \\
\rightarrow (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \mathbf{B} \mathbf{W} \mathbf{c} &= -(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \mathbf{B} \mathbf{u} \\
\rightarrow \mathbf{c} &= -[(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \mathbf{B} \mathbf{W}]^{-1} (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \mathbf{B} \mathbf{u}
\end{aligned}
\tag{5.147}$$

而後我們再假設  $\mathbf{c}$  已知，使用相同的方法即可求出一組新的  $\mathbf{f}$ 。用這種遞迴的方式反覆求出新的  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$ ，直到兩個皆收斂為止。



## 第六章：模擬結果

### 6.1 波束搜尋演算法效能模擬

如 4.2 節所述，關於媒介控制存取層如何從波束編碼簿中，找出最好的傳送端與接收端的波束對(beam pair)，現有的波束搜尋流程，包括窮舉法、802.15.3c 中採用的兩級訓練(training)法、二分法，以及我們所提出的新波束搜尋法。接下來我們分別就波束搜尋的精準度和所需的訓練序列數作分析。

#### 6.1.1 波束搜尋精準度分析

以下模擬中的通道我們採用第二章所述的 Intel 會議室模型，且傳送端與接收端的平面陣列天線法向量對齊傳送端與接收端的連線方向。在這種環境下接收端只能收到八組群集，分別是一個直視群集，兩個從牆壁的一次反射，一個從天花板的一次反射，兩個只經由牆壁反射的二次反射，兩個經由牆壁一次反射與天花板一次反射的二次反射，共八個群集。

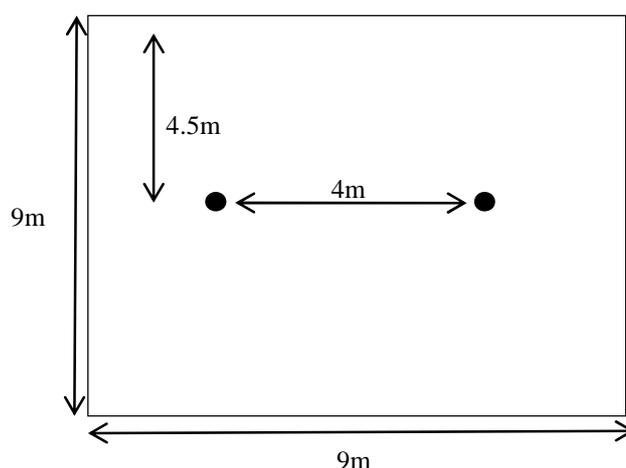


圖 6-1-1: 傳送端與接收端位置俯視圖

每個群集的平均能量大小分別為：

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= [p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_8] \\ &= 10^4 \times [3.3246 \ 0.0625 \ 0.0586 \ 0.2922 \ 0.0144 \ 0.0134 \ 0.0041 \ 0.0041] \end{aligned} \quad (6.148)$$

其中：

$$p_k = \sum_{f=1}^{336} |h_k(f)|^2, \quad k=1\sim 8 \quad (6.149)$$

以精[準度最高的窮舉法搜尋出的波束配對當作正確值，在 LOS 環境下，比較每種波束搜尋演算法的錯誤率如圖 6-1-2 所示。其中 SNR 定義為每一根接收天線上的所得到的平均訊雜比，而模擬中平面陣列天線的天線數和波束數皆設為  $8 \times 8$  ( $M=K=8$ )。因為在這個系統中只有一顆 DAC 或 ADC，而現在只想搜尋出最佳的一組波束配對，也就是其他群集的訊號當作干擾處理，所以在我們所提出的波束搜尋流程中需要接收  $T$  組 OFDM 符元來做 DoA，此時我們採用第三章提到的 MUSIC。

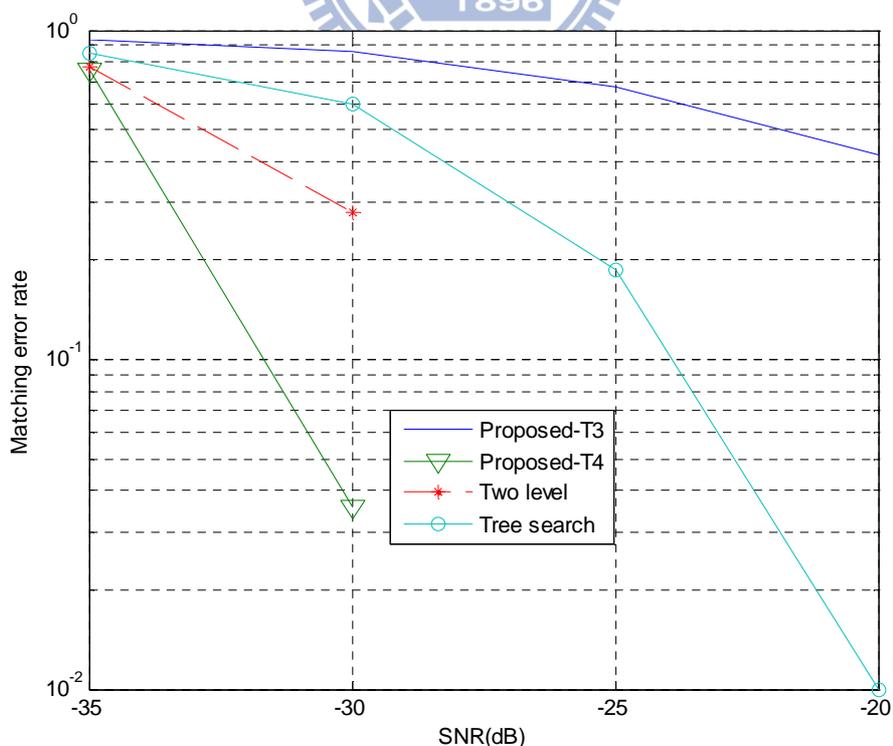


圖 6-1-2：直視環境下，各種波束搜尋流程的錯誤率

在直視路徑被障礙物擋住的 NLOS 環境下，此時接收端只能收到七組群集，每個群組的平均能量大小如(6.1)式中的  $p_2 \cdots p_8$ ，每種波束搜尋流程的錯誤率比較如圖 6-1-3 所示。

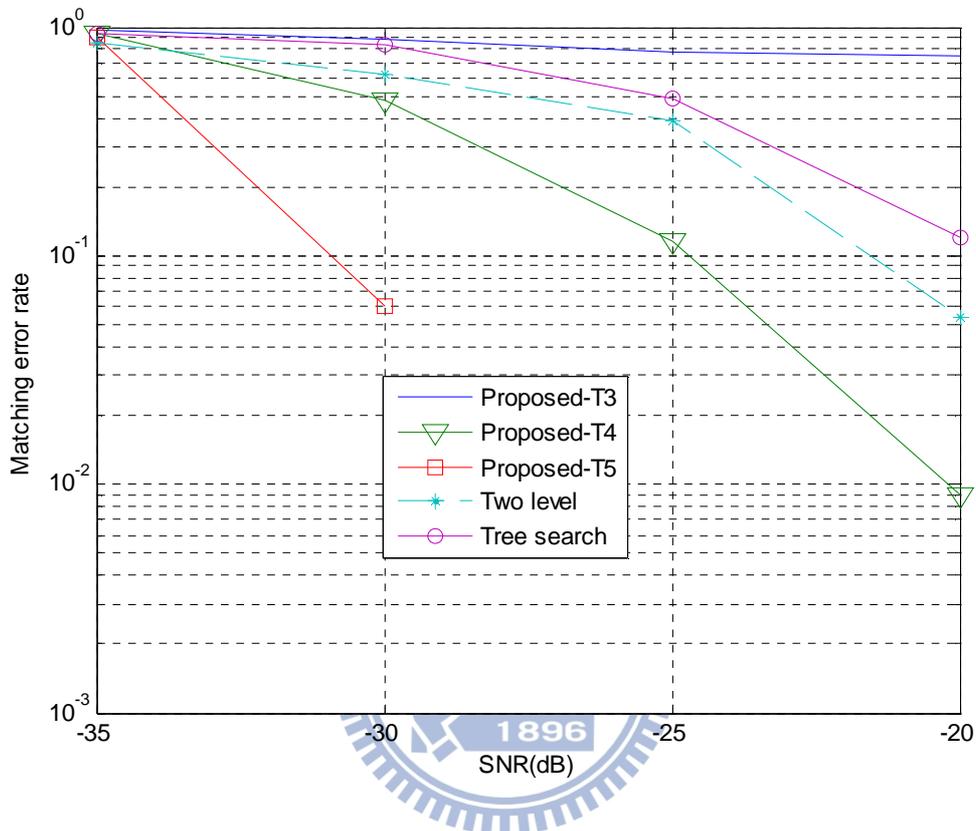


圖 6-1-3: 非直視環境下，各種波束搜尋流程的錯誤率

### 6.1.2 訓練序列數分析

從以上模擬結果得知，在平面陣列天線且  $K=M$  的情況下，LOS 環境時採用  $T=4$ ，NLOS 環境時採用  $T=5$  較為適當。假設  $G = K \times K$ ，根據表格 4-2 所示，我們分析每種波束搜尋演算法所需的訓練序列數如下：

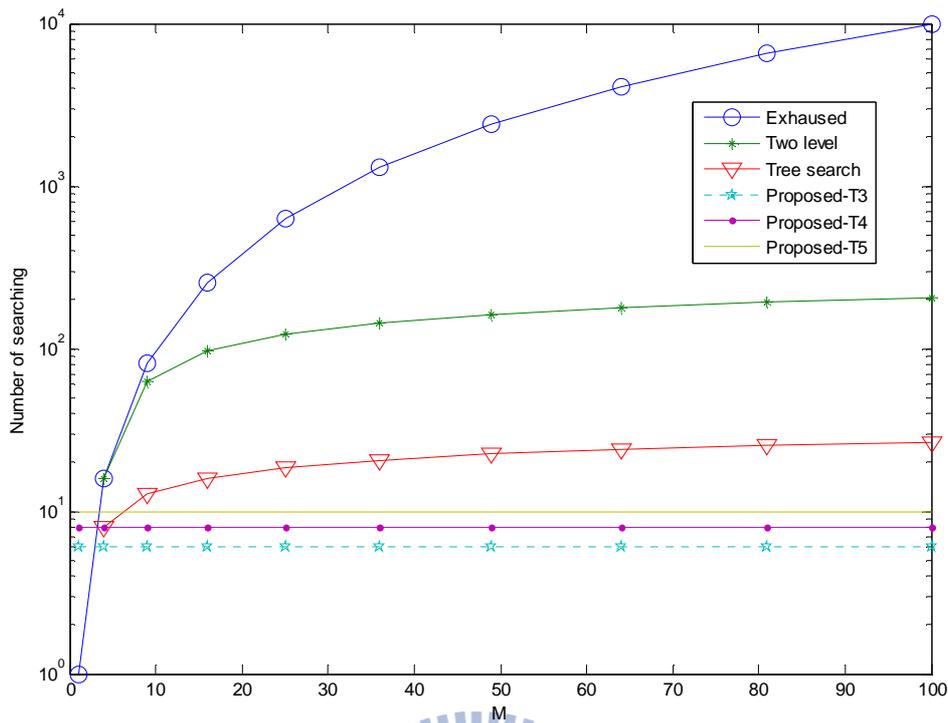


圖 6-1-4: 平面陣列天線下( $K=M=8$ )，各種波束搜尋流程的訓練序列數

### 6.1.3 不同波束搜尋流程的優缺點分析

根據 4.2 節和以上的模擬，綜合比較每種波束搜尋流程可得知，窮舉法是最簡單且精確但所需訓練序列數最高，而兩級訓練和二分法都可以有效降低訓練序列數，但兩級訓練法較不精確，而二分法另外需要天線控制開關和類比振幅控制器。相對的，我們提出的方法只要可以接收夠多的 OFDM 符元數，可以有效降低訓練序列數且提高精確度。

## 6.2 非直視環境下的波束搜尋

如 4.4 節中所述，我們可以利用配對排序的方式在變動的環境下(LOS 瞬間變為 NLOS)穩定的傳輸資料。假設我們想利用  $T$  個 OFDM 符元來搜尋出  $k$  組較佳的波束配對( $T$  需要大於  $k$ )，則系統模型可以表示如下：

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(f) &= \begin{bmatrix} y_1(f) \\ y_2(f) \\ y_3(f) \\ \vdots \\ y_T(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\theta_1(f)} & e^{j\theta_2(f)} & \dots & e^{j\theta_4(f)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{jM\theta_1(f)} & e^{jM\theta_2(f)} & \dots & e^{jM\theta_k(f)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1(f) \\ h_2(f) \\ \vdots \\ h_k(f) \end{bmatrix} \times x(f) + \mathbf{n}(f) \\
&= \mathbf{A}(f) \times \mathbf{h}(f) \times x(f) + \mathbf{n}(f) = \mathbf{B}(f) \times \mathbf{h}(f) + \mathbf{n}(f)
\end{aligned}
\tag{6.150}$$

以下模擬中採用的通道如圖 6-2-1 所示，因為在八個群集中，直視群集和三組一次反射的群集能量值較大，因此我們令  $k$  分別為 2、3、4，也就是只搜尋出這  $k$  個方向的波束配對，其他群集的訊號當作干擾處理，和雜訊一起合併在式子 (6.3) 的  $\mathbf{n}(f)$ 。再利用 4.3 節所述的多種排序方法，依序排列出最佳、次佳... 等的序列，並依照當時的環境選擇最適當的一組波束配對。例如  $k$  為 2 時，可以搜尋出最佳和次佳的波束配對，也就是平均能量最強的群集(直視群集)和次強的(天花板的一次反射)，當最佳的波束配對被障礙物擋住時，可以迅速切換成次佳的波束配對。圖 6-2-1 是這四個群集的響應，時間單位為 IEEE802.15.3c 系統的取樣週期，即 0.39 ns。

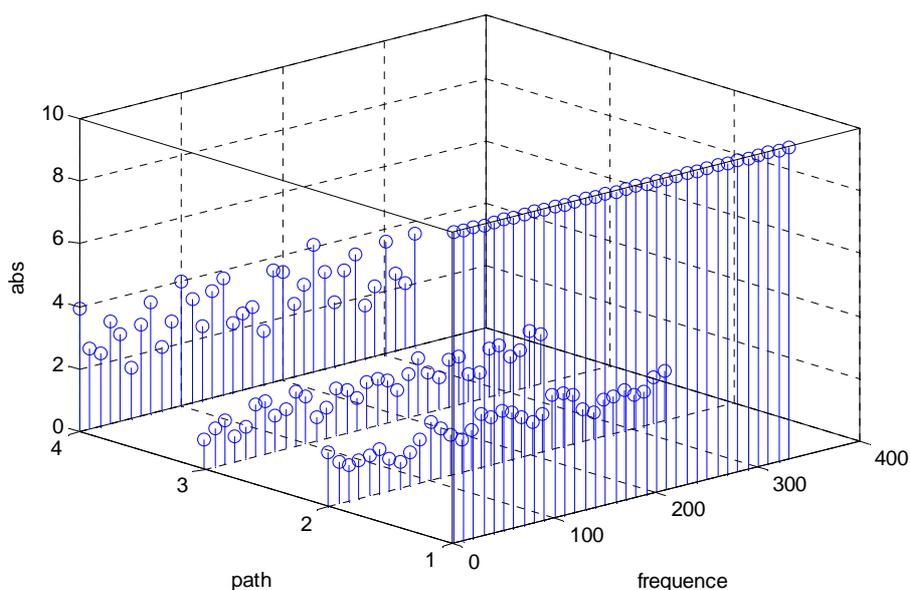


圖 6-2-1: 直視和三組一次反射的群集

參考 6.1 節的模擬結果，模擬中採用的  $T$  為 5，每個符元時間在接收端採用不同的近似全向性的場型來接收，圖 6-2-2 是 5 個符元時間平均的接收波束場型。圖中所標示出的部分為對應到圖 6-2-1 的四個群集。

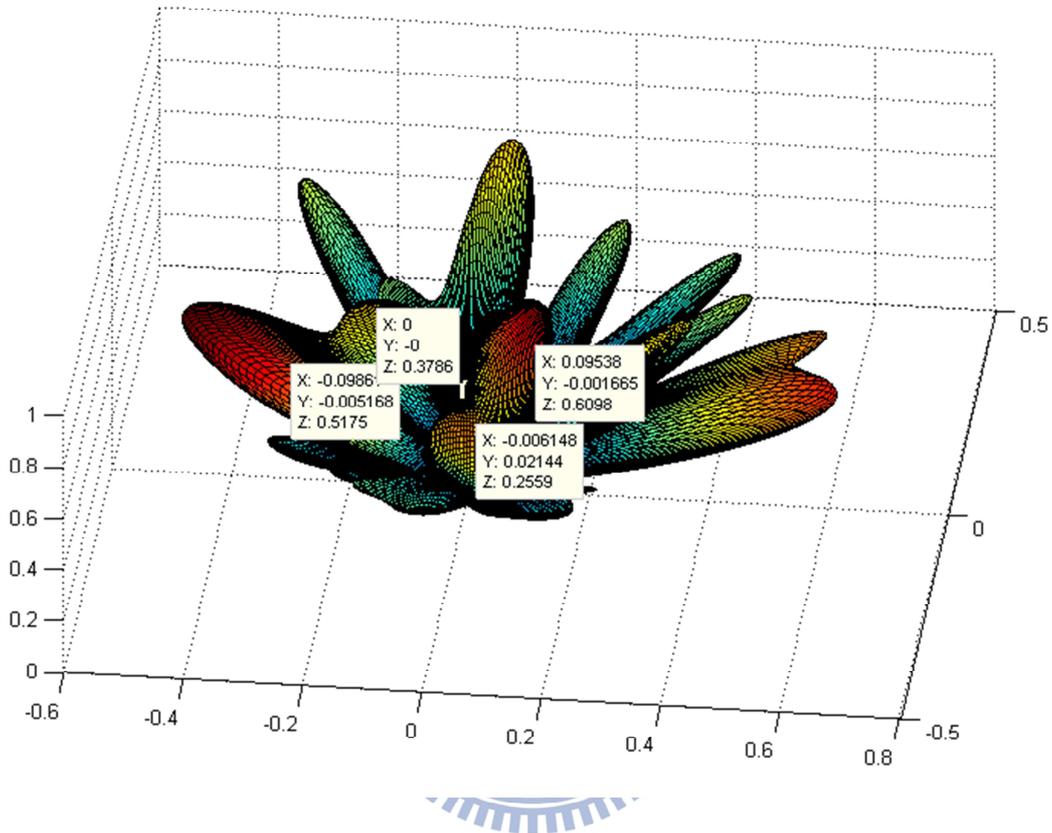


圖 6-2-2: 近似全向性的波束場型

接收端先利用 MUSIC 估計出  $k$  個接收訊號的角度，再做量化判斷此估計角度屬於編碼簿中的那一組波束向量  $b_r$ ，並分別採用最小平方法(LS)、最小平方誤差(MMSE)、依次干擾消除法(SIC)、相關性演算法(correlation algorithm)、分區演算法作排序(windowing algorithm)來估計通道係數。錯誤率計算部分是以精準度最高的窮舉法搜尋出的波束配對當作正確值， $k$  組波束配對中如有一個估錯就算全錯。我們分別模擬了  $k$  為 2、3、4 的狀況。

首先在  $k$  為 2 時，能搜尋出最佳和次佳的波束配對，也就是平均能量最強的群集(直視群集)和次強的(天花板的一次反射)，圖 6-2-3 比較了各種搜尋波束排序方法的模擬結果。從圖中可知 LS 和相關性演算法的結果較差。將式子(6.3)代入

(4.9)中可得：

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(f) &= \left(\mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f)\right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H \mathbf{y}(f) \\ &= \left(\mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f)\right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H (\mathbf{B}(f) \times \mathbf{h}(f)) + \left(\mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f)\right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H \times \mathbf{n}(f)\end{aligned}\quad (6.151)$$

從上式中可看出 LS 會將雜訊會放大  $\left(\mathbf{B}(f)^H \mathbf{B}(f)\right)^{-1} \mathbf{B}(f)^H$  倍。而相關性演算法也有相同問題，這可從(4.19)看出：

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{K} - \sigma_n^2 (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \quad (6.152)$$

也就是說雜訊會放大  $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1}$  倍，所以在低訊雜比時效果皆會較差。如果將 LS 或 MMSE 法配合依次干擾消除法(SIC-LS、SIC-MMSE)，當遞迴次數夠多時錯誤率可改善，我們以 W 加一個數字來代表分區的大小，例如 W3 表示分區大小為 3，我們模擬了 LS-W3、LS-W5、LS-W10、MMSE-W3、MMSE-W5、MMSE-W10 等情況，比較各種搜尋波束排序方法的模擬結果如圖 6-2-4 和圖 6-2-65 所示，其中以 MMSE-W5 效果較佳。

在  $k$  為 3 和 4 時，可以搜尋出前三或四強的波束配對，也就是平均能量前三或四強的群集(直視群集、三個一次反射)，每種排序方式的結果大概和  $k$  為 2 時相同，都是 MMSE-W5 時錯誤率最低。大體來看， $k$  為 2 的錯誤率低於  $k$  為 3 時， $k$  為 3 的錯誤率低於  $k$  為 4 時，這種現象在高訊雜比時更明顯。

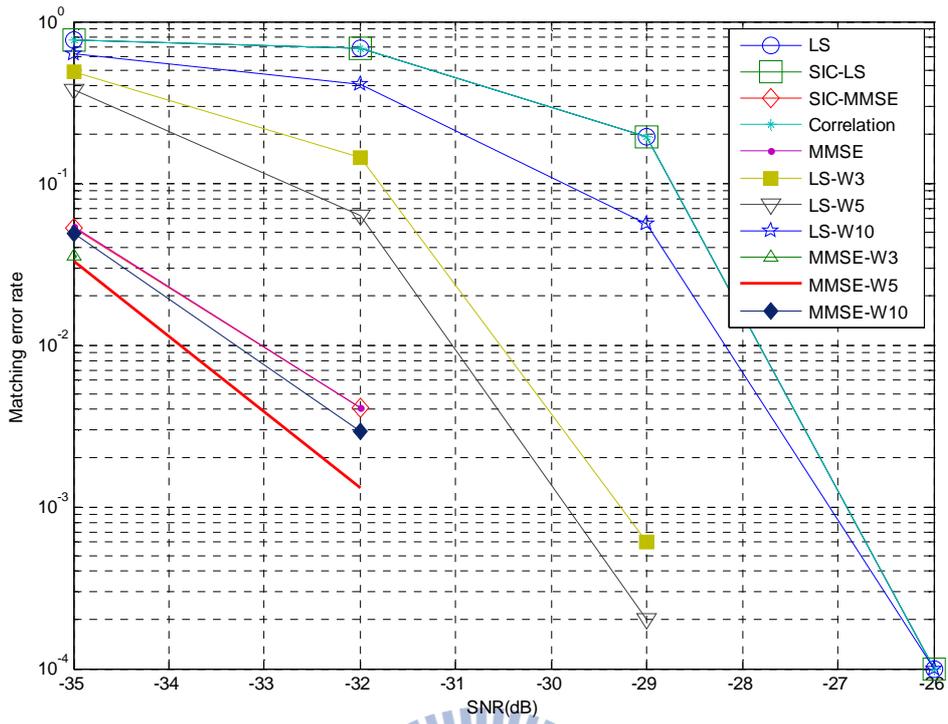


圖 6-2-3: 配對錯誤率( $k=2$  波束搜尋排序,  $T=5$ )

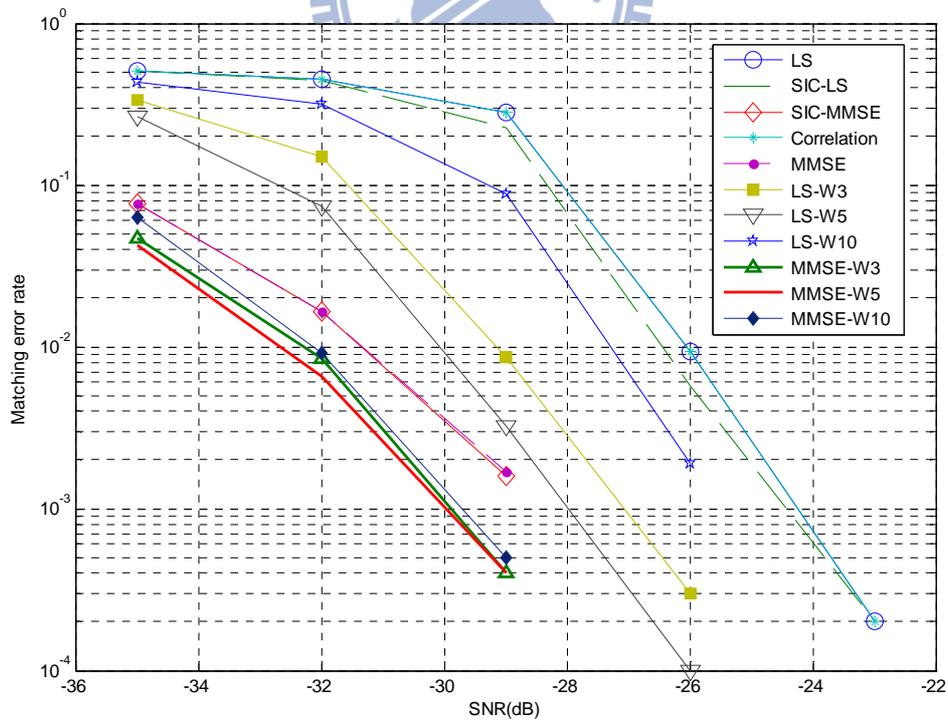


圖 6-2-4: 配對錯誤率( $k=3$  波束搜尋排序,  $T=5$ )

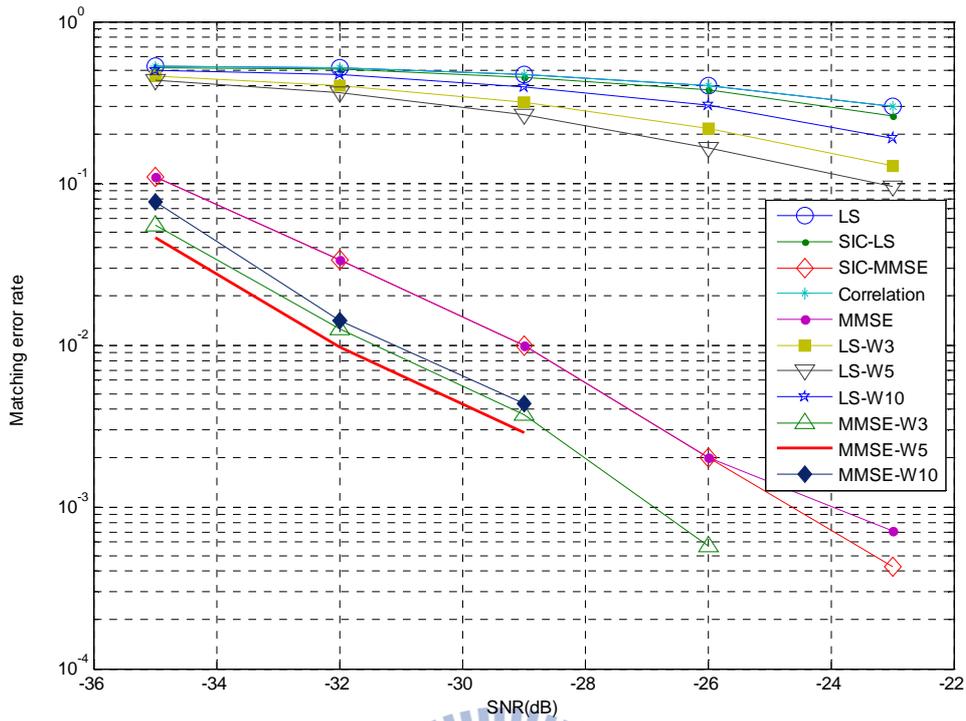


圖 6-2-5: 配對錯誤率( $k=4$  波束搜尋排序,  $T=5$ )

### 6.3 全雙工中繼器設計

#### 6.3.1 波束場型限制下的迴音消除

全雙工中繼器是在同一個時槽中做接收和傳送，相對於半雙工中繼器而言可以提高有效的傳輸速率，但會產生迴音干擾的問題。利用第五章提到的迴音消除方法可以解決此問題(如圖 5-4-3)。其中選擇  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{f}$  的方法有很多種，除了迴音消除的效果外，需考慮對於陣列天線波束形成的影響。以下分別針對各種方法做模擬並分析討論。在以下的模擬中，我們採用 IEEE 802.15.3c 的波束編碼簿，接收端和傳送端皆是假設為 8 根的線陣天線，且波束數  $K$  設為 8。

### 6.3.1.1 SVD 法

如 5.6.1 節的推導，對  $A$  作 SVD 分解後，為了把迴音干擾完全消除， $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  有兩種選擇：

$$\begin{cases} \mathbf{f}_1 = \mathbf{u}_1^H, \mathbf{c}_1 = \mathbf{v}_2 & \dots\dots(1) \\ \mathbf{f}_2 = \mathbf{u}_2^H, \mathbf{c}_2 = \mathbf{v}_1 & \dots\dots(2) \end{cases} \quad (6.153)$$

而兩種選擇中再選其中一個，能使傳送或接收的角度的訊號受  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  的影響最小的，也就是使用(6.7)和(6.8)作為選擇的標準：

$$\min_{\mathbf{c} \in \mathbf{V}} (|\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2| - 1) \quad (6.154)$$

$$\min_{\mathbf{f} \in \mathbf{U}} (|\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2| - 1) \quad (6.155)$$

從模擬結果中，比較原本的陣列天線波束場型，和後來加上  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  後形成的新波束場型之後發現，如果要滿足式子(6.7)，可能就無法滿足式子(6.8)。反之亦然。原本的波束場型如圖 6-3-1 所示，如果接收端選擇  $\mathbf{f}_1$ ，那傳送端就要選擇  $\mathbf{c}_1$ ，在想要傳送的 30 度和 150 度的訊號就可能失真，如圖 6-3-2 所示。相反的，如果接收端選擇  $\mathbf{f}_2$ ，那傳送端就要選擇  $\mathbf{c}_2$ ，在想要接收的 210 度和 330 度的訊號就可能失真，如圖 6-3-3 所示。

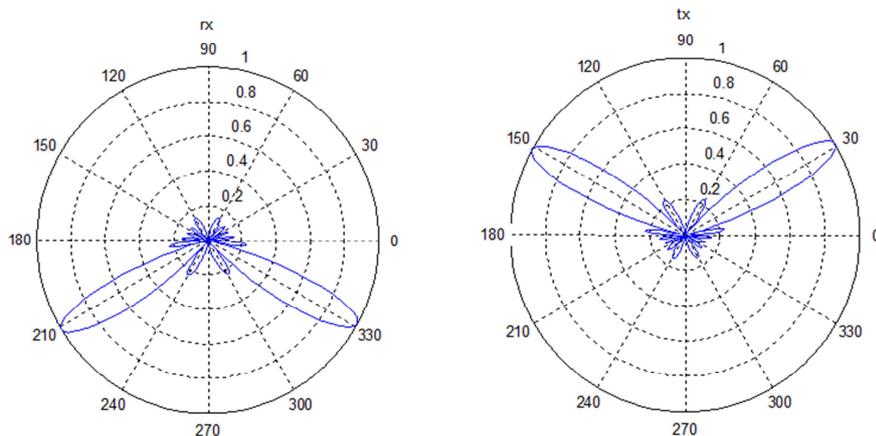


圖 6-3-1: 線性陣列天線下( $K=M=8$ )，傳送端與接收端的原本波束場型

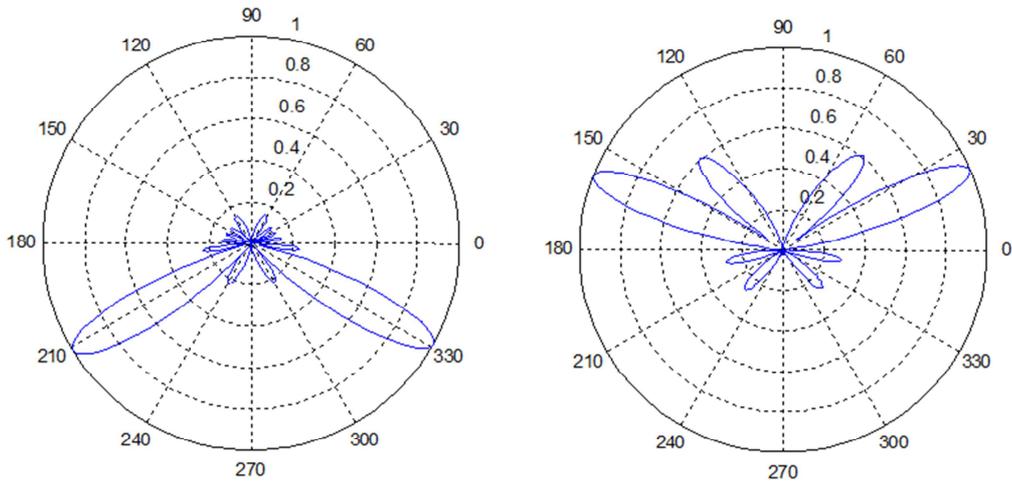


圖 6-3-2: 加入選擇(1)的  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  後，傳送端與接收端的波束場型

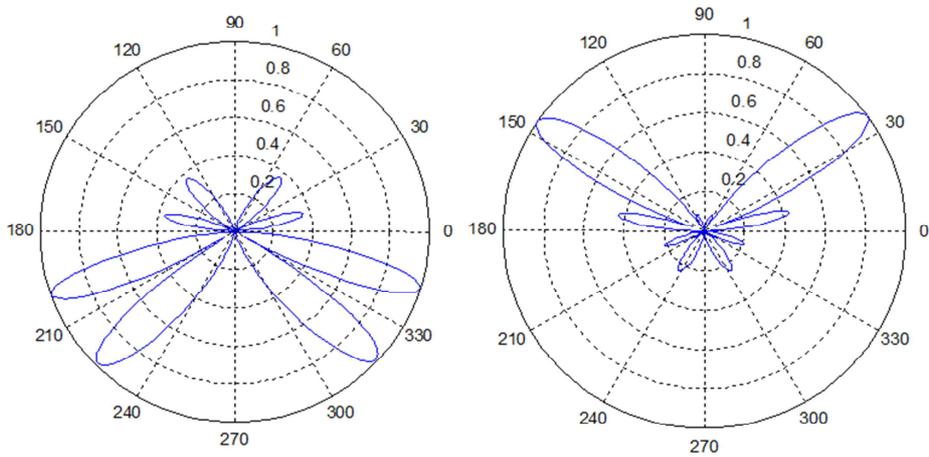


圖 6-3-3: 加入選擇(2)的  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  後，傳送端與接收端的波束場型

### 6.3.1.2 解聯立方程式法

如 5.6.2 節的推導，可以直接解一組聯立方程式，使迴音干擾完全消除，且想要傳送或接收的角度的訊號不受  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  的影響。但因為這是一個無限多解的問題。也就是可以任意選擇一組  $\mathbf{f}$  或  $\mathbf{c}$ ，再求出相對應的  $\mathbf{c}$  或  $\mathbf{f}$ 。假設先選擇  $\mathbf{f}$ ：

$$\mathbf{f} = [0.5 \quad 0.5]^T \quad (6.156)$$

也就是接收端的陣列天線收到的訊號一起乘上同一個放大倍率，所以接收端的波

束場型完全不會受到  $f$  的影響。如圖 6-3-4 所示。接下來再利用式子(5.30)和(5.31)求得相對應的一組  $c$ ，對應原本傳送端的波束場型如圖 6-3-5 所示。可以看出整體傳送端的場型不會變化太多，在想要傳送的 90 度和 270 度的訊號沒有太大失真，但因為對其他方向的訊號並沒有加以限制，在 250 度和 290 度的訊號值亦很大。

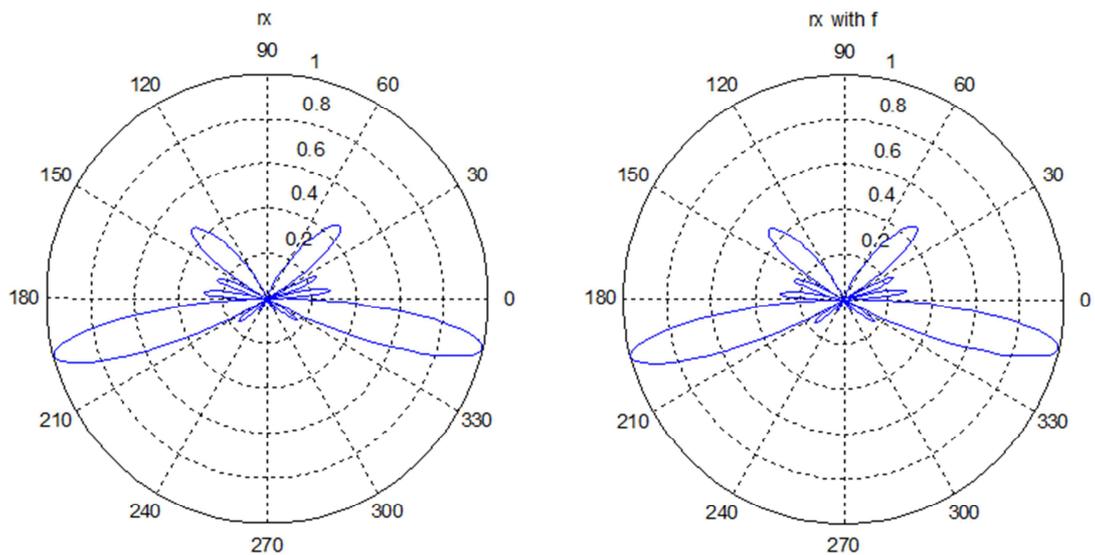


圖 6-3-4: 加入聯立方程式解出的  $f$  後，接收端的波束場型

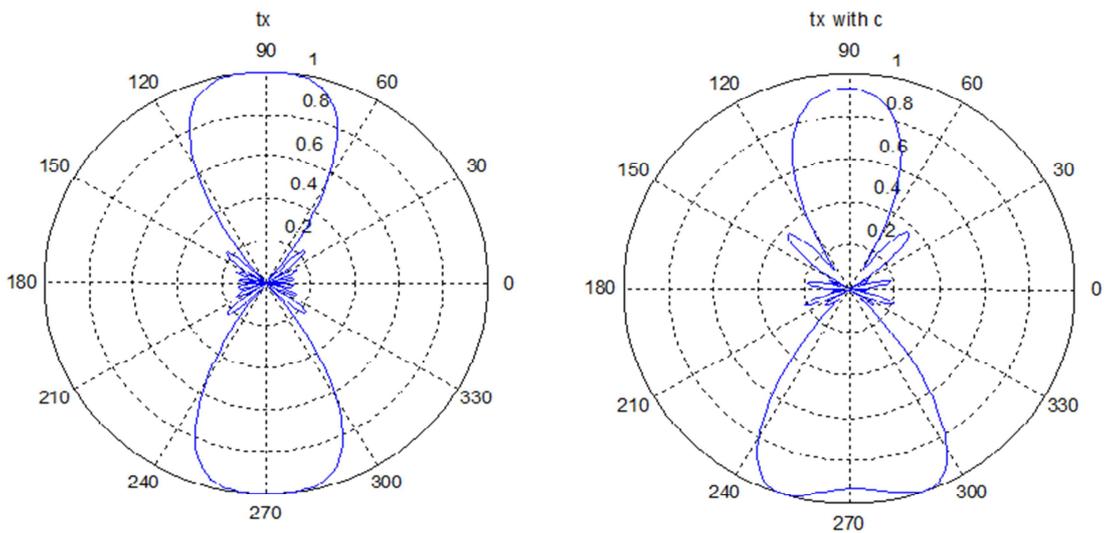


圖 6-3-5: 加入聯立方程式解出的  $c$  後，傳送端的波束場型

### 6.3.1.3 Lagrange 演算法

如 5.6.3 節的推導，因為上述的聯立方程式有無限多組解，無法判斷那一組解是最佳的。因此現在再多考慮其他方向的波束形成，即除了維持想要傳送或接收的方向的波束形成場型盡量不變之外，還要使其他方向的干擾降到最低。數學模型如下所示：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c}) + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 &= k_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 \\ \text{s.t. } |f_1 + f_2|^2 &= 1 \\ |c_1 + c_2|^2 &= 1 \end{aligned} \quad (6.157)$$

這是一個有限制條件的最佳化問題，在求解的過程中因為同時對  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  微分太過複雜，所以考慮用遞迴的方式，即先假設其中一個變數，代入求的另一個，再更新原本的假設變數，以此類推直到兩個變數都收斂為止。改變不同的  $r$ ，對消除迴音的遞迴效果如圖 6-3-6 所示。當遞迴次數足夠收斂的時候， $r$  越大殘留迴音的值就越小，相對的  $r$  越小殘留迴音的值就越大。對波束場型的影響如圖 6-3-7 所示， $r$  越大波束場型會變形越多，也就是可能對其他方向傳送或接收的訊號干擾較大，反之， $r$  越大波束場型越接近原本的場型，即波束形成效果較佳。

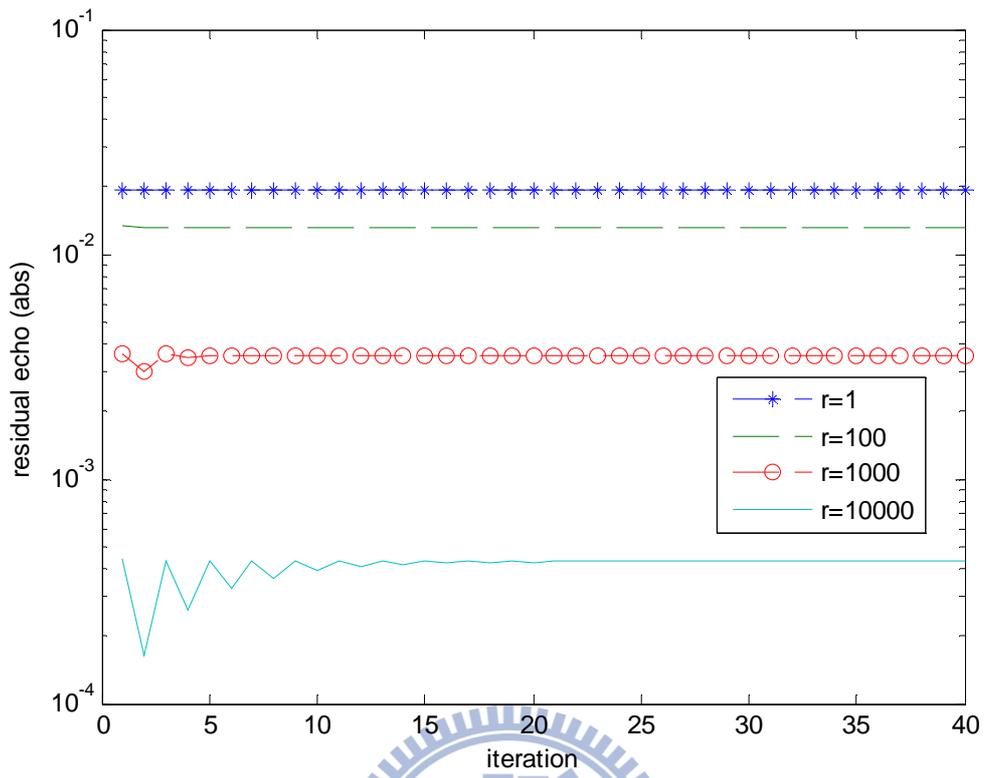


圖 6-3-6: 不同的  $r$  對迴音消除的遞迴結果

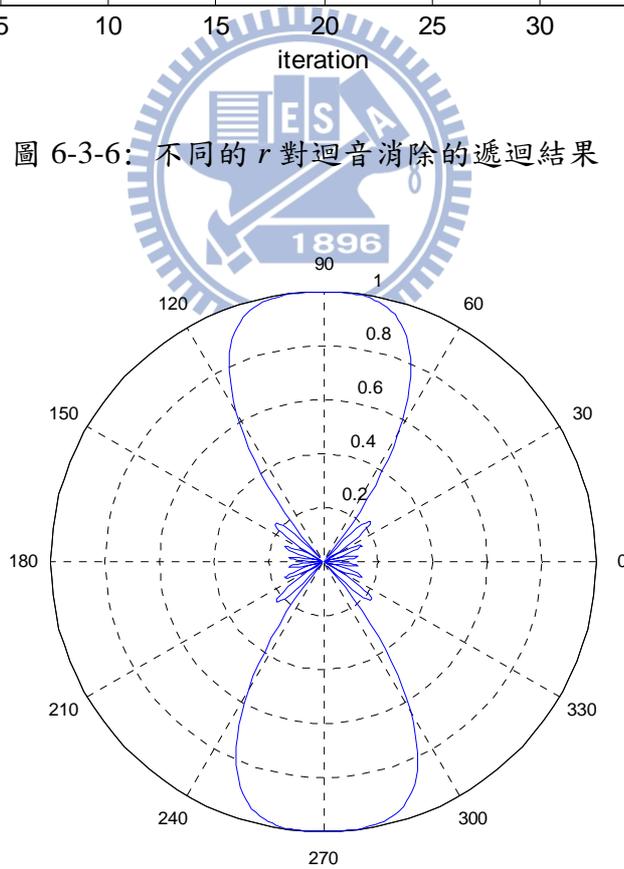


圖 6-3-7 (a): 原本傳送端的波束場型

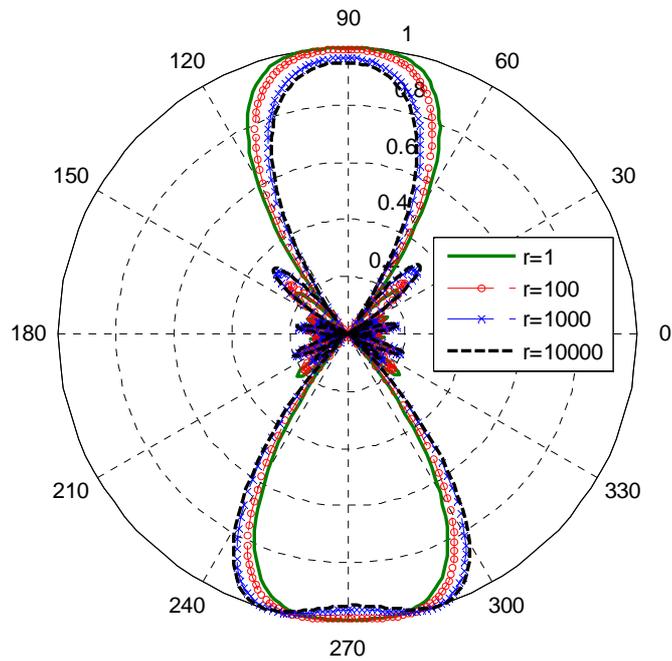


圖 6-3-7(b)：不同的  $r$  對傳送端波束場型的影響

改變不同的  $r$  值對殘留迴音功率的影響如圖 6-3-8 所示， $r$  越大殘留迴音的值就越小，相對的  $r$  越小殘留迴音的值就越大。圖 6-3-9 顯示  $r$  值與所求出  $f$  和  $c$  能量  $k_{f,c}$  的關係， $r$  越大  $k_{f,c}$  就越大，也就是在想要傳送或接收的方向的波束能量不變的限制下，其他方向的能量較大，即波束形成效果越差，反之亦然。

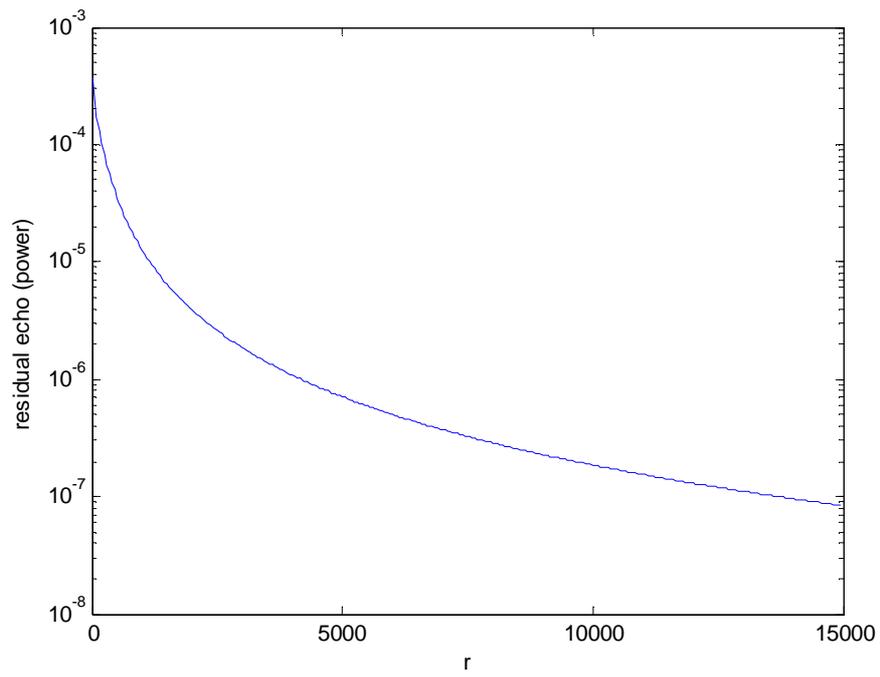


圖 6-3-8: 不同的  $r$  對迴音消除的影響

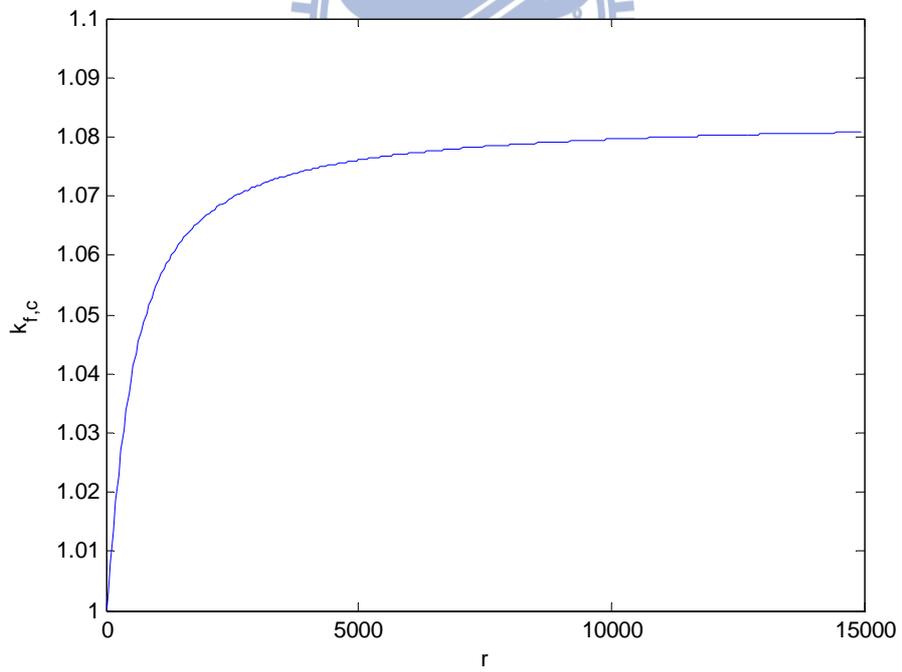


圖 6-3-9: 不同的  $r$  對  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  能量的影響

### 6.3.2 系統穩定度分析

在 AF 協定的中繼器系統中，在能維持系統的穩定的狀況下，放大倍率  $g$  越大訊號能放大越多。在此我們考慮前述迴音消除後的殘留的迴音、或通道估計有誤差時系統對放大倍率  $g$  容忍度。

#### 6.3.2.1 殘餘的迴音

假設經過前述迴音消除後的殘留的迴音量為  $\Delta$ ，則式子(5.18)中中繼器接收端的訊號可表示為：

$$y(n) = \underbrace{g \times \Delta}_{\Delta} \times y(n-1) + \mathbf{f}^H \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(n) \\ \mathbf{d}_2(n) \end{bmatrix} + v(n) \quad (6.158)$$

因為全雙工中繼器是一個 IIR 系統，也就是輸出的訊號會迴授(feedback)到傳送端，為了使系統保持穩定，須滿足下列條件：

$$|g \times \Delta| < 1 \quad (6.159)$$

也就是系統最大的放大倍率  $g$  有以下限制：

$$|g| < \frac{1}{|\Delta|} \quad (6.160)$$

不同的  $r$  對放大倍率  $g$  的影響如圖 6-3-10 所示，配合圖 6-3-8 來看，可知在可容忍的殘留迴音量下最大的放大倍率  $g$  是多少。例如可容忍的殘留迴音量為  $10^{-6}$  時，由圖 6-3-8 可知  $r$  約為 5000 即可，由圖 6-3-10 可知此時最大的  $g$  約可為 1000 倍，也就是約 60dB；而可容忍的殘留迴音量為  $10^{-7}$  時， $r$  約為 15000，此時最大的  $g$  約可為 3500 倍，也就是約 70dB。根據量測的結果[15]，在 60GHz 頻帶的傳遞時訊號一公尺約衰減 70dB，十公尺約衰減 90dB。而在我們的通道狀況中，傳送和接收端最遠的距離如圖 6-3-10 所示：

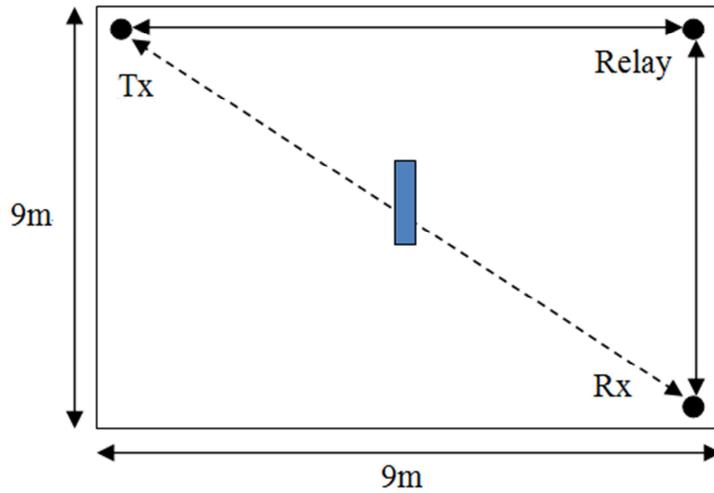


圖 6-3-10: 傳送端和接收端相距最遠的通道

此時中繼器距離傳送端的距離為 9 公尺，如果再配合波束形成技術或適應性回音消除器(Adaptive echo canceller)，所需的放大倍率約為 60~70dB 即可，也就是  $r$  大於 5000 即可。

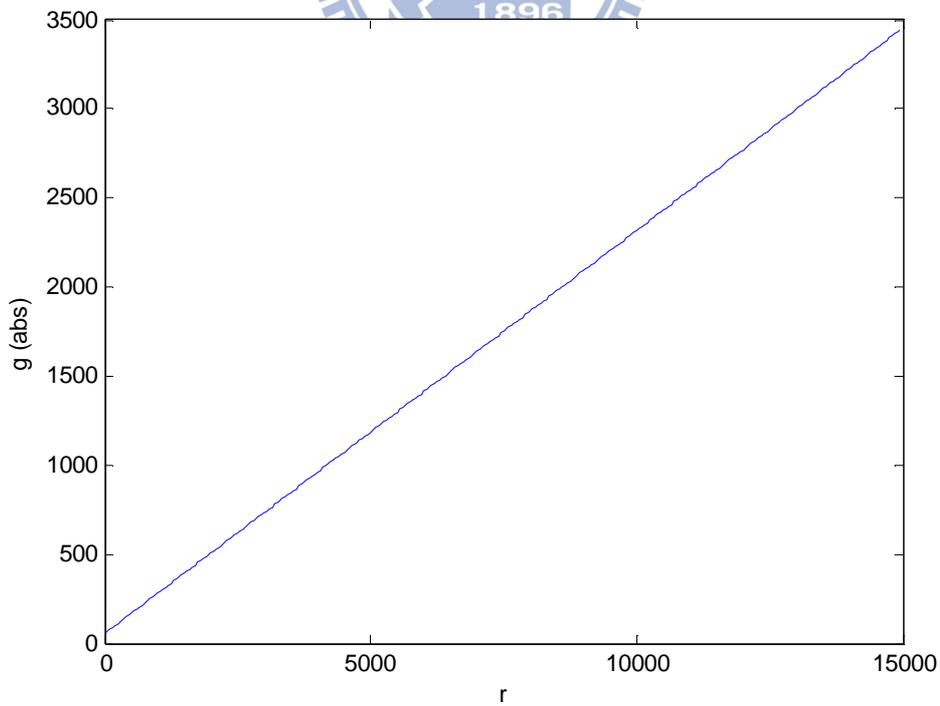


圖 6-3-11: 不同的  $r$  對最大系統放大倍率  $g$  的影響

### 6.3.2.2 通道估計誤差

上述情況都是假設在迴音干擾通道已知的情況下，若在 5.3 節的通道估計有誤差時，則式子(5.6)需改成如下：

$$\mathbf{H}_{in} = \hat{\mathbf{H}}_{in} + \Delta\mathbf{H}_{in} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1,M_r} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2,M_r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{M_r,1} & h_{M_r,2} & \cdots & h_{M_r,M_r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta h_{11} & \Delta h_{12} & \cdots & \Delta h_{1,M_r} \\ \Delta h_{21} & \Delta h_{22} & \cdots & \Delta h_{2,M_r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta h_{M_r,1} & \Delta h_{M_r,2} & \cdots & \Delta h_{M_r,M_r} \end{bmatrix} \quad (6.161)$$

$h_{ij}$  代表從第  $j$  根傳送天線到第  $i$  根接收天線的迴音干擾通道。假設其通道估計的誤差項為一個複數高斯的分布，平均功率為  $\sigma_e^2$ ，則

$$\Delta h_{i,j} \in CN(0, \sigma_e^2) \quad (6.162)$$

式子(5.19)中的迴音項可表示為：

$$\begin{aligned} e_{echo} &= \mathbf{f}^T \mathbf{A} \mathbf{c} \times g \times y(n-1) \\ &= \mathbf{f}^T (\hat{\mathbf{A}} + \Delta\mathbf{A}) \mathbf{c} \times g \times y(n-1) \end{aligned} \quad (6.163)$$

假設迴音能夠完全消除，則因為通道估計誤差造成的殘留的迴音為：

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T \hat{\mathbf{A}} \mathbf{c} &= 0 \\ \Delta e_{echo} &\approx \mathbf{f}^T \times \Delta\mathbf{A} \times \mathbf{c} \times g \times y(n-1) = \Delta h_{echo} \times y(n-1) \end{aligned} \quad (6.164)$$

所以接收到的訊號經過迴音消除後：

$$y(n) = \Delta h_{echo} \times y(n-1) + \mathbf{f}^H \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{R1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{w}_{R2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(n) \\ \mathbf{d}_2(n) \end{bmatrix} + v(n) \quad (6.165)$$

因為全雙工中繼器是一個 IIR 系統，也就是輸出的訊號會回授(feedback)到傳送端，為了使系統保持穩定，須滿足以下條件：

$$|\Delta h_{echo}|^2 < 1 \quad (6.166)$$

$$|\mathbf{f}^T \times \Delta\mathbf{A} \times \mathbf{c}|^2 |g|^2 < 1 \quad (6.167)$$

假設實際接收到的訊號為 20dB，在通道估計誤差的平均功率  $\sigma_e^2$  分別為  $10^{-4}$ 、 $10^{-6}$

和 $10^{-8}$ 時，圖 6-3-12 顯示在 1000 個時間點( $n=1000$ )後的接收訊號功率，在能保持系統穩定下的最大的放大倍率  $g$ 。例如在 $\sigma_e^2$  為 $10^{-6}$ 時，最大的放大倍率約為 35dB，而在 $\sigma_e^2$  為 $10^{-8}$ 時，最大的放大倍率約為 70dB。而在我們的通道狀況中，當傳送端和接收端擺放位置相距最遠時，如果配合波束形成技術或適應性回音消除器，所需的放大倍率約為 60~70dB 即可，也就是 $\sigma_e^2$  須小於 $10^{-8}$ 。

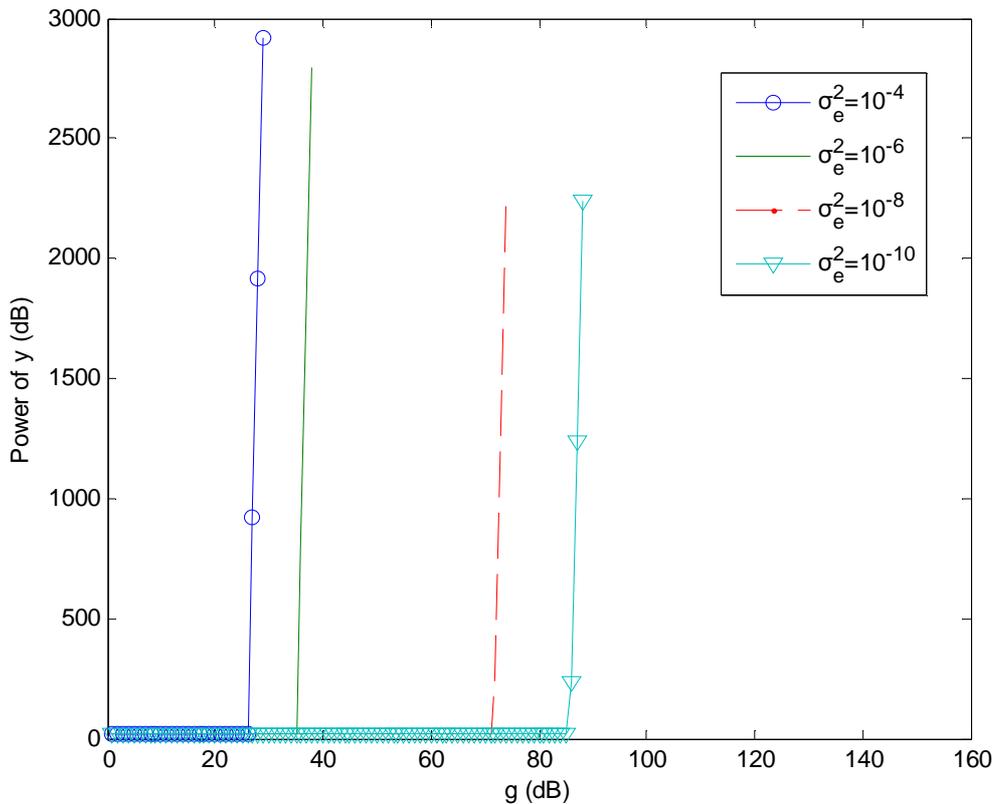


圖 6-3-12: 通道估計誤差對最大系統放大倍率  $g$  的影響

### 6.3.3 多使用者環境

如 5.8 節所述，在  $n$  個使用者同時用這組中繼器時，系統模型如圖 5-8-1 所示。每個使用者都將傳送端和接收端的陣列天線拆成上下兩部分，透過選擇相對的  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{c}$  來控制迴音干擾訊號和波束場型。數學模型如下所示：

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{f}, \mathbf{c}} & (\mathbf{f}^H \mathbf{f} + \mathbf{c}^H \mathbf{c}) + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 = k_{f,c} + r |\mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{c}|^2 \\
s.t. & |f_{1,1} + f_{1,2}|^2 = 1, |c_{1,1} + c_{1,2}|^2 = 1 \\
& |f_{2,1} + f_{2,2}|^2 = 1, |c_{2,1} + c_{2,2}|^2 = 1 \\
& \vdots \\
& |f_{n,1} + f_{n,2}|^2 = 1, |c_{n,1} + c_{n,2}|^2 = 1
\end{aligned} \tag{6.168}$$

假設現在有兩個來自不同方向的使用者，圖 6-3-13 顯示在不同  $r$  值時遞迴次數與殘餘迴音的關係。當遞迴次數足夠收斂候， $r$  越大殘留迴音的值就越小，相對的  $r$  越小殘留迴音的值就越大。對波束場型的影響如圖 6-3-14 到圖 6-3-17 所示， $r$  越大波束場型會變形越多，也就是可能對其他方向傳送或接收的訊號干擾較大，反之， $r$  越大波束場型越接近原本的場型，即波束形成效果較佳。此結論和 6.3.1.3 節類似，但在多使用者的情況下，殘留的迴音會較大。也就是要在不影響多個使用者想要傳送或接收的方向的波束場型的情況下，且同時要降低其他方向的干擾，迴音消除的效果可能會隨使用者增加而降低，這時候可以透過調整  $r$  的值使迴音訊號達到可容忍的程度。

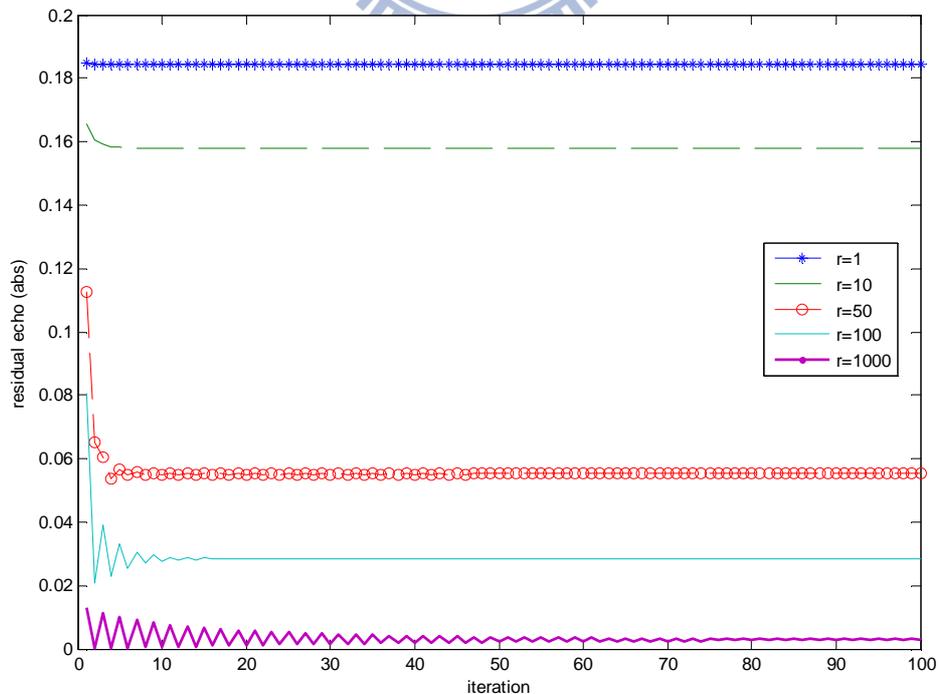


圖 6-3-13: 不同的  $r$  對迴音消除的遞迴結果

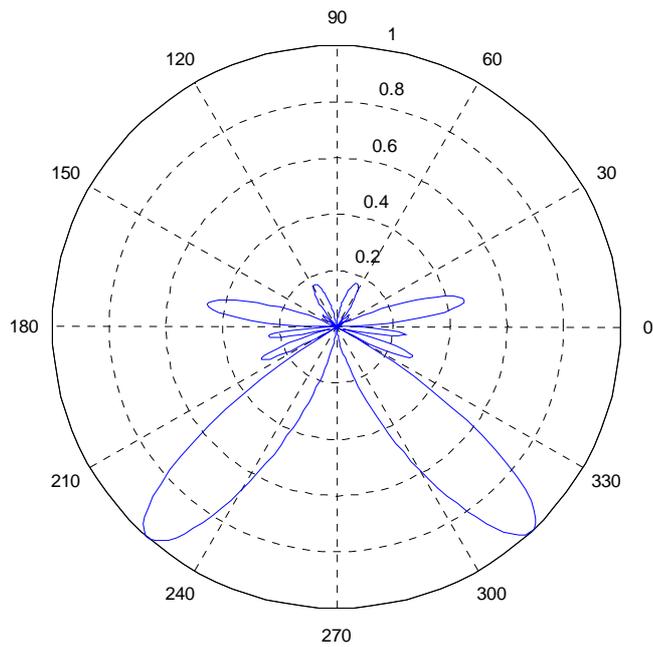


圖 6-3-14：原本傳送端的波束場型(使用者一)

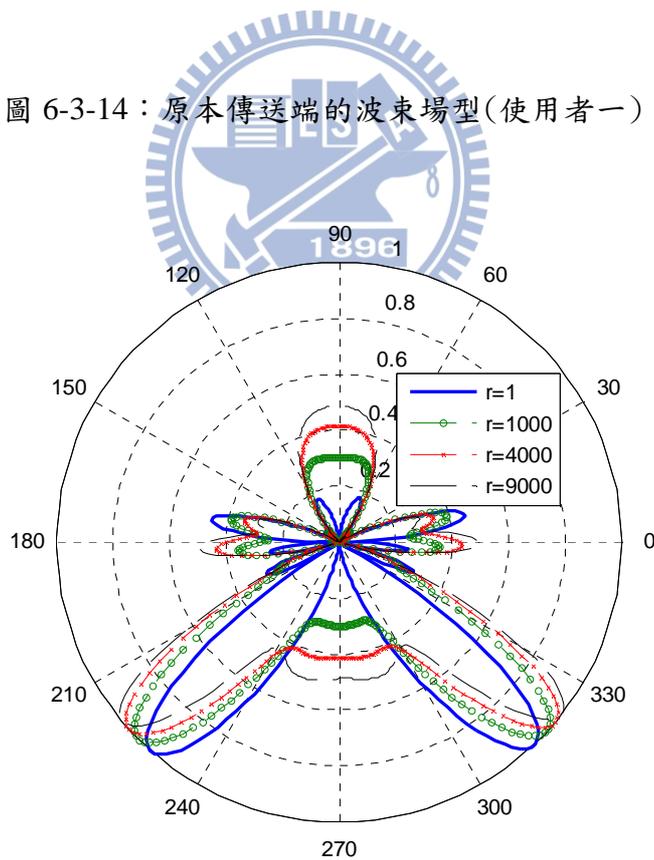


圖 6-3-15: 不同的  $r$  對傳送端波束場型的影響(使用者一)

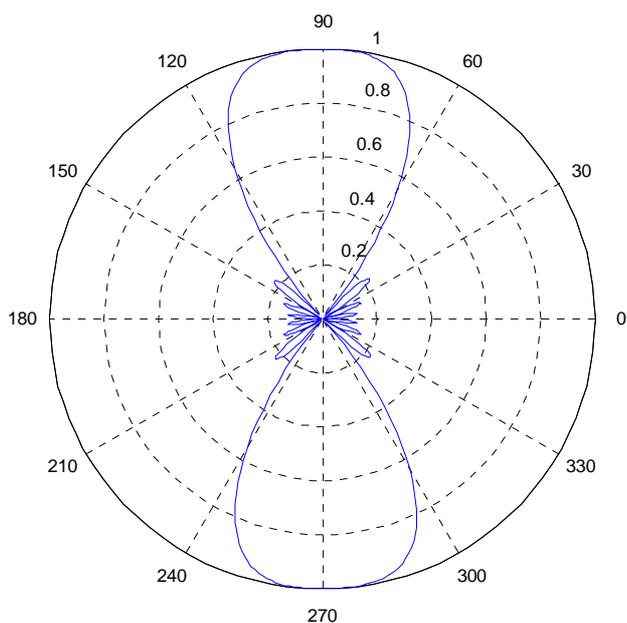


圖 6-3-16：原本傳送端的波束場型(使用者二)

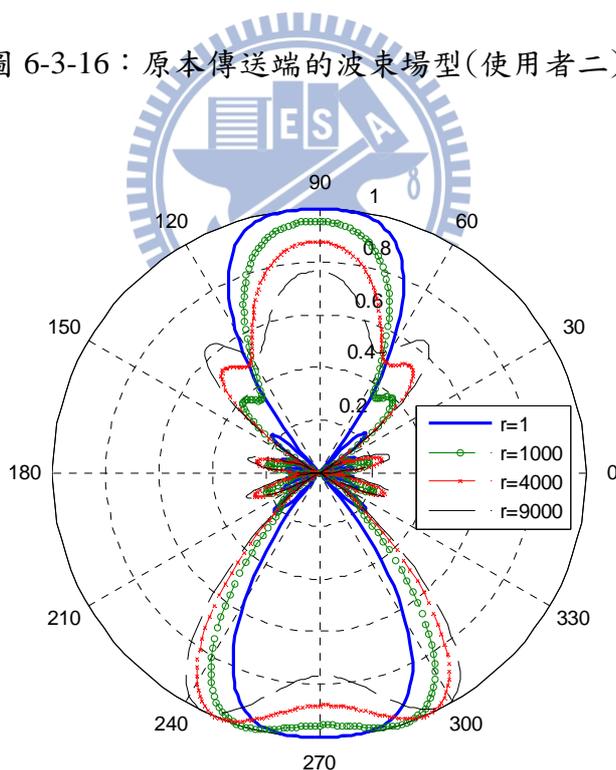


圖 6-3-17: 不同的  $r$  對傳送端波束場型的影響(使用者二)

改變不同的  $r$  值對殘留迴音功率的影響如圖 6-3-18 所示， $r$  越大殘留迴音的值就越小，相對的  $r$  越小殘留迴音的值就越大。圖 6-3-19 顯示  $r$  值與所求出  $f$  和

c 能量  $k_{f,c}$  的關係， $r$  越大  $k_{f,c}$  就越大，也就是在想要傳送或接收的方向的波束能量不變的限制下，其他方向的能量較大，即波束形成效果越差，反之亦然。

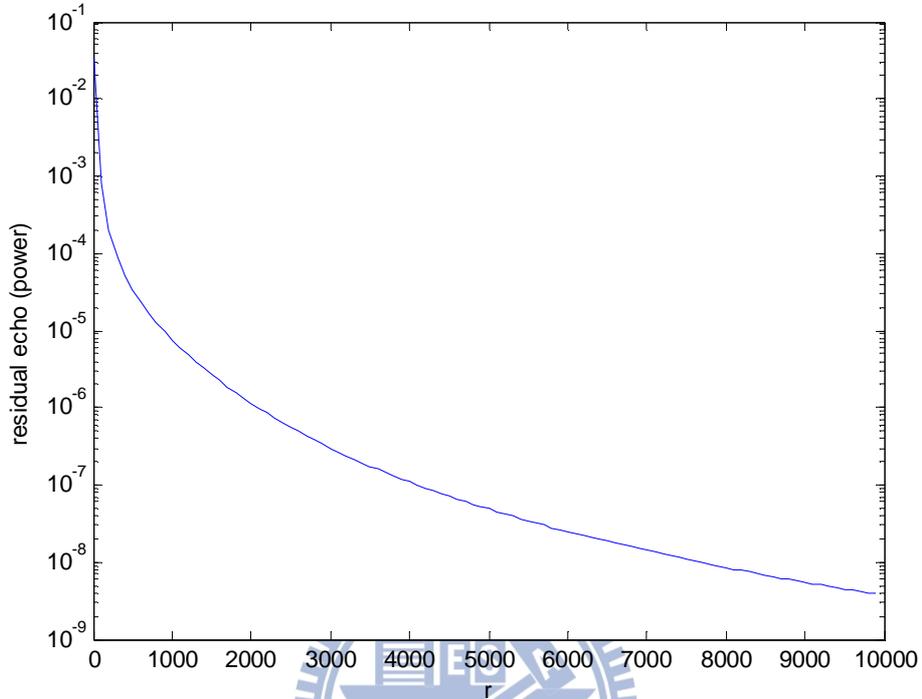


圖 6-3-18: 不同的  $r$  對迴音消除的影響

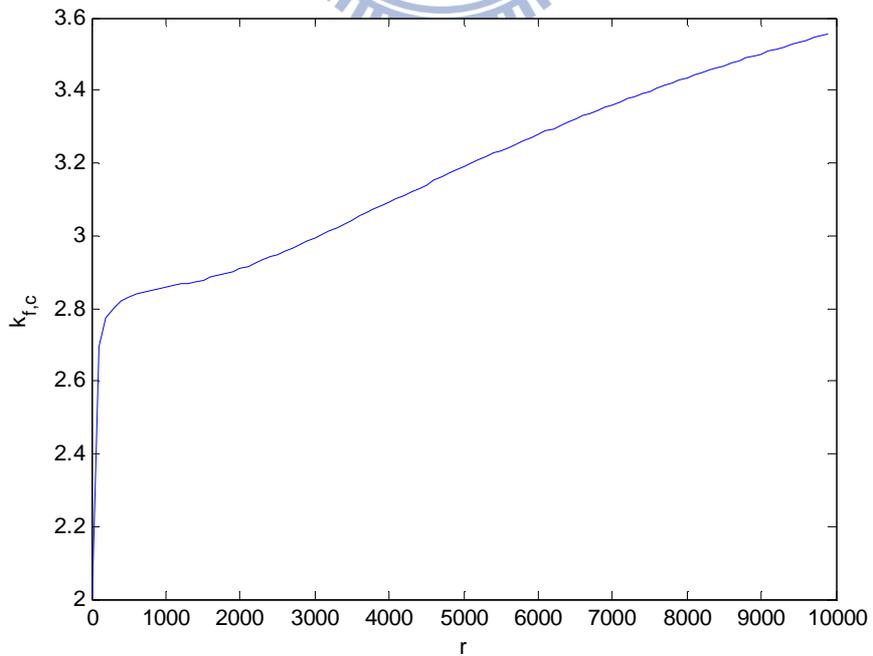


圖 6-3-19: 不同的  $r$  對  $f$  和  $c$  能量的影響

不同的  $r$  對放大倍率  $g$  的影響如圖 6-3-20 所示，配合圖 6-3-18 來看，可知在可容忍的殘留迴音量下最大的放大倍率  $g$  是多少。例如假設可容忍的殘留迴音量為  $10^{-7}$ ，由圖 6-3-18 可知  $r$  約為 4000 即可，由圖 6-3-20 可知此時最大的  $g$  約可為 2000，也就是約 66dB；而可容忍的殘留迴音量為  $10^{-8}$  時， $r$  約為 9000，此時最大的  $g$  約可為 12000，也就是約 81dB，但此時波束場型可能失真較嚴重。而在我們的通道狀況中，當傳送端和接收端擺放位置相距最遠時，如果配合波束形成技術或適應性回音消除器，所需的放大倍率約為 60~70dB 即可，也就是  $r$  約為 2000 以上即可。

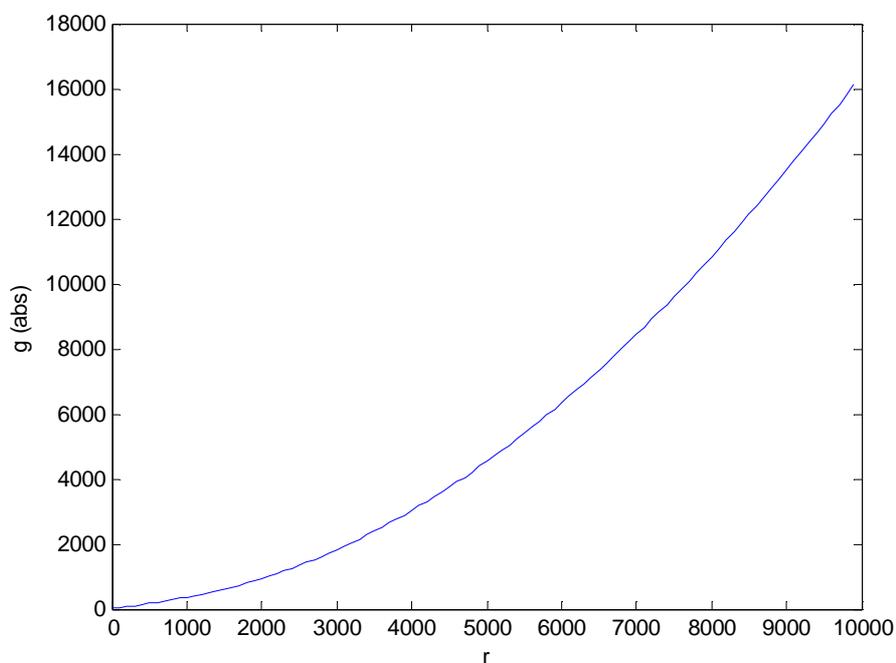


圖 6-3-20: 不同的  $r$  對最大系統放大倍率  $g$  的影響

## 第七章：結論

在本篇論文中，我們研究了在60GHz系統下使用平面陣列天線(planar antenna array)以及波束形成(beamforming)技術來補償NLOS傳輸損耗的方法。首先我們依據IEEE 802.15.3c的編碼簿提出了一種新的波束搜尋法，只要可以接收夠多的OFDM符元數，即可有效降低在搜尋流程中所需的訓練序列並提高精準度，因此可快速的達到搜尋出最佳波束對的目的。

接下來由於60GHz的訊號穿透性較差，當直視路徑突然被擋住時傳輸即會中斷，如要避免中斷，則需適時的切換至一適當的反射路徑，因此傳送與接收的方向波束對在非直視的環境下與直視環境時會不同。為了在變動的環境下(LOS瞬間變為NLOS)穩定的傳輸資料，假設傳輸鏈結開始時是直視環境，利用訊號處理排序得到多組波束配對，再依照當時的環境選擇最適當的一組波束配對。其中波束配對有眾多方式，從模擬結果得知，最小平方方法MMSE配合分區演算法，在分區的大小(window size)為5時效果較佳。

此外，我們也使用全雙工(full-duplex)中繼器來克服NLOS的問題，並改善傳統半雙工系統吞吐量減半的問題。在全雙工(full-duplex)中繼器中，接收機會受到傳送機的干擾，稱之為迴音(echo)，為了使迴音(echo)干擾消除且同時不影響原本的陣列天線的場型，我們設計了一個混合波束形成器的迴音消除器，並配合Lagrange演算法選擇系統中的參數，以有效的消除迴音。而在AF協定的中繼器系統中，在能維持系統的穩定的狀況下，放大倍率 $g$ 越大訊號能放大越多。我們也討論對前述迴音消除後的殘留的迴音、或通道估計有誤差時系統對放大倍率 $g$ 容忍度。例如在單一使用者時，由模擬結果中顯示，當可容忍的殘留迴音量為 $10^{-6}$ 時，最大的放大倍率 $g$ 約可為60dB；如果其通道估計的誤差項為一個複數高斯的分布，當誤差的平均功率為 $\sigma_e^2$ 為 $10^{-8}$ 時，最大的放大倍率 $g$ 約可為70dB。

## Reference

- [1] Z. Zhang, M. F. Iskander, Z. Yun, and A. H. Madsen, "Hybrid smart antenna system using directional elements—Performance analysis in flat rayleigh fading," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 10, pp.2926–2935, Oct. 2003.
- [2] M. Rezk, W. Kim, Z. Yun, M. F. Iskander, "Performance comparison of a novel hybrid smart antenna systems versus the fully adaptive and switched beam antenna arrays," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol.4, pp. 285-288, Oct. 2005.
- [3] N. Celik *et al.*, "Implementation and experimental verification of hybrid smart-antenna beamforming algorithm," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol. 5, pp. 280–283, 2006.
- [4] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Sep. 1986.
- [5] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath, "Performance analysis of the total least squares ESPRIT algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, pp. 1122-1135, May 1991.
- [6] IEEE doc. 802.11-09/0334r0, "Channel Models for 60 GHz WLAN Systems," Alexander Maltsev, Intel, Mar. 2009.
- [7] H. Ju, E. Oh, and D. Hong, "Improving Efficiency of Resource Usage in Two-Hop Full Duplex Relays Systems based on Resource Sharing and Interference Cancellation," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol.8, no.8, Aug. 2009
- [8] J. Sangiamwong, T. Asai, J. Hagiwara, Y. Okumura, and T. Ohya, "Joint multi-filter design for full-duplex MU-MIMO relaying," in *Proc. IEEE 69th Vehicular Technology Conference*, April 2009.
- [9] Y. Fan, H. V. Poor, and J. S. Thompson, "Cooperative multiplexing in full-duplex multi-antenna relay networks," in *Proc. 2008 IEEE Global Telecommun. Conference*, pp. 1–5

- [10] T. Riihonen, R. Wichman, and J. Hamalainen, "Co-phasing full-duplex relay link with non-ideal feedback information," in *Wireless Communication Systems*. 2008. ISWCS '08. IEEE International Symposium on, pp. 263–267, Oct. 2008.
- [11] S.-S. Wu, L.-K. Chiu, K.-Y. Lin, and S.-J. Chung, "Planar arrays hybrid beamforming for SDMA in millimeter wave applications," *IEEE 19<sup>th</sup> PIMRC.*, pp. 15-18, Sep. 2008.
- [12] T. Kuhwald and H. Boche, "A constrained beam forming algorithm for 2D planar antenna arrays," in *Proc. IEEE VTC-Fall*. Sep. 1999, pp. 1–5.
- [13] M. C. Vanderveen, A.-J. van der Veen, and A. Paulraj, "Estimation of Multipath Parameters in Wireless Communication," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 46, pp. 682–290, Mar. 1998
- [14] J. Wang, Z. Lan, C. Pyo, C. Sum, T. Baykas, J. Gao, A. Rahman, R. Funada, F. Kolima, H. Harada, and S. Kato, "Beamforming codebook design and performance evaluation for millimeter-wave WPAN," *IEICE Tech. Rep.*, vol. 108, no. 445, RCS2008-286, pp.437-442, Mar. 2009.
- [15] C. Anderson and T. Rappaport, "In-building wideband partition loss measurements at 2.5 and 60 GHz," *IEEE Trans. Wireless Communication*, vol. 3, no. 3, pp. 922–928, 2004.