

# 國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩士論文

以固定一邊為起點探討  
國中三角形全等性質補救教學之研究

A Study of Using the "Fixed Side as a Starting Point"  
to Investigate the Remedial Teaching in Congruence of Triangles

研究生：黃威鈞

指導教授：陳明璋 博士

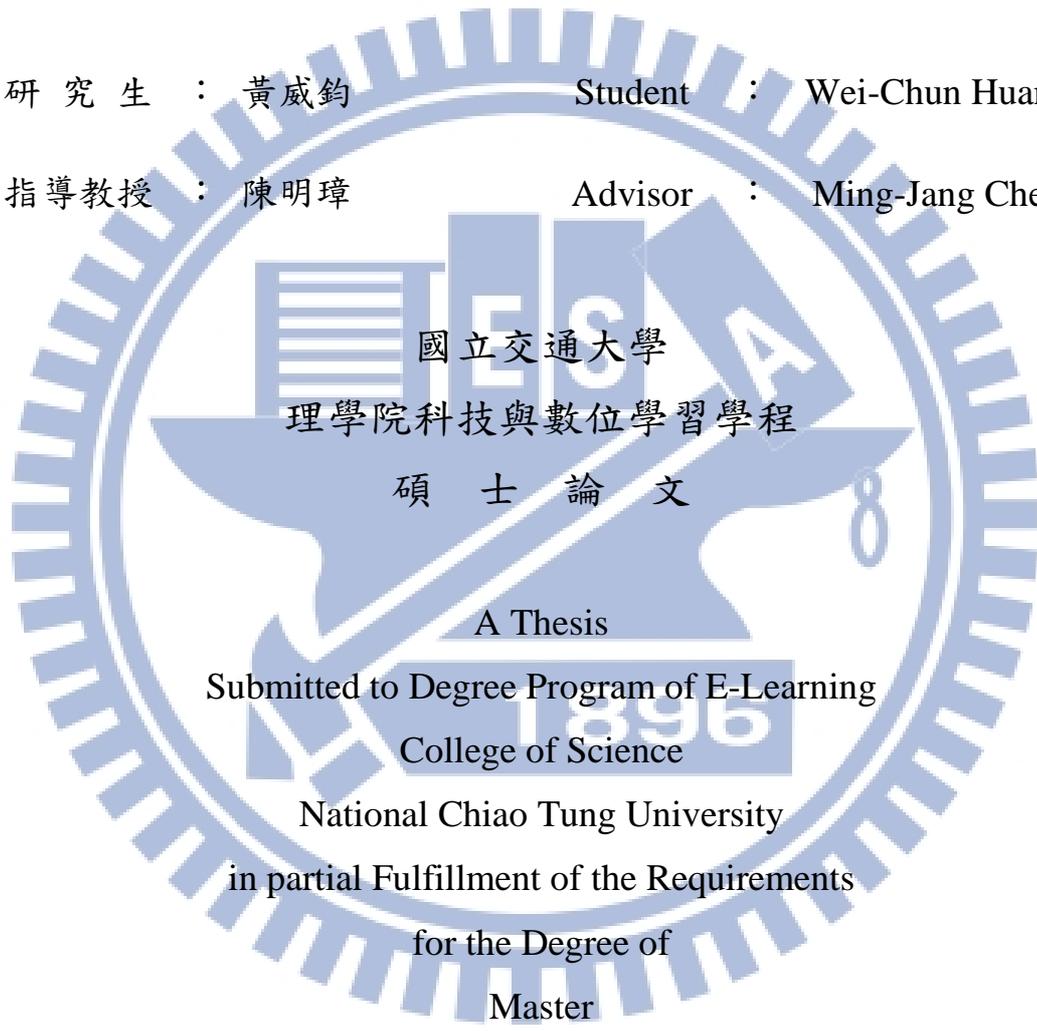
中華民國一百零二年八月

以固定一邊為起點探討  
國中三角形全等性質補救教學之研究

A Study of Using the "Fixed Side as a Starting Point"  
to Investigate the Remedial Teaching in Congruence of Triangles

研究生：黃威鈞 Student：Wei-Chun Huang

指導教授：陳明璋 Advisor：Ming-Jang Chen



A Thesis  
Submitted to Degree Program of E-Learning  
College of Science  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master

in

Degree Program of E-Learning

August 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零二年八月

# 以固定一邊為起點探討國中三角形全等性質補救教學之研究<sup>1</sup>

學生：黃威鈞

指導教授：陳明璋 博士

國立交通大學理學院科技與數位學習學程

## 中文摘要

鑑於低成就學生在學習三角形全等性質上的困難，本研究探討三種不同的教材脈絡對於三角形全等性質補救教學的成效，其中「解析組」以固定一邊後，分析需要幾個條件才能確保兩個三角形全等及「建構組」以固定一邊後，如何尋找第三個頂點才能確保兩個三角形全等對照於「尺規組」的能以尺規作圖理解兩個三角形全等的意義，採準實驗研究法對新北市某國民中學 90 名低學習成就學生進行補救教學，並透過單因子共變數分析以教材脈絡為自變項，前測為共變項，分析三種教材脈絡教學對於後測及延後測學習成效上的影響。得到研究結果 (1)在各組的教材脈絡下，參與補救教學的學生在學習成效上並沒有顯著的差異；(2)經補救教學後，各組學生於後測皆能有顯著的進步；(3)經補救教學後，解析組及建構組學生於延後測仍能保有顯著的進步。因此可知引導學生透過理解學習三角形的全等性質，除了能提升學習成效外，亦在延宕成效上有較好的表現。

關鍵字：三角形全等性質、固定一邊、補救教學、認知負荷。

---

<sup>1</sup>本論文部分研究成果與國科會專題研究計畫 100-2511-S-009-006- 及 101-2511-S-009-006-MY2 相關。

# A Study of Using the "Fixed Side as a Starting Point" to Investigate the Remedial Teaching in Congruence of Triangles

Student: Wei-Chun Huang

Advisor: Ming-Jang Chen

Degree Program of E-Learning  
National Chiao Tung University

## Abstract

In view of the low achievement students have difficulties in learning congruence of triangles, this study investigated the impact of three different context of materials for remedial teaching in congruence of triangles. Where "Analytic group" fixed a side then analyzing how many conditions are required to ensure that the two triangles are congruent and "Constructive group" fixed a side then thinking how to find the third vertex to ensure that two triangles are congruent relative to "Ruler group" understanding the significance of congruence of triangles by ruler and compass construction. The research is based on analysis of covariance quasi-experimental design. Ninety low achievement students from a New Taipei City junior high school are participated in this study. Summarizing the results: (1) there is no significant difference in learning effect between three groups, (2) three groups have significant progress in the post-test, (3) "Analytic group" and "Constructive group" have significant progress in the delayed posttest. So we can see students learning congruence of triangles through understanding, in addition to enhance learning effect, but also have better performance in the delayed posttest.

Keyword : congruence of triangles, fixed side, remedial teaching, cognitive load.

## 誌 謝

今年夏天終於完成了重返校園，以學生身份再為自己充電的心願，回首這兩年說長不長，說短不短的時光，經歷了父親重病的憂，也經歷了孩子出生的喜，很開心自己能夠順順利利的走過這段時間，當然一路上要感謝的人實在太多了。

首先最感謝的當然是耐心指導我的指導教授陳明璋博士，不但指引我明確的研究方向，且不斷的鼓勵我不要放棄、堅持下去，讓我能在兩年內完成論文。也感謝李俊儀教授、袁媛教授、黃大原教授、莊榮宏教授能撥冗擔任口委，給予許多在論文修改上的建議，讓我的論文能更臻於完美。當然還有一起努力的 AMA 團隊：天行、士立、昭吉、晨意、雅婷、淑貞，若是沒有你們一路的陪伴與扶持，我一定無法完成這本論文，而這個團隊的 CEO 振順學長當然也是功不可沒，總是能點出我們沒注意到的細節與盲點，給我們最精闢的建議。

此外也要感謝學校的好同事給予我許多協助，不但在平時我需要趕到交大上課時，幫我照顧導師班的學生，在最後論文衝刺階段幫我把所有輔導課、會議排開，讓我能專心處理論文的修訂，也謝謝我最親愛的老婆佑玲，不但在產假結束後短短的時間內就幫我協調好所有參與測驗的導師、學生及場地，給我許多寶貴的建議與經驗，讓我能無後顧之憂的專心於準備教材，也謝謝身為學務主任的建偉學長在施測時幫我控制住場面，讓測驗可以順利的完成，當然也要對所有參與研究的學生致上十二萬分的感謝。

最後當然是要感謝最溫暖避風港中的家人，謝謝爸、媽、岳父、岳母與老婆，能包容我在忙於工作與學業時忽略掉的家庭，依然給我最大的支持與關懷，謝謝你們幫我分擔了在家庭中我所應負的責任且毫無怨言，只是不斷關心我、照顧我，也謝謝最可愛的兒子阡恩在這個時間來報到，讓我的人生能更圓滿、充實，要感謝的人實在太多了，僅以此論獻給所有幫助過我的人，謝謝你們。

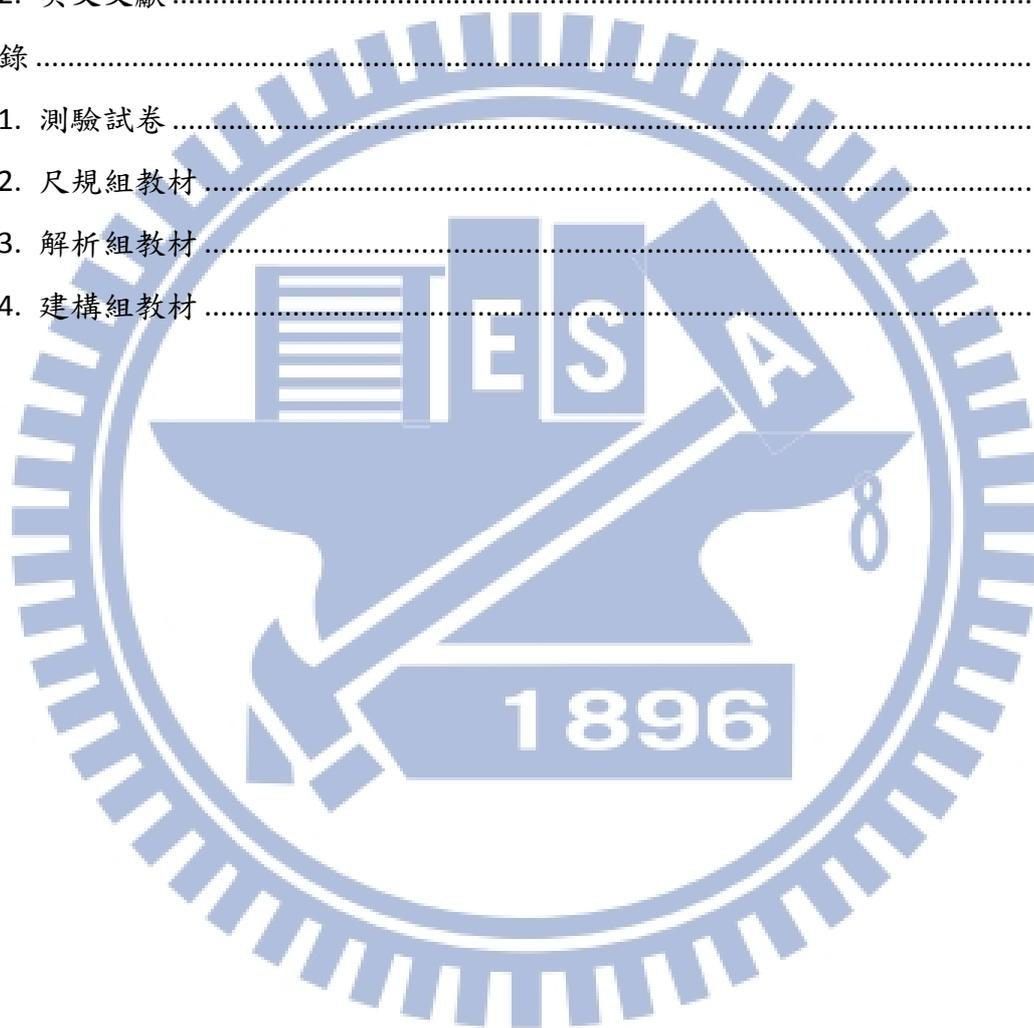
威鈞 2013 / 8 / 24

# 目 錄

中文摘要.....	i
Abstract.....	ii
誌 謝.....	iii
目 錄.....	iv
表目錄.....	vii
圖目錄.....	ix
第一章 緒論.....	1
1-1 研究背景與動機.....	1
1-2 研究目的.....	4
1-3 研究問題.....	4
1-4 研究假設.....	4
1-5 研究範圍與限制.....	5
1-6 名詞解釋.....	6
第二章 文獻探討.....	9
2-1 認知負荷理論.....	9
2-1-1 認知負荷理論的基本假設.....	9
2-1-2 認知負荷理論的認知負荷類型.....	10
2-1-3 認知負荷理論的教學設計原則.....	11
2-1-4 認知負荷理論於本研究之影響.....	14
2-2 多媒體學習理論.....	15
2-2-1 多媒體學習理論的基本假設.....	15
2-2-2 多媒體學習理論的認知負荷類型.....	16
2-2-3 多媒體學習理論的教學設計原則.....	16
2-2-4 多媒體學習理論於本研究之影響.....	19
2-3 特徵整合理論.....	19
2-3-1 注意力.....	20
2-3-2 視覺搜尋.....	21
2-3-3 特徵整合理論.....	22

2-3-4 特徵整合理論於本研究之影響.....	23
2-4 三角形的全等性質.....	24
2-4-1 課程綱要中的全等性質.....	24
2-4-2 全等性質的相關研究.....	25
2-4-3 對於本研究之影響.....	29
2-5 補救教學.....	30
2-5-1 現行補救教學法規.....	30
2-5-2 補救教學的相關研究.....	32
2-5-3 對於本研究之影響.....	34
第三章 研究方法.....	35
3-1 研究流程.....	35
3-2 研究設計.....	36
3-2-1 研究架構.....	36
3-2-2 研究變項.....	36
3-2-3 實驗流程.....	37
3-3 研究對象.....	37
3-3-1 三組學生在總分部份程度可視為一致.....	38
3-3-2 三組學生在各分項程度可視為一致.....	38
3-4 研究工具.....	39
3-4-1 實驗教材.....	39
3-4-2 測驗試卷.....	43
3-5 資料分析.....	45
第四章 研究結果與討論.....	47
4-1 研究結果.....	47
4-1-1 後測成績之組間分析.....	48
4-1-2 延後測成績之組間分析.....	55
4-1-3 後測及延後測成績之組內分析.....	62
4-1-4 研究分析結果摘要.....	68
4-2 研究討論.....	71
第五章 結論與建議.....	73

5-1 研究結論.....	73
5-2 研究建議.....	73
5-2-1 對於教學之建議.....	73
5-2-2 對於未來研究之建議.....	74
參考文獻.....	77
1. 中文文獻.....	77
2. 英文文獻.....	80
附 錄.....	83
1. 測驗試卷.....	83
2. 尺規組教材.....	85
3. 解析組教材.....	93
4. 建構組教材.....	97



## 表目錄

表 1 兩種注意力處理系統比較表.....	20
表 2 教學實驗流程表.....	37
表 3 各組學生前測成績描述性統計摘要表.....	37
表 4 教材脈絡及口語引導比較表.....	39
表 5 測驗試卷分析之雙向細目表.....	44
表 6 測驗試卷難度與鑑別度.....	44
表 7 各組學生後測及延後測成績描述性統計摘要表.....	47
表 8 三組學生在後測總分組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	48
表 9 三組學生在後測總分單因子共變數分析摘要表.....	48
表 10 三組學生在後測中三角形全等的意義分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	49
表 11 三組學生在後測中三角形全等的意義分項單因子共變數分析摘要表.....	49
表 12 三組學生在後測中三角形的全等性質分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	50
表 13 三組學生在後測中三角形的全等性質分項單因子共變數分析摘要表.....	50
表 14 三組學生在後測中應用全等性質證明分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	51
表 15 三組學生在後測中應用全等性質證明分項單因子共變數分析摘要表.....	51
表 16 三組學生在後測中概念了解分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	52
表 17 三組學生在後測中概念了解分項單因子共變數分析摘要表.....	52
表 18 三組學生在後測中程序知識分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	53
表 19 三組學生在後測中程序知識分項單因子共變數分析摘要表.....	53
表 20 三組學生在後測中應用解題分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	54
表 21 三組學生在後測中應用解題分項單因子共變數分析摘要表.....	54
表 22 三組學生在延後測總分組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	55
表 23 三組學生在延後測總分單因子共變數分析摘要表.....	55
表 24 三組學生在延後測中三角形全等的意義分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	56
表 25 三組學生在延後測中三角形全等的意義分項單因子共變數分析摘要表.....	56
表 26 三組學生在延後測中三角形的全等性質分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	57
表 27 三組學生在延後測中三角形的全等性質分項單因子共變數分析摘要表.....	57
表 28 三組學生在延後測中應用全等性質證明分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	58

表 29 三組學生在延後測中應用全等性質證明分項單因子共變數分析摘要表.....	58
表 30 三組學生在延後測中概念了解分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	59
表 31 三組學生在延後測中概念了解分項單因子共變數分析摘要表.....	59
表 32 三組學生在延後測中程序知識分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	60
表 33 三組學生在延後測中程序知識分項單因子共變數分析摘要表.....	60
表 34 三組學生在延後測中應用解題分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表.....	61
表 35 三組學生在延後測中應用解題分項單因子共變數分析摘要表.....	61
表 36 尺規組前測與後測相依樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	62
表 37 解析組前測與後測相依樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	63
表 38 建構組前測與後測相依樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	64
表 39 尺規組前測與延後測相依樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	65
表 40 解析組前測與延後測相依樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	66
表 41 建構組前測與延後測相依樣本 $t$ 檢定摘要表 .....	67
表 42 分析結果摘要表.....	68
表 43 三組後測及延後測成績相對於前測成績之結果比較表.....	69

## 圖目錄

圖 1 多媒體學習理論模型.....	15
圖 2 平行搜尋和序列搜尋.....	21
圖 3 (c)是結合搜尋的範例.....	22
圖 4 特徵整合理論架構圖.....	23
圖 5 分析探究任務調查報告表.....	27
圖 6 一條「邊」法說明圖.....	29
圖 7 研究流程圖.....	35
圖 8 測驗分數折線圖.....	70



# 第一章 緒論

本章共有六節，分別說明研究背景與動機、研究目的、研究問題、研究假設、研究範圍與限制及名詞解釋。

## 1-1 研究背景與動機

古希臘哲學家柏拉圖(427BC - 347BC)據說曾在其所創立的柏拉圖學園(Plato's Academy)門口上方刻了這麼一句話：「不懂幾何的人，不得進入此門。」(Let no one ignorant of geometry enter here.) (Victor, 2008)，可見得柏拉圖認為要進入學園就讀一定要有足夠的邏輯思考能力，而幾何恰好成了柏拉圖最好的檢驗工具；完成巨著幾何原本(Elements)的歐幾里得(325BC - 265BC)在當時最著名的數學中心亞歷山大城中，他是最傑出的數學家，因此當時的國王托勒密很喜歡向他請教數學問題，而國王又常常被困難的幾何題目所困擾，因此問歐幾里得學習幾何有沒有捷徑或是比較容易學會的方法，沒想到歐幾里得竟回答國王：「幾何無王者之道」(There is no royal road to Geometry.) (Proclus, 1992)，由此可知學習幾何除了需要清晰的邏輯思考能力外，還需要付出許多努力才能學得好，絲毫無法投機取巧。

幾何是一門被公認為難學的課程，學生常常在學習推理和證明這個部份時遭遇到極大的困難。數學教育研究中也顯示中學生幾何學習的成就不佳，而中學生也普遍認為幾何是數學課程中最困難的課程(Fey, 1984)。王俐文(2008)認為數學論證的課程發展，可分為兩大類，一種為代數論證，另一種則為幾何論證，在國中的論證活動主要是偏向幾何方面，而學生在幾何證明單元的表現往往不盡理想，原因或許是學生對於基本的幾何性質不夠熟練、對於圖形理解的表徵轉換困難，加上認知上由非形式操作期進入形式化演繹的阻礙，前因後果常常混淆不清，何謂前提、結論常有本末倒置之虞，更甚者連題意都不清楚，更何況是完成證明呢？謝銘祥(2007)認為在傳統國中幾何教學中，教師面臨的困境在教材、教具可能準備不易、無多樣性及隨機性並且無法重複使用，在幾何概念的建構以及從觀察、歸納而發現幾何性質的過程常因多所限制而被忽略。由此可知不論在國內外，幾何論證都對學生造成很大的困擾，除了學生在生理上的認知限制外，教師在教材的設計上可能也有困難之處，致使無法給學生一個有效的學習環境，因此善用多媒體輔助教學不失為一個解決之道。

但近年來國中基本學力測驗中，數學科題型皆為選擇題，除去了非選擇的題型，無形中將幾何證明屏除於考試之外，而在現今考試領導教學的環境下，造成學生對於學習幾何證明的態度低落，可是在國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中（教育部，2009），幾何是四大主題之一，其中幾何證明又是數學這門科目中最適合用來培養學生邏輯思考能力的單元，而邏輯思考能力正是九年一貫課程中所強調的「帶著走」的能力，在國中課程安排的架構下，八年級下學期才開始接觸幾何部分的教材，而學生在學完第二章中的尺規作圖後，就必須馬上運用尺規作圖，利用繪製出唯一一個與給定條件一模一樣三角形的概念來認識何謂三角形的全等性質，在學生尚未精熟尺規作圖的概念及方法下，要學生去理解何謂三角形的全等性質的確有其難度。可是在幾何證明這部份的課程內容中，運用三角形的全等性質去證明長度等長、角度相等之類的題目是最基本的證明，如果學生無法在此踏出成功的第一步，那麼面對之後有關的幾何課程時，學生可能都沒有足夠的信心來學習，或是完全放棄學習，如果這樣的課程安排對於學生的負擔過重，也許不同的教材設計能帶給學生更好的學習成效。

根據國內許多有關三角形全等性質的研究顯示，利用三角形全等的條件來證明這類型的題目是幾何題目中表現最差的(謝易達，2012)，其中常見的錯誤包含了定義認知方面的錯誤、混淆相似概念的錯誤等類型(黃昭智，2010)，而在擷取三角形全等條件則時常發生不完整邊角的關係，或所擷取的條件非全等條件兩種錯誤(吳慧真，1997)，除了從這些研究中發現學生在這部份課程學習上的困難及容易發生的錯誤類型外，也有許多研究提出不同的教學策略希望能夠改善學生的學習困境，如將數學史融入教學中雖能提高學生學習動機卻無法有效提升學習成效(歐宗賢，2009)，而利用 GSP 輔助教學的研究中，有學習成效優於傳統講述教學(李春生，2006)，也有學習成效無顯著差異但在測驗成績上實驗組顯著的較對照組集中(楊永慶，2012)。但上述的研究中主要都是透過提供一些輔助方式來提升學生的學習成效，而未針對教材脈絡或是說明方式做調整，所以如果能針對教材內容提出不同的詮釋方法、思考脈絡，也許能修正學生在這個單元的錯誤迷思、提高學生認知方面的水準以避免發生常犯的錯誤，進一步期望能有效的提升學習成效，而研究者本身回想當初在學習三角形全等性質時的情況，當時並不了解全等性質是從何而來，而是透過背誦、記憶將全等性質當作一個工具來使用，即使經過不斷的練習後仍不明白箇中道理，因此出現了死記後又要面對變化多端的證明問題，造成的負擔可想而知，如能讓學生從根本理解，或許能改善這種困境。

此外，近年來的教育改革不斷期盼學校能做到「質的提升」及「帶好每個學生」，達到「有教無類、因材施教」的適性教育，協助學習低成就的學生並為其進行補教教學的工作，且課程綱要中的素質指標亦強調「要把每一位學生都帶上來」，我們也都知道「學生是學習的主體」，教材、教學活動應以學生為中心設計，但老師們常忽略了部份低成就學生在教室卻無法跟上學習或放棄學習，而成為「教室中的客人」。尤其是國中小教學現場的教師，在當前的教學活動進行中，常受限於時間及人力不足，對於輔導低成就學生之學習，常常感到力有未逮。我們都知道低成就學生需要的不是複製知識的方法，他們需要的是重拾對學習的信心與樂趣(李美穗，2009)。

研究者任教於國中階段，隨著年級的升高，放棄數學的學生比例也逐年升高，學習任何科目必然需要有一定的成就感在背後支撐，而無法獲得成就感的結果，也許就是學生在他學習數學的階段都必須在挫折中渡過。由於這些學生在學習過程中由於累積太多的失敗經驗因此會有許多負向的自我語言與思考模式(秦麗花，1995)，身為第一線的教師應該好好思考如何在他們最需要別人伸出援手的時候幫他們一把，但低成就學生往往會說：「我就是聽不懂呀！」，這背後所代表的意義可能並非單純的拒絕學習或沒有學習意願，而是在教材的編排上(外在認知負荷)或內容上(內在認知負荷)超出他們所能負荷的範圍，當然先備知識的不足也會造成內在負荷的增加，因此面對這些對數學已經放棄希望的低成就學生，希望能藉著八年級在學習內容由代數轉換為幾何的時間點，紮穩根基、跟上學習的步調。

基於這些想法，研究者希望能在這個單元，利用各項學習理論(如認知負荷理論、多媒體學習理論、特徵整合理論等…)設計出有效降低外在認知負荷的教材，並在教材的脈絡上做出與傳統教材脈絡的區別(將繁複的尺規作圖過程更換為解釋及說明為什麼找出唯一的三角形可以解釋三角形的全等條件，避免學生將注意力放在尺規作圖的操作之上)，藉此降低教材本身的內在負荷，希望內在、外在負荷同時降低的情形下，能提供低成就學生有效學習的環境，不要將數學視為「不可能的任務」而避之唯恐不及，也藉著數位教材便利性，如省時、可重複展演的特點，讓教師有更多的時間與學生互動與解說學習內容，將時間做最有效率的運用，而最重要的當然是希望能夠提升低成就學生的學習成效，讓他們也能在課堂上展露笑顏。

## 1-2 研究目的

本研究嘗試應用認知負荷理論、多媒體學習理論中提及的教學設計原則，並融合注意力引導與視覺搜尋等技巧來設計實驗教材，期望能透過改善教材的設計以降低外在認知負荷，因此根據實驗單元「三角形的全等性質」設計出三份不同的教材：(1)尺規組：遵循九年一貫八年級課本翰林版的教材脈絡，採用能以尺規作圖理解三角形的全等性質；(2)解析組：採用固定三角形一邊的一個條件逐漸增加到三個條件的分析方式，解釋三角形為什麼需要三個條件才能確保三角形全等來推論出全等性質；(3)建構組：採用在固定三角形一邊後(表示已知兩個頂點)，以尋找第三個頂點的方式來發現還需要額外兩個條件才能確保三角形全等來推論出全等性質。而解析組與建構組皆採用了三角形全等必有一組對應邊等長做為起始條件(透過讓學生觀察兩個三角形的三組對應角皆相等，並無法確保這兩個三角形會全等，也可以讓學生產生經縮放後角度不變的心像，有助於銜接之後三角形的相似性質)，希望藉此觀察在不同的實驗教材脈絡下，對於接受補救教學學生的學習成效是否會有影響。

## 1-3 研究問題

基於上述的動機與目的，本研究提出下列三項問題：

1. 不同的教材脈絡對學習三角形全等性質之立即成效是否有影響？
2. 不同的教材脈絡對學習三角形全等性質之延宕成效是否有影響？
3. 經補救教學後，對學習三角形全等性質之立即與延宕成效是否有提升？

## 1-4 研究假設

依據上述的研究問題，本研究提出下列三項假設：

1. 尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之立即成效上有顯著差異。
2. 尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之延宕成效上有顯著差異。
3. 尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之立即與延宕成效上皆有顯著提升。

## 1-5 研究範圍與限制

### 1. 研究範圍：

本研究以「三角形的全等性質」為研究範圍，教材來源為參考九年一貫八年級課本翰林版及研究者本身的自編教材，其內容包含三大部分：(1)解說三角形全等的意義(三組對應邊等長、三組對應角相等)；(2)介紹三角形的全等性質；(3)應用三角形全等性質的證明範例。

### 2. 主題限制：

本研究僅針對「三角形的全等性質」單元作討論，因此對於不同的數學教學單元仍需設計不同的實驗與教材才能加以印證，並無法直接類推。

### 3. 母群體限制：

本研究以新北市某國中的八年級學生共 90 人做為施測母群體，因此研究結果僅能推論與本研究樣本屬性相同之學生，並無法作一般性的推論。

### 4. 受試人員限制：

補救教學的受試人員為新北市某國中的八年級學生，由於這些學生是由該國中八年級的 15 個班級中抽選出 9 個班級，再從各班依前測成績選取最後 10 名的學生共 90 人後，隨機將這 9 個班級學生平均分配到 3 個組別，每組 30 人皆是混合產生的班級，且研究者本身非此校的教師，因此各組學生均非研究者任教學生，學生在知道自身為被研究者，且混班後在不熟悉的學習環境(視聽教室)、同儕的情況下，可能無法表現出平日上課的情形，而導致影響實驗的成果。

### 5. 實驗時間限制

受現實環境因素限制(三組的授課教師皆為研究者本身)，因此受試人員的教學與施測時間點(後測)略為不同，可能會因此影響到學生的學習情況及受測心態，以致於影響實驗的結果。

## 1-6 名詞解釋

### 1. 以固定一邊為起點：

由於三角形的五個全等性質中(SSS、SAS、RHS、ASA、AAS)，我們可以觀察到每一個全等性質至少都包含了一組對應邊等長，因此我們可以將原本不知該如何歸類羅列出來的全等性質找出一些歸納方法，而非課本上直接給出五個全等性質，再分別解釋為什麼，如此一來只知道這五個全等性質為何成立，卻不知它們從何而來，如此一來只知其一、卻不知其二的後果，必然又淪為記憶與背誦，完全背離了數學所應有的理解與推論，因此本研究在說明全等性質時，先以 AAA 並非全等性質切入，如此一來，欲說明兩個三角形全等必然要有一組對應邊等長，而由此為起點便可較輕易的羅列出所有可能為全等性質的情形，也可讓學生知道全等性質究竟從何而來，而研究中的解析組與建構組則以此為起點，分別再由兩個不同面向來作解釋：解析組透過分析的方式一步一步推論出所有情形；建構組則是透用尋找第三點的方式來尋找全等性質。兩者皆希望學生能經過理解後，再去思考 SSS、SAS 等... 為什麼是全等性質，藉此提升學習成效。

### 2. 三角形的全等性質：

驗證兩三角形是否全等的判別條件我們稱之為全等性質，而全等性質包含以下五種：SSS、SAS、RHS、ASA、AAS，其中 S (Side) 表示對應邊等長、A (Angle) 表示對應角相等，而本研究中將 RHS 視為 SSA 的特例，並且在三組教學的上課過程中皆特別強調 SSA 並非全等性質，但是當 SSA 中的對應角恰好等於直角時，我們將 A 以 R (Right Angle) 來表示(代表對應角為直角)、並將其中一個 S 以 H (Hypotenuse) 來表示(代表對應邊恰為直角三角形的斜邊)，藉此讓學生徹底了解全等性質的由來，而非單純的死記各個結果。

### 3. 尺規組教材：

為本研究中三組實驗教材之一，教材安排的脈絡依據翰林版本的課本內容稍作調整，主要是利用尺規作圖，依據所給定的條件去畫出三角形，發現大家所畫出來的三角形都一模一樣，因此推論這些給定的條件是可以確保三角形全等的性質，而課本安排的順序為 SSS、SAS、ASA、AAS 及 RHS，研究者則將 RHS 的順序掉換至 SAS 之後介紹，並與解析組、建構組一樣將 RHS 視為 SSA 的特例來進行教學。

#### 4. 解析組教材：

為本研究中三組實驗教材之一，教材安排的脈絡為先說明兩個三角形若三個角度完全相等時，也無法確保兩個三角形會全等，表示兩個三角形若要全等必然有一組對應邊等長，因此以固定一邊為起點開始分析怎樣才能讓兩個三角形全等，在發現只有一個條件(一組對應邊等長)的情形下無法確保兩個三角形全等後，再多加入一個條件(兩組對應邊等長或一組對應邊等長、一組對應角相等)去探討，發現亦無法確保兩個三角形全等，所以再多加入一個條件(三組對應邊等長或兩組對應邊等長、一組對應角相等或一組對應邊等長、兩組對應角相等)，並分析對應邊、對應角相對位置的差異，一步一步的讓學生了解全等性質為什麼需要三個條件，而非一個、兩個(不足)或四個(多餘)條件，並教導學生如何有系統地探究所有情況，確保沒有任何一種情況被遺漏掉，藉此讓學生認識三角形的全等性質及其由來。

#### 5. 建構組教材：

為本研究中三組實驗教材之一，教材安排的脈絡為先說明兩個三角形若三個角度完全相等時，也無法確保兩個三角形會全等，表示兩個三角形若要全等必然有一組對應邊等長，因此以固定一邊為起點開始探討怎樣才能讓兩個三角形全等，因為固定了一邊所以表示三角形三個頂點之中的兩個頂點位置已經確定了，所以要找出一個與已知三角形全等的三角形只要確定第三個頂點位置，至於要怎麼找出第三個頂點的位置則是由已知的兩個頂點出發，利用方向(對應角)及距離(對應邊)來尋找第三個頂點的位置，經由討論可以發現知道與兩個頂點之間的距離可以找到第三個頂點(SSS)或是從其中一個頂點出發的方向及距離也可以找到第三個頂點(SAS)，藉由探討怎麼找到確定的第三個頂點來說明三角形的全等性質，透過較生活化的尋找方式來解說全等性質的由來。



## 第二章 文獻探討

### 2-1 認知負荷理論

「認知負荷(Cognitive Load)」一詞來自於歐美的人體工學與人因工學等領域，從心理、生理與認知層面，探討工作與任務對執行者的影響與適合性。早期應用於軍事訓練與各種企業上，稱為「心智工作負荷(Mental Workload)」。1980 年代，Sweller 將此概念引入教育界，開始聚焦於教學法及學習內容對於學習者概念獲得與認知層面的影響(黃克文，1996)。

而根據 Sweller 等人在 Cognitive load theory (Sweller, Ayres, & Kalyuga, 2011) 書中提出的認知負荷理論是一種將人類的認知系統類比為生物的演化系統的理論，並將兩者皆視為一種自然訊息處理系統，因此在處理訊息時會遵循下列幾項原則：

- (1) 所有訊息都會儲存於一個容量無限的訊息儲存庫中(the information store principle)；
- (2) 大部分新訊息經由外部而來，並與自身基模重整後再儲存(the borrowing and reorganizing principle)；
- (3) 隨機產生新訊息以應付缺乏可用訊息的情況(the randomness as genesis principle)；
- (4) 隨機產生的訊息變化幅度是受限的，避免認知系統超載(the narrow limits of change principle)；
- (5) 運作熟悉的基模時，其在工作記憶區所佔用的時間及容量是不受限的(the environmental organizing and link principle)；

而透過上述的這些原則，所謂的「學習」即長期記憶區的基模產生了變化，而「認知負荷」即將某工作加諸在學習者的認知系統時所產生的負荷(Paas & van Merriënboer, 1994)，下面則分三個小節分別介紹認知負荷理論的基本假設、認知負荷的類型及其應用於教學設計時的原則。

#### 2-1-1 認知負荷理論的基本假設

##### 1. 工作記憶有限

工作記憶區平均能儲存  $7 \pm 2$  個元素，若要進行組織、對比、比較等處理時，則僅能處理 2~3 個元素(Sweller, 1998)，且停留時間極短暫(van Merriënboer & Sweller, 2005)。

## 2. 長期記憶無限

工作記憶中的訊息經過處理後會進入長期記憶區，長期記憶區的儲存量不但無限，同時也是永久的(張春興，1996)。

## 3. 知識與技能以基模(Schema)型態儲存於長期記憶

基模能將眾多訊息融合成一個單一的處理單位，藉此降低工作記憶區的負擔，並將眾多訊息以此型態儲存於長期記憶區(Sweller, van Merriënboer, & Paas, 1998)。

## 4. 基模運作自動化(Schema Automation)是建構基模的重要過程

人類有控制式與自動化兩種處理訊息的方式，而許多知識技能起初都是經由控制式處理，經由不斷練習後才能轉為自動化處理(Sweller, et al., 1998)。

### 2-1-2 認知負荷理論的認知負荷類型

#### 1. 內在認知負荷(Intrinsic Cognitive Load)

內在認知負荷包含兩種類型，一種是學習內容的內在結構所產生的認知負荷，與教材困難度、學習者的先備知識及專業程度有關(Sweller, et al., 1998)，但與教學程序無關；另一種是在學習內容時額外產生但有助於學習者建構適切基模的認知負荷，而這種有別於外在認知負荷且對學習有幫助的認知負荷稱為增生認知負荷(Germane Cognitive Load)(Kalyuga, 2011)。

#### 2. 外在認知負荷(Extraneous Cognitive Load)

外在認知負荷來自於教材呈現的方式或學習者從事的學習活動所產生的認知負荷，與學習內容的內在結構無關(Clark, Nguyen, & Sweller, 2006)。

學習時的認知負荷總量是由內在認知負荷加上外在認知負荷而得，因工作記憶區容量有限，所以當學習內容交互性很高時，內在認知負荷便會升高，為了進行有效的學習，應儘量透過改變教學策略來降低外在認知負荷，但若內在認知負荷仍超過工作記憶所能處理範圍時，可透過一些策略：如模組化或預先訓練等，先降低內在認知負荷，待發展出基模後再投入工作記憶區中，以完成學習任務；或者是透過增生認知負荷提供學習者有助於了解學習內容的策略，但需注意增加的認知負荷總量是否超出學習者的工作記憶負擔，避免導致無法學習(Sweller, et al., 1998)。

### 2-1-3 認知負荷理論的教學設計原則

認知負荷理論經由實驗，提出許多可運用於教學活動中的認知負荷效應(Sweller, et al., 2011)，分述如下：

#### 1. 開放目標效應(Goal-Free Effect)

傳統的教學大多是有標準答案導向的解題模式，容易將學習者侷限在某個固定框架下進行思考與認知處理，但開放目標即是讓學習者在沒有固定學習目標的情況下盡可能表達自己的思考，相較於傳統的目標問題，可以減少工作記憶的負荷，但只適用於解決方式有限及過程具有教育性意義的領域。

#### 2. 工作示例效應(Worked Example Effect)

在教導程式性知識時，可以先呈現適當的工作示例供學習者參考，提供完整的過程及步驟，協助他們更能理解問題，可以減少不必要的探索，因此可降低外在認知負荷，讓學習者能有更多的認知資源去形成基模以儲存於長期記憶中。

#### 3. 完成問題效應(Problem Completion Effect)

給定一個特定的目標並提供學習者部分的解決方案讓學習者繼續完成，也就是將工作示例加以修改為不提供所有的解決步驟，部分由學習者獨立完成，適用於以設計為導向的領域，如軟體設計、電子電路設計等…。此效應可以促進基模建立並引發更好的學習轉化。

#### 4. 分散注意力效應(Split-Attention Effect)

當學習者面對必須整合多方面的訊息才能達到學習與理解的目標時，整合的學習材料相較於分散的學習材料可產生較好的學習成效，因為學習者不用多花費心力去整合，可降低工作記憶區的負荷、避免注意力分散，也因為減少了不必要的搜尋與參照，可以降低外在認知負荷。

#### 5. 形式效應(Modality Effect)

學習者接受圖像搭配口語解說之形式的教材學習成效會優於圖像搭配文字解說之形式的教材，因為圖像與文字解說同屬於視覺形式，較易造成視覺通道資源不足，而圖像與口語分屬於視覺與聽覺兩種不同的通道，較不會有資源不足的情形。以人類的認知系統來看，當同時運用兩種通道處理訊息時，工作記憶區便能擴展應用。

## 6. 冗餘效應(The Redundancy Effect)

若學習教材中的內容可以用圖像、文字和口語解說傳達，且僅用其中之一便能將訊息傳達清楚，那麼多餘的部分應除去，以避免同時使用多種編碼，導致大量訊息同時湧入工作記憶區，造成外在認知負荷的升高，反而干擾學習，降低學習效果。此外先備知識亦會有所影響，如對初學者來說是必要、非多餘的訊息，可能對專家來說是多餘的，導致下述的專業知識反轉效應。

## 7. 專業知識反轉效應(The Expertise Reversal Effect)

學習教材中對新手是必要的訊息，但對專家學習者可能是多餘的，亦會增加外在認知負荷造成負面影響，如同冗餘效應；因此當訊息對新手是必要的，但對專家卻是多餘的，即產生此效應；而隨著學習者專業知識的逐漸提高，學習教材中的指引、訊息也應做適當處理，避免必要訊息因專業知識水準的提升而變成了多餘的訊息，因此產生了下述的指引漸退效應。

## 8. 指引漸退效應(The Guidance Fading Effect)

隨著學習者專業知識水準的提升，詳細的教學指引可能反而會增加外在認知負荷，適當的移除或省略部分指引，可避免產生冗餘效應或專業知識反轉效應，因此在教學的過程中，建議可以先依循工作示例效應，再採用完成問題效應，讓引導的部份逐漸減少，以利教學能順利進行。

## 9. 想像效應(Imagination Effect)

若學習者透過想像一個概念時，其表現優於直接學習此概念，此即想像效應，因為想像時需將相關的基模由長期記憶提取至工作記憶中，而此過程可以促進基模的自動化，但前提是學習者的先備知識水準要足夠，如此才能藉由想像提升長期記憶的基模(將多個元素結合為單一元素)，以便降低認知資源的需求，且先備知識較不發達的學習者，則會因為基模不足，而無法進行想像。

## 10. 自我解釋效應(Self-Explanation Effect)

讓學習者自行解釋一個新的概念，如此可以使新知識與既有的知識基模建立關聯，有助於理解、獲得新概念，但如同想像效應，學習者要有足夠的先備知識水準，

才能在工作記憶區中處理新的概念與知識基模，否則將無法進行。而上述兩項效應皆是學習者自己從事的心智處理過程，故皆需有較高的先備知識水準。

#### 11. 元素交互性效應(The Element Interactivity Effect)

元素交互性的高、低，決定了內在認知負荷的高、低，但工作記憶的認知負荷包括了內在認知負荷及外在認知負荷，所以當學習內容簡單時，即使外在負荷高，也有可能不影響學習，但當學習內容趨於複雜時，能否有效降低外在認知負荷，對於學習便顯得至為重要；且元素的交互性也與學習者的先備知識水準有關，因為運用基模可以有效降低元素的交互性。

#### 12. 獨立元素效應(Isolated Elements Effect)

若學習內容元素交互性過高，即內在認知負荷超出工作記憶範圍時，可藉由預先訓練、子目標、模組化等策略，將訊息加以切割或隔離元素的交互作用，使學習者產生有效的學習；此效應依然與學習者的先備知識水準有關，對初學者可能在理解知識與發展基模部份極有幫助，但若學習者已具備足夠的基模，如此的作法可能反而會引起專業知識反轉效應。

#### 13. 變化效應(The Variability Effect)

適度的在工作示例上增加變化，即使如此會增加內在認知負荷，但若將負荷控制在工作記憶限制的範圍內，如此學習者能在不同的問題之間應用所學到的知識，表示學習者能更深入的去瞭解、處理問題，建立更具彈性的基模。但此效應對於先備知識水準不足的學習者可能會造成其工作記憶的超載，反而不利學習，此時應採用上述的獨立元素效應。

#### 14. 短暫訊息效應(The Transient Information Effect)

在學習者尚未處理新訊息或與其建立連結前，訊息便消失所產生的效應，此效應並不會發生於容易維持或處理的短暫訊息，而是會發生於包含高交互性元素的短暫訊息，因其會產生大量的外在認知負荷而使工作記憶區超載，導致訊息消失，因此如果使用書面形式的持久訊息，讓訊息可以隨時取回至工作記憶而不至於遺失，則可有效降低此效應的發生。

## 15. 集體工作記憶效應 (The Collective Working Memory Effects)

在學習者面對高交互性元素的複雜學習任務時，若透過合作學習分擔彼此的工作記憶負荷能獲得較好的學習成效，即產生集體工作記憶效應。但為了進行合作，成員間必須共享與協調訊息，如此會需要額外的工作記憶資源，稱為處理成本(Kirschner, Pass, & Kirschner, 2009)，對於複雜的學習任務而言，即使附加上額外的處理成本，仍能讓認知負荷降低而有助於學習，但相對於簡單的學習任務而言，附加的額外處理成本可能反而會使認知負荷升高，便不建議採合作學習。

### 2-1-4 認知負荷理論於本研究之影響

對於補救教學學生而言，本實驗單元的內在認知負荷較高，因此欲達到有效的學習必定得降低外在認知負荷，因此在實驗的教材上運用了多項認知負荷理論的教學設計原則，如分散注意力效應(圖形位置皆一致)、形式效應(去除文字描述，只採用畫面搭配口語解說，力求教材版面的精簡)、冗餘效應(去除與學習無關的美化版面圖案、頁碼等…)、工作示例效應(因為五個全等性質的解說過程皆相似，就如同五個工作示例，並在證明部分給出完整的範例，讓學生能依此學習)、指引漸退效應(解說過程中會逐漸減少口語的描述，因為五個全等性質在三種教材脈絡的解說中都有許多重複的部份)，來降低外在認知負荷，希望能將認知負荷控制在學生工作記憶所能負荷的範圍內。

因為本研究是針對低學習成就學生的補救教學，因此在學生先備知識不足的情形下，避免使用想像效應、自我解釋效應(前述兩效應學習者的先備知識水準需足夠)、變化效應(會增加內在認知負荷)，而在實驗教材脈絡的設計上，除尺規組採用課本透過重複的作圖來解說外，另外解析組與建構組兩者皆省略與理解三角形全等性質無關的作圖步驟，將重心擺在詳細解說為什麼兩個三角形會全等，希望藉著除去繁複的作圖過程來降低教材的內在認知負荷，幫助學生達到有效的學習。

## 2-2 多媒體學習理論

Mayer(2001)與多位學者提出以 Paivio(1986)的雙碼理論(Dual-Coding Theory)為基礎的多媒體學習理論，其理論模型如圖 1，指出多媒體學習是指利用文字(口述或印刷文字)或圖像(靜態圖片、圖表、照片、地圖、動畫或影片)來呈現教材進行學習，而近年來因應數位學習(e-Learning)的蓬勃發展，Clark 與 Mayer(2007)將數位學習定義為使用電腦透過光碟、網際網路及區域網路教學，其特徵亦是使用多媒體，故數位學習也是多媒體學習，而由下圖的模型中，我們可以看到訊息經由感官接收後，須透過選取、組織與整合等三個重要的認知流程，才能產生有意義的學習。

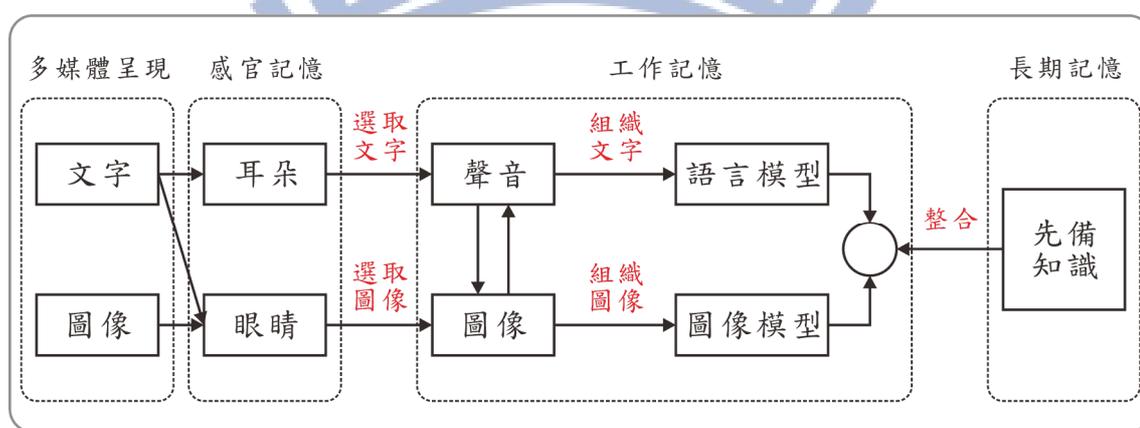


圖 1 多媒體學習理論模型

資料來源：修改自 *Multimedia Learning* (2nd ed) (p.61), by R. E. Mayer, 2009, New York: Cambridge University Press.

### 2-2-1 多媒體學習理論的基本假設

#### 1. 雙通道假設(Dual-channel assumption)

人類擁有視覺與聽覺兩個獨立的訊息處理通道，且兩者不會佔據彼此的資源，若訊息是以圖表、文字等方式呈現，則由視覺通道進入工作記憶區中；若訊息是以旁白、聲音等方式呈現，則由聽覺通道進入到工作記憶區中，但不同形式的訊息可在工作記憶區中轉換為另一種形式(Mayer, 2002)。

#### 2. 有限容量假設(Limited-capacity assumption)

因工作記憶的容量有限(Mayer, 2001)，所以每個通道同時能處理的訊息量也有限，因此當訊息大量湧入時，只能選取部份訊息進入工作記憶中，因此哪些訊息該被注意或擷取便顯得重要，以避免關鍵訊息被遺漏，使得工作記憶中的訊息不完整。

### 3. 主動處理假設(Active-processing assumption)

人類在接收到訊息後，會主動的去選取訊息進入工作記憶中(此時與注意力的有關)，並在工作記憶中將訊息組織為模型，然後與存在長期記憶中的知識、經驗、基模整合，一切的認知活動都會主動進行處理(Clark & Mayer, 2007)。

## 2-2-2 多媒體學習理論的認知負荷類型

### 1. 外在的認知處理(Extraneous Cognitive Processing)

相當於認知負荷理論中的外在認知負荷，指的是學習過程中與學習目標無關的認知處理，大多是起因於不良的教學設計，導致於認知處理超出了學習者的工作記憶，而影響學習的成效，於教學過程中應儘量降低(DeLeeuw & Mayer, 2008)。

### 2. 本體的認知處理(Essential Cognitive Processing)

相當於認知負荷理論中的內在認知負荷，指的是選取學習內容訊息到工作記憶區的認知處理，此部份是由教材本身的難易度與複雜度決定(DeLeeuw & Mayer, 2008)。

### 3. 衍生的認知處理(Generative Cognitive Processing)

相當於認知負荷理論中的增生認知負荷，指的是組織與整合訊息時，藉其它方式使學習者更了解學習內容的認知處理，如提高學習動機(DeLeeuw & Mayer, 2008)。

## 2-2-3 多媒體學習理論的教學設計原則

基於上述的三種認知處理皆會佔用工作記憶中有限的認知資源，因此多媒體學習理論提出了十二個在製作多媒體教材的教學設計原則，其中有五個原則是用以降低外在的認知處理(1~5)、三個原則用以管理本體的認知處理(6~8)、四個原則用以增加衍生的認知處理(9~12)，此十二個教學設計原則分述如下(Mayer, 2009)：

### 1. 連貫原則(Coherence Principle)

排除與教學內容無關的文字、圖片、聲音或符號等素材，以避免學習者因注意力分散，而導致學習成效不彰。

## 2. 信號原則(Signaling Principle)

教材設計時應加入適當的信號來引導學習者的注意力，讓學習者將注意力放在關鍵處，常用的言詞信號(Verbal signaling)如：大綱(Outline)、標題(Headings)、強調聲音(Vocal emphasis)、指標字(Pointer words)等；視覺信號(Visual signaling)如：箭頭(Arrows)、顏色區別(Distinctive colors)、閃爍(Flashing)、指示手勢(Pointing gestures)、淡化(Graying out)。

## 3. 重複原則(Redundancy Principle)

教材以圖像加上旁白呈現的效果優於圖像加上旁白及字幕，因為圖像與字幕都是經由視覺通道進入工作記憶，若因此造成視覺通道的負荷過重，將影響學習成效，但若是教材 (1)內容沒有圖像、(2)有給予學習者充分的時間或 (3)旁白非母語或內容專業、艱深時，可增加字幕幫助學習。

## 4. 空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)

對應的圖、文位置接近效果優於遠離，因為接近比較容易建立訊息間的關聯，即使對應圖、文的訊息應教材內容必需分散在不同的區塊時，也應使用指示線連接對應部分以建立關聯。

## 5. 時間接近原則(Temporal Contiguity Principle)

相關的圖、文同時呈現優於依序呈現，因為依序呈現必須在工作記憶區保持先前訊息以和後續訊息加以整合，徒增工作記憶的負擔，可能導致可用的學習資源不足，造成學習效果不佳。

## 6. 分割原則(Segmenting Principle)

將教材適當分成較小片段效果優於連續完整呈現，因為將教材分成較小片段時能讓展演者有效的控制學習步調，且當教材內容較複雜或學習者對教材內容不熟悉時，分段能讓學習者有足夠的時間及工作資源去選取訊息後加以組織並整合；若是連續完整呈現可能會造成學習者在忙於組織、整合訊息時，又需同時注意選取連續出現的新訊息，造成工作記憶超載。

## 7. 事先訓練原則(Pre-training Principle)

當學習內容較複雜時，如能讓學習者在學習前先知道主要概念的特徵及專有名詞，或先複習所需的先備知識，能獲得較佳的學習效果。

## 8. 形式原則(Modality Principle)

當教材內容包含文字與圖像時，將文字轉化為旁白搭配圖像效果優於文字搭配圖像，因為運用雙通道將比單通道有更多的資源可用，也可避免文字與圖像同時進入視覺通道時所造成的資源不足情形。

## 9. 多媒體原則(Multimedia Principle)

教材同時運用圖像與文字的效果優於只有文字呈現，因為圖像與文字同時呈現能讓學習者在工作記憶中建立兩個表徵間的關聯，而此原則對新手特別重要，因為有經驗的學習者可以透過文字來建立自己的心智圖像，但新手則需要有配合文字的圖像表徵來幫忙。

## 10. 個人化原則(Personalization Principle)

「對話式」的字幕或旁白效果優於「制式」的字幕或旁白，且教學者對話應多使用第一人稱(我)、第二人稱(你)等自然對話，避免使用第三人稱，如此可以營造出交談的感覺，以促進學習者的認知處理。

## 11. 聲音原則(Voice Principle)

若多媒體教材包有語音旁白時，則此語音旁白以親切的人聲呈現效果優於生硬的機器合成音。

## 12. 圖像原則(Image Principle)

若教材內容中包含有教學者的影像呈現在畫面上時，學習效果不一定比較好，因為學習者可能會因為住要到教學者的影像而忽略了教材的主要內容，增加學習者外在認知處理，也可能因此造成學習者的注意力分散，導致不利於學習，所以去除掉與學習主題無關的影像，較能提升學習效果。

## 2-2-4 多媒體學習理論於本研究之影響

本研究採用電腦輔助教學，透過圖像、文字呈現教學內容，符合多媒體學習理論，因此教材在設計上運用了多項多媒體學習理論所提出的教學設計原則，如連貫原則(教材中將與學習內容無關的圖像與文字排除，避免學生的注意力遭到分散)、信號原則(教材在設計採步驟化呈現，並配合口語引導，所提及的部份皆會採取適當的信號引導學生注意力，如改變線條顏色(Distinctive colors)或淡化(Graying out)等)、重複原則(教材中未將口語引導的文字加入教材中，主要採旁白加圖像形式，排除字幕)、空間接近原則(教材中所有圖像皆採左右對照，並儘量靠近，此外全等性質亦直接標示於圖像下方讓學生一目瞭然)、時間接近原則(教材中的圖像內容會搭配口語引導同時呈現)、分割原則(將教材分成三大部分，解釋什麼是全等的三角形、介紹三角形的全等性質及利用全等性質的證明範例，讓學習者的認知處理不至於超載)、事先訓練原則(在介紹三角形的全等性質前先複習何謂三角形全等的先備知識)、形式原則(教材內容中除五個全等性質的名稱外，其餘文字皆移除避免視覺通道負擔過大)，透過多媒體學習理論所提出的原則來設計本次研究的實驗教材，期望能增加學生在學習時訊息選取的效率，幫助學生組織及整合訊息，進而增進學習成效。

## 2-3 特徵整合理論

注意力是外界大量的訊息是否可以經由感官進入短期記憶中處理及儲存的一個重要選擇機制(葉素玲, 1999); 視覺搜尋(Visual search)無可諱言的是極具生態意義的認知活動(陳烜之, 2007); 視覺是我們最具優勢的感官，花掉大腦一半的資源; 視覺的輸入凌駕所有的感官，若輸入越能視覺化，則以後的再認和回憶會越好(Medina、洪蘭(譯), 2009)。

Treisman(2006)認為大腦決定了我們看到什麼，而 Medina(2009)隨後也在許多研究中發現大腦會根據我們過去的經驗與記憶，自己選取、組織訊息，甚至會自動猜測或填補缺損的部份，也就是「眼見不一定為真」，大腦會自動決定什麼訊息優先處理、什麼訊息忽略不管，而留下來的訊息才是我們所謂的視覺畫面，因此我們將透過注意力與視覺搜尋來探討特徵整合理論。

## 2-3-1 注意力

張眼視物，諸多訊息蜂擁而至。鑑於內在處理資源有限，或能同時採取的反應有限，個體必須有所取捨；而此取捨機制便是選擇注意力(selective attention)。在選擇注意力的研究中，一個重要的議題是：注意力的統整性(葉素玲、李仁豪，2005)。而在注意力這個研究主題上，長期下來學者提出了許多的觀點。

William(1890)區分了注意的「主動」與「被動」模式。當受到個人的目標以下行的方式控制時，注意就是主動的；當受到外界刺激(例如，大的吵鬧聲)以上行的方式控制時，注意就是被動的(李素卿譯，2003)。Neisser(1967)提出的注意力處理機制將知覺認知歷程分成前注意階段(Preattentive Stage)及注意階段(Attentive Stage)，前者對所有的輸入訊息皆起作用，在注意力尚未作用時依刺激(亮度、顏色、方向、運動方向、速度)引發反射的訊息處理；而後者則是針對前者所選擇的訊息，進行主動式、可控制的訊息處理。Hillyard 與 Hansen(1986)則認為人類的注意力處理系統並非單一的，而是包含了不完全獨立且會互相影響的兩種注意力處理系統：自動處理與控制處理，而兩種注意力處理系統的比較如表 1。

表 1  
兩種注意力處理系統比較表

	自動處理(automatic process)	控制處理(controlled process)
處理速度	快速的，經常在 1 秒內完成	較慢的，需要 1 秒或 2 秒以上才能完成
耗費之資源	需要少量的心力	耗費許多心力
意識	無法知覺或省察到心智的處理	能意識到心智的處理
資訊處理方式	平行地(parallel)處理	序列地(serial)處理

資料來源：李鈴茹(2009)。教材設計與解說方式對於學習表現和眼動影響之初探-以三角形內角題目為例(未出版之碩士論文)(頁 30)，國立交通大學，新竹市。

Pashler(1999)認為注意力現象有兩個主要的特徵：選擇性和容量限制，因為同一時間內，人能夠執行的心智處理是有限的，所以只能選擇性地維持注意力，隨著刺激，心智系統會不斷地根據情境優先分配一些感官資訊，而其他大部分的訊息就自動忽略了。朱敬先(2002)認為感官中的任何刺激都必須經過注意從中加以篩選取捨，才有訊息處理之可能。唯注意是有限能源，我們不能同時注意各種支離分開的感覺。

## 2-3-2 視覺搜尋

所謂的視覺搜尋是指人類在一群干擾物中尋找某一個特定目標的過程，而其中的干擾物是指將我們的注意力由目標刺激轉移到非目標刺激的物件，因此我們可以知道干擾物的數量將影響搜尋作業的難度。

以 Treisman 為代表的相關學者，以視覺搜尋實驗進行系統性的研究，確認了兩種搜尋模式：(1)平行搜尋(parallel search)，不會隨著干擾物增加而加長搜尋時間，干擾物多寡對受試者找到目標物所花費的時間影響不大，例如由眾多綠點當中找一個紅點、或者在一群垂直線中尋找水平線的例子均屬之。(2)序列搜尋(serial search)，搜尋目標的時間會隨著干擾物的增加而增加，受試者無法一眼看穿目標物獨特之處，而需要逐一比對尋找，典型的作業例如在 B 字母中尋找一個 P，干擾物 B 的數量會與搜尋時間成正比(陳一平，2011)。圖 2 說明了這兩種搜尋模式及干擾物數量與搜尋時間的關係。

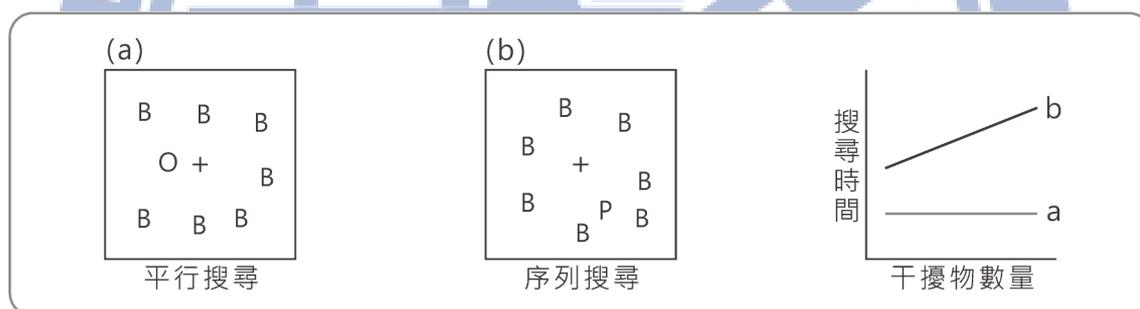


圖 2 平行搜尋和序列搜尋

資料來源：陳一平(2011)。視覺心理學(頁 199)。臺北市：雙葉書廊。

而透過視覺搜尋實驗，當受試者不需要注意力介入就可以輕易辨識的視覺元素，即實驗結果接近平行搜尋模式時，我們就將這些視覺元素稱為「基本特徵(basic features)」，例如從垂直線中找出水平線，經由大量實驗後歸納出來的視覺基本特徵(在搜尋實驗所得的斜率幾近於0)主要有四種：線段走向(垂直線、水平線)、顏色、運動(方向或速率)、大小(粗細、長短、空間頻率)，還有比這四類基本特徵稍弱(搜尋實驗所得的斜率較基本特徵大)一點的次要特徵，如亮度突然變暗或變亮、明度對比、立體深度差異、線段的端點數、是否為封閉形、曲線曲度、長寬比例等，但「基本特徵」與「醒目性」並不相同，因為後者是將注意力引導到它的位置，但基本特徵在前注意力階段就能被處理了，並不需要注意力的投注。

當目標物與干擾物僅相差一個基本特徵時的視覺搜尋屬於單一特徵搜尋，如果目標物與干擾物的差異由兩種基本特徵所組成，就會造成結合搜尋(conjunction search)的情況，如圖 3，要在一群黑色的 X 與一群灰色的 O 中找出灰色的 X，這時目標物與干擾物有兩種基本特徵上的差異：明暗、形狀，因此結合搜尋會比單一特徵搜尋來得困難，是屬於需要花費注意力的序列搜尋，但相對於(c)，(a)、(b)都屬於單純的平行搜尋。

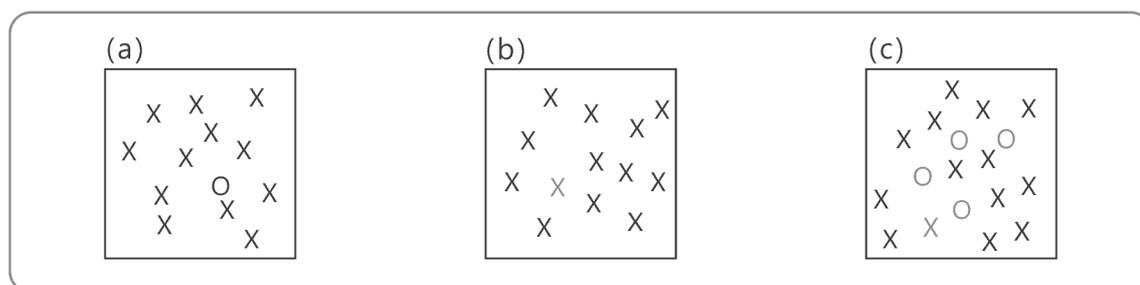


圖 3 (c)是結合搜尋的範例

資料來源：陳一平(2011)。《視覺心理學》(頁 202)。臺北市：雙葉書廊。

### 2-3-3 特徵整合理論

Treisman(1980)提出的特徵整合理論(Feature Integration Theory)是用來解釋視覺搜尋作用的機制，理論中將知覺分為兩階段：前注意階段(preattentive stage)與選擇性注意力階段(focused attention stage)，在前注意階段物體的特徵可以在無需注意力介入的情況下處理，如顏色、位置、方位；而在選擇性注意力階段時，注意力就好比是「膠水(gule)」將同物體的特徵整合在一起。

物體的特徵在前注意階段就可以自動的透過快速且平行處理的歷程登錄在位置圖(Location map)及不同的特徵圖(Feature map)中，其中位置圖除了紀錄位置的訊息外，還包含了此位置涉及了哪些特徵圖的索引資料；而特徵圖則包括了如色彩圖(Color maps)、方位圖(Orientation maps)等…，其中不同的顏色會登錄在不同顏色的特徵圖當中，而非將所有的顏色登錄在同一張特徵圖中，而不同方位，如水平方位、垂直方位及斜角方位也會登錄在不同方位的特徵圖中，如圖 4 (a)。

而進入到選擇性注意力階段後，注意力就會像探照燈一樣有次序的進行掃描，將同一位置的特徵整合起來成為一個完整的物體訊息，如圖 4 (b)。

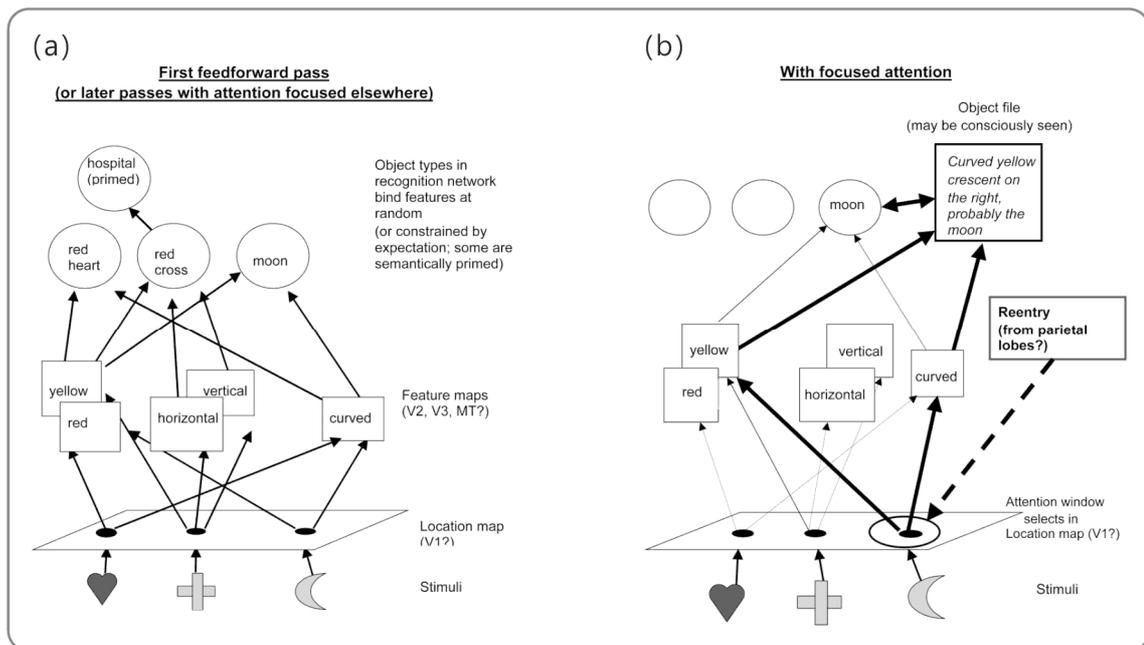


圖 4 特徵整合理論架構圖

資料來源：“How the deployment of attention determines what we see” by A. Treisman, 2006, *Visual Cognition*, 14(4-8), p.411-412.

### 2-3-4 特徵整合理論於本研究之影響

由注意力、視覺搜尋到特徵整合理論我們可以知道只有被視覺注意力注意到的刺激才會被傳送到大腦中做進一步的處理，而教學中的大量訊息能否經由感官進入工作記憶中處理，注意力就是重要的選擇機制，因為學習者無法在有限的資源下同時處理過多的事項，因此同時出現的刺激往往只有一小部分能被挑選出來作精細的處理，其他部分可能被忽略而不作任何處理，因此在教材設計上應設法於丟出訊息時，馬上就可以吸引學生的注意力，也就是訊息要如何安排才能使必要訊息很容易讓學生看見，促使學生在有限的時間及工作記憶資源下完成學習。

學生在學習幾何時，常常無法意會到老師在說圖形上的哪一個線段或哪一個角度，若用文字標示時，又常常需在符號表徵間做轉換，徒增外在認知負荷，本次實驗教材在設計上皆採用顏色或線條粗線作為標示，並且儘量只使用紅、藍、黑三色，避免畫面混亂，或利用移動捕捉注意力，讓學生知道老師現在在講解圖形的哪個地方，進行不耗費注意力的平行性「特徵搜尋」，盡可能避免耗費注意力的序列性「結合搜尋」。並且在口語與畫面上讓學生知道要注意的是什麼，讓學生可以很快搜尋到我們希望學生注意的教學內容，而不被其它干擾物所影響。

## 2-4 三角形的全等性質

### 2-4-1 課程綱要中的全等性質

教育部九年一貫數學學習領域的課程綱要(教育部, 2009), 是由下列四個原則來界定:

1. 參考施行有年且有穩定基礎的傳統教材。
2. 採用國際間數學課程必備的核心題材。
3. 考慮數學作為科學工具性的特質。
4. 現有學生能夠有效學習數學的一般能力。

數學學習領域將九年國民教育分為四個階段, 第一階段(國小一至二年級)、第二階段(國小三至四年級)、第三階段(國小五至六年級)、第四階段(國中七至九年級)。其中第四階段的教學目標為: 在數方面, 能認識負數與根號數之概念與計算方式, 並理解坐標表示的意義。代數方面則要熟練代數式的運算、解方程式, 並熟悉常用的函數關係。幾何方面要學習三角形及圓的基本幾何性質, 認識線對稱與圖形縮放的概念, 並能學習簡單的幾何推理。能理解統計與機率的意義, 並認識各種簡易統計方法。

三角形的全等性質屬於國中八年級下學期的課程, 97 年課程綱要中關於三角形全等性質的能力指標為 S-2-06 能認識平面圖形全等的意義(第二階段)、S-4-09 能理解三角形的全等定理, 並應用於解題和推理(第四階段); 課程綱要的能力指標是依主題與階段的學習能力而訂定, 然因多數指標須採分年教學, 方能達成其教學目標。因此, 由階段能力指標演繹出更細緻的分年細目及詮釋, 方能明確掌握分年教學的目標(教育部, 2009), 其中八年級與三角形全等性質相關的分年細目為 8-s-07 能理解三角形全等性質, 而其詮釋說明如下:

- 如果兩個平面圖形經過平移、旋轉或翻轉可以完全重疊在一起, 它們就是兩個形狀與大小都相同的圖形, 我們稱它們是兩個全等圖形。
- 如果兩個三角形  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  可以完全重疊在一起, 我們就稱  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  為兩個全等三角形, 記為  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

- 如果兩個三角形可以完全重疊在一起，疊在一起的頂點稱為對應點，疊在一起的邊稱為對應邊，疊在一起的角稱為對應角。
- 一般而言，符號  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  不一定表示  $A, B, C$  的對應點分別為  $D, E, F$ 。
- 能理解兩多邊形全等，則其對應邊、對應角相等。反過來，若對應邊、對應角相等，則兩多邊形全等。
- 能理解 SAS、SSS、ASA、AAS、RHS 全等性質。
- 能以三角形的全等性質做簡單幾何推理，例如：
  - 等腰三角形兩底角相等。
  - 角的平分線上的任一點到角的兩邊距離相等。反之，同一平面上，若一點到角的兩邊之距離相等，則此點位在角的平分線上。
  - 一線段之中垂線上任一點到兩端點等距。反之，若一點到線段的兩端點等距，則此點在此線段的中垂線上。
  - 平行四邊形，對邊相等，對角線互相平分。
  - 若一四邊形有一組對邊平行且相等，則此四邊形為平行四邊形。
  - 若一四邊形的兩組對邊相等，則此四邊形為平行四邊形。
  - 若一四邊形的兩條對角線互相平分，則此四邊形為平行四邊形。

## 2-4-2 全等性質的相關研究

吳慧真(1997)藉由發展四類幾何證明的教學套件：發展分析能力的套件、動手操弄幾何證明的套件、邏輯序列的套件、破除迷思的套件，希望改善幾何證明學習成就偏低的現況，進行質的教學研究得到以下結果(僅擷取與三角形的全等性質相關部分)：

1. 擷取三角形全等條件時有兩種錯誤類型：一是不完整邊角的關係，二是所擷取的條件不成為全等條件。
2. 幾何證明學習成就較低的學生，在「三角形全等」的證明表現，仍可達到某種程度的能力，但他們傾向直接憶取視覺上的訊息，不能將資訊加以分析。
3. 在學習經驗方面，約四分之一到三分之一的學生以記憶為其學習策略；而近三分之一的學生對幾何證明抱持負面的情緒。

李春生(2006)探討高雄市國二學生使用「GSP 電腦輔助教學」與「傳統講述式教學」兩種不同的教學法後，在學習三角形全等單元的成效，分析結果歸納出以下結論：

1. 在數學學習成就上，兩組有顯著的差異，但兩組間的高分組無顯著差異，而中、低分組則有顯著差異。
2. 在數學學習態度上，兩組無顯著的差異，但兩組間的中、低分組在「與同學互動」項目上，實驗組優於對照組。
3. 由回饋問卷的整理中，可以知道實驗組學生對「GSP 電腦輔助教學」均持正向肯定的態度。

歐宗賢(2009)探討使用「數學史融入教學」與「傳統式教學」對國三學生學習「三角形的全等」單元之數學學習成效之影響及探討對於數學史融入教學的學生學習數學的情意反應，分析結果歸納出以下結論：數學史融入教學對數學學習態度的提升優於傳統式教學，但在提升學生的數學學習成就方面無顯著差異。

黃昭智(2010)認為國中階段三角形的全等是最基本且很重要的幾何概念，觀察得到國三學生在學習三角形的全等時呈現的錯誤類型有二十三種，可歸納為以下四大類：定義認知方面的錯誤、混淆相似概念的錯誤、猜測或無據的推論、粗心疏忽的錯誤。而針對這些錯誤探討其原因可分為下列七點：對定義及公式的概念不清、先備知識的不足、學習經驗之間的互相干擾、由題目敘述或圖形進行猜測或無據的推論、解題的細心程度不夠、計算能力不足或計算上的粗心大意、學習者缺乏信心與意願。且城鄉因素對學生在學習三角形的全等單元的學習成效是有差異性，均是城市地區優於鄉村地區的學校，另外在 S-P 表學生診斷分析結果中，顯示都市地區學校的 A 型學生（學習良好，穩定性高）佔 28.6% 最高，而鄉村地區學校的 C' 型學生（學習極不穩定，對測驗內容未充分瞭解）佔 28.4% 最多。

謝易達(2012)探討九年級的學生在七、八年級的數學課程內容上，有哪些解題上的差異，設計 15 題計算題，並隨機抽樣新北市五所學校九年級學生進行施測，分析結果歸納出以下結論(僅擷取與三角形的全等性質相關部分)：在國中七、八年級的數學課程內容中，利用特殊三角形的性質，找出三角形全等的條件，證明出題目所要求的邊或角這類型的題目是幾何題目中表現最差的類型。

楊永慶(2012)探討 GSP 電腦輔助教學對於國中二年級生學習「全等三角形」單元是否有助益。分析結果歸納出以下結論：運用 GSP 幾何繪圖軟體來輔助教學，實驗組與控制組學生的數學成績無顯著差異，但實驗組學生無論在高分群、低分群或整體的成績標準差明顯比控制組來的小。

而關於此單元的教學策略與建議，祁樂珍、趙利明(2007)基於年齡特徵的幾何探究作業設計與思考—圍繞“探索三角形全等的條件”設計的反思中，認為探索三角形全等條件這部分內容的教學對象為 12、13 歲的青少年，此時學生的思維正從經驗型抽象思維向理論型抽象思維發展的開始，也是逐步了解對立統一的辯證思維規律的開始，因此，這一時期的平面幾何探究教學就要加快完成從具體思維到借助於圖形直觀的抽象思維的過渡，有計畫、分層次地發展學生的思維能力，因此在教學上可分為下列幾個歷程 (1)陳述探究目標，(2)分析探究任務，(3)選擇探究指導方法，(4)評價探究學習結果，而在分析探究任務的實施方式上，近似於本研究所採用的解析組教材，如圖 5。

任务 1: 为证明两个三角形全等, 至少要测量并比较每个三角形的一个部分? 二个部分? 三个部分?						
对象	边	角	边-边	角-角	边-角	
反例图形						
测量与比较的结果	有一对相等的边, 不能确定两个三角形全等。	有一对相等的角, 不能确定两个三角形全等。	有两对相等的边, 不能确定两个三角形全等。	有两对相等的角, 不能确定两个三角形全等。	有一对相等的边和一对相等的角, 不能确定两个三角形全等。	
得出结论: 为证明两个三角形全等, 至少要测量并比较每个三角形的三个部分。						
任务 2: 那么三角形的三个组合部分是什么?						
对象	边-边-边		边-角-边(两边夹角)		角-边-角(两角夹边)	
图形						
测量与比较的结果	有三对相等的边, 两三角形全等。		有两对相等的边和一对相等的角, 两三角形全等。		有两对相等的角和一对相等的边, 两三角形全等。	
对象	角-角-角		边-边-角(两边不夹角)		边-角-角(两角不夹边)	
图形						
测量与比较的结果	有三对相等的角, 不能确定两个三角形全等。		有两对相等的边和一对相等的角, 不能确定两个三角形全等。		有两对相等的角和一对相等的边, 两三角形全等。	
得出结论: 有三对相等的角, 或当两边不夹角时, 不能确定两个三角形全等。						

圖 5 分析探究任務調查報告表

資料來源：祁樂珍、趙利明(2007)。「基於年齡特徵的幾何探究作業設計與思考」。理科教學探索，2007.11B，39。

翟芸、劉勇(2009)於“探索直角三角形全等的條件”課例設計中，認為以思維導圖(概念構圖)作為一種思維工具，以創造性思維的六要素結構理論為指導，利用多媒體創設問題情境，激發學生想像，引導學生思考，讓學生利用思維圖探索直角三角形全等的條件，給學生充分發揮的自由空間，從而有效地培養學生發散思維、直覺思維、形象思維、邏輯思維、辯證思維，進而促使其創造性思維得到充分發展；而從案例的設計(教師透過多媒體向學生展示一個舞台背景，背景的形狀由兩個直角三角形組成，每個三角形都有一條直角邊(一股)被花盆遮住，問題為如果想知道這兩個直角三角形是否全等，該怎麼辦?)與實施過程中發現，思維導圖的運用不僅使學生的創造性思維得到充分開發，並且喚起一些對數學不太感興趣的學生對數學學習的熱情。

朱燦梅(2010)於“三角形全等條件-SSS”的直觀性教學實驗研究中，探討增強直觀性的教學與減弱直觀性的教學是否存有差異，其中增強直觀性教學透過探究的實驗活動，在教師作適當的引導與解釋後，由學生歸納出探究活動中反映的規律，而減弱直觀性的教材內容為：「 $\triangle ABC$  是任意一個三角形，畫  $\triangle A'B'C'$ ，使  $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ 、 $\overline{A'C'} = \overline{AC}$ 、 $\overline{B'C'} = \overline{BC}$ ，然後把這兩個三角形剪下來放在一起，重疊，最後由教師歸納出“邊邊邊”公理」，通過實驗的測試及訪談後，可以瞭解學生喜歡增強直觀的教學方法，並且對學生成績有明顯的提升，而之中所採用的減弱直觀性教材近似於本研究中的尺規組。

李祐宗(2010)在以三角形的基本結構搭配教具、軟體操作導入三角形的全等概念教學中，認為以往在教導此單元時，大多數教師會直接引用課本的方法尺規作圖來直接說明兩三角形的全等，但隨著教具與資訊的進步，如今可以教具的操作及電腦軟體來作輔助教學，以期讓學生在學習此單元之前，可以先透過教具的操作瞭解三角形的基本構造及活動結構，再漸漸的引導至三角形的全等性質學習。此外教學過程中若輔以資訊軟體操作可以將教材作更標準、精緻化的呈現，讓學生看到的畫面都是最標準的，避免學生以往對教師板書不清楚的圖形或文字所產生的困擾。而教學策略上採用一條「邊」法，如圖 6，讓每位同學先拿出一條扣條並固定長度，並問學生：固定一個邊長可否固定一整個三角形？答：不行，因為可以產生許多不同的三角形；接下來再加上一根扣條，看看能否固定一個三角形？發現即使固定其中兩個邊長，亦無法固定三角形，原因是兩扣條中間的夾角可以變動，所以產生的三角形不固定。此部份的操作主要是讓學生瞭解在條件不足的情況下，三角形是無法固定的。

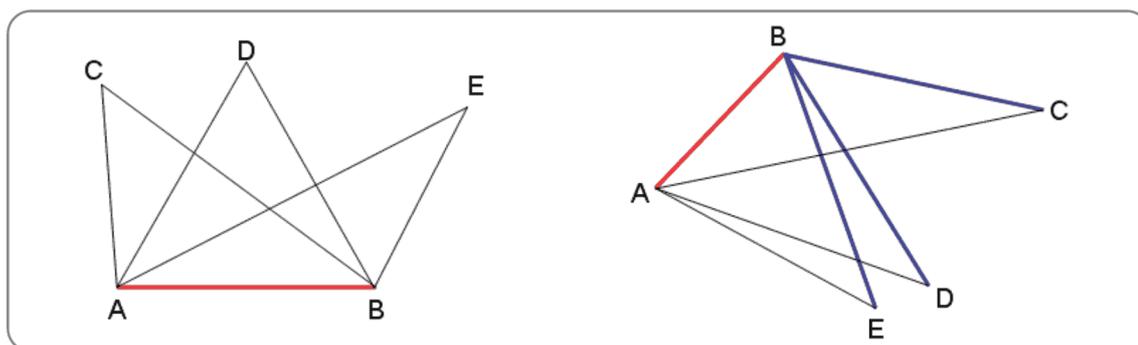


圖 6 一條「邊」法說明圖

資料來源：李祐宗(2010)。「以三角形的基本結構搭配教具、軟體操作導入三角形的全等概念教學」。《科學教育月刊》，331，26。

最後該作者提出了在教材設計及教學實施兩方面的建議，首先教材設計上不應忽略單一三角形本身的結構問題，在正式介紹三角形的全等性質之前可以先加強此部份的概念；而在教學實施上則是可以單獨加強三角形旋轉與翻轉的概念，善用教具及電腦繪圖輔助，如此一來應有助於學生日後的學習及概念上的加深。

### 2-4-3 對於本研究之影響

基於許多學者及教學實務工作者所做的研究及提出的建議，可以發現這部份的教材設計及教學方法上，利用尺規作圖來說明全等性質的傳統方式對於學生來說，並不容易理解且步驟過於繁複，學生在這部份課程的學習成就上相較於其他的幾何單元來說是較低的，而發生錯誤的原因有一部分竟是來自於認知觀念的混淆，也就是說學生在學習這部份的課程從一開始就已經迷失了方向，意味著傳統教材在脈絡上的認知負荷也許對許多學生而言過重，因此有研究透過教學套件、GSP、數學史等融入教學，希望藉此可以改善學生的學習成效，雖然部分研究顯示 GSP 輔助教學可以改善學生的學習成效，但也有研究發現成效並不顯著，表示利用同樣的工具，教材脈絡安排上的差異也會造成影響，所以本研究統一透過電腦輔助教學，僅針對教材脈絡的設計上加以區隔，根據祁樂珍、趙利明與李祐宗所提出的教學建議，設計出解析組的教材脈絡，並與指導教授及同儕共同討論設計出建構組的教材脈絡，希望藉此兩組有別於傳統利用尺規作圖(尺規組)來解釋全等性質的教材脈絡來幫助學生學習，改善學生在這個單元的學習成效及負面情緒，為之後幾何推理論證打下良好基礎。

## 2-5 補救教學

### 2-5-1 現行補救教學法規

教育部為加強扶助弱勢家庭之低成就學生，弭平學習落差，自 95 年度起開始辦理「攜手計畫－課後扶助」方案，積極運用現職教師、退休教師、經濟弱勢大專學生、大專志工等教學人力，於課餘時間提供弱勢且學習成就低落國中小學生小班且個別化之免費補救教學。目前「攜手計畫」對學習成就低落學生之定義，係指經國立臺南大學補救教學評量系統標準化測驗篩選，百分等級未達 35% 者。惟將評量系統標準化測驗結果未達 PR35 者界定為學習成就低落，會因常模的不同而有所差異，且無法得知學生是否具備該年級相關工具學科之基本學力。為解決現有的這些問題，教育部乃規劃朝未習得各年級工具學科基本學習內容之學生，即應進行補救教學之方向調整學習低成就學生之界定(蔣偉寧，2012)。

而根據教育部補救教學基本學習內容【國民中學數學學習領域】(試行版)(教育部，2012)中明定所謂補救教學中數學基本學習內容，係指無論課程標準或課程綱要如何改變或教材如何重編，學生在該年級之工具學科中必須習得之最基本數學知能。凡無法通過依據基本學習內容所建置之檢測標準者，應參與補救教學。而數學補救教學教材的研發應盡量以(1)適合學生個別學習；(2)適合在教師協助下個別學習；(3)適合學生小組學習；(4)適合在教師協助下學生小組學習；(5)適合親子學習的方式為原則。教材應特別注重學生的認知心理邏輯，且盡量活潑生動以增加學生的學習意願。同時應安排足夠的學生練習活動以強化學習成效。

國中學生學習數學的困難來源包括教材的困難、教學適合度上的困難、學生認知與學習適應上的困難等等。在教材的困難上，可以從限制學習內容加以改善，但是在其他方面的困難，則需從對學生的要求上加以限制方能有成。故在基本學習內容中，除了訂定哪些為「基本學習內容」外，也釐定針對這些內容，哪些表現是學生應該要達成的，以「基本學習表現」稱之。八年級學生數學基本學習內容中與本單元相關的內容如下：(1)認識多邊形全等的定義：兩多邊形若邊對應相等，且角對應相等，則此兩多邊形全等；(2)知道兩全等多邊形的對應頂點、對應邊、對應角；(3)知道兩三角形全等的基本性質SAS、SSS、ASA、AAS、RHS，且能利用這些性質判別兩三角形是否全等。

而依據課程綱要中能力指標的分年細目8-s-07 能理解三角形全等性質所訂定出來的基本學習內容如下：

- 8-sc-07-1 多邊形全等的概念與名稱。
- 8-sc-07-2 三角形全等的基本性質SAS、SSS、ASA、AAS、RHS。
- 8-sc-07-3 全等性質的簡單推理。
- 8-sc-07-4 垂直平分線性質及其逆敘述。
- 8-sc-07-5 角平分線性質及其逆敘述。

基本學習表現如下：

- 8-scp-07-1 認識多邊形全等的定義：兩多邊形若邊對應相等，且角對應相等，則此兩多邊形全等。
- 8-scp-07-2 知道兩全等多邊形的對應頂點、對應邊、對應角。
- 8-scp-07-3 知道兩三角形全等的基本性質SAS、SSS、ASA、AAS、RHS，且能利用這些性質判別兩三角形是否全等。
- 8-scp-07-4 知道垂直平分線上任一點到線段兩端點等距離。
- 8-scp-07-5 知道平面上一點若到線段兩端點等距時，此點會在線段的垂直平分線上。
- 8-scp-07-6 知道角平分線上任一點到角的兩邊等距離。
- 8-scp-07-7 知道角內部一點到角的兩邊等距時，此點在此角的平分線上。

關於本單元的基本學習內容及基本學習表現說明如下：

- 國小學生在四年級時，已經透過圖形疊合的操作，認識了平面圖形全等的意義(4-s-03)，本指標中，明確地定義多邊形的全等(含三角形的全等)，但只討論三角形全等的相關性質。
- 基本學習時可透過圖形疊合，引導探究全等的定義，及對應邊、對應角、及對應頂點等名稱。
- 學生應知道SSA不一定能構成三角形全等。
- 如前所述線對稱的概念與垂直平分線、角平分線的概念密不可分，此兩性質均可透過實驗或摺紙的方式直觀的探討。由於全等性質仍是必要知道的基本內容，因此教學時也應透過三角形全等，對垂直平分線、角平分線性質作簡單推理討論。

## 2-5-2 補救教學的相關研究

Cawley 與 Miller (1987) 認為數學是有系統的學科，低層次的數學是高層次數學的基礎，小學學生在學習過程中，若有學習障礙或者有負面的情緒，將會影響更高層次的數學學習與學生自我的觀感與信心，若不及時補救，會影響到日後的數學學習。張靜譽 (1999) 認為國中後段學生，無論在後段班或常態班，他們的學習問題差不多，主要是聽不懂抽象的概念，重複又甚少有效。此一問題往往因無法及時有效改善，進而衍生更多的問題，再加上，考試文化的影響，後段學生很容易被忽視或放棄。何以致此，升學壓力是幫兇，真正主凶是傳統教學不適合後段學生的學習，而學校還是一直這樣教他們。洪儷瑜 (2001) 認為不同背景的弱勢學生在需求上雖有其共通性，但若能根據其不利的因素規劃補救教育，則更能落實教育公平和及早介入的積極補救之精神。

「補救教學」一詞乃是源自於一位教師在同時面對多位學生之下，在教學上無法同時兼顧及配合每位學生的基礎知識及學習進度。因此在確認學生的學習並未達到教師所預設的教學目標或其學習成就低於其他學生時，教師必須另外再針對這些未達到學習目標的學生採取其它更有效的教學策略，以期這些學生的學習能追上其它學生的水平水準 (陳惠萍, 2009)。杜正治 (1993) 認為補救教學是一種權宜的教學型態，主要是針對中低成就學生，依其個別需求，施與適當的課程輔導提供更多的學習機會，以彌補正規教學的不足。張新仁 (2001) 認為補救教學是一種「評量—教學—再評量」的循環歷程。就理想上而言，期望補救教學實施一段時期後，學生能跟得上原班級的教學進度。其歷程大致分為三個階段：(1) 轉介過程；(2) 正式評量；(3) 教學。因此補救教學應依據學習診斷所分析出來的原因，提供適當有效的教學策略與方法，幫助學生克服學習障礙、增加學習的成就感及繼續學習的信心。

國內外常用的補救教學型態或方案如下：資源教室、學習站、學習實驗室、套裝學習材料，以及電腦輔助教學；而國外學者 (Slavin, 1989; McLaughlin & Vacha, 1992) 也提出了補救教學適用的教學策略如：直接教學法、合作式學習、精熟教學，以及個別化教學等教學策略，都能夠有效幫助低成就學生。此外，行為管理也可以視為有效的介入過程。王麗卿 (2002) 提出以下幾點實施補救教學之原則與策略供學校與教師參考：(1) 列出學生目前程度學習上之優缺點，以對症下藥；(2) 課程的設計加入多元智慧的考量；(3) 以全語文增進學生的語文能力；(4) 善用精熟學習的策略。

補救教學相關的研究指出，洪千雅(2011)透過問卷調查方式探討教學人員對於弱勢低成就學生成因、補救教學作法及補救教學的看法，根據研究結果，獲得主要結論如下：

1. 「攜手計畫-課後扶助」之教學人員較多將弱勢學生的低成就歸因為學生個人因素。
2. 「攜手計畫-課後扶助」之教學人員對補救教學作法持有認同感，在補救教學作法上認為「教學策略」最重要。
3. 「攜手計畫-課後扶助」教學人員大多認同補救教學的成效，在補救教學成效上，認為「教師的教學成長」影響教學成效最大。
4. 不同經歷、教育階段、學校規模等背景因素的教師在弱勢學生低成就的看法、補救教學的作法，以及補救教學成效的看法上有差異。
5. 「攜手計畫-課後扶助」之教學人員認為補救教學作法與補救教成效有正相關。

許宗誠(2013)透過觀察、訪談參與攜手計劃補救教學的教師與學生，探討數學科補救教學時所遭遇的困境問題，根據研究結果發現所遭遇的困境可分為五個方面，包含了學生方面、教師方面、家庭方面、學校方面、文化與媒體方面。而面對這些困境時解決策略亦分為五個層面：(1)在提昇學生學習動機方面有制定適當獎勵措施及建立自信心等策略；(2)在營造學習情境方面有溫馨和諧的班級氣氛、良好積極的師生互動、積極鼓勵的同儕影響等策略；(3)在規劃教學活動方面有復習前階段課程、透過活動與評量學習數學、小老師制度的實施等策略；(4)在建立合作的親師關係方面有建立親師之間的信賴感、暢通的親師溝通管道和加強親師合作等策略；(5)在教學分享與進修方面有非正式的教學討論、針對補救教學進行進修等策略。

陳婉琪(2013)採取質性研究之個案研究法，透過與學校及非營利組織承辦課後照顧之行政人員、教師、相關學生及家長進行半結構式訪談，並輔以文件資料蒐集，獲得以下的結論及建議：(1)在家庭因素方面直接與家長進行溝通以了解弱勢學生在家學習環境與經濟狀況，給予必要協助；若家庭功能不彰，則加強課後照顧，為弱勢學生提供更好的學習環境；(2)在行政方面承辦課後照顧計畫時，學校承辦行政人員的整合與投入，是辦理成功之要素；(3)在教學方面可配合政府每年舉辦的補救教學師資培訓課程，增強教師教學方法、教學理念；(4)在學生學習方面課後照顧除了作業指導等一般課程外，透過多元課程設計，讓學童藉由其他學習方法，以更多元的方式來追尋及肯定自我，奠定良好的成長基礎。

邱太古(2013)採行準實驗研究法探討學習成就低落且弱勢孩童，接受教育部「攜手計畫-課後扶助」補救教學後的實施成效，比對有參加與沒參加「攜手計畫-課後扶助」補救教學之學生在課業上進步的差異性，研究結果發現，在經過「攜手計畫-課後扶助」補救教學後，在其段考成績表現上，「實驗組」(有參加)與「對照組」(沒參加)無明顯差異。但儘管成績無顯著差異，大多數參與「攜手計畫-課後扶助」的教師對於「實驗組」學生給予正面的評價，且大部份「實驗組」的學生對於「攜手計畫-課後扶助」此方案也給予高度肯定。

### 2-5-3 對於本研究之影響

由前述的研究可以發現補救教學目前所遭遇的困境並不僅止於學生方面，還包括了教師、家庭、學校及文化與媒體方面，且目前教育部推行的攜手計畫雖然教師與學生都給予高度的肯定與正面評價，但對於提升段考成績卻無顯著差異，表示若無適當的方法來解決目前遭遇的困境，補救教學難有成效，除了要解決學生遭遇到的困境外，如提高學習動機或對家庭功能不彰的學生提供更好的學習環境，教師認為在補救教學的作法上「教學策略」最重要，因此要教些什麼、怎麼教、怎麼評量便成為補救教學是否成功很大的一個因素，而在十二年國民教育的理念下，為了避免國中學生之基本學力因無升學考試而下降，如何進行補救教學以確保每一位國民中學學生之基本學力，已成為12年國民基本教育的核心課題之一，補救教學從95年度起開始辦理的「攜手計畫-課後扶助」方案，到線上的國民小學及國民中學補救教學方案科技化評量，再到最近的訂定基本學習內容，都是希望能夠達到「要把每一位學生都帶上來」的願景，但一切若沒有充足的種子教師及適當的教材在推行上必定窒礙難行，所幸教育部訂定了「基本學習內容」讓所有教師在進行補救教學時有所依據，但在教材脈絡的安排上仍須依靠教師的經驗及學生的狀況隨時調整，因此本研究的教材在設計時除了依能力指標外，亦參照了基本學習內容及基本學習表現的指標，運用補救教學中的直接教學法搭配電腦輔助教學，除了觀察各組在學習成效上是否有差異外，也觀察各組經補救教學後是否有進步，希望藉此提升學生的學習動機，讓學生願意接納、學習數學，破除學生方面的困境，也希望將設計出來的教材提供給第一線教師使用，降低教師在教材準備上的壓力，破除教師方面的困境，讓所有的學生都能成為教室裡的主人而非客人。

## 第三章 研究方法

本章共有五節，分別說明研究流程、研究設計、研究對象、研究工具、及資料分析。

### 3-1 研究流程

本研究之流程分為準備、實驗、分析三個階段，研究流程如圖 7。

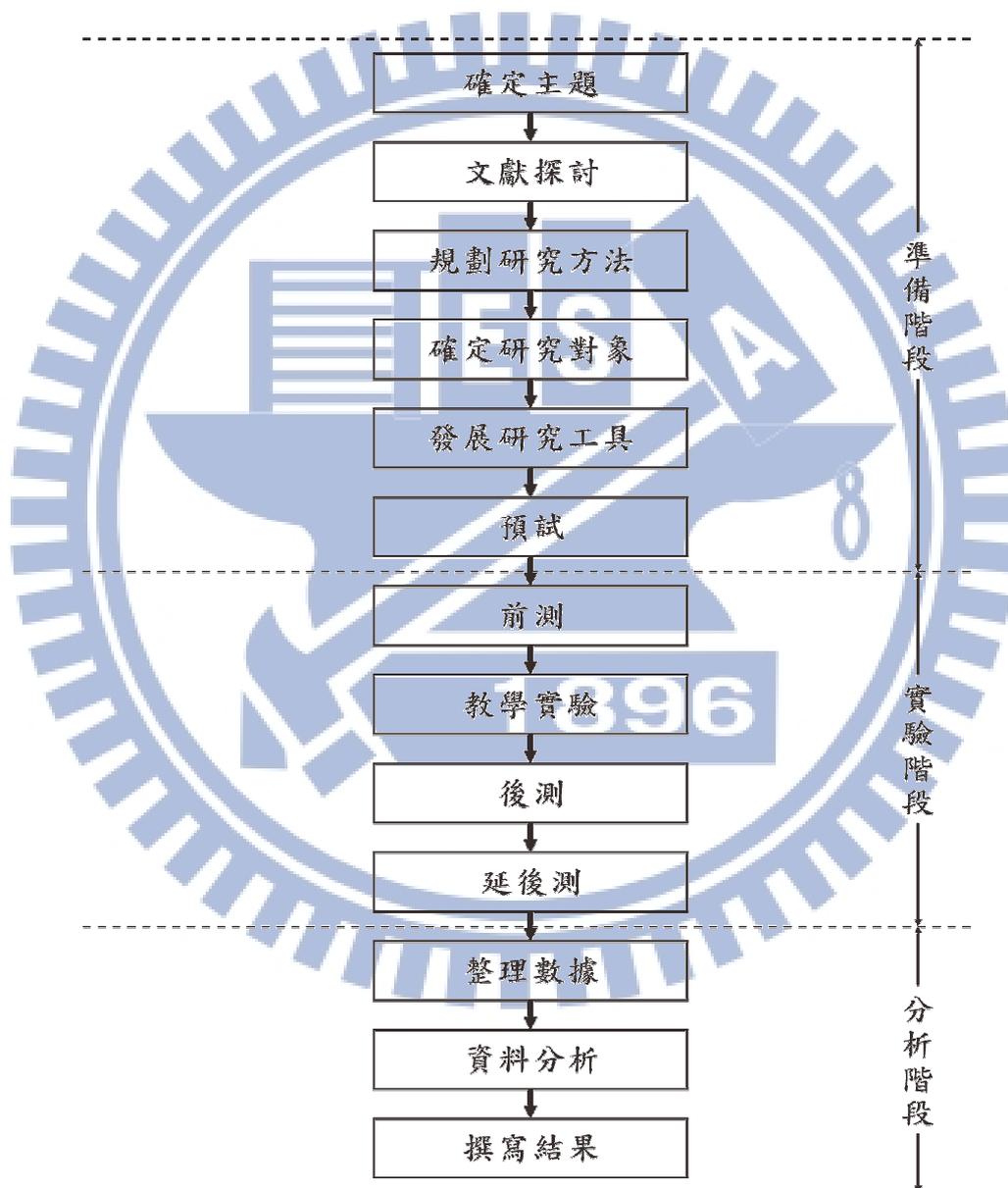


圖 7 研究流程圖

## 3-2 研究設計

### 3-2-1 研究架構

本研究以準實驗法研究不同的教材脈絡對補救教學學生的影響，因此自新北市某國中的八年級 15 個班級中抽出 9 個班級進行前測，並依前測成績篩選出各班最後 10 名學生進行補救教學，合計共 90 名學生，將 9 個班級隨機分成三組(尺規組、解析組、建構組)，每組 3 個班級(30 名學生)進行實驗教學及後測，再於一個月後統一集合所有參與研究的學生進行延後測，並將所得的前測、後測及延後測成績進行分析比較。

### 3-2-2 研究變項

#### 1. 自變項

##### (1) 實驗教材

內容皆為三角形的全等性質，但依教材脈絡的不同分成作為對照的尺規組及作為實驗的解析組與建構組。

#### 2. 依變項

##### (1) 後測

在教學實驗結束後實施，藉此評估學習成效。

##### (2) 延後測

在教學實驗結束後一個月實施，藉此觀察學習延續情形。

#### 3. 控制變項

##### (1) 授課教師

授課教師皆為研究者本身，且皆非受試者的原任課教師。

##### (2) 教學環境

授課地點均在視聽教室。

##### (3) 教學單元

三組的教學單元皆為三角形的全等性質且授課時數完全相同。

##### (4) 測驗試卷：

三組學生在教學實驗前、後所作的前測、後測及延後測，其題目的內容、給分的標準均相同。

### 3-2-3 實驗流程

本研究之實施步驟、內容與時間分配如表 2。

表 2  
教學實驗流程表

步驟	內容	時間
1	前測	20 分鐘
2	實驗教學	25 分鐘
3	後測	20 分鐘
4	延後測	20 分鐘

### 3-3 研究對象

本研究的研究對象是由新北市某國中八年級中九個班的學生在參與前測後，依據前測成績於每班抽出最後 10 名學生(約為全班成績的後 30%學生)作為研究對象，合計 90 名學生，各組前測成績如表 3，並在下面兩小節中檢驗三組學生在前測的表現上程度是否可視為一致。

表 3  
各組學生前測成績描述性統計摘要表

變項	尺規組 ( $n=30$ )		解析組 ( $n=30$ )		建構組 ( $n=30$ )	
	平均	標準差	平均	標準差	平均	標準差
總分 (42)	17.16	6.741	17.36	8.589	17.47	8.506
內容向度						
三角形全等的意義 (5)	3.03	1.712	2.70	2.246	2.70	2.003
三角形的全等性質 (16)	9.96	3.781	9.92	3.791	10.60	4.142
應用全等性質證明 (21)	4.17	3.097	4.73	4.008	4.17	3.495
認知向度						
概念了解 (12)	6.82	3.011	6.29	3.536	7.14	3.831
程序知識 (17)	5.43	2.582	6.23	2.763	5.90	3.220
應用解題 (13)	4.90	2.618	4.83	3.302	4.43	3.014

### 3-3-1 三組學生在總分部份程度可視為一致

利用獨立樣本單因子變異數分析，檢驗尺規組、解析組及建構組三組前測的成績(42分)，平均分數依序為 17.16 分、17.36 分及 17.47 分， $F(2, 87) = .012$ ， $p = .988 > .05$ ，檢驗結果未達顯著，因此三組學生在總分部份的程度可視為一致。

### 3-3-2 三組學生在各分項程度可視為一致

利用獨立樣本單因子變異數分析，檢驗尺規組、解析組及建構組三組前測在內容向度及認知向度中各分項的成績。

在內容向度的三個分項中，(1) 三角形全等的意義的成績(5分)，平均分數依序為 3.03 分、2.70 分、2.70 分， $F(2, 87) = .278$ ， $p = .758 > .05$ ，檢驗結果未達顯著；(2) 三角形的全等性質的成績(16分)，平均分數依序為 9.96 分、9.92 分、10.60 分， $F(2, 87) = .289$ ， $p = .749 > .05$ ，檢驗結果未達顯著；(3) 應用全等性質證明的成績(21分)，平均分數依序為 4.17 分、4.73 分、4.17 分， $F(2, 87) = .254$ ， $p = .776 > .05$ ，檢驗結果未達顯著。經檢驗後可知尺規組、解析組及建構組三組在內容向度中，三個分項的程度可視為一致。

在認知向度的三個分項中，(1) 概念了解的成績(12分)，平均分數依序為 6.82 分、6.29 分、7.14 分， $F(2, 87) = .456$ ， $p = .635 > .05$ ，檢驗結果未達顯著；(2) 程序知識的成績(17分)，平均分數依序為 5.43 分、6.23 分、5.90 分， $F(2, 87) = .589$ ， $p = .557 > .05$ ，檢驗結果未達顯著；(3) 應用解題的成績(13分)，平均分數依序為 4.90 分、4.83 分、4.43 分， $F(2, 87) = .214$ ， $p = .808 > .05$ ，檢驗結果未達顯著。經檢驗後可知尺規組、解析組及建構組三組在認知向度中，三個分項的程度可視為一致。

## 3-4 研究工具

### 3-4-1 實驗教材

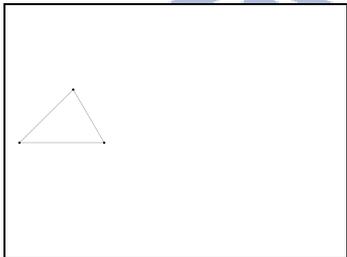
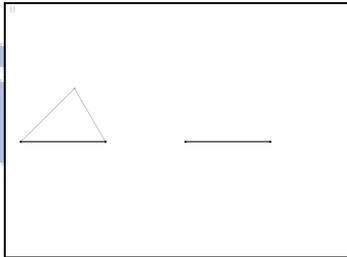
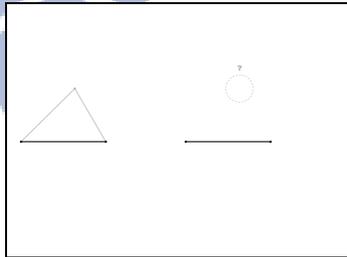
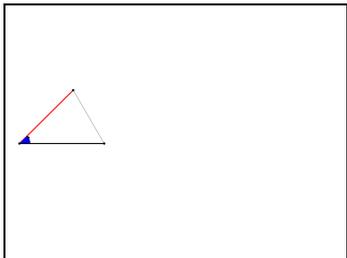
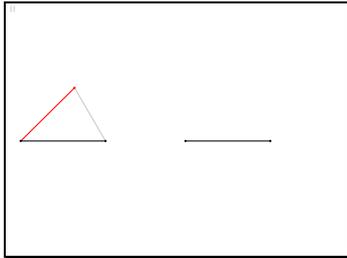
本研究所使用之教材均為自製教材，應用認知負荷理論、多媒體學習理論中提及的教學設計原則，及特徵整合理論中注意力引導與視覺搜尋等技巧來設計實驗教材，期望能透過改善教材的設計來降低外在認知負荷，並根據實驗單元設計出三份不同的教材：

(1)尺規組：遵循九年一貫八年級課本翰林版的教材脈絡，採用能以尺規作圖理解三角形的全等性質；

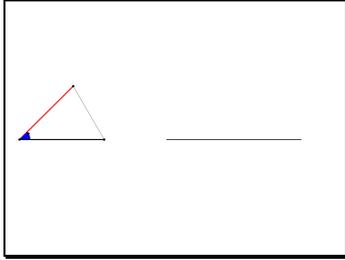
(2)解析組：採用固定三角形一邊的一個條件逐漸增加到三個條件的分析方式，解釋三角形為什麼需要三個條件才能確保三角形全等來推論出全等性質；

(3)建構組：採用在固定三角形一邊後(表示已知兩個頂點)，以尋找第三個頂點的方式來發現還需要額外兩個條件才能確保三角形全等來推論出全等性質。而三份教材脈絡及教學時的口語引導的比較分別羅列如表 4，因篇幅限制，僅羅列出 SAS 全等性質解說部分做比較。

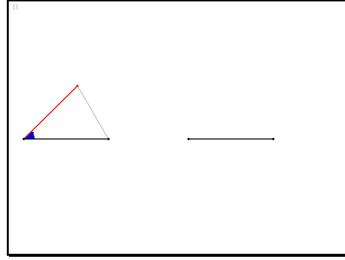
表 4  
教材脈絡及口語引導比較表

尺規組	解析組	建構組
(階段一) 已知一個三角形的兩個邊(黑、紅粗線條)及一個角(藍)，如圖形上所標示，能否根據這些條件畫出一個一樣的三角形呢？	(接續前述固定一邊的條件) 如果再加上一個邊及一個角兩個條件，也就是知道兩個邊及一個角，能否確定三角形一定會一樣呢？	(接續前述固定一邊的條件) 除了知道與兩頂點之間的距離外(SSS)，還有其它方式可以確定第三個頂點的位置嗎？
		
		要如何找到第三個頂點呢？
	如果再加上一個邊(紅粗線條)	

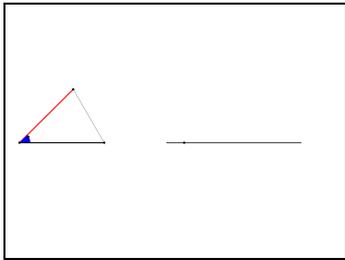
(續下頁)



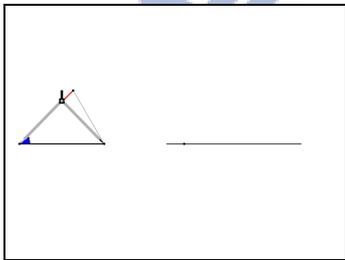
先做一條直線



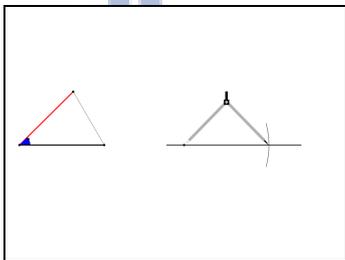
及一個角(藍)



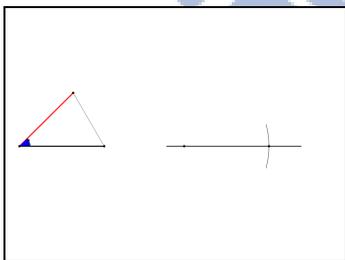
線上任取一點做為圓心



量取黑色線段長度為半徑



畫弧



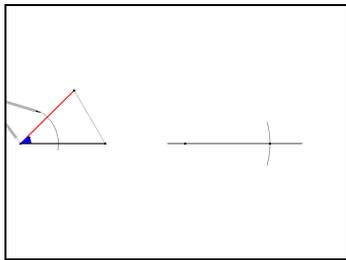
則此線段與黑色線段等長

在(階段一)中三組實驗教材都完成了使用一個已知條件所得到的圖形，其中可以發現尺規組的教材步驟最多，解析組與建構組的步驟則很少，而解析組與建構組的差異在於解析組為了要有系統的將所有可能情形列舉出來，所以會先列出已知條件，但建構組則是要想辦法找出第三個頂點，所以並未一開始就將已知條件列出，而是依序引導需要哪些條件後，再逐一出現。

(續下頁)

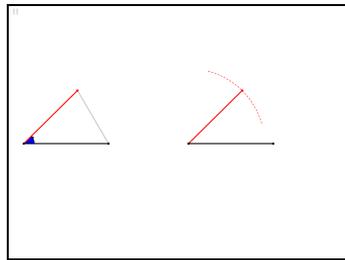
(階段二)

接著再作一個角與藍色的角相等。



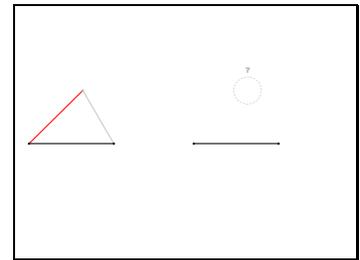
在左圖畫一個弧當做基準

如果我們多知道一個條件是紅色的邊。

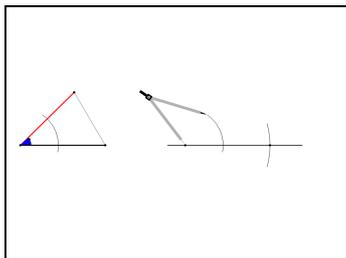


但是這個邊可以動來動去

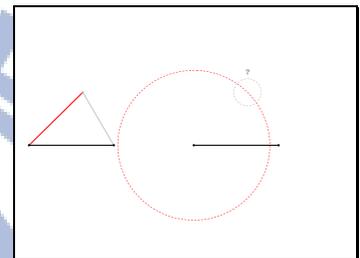
如果我們知道第三個頂點與左邊頂點的距離。



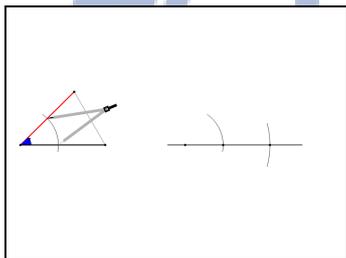
如果知道這段距離(紅粗線條)



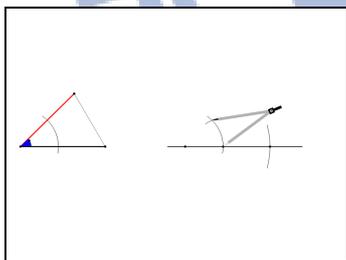
右圖也畫一個半徑相等的弧



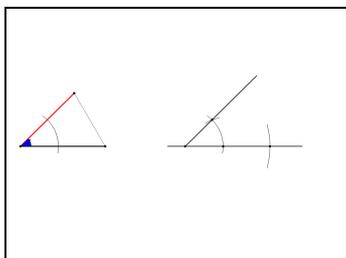
則第三個頂點可能在這個圓上的任何一個位置



量量看左邊的弧有多大



在右圖中畫一個弧與前弧相交



連接兩點就得到一個相同角度

在(階段二)中三組實驗教材都完成了使用兩個已知條件所得到的圖形，唯尺規組受限於作圖的需求，先使用了角度的條件。

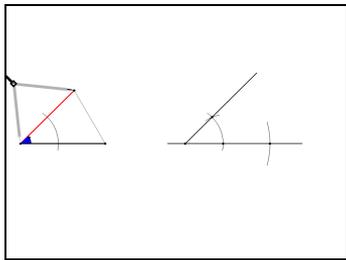
(續下頁)

(階段三)

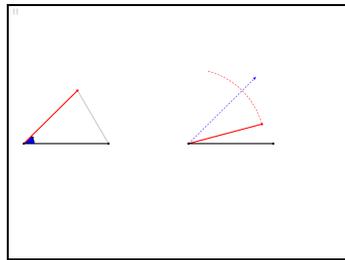
接著再作一個邊與紅色的邊等長。

如果我們再多知道一個條件是藍色的角。

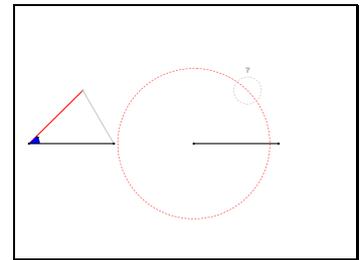
如果我們知道左邊頂點到第三個頂點的方向。



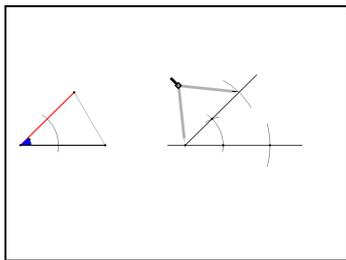
量紅色線段長度當半徑



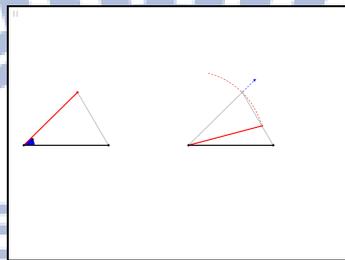
如果知道角度邊就被固定住了



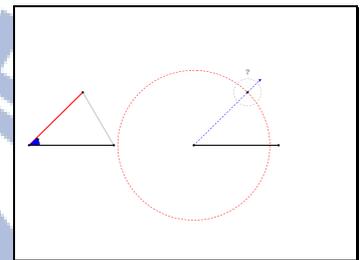
如果知道第三個頂點的方向



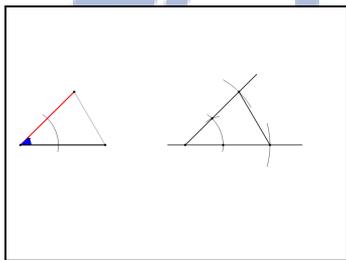
以右圖頂點當圓心畫弧



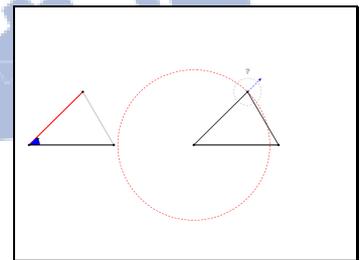
所以可以固定出一個三角形



就可以找到第三個頂點的位置



連接兩點完成作圖



如此一來三角形就固定了

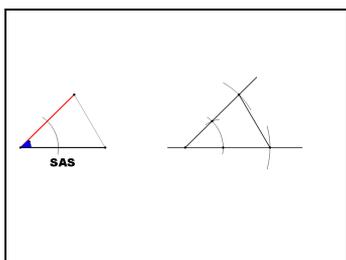
在(階段三)中三組實驗教材都利用三個條件完成所需的三角形。

(階段四)

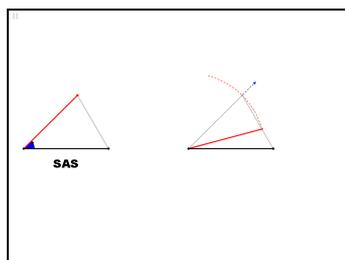
根據這三個條件所作出的三角形具有唯一性(不論怎麼畫都長得一模一樣),所以如果兩個三角形有這三個條件一樣,必定會全等,故可視為全等性質。

如果我們知道三角形當中的兩個邊跟一個角,那麼三角形的形狀就會被固定下來,所以可以將這三個條件視為三角形的全等性質。

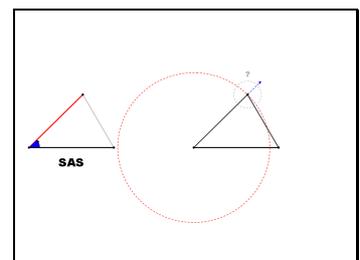
如果我們知道其中一個頂點到第三個頂點的距離及方向的話,就可以找到第三個頂點,三角形就被固定住了,所以可以視為三角形的全等性質。



如此的全等性質稱為 SAS

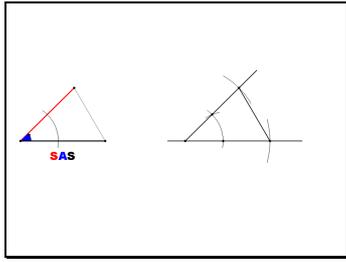


如此的全等性質稱為 SAS

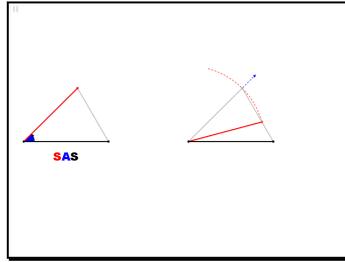


因為距離就是邊長,方向就是角度,所以此全等性質稱為 SAS

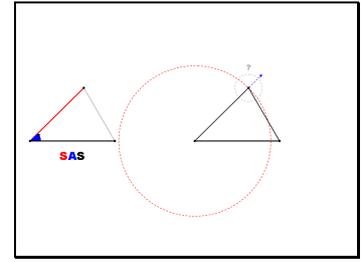
(續下頁)



之所以稱為 SAS 是因為角夾在兩個邊中間(以顏色對應)



之所以稱為 SAS 是因為角夾在兩個邊中間(以顏色對應)



之所以稱為 SAS 是因為角夾在兩個邊中間(以顏色對應)

在(階段四)中分別針對三組實驗教材的解釋方式說明得到的三角形具有唯一性，也因為唯一性，任意兩個三角形若有這三個條件相同時，就必定會全等，因此可以將這三個條件稱為三角形的全等性質，於說明全等性質 SAS 的名稱時，再利用顏色的對應關係來強化相對位置的觀念。

由上述的表較表中可以看出各組的差異，其中尺規組著重於作圖的結果是否具唯一性；解析組著重於如何分析、歸納出所有可能情況，強調如何固定三角形；建構組著重於尋找第三個頂點以建構出相同的三角形，並將角(角度)轉化為方向、邊(長度)轉化為距離。而透過步驟化的教材呈現，可以看出尺規組的步驟明顯超出其他兩組許多，如果學生對於尺規作圖過程不熟悉，肯定會造成極大的認知負荷，但除了在解說的脈絡及步驟數量上的差異外，三組教材在其它方面如：位置、顏色、線條粗細等皆儘量控制為相同，以減少各組間不必要之差異。

### 3-4-2 測驗試卷

本實驗測驗試卷共包含前測、後測及延後測，因此次實驗為補救教學，故三份試卷皆相同，試卷的目的是為了檢視學生是否能完全掌握三角形的全等性質，理解並靈活運用，以達成「S-4-09 能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。」的分段能力指標及「8-s-07 能理解三角形全等性質。」的分年細目。

研究者就實驗學校九年級中的三個常態班合計 83 人施以預試，依各題答題狀況進行分析，依序檢驗試卷的效度、難度、鑑別度及信度，確認試卷是否合宜。試卷總分 42 分，題型皆為填充題，每格 1 分，試卷為研究者根據此次實驗目的編製而成，並依內容向度分為三角形全等的意義、三角形的全等性質及應用全等性質證明三個分項，依認知向度分為概念了解、程序知識及應用解題三個分項。

依內容向度將題目分為三個分項，其中三角形全等的意義包含題號：4、5 等二題，共 5 格(分)；三角形的全等性質包含題號：1、2、3、5、6 等五題，共 16 格(分)；應用全等性質解題包含題號：7~13 等六題，共 21 格(分)。依認知向度將所有題目分為三個分項，其中概念了解包含題號：1~4、5①③、6、13⑧⑨等七題，共 12 格(分)；程序知識包含題號：7①~④、10①、11①~③、12①~③、13①~⑥等五題，共 17 格(分)；應用解題包含題號：4、5②、7⑤~⑧、8、9、10②、11④、12④、13⑦等九題，共 13 格(分)。

### 1. 效度

以雙向細目表來檢核試卷之內容效度，認知向度採 2003 NAPE 數學能力指標(概念了解、程序知識、應用解題)，分析如表 5；且此試題經由指導教授及 5 位教學年資達 10 年以上之國中數學老師共同審議通過，故具專家效度。

表 5  
測驗試卷分析之雙向細目表

內容向度	認知向度			合計
	概念了解	程序知識	應用解題	
三角形全等的意義	2	-	3	5
三角形的全等性質	8	4	4	16
應用全等性質證明	2	13	6	21
合計	12	17	13	42

### 2. 難度、鑑別度

一份試題的題目難度最好介於 0.2 與 0.8 之間，平均難度最好是 0.5；鑑別度最好在 0.3 以上且越大越好(吳明隆、涂金堂，2012)。而本實驗所使用的試卷難度及鑑別度均在範圍之內，詳如表 6。

表 6  
測驗試卷難度與鑑別度

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	平均
難度	.76	.75	.30	.58	.54	.60	.58	.59	.41	.52	.48	.50	.50	.55
鑑別度	.43	.50	.59	.84	.89	.76	.74	.73	.82	.95	.91	.98	.95	.78

### 3. 信度

本次實驗測驗試卷採用的信度考驗方法為「*Cronbach's  $\alpha$* 」係數，一般而言，一份優良的教育測驗至少應該具有 .80 以上的信度係數值，才比較具有使用的教育價值 (Camines & Zeller, 1979)，而本次實驗測驗試卷的 *Cronbach's  $\alpha$*  值為 .876，屬於理想的試卷。

## 3-5 資料分析

本研究採量化分析，使用的資料分析軟體為 *PASW 18.0* 與 *MS Excel 2003*，分析方法包括：信度分析 (*reliability analysis*)、單因子變異數分析 (*ANOVA*)、單因子共變數分析 (*ANCOVA*)、效果值 (*effect size*)、相依樣本 *t* 檢定 (*paired-sample t-test*)，分別說明如下：

### 1. 信度分析 (*reliability analysis*)

使用於預測試卷的分析，而本次實驗中的信度分析採用 *Cronbach's  $\alpha$*  函數來考驗試卷是否具有內部一致性。

### 2. 單因子變異數分析 (*ANOVA*)

使用於前測試卷的分析，評估各組學生在總分及內容向度與認知向度各分項的平均分數之間是否有顯著差異，藉此評估各組學生是否具有同質性。

### 3. 單因子共變數分析 (*ANCOVA*)、效果值 (*effect size*)

使用於後測及延後測試卷的分析，並以前測成績作為共變數，評估各組學生在不同教材脈絡下，學習成效是否達顯著差異，並計算其效果值 (淨  $\eta^2$ ) 來判斷經過學習處理後，到底有多少成效。

### 4. 相依樣本 *t* 檢定 (*paired-sample t-test*)

使用於後測及延後測試卷的分析，評估各組學生與前測成績是否達顯著差異，用來判斷經補救教學後，學生成績是否有進步。



## 第四章 研究結果與討論

本章共有二節，分別說明研究結果及研究討論。

### 4-1 研究結果

本研究藉由後測了解學生的學習成效，待教學實驗一個月後再藉由延後測了解學習延續的情形，其中後測及延後測成績之描述性統計如表 7，而欲檢驗的假設如下：

假設 1：尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之立即成效上有顯著差異。

假設 2：尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之延宕成效上有顯著差異。

假設 3：尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之立即與延宕成效上皆有顯著提升。

表 7  
各組學生後測及延後測成績描述性統計摘要表

變項	尺規組 ( $n=30$ )		解析組 ( $n=30$ )		建構組 ( $n=30$ )	
	平均	標準差	平均	標準差	平均	標準差
<b>後測</b>						
總分 (42)	19.81	7.871	20.78	7.685	19.58	9.209
<b>內容向度</b>						
三角形全等的意義 (5)	2.90	1.668	3.57	1.870	3.33	1.918
三角形的全等性質 (16)	12.08	2.824	11.71	2.920	12.21	4.487
應用全等性質證明 (21)	4.83	4.519	5.50	4.622	4.03	4.367
<b>認知向度</b>						
概念了解 (12)	7.58	2.596	8.25	2.697	8.18	3.161
程序知識 (17)	6.17	3.228	6.73	2.912	5.83	3.887
應用解題 (13)	6.07	3.039	5.80	2.976	5.57	2.976
<b>延後測</b>						
總分 (42)	19.53	9.324	21.26	10.441	20.54	10.370
<b>內容向度</b>						
三角形全等的意義 (5)	3.67	1.516	3.67	1.971	3.33	1.900
三角形的全等性質 (16)	10.80	4.180	10.86	4.044	11.34	4.778
應用全等性質證明 (21)	5.07	4.948	6.73	6.011	5.87	5.406
<b>認知向度</b>						
概念了解 (12)	7.46	3.330	7.46	3.753	7.94	3.606
程序知識 (17)	6.50	4.208	7.57	4.454	6.90	4.205
應用解題 (13)	5.57	2.687	6.23	3.360	5.70	3.505

## 4-1-1 後測成績之組間分析

### 1. 後測總分

假設 1-1：尺規組、解析組及建構組三組在後測總分有顯著差異。

考驗假設 1-1 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測總分沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測總分為共變項，後測總分為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 8，由表中可得知， $F(2, 84) = .641$ ， $p = .530 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 8  
三組學生在後測總分組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測總分	28.992	2	14.496	.641	.530
誤差	1901.095	84	22.632		

進行共變數分析，其結果如表 9，在排除前測總分(共變項)對後測總分(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .572$ ， $p = .566 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測總分上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 9  
三組學生在後測總分單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測總分	4037.000	1	4037.000	179.879	.000	.667
教材脈絡	25.685	2	12.842	.572	.566	.013
誤差	920.087	86	22.443			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-1：尺規組、解析組及建構組三組在後測總分沒有顯著差異。

## 2. 後測中三角形全等的意義分項

假設 1-2：尺規組、解析組及建構組三組在後測中三角形全等的意義分項有顯著差異。考驗假設 1-2 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測中三角形全等的意義分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中三角形全等的意義分項為共變項，後測中三角形全等的意義分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 10，由表中可得知， $F(2, 84) = .859$ ， $p = .427 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 10  
三組學生在後測中三角形全等的意義分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測三角形全等的意義	3.381	2	1.691	.859	.427
誤差	165.382	84	1.969		

進行共變數分析，其結果如表 11，在排除前測中三角形全等的意義分項(共變項)對後測中三角形全等的意義分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = 3.025$ ， $p = .054 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測中三角形全等的意義分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 11  
三組學生在後測中三角形全等的意義分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測三角形全等的意義	114.965	1	114.965	58.585	.000	.405
教材脈絡	11.871	2	5.936	3.025	.054	.066
誤差	168.763	86	1.962			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-2：尺規組、解析組及建構組三組在後測中三角形全等的意義分項沒有顯著差異。

### 3. 後測中三角形的全等性質分項

假設 1-3：尺規組、解析組及建構組三組在後測中三角形的全等性質分項有顯著差異。考驗假設 1-3 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測中三角形的全等性質分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中三角形的全等性質分項為共變項，後測中三角形的全等性質分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 12，由表中可得知， $F(2, 84) = 2.351$ ， $p = .102 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 12  
三組學生在後測中三角形的全等性質分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測三角形的全等性質	25.856	2	12.928	2.351	.102
誤差	461.994	84	5.500		

進行共變數分析，其結果如表 13，在排除前測中三角形的全等性質分項(共變項)對後測中三角形的全等性質分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = 3.025$ ， $p = .054 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測中三角形的全等性質分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 13  
三組學生在後測中三角形的全等性質分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測三角形的全等性質	576.446	1	576.446	101.618	.000	.542
教材脈絡	2.070	2	1.035	.182	.834	.004
誤差	487.850	86	5.673			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-3：尺規組、解析組及建構組三組在後測中三角形的全等性質分項沒有顯著差異。

#### 4. 後測中應用全等性質證明分項

假設 1-4：尺規組、解析組及建構組三組在後測中應用全等性質證明分項有顯著差異。考驗假設 1-4 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測中應用全等性質證明分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中應用全等性質證明分項為共變項，後測中應用全等性質證明分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 14，由表中可得知， $F(2, 84) = .323$ ， $p = .725 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 14  
三組學生在後測中應用全等性質證明分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測應用全等性質證明	7.488	2	3.744	.323	.725
誤差	973.531	84	11.590		

進行共變數分析，其結果如表 15，在排除前測中應用全等性質證明分項(共變項)對後測中應用全等性質證明分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .722$ ， $p = .489 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測中應用全等性質證明分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 15  
三組學生在後測中應用全等性質證明分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測應用全等性質證明	799.496	1	799.496	70.087	.000	.449
教材脈絡	16.475	2	8.237	.722	.489	.017
誤差	981.019	86	11.407			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-4：尺規組、解析組及建構組三組在後測中應用全等性質證明分項沒有顯著差異。

## 5. 後測中概念了解分項

假設 1-5：尺規組、解析組及建構組三組在後測中概念了解分項有顯著差異。

考驗假設 1-5 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測中概念了解分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中概念了解分項為共變項，後測中概念了解分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 16，由表中可得知， $F(2, 84) = .005$ ， $p = .995 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 16  
三組學生在後測中概念了解分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測概念了解	.034	2	.017	.005	.995
誤差	288.513	84	3.435		

進行共變數分析，其結果如表 17，在排除前測中概念了解分項(共變項)對後測中概念了解分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = 2.246$ ， $p = .112 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測中概念了解分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 17  
三組學生在後測中概念了解分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測概念了解	400.751	1	400.751	119.442	.000	.581
教材脈絡	15.069	2	7.534	2.246	.112	.050
誤差	288.547	86	3.355			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-5：尺規組、解析組及建構組三組在後測中概念了解分項沒有顯著差異。

## 6. 後測中程序知識分項

假設 1-6：尺規組、解析組及建構組三組在後測中程序知識分項有顯著差異。

考驗假設 1-6 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測中程序知識分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中程序知識分項為共變項，後測中程序知識分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 18，由表中可得知， $F(2, 84) = .049$ ， $p = .952 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 18  
三組學生在後測中程序知識分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測程序知識	.542	2	.271	.049	.952
誤差	463.505	84	5.518		

進行共變數分析，其結果如表 19，在排除前測中程序知識分項(共變項)對後測中程序知識分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .859$ ， $p = .427 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測中程序知識分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 19  
三組學生在後測中程序知識分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測程序知識	525.302	1	525.302	97.352	.000	.531
教材脈絡	9.273	2	4.636	.859	.427	.020
誤差	464.047	86	5.396			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-6：尺規組、解析組及建構組三組在後測中程序知識分項沒有顯著差異。

## 7. 後測中應用解題分項

假設 1-7：尺規組、解析組及建構組三組在後測中應用解題分項有顯著差異。

考驗假設 1-7 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在後測中應用解題分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中應用解題分項為共變項，後測中應用解題分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 20，由表中可得知， $F(2, 84) = .544$ ， $p = .583 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 20  
三組學生在後測中應用解題分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測應用解題	6.182	2	3.091	.544	.583
誤差	477.531	84	5.685		

進行共變數分析，其結果如表 21，在排除前測中應用解題分項(共變項)對後測中應用解題分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .085$ ， $p = .919 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在後測中應用解題分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 21  
三組學生在後測中應用解題分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測應用解題	301.122	1	301.122	53.537	.000	.384
教材脈絡	.954	2	.477	.085	.919	.002
誤差	483.712	86	5.625			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 1-7：尺規組、解析組及建構組三組在後測中應用解題分項沒有顯著差異。

## 4-1-2 延後測成績之組間分析

### 1. 延後測總分

假設 2-1：尺規組、解析組及建構組三組在延後測總分有顯著差異。

考驗假設 2-1 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測總分沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測總分為共變項，延後測總分為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 22，由表中可得知， $F(2, 84) = .224$ ， $p = .800 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 22  
三組學生在延後測總分組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測總分	13.935	2	6.967	.224	.800
誤差	2615.583	84	31.138		

進行共變數分析，其結果如表 23，在排除前測總分(共變項)對延後測總分(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .571$ ， $p = .567 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測總分上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 23  
三組學生在延後測總分單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測總分	6182.059	1	6182.059	202.188	.000	.702
教材脈絡	34.891	2	17.446	.571	.567	.013
誤差	2629.517	86	30.576			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-1：尺規組、解析組及建構組三組在延後測總分沒有顯著差異。

## 2. 延後測中三角形全等的意義分項

假設 2-2：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中三角形全等的意義分項有顯著差異。

考驗假設 2-2 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中三角形全等的意義分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中三角形全等的意義分項為共變項，延後測中三角形全等的意義分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 24，由表中可得知， $F(2, 84) = 4.134$ ， $p = .059 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 24  
三組學生在延後測中三角形全等的意義分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	P
教材脈絡*前測三角形全等的意義	16.687	2	8.343	4.134	.059
誤差	169.551	84	2.018		

進行共變數分析，其結果如表 25，在排除前測中三角形全等的意義分項(共變項)對延後測中三角形全等的意義分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .385$ ， $p = .681 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測中三角形全等的意義分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 25  
三組學生在延後測中三角形全等的意義分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測三角形全等的意義	98.315	1	98.315	45.400	.000	.346
教材脈絡	1.669	2	.834	.385	.681	.009
誤差	186.238	86	2.166			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-2：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中三角形全等的意義分項沒有顯著差異。

### 3. 延後測中三角形的全等性質分項

假設 2-3：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中三角形的全等性質分項有顯著差異。

考驗假設 2-3 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中三角形的全等性質分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中三角形的全等性質分項為共變項，延後測中三角形的全等性質分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 26，由表中可得知， $F(2, 84) = .983$ ， $p = .378 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 26  
三組學生在延後測中三角形的全等性質分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測三角形的全等性質	12.733	2	6.366	.983	.378
誤差	543.925	84	6.475		

進行共變數分析，其結果如表 27，在排除前測中三角形的全等性質分項(共變項)對延後測中三角形的全等性質分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .022$ ， $p = .978 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測中三角形的全等性質分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 27  
三組學生在延後測中三角形的全等性質分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測三角形的全等性質	1091.299	1	1091.299	168.599	.000	.662
教材脈絡	.288	2	.144	.022	.978	.001
誤差	556.657	86	6.473			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-3：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中三角形的全等性質分項沒有顯著差異。

#### 4. 延後測中應用全等性質證明分項

假設 2-4：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中應用全等性質證明分項有顯著差異。

考驗假設 2-4 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中應用全等性質證明分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中應用全等性質證明分項為共變項，延後測中應用全等性質證明分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 28，由表中可得知， $F(2, 84) = 1.454$ ， $p = .240 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 28  
三組學生在延後測中應用全等性質證明分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測應用全等性質證明	50.415	2	25.208	1.454	.240
誤差	1456.585	84	17.340		

進行共變數分析，其結果如表 29，在排除前測中應用全等性質證明分項(共變項)對延後測中應用全等性質證明分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .552$ ， $p = .578 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測中應用全等性質證明分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 29  
三組學生在延後測中應用全等性質證明分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測應用全等性質證明	1120.546	1	1120.546	63.946	.000	.426
教材脈絡	19.343	2	9.672	.552	.578	.013
誤差	1507.000	86	17.523			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-4：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中應用全等性質證明分項沒有顯著差異。

## 5. 延後測中概念了解分項

假設 2-5：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中概念了解分項有顯著差異。

考驗假設 2-5 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中概念了解分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中概念了解分項為共變項，延後測中概念了解分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 30，由表中可得知， $F(2, 84) = .184$ ， $p = .832 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 30  
三組學生在延後測中概念了解分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測概念了解	1.911	2	.955	.184	.832
誤差	436.035	84	5.191		

進行共變數分析，其結果如表 31，在排除前測中概念了解分項(共變項)對延後測中概念了解分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .266$ ， $p = .767 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測中概念了解分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 31  
三組學生在延後測中概念了解分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測概念了解	671.028	1	671.028	131.771	.000	.605
教材脈絡	2.713	2	1.356	.266	.767	.006
誤差	437.946	86	5.092			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-5：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中概念了解分項沒有顯著差異。

## 6. 延後測中程序知識分項

假設 2-6：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中程序知識分項有顯著差異。

考驗假設 2-6 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中程序知識分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中程序知識分項為共變項，延後測中程序知識分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 32，由表中可得知， $F(2, 84) = .953$ ， $p = .390 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 32

三組學生在延後測中程序知識分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測程序知識	22.025	2	11.012	.953	.390
誤差	970.249	84	11.551		

進行共變數分析，其結果如表 33，在排除前測中程序知識分項(共變項)對延後測中程序知識分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .102$ ， $p = .903 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測中程序知識分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 33

三組學生在延後測中程序知識分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測程序知識	624.356	1	624.356	54.113	.000	.386
教材脈絡	2.358	2	1.179	.102	.903	.002
誤差	992.274	86	11.538			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-6：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中程序知識分項沒有顯著差異。

## 7. 延後測中應用解題分項

假設 2-7：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中應用解題分項有顯著差異。

考驗假設 2-7 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中應用解題分項沒有顯著差異。

以教材脈絡為自變項，前測中應用解題分項為共變項，延後測中應用解題分項為依變項進行獨立樣本單因子共變數分析(ANCOVA)，首先進行組內迴歸係數同質性檢定，其結果如表 34，由表中可得知， $F(2, 84) = .613$ ， $p = .544 > .05$ ，未達顯著性水準，接受虛無假設，符合共變數組內迴歸係數同質性檢定，可進行共變數分析。

表 34  
三組學生在延後測中應用解題分項組內迴歸係數同質性檢定摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p
教材脈絡*前測應用解題	6.926	2	3.463	.613	.544
誤差	474.802	84	5.652		

進行共變數分析，其結果如表 35，在排除前測中應用解題分項(共變項)對延後測中應用解題分項(依變項)的影響後，自變項對依變項影響效果檢定之  $F(2, 86) = .708$ ， $p = .495 > .05$ ，未達顯著性水準，亦即受試者在延後測中應用解題分項上不會因教材脈絡的不同而有所差異。

表 35  
三組學生在延後測中應用解題分項單因子共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F	p	淨 $\eta^2$
前測應用解題	410.840	1	410.840	73.345	.000	.460
教材脈絡	7.932	2	3.966	.708	.495	.016
誤差	481.727	86	5.601			

由上述結果表示  $H_0$  成立，拒絕假設 2-7：尺規組、解析組及建構組三組在延後測中應用解題分項沒有顯著差異。

### 4-1-3 後測及延後測成績之組內分析

#### 1. 尺規組後測

假設 3-1：尺規組的後測相對於前測在學習成效上有顯著差異。

考驗假設 3-1 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組的後測相對於前測在學習成效上沒有顯著差異。

針對尺規組的前測與後測進行相依樣本  $t$  檢定，依總分、內容及認知向度各分項進行考驗，結果如表 36：在總分部分， $t=3.341$ ， $p<.01$ ，達顯著水準，後測( $M=19.81$ )優於前測( $M=17.16$ )；在三角形的全等性質分項， $t=4.576$ ， $p<.001$ ，達顯著水準，後測( $M=12.08$ )優於前測( $M=9.96$ )；在應用解題分項， $t=2.670$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，後測( $M=6.07$ )優於前測( $M=4.90$ )。

表 36  
尺規組前測與後測相依樣本  $t$  檢定摘要表

變項		$N$	平均	標準差	平均差異	$t$	$p$																																																																																				
總分(42)	前測	30	17.16	6.741	2.657	3.341**	.002																																																																																				
	後測	30	19.81	7.871				內容向度								三角形全等的意義(5)	前測	30	3.03	1.712	-.133	-.502	.620	後測	30	2.90	1.668	三角形的全等性質(16)	前測	30	9.96	3.781	2.124	4.576***	.000	後測	30	12.08	2.824	應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.097	.667	.975	.338	後測	30	4.83	4.519	認知向度								概念了解(12)	前測	30	6.82	3.011	.757	1.990	.056	後測	30	7.58	2.596	程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	.733	1.650	.110	後測	30	6.17	3.228	應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012
內容向度																																																																																											
三角形全等的意義(5)	前測	30	3.03	1.712	-.133	-.502	.620																																																																																				
	後測	30	2.90	1.668				三角形的全等性質(16)	前測	30	9.96	3.781	2.124	4.576***	.000	後測	30	12.08	2.824	應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.097	.667	.975	.338	後測	30	4.83	4.519	認知向度								概念了解(12)	前測	30	6.82	3.011	.757	1.990	.056	後測	30	7.58	2.596	程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	.733	1.650	.110	後測	30	6.17	3.228	應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012	後測	30	6.07	3.039																
三角形的全等性質(16)	前測	30	9.96	3.781	2.124	4.576***	.000																																																																																				
	後測	30	12.08	2.824				應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.097	.667	.975	.338	後測	30	4.83	4.519	認知向度								概念了解(12)	前測	30	6.82	3.011	.757	1.990	.056	後測	30	7.58	2.596	程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	.733	1.650	.110	後測	30	6.17	3.228	應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012	後測	30	6.07	3.039																												
應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.097	.667	.975	.338																																																																																				
	後測	30	4.83	4.519				認知向度								概念了解(12)	前測	30	6.82	3.011	.757	1.990	.056	後測	30	7.58	2.596	程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	.733	1.650	.110	後測	30	6.17	3.228	應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012	後測	30	6.07	3.039																																								
認知向度																																																																																											
概念了解(12)	前測	30	6.82	3.011	.757	1.990	.056																																																																																				
	後測	30	7.58	2.596				程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	.733	1.650	.110	後測	30	6.17	3.228	應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012	後測	30	6.07	3.039																																																												
程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	.733	1.650	.110																																																																																				
	後測	30	6.17	3.228				應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012	後測	30	6.07	3.039																																																																								
應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	1.167	2.670*	.012																																																																																				
	後測	30	6.07	3.039																																																																																							

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . \*\*\* $p < .001$ . °

## 2. 解析組後測

假設 3-2：解析組的後測相對於前測在學習成效上有顯著差異。

考驗假設 3-2 的虛無假設  $H_0$ ：解析組的後測相對於前測在學習成效上沒有顯著差異。

針對解析組的前測與後測進行相依樣本  $t$  檢定，依總分、內容及認知向度各分項進行考驗，結果如表 37：在總分部分， $t=4.539$ ， $p<.001$ ，達顯著水準，後測( $M=20.78$ )優於前測( $M=17.36$ )；在三角形全等的意義分項， $t=2.466$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，後測( $M=3.57$ )優於前測( $M=2.70$ )；在三角形的全等性質分項， $t=3.657$ ， $p<.01$ ，達顯著水準，後測( $M=11.71$ )優於前測( $M=9.92$ )；在概念了解分項， $t=5.214$ ， $p<.001$ ，達顯著水準，後測( $M=8.25$ )優於前測( $M=6.29$ )；在應用解題分項， $t=2.096$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，後測( $M=5.80$ )優於前測( $M=4.83$ )。

表 37  
解析組前測與後測相依樣本  $t$  檢定摘要表

變項		$N$	平均	標準差	平均差異	$t$	$p$
總分(42)	前測	30	17.36	8.589	3.424	4.539***	.000
	後測	30	20.78	7.685			
<i>內容向度</i>							
三角形全等的意義(5)	前測	30	2.70	2.246	.867	2.466*	.020
	後測	30	3.57	1.870			
三角形的全等性質(16)	前測	30	9.92	3.791	1.790	3.657**	.001
	後測	30	11.71	2.920			
應用全等性質證明(21)	前測	30	4.73	4.008	.767	1.534	.136
	後測	30	5.50	4.622			
<i>認知向度</i>							
概念了解(12)	前測	30	6.29	3.536	1.957	5.214***	.000
	後測	30	8.25	2.697			
程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	.500	1.464	.154
	後測	30	6.73	2.912			
應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	.967	2.096*	.045
	後測	30	5.80	2.976			

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . \*\*\* $p < .001$ .

### 3. 建構組後測

假設 3-3：建構組的後測相對於前測在學習成效上有顯著差異。

考驗假設 3-3 的虛無假設  $H_0$ ：建構組的後測相對於前測在學習成效上沒有顯著差異。

針對建構組的前測與後測進行相依樣本  $t$  檢定，依總分、內容及認知向度各分項進行考驗，結果如表 38：在三角形全等的意義分項， $t=2.433$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，後測( $M=3.33$ )優於前測( $M=2.70$ )；在三角形的全等性質分項， $t=3.016$ ， $p<.01$ ，達顯著水準，後測( $M=12.21$ )優於前測( $M=10.60$ )；在概念了解分項， $t=2.234$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，後測( $M=8.18$ )優於前測( $M=7.14$ )；在應用解題分項， $t=2.134$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，後測( $M=5.57$ )優於前測( $M=4.43$ )。

表 38  
建構組前測與後測相依樣本  $t$  檢定摘要表

變項		$N$	平均	標準差	平均差異	$t$	$p$
總分(42)	前測	30	17.47	8.506	2.110	1.962***	.059
	後測	30	19.58	9.209			
內容向度							
三角形全等的意義(5)	前測	30	2.70	2.003	.633	2.433***	.021
	後測	30	3.33	1.918			
三角形的全等性質(16)	前測	30	10.60	4.142	1.610	3.016**	.005
	後測	30	12.21	4.487			
應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.495	-.133	-.201	.842
	後測	30	4.03	4.367			
認知向度							
概念了解(12)	前測	30	7.14	3.831	1.043	2.234*	.033
	後測	30	8.18	3.161			
程序知識(17)	前測	30	5.90	3.220	-.067	-.137	.892
	後測	30	5.83	3.887			
應用解題(13)	前測	30	4.43	3.014	1.133	2.134*	.041
	後測	30	5.57	2.976			

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . °

#### 4. 尺規組延後測

假設 3-4：尺規組的延後測相對於前測在學習成效上有顯著差異。

考驗假設 3-4 的虛無假設  $H_0$ ：尺規組的延後測相對於前測在學習成效上沒有顯著差異。

針對尺規組的前測與延後測進行相依樣本  $t$  檢定，依總分、內容及認知向度各分項進行考驗，結果如表 39，在總分及各分項皆未達顯著水準。

表 39  
尺規組前測與延後測相依樣本  $t$  檢定摘要表

變項		$N$	平均	標準差	平均差異	$t$	$p$
總分(42)	前測	30	17.16	6.741	2.371	2.038	.051
	延後測	30	19.53	9.324			
內容向度							
三角形全等的意義(5)	前測	30	3.03	1.712	.633	1.658	.108
	延後測	30	3.67	1.516			
三角形的全等性質(16)	前測	30	9.96	3.781	.838	1.695	.101
	延後測	30	10.80	4.180			
應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.097	.900	1.057	.299
	延後測	30	5.07	4.948			
認知向度							
概念了解(12)	前測	30	6.82	3.011	.638	1.325	.195
	延後測	30	7.46	3.330			
程序知識(17)	前測	30	5.43	2.582	1.067	1.532	.136
	延後測	30	6.50	4.208			
應用解題(13)	前測	30	4.90	2.618	.667	1.455	.156
	延後測	30	5.57	2.687			

#### 5. 解析組延後測

假設 3-5：解析組的延後測相對於前測在學習成效上有顯著差異。

考驗假設 3-5 的虛無假設  $H_0$ ：解析組的延後測相對於前測在學習成效上沒有顯著差異。

針對解析組的前測與延後測進行相依樣本  $t$  檢定，依總分、內容及認知向度各分項進行考驗，結果如表 40：在總分部分， $t=3.750$ ， $p<.01$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=21.26$ ) 優於前測 ( $M=17.36$ )；在三角形全等的意義分項， $t=3.484$ ， $p<.01$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=3.67$ ) 優於前測 ( $M=2.70$ )；在應用全等性質證明分項， $t=2.597$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=6.73$ ) 優於前測 ( $M=4.73$ )；在概念了解分項， $t=2.522$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=7.46$ ) 優於前測 ( $M=6.29$ )；在程序知識分項， $t=2.364$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=7.57$ ) 優於前測 ( $M=6.23$ )。在應用解題分項， $t=3.294$ ， $p<.01$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=6.23$ ) 優於前測 ( $M=4.83$ )。

表 40  
解析組前測與延後測相依樣本  $t$  檢定摘要表

變項		$N$	平均	標準差	平均差異	$t$	$p$																																																																																				
總分(42)	前測	30	17.36	8.589	3.905	3.750**	.001																																																																																				
	延後測	30	21.26	10.441				<b>內容向度</b>								三角形全等的意義(5)	前測	30	2.70	2.246	.967	3.484**	.002	延後測	30	3.67	1.971	三角形的全等性質(16)	前測	30	9.92	3.791	.938	1.867**	.072	延後測	30	10.86	4.044	應用全等性質證明(21)	前測	30	4.73	4.008	2.000	2.597*	.015	延後測	30	6.73	6.011	<b>認知向度</b>								概念了解(12)	前測	30	6.29	3.536	1.171	2.522*	.017	延後測	30	7.46	3.753	程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	1.333	2.364*	.025	延後測	30	7.57	4.454	應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003
<b>內容向度</b>																																																																																											
三角形全等的意義(5)	前測	30	2.70	2.246	.967	3.484**	.002																																																																																				
	延後測	30	3.67	1.971				三角形的全等性質(16)	前測	30	9.92	3.791	.938	1.867**	.072	延後測	30	10.86	4.044	應用全等性質證明(21)	前測	30	4.73	4.008	2.000	2.597*	.015	延後測	30	6.73	6.011	<b>認知向度</b>								概念了解(12)	前測	30	6.29	3.536	1.171	2.522*	.017	延後測	30	7.46	3.753	程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	1.333	2.364*	.025	延後測	30	7.57	4.454	應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003	延後測	30	6.23	3.360																
三角形的全等性質(16)	前測	30	9.92	3.791	.938	1.867**	.072																																																																																				
	延後測	30	10.86	4.044				應用全等性質證明(21)	前測	30	4.73	4.008	2.000	2.597*	.015	延後測	30	6.73	6.011	<b>認知向度</b>								概念了解(12)	前測	30	6.29	3.536	1.171	2.522*	.017	延後測	30	7.46	3.753	程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	1.333	2.364*	.025	延後測	30	7.57	4.454	應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003	延後測	30	6.23	3.360																												
應用全等性質證明(21)	前測	30	4.73	4.008	2.000	2.597*	.015																																																																																				
	延後測	30	6.73	6.011				<b>認知向度</b>								概念了解(12)	前測	30	6.29	3.536	1.171	2.522*	.017	延後測	30	7.46	3.753	程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	1.333	2.364*	.025	延後測	30	7.57	4.454	應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003	延後測	30	6.23	3.360																																								
<b>認知向度</b>																																																																																											
概念了解(12)	前測	30	6.29	3.536	1.171	2.522*	.017																																																																																				
	延後測	30	7.46	3.753				程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	1.333	2.364*	.025	延後測	30	7.57	4.454	應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003	延後測	30	6.23	3.360																																																												
程序知識(17)	前測	30	6.23	2.763	1.333	2.364*	.025																																																																																				
	延後測	30	7.57	4.454				應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003	延後測	30	6.23	3.360																																																																								
應用解題(13)	前測	30	4.83	3.302	1.400	3.294**	.003																																																																																				
	延後測	30	6.23	3.360																																																																																							

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . °

## 6. 建構組延後測

假設 3-6：建構組的延後測相對於前測在學習成效上有顯著差異。

考驗假設 3-6 的虛無假設  $H_0$ ：建構組的延後測相對於前測在學習成效上沒有顯著差異。

針對建構組的前測與延後測進行相依樣本  $t$  檢定，依總分、內容及認知向度各分項進行考驗，結果如表 41：在總分部分， $t=3.954$ ， $p<.001$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=20.54$ ) 優於前測 ( $M=17.47$ )；在三角形全等的意義分項， $t=2.249$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=3.33$ ) 優於前測 ( $M=2.70$ )；在應用全等性質證明分項， $t=2.642$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=5.87$ ) 優於前測 ( $M=4.17$ )；在概念了解分項， $t=2.482$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=7.94$ ) 優於前測 ( $M=7.14$ )；在應用解題分項， $t=2.643$ ， $p<.05$ ，達顯著水準，延後測 ( $M=5.70$ ) 優於前測 ( $M=4.43$ )。

表 41  
建構組前測與延後測相依樣本  $t$  檢定摘要表

變項		$N$	平均	標準差	平均差異	$t$	$p$
總分(42)	前測	30	17.47	8.506	3.071	3.954***	.000
	延後測	30	20.54	10.370			
<i>內容向度</i>							
三角形全等的意義(5)	前測	30	2.70	2.003	.633	2.249**	.032
	延後測	30	3.33	1.900			
三角形的全等性質(16)	前測	30	10.60	4.142	.738	1.863	.073
	延後測	30	11.34	4.778			
應用全等性質證明(21)	前測	30	4.17	3.495	1.700	2.642*	.013
	延後測	30	5.87	5.406			
<i>認知向度</i>							
概念了解(12)	前測	30	7.14	3.831	.805	2.482*	.019
	延後測	30	7.94	3.606			
程序知識(17)	前測	30	5.90	3.220	1.000	1.709	.098
	延後測	30	6.90	4.205			
應用解題(13)	前測	30	4.43	3.014	1.267	2.643*	.013
	延後測	30	5.70	3.505			

\* $p < .05$ . \*\*\* $p < .001$ .。

#### 4-1-4 研究分析結果摘要

綜合前面各小節分析結果，依據研究所提出之假設 1~3 進行整理，摘要如表 42。

表 42

分析結果摘要表

研究假設	結果摘要
假設 1： 尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之立即成效上有顯著差異。	不成立 教材脈絡對於後測成績在總分、內容向度的三個分項及認知向度的三個分項皆未造成顯著差異，但解析組在總分部份略高於其它兩組。
假設 2： 尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之延宕成效上有顯著差異。	不成立 教材脈絡對於延後測成績在總分、內容向度的三個分項及認知向度的三個分項皆未造成顯著差異，但解析組在總分部份略高於其它兩組。
假設 3： 尺規組、解析組及建構組三組在學習三角形全等性質之立即與延宕成效上皆有顯著提升。	部分成立 1. 尺規組在後測部份於總分及三角形的全等性質、應用解題兩個分項優於前測；在延後測部份則皆未達顯著差異。 2. 解析組在後測部份於總分及三角形全等的意義、三角形的全等性質、概念了解、應用解題四個分項優於前測；在延後測部份於總分及三角形全等的意義、應用全等性質證明、概念了解、程序知識、應用解題五個分項優於前測。 3. 建構組在後測部份於三角形全等的意義、三角形的全等性質、概念了解、應用解題四個分項優於前測；在延後測部份於總分及三角形全等的意義、應用全等性質證明、概念了解、應用解題四個分項優於前測。

歸納整理表 42 後，得到下列三點結果：

1. 在各組的教材脈絡下，參與補教教學的學生在學習成效上並沒有顯著的差異。
2. 經補救教學後，各組學生於後測皆能有顯著的進步。
3. 經補救教學後，解析組及建構組學生於延後測仍能保有顯著的進步。

由於假設 1、2 不成立，僅假設 3 部分成立，因此針對三組在學習三角形全等性質之立即與延宕成效進行分析，如表 43(表格中之各項數據為平均分數的進步幅度)，依表 43 歸納整理出以下四點(分別於 4-2 中進行討論)，並將三組學生在前測、後測及延後測於總分及內容向度與認知向度的六個分項的平均分數繪製成折線圖，如圖 8。

1. 由後測至延後測於尺規組學習成效有衰退情形，但解析組、建構組則無此現象。
2. 三組在後測中三角形的全等性質分項成績皆優於前測，但在延後測中雖有進步，卻皆未達顯著差異，發生衰退的情形最明顯。
3. 解析組與建構組在後測及延後測相對於前測的進步情形(各分項達顯著差異的情形)相似，除在延後測的程序知識分項情形相異外，其餘各分項情形皆相同。
4. 三組在應用全等性質證明及程序知識兩分項由後測至延後測皆有進步(未達顯著差異)，但在概念了解分項皆有退步(未達顯著差異)。

表 43

三組後測及延後測成績相對於前測成績之結果比較表

變項	尺規組 (n = 30)		解析組 (n = 30)		建構組 (n = 30)	
	後測	延後測	後測	延後測	後測	延後測
總分 (42)	2.657**	2.371	3.424***	3.905**	2.110	3.071***
內容向度						
三角形全等的意義 (5)	-.133	.633**	.867*	.967**	.633*	.633*
三角形的全等性質 (16)	2.124***	.838	1.790**	.938	1.610**	.738
應用全等性質證明 (21)	.667	.900	.767	2.000*	-.133	1.700*
認知向度						
概念了解 (12)	.757	.638	1.957***	1.171*	1.043*	.805*
程序知識 (17)	.733	1.067	.500	1.333*	-.067	1.000
應用解題 (13)	1.167*	.667	.967*	1.400**	1.133*	1.267*

\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . \*\*\* $p < .001$ . °

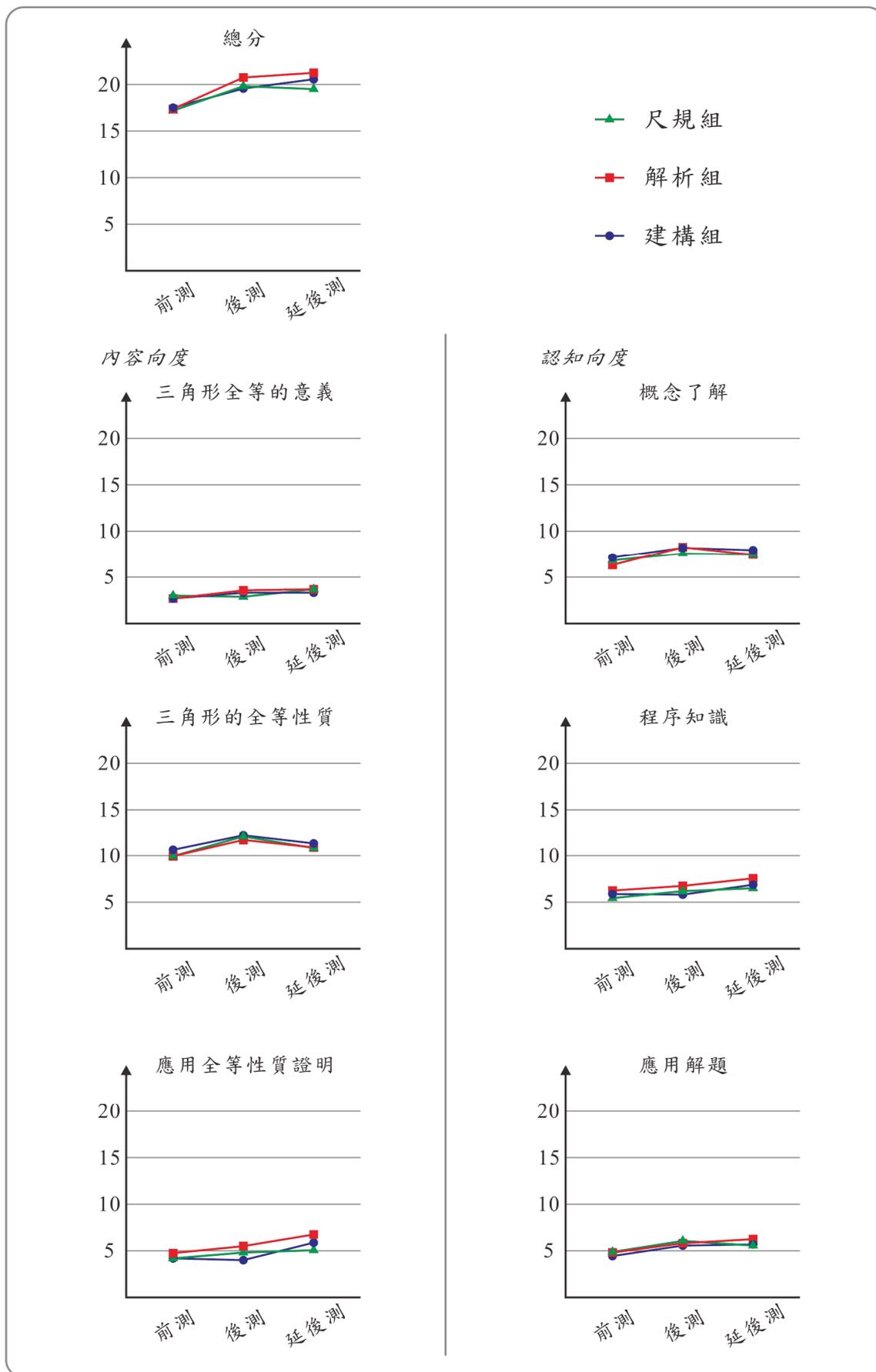


圖 8 測驗分數折線圖

## 4-2 研究討論

根據上述結果的分析作出以下討論：

1. 各組教材脈絡對於補救教學學生在學習成就上並未造成差異，探討可能原因有二，其一教材除了在脈絡上的差異外，其餘部分(如圖形位置、顏色配置、線條粗細)皆無差異，如此一來可以假定已將教材的外在認知負荷降低至同一個程度，但因為這個單元的內在認知負荷可能仍高於補救教學學生所能承受之範圍，造成研究結果無顯著差異；其二教學時間因考慮到學生已完成此部分課程的學習，僅安排 25 分鐘，未有足夠時間讓學生融入課程的脈絡當中，而導致實驗結果不顯著。
2. 解析組與建構組延後測成績皆高於後測，探討可能原因為學生的課程進度仍有部份運用到全等性質的證明，因此在課程的進行中也許逐漸對這個單元有更深入的了解及認識，但此情形卻未發生於尺規組中，因此推論經解析組與建構組的教學後可能可以幫助學生更了解課程內容及原理，以至於後來的經驗可以整合到原有基模並加以更新，達到有效的學習。
3. 三組學生在內容向度中三角形的全等性質分項於後測時都有顯著的進步幅度，但在延後測時，相較於後測成績在各分項中下滑幅度最大，推論可能原因為三角形的全等性質的內容主要仍在於記憶五個全等性質，在後測(立即成效)因為剛經過補救教學故成績顯著提升，但延後測時(延宕成效)因為經過的一個月的時間，可能記憶未如當初清晰，故三組成績都下滑。
4. 解析組與建構組在後測及延後測的進步情形相似，探討可能原因為兩組皆以理解原理出發，雖方法不同，但都讓學生知道為什麼會有這些全等性質，相較於尺規組先提出全等性質再說明的方式，雖然在課程結束後馬上進行的後測結果相似，但在延後測時結果雖未達顯著差異，仍可看出尺規組在延後測上學習效果已產生衰退，相較之下，解析組與建構組兩組在延後測上學習效果仍保有良好的效果，如此可推論尺規組的教材脈絡相較之下偏重於記憶層面，因此偏重於記憶卻不知原理的尺規組在學習效果的保留上不比其它兩組。

5. 三組在應用全等性質證明及程序知識兩分項由後測至延後測皆有進步(未達顯著差異)，探討可能原因為此兩分項的內容大多是證明過程，而這個時間點的課程進度恰好會使用到大量的全等性質證明，因此延後測成績會有進步；但在概念了解分項皆有退步(未達顯著差異)則可能是因為學習效果的衰退，畢竟在課程進度範圍，除了應用全等性質證明外，並未加強全等性質概念的解釋。
6. 實驗結果的進步幅度未如預期，探究可能原因有三，其一為原本為避免干擾學習而去除的符號表徵可能在測驗過程中造成學生的衝突，因為上課的過程當中很少出現幾何的表徵符號(除了最後範例的講解之外)，可是卻在測驗卷中出現，導致學生一時無法銜接；其二可能是因為過度減少符號表徵(視覺通道)導致於聽覺(口語解釋量增加)通道負荷量增加，而超出學生所能負荷程度(多媒體學習理論之重複原則)；其三則是採用大班制(30人)的補救教學可能不易有產生效果，因為參加補救教學的學生通常較需要個別指正錯誤概念(林甫憲，2008)，大班教學可能會使學生不敢提出不懂之處，導致進步幅度未如預期。
7. 研究者本身原先認定建構組會有較佳的學習及保存效果，但結果反而不如解析組，探究可能原因為解析組是採用逐步增加條件，去探究三角形全等為什麼需要三個條件，解說過程純粹基於解析問題，所以在測驗的成果上表現較優，但建構組將長度轉化為距離、角度轉化為方向後，可能發生的問題有二，其一為如此的解說方式若單純止於看圖解說，難以與生活經驗做結合，未能有效地將教材發揮出最佳效果；其二為解說方式在邊、長度、距離，角、角度、方向的轉換，雖是為了幫助學生理解而增加的增生負荷，無形中增加學生的認知負荷或使工作記憶超載，而導致結果不如預期。

## 第五章 結論與建議

本章共有二節，分別說明研究結論及研究建議。

### 5-1 研究結論

以探究緣由出發為主(解析組、建構組)的教材脈絡相較於一般課程安排(尺規組)採用的教材脈絡，可以避免學生只是單純接受三角形的全等性質後，聽老師解釋為什麼給定的三個條件可稱為全等性質，而淪於偏重記憶層面，用引導的方式讓學生學會面臨問題時如何去剖悉問題、思考解決之道，培養帶著走的能力，有助於提升學生的學習成效，且延宕成效也較偏重於記憶層面的教材脈絡良好。

### 5-2 研究建議

本節將依據實驗結果對教學及未來研究方向提出建議。

#### 5-2-1 對於教學之建議

##### 1. 補救教學宜採小班教學

本次實驗採大班制(30人)教學，與一般的教學情境的差異不大，但需補救教學的學生往往就是在一般的教學情境下無法適應，需要個別針對問題需求給予協助，但以同樣的方式實施補救教學，難以給予學生實質上的幫助，雖在測驗成績的表現上仍有明顯進步，但進步幅度並不足以幫助參與補救教學學生跟上同儕的進度，因此建議進行補救教學仍須考慮教師能否顧及到每位學生的需求，宜採用小班教學。

##### 2. 融入適當情境輔助教學

針對不同的教材脈絡，應設計不同的情境來讓學生融入之中，藉此達較好的學習效果，如本次研究的建構組，雖將長度轉換為距離、角度轉換為方向，但並未在教材的呈現上，設計情境讓學生融入其中，如此一來，轉換非但沒有幫助到學生，反而可能增加學生學習上的負擔，且幾何證明的解說過程往往就已枯燥乏味，而需要補救教學的學生往往學習意願也比較低落，若未能融入生活情境與學生的經驗做聯結來提起學習動機，那麼教學往往難收成效。

### 3. 教材設計不宜過度簡化

本次實驗教材因過度簡化，導致實際上課時反而會造成口語引導上的困難，需要花費很多時間去提示要注意畫面中的何處，無形中除了增加學生聽覺通道的負擔，且大多數訊息都由聽覺通道進入，也會造成視覺及聽覺通道負荷不均的情況，故必要訊息還是得保留在畫面上，幫助學生可以隨時由畫面上獲取訊息，藉此減輕其工作記憶的負擔。

### 4. 應活用不同的教學方法

針對補救教學的學生全都採用講述的方式上課，可能無法給予有效的協助，雖然課程時間並不長，但如能採用分組討論或合作學習等方法，也許能提高學生的學習意願，但如此一來教師的角色轉換要更加靈活，必需隨時針對不同情況來給予不同的幫助，且由皆為需要補救教學之學生進行分組亦非簡單之事，應先對學生有初步的認識後，再協助做適當的分組，才能打造一個良好的學習環境。

### 5. 協助整理歸納學習重點

本次實驗在三組的教材設計上都沒有加以整理及歸納重點，僅將所有內容依序說明解釋，可能也是造成進步幅度不如預期的原因之一，尺規組若單純以記憶的方式記下所有全等性質有其困難處，縱然是以理解為主的解析組與建構組，若沒有在最後加以統整、歸納出結論，在之後回想一定很困難，如能在教材最後統整並建立清晰的心像，對學生的學習勢必有很大的幫助。

## 5-2-2 對於未來研究之建議

### 1. 增加教學時數與內容

本次補救教學因考慮到學生已完成此部份課程的學習，所以僅安排 25 分鐘的時間進行教學，有許多內容僅概略的帶過，未能深入說明或介紹給學生，也使得學生在課堂上無法有足夠的時間來思考、整合，如果增加授課時間，就可以讓學生放慢學習速度，好好整理、沉澱思緒，研究結果應該更為精準、可靠，也可以融入情境好讓課程能與學生自身經驗做有效的結合。

## 2. 增加質性訪談內容

測驗結果只有分數，但有時分數並不能反映出學生真實學習情況(如誤答、不清題意、猜對等…)，若能直接與學生做面對面的訪談，或許可以更容易地發現問題所在，也能印證結果是否如研究者所猜想一樣或是實際狀況完全出乎研究者意料之外，以避免單方面的推估情況。

## 3. 改為進行質性研究

雖說量性研究可以為研究提出有力的統計數據來說明結果，但是對於補救教學學生，也許採質性研究來探討學生認知上的轉變可能更具研究價值，如採各別小班制的教學模式，讓學生能更直接、迅速的與老師討論，老師也能隨時發現學生學習上的問題立即給予指導，並將整個研究範圍擴大為一整個單元，如此一來能記錄學生在整個學習上的心路歷程，並藉由觀察學生的改變，應更能清楚的比較出其對於教材的接受度、或是對教材有什麼建議，哪些地方需要修修改改等，透過直接由學生取得資料來分析應比透過測驗試卷資料來猜測結果更準確且具有意義。

## 4. 運用於一般教學

本次實驗僅侷限於補救教學學生，不知應用於一般課堂教學是否會有其它效果產生，但因為補救教學學生已預先學習過本課程，故教學速度會較一般教學來得快，若應用於一般教學必須將授課時間拉長，且解說過程應更加仔細。



# 參考文獻

## 1. 中文文獻

- 王俐文 (2008)。融入擬題的幾何證明教學對國三學生幾何能力之影響(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化市。
- 王麗卿 (2002)。提昇學習困難的學生之學習能力個案問題的探討及個別化教學之規劃。台中師院特教論文集，26-48。台中：國立台中師範學院特殊教育中心。
- 朱燦梅 (2010)。“三角形全等條件 - SSS”的直觀性教學實驗研究。凱里學院學報，28(3)，118-120。
- 朱敬先 (2002)。教育心理學－教學取向。台北市：五南。
- 李春生 (2006)。高雄市國二學生使用 GSP 電腦輔助教學學習三角形全等成效之研究(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 李美穗 (2009)。你就是孩子生命中的貴人-談補救教學的重要性。北縣教育，67，73-79。
- 李祐宗 (2010)。以三角形的基本結構搭配教具、軟體操作導入三角形的全等概念教學。科學教育月刊，331，25-34。
- 李素卿(譯)(2003)。認知心理學(原作者：M. W. Eysenck & M. T. Keane)。台北市：五南。
- 李鈴茹 (2009)。教材設計與解說方式對於學習表現和眼動影響之初探—以三角形內角題目為例(未出版之碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- 祁樂珍、趙利明 (2007)。基於年齡特徵的幾何探究作業設計與思考。理科教學探索，2007.11B，37-41。
- 吳慧真 (1997)。幾何證明探究教學之研究(未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 吳明隆、涂金堂 (2012)。SPSS 與統計應用分析。臺北市：五南。
- 杜正治 (1993)。補救教學的實施。載於李咏吟，學習輔導：學習心理學的應用(425-472)。臺北市：心理出版社。

- 林甫憲 (2008)。資訊科技融入團班教學與個別指導教學之成效比較—以五年級數學「比率與應用」單元為例(未出版之碩士論文)。亞洲大學，臺中縣。
- 邱太谷 (2013)。「攜手計畫—課後扶助」補救教學之實施成效—以台中市某國中為例(未出版之碩士論文)。中興大學，臺中市。
- 洪千雅 (2011)。「攜手計畫-課後扶助」教學人員對弱勢低成就學生成因、補救教學作法及補救教學成效之研究(未出版之碩士論文)。國立中山大學，高雄市。
- 洪蘭 (譯) (2009)。大腦當家—靈活用腦 12 守則，學習工作更上層樓 (原作者：J. J. Medina)。台北市：遠流。(原著出版年：2008)
- 洪儷瑜 (2001)。義務教育階段之弱勢學生的補救教育之調查研究。師大學報教育類，46(1)，45-65。
- 秦麗花 (1995)。國小學障兒童數學解題錯誤類型分析。特殊教育季刊，55，33-38。
- 陳一平 (2011)。視覺心理學。台北市：雙葉書廊。
- 陳烜之編著 (2007)。認知心理學。台北市：五南。
- 陳惠萍 (2009)。提升經濟弱勢兒童學習成就之教學與實踐。臺南市：供學出版社。
- 張春興 (1996)。現代心理學。台北市：東華。
- 陳婉琪 (2013)。彰化縣辦理課後照顧補救教學協助弱勢兒童之研究(未出版之碩士論文)。東海大學，臺中市。
- 張新仁 (2001)。實施補救教學之課程與教學設計。教育學刊，17，85-106。
- 張靜譽 (1999)。國中低學習成就班的雙環數學教學。科學教育學刊，7(3)，199-216。
- 許宗誠 (2013)。台東縣某國中之實施數學補救教學困境之研究—以攜手計畫為例(未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東市。
- 教育部 (2009)。97 年國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要。教育部。
- 教育部 (2012)。補救教學基本學習內容【國民中學數學學習領域】(試行版)。教育部。
- 葉素玲 (1999)。視覺空間注意力。載於李江山(主編)，視覺與認知-視覺知覺與視覺運動系統 (291-323 頁)。台北市：遠流。

- 葉素玲、李仁豪 (2005)。一心一意或三心二意？視覺注意力的統整性。應用心理研究，25，143-178。
- 黃克文 (1996)。認知負荷與個人特質及學成就之關聯(未出版之碩士論文)。國立台北師範學院，台北市。
- 黃昭智 (2010)。探討三角形的全等錯誤類型之研究—以國中三年級學生為例(未出版之碩士論文)。國立臺中教育大學，臺中市。
- 楊永慶 (2012)。幾何繪圖軟體 GSP 輔助教學對國中學生學習成效之研究—以「全等三角形」單元為例(未出版之碩士論文)。高雄師範大學，高雄市。
- 翟芸、劉勇 (2009)。“探索直角三角形全等的條件”課例設計。課程整合，2009.04，49-51。
- 歐宗賢 (2009)。數學史融入教學對國三學生數學學習成效影響之研究—以「三角形的全等」單元為例(未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 謝易達 (2012)。新北市九年級學生數學解題能力差異之研究(未出版之碩士論文)。國立政治大學，臺北市。
- 謝銘祥 (2007)。幾何探索軟體的開發與補救教學研究—以三角形三心探索為例(未出版之碩士論文)。國立交通大學，新竹市。

## 2. 英文文獻

- Camines, E. G., Zeller, R. A. (1979). *Reliability and validity assessment*. Beverly Hills, SA: Sage.
- Cawley, J. F., Mills, J. H. (1987). A brief inquiry of arithmetic word-problem solving among learning disabled secondary students. *Learning Disabilities Focus*, 2, 87-93.
- Clark, R. C., Nguyen, F., & Sweller, J. (2006). *Efficiency in learning: Evidence-based guidelines to manage cognitive load*. San Francisco, CA: Pfeiffer.
- Clark, R. C., & Mayer, R. E. (2007). *e-Learning and the science of instruction: Proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning*(2nd ed.). San Francisco, CA: Pfeiffer.
- Deleeuw, K., & Mayer, R. E. (2008). A comparison of three measures of cognitive load: Evidence for separable measures of intrinsic, extraneous, and germane load. *Journal of Educational Psychology*, 100(1), 233.
- Fey, J. T. (1984). *Computing and mathematics*. Reston, VA. National Council of Teacher of Mathematics.
- Hillyard, S., & Hansen, J. (1986). Attention: electrophysiological approaches. *Psychophysiology: Systems, processes, and applications*, 227-243.
- Kalyuga, S. (2011). Cognitive load theory: How many types of load does it really need? *Educational Psychology Review*, 23(1), 1-19.
- Kirschner, F., Paas, F., & Kirschner, P. A. (2009). Individual and group-based learning from complex cognitive tasks: Effects on retention and transfer efficiency. *Computers in Human Behavior*, 25, 306-314.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia learning*(1st ed.). New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (2002). Multimedia learning. *Psychology of Learning and Motivation*, 41, 85-139.
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning*(2nd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Neisser, U. (1967). *Cognitive psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Paas, F. G. W. C., & van Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and transfer of geometrical problem solving skills: A cognitive load approach. *Journal of Educational Psychology*, 86, 122-133.

- Paivio, A. (1986). *Mental representation: A dual coding approach*. New York: Oxford University Press.
- Pashler, H. E. (1999). *The psychology of attention*: The MIT Press.
- Proclus, A. (1992). *Proclus: A commentary on the first book of Euclid's Elements* (G.R.Morrow,Trans.). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Sweller, J. (1998). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive science*, 12(2), 257-285.
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10(3), 251-296.
- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. New York: Springer.
- Treisman, A., & Gelade, G. (1980). A feature-integration theory of attention. *Cognitive Psychology*, 12(1), 97-136.
- Treisman, A. (2006). How the deployment of attention determines what we see. *Visual Cognition*, 14(4-8), 411-443.
- van Merriënboer, J. J. G., & Sweller, J. (2005). Cognitive load theory and complex learning: Recent developments and future directions. *Educational Psychology Review*, 17(2), 147-177.
- Victor, J. K. (2008). *A history of mathematics: An introduction*. Boston, MA: Addison Wesley.



# 附 錄

## 1. 測驗試卷

### 三角形全等性質 前(後、延後)測試卷

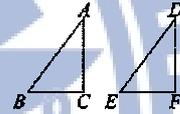
班級：      座號：      姓名：

1. 下列哪些選項是三角形的全等性質：\_\_\_\_\_。
- (A) SSS    (B) SAS    (C) SSA    (D) RHS    (E) AAS    (F) ASA    (G) AAA

2. 三角形全等性質中的 S 代表三角形的\_\_\_\_\_；A 代表三角形的\_\_\_\_\_。

3. 請說明 ASA 與 AAS 的差別：\_\_\_\_\_。

4. 如右圖，若  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且  $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 3$ 、 $\angle D = 37^\circ$ 、 $\angle E = 53^\circ$ ，則  $\angle C =$ \_\_\_\_\_， $\overline{DF} =$ \_\_\_\_\_。



5. 若  $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$ ，且  $\angle P = 73^\circ$ 、 $\angle Q = 37^\circ$ 、 $\overline{YZ} = 4$ ，則  $\angle X =$ \_\_\_\_\_， $\angle Z =$ \_\_\_\_\_， $\overline{QR} =$ \_\_\_\_\_。

6. 下表各組圖形中，有一些線段或角有標示符號，相同的符號表示長度或角度相等，請寫出每一組全等的圖形所依據的全等性質。

SSS				

7. 指出下表中，各三角形分別與選項(A)~(E)中的哪一個三角形全等，並說明所依據的全等性質。

(C)				
SSS				

- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

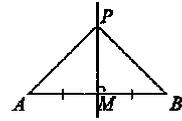
8. 已知  $\overline{PM}$  為  $\overline{AB}$  的垂直平分線，試說明  $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

在  $\triangle PAM$  與  $\triangle PBM$  中

$$\because \angle PMA = \angle PMB = 90^\circ ; \overline{MA} = \overline{MB} ; \overline{PM} = \overline{PM}$$

$\therefore \triangle PAM \cong \triangle PBM$  (根據 \_\_\_\_\_ 全等性質)

$\Rightarrow \overline{PA} = \overline{PB}$  (對應邊相等)



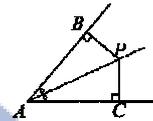
9. 已知  $\overline{AP}$  為  $\angle BAC$  的角平分線， $\overline{PB}$ 、 $\overline{PC}$  分別垂直  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ ，試說明  $\overline{PB} = \overline{PC}$ 。

在  $\triangle PAB$  與  $\triangle PAC$  中

$$\because \overline{AP} = \overline{AP} ; \angle PAB = \angle PAC ; \angle PBA = \angle PCA = 90^\circ$$

$\therefore \triangle PAB \cong \triangle PAC$  (根據 \_\_\_\_\_ 全等性質)

$\Rightarrow \overline{PB} = \overline{PC}$  (對應邊相等)



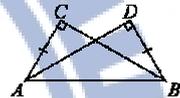
10. 已知  $\overline{AC} = \overline{BD}$ 、 $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ，試說明  $\angle ABC = \angle BAD$ 。

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle BAD$  中

$$\because \overline{AC} = \overline{BD} ; \angle C = \angle D = 90^\circ ; \overline{AB} = \overline{BA}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD$  (根據 \_\_\_\_\_ 全等性質)

$\Rightarrow \angle ABC = \angle BAD$  (對應角相等)



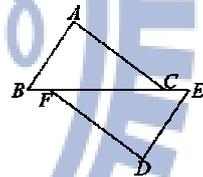
11. 已知  $\overline{AB} = \overline{DE}$ 、 $\overline{AC} = \overline{DF}$ 、 $\overline{BF} = \overline{CE}$ ，試說明  $\angle B = \angle E$ 。

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  中

$$\because \overline{AB} = \overline{DE} ; \overline{AC} = \overline{DF} ; \overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = \overline{FC} + \overline{CE} = \overline{FE}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (根據 \_\_\_\_\_ 全等性質)

$\Rightarrow \angle B = \angle E$  (對應角相等)



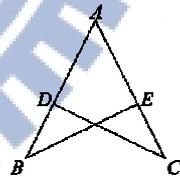
12. 已知  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 、 $\angle B = \angle C$ ，試說明  $\overline{CD} = \overline{BE}$ 。

在  $\triangle ABE$  與  $\triangle ACD$  中

$$\because \overline{AB} = \overline{AC} ; \angle B = \angle C ; \overline{AE} = \overline{AD}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$  (根據 \_\_\_\_\_ 全等性質)

$\Rightarrow \overline{CD} = \overline{BE}$  (對應邊相等)



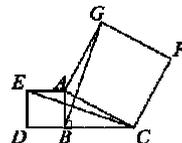
13. 已知  $\triangle ABC$  為直角三角形， $ABDE$ 、 $ACFG$  皆為正方形，試說明  $\overline{CE} = \overline{BG}$ 。

在 \_\_\_\_\_ 與 \_\_\_\_\_ 中

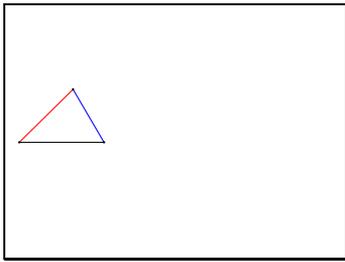
$$\because \overline{AB} = \overline{AC} ; \angle EAB = \angle GAC ; \overline{AE} = \overline{AG}$$

$\therefore \triangle CAE \cong \triangle BAG$  (根據 \_\_\_\_\_ 全等性質)

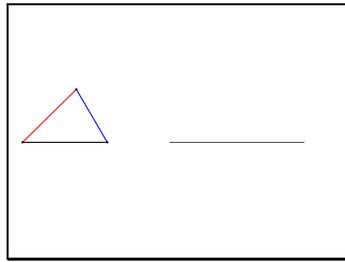
$\Rightarrow \overline{CE} = \overline{BG}$  ( \_\_\_\_\_ 相等)



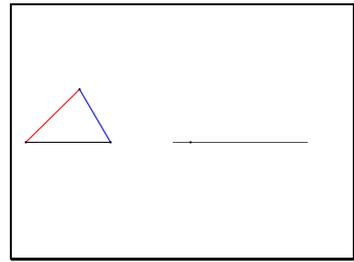
## 2. 尺規組教材



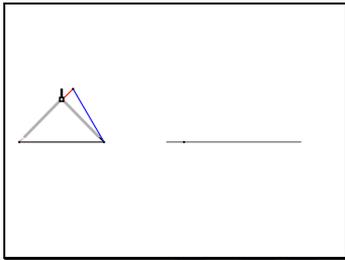
p1



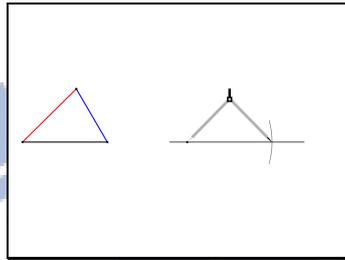
p2



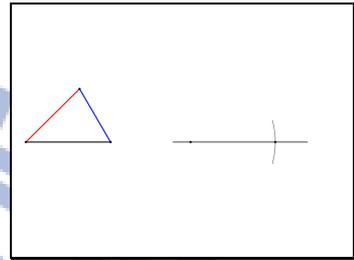
p3



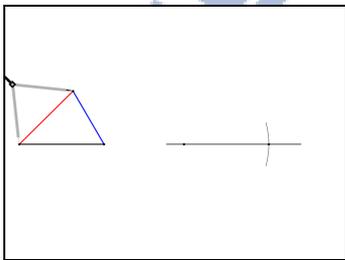
p4



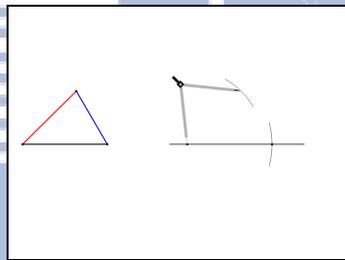
p5



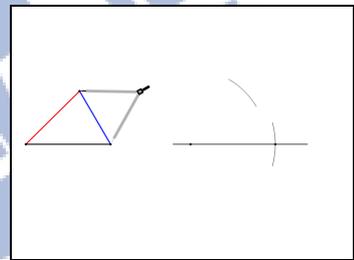
p6



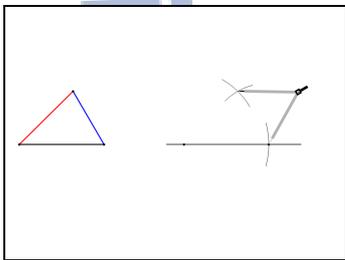
p7



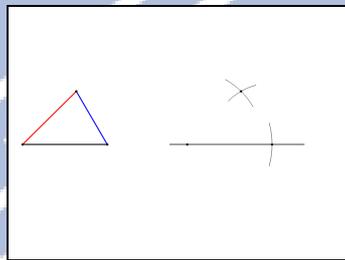
p8



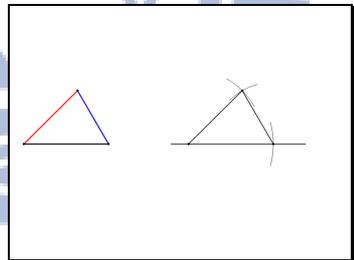
p9



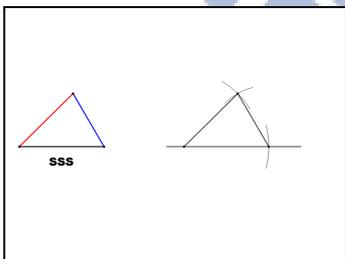
p10



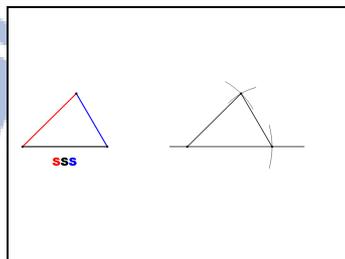
p11



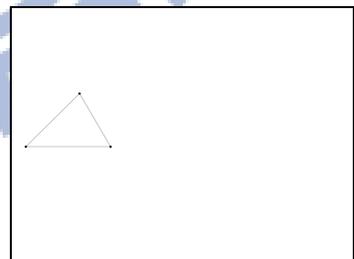
p12



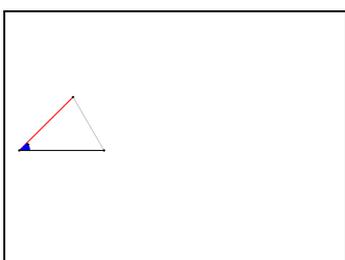
p13



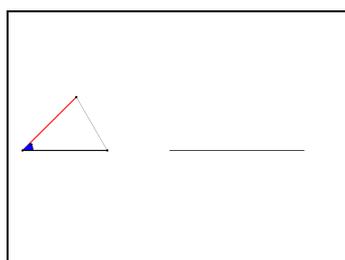
p14



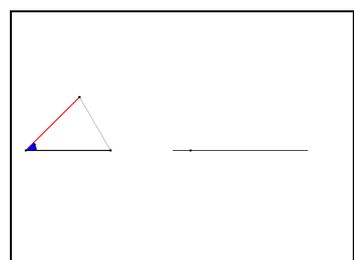
p15



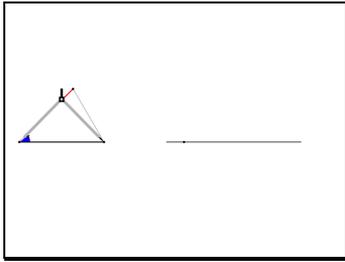
p16



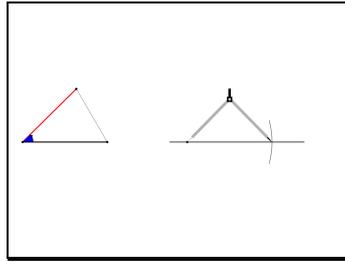
p17



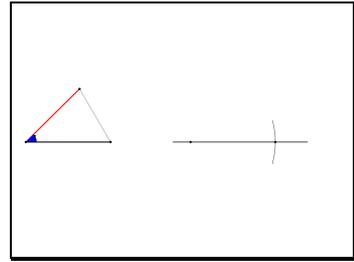
p18



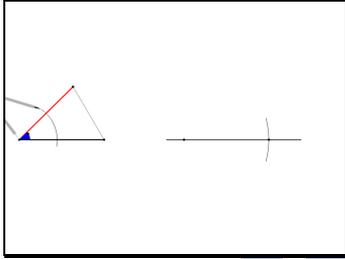
p19



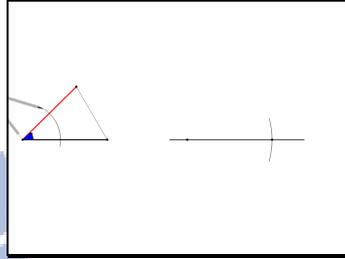
p20



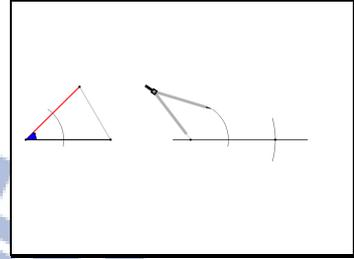
p21



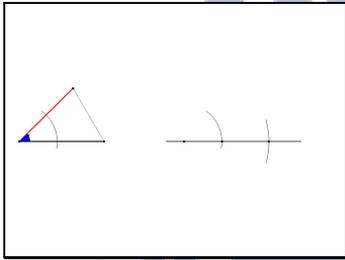
p22



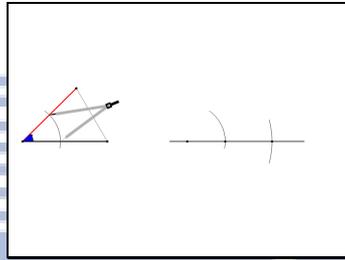
p23



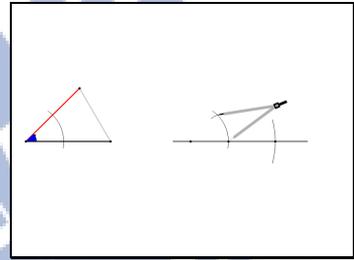
p24



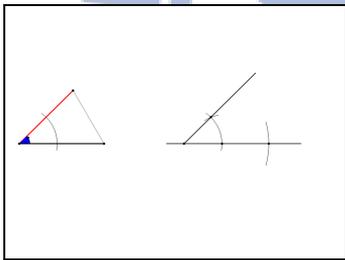
p25



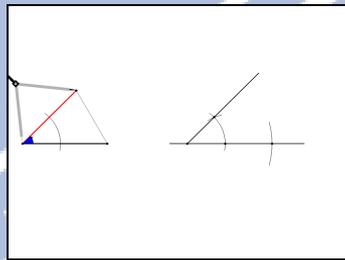
p26



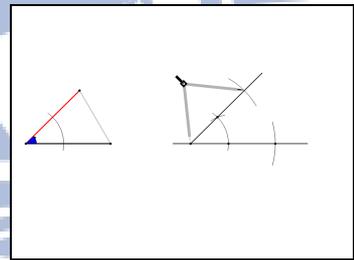
p27



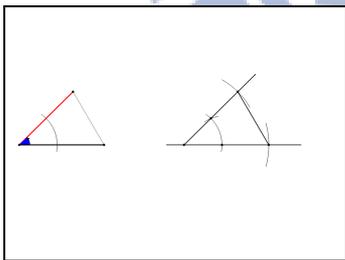
p28



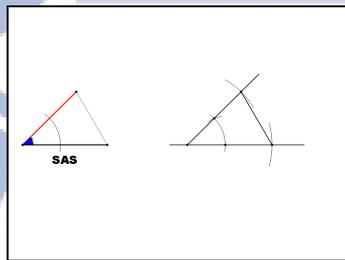
p29



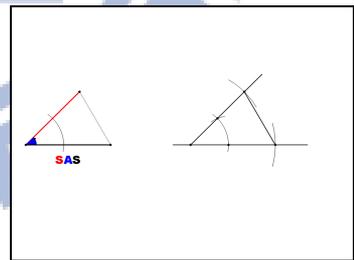
p30



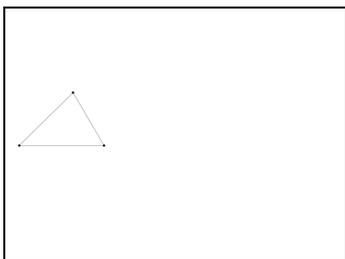
p31



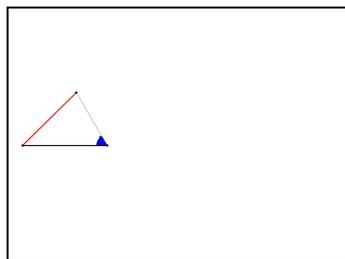
p32



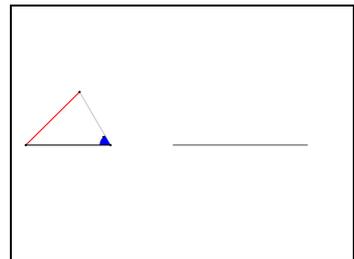
p33



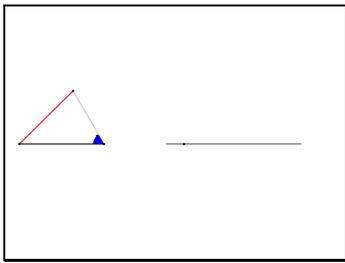
p34



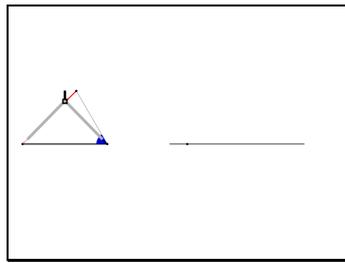
p35



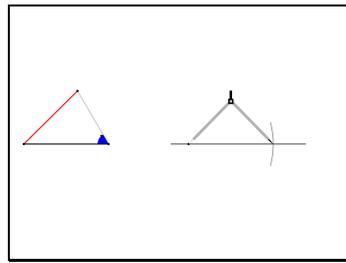
p36



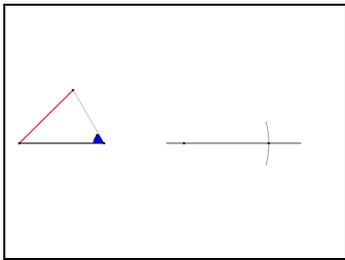
p37



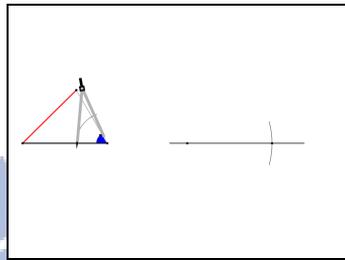
p38



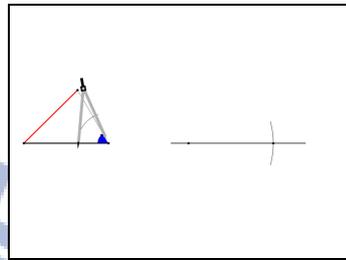
p39



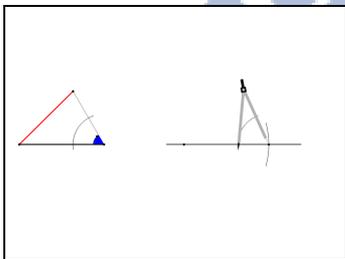
p40



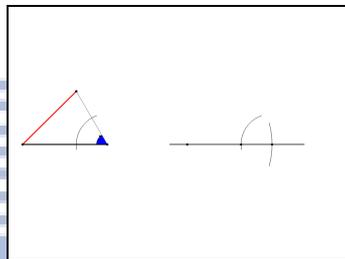
p41



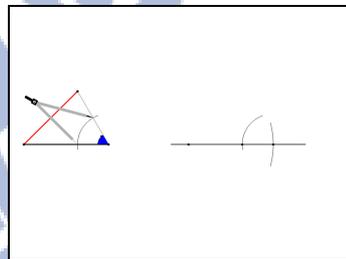
p42



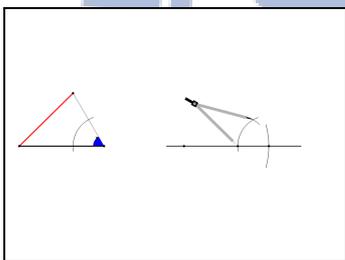
p43



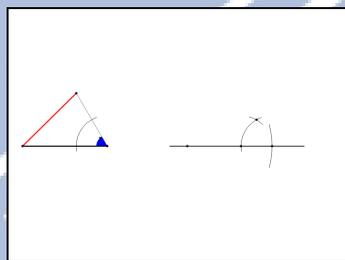
p44



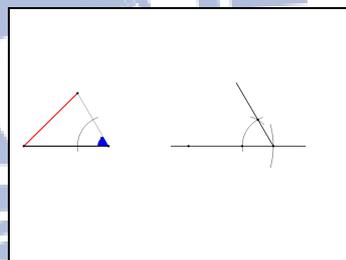
p45



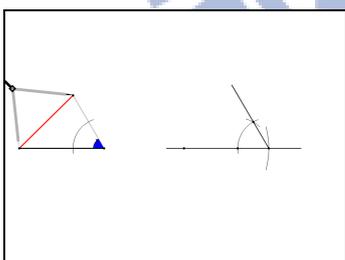
p46



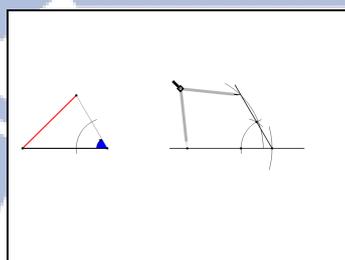
p47



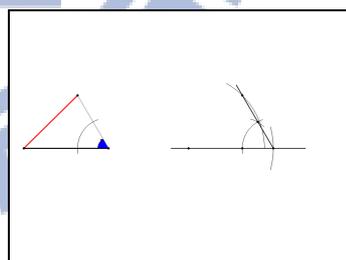
p48



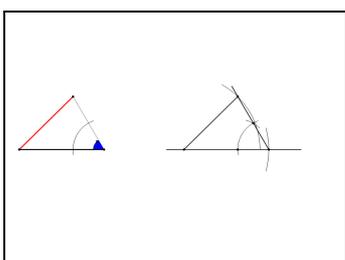
p49



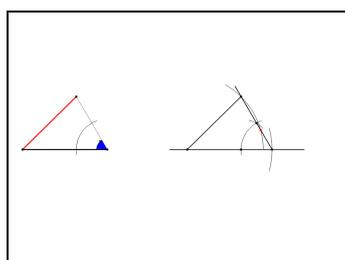
p50



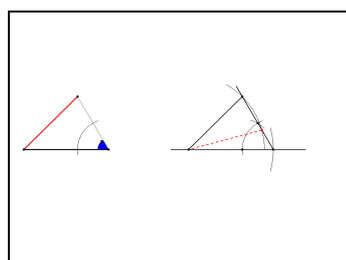
p51



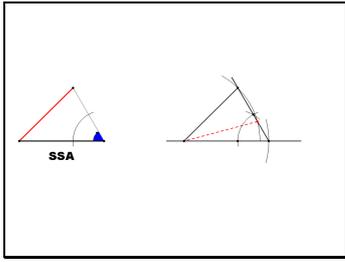
p52



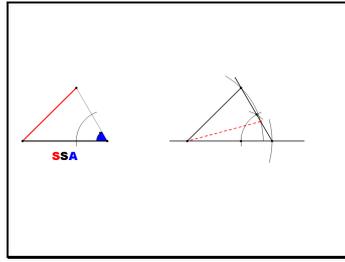
p53



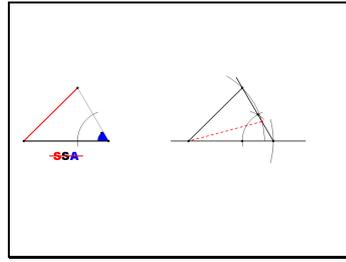
p54



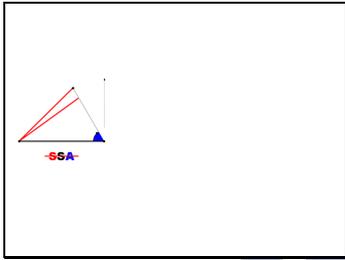
p55



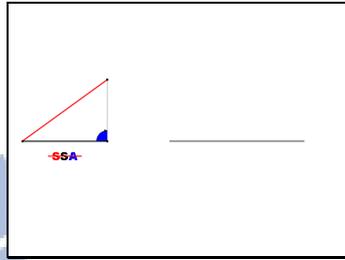
p56



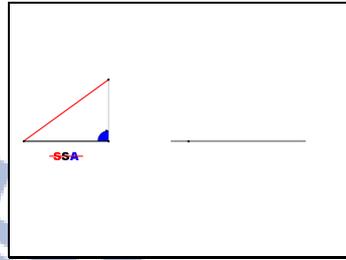
p57



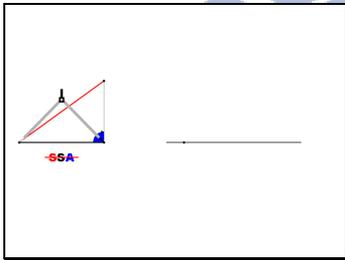
p58



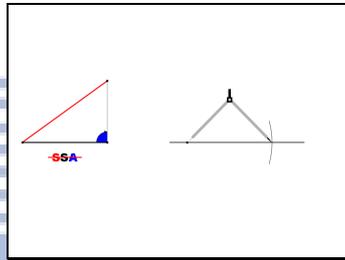
p59



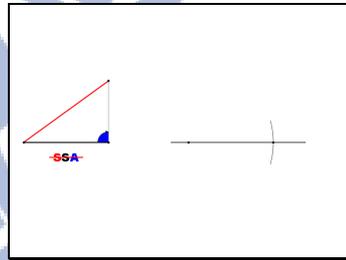
p60



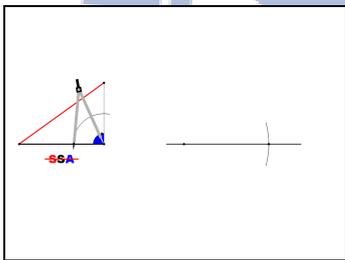
p61



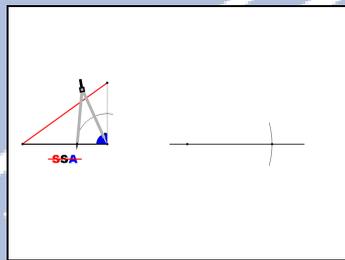
p62



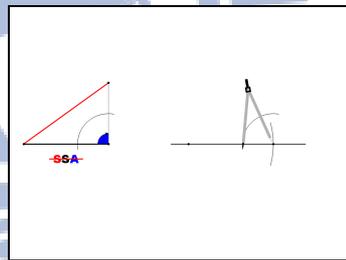
p63



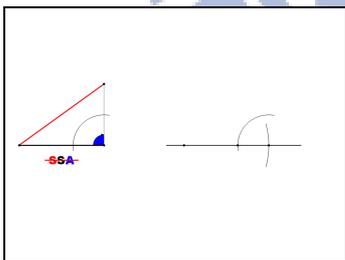
p64



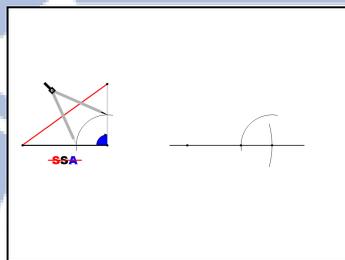
p65



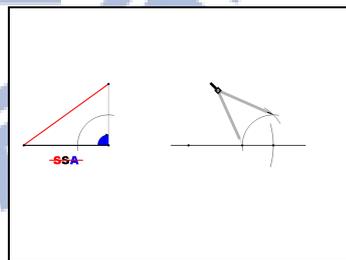
p66



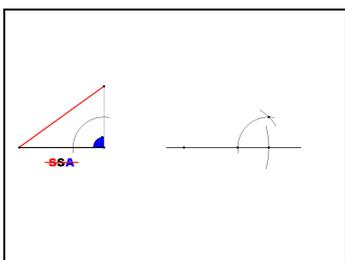
p67



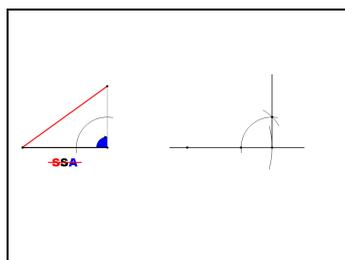
p68



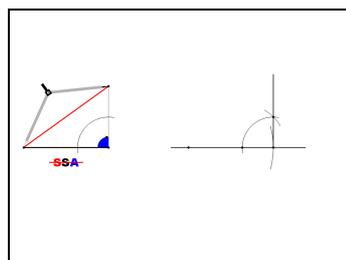
p69



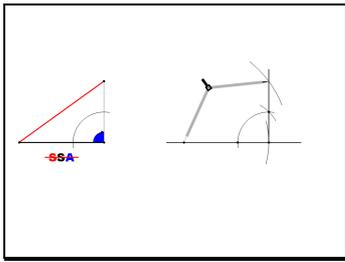
p70



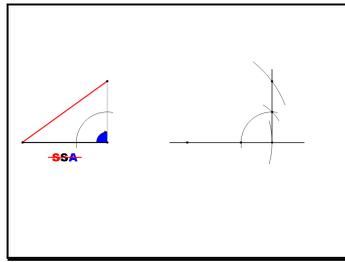
p71



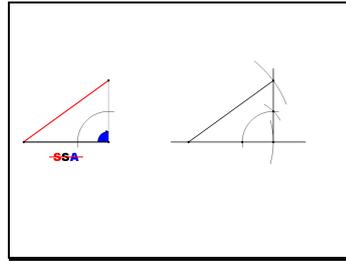
p72



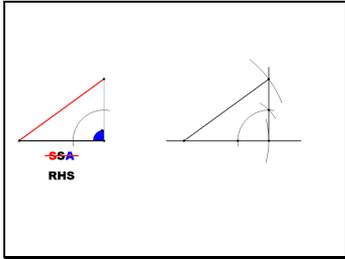
p73



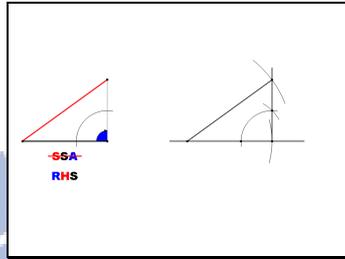
p74



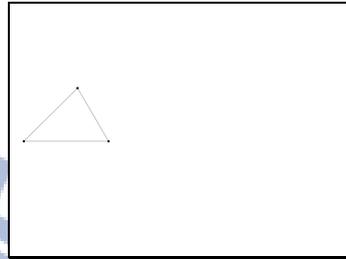
p75



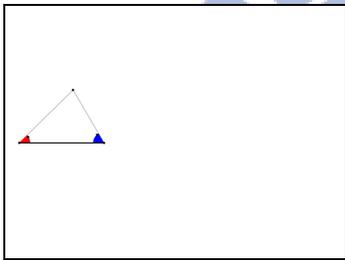
p76



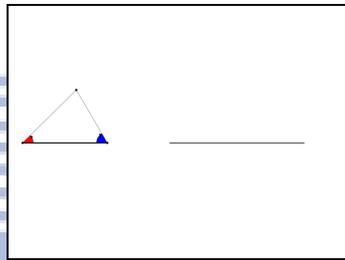
p77



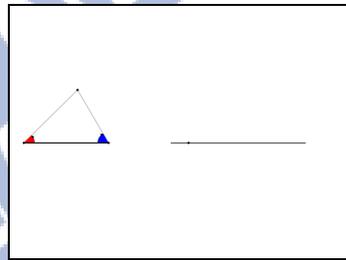
p78



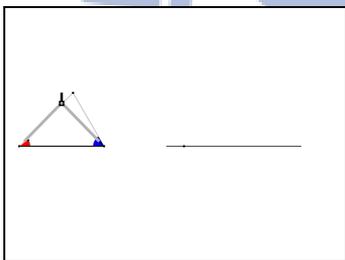
p79



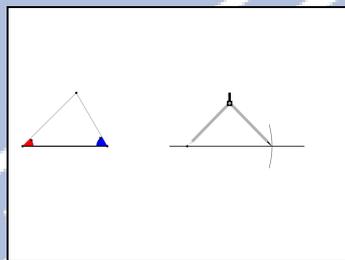
p80



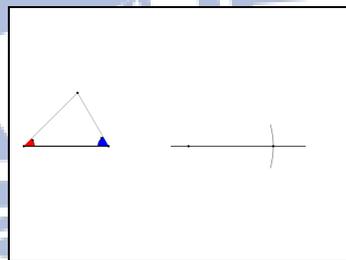
p81



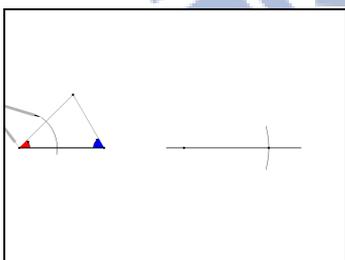
p82



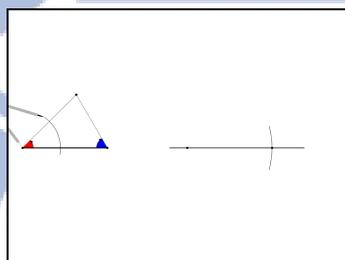
p83



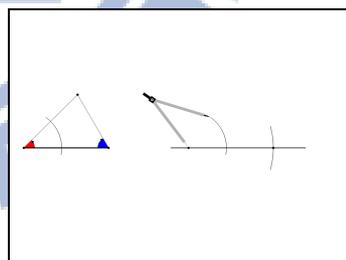
p84



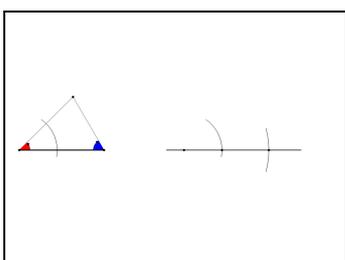
p85



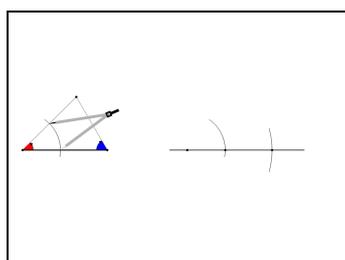
p86



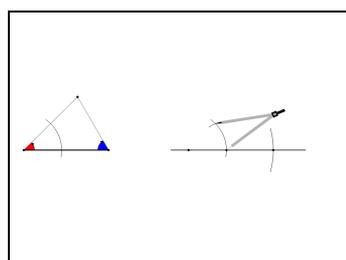
p87



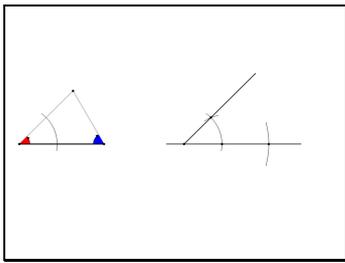
p88



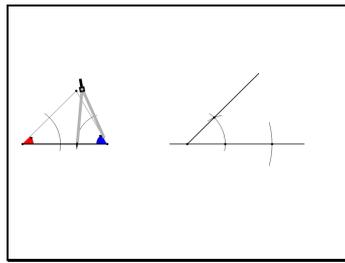
p89



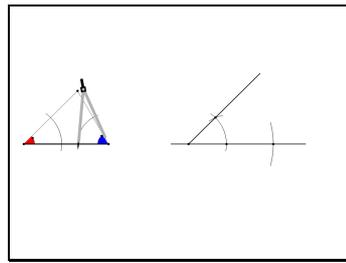
p90



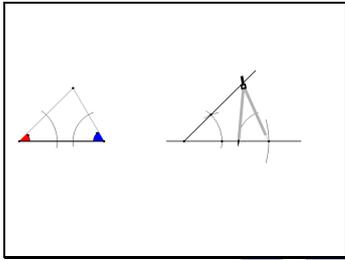
p91



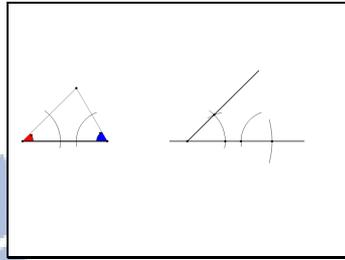
p92



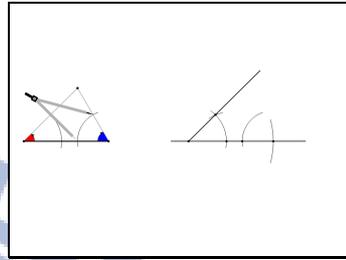
p93



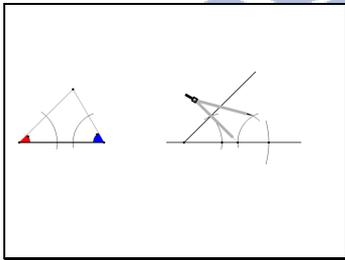
p94



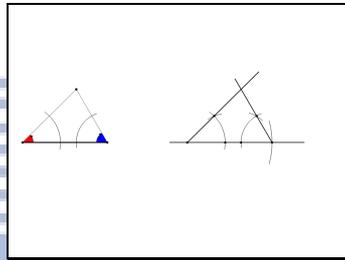
p95



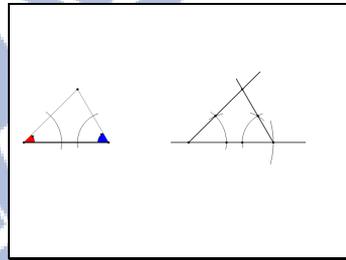
p96



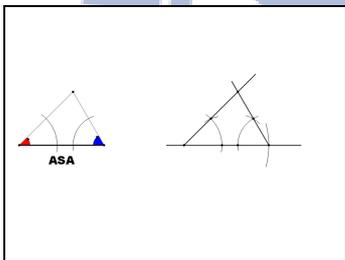
p97



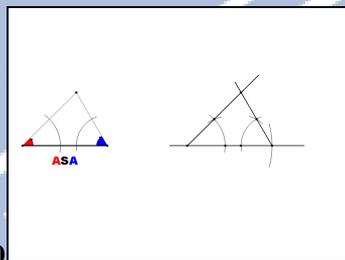
p98



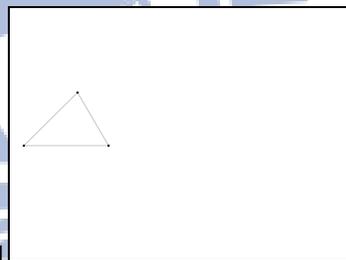
p99



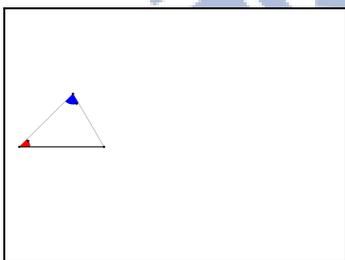
p100



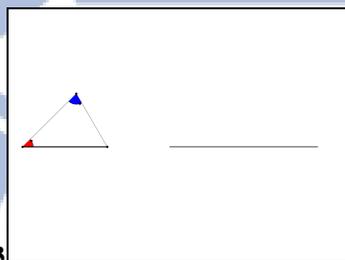
p101



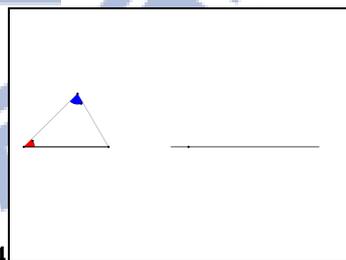
p102



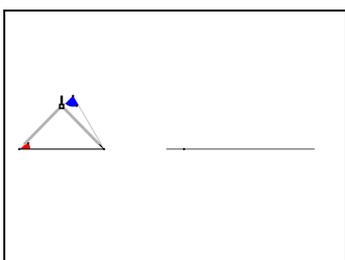
p103



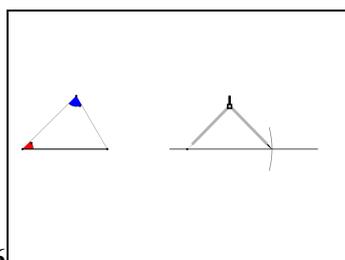
p104



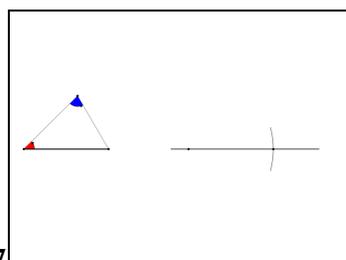
p105



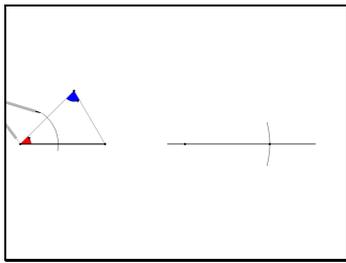
p106



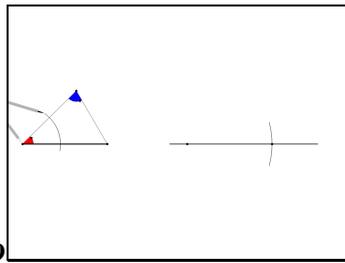
p107



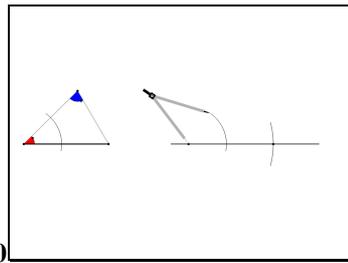
p108



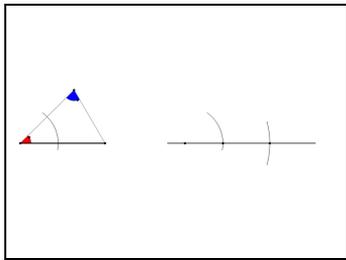
p109



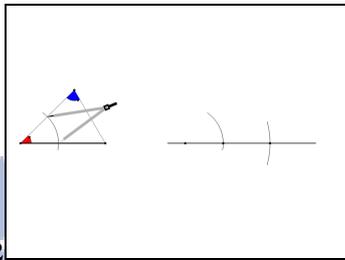
p110



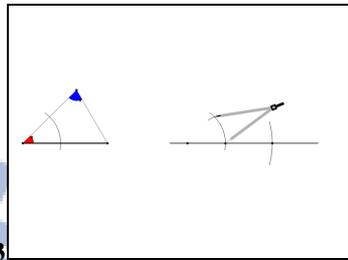
p111



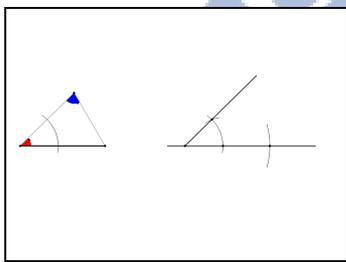
p112



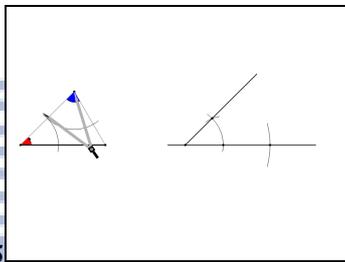
p113



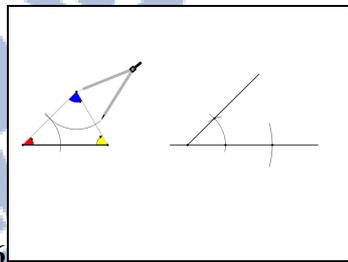
p114



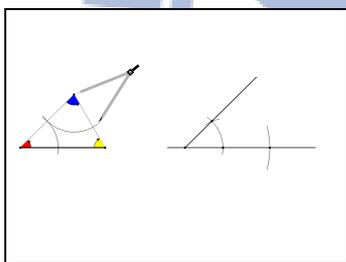
p115



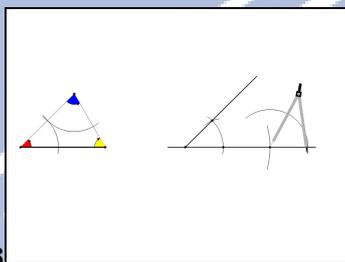
p116



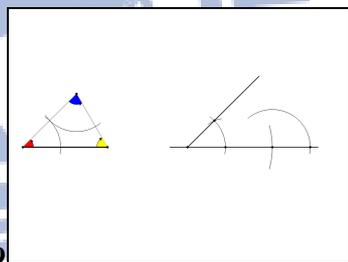
p117



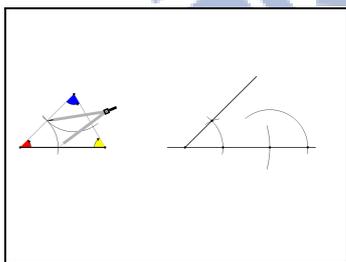
p118



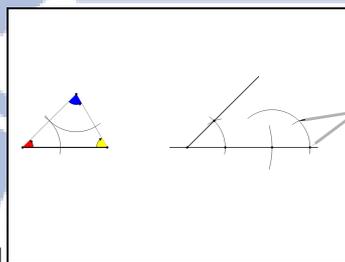
p119



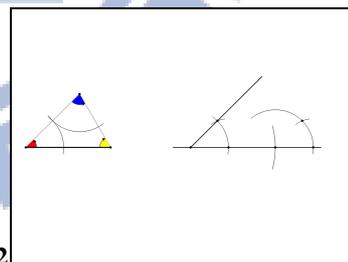
p120



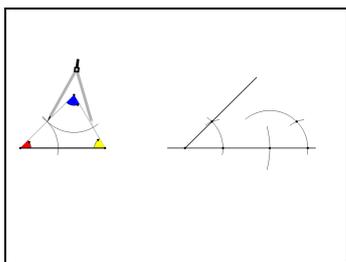
p121



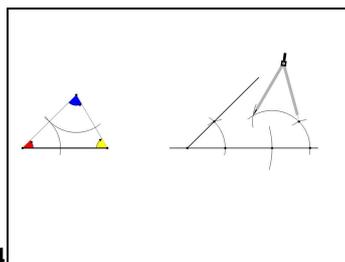
p122



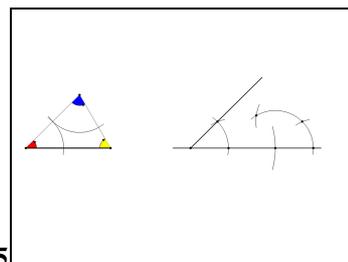
p123



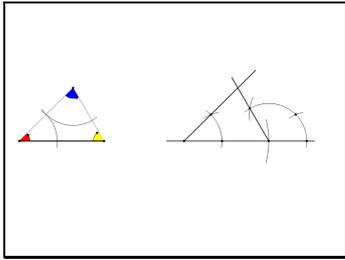
p124



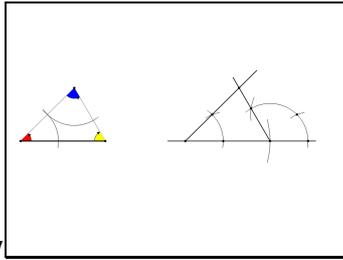
p125



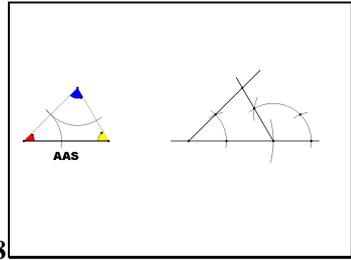
p126



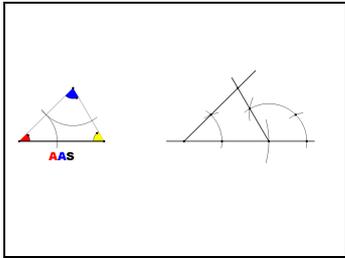
p127



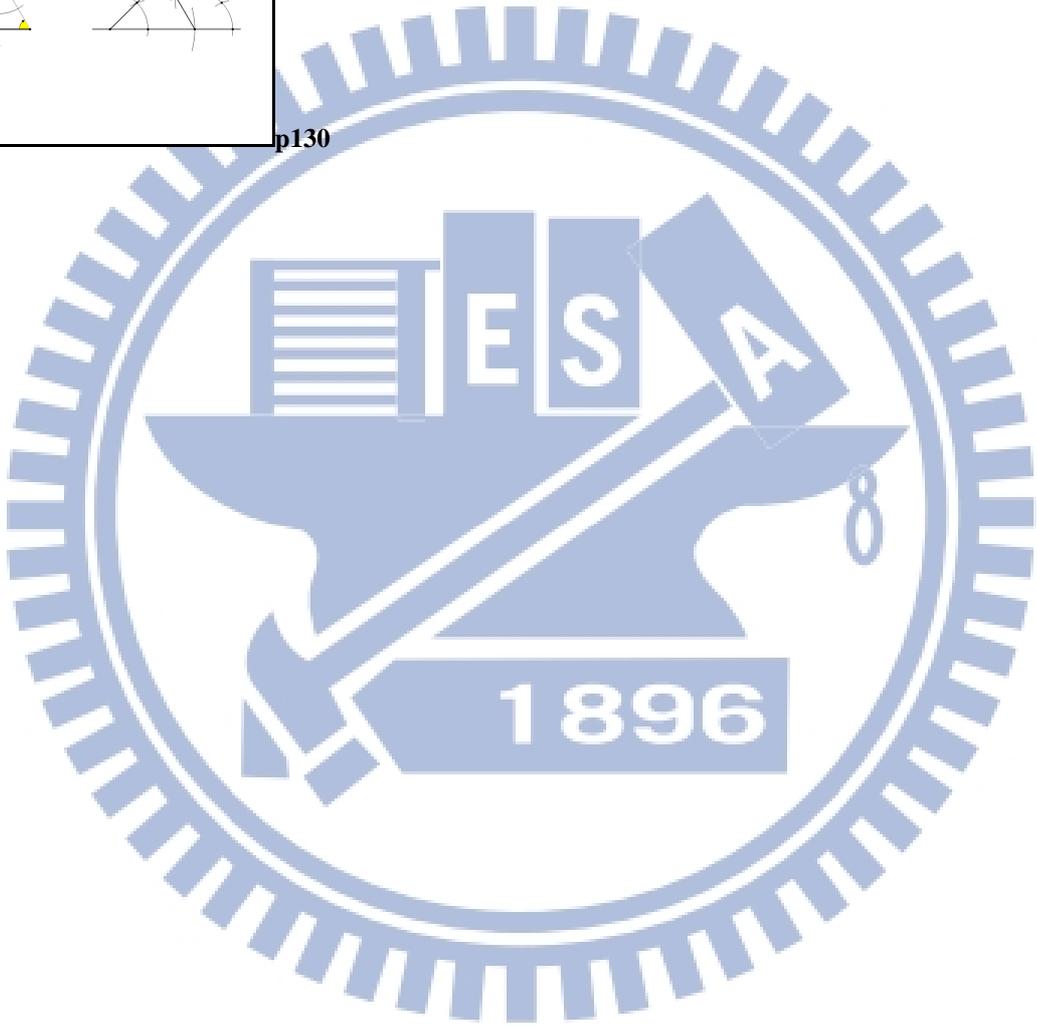
p128



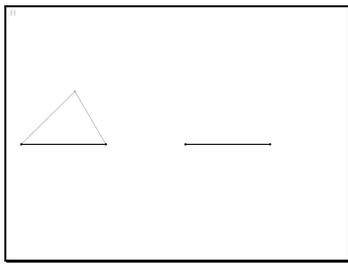
p129



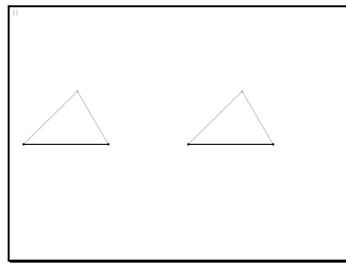
p130



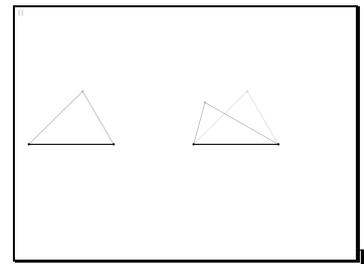
### 3. 解析組教材



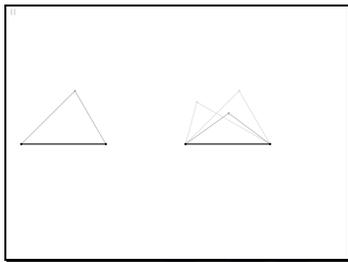
p1



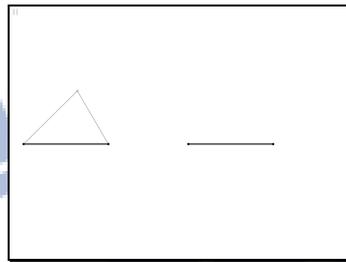
p2



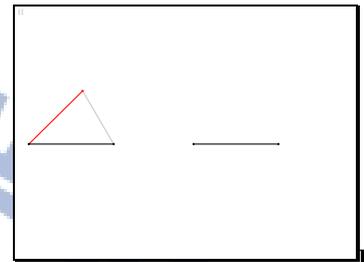
p3



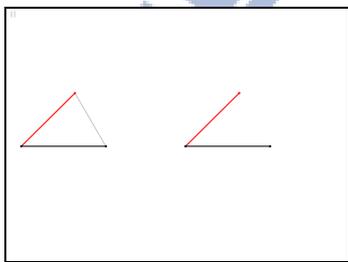
p4



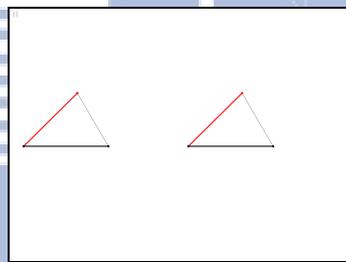
p5



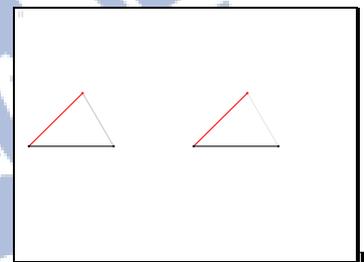
p6



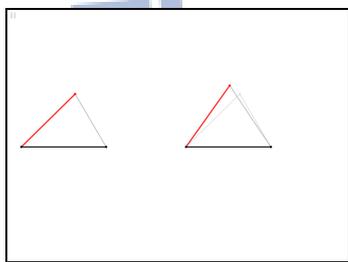
p7



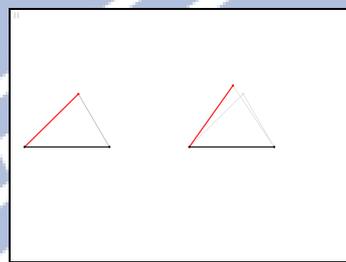
p8



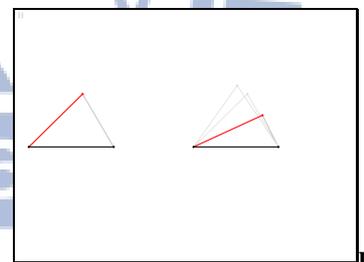
p9



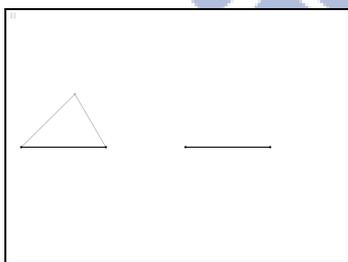
p10



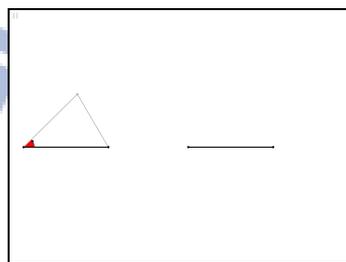
p11



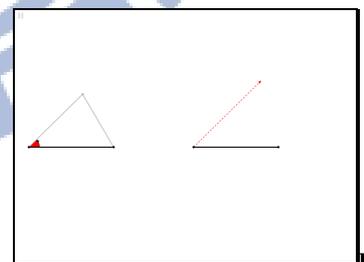
p12



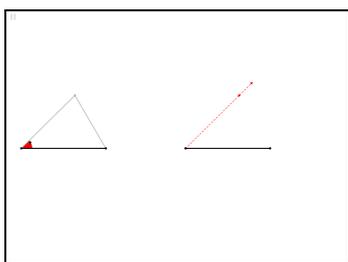
p13



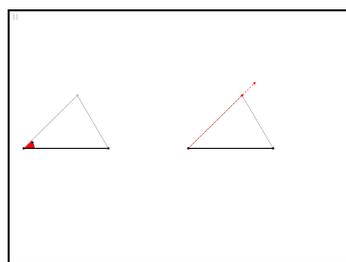
p14



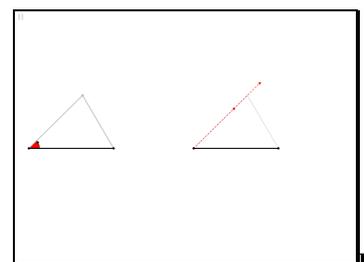
p15



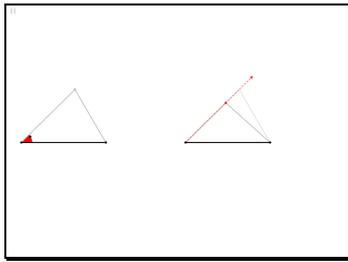
p16



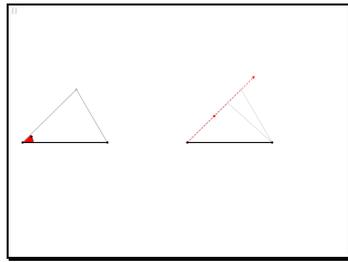
p17



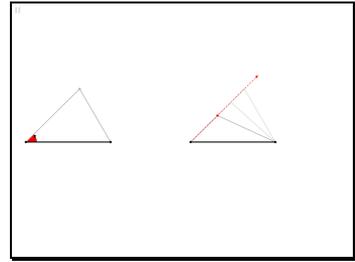
p18



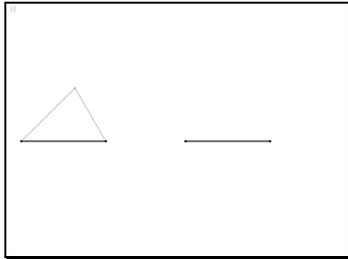
p19



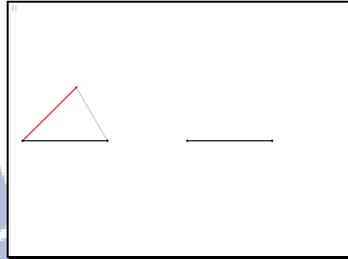
p20



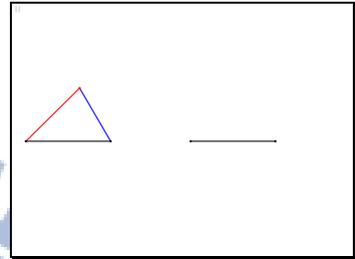
p21



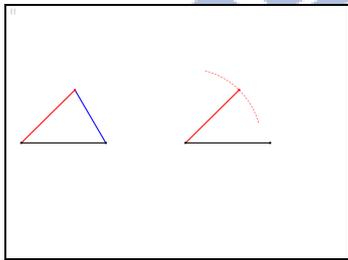
p22



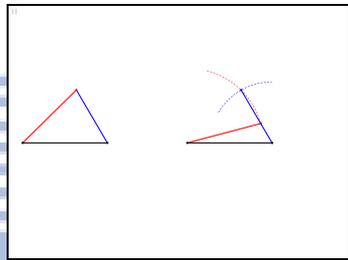
p23



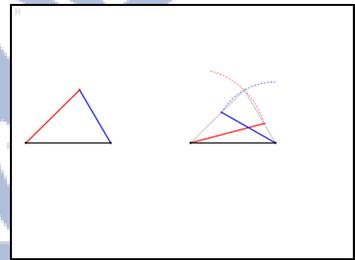
p24



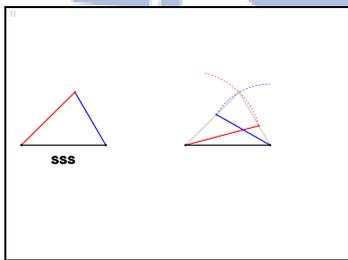
p25



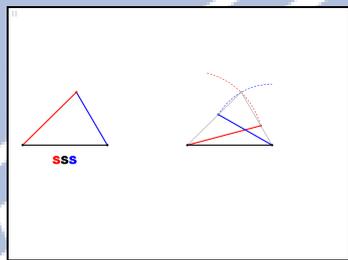
p26



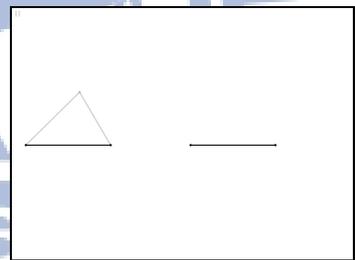
p27



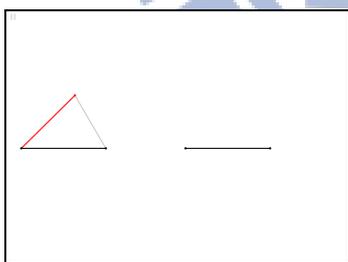
p28



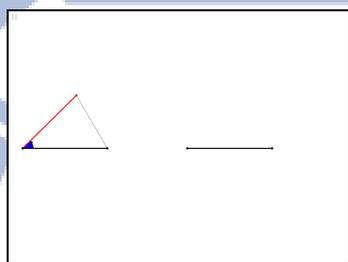
p29



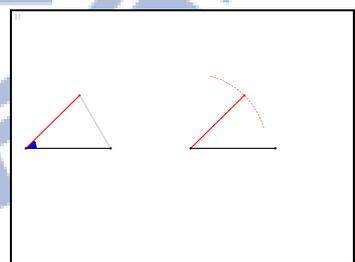
p30



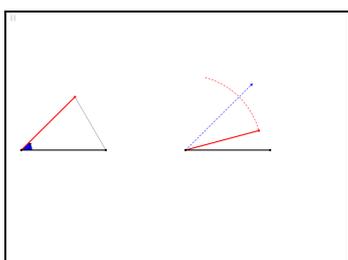
p31



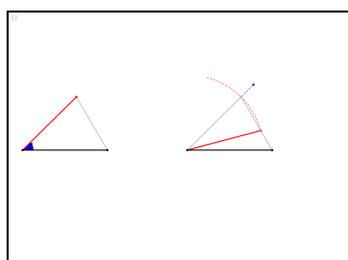
p32



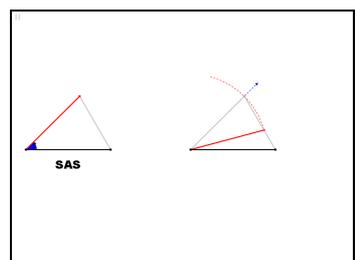
p33



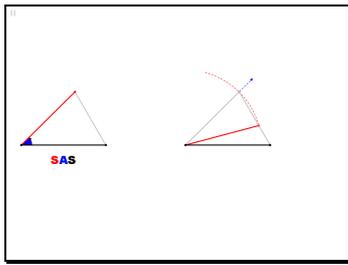
p34



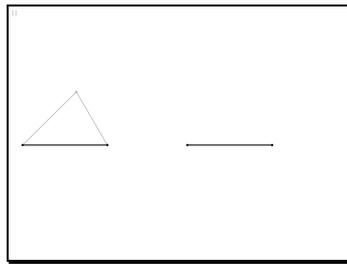
p35



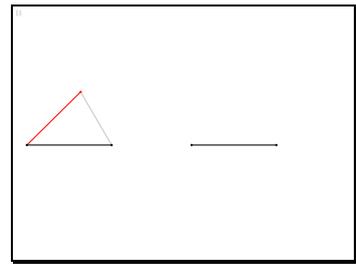
p36



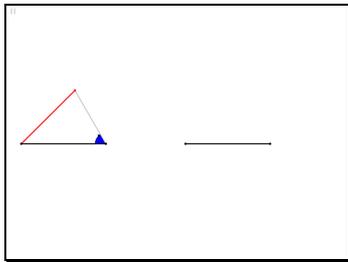
p37



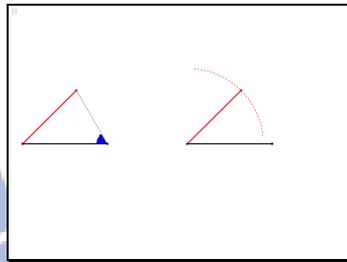
p38



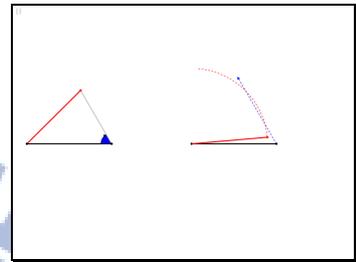
p39



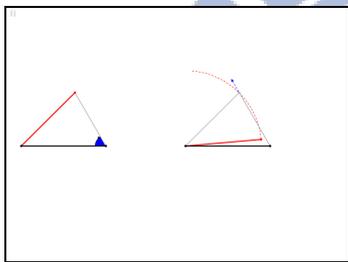
p40



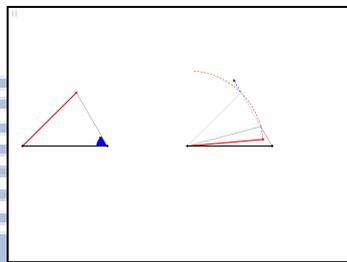
p41



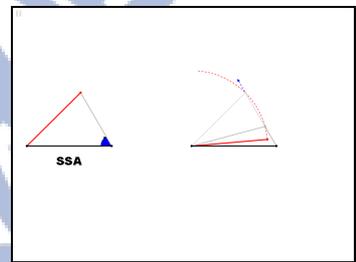
p42



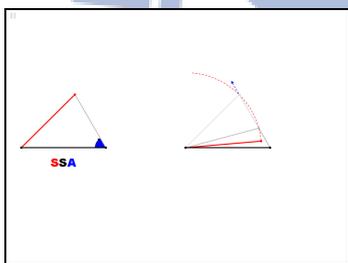
p43



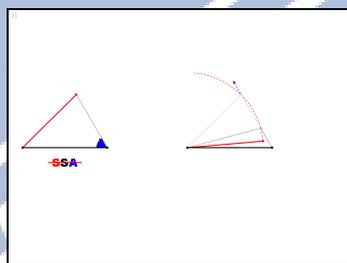
p44



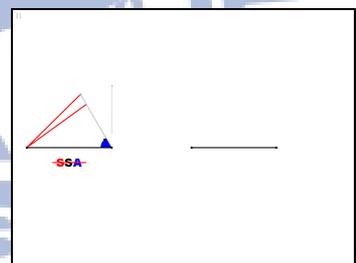
p45



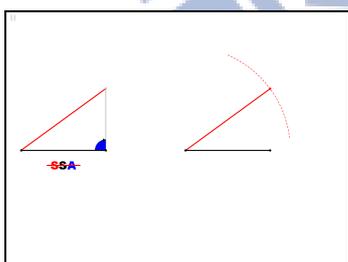
p46



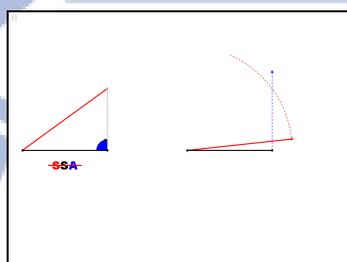
p47



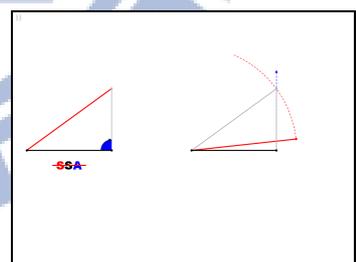
p48



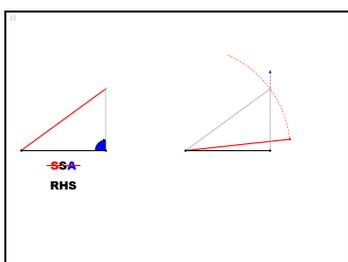
p49



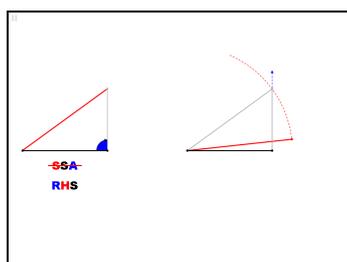
p50



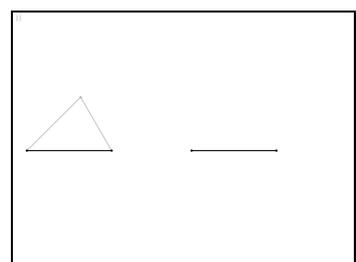
p51



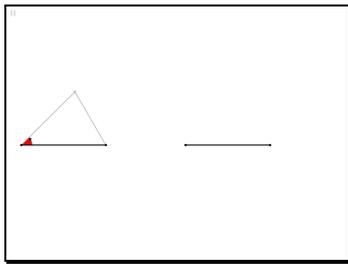
p52



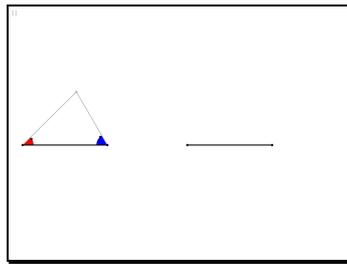
p53



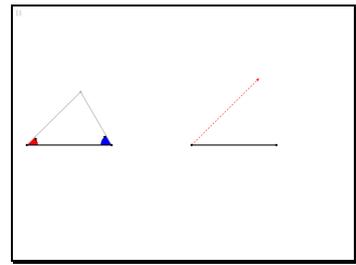
p54



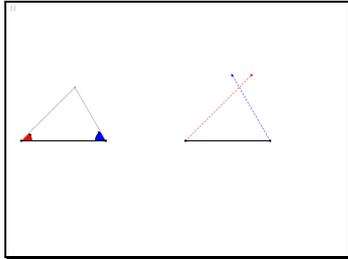
p55



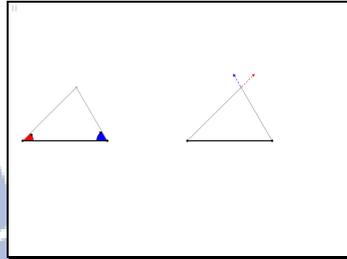
p56



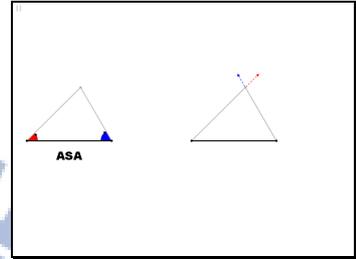
p57



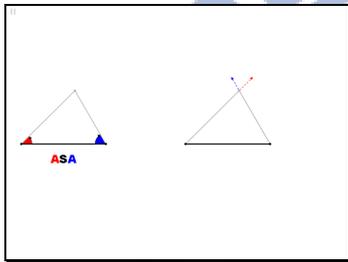
p58



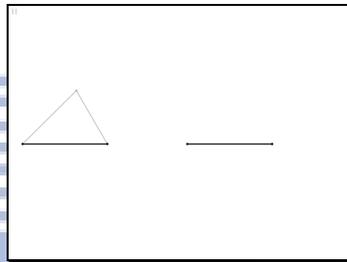
p59



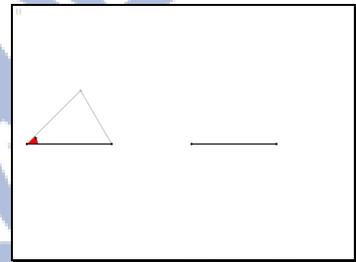
p60



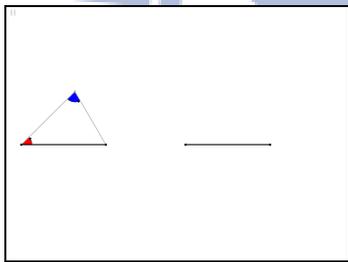
p61



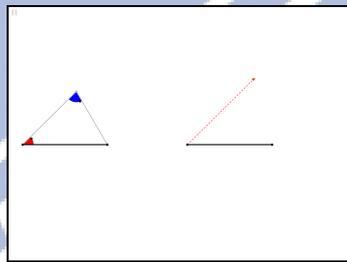
p62



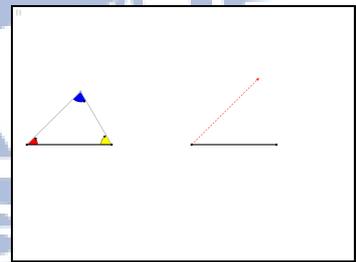
p63



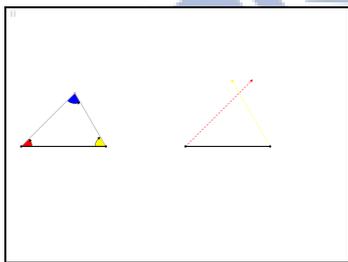
p64



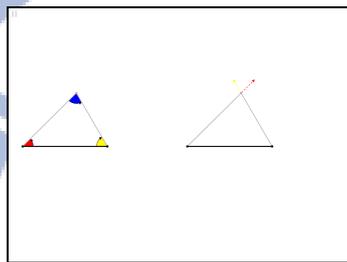
p65



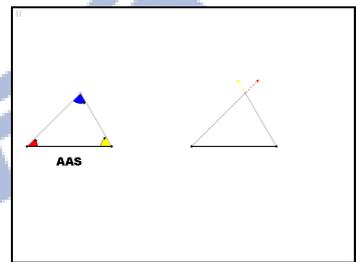
p66



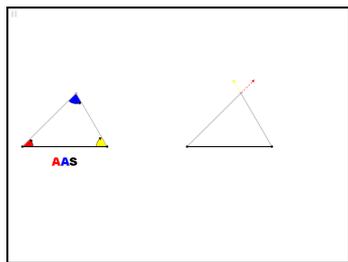
p67



p68

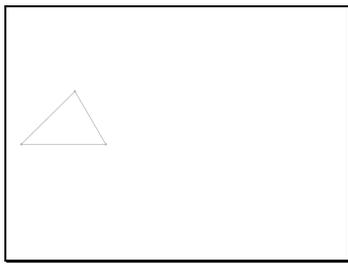


p69

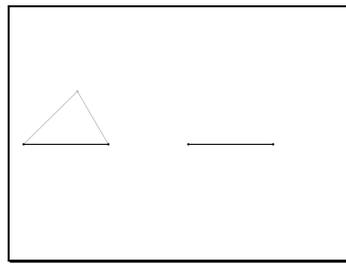


p70

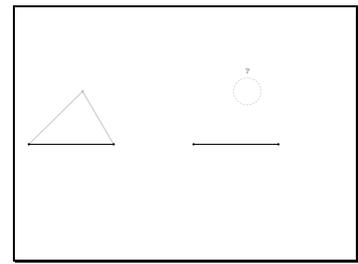
#### 4. 建構組教材



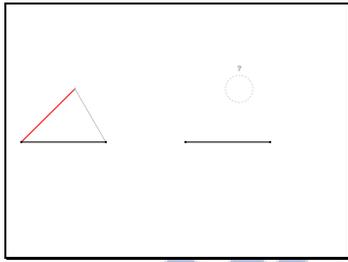
p1



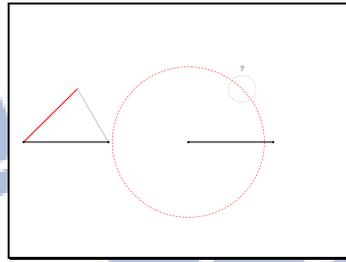
p2



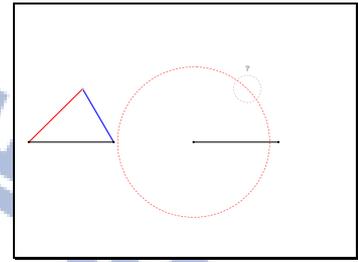
p3



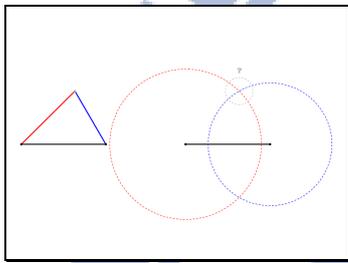
p4



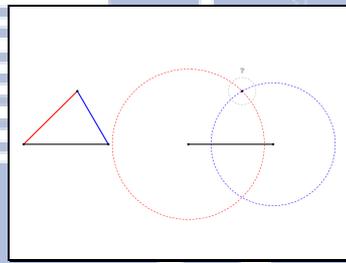
p5



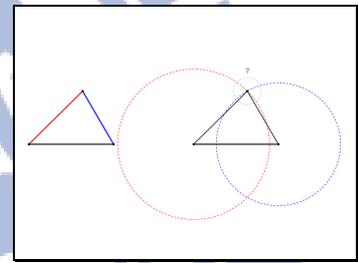
p6



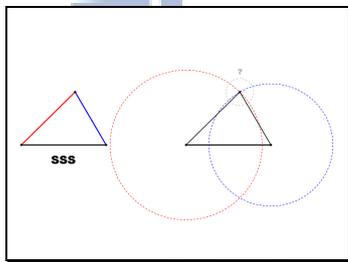
p7



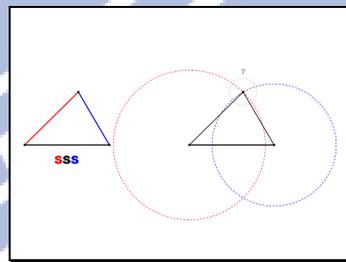
p8



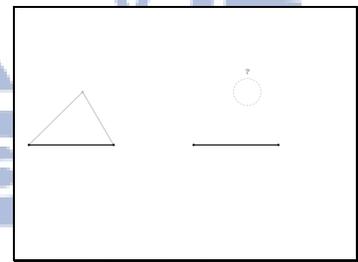
p9



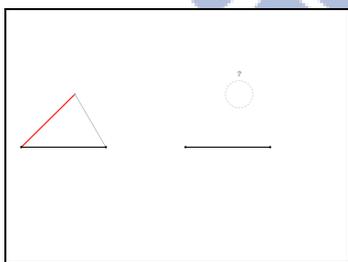
p10



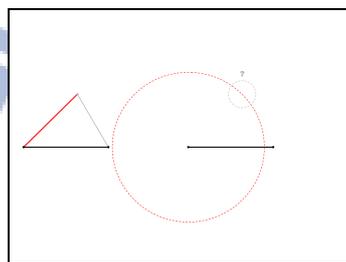
p11



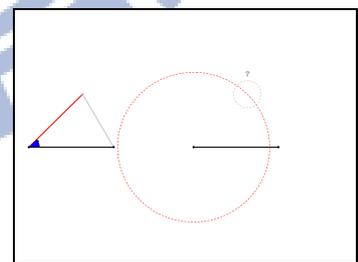
p12



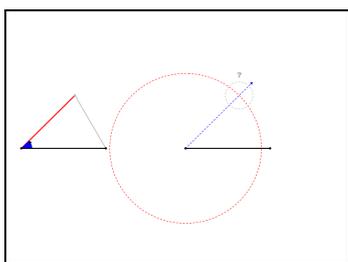
p13



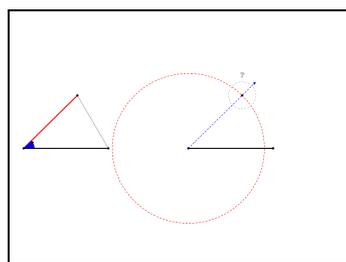
p14



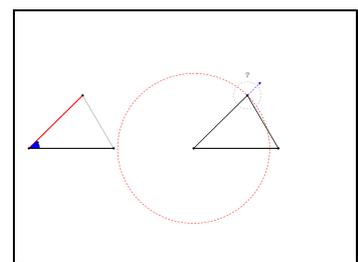
p15



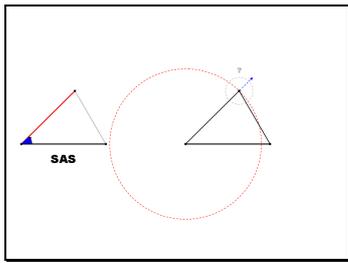
p16



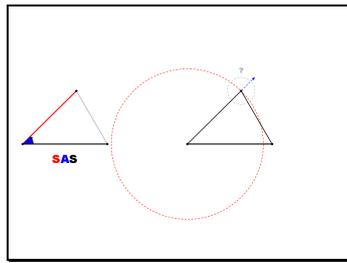
p17



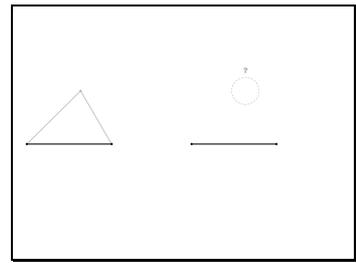
p18



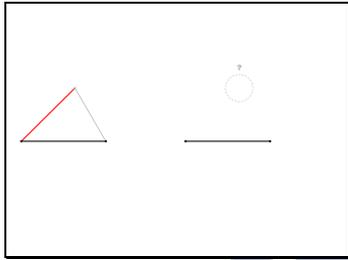
p19



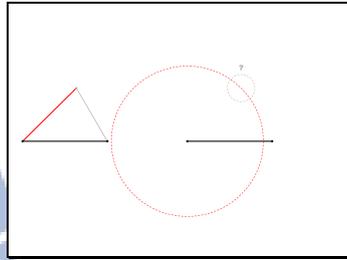
p20



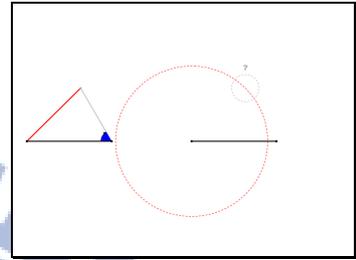
p21



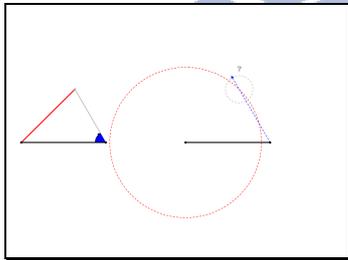
p22



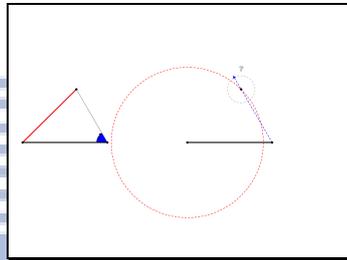
p23



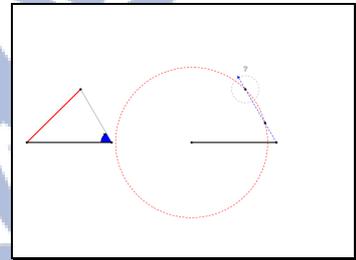
p24



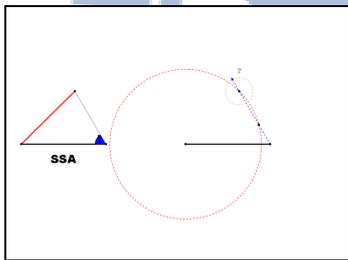
p25



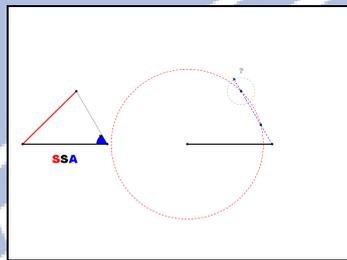
p26



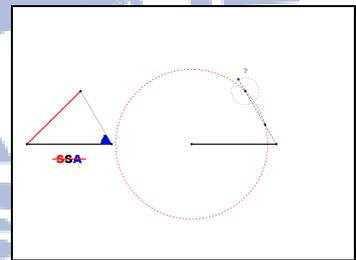
p27



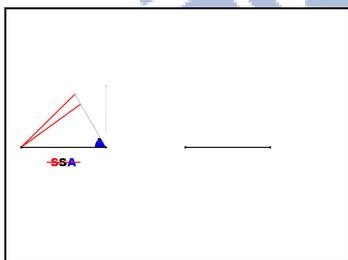
p28



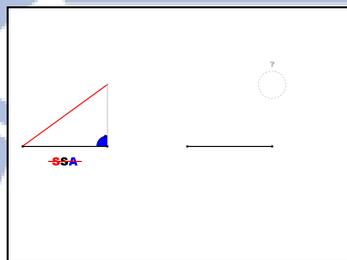
p29



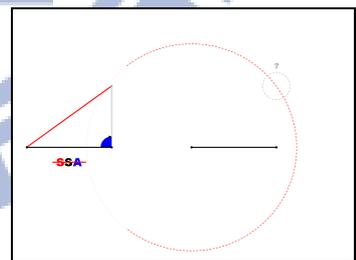
p30



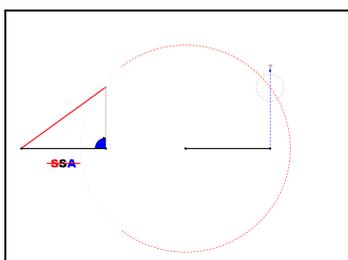
p31



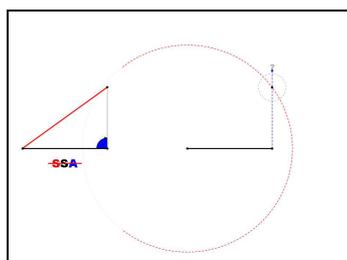
p32



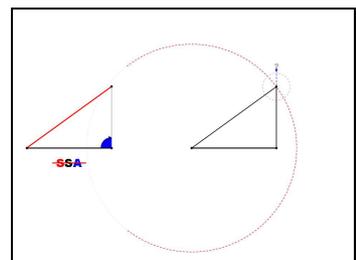
p33



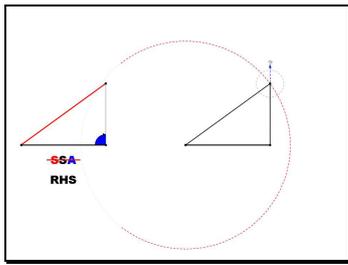
p34



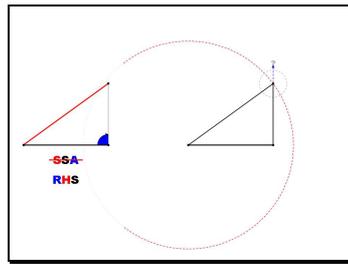
p35



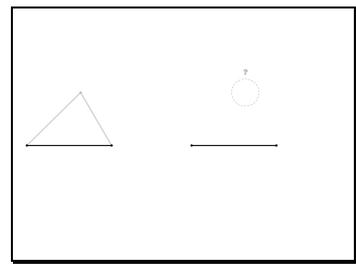
p36



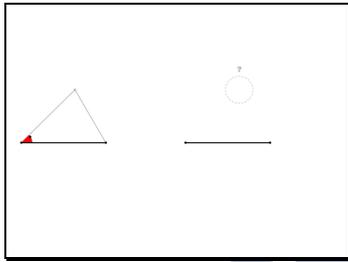
p37



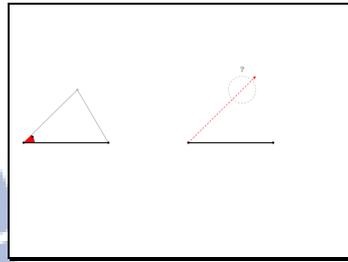
p38



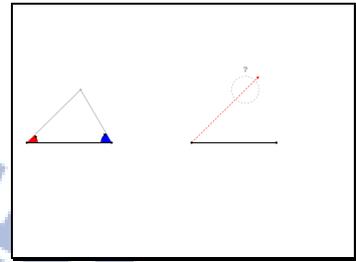
p39



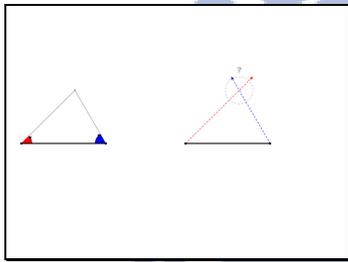
p40



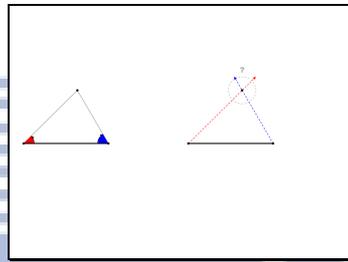
p41



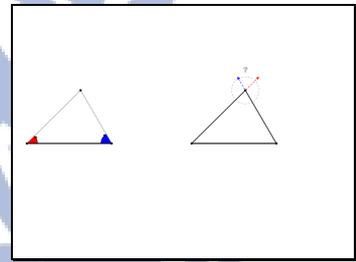
p42



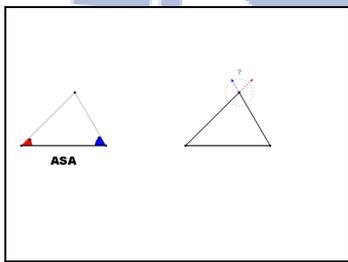
p43



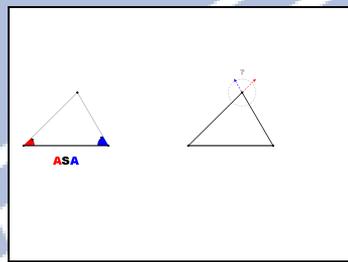
p44



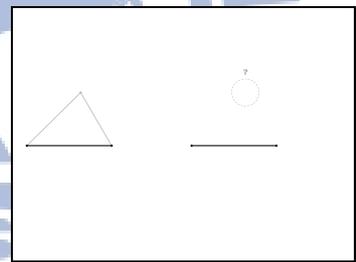
p45



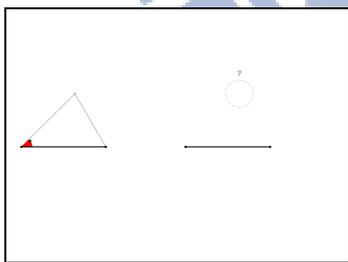
p46



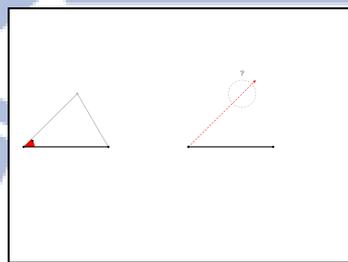
p47



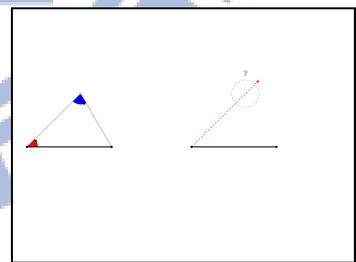
p48



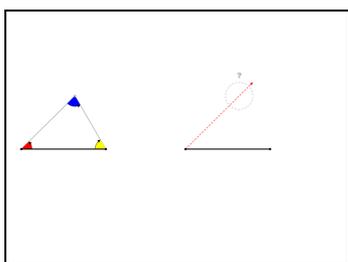
p49



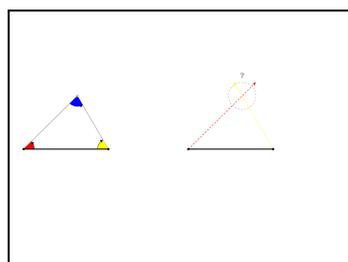
p50



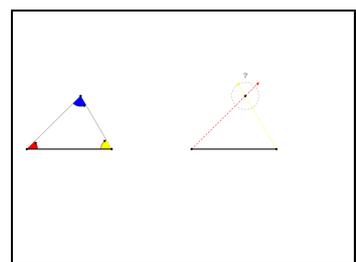
p51



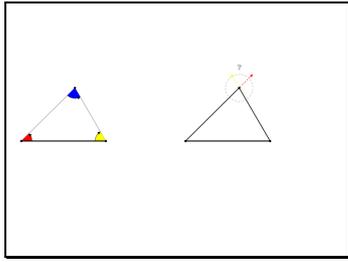
p52



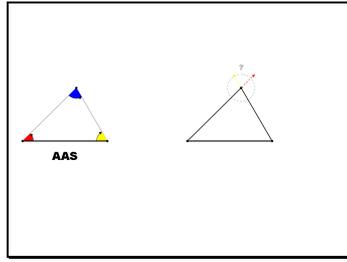
p53



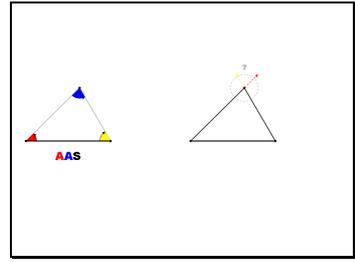
p54



p55



p56



p57

