

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

多層介質層之表面波與體積模態分析
Surface waves and volume modes in multiple
dielectric layers

研究生：黃晟瑞 (Cheng- Jui Huang)

指導教授：黃瑞彬 博士 (Dr. Ruey-Bing Hwang)

中華民國一百零二年七月

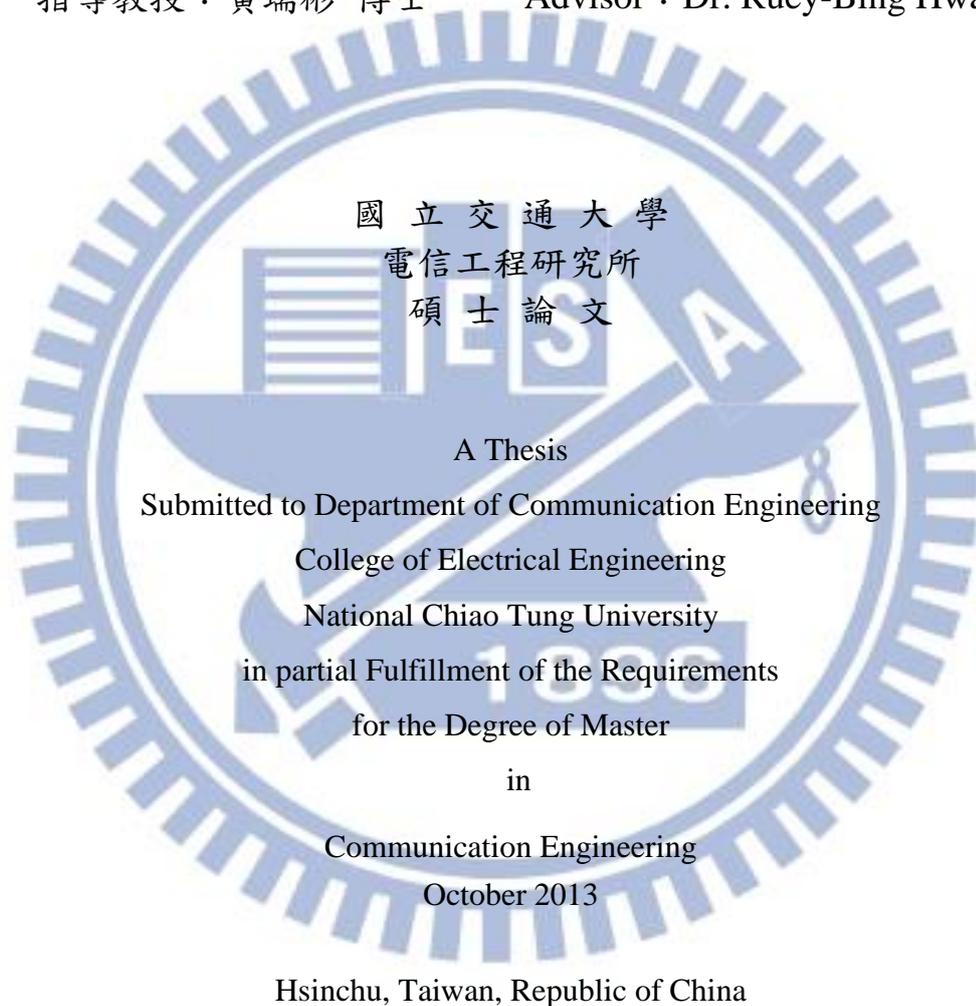
多層介質層之表面波與體積模態分析
Surface waves and volume modes in multiple
dielectric layers

研究生：黃晟瑞

Student : Cheng-Jui Huang

指導教授：黃瑞彬 博士

Advisor : Dr. Ruey-Bing Hwang



中華民國一百零二年七月

多層介質之表面波與體積模態分析

學生：黃晟瑞

指導教授：黃瑞彬博士

國立交通大學電信工程研究所碩士班

摘 要

本文主要在於討論激發表面電磁波的機制。我們知道最簡單可以激發表面模態的結構是單層介質層板波導，因此我們由此結構來觀察如何激發表面電磁波。我們利用橫向諧振法搭配轉移矩陣來解結構的色散關係式，並畫出色散曲線圖，在等效介電常數大於 1 的時候存在表面模態。接著另一側為了要利用週期性結構的禁帶，我們將 Rogers RO 5880(介電常數 2.2)和矽(介電常數 11.9)兩種材料排列成一組單位元，為了簡化計算繁複與實際應用等考量，選取五組單位元排列成多層介質的結構，希望能達到週期性結構的效果。解此多層介質單邊短路的色散曲線並與週期性結構的色散曲線重疊，可以找出表面模態在曲線上的位置。最後我們用電磁模擬軟體 CST 來輔助驗證我們的想法。

Surface waves and volume modes in multiple dielectric layers

student : Cheng- Jui Huang

Advisors : Dr. Ruey-Bing Hwang

Department of Communication Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this thesis, the mechanism of surface wave excitation is discussed. As we know, single-layered dielectric slab waveguide is the simplest structure that can excite surface wave, and this structure is utilized as the basic of our study. We use transverse resonance technique (TRT) incorporating transfer matrix to solve and plot the dispersion relation for a given structure. The surface mode exists when the effective dielectric constant is greater than one. Specifically, the periodic structure, which operates at the stop-band region, with unit cell consisting of two different materials is placed adjacent to the single layered dielectric slab. These materials are RO5880 and silicon. To simplify the computational cost and take practical fabrication into account, the infinite unit cells are truncated and reduced to five unit cells while the effect of periodic structure is still preserved. The dispersion curve of complete structure and the band structure of grating with infinite periodicity are graphically overlapped which can identify the location of surface mode. Finally the commercial electromagnetic package CST MWS is employed to verify the feasibility of this research.

致謝

就讀研究所期間，首先誠摯感謝指導老師黃瑞彬博士，無論是指導學生得以一窺數值電磁學領域，或是指出學生在學習上的問題皆讓學生受益良多，雖然對數值電磁只學會部分皮毛，但還是讓學生在碩士生涯中覺得獲益匪淺。

同時感謝實驗室博班學長，蔡岳霖、黃獻東、金正元、郭芳銚、蔡宜哲學長，在模擬天線和撰寫程式部分總是熱心指導學弟，也感謝許勝傑、林子淵、呂政皓、朱宏麒學長及陳柏廷、王派宣、楊肅哲同學和學弟丁冠中、潘海睿、古晏承、林科文、孫遠皓、陳曷旭不僅帶給實驗室樂趣，也總是會熱心幫助、討論研究或生活上的問題，非常感謝實驗室的成員。另外十分感謝在我對研究感到迷惑害怕的時候，會主動花時間詢問及關心我的朋友們，細心聆聽我的想法，並提出解決方法，對於你們在我碩士生涯的各種幫忙，我將銘記在心。

最後非常感謝我的家人，在自己迷惘的時候，總是在我背後默默的支持我，不給我其他的壓力，並且每次通電話時總是對我加油打氣，希望自己日後也能成為你們無憂的後盾。



目錄

摘要.....	i
ABSTRACT.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	v
表目錄.....	vii
第一章 導論.....	1
第二章 理論基礎.....	4
2.1 電磁場在均勻介質中的特性.....	4
2.2 電磁場在不同介質中的特性.....	8
第三章 模態分析與軟體驗證.....	10
3.1 單層介質層板波導的分析.....	10
3.2 多層介質單邊短路的分析.....	17
3.3 多層介質雙邊短路的分析.....	23
3.4 模擬軟體驗證.....	39
結論.....	42
參考文獻.....	43

圖目錄

圖 1-1	分布式回饋雷射雷射與分布式布拉格反射型雷射示意圖	2
圖 1-2	光纖傳輸操作示意圖	2
圖 3-1	單層介質層板波導的結構與等效電路圖	10
圖 3-2	單層介質層板波導的橫向電場色散曲線圖	11
圖 3-3	放大色散曲線的區間圖	12
圖 3-4	放大色散曲線的區間圖去掉不具物理意義的曲線	13
圖 3-5	橫向電場的表面模態電場分布($t/\lambda=0.27$)	13
圖 3-6	橫向電場的洩漏模態電場分布($t/\lambda=0.27$)	14
圖 3-7	單層介質層板波導的橫向磁場色散曲線圖	15
圖 3-8	放大色散曲線的區間圖去掉不具物理意義的曲線	16
圖 3-9	橫向磁場的表面模態電場分布($t/\lambda=0.2$)	16
圖 3-10	橫向磁場的表面模態電場分布($t/\lambda=0.09$)	17
圖 3-11	多層介質層單邊短路的結構	18
圖 3-12	單位元個數為 1 的色散曲線	19
圖 3-13	單位元個數為 2 的色散曲線	19
圖 3-14	單位元個數為 4 的色散曲線	20
圖 3-15	單位元個數為 8 的色散曲線	20
圖 3-16	單位元個數為 1 的譜隙	21
圖 3-17	單位元個數為 2 的譜隙	22
圖 3-18	單位元個數為 4 的譜隙	22
圖 3-19	單位元個數為 8 的譜隙	23
圖 3-20	多層介質雙邊短路的結構	24
圖 3-21	多層介質層雙邊短路橫向電場色散曲線圖	24
圖 3-22	多層介質層雙邊短路橫向電場色散曲線圖(考慮週期性結構的禁帶)	25
圖 3-23	$t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=0.26065$ 的電場分布	26
圖 3-24	$t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=0.72956$ 的電場分布	26

圖 3-25 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=1.0756$ 的電場分布	27
圖 3-26 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=1.2778$ 的電場分布	27
圖 3-27 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=5.2825$ 的電場分布	28
圖 3-28 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=5.3545$ 的電場分布	28
圖 3-29 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=5.4391$ 的電場分布	29
圖 3-30 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=5.5255$ 的電場分布	29
圖 3-31 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=5.5878$ 的電場分布	30
圖 3-32 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=10.1432$ 的電場分布	30
圖 3-33 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=10.1634$ 的電場分布	31
圖 3-34 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=10.17$ 的電場分布	31
圖 3-35 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=10.1777$ 的電場分布	32
圖 3-36 $t/\lambda=0.275$, $\epsilon_{\text{eff}}=10.1836$ 的電場分布	32
圖 3-37 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第一條曲線的電場分布	33
圖 3-38 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第二條曲線的電場分布	33
圖 3-39 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第三條曲線的電場分布	34
圖 3-40 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第四條曲線的電場分布	34
圖 3-41 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第五條曲線的電場分布	35
圖 3-42 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第六條曲線的電場分布	36
圖 3-43 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第七條曲線的電場分布	36
圖 3-44 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第八條曲線的電場分布	37
圖 3-45 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第九條曲線的電場分布	37
圖 3-46 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第十條曲線的電場分布	38
圖 3-47 $\epsilon_{\text{eff}}=1.2$, 第十一條曲線的電場分布	38
圖 3-48 電磁模擬軟體 CST 模擬的結構圖	39
圖 3-49 模擬結構的邊界條件	40
圖 3-50 Matlab 操作頻率為 9.7GHz 的電場分布	41
圖 3-51 CST 和 Matlab 在操作頻率下的電場比較	41

表目錄

表格 2-1 橫向電場和橫向磁場相對應的電場和磁場分量.....	7
表格 3-1 單層介質層板波導結構中使用的參數說明.....	10
表格 3-2 多層介質層單邊短路結構中使用的參數說明.....	18
表格 3-3 CST 模擬結構中使用的參數說明.....	39



第一章 導論

表面電磁波為電磁波在介質表面傳遞的電磁波，關於表面波有很多不同的研究，並且視其所需的導波結構命名，如操作在光學頻段的表面電漿子(surface plasmon)為金屬與介電質介面上以表面波的形式傳播，但由邊界條件來看，橫向電場(TE mode)在介面上必須保持連續，所以是不會產生感應電荷，因此無法激發表面電漿子效應，後來藉由人造的負折射物質其負的磁導率，可以克服表面電漿子以橫向電場的形式在金屬和介質層介面傳播。葉伯琦教授[1]探討堆疊週期性結構其反射率和模態的色散關係，可以得到表面模態，提供了激發表面電磁波的想法。

週期性結構的發展歷史很久並且應用範圍很廣泛，如頻率選擇面、人造磁導體、相位陣列天線等等，基於本篇論文的目的，我們討論週期性結構操作的應用之一：週期性結構可用來當作散射型或者是導波型。散射型為電磁波入射到結構時，會產生一些特殊的效應，例如利用週期性結構的禁帶，在某些頻率會有全反射的效果，也有仿自然界的晶格週期性排列，如蛾眼結構[2]有抗反射的效果。而導波型為討論電磁波在週期性結構中傳播的情形。

關於導波型最廣為人知的週期性結構應用在雷射的回饋模組。最早的費布力-佩若(Fabry-Perot)利用兩塊鏡面的共振產生回饋放大，但卻會產生多模態輸出，無法適用於長距離傳輸。而分布式回饋雷射(圖 1-1)，利用週期性結構(或可稱為光柵)的通帶和禁帶特性，選擇特定的波長產生回饋，輸出的時候只會產生單一波長的雷射。分布式布拉格反射型雷射則是將週期性結構放在主動區的兩側，經過適當設計讓光柵對某一波長的光具有高反射率，進而達到選擇波長的目的。

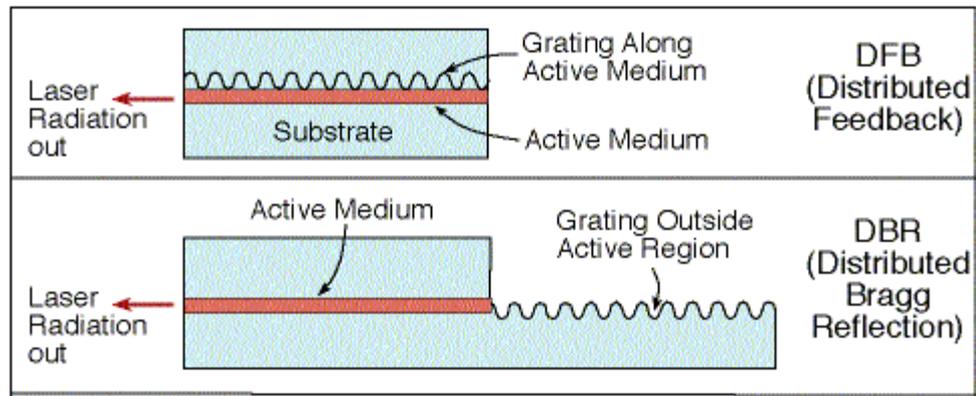
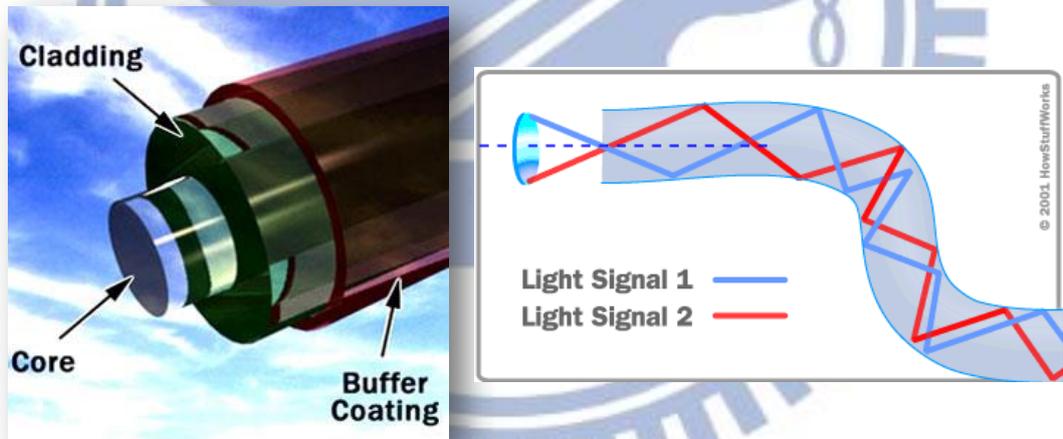


圖 1-1 分布式回饋雷射與分布式布拉格反射型雷射示意圖

接著我們介紹一般用來傳遞表面波的結構：介質波導。與金屬波導不同，顧名思義，電波會在介質中來回反彈而傳遞。其操作原理為，在高折射係數介質外圍包覆低折射係數介質，利用全反射現象，使能量被限制在高折射係數介質中。最常見的例子就是光纖。由(圖 1-2)所示，只要光在光纖中的入射角大於臨界角 (critical angle)，就會產生全反射使能量無法向外部傳遞。



(A)

(B)

圖 1-2 光纖傳輸操作示意圖

所以我們想到如果一邊利用介質波導操作在表面波模態，並在空氣層呈現衰減的趨勢和週期性結構可以操作在禁帶的特性結合在一起，是否可以找到、激發表面電磁波呢?這即是本篇論文所要探討的主題。

本論文總共為四個章節，首先在第二章從馬克思威方程式(Maxwell equations)推導，將電磁場問題轉化成傳輸線等效模型的電路問題，大量簡化多層介質的繁複計算。接著在第三章可分為四個部分討論，第一部分為利用數值運算軟體(Matlab)解出介質層板波導的色散曲線，觀察其激發表面模態的條件；第二部分為將兩種不同介質週期性的排列於前述結構上，在有限週期下，同樣解其色散曲線並觀察電場分布，研究有無可能激發想要的表面模態；第三部分為將前述結構另一側密封，形成多層介質雙邊短路的結構，同樣研究與尋找其表面模態，最後第四部份為用電磁全波模擬軟體(Microwave studio CST)來驗證我們的程式與想法。最後，在第四章我們總結上述的研究結果。



第二章 理論基礎

2.1 電磁場在均勻介質層中的特性

週期性結構常常需要考慮到電磁場在多層介質層中的種種特性，例如會牽涉到多重反射(reflection)的問題及不同介質常數所導致的折射現象(refraction)。為了要簡化問題，首先考慮平面電磁波在線性、各向等性(isotropic)、均勻(homogenous)且無源(source free)的介質層的特性，由馬克思威(Maxwell)方程式開始推導：

$$\nabla \times \underline{E}(\underline{r}) = -j\omega\mu\underline{H}(\underline{r}) \quad (1)$$

$$\nabla \times \underline{H}(\underline{r}) = j\omega\varepsilon\underline{E}(\underline{r}) \quad (2)$$

$$\underline{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad (3)$$

μ 和 ε 分別是此介質層的導磁率(permeability)和電容率(permittivity)。一般平面電磁波的電場和磁場可以表示成：

$$\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0 e^{-jk\underline{r}} \quad (4)$$

$$\underline{H}(\underline{r}) = \underline{H}_0 e^{-jk\underline{r}} \quad (5)$$

\underline{E}_0 和 \underline{H}_0 分別為電場和磁場的振幅向量， \underline{k} 為電磁波的傳播向量， \underline{r} 為位置向量，將第(4、5)式代入第(1、2)式，我們可以得到：

$$\underline{k} \times \underline{E}_0 = \omega\mu\underline{H}_0 \quad (6)$$

$$\underline{k} \times \underline{H}_0 = -\omega\varepsilon\underline{E}_0 \quad (7)$$

由第(6、7)式明顯可知 \underline{E}_0 和 \underline{H}_0 皆與 \underline{k} 正交，說明此平面電磁波為橫向電磁場模態(TEM mode)，電場和磁場皆垂直於傳播方向。在向量分析中，一個三維向量可以分解成一個二維的橫向(transverse)向量和一維的縱向(longitudinal)向量疊加：

$$\underline{E}_0 = \underline{E}_t + \underline{E}_z \quad (8)$$

$$\underline{H}_0 = \underline{H}_t + \underline{H}_z \quad (9)$$

$$\underline{k} = \underline{k}_t + \underline{k}_z \quad (10)$$

將第(8、9、10)式代入第(6、7)式可得到：

$$\underline{k}_t \times \underline{E}_t = \omega\mu\underline{H}_z \quad (11)$$

$$\underline{k}_t \times \underline{E}_z + \underline{k}_z \times \underline{E}_t = \omega\mu\underline{H}_t \quad (12)$$

$$\underline{k}_t \times \underline{H}_t = -\omega\varepsilon\underline{E}_z \quad (13)$$

$$\underline{k}_t \times \underline{H}_z + \underline{k}_z \times \underline{H}_t = -\omega\varepsilon\underline{E}_t \quad (14)$$

由(11、13)消除 \underline{H}_z 可得到：

$$\underline{H}_t = \underline{Y} \cdot (\hat{z} \times \underline{E}_t) \quad (15)$$

$$\underline{Y} = \frac{(k^2 \underline{1}_2 - \underline{k}_t \underline{k}_t)}{\omega\mu k_z} \quad (16)$$

$$\underline{k}_t = \begin{bmatrix} k_x^2 & k_x k_y \\ k_y k_x & k_y^2 \end{bmatrix} = \underline{k}_t \underline{k}_t \quad (17)$$

\underline{Y} 為二維導納並矢張量(admittance dyadic)， \underline{k}_t 為橫向傳播常數的並矢張量， $\underline{1}_2$ 為二維的單位並矢張量。觀察可得 \underline{Y} 的特徵值和相符合的特徵向量分別為：

$$Y' = \frac{k^2 - k_x^2 - k_y^2}{\omega\mu k_z} = \frac{k_z}{\omega\mu} \quad (18)$$

$$Y'' = \frac{k^2}{\omega\mu k_z} = \frac{\omega\varepsilon}{k_z} \quad (19)$$

$$\underline{a}' = \frac{\underline{k}_t}{k_t} = \frac{1}{k_t} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\underline{a}'' = \frac{1}{k_t} \begin{pmatrix} -k_y \\ k_x \end{pmatrix} \quad (21)$$

觀察這兩個特徵向量可以發現， \underline{a}' 和 \underline{a}'' 的外積(cross product)恰好為 \hat{z} ，亦即 \underline{a}' 、 \underline{a}'' 和 \hat{z} 此三向量兩兩正交。由於此三組向量彼此相互正交並且可以完整表達笛卡爾座標系中的向量，故可選擇這三組向量當作此座標系的一組正交基底向量。

由特徵值和特徵向量可知 \underline{Y} 可分解成兩個與本身特徵向量有關的部分，如下式(22)。另外在(15)式中，因為 \hat{z} 與 \underline{a}' 和 \underline{a}'' 互相正交，所以 \hat{z} 與任何向量做外積時，此向量必定躺在 \underline{a}' 和 \underline{a}'' 所形成的平面，並且可以用 \underline{a}' 和 \underline{a}'' 去組合而成，所以可以將(15)式令成如下式(23)與(24)：

$$\underline{Y} = Y' \underline{a}' \underline{a}' + Y'' \underline{a}'' \underline{a}'' \quad (22)$$

$$\hat{z} \times \underline{E}_t = V' \underline{a}' + V'' \underline{a}'' \quad (23)$$

$$\underline{H}_t = I' \underline{a}' + I'' \underline{a}'' \quad (24)$$

其中 V' 、 V'' 、 I' 、 I'' 分別為 \underline{a}' 和 \underline{a}'' 的展開係數，並且將(22-24)式整理運算之後可以得到以下結論：

$$I' = Y' V' \quad (25)$$

$$I'' = Y'' V'' \quad (26)$$

$$\underline{I} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} I' \\ I'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y' & 0 \\ 0 & Y'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V' \\ V'' \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \underline{Y}^D \cdot \underline{V} \quad (27)$$

$$\underline{Y}^D \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} Y' & 0 \\ 0 & Y'' \end{pmatrix} \quad (28)$$

由(25-28)式可以知道在選擇特徵向量當新基底之後，TE 模態和 TM 模態在數學表示上可以完全的分開運算。所以計算 TE 模態時可以令 $V'' = 0$ 和 $I'' = 0$ ，反之計算 TM 模態則可令 $V' = 0$ 和 $I' = 0$ 。另外定義對角矩陣 \underline{Y}^D 。由此結論再代入(20-21)式中的特徵向量值便可得到 TE 模態和 TM 模態下相對應的每個電場和磁場的分量，整理成表格 2-1：

TE 模態 ($V'' = 0, I'' = 0$)	TM 模態 ($V' = 0, I' = 0$)
$E_x = \frac{k_y}{k_t} V', E_y = -\frac{k_x}{k_t} V'$	$E_x = \frac{k_x}{k_t} V'', E_y = \frac{k_y}{k_t} V''$
$H_x = \frac{k_x}{k_t} I', H_y = \frac{k_y}{k_t} I'$	$H_x = -\frac{k_y}{k_t} I'', H_y = \frac{k_x}{k_t} I''$
$E_z = 0, H_z = -\frac{k_t}{\omega\mu} V'$	$E_z = -\frac{k_t}{\omega\varepsilon} I'', H_z = 0$
$\eta' = \frac{1}{Y'} = \frac{V'}{I'} = \frac{\omega\mu}{k_z}$	$\eta'' = \frac{1}{Y''} = \frac{V''}{I''} = \frac{k_z}{\omega\varepsilon}$

表格 2-1 橫向電場和橫向磁場模態相對應的電場和磁場分量

其中 $E_{i,i=x,y,z}$ 和 $H_{i,i=x,y,z}$ 為電場和磁場在 i 方向的分量大小， η' 和 η'' 則為此均勻介質層 TE 和 TM 模態的本質阻抗 (intrinsic impedance)。並且可整理成如下面的矩陣型式的方程組：

$$\hat{z} \times \underline{E}_t = \begin{pmatrix} -E_y \\ E_x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_x}{k_t} & -\frac{k_y}{k_t} \\ \frac{k_y}{k_t} & \frac{k_x}{k_t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V' \\ V'' \end{pmatrix} = \underline{\underline{K}}_t \cdot \underline{V} \quad (29)$$

$$\underline{H}_t = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_x}{k_t} & -\frac{k_y}{k_t} \\ \frac{k_y}{k_t} & \frac{k_x}{k_t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I' \\ I'' \end{pmatrix} = \underline{\underline{K}}_t \cdot \underline{I} \quad (30)$$

$$\underline{\underline{K}}_t \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \frac{k_x}{k_t} & -\frac{k_y}{k_t} \\ \frac{k_y}{k_t} & \frac{k_x}{k_t} \end{bmatrix} \quad (31)$$

定義線性轉換矩陣 $\underline{\underline{K}}_t$ ，並且將(29-30)和(27)代入(15)式可整理成

$$\begin{aligned} \underline{H}_t &= \left(\underline{\underline{K}}_t \underline{\underline{Y}}^D \underline{\underline{K}}_t^{-1} \right) \cdot \hat{z} \times \underline{E}_t \\ &= \left(\underline{\underline{K}}_t \underline{\underline{Y}}^D \underline{\underline{K}}_t^T \right) \cdot (\hat{z} \times \underline{E}_t) = \underline{\underline{Y}} \cdot (\hat{z} \times \underline{E}_t) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\therefore \underline{\underline{Y}} = \left(\underline{\underline{K}}_t \underline{\underline{Y}}^D \underline{\underline{K}}_t^T \right) \quad (33)$$

其中 $\underline{\underline{K}}_t^T$ 為 $\underline{\underline{K}}_t$ 的轉置矩陣。上式的結果是可以預期的，因為在相似變換對角化的概念中，若(16)式中的二維並矢張量 $\underline{\underline{Y}}$ 選擇其特徵向量 $\underline{\underline{a}}'$ 和 $\underline{\underline{a}}''$ 當作基底，則 $\underline{\underline{Y}}$ 的映射矩陣將會是對角矩陣 $\underline{\underline{Y}}^D$ ，並且其對角線元素會是原本 $\underline{\underline{Y}}$ 的特徵值，並且特徵值會恰好與所選擇的特徵向量順序一致，觀察(31)式可知 $\underline{\underline{K}}_t$ 為 $\underline{\underline{a}}'$ 和 $\underline{\underline{a}}''$ 所構成，並且使 $\underline{\underline{Y}}$ 經過映射轉換後可得對角矩陣 $\underline{\underline{Y}}^D$ 。

$$\underline{\underline{K}}_t = \frac{1}{k_t} \begin{bmatrix} k_x & -k_y \\ k_y & k_x \end{bmatrix} = \frac{1}{k_t} [\underline{\underline{a}}' \quad \underline{\underline{a}}''] \quad (34)$$

$$\underline{\underline{Y}}^D = \underline{\underline{K}}_t^{-1} \underline{\underline{Y}} \underline{\underline{K}}_t = \begin{bmatrix} Y' & 0 \\ 0 & Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

經由上述推導，因此在介質層中電磁場的相互關係我們可以寫成如下的表達式：

$$\hat{z} \times \underline{\underline{E}}_t(x, y, z) = \underline{\underline{K}}_t \cdot \underline{\underline{V}}(z) e^{-jk_t \cdot \underline{\underline{\rho}}} \quad (36)$$

$$\underline{\underline{H}}_t(x, y, z) = \underline{\underline{K}}_t \cdot \underline{\underline{I}}(z) e^{-jk_t \cdot \underline{\underline{\rho}}} \quad (37)$$

$$\underline{\underline{\rho}} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad (38)$$

2.2 電磁場在不同介質層中的特性

電磁場在不同介質層常會牽涉到邊界問題，由馬克思威可知，在兩個無源的介質邊界會滿足橫向電場及橫向磁場皆會連續，並且會使橫向傳播向量即前面所述的 $\underline{\underline{k}}_t$ 也會連續。由前面(36-38)式並考慮介質層在 z 方向堆疊則 $\underline{\underline{V}}(z)$ 和 $\underline{\underline{I}}(z)$ 可以寫成如下型式：

$$\underline{\underline{V}}(z) = e^{-jk_z z} \underline{\underline{V}}_+ + e^{+jk_z z} \underline{\underline{V}}_- \quad (39)$$

$$\underline{\underline{I}}(z) = \underline{\underline{Y}} [e^{-jk_z z} \underline{\underline{V}}_+ - e^{+jk_z z} \underline{\underline{V}}_-] \quad (40)$$

其中 $\underline{\underline{V}}(z)$ 分別包含與 TE 模態相關的 V' 和 I' ，及與 TM 模態相關的 V'' 和 I'' ， $\underline{\underline{V}}_+$ 為往正 \hat{z} 的正向波，而 $\underline{\underline{V}}_-$ 為往負 \hat{z} 的逆向波。考慮第 i 層的介質層，其電容率和導磁

率分別為 (ϵ_i, μ_i) ，並且 k_t 皆相同，所以 z 方向的傳播常數分量為

$$k_z^i = \sqrt{k_0^2 \mu_i \epsilon_i - k_t^2} \quad (41)$$

並且檢查(36)式和(37)式可知， $\hat{z} \times \underline{E}_t(x, y, z)$ 和 $\underline{H}_t(x, y, z)$ 在兩介質的介面間只會隨著 $\underline{V}(z)$ 和 $\underline{I}(z)$ 改變，所以只要決定 $\underline{V}(z)$ 和 $\underline{I}(z)$ ，即可以了解兩介質的電場和磁場概況，因此也把複雜的場的問題等效到傳輸線的電路問題。

本章的重點小結，在均勻介質的電磁場，在選取橫向電場和橫向磁場相對應的特徵向量當作特徵座標系統的基底，橫向電場和橫向磁場具有正交性，並可以得到相對應的特徵導納。在不同的介質裡面，我們可以將場的問題等效成傳輸線電路問題。



第三章 模態分析與軟體驗證

我們想要討論激發表面電磁波的機制，會先想到要如何傳遞電磁波，並且用什麼材料或物理特性來傳遞電磁波，例如金屬或介質波導等等，為了能了解波導的特性，且不需要複雜的運算，我們知道最簡單可以激發表面模態的結構是單層介質層板波導(dielectric slab waveguide)，因此選擇從單層介質層板波導來切入。

3.1 單層介質層板波導的分析

為了知道介質層板波導(圖 3-1)的操作特性，給定此介質層板參數分別為 $\epsilon_a=1$ ， $\epsilon_s=10$ ，參數說明如表格 3-1。由前一章所提到的，我們可以將電磁場的問題等效為傳輸線型式的電路問題，並且應用橫向諧振法(Transverse Resonance Technique)，可以畫出此介質層板波導的色散曲線(dispersion curve)圖。

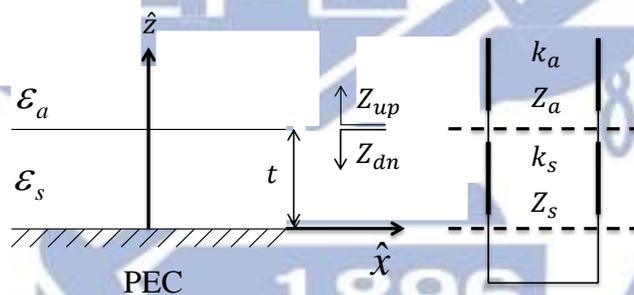


圖 3-1 單層介質層板波導的結構與等效電路圖

ϵ_a	空氣層的介電常數
ϵ_s	介質基板的介電係數
t	介質基板的厚度
Z_{up}	從介質層板往空氣層看的輸入阻抗
Z_{dn}	從介質層板往介質層看的輸入阻抗
Z_a	空氣層的等效傳輸線特性阻抗
Z_s	介質層的等效傳輸線特性阻抗
k_a	空氣層在 z 方向的傳播常數
k_s	介質層在 z 方向的傳播常數

表格 3-1 單層介質層板波導結構中使用的參數說明

座標定義(圖 3-1)垂直單層介質層板為 z 軸，平行介質層板的方向為 x 軸，並且假定 x 軸方向無限長，而入紙面的 y 軸部分，假定 $k_y = 0$ ，所以前一節(41 式)可以寫成(42 式)。由橫向諧振法我們可以列出橫向電場(TE)的色散關係式(45 式)，此色散關係式為一組超越方程，並且定義 ϵ_{eff} 為橫向傳播常數與自由空間中(free space)的傳播常數的比值平方。觀察可得在給定介質層板的厚度(t)與波長比時，可得到相對應的等效介電常數 ϵ_{eff} ，並且可以畫成色散曲線圖(圖 3-2)。

$$k_z^i = \sqrt{k_0^2 \mu_i \epsilon_i - k_t^2}, \text{ 其中 } k_t = k_x \quad (42)$$

$$Z_{\text{up}} + Z_{\text{dn}} = 0 \quad (43)$$

$$Z_a + jZ_s \tan(k_s t) = 0 \quad (44)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_a - \epsilon_{\text{eff}}}} + j \frac{\tan(k_0 t \sqrt{\epsilon_s - \epsilon_{\text{eff}}})}{\sqrt{\epsilon_s - \epsilon_{\text{eff}}}} = 0 \quad (45)$$

$$\text{其中 } Z_a = \frac{\omega \mu}{k_a}; Z_s = \frac{\omega \mu}{k_s} \text{ (for TE mode)} \quad (46)$$

$$\epsilon_{\text{eff}} \stackrel{\text{def}}{=} (k_t/k_0)^2 \quad (47)$$

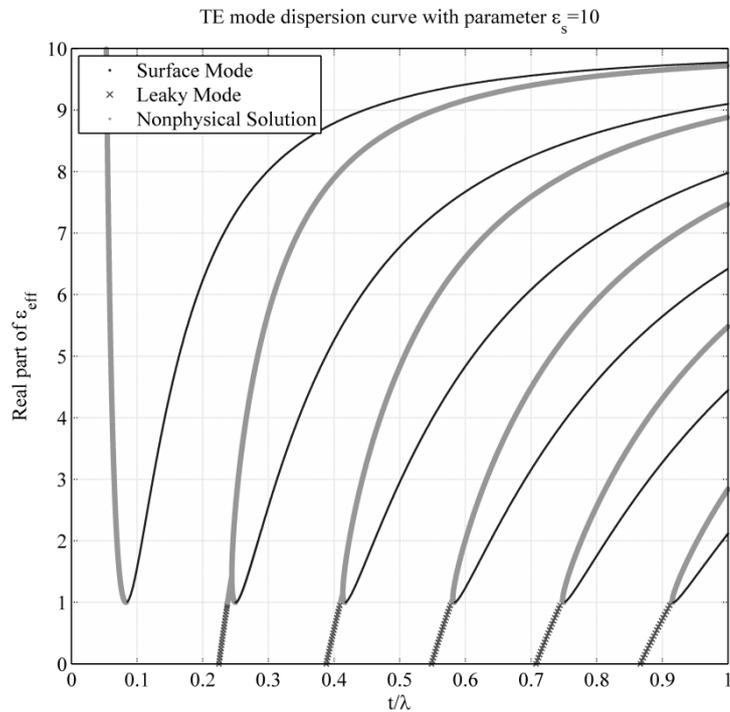


圖 3-2 單層介質層板波導的橫向電場色散曲線圖

觀察此色散曲線圖，在 ϵ_{eff} 大於 1 的地方可解出兩種形式的曲線，分別為不符合物理意義的灰色曲線和黑色曲線，灰色曲線因為數學可以解出卻不能符合能量守恆；而黑色曲線為可以在介質層板傳播的表面模態(surface mode)，即電磁波一到空氣層之後會呈指數性的衰減，並且只能在介質中傳遞。而另外在 ϵ_{eff} 小於 1 的部分，可解出另一種洩漏模態(Leaky Mode)，即在介質層板的電磁波邊行進的時候會邊洩漏能量到空氣層中。另外明顯可看的出來橫向電場的截止頻率(cutoff frequency)不為 0。接著我們將第二組曲線放大檢視(圖 3-3)並拿掉不具物理意義的曲線(圖 3-4)，由此二圖可以發現在表面模態和洩漏模態之間隔著一段間隔，稱為譜隙(Spectral Gap)，譜隙為洩漏模態之間無法洩漏的頻帶，並且中間夾著不具物理意義的解。由(圖 3-4)選取介質層板厚度與波長比為 0.27，可以看到橫向電場的表面模態的電場分布(圖 3-5，此處將介質層板厚度歸一化)，明顯可觀察出電場在空氣層會指數衰減，而取厚度波長比為 0.23，可觀察到洩漏模態在空氣層快速增加的現象(圖 3-6，此處將介質層板厚度歸一化)。

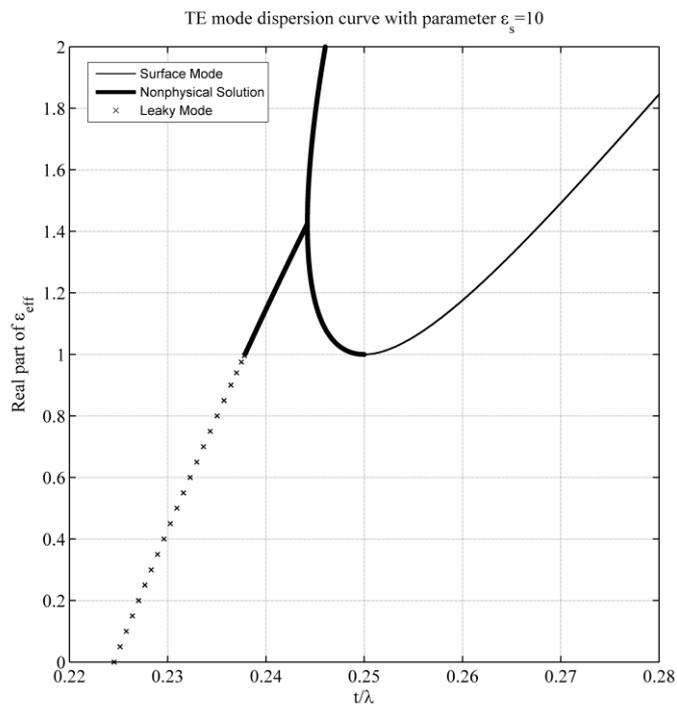


圖 3-3 放大色散曲線的區間圖

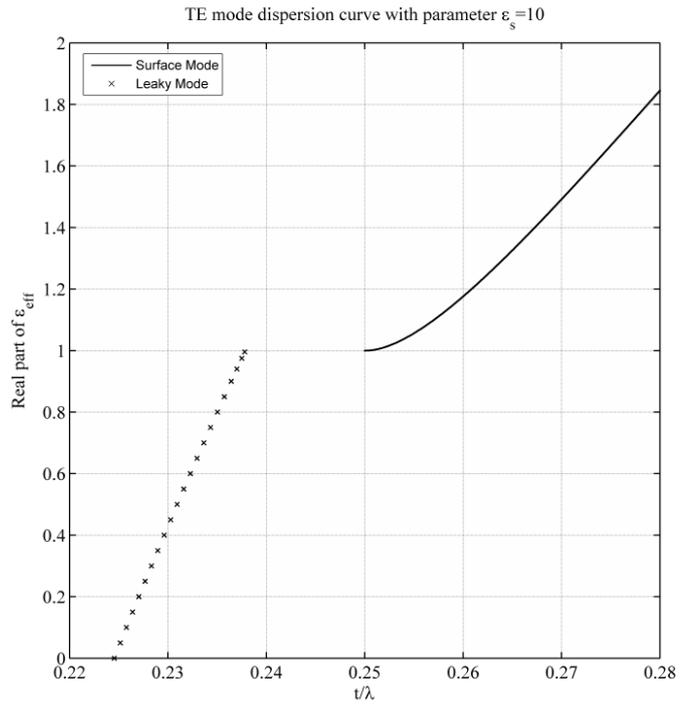


圖 3-4 放大色散曲線的區間圖去掉不具物理意義的曲線

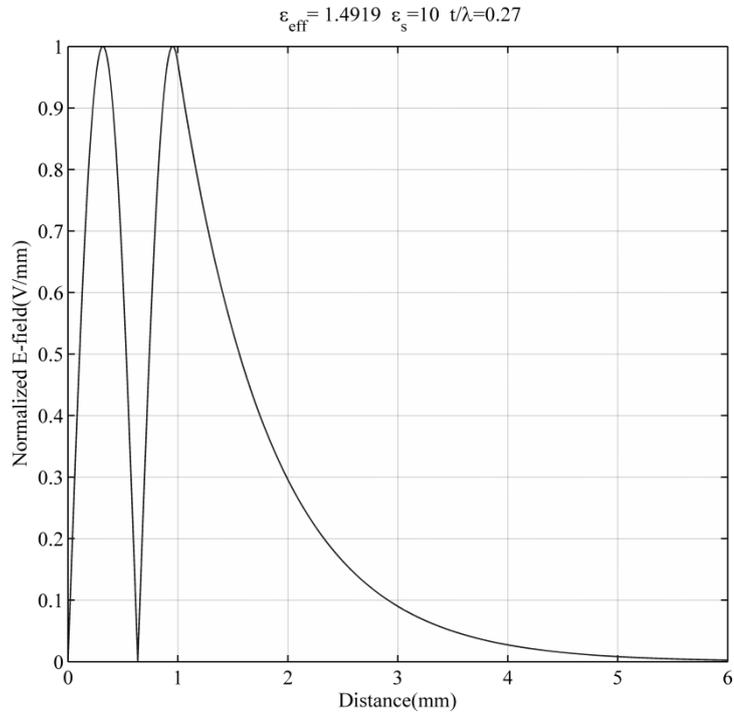


圖 3-5 橫向電場的表面模態電場分布($t/\lambda=0.27$)

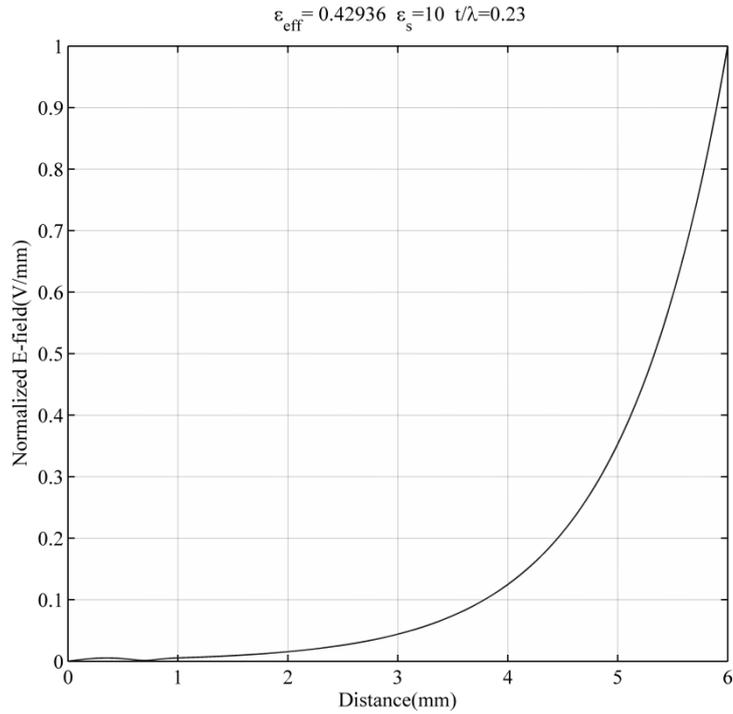


圖 3-6 橫向電場的洩漏模態電場分布($t/\lambda = 0.23$)

同樣地，應用同法來求得此介質層板波導的橫向磁場(TM)的色散關係式(48式)，與橫向電場不一樣的地方在於其對應的等效傳輸線阻抗不同。將厚度與波長的比值與 ϵ_{eff} 畫成色散關係圖(圖 3-7)。

$$\frac{\sqrt{\epsilon_a - \epsilon_{\text{eff}}}}{\epsilon_a} + j \frac{\sqrt{\epsilon_s - \epsilon_{\text{eff}}}}{\epsilon_s} \tan(\kappa_0 t \sqrt{\epsilon_s - \epsilon_{\text{eff}}}) = 0 \quad (48)$$

$$\text{其中 } Z_a = \frac{k_a}{\omega \epsilon_a} ; Z_s = \frac{k_s}{\omega \epsilon_s} \text{ (for TM mode)} \quad (49)$$

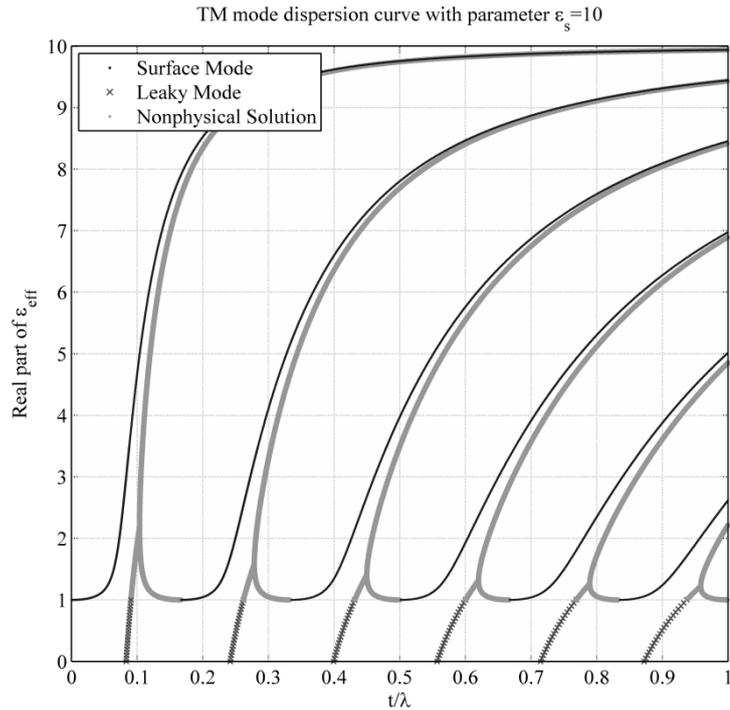


圖 3-7 單層介質層板波導的橫向磁場色散曲線圖

同樣在橫向磁場也可以觀察到三種曲線， ϵ_{eff} 大於1的灰色曲線部分為不具有物理意義的解，黑色曲線部分為可以在介質層板傳播的表面模態和 ϵ_{eff} 小於1的洩漏模態。與橫向電場不同的是，在 t/λ 為0之處(頻率零點)，便可激發結構的第一個橫向磁場模態。我們也將橫向磁場放大檢視，並直接將不具物理意義的曲線刪除掉(圖 3-8)，發現同樣有譜隙的存在，並且由(圖 3-8)分別選取介質層板厚度與波長比為0.2和0.09，可以看到橫向磁場的表面模態(圖 3-9，同樣將介質層板厚度歸一化)和洩漏模態的電場分布(圖 3-10)。從這些討論可以知道，介質波導在選取高介電材料之後，可以在特定的頻率波段激發表面模態，當然愈高頻會愈多高階的模態出現，而會出現表面模態是因為有效利用等效介電常數 ϵ_{eff} 大於1的特性，使電磁波在空氣層會呈現指數衰減，這將是我們想要利用的特點。

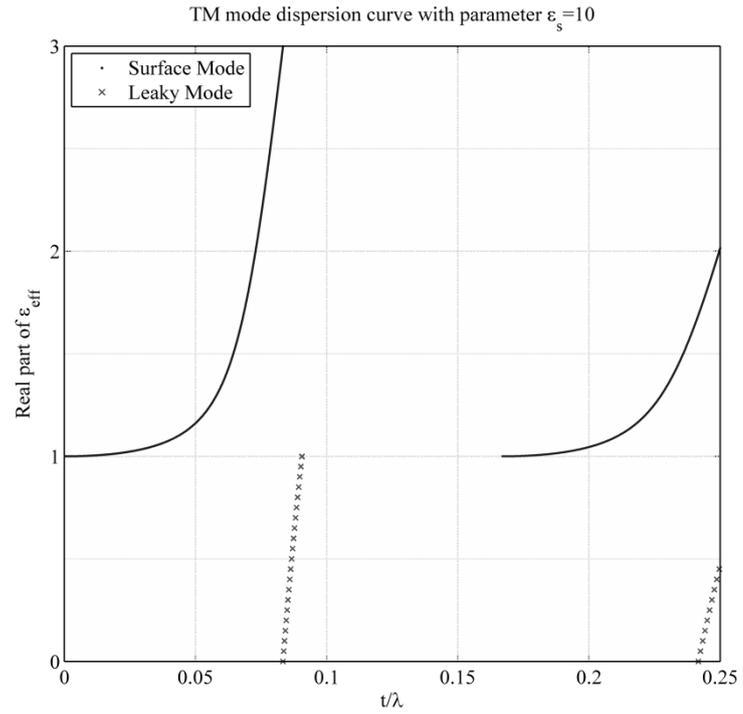


圖 3-8 放大色散曲線的區間圖去掉不具物理意義的曲線

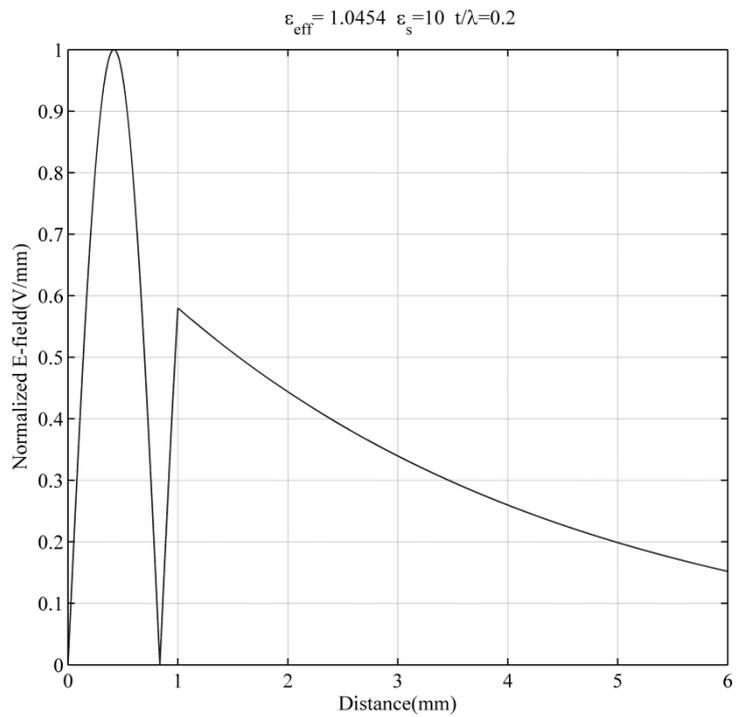


圖 3-9 橫向磁場的表面模態電場分布($t/\lambda=0.2$)

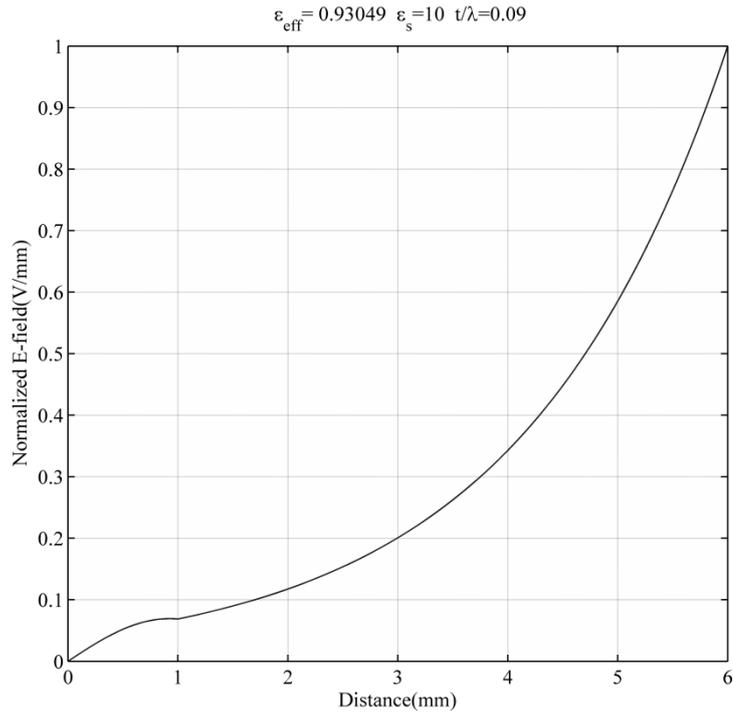


圖 3-10 橫向磁場的表面模態電場分布($t/\lambda=0.09$)

3.2 多層介質單邊短路的分析

在看完介質波導之後，我們打算藉由介質波導和兩種不同介電常數的材料交互堆疊成具有週期性的結構組合，但稍微有變化的地方在於，如前一節所提，介質波導在適當條件下可以操作在等效介電常數大於 1 的環境，使其在空氣層會呈現指數衰減，而在介質層可以傳導。另一方面，我們知道週期性結構有所謂的通帶(Pass Band)和禁帶(Stop Band)，亦即在禁帶電磁波無法傳播，只有在通帶的頻段電磁波才可以傳播。因此我們先將空氣層與介質層互相交換，並且在另外一邊為了想要利用週期性結構的特點，選取一種材料 Rogers RO 5880，其介電常數為 2.2，而另外一種則選取矽，其介電常數一般為 11.9，排列成一組單位元，並且重複排列 N 組單位元，看看是否能使結構操作在大於空氣層的介電常數並且和週期性結構一樣有禁帶的效果，而產生出我們所要的表面波。

因此我們模擬的結構(圖 3-11) 最下層是空氣層和金屬背板，在空氣層上面再加上前述兩種介質材料交互堆疊。座標軸定義(圖 3-11)和前節單層介質層板波導定義一致。 k_x 為平行結構的橫向傳播常數，並且因為電磁場邊界條件，所以在結

構裡到處相等。 k_z 為垂直結構的傳播常數，因為在不同的介質裡數值不同，因此定義參數在空氣層為 k_a ，在介質 1 為 k_1 ，在介質 2 為 k_2 。

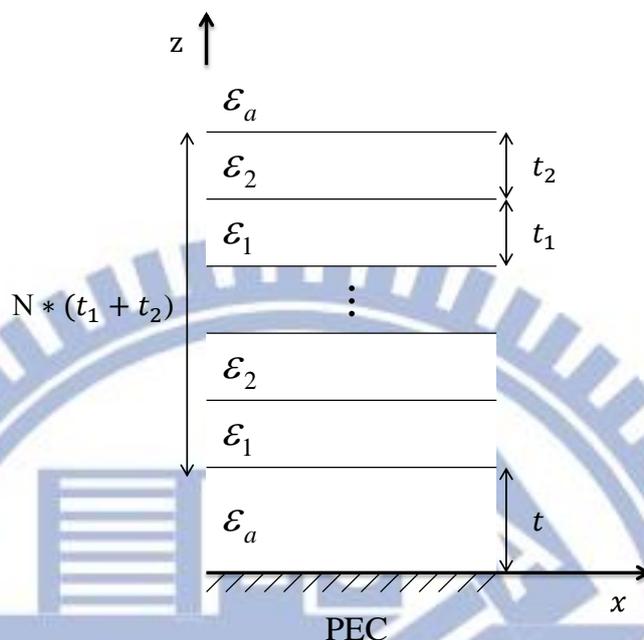


圖 3-11 多層介質層單邊短路的結構

ϵ_a	空氣層的介電常數	1
ϵ_1	介質 1 的介電常數	2.2
ϵ_2	介質 2 的介電常數	11.9
t_1/t	介質 1 與下空氣層厚度比	1
t_2/t	介質 2 與下空氣層厚度比	1
t/λ	下空氣層的厚度與波長比	變動
N	所使用的單位元(Unit Cell)個數	5

表格 3-2 多層介質層單邊短路結構中使用的參數說明

週期性結構一般是用無限個單位元(Unit Cell)組合出來的結構，但在實際應用或計算分析上頗為繁複或無法達成，所以選擇單位元的個數(N)也要考慮，因此我們觀察 N 為 1、2、4、8 的色散曲線圖，觀察其變化的情形。

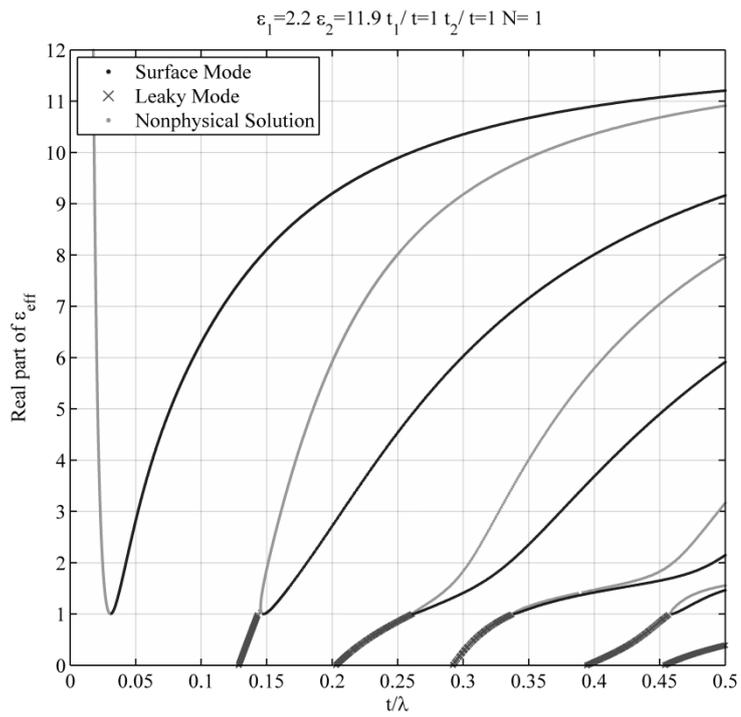


圖 3-12 單位元個數為 1 的色散曲線

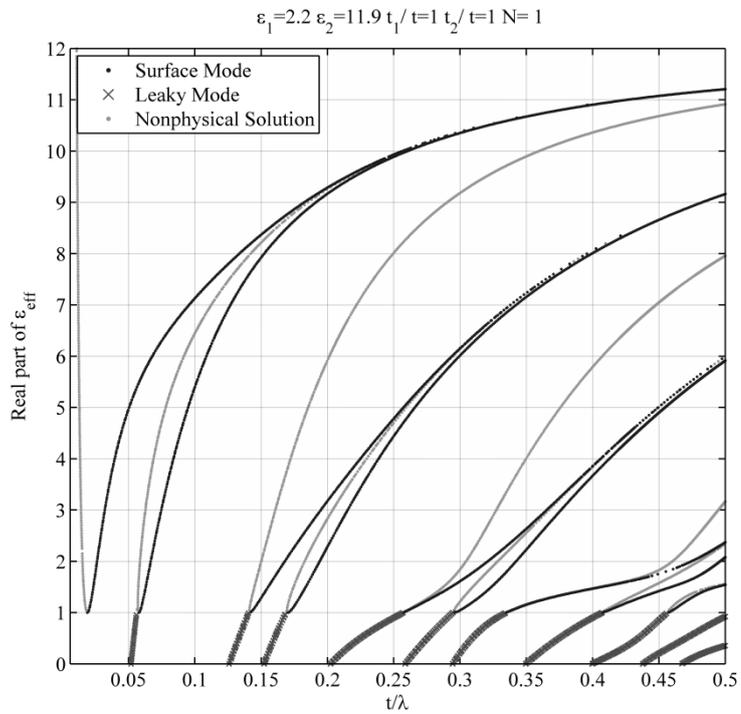


圖 3-13 單位元個數為 2 的色散曲線

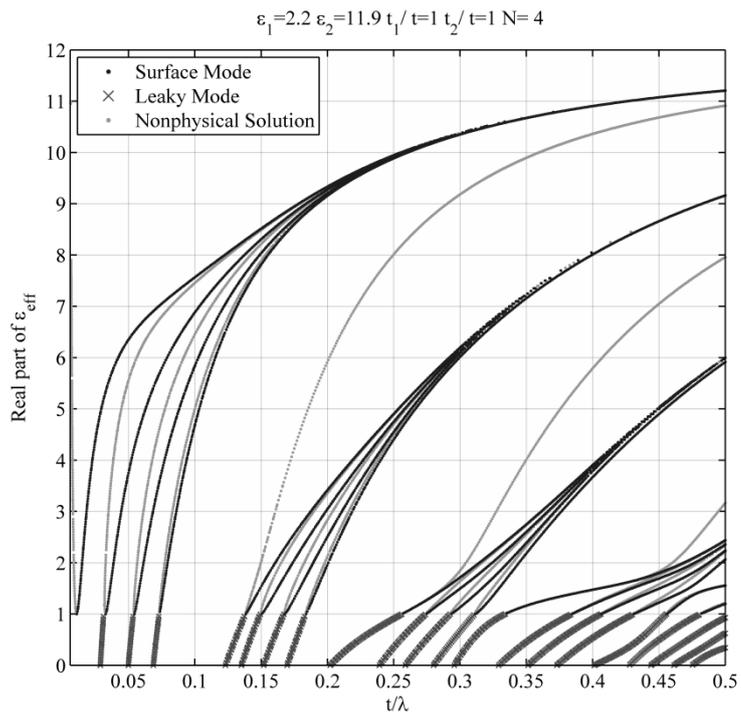


圖 3-14 單位元個數為 4 的色散曲線

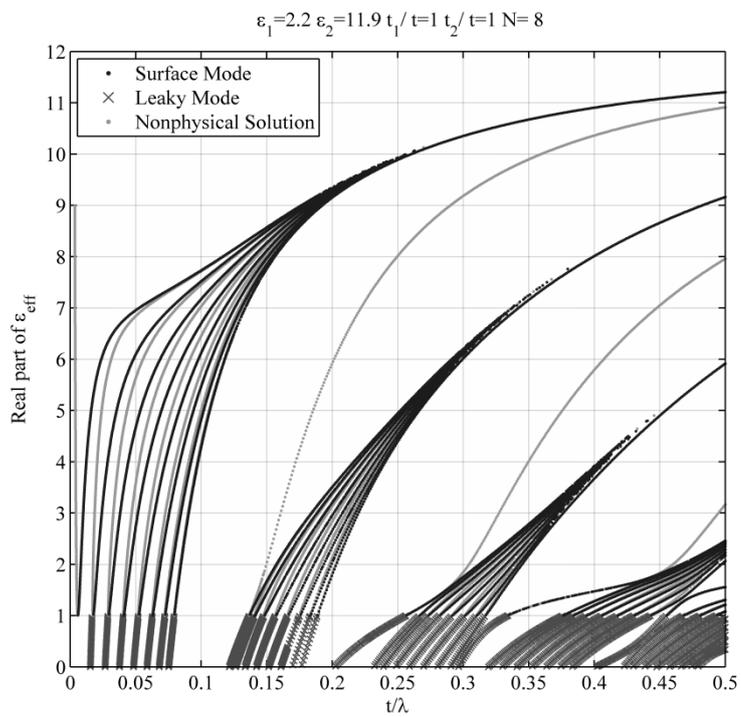


圖 3-15 單位元個數為 8 的色散曲線

在不同的單位元個數下，我們可以觀察到色散曲線是由一束一束(bunch)的曲線聚集而成，且與單位元個數相符合：如觀察 N 為 1 的第一個表面模態，在 N 為 2 的時候會分裂成兩條； N 為 4 的時候會分裂成 4 條； N 為 8 時則會分裂成八條色散曲線，另外也可發現每一束曲線在愈高頻的時候會趨近於一個定值，因為頻率愈高，則相當於波長愈小，則介質的厚度會相對比較大，整個結構會等效於只看到某一層介質層，就如圖中(圖 3-12 到圖 3-15)第一束曲線會趨近於結構中的介質 2 的介電常數 11.9。

因為後續觀察色散曲線的電場分布，當排列 5 個單位元時已經有明顯衰減的效果，為了驗證想法而不使其陷於繁複的數值計算，是故關於結構參數單位元 N 我們之後皆用 5 個來模擬。另外由於橫向磁場(TM)和橫向電場(TE)的分析差別只在於等效的傳輸線阻抗不同，同樣為了簡化分析，我們以下皆用橫向電場來討論。另外前一節所提到的譜隙，在此結構也存在，我們觀察可以發現，當使用的單位元個數愈多的時候，譜隙會愈來愈小(圖 3-13 到圖 3-15)，從 N 為 1 時的 2.9563% 減少到 N 為 8 時的 0.07318%。

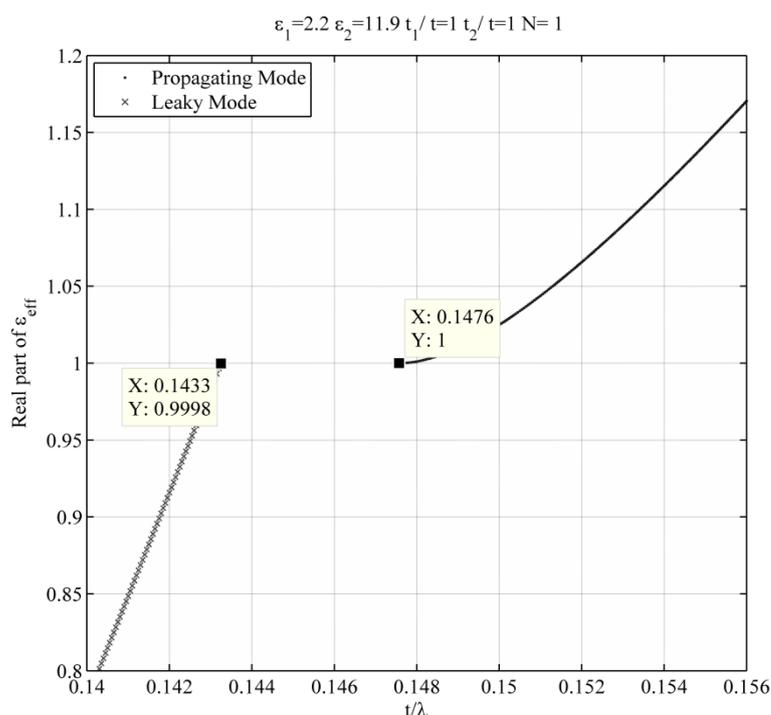


圖 3-16 單位元個數為 1 的譜隙

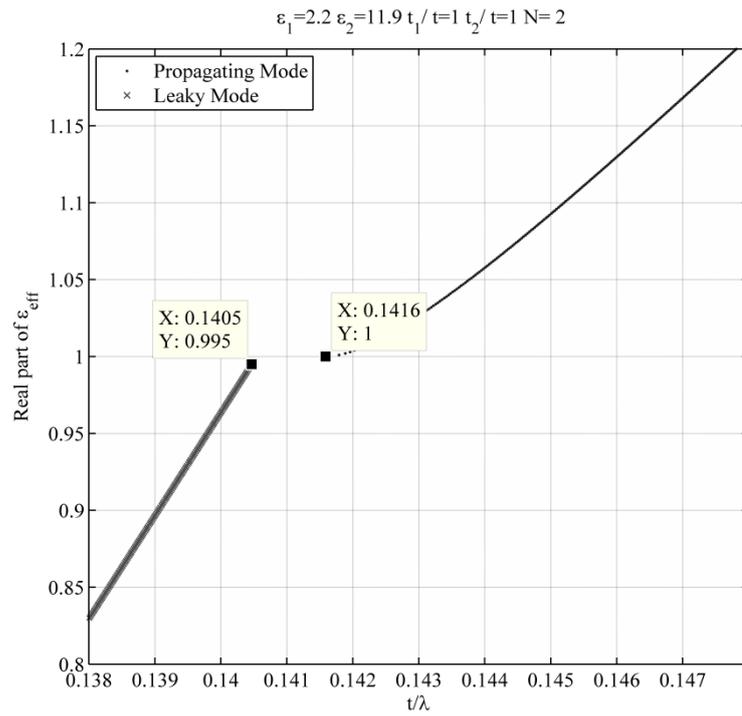


圖 3-17 單位元個數為 2 的譜隙

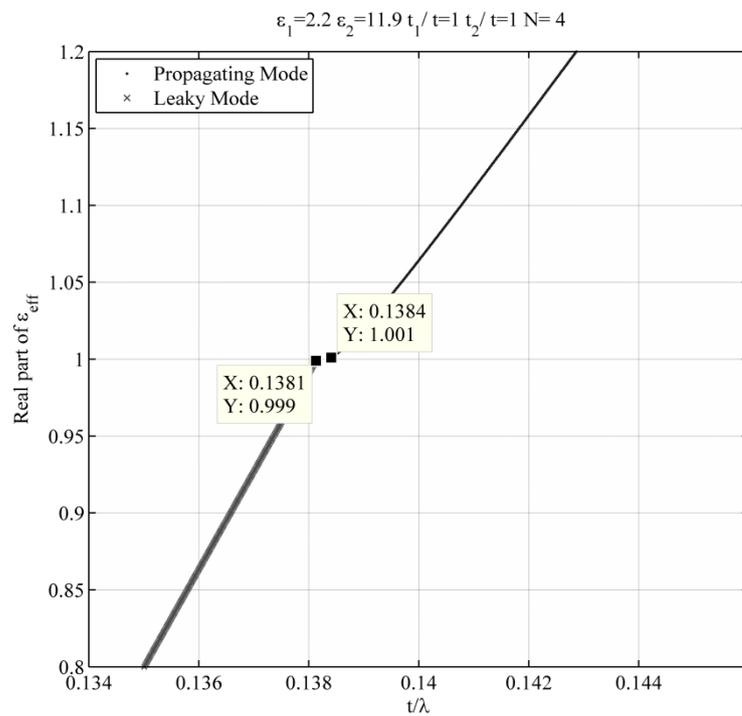


圖 3-18 單位元個數為 4 的譜隙

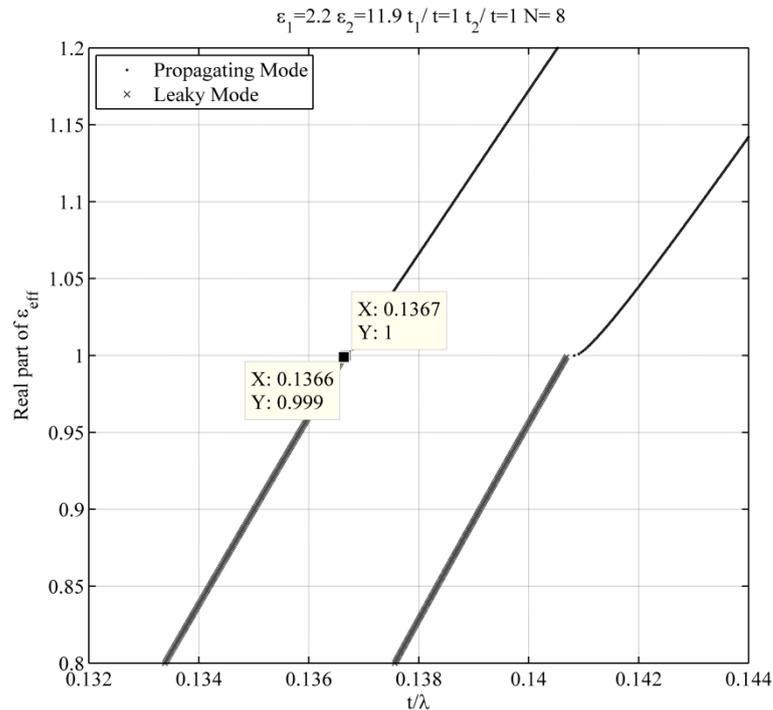


圖 3-19 單位元個數為 8 的譜隙

3.3 多層介質雙邊短路的分析

考慮到將來如果想要拿來實際應用的方便性、及減少能量藉由上面的空氣層洩漏到外面等問題，因此我們將前一節所提到的結構稍微變化，即將另一邊的空氣層用金屬板密封，所以最後結構為中間夾著多層介質並且雙邊短路的結構(圖 3-20)，其中所使用的參數與前一節相同，即 $\epsilon_a = 1$ 、 $\epsilon_1 = 2.2$ 、 $\epsilon_2 = 11.9$ 、 $t_1/t=1$ 、 $t_2/t=1$ 、 $N=5$ 。同樣經由橫向諧振法，可以得到整體結構的色散曲線(圖 3-21)，並考慮到週期性結構的通帶和禁帶，因此將週期性結構的色散關係疊加到結構的色散曲線(圖 3-22)。色散曲線(圖 3-22)中灰色的地帶為週期性結構的禁帶，而白色區塊為週期性結構的通帶，並且可以更清楚的觀察到每一個白色區塊皆有一束曲線，每一束曲線個數也與堆疊的單位元個數相同。比較特別的地方在於第三束和第四束曲線中，皆有一條橫跨禁帶和通帶的特殊曲線，與我們想利用週期性結構禁帶的目標一致，因此我們檢查這些曲線上的電場，來驗證是否可以去激發表面電磁波。

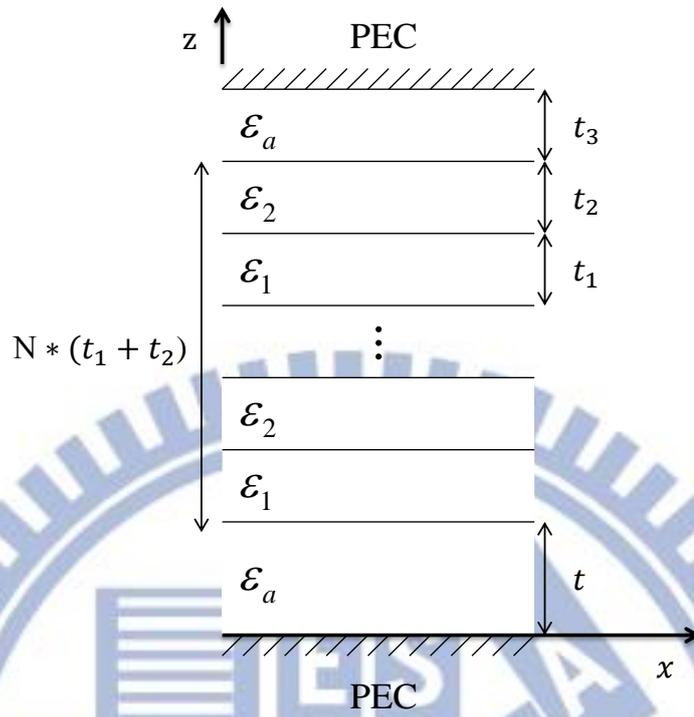


圖 3-20 多層介質雙邊短路的結構

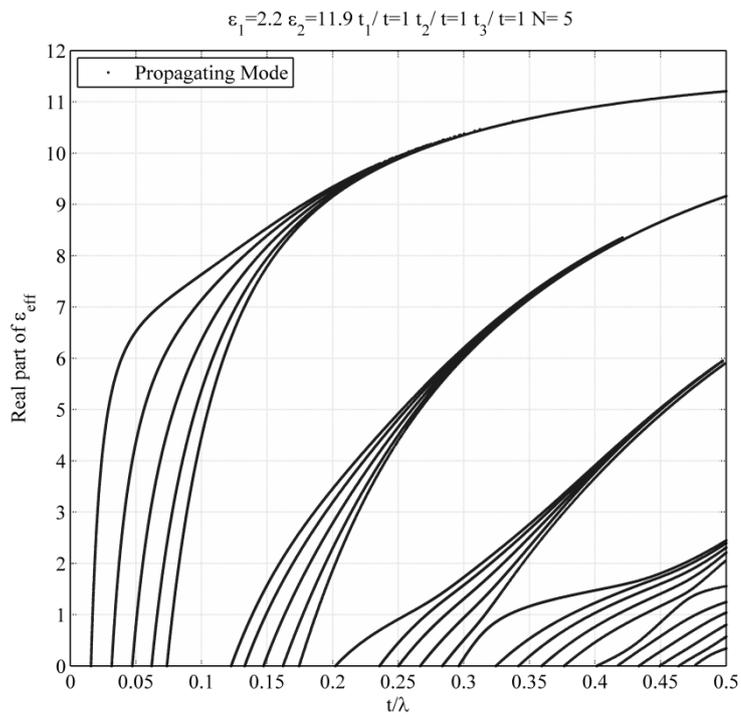


圖 3-21 多層介質層雙邊短路橫向電場色散曲線圖

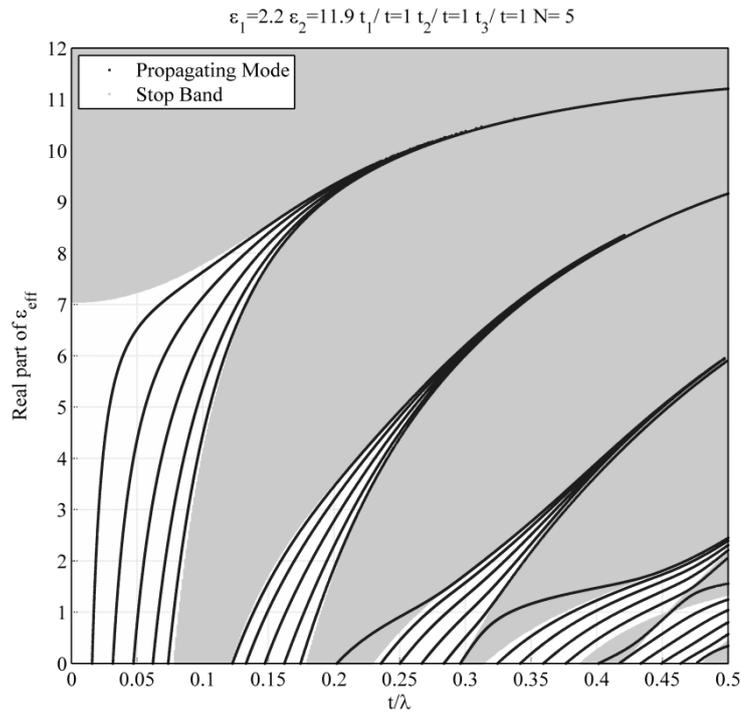


圖 3-22 多層介質層雙邊短路橫向電場色散曲線圖(考慮週期性結構的禁帶)

我們觀察固定 $t/\lambda = 0.275$ 且 t 為 1mm 的情形下，不同的等效介電常數的電場分布。在等效介電常數小於 1 的部分(圖 3-23 和圖 3-24)，電場因為兩邊都用金屬板密封起來，並且皆操作在通帶範圍內，所以原本會產生的洩漏波變成在各介質裡中傳播的導波。其中 x 座標為結構的 z 軸方向，中間黑色的五個條紋為高介電常數的介質 2 ，白色條紋為低介電常數的介質 1 ，兩邊較淺的灰色部分則是上下空氣層。接著觀察等效介電常數大於 1 而小於 2.2 (介質 1 的介電常數)的電場分布(圖 3-25 和圖 3-26)，可以發現操作在通帶(圖 3-25)和操作在禁帶(圖 3-26)的差別，操作在禁帶的電場分布有衰減的趨勢，說明這個想法確實可以激發表面模態。

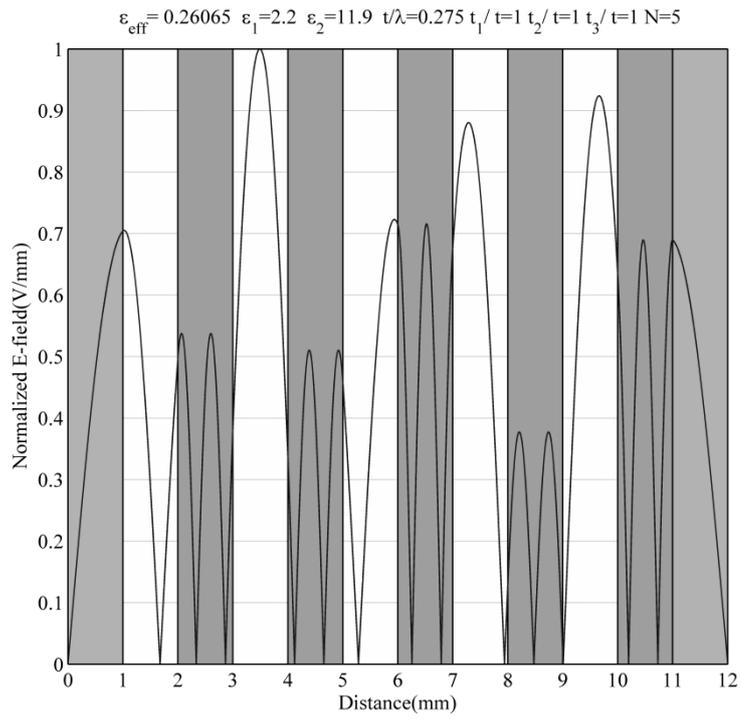


圖 3-23 $t/\lambda = 0.275$, $\epsilon_{eff} = 0.26065$ 的電場分布

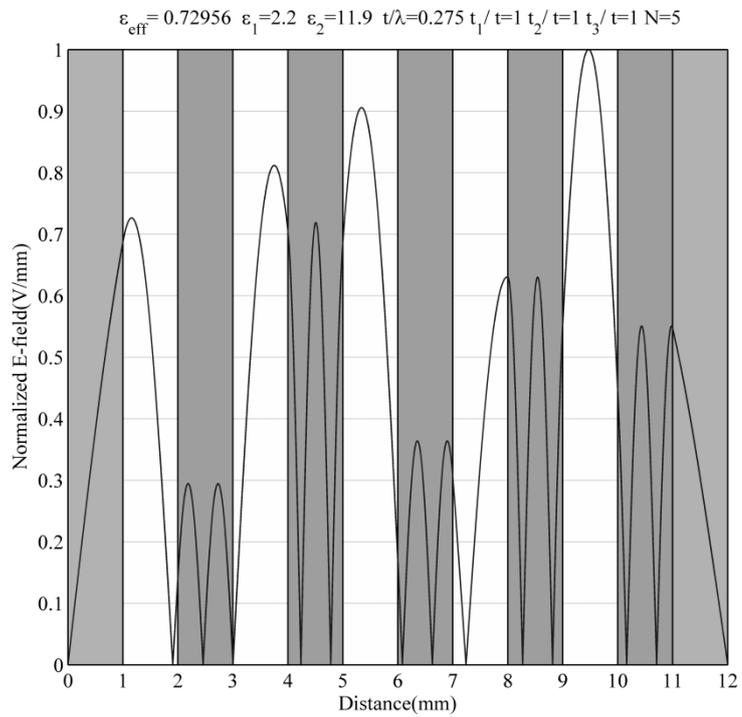


圖 3-24 $t/\lambda = 0.275$, $\epsilon_{eff} = 0.72956$ 的電場分布

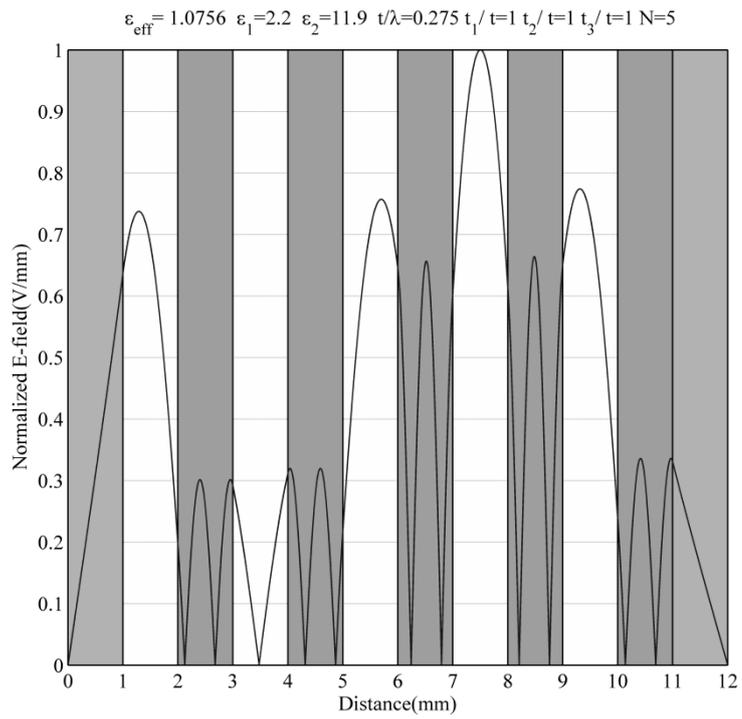


圖 3-25 $t/\lambda = 0.275$, $\epsilon_{eff} = 1.0756$ 的電場分布

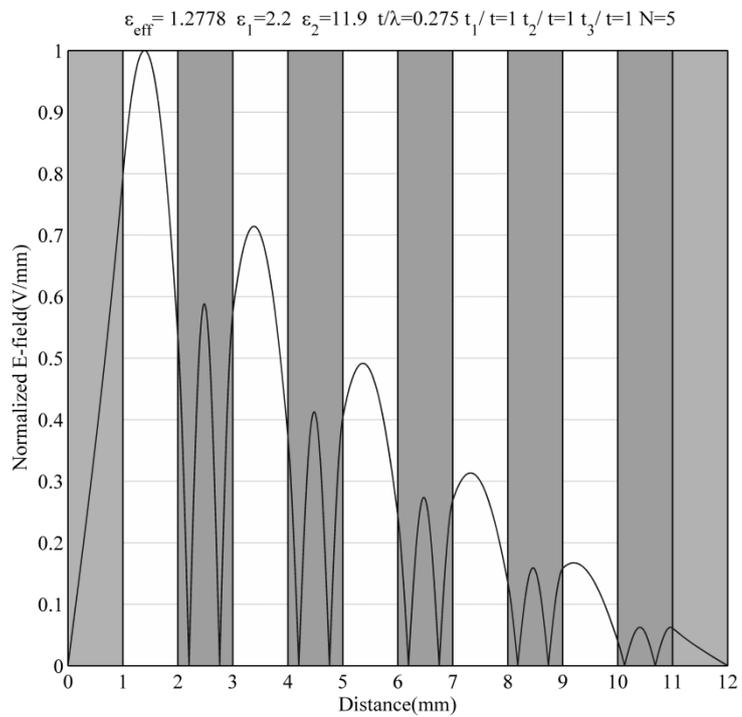


圖 3-26 $t/\lambda = 0.275$, $\epsilon_{eff} = 1.2778$ 的電場分布

另外觀察等效介電常數在第二束曲線在等效介電常數大於 2.2 的部分(圖 3-27 到 3-36)，會發現電場分布的峰值皆在高介電常數，表示波皆在高介電常數傳播，而在低介電常數的介質 1 和空氣層則呈現衰減的趨勢。

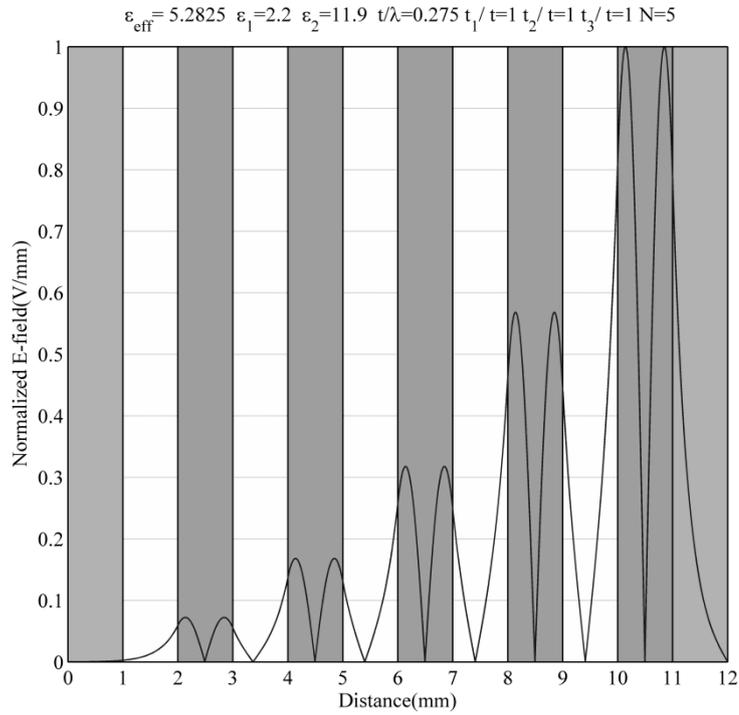


圖 3-27 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 5.2825$ 的電場分布

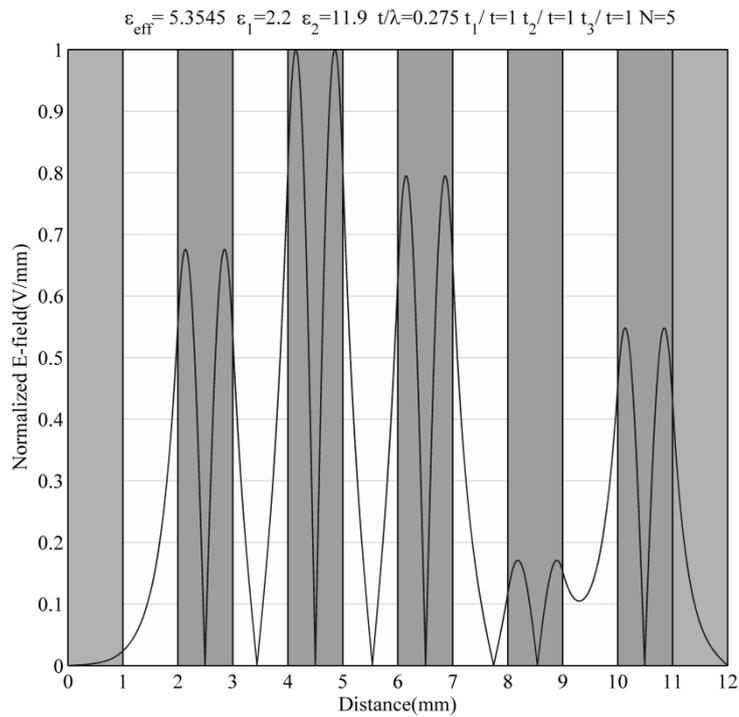


圖 3-28 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 5.3545$ 的電場分布

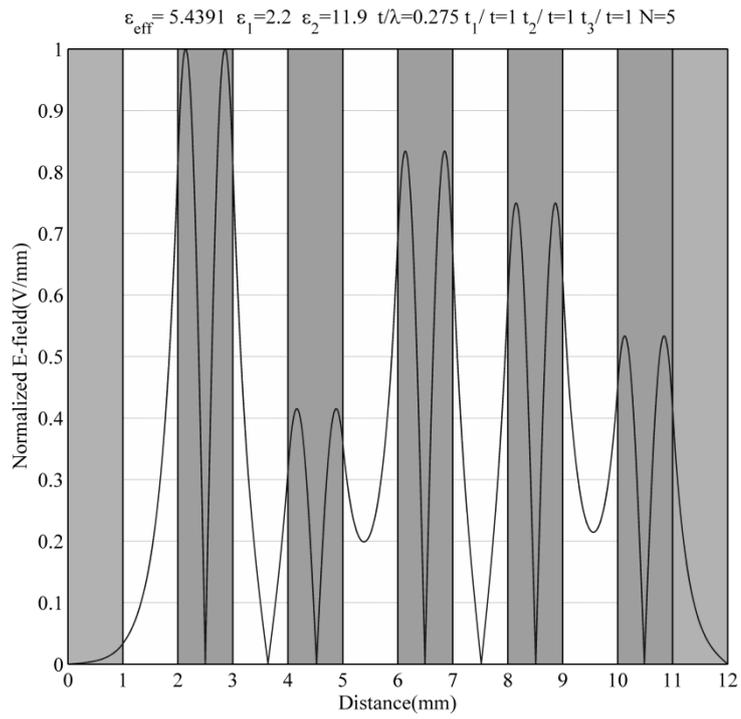


圖 3-29 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 5.4391$ 的電場分布

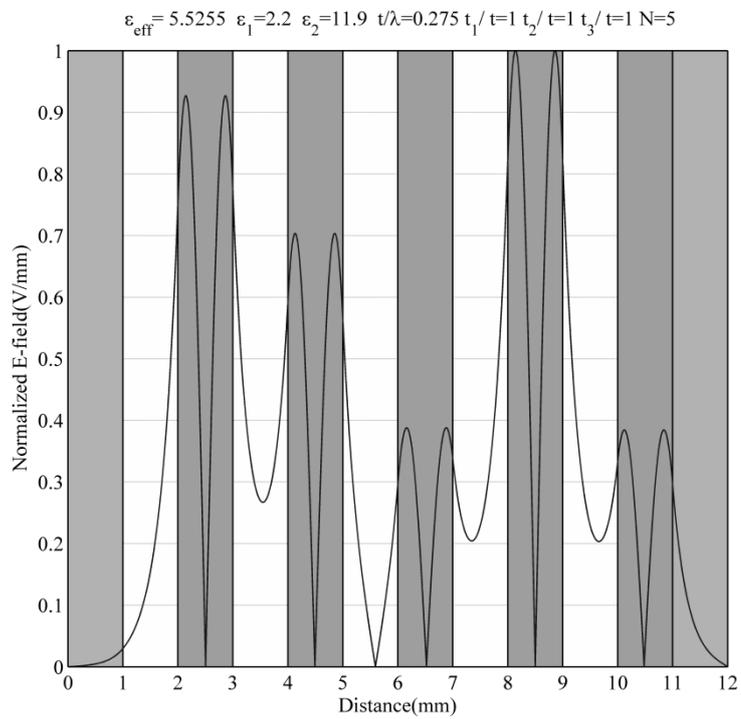


圖 3-30 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 5.5255$ 的電場分布

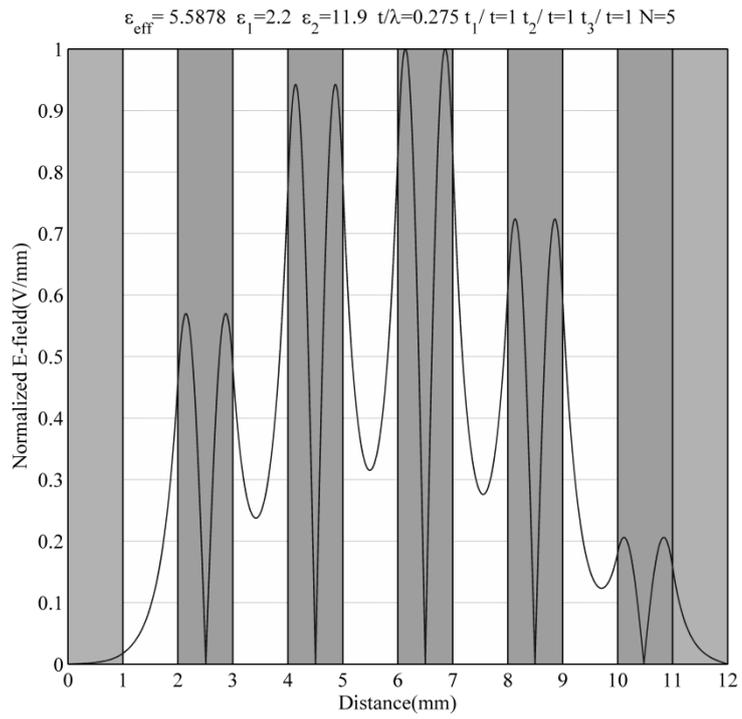


圖 3-31 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 5.5878$ 的電場分布

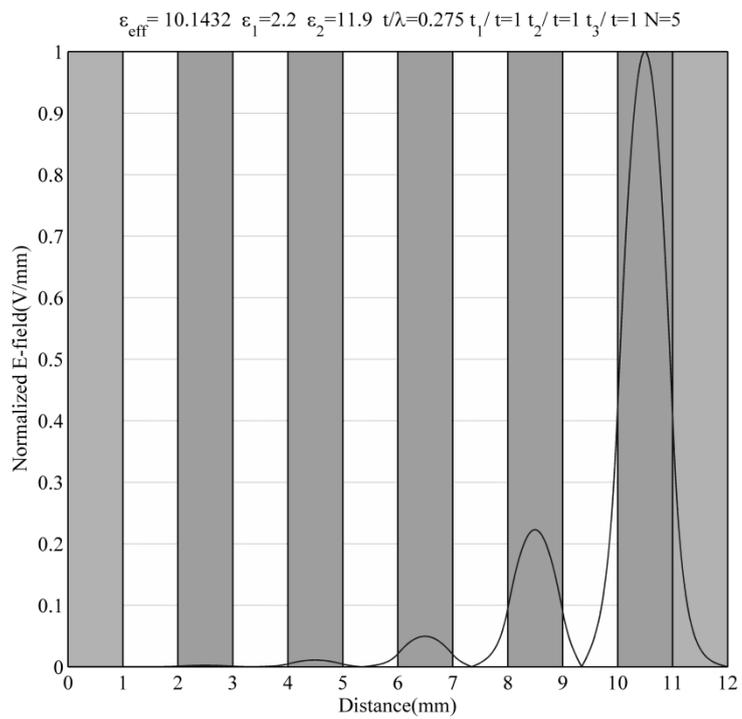


圖 3-32 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 10.1432$ 的電場分布

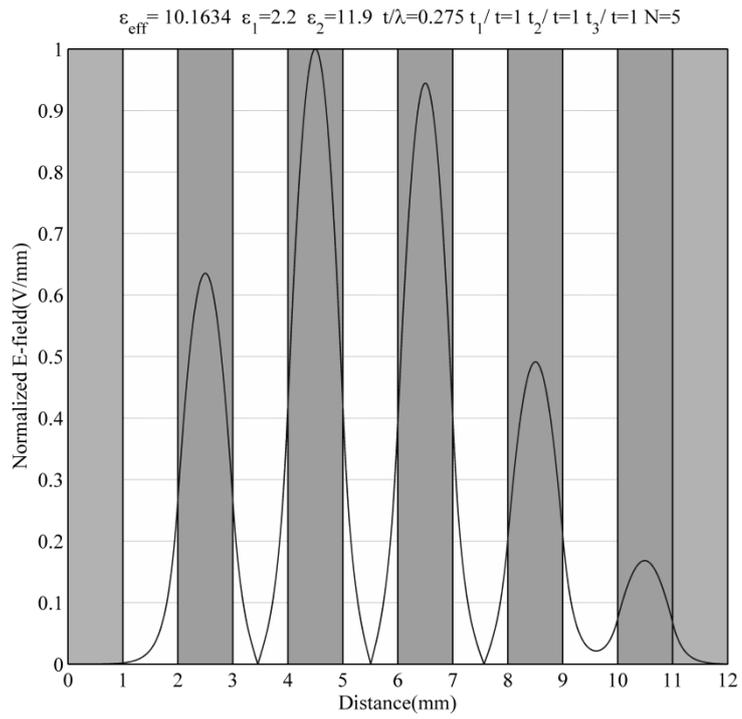


圖 3-33 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 10.1634$ 的電場分布

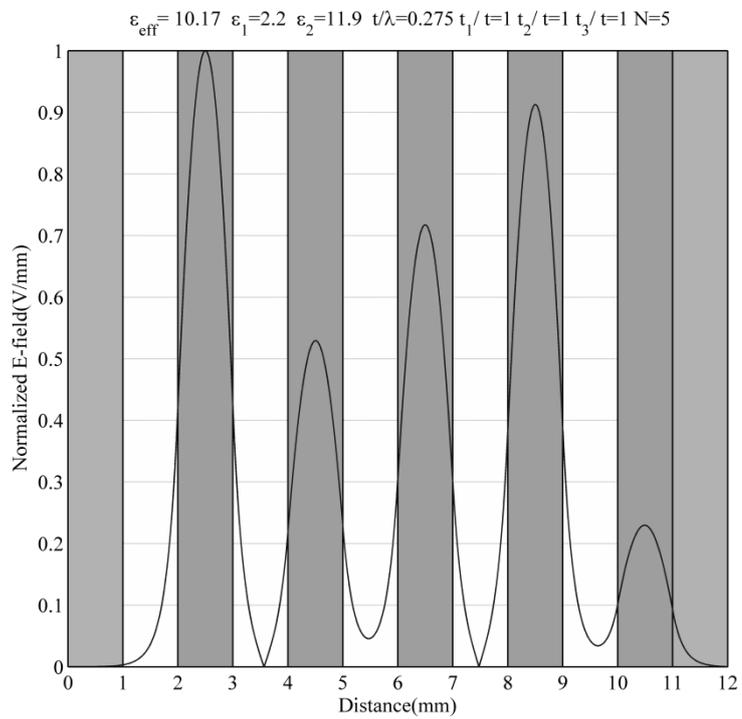


圖 3-34 $t/\lambda = 0.275$ ， $\epsilon_{eff} = 10.17$ 的電場分布

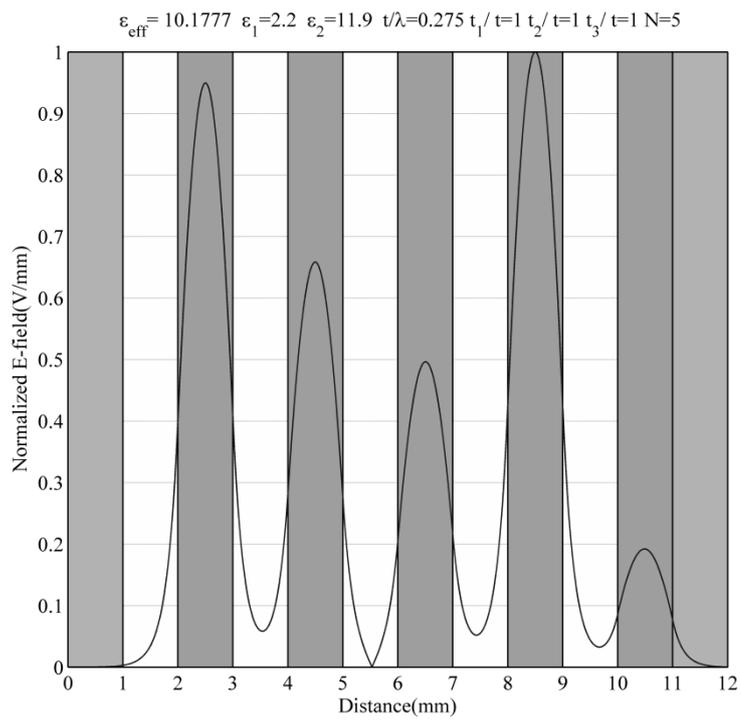


圖 3-35 $t/\lambda = 0.275$, $\epsilon_{eff} = 10.1777$ 的電場分布

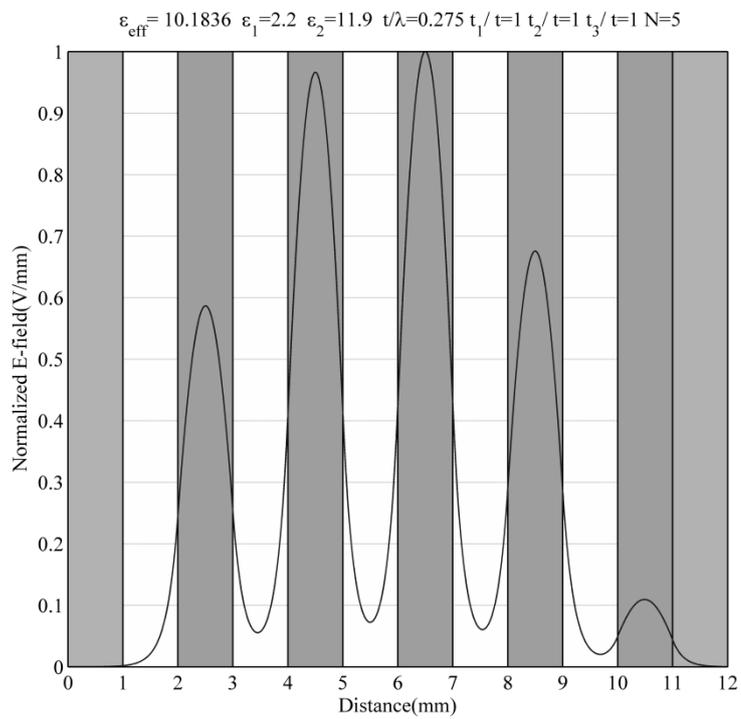


圖 3-36 $t/\lambda = 0.275$, $\epsilon_{eff} = 10.1836$ 的電場分布

接著觀察固定等效介電常數下，電場分布的變化情形。由結構的色散曲線由左至右(即從低頻到高频)固定等效介電常數 $\epsilon_{eff} = 1.2$ 時，可依序畫出每一條曲線的電場分布。從第一條曲線到第五條曲線(圖 3-37 到圖 3-41)，我們可以發現電場圖與內含均勻介質的金屬波導非常類似。

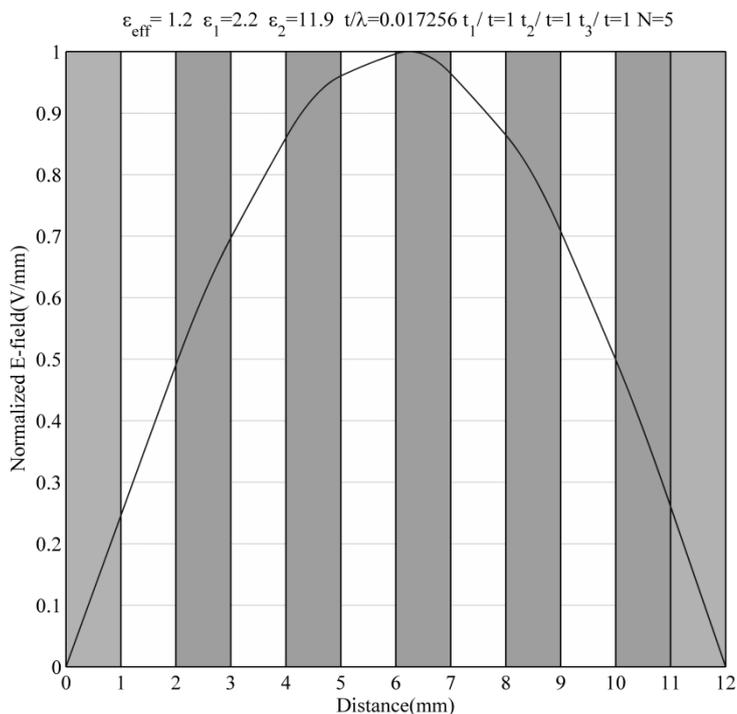


圖 3-37 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第一條曲線的電場分布

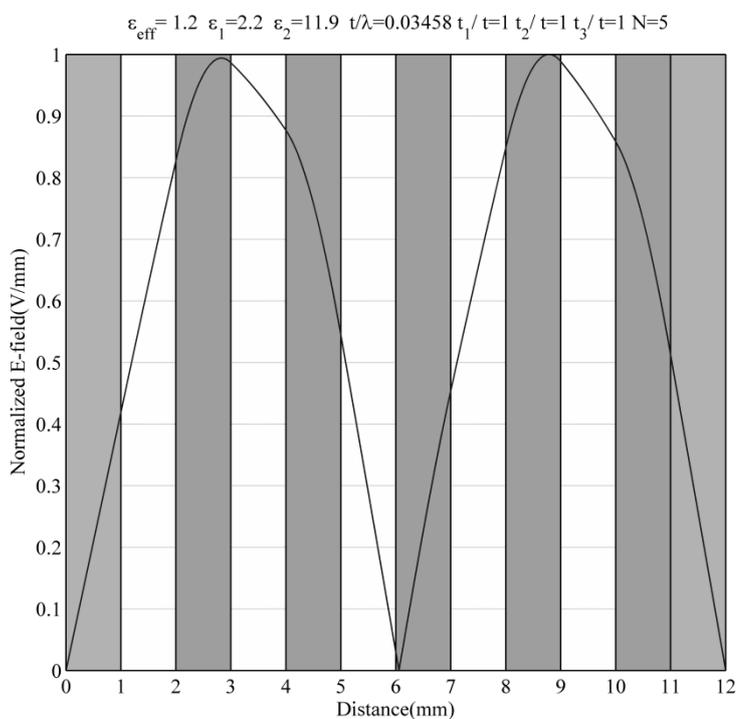


圖 3-38 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第二條曲線的電場分布

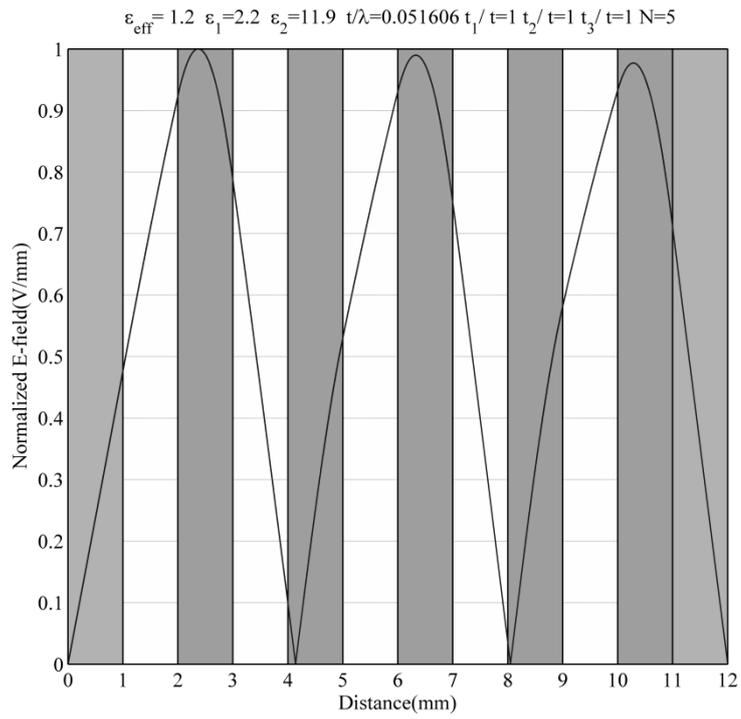


圖 3-39 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第三條曲線的電場分布

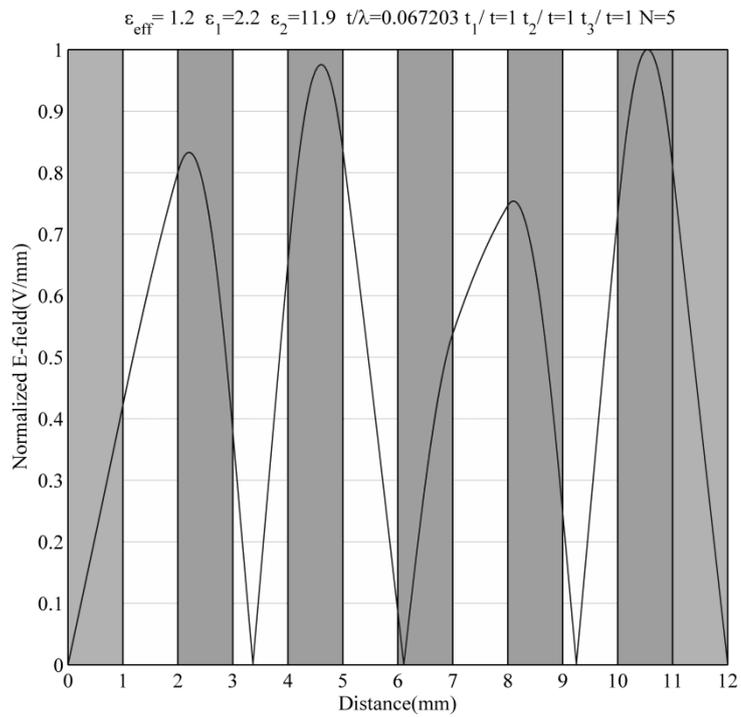


圖 3-40 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第四條曲線的電場分布

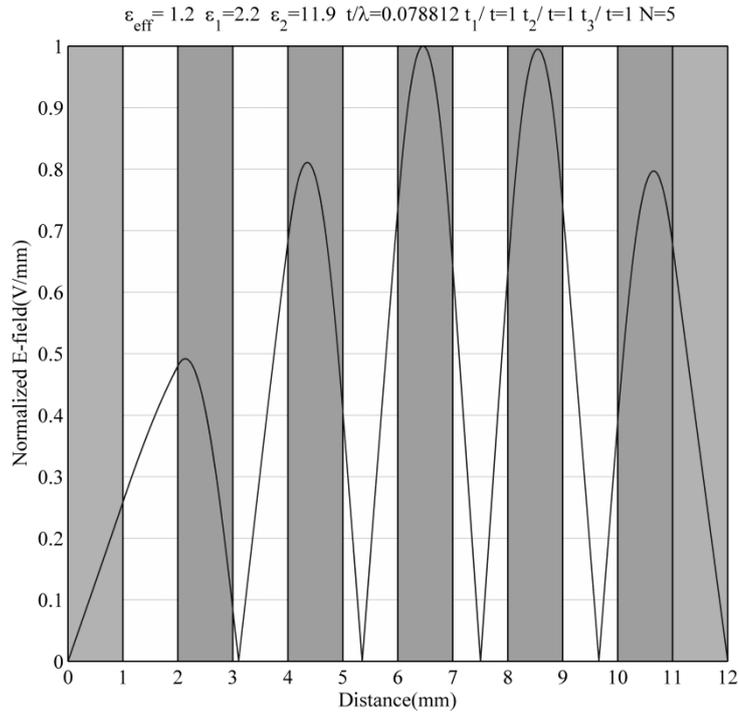


圖 3-41 $\epsilon_{eff}=1.2$ ，第五條曲線的電場分布

接著觀察第六條曲線到第十條曲線(圖 3-42 到圖 3-46)，這五條曲線為色散曲線中的第二束曲線，並且仔細與的一束曲線中相對應的模態比較，我們可以發現，第六條曲線電場圖(圖 3-42)的波包絡線(wave envelope)可與第一條曲線(圖 3-37)相似，差別只在於因為頻率較高而導致波包分成多個小波峰。同理第七條曲線電場圖(圖 3-43)的波包絡線與第二條曲線(圖 3-38)相似，所以第二束中的曲線電場波包可分別對照第一束曲線。最後檢查第十一條曲線(圖 3-47)，恰好操作在禁帶裡，所以呈現衰減的趨勢，另外因為是第三束曲線的第一條，所以其電場圖也可以看成 TE_{10} 的包絡線圖。

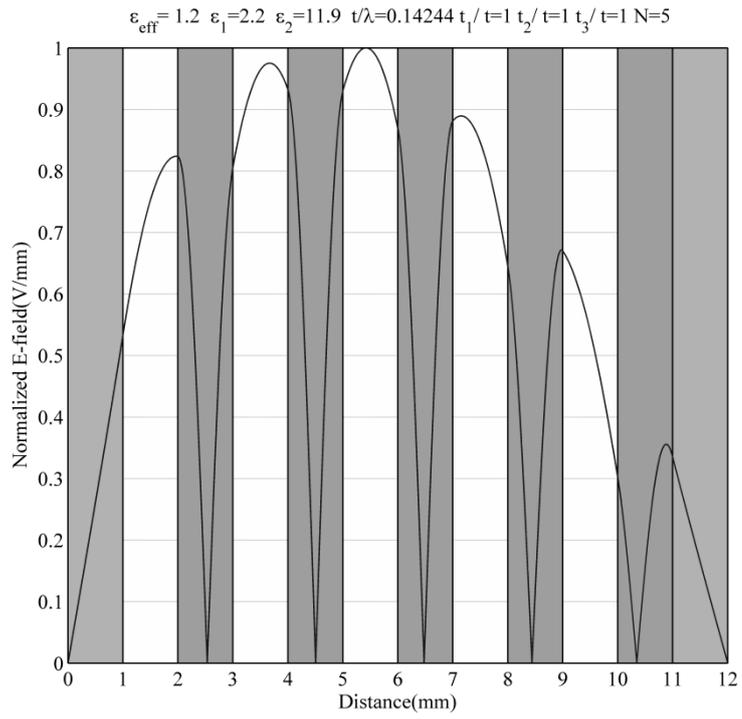


圖 3-42 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第六條曲線的電場分布

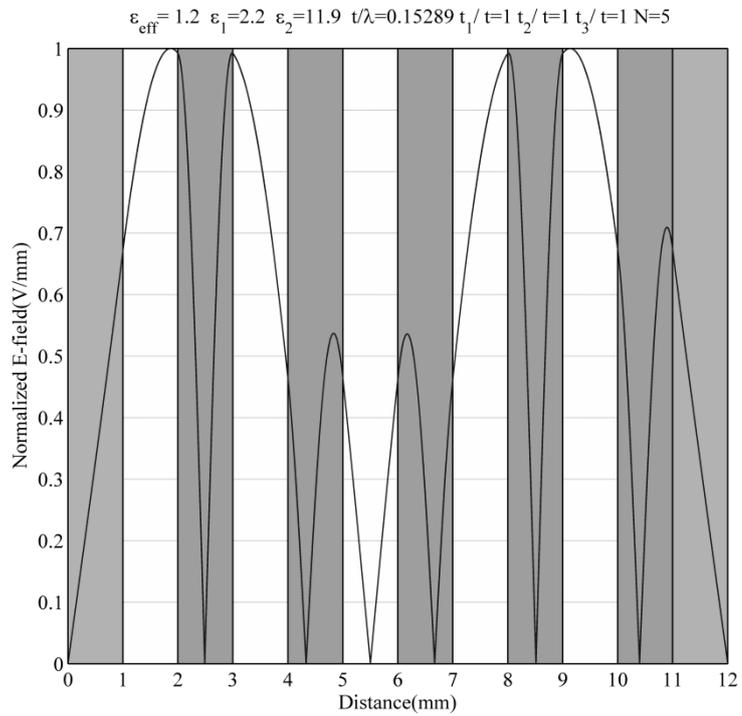


圖 3-43 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第七條曲線的電場分布

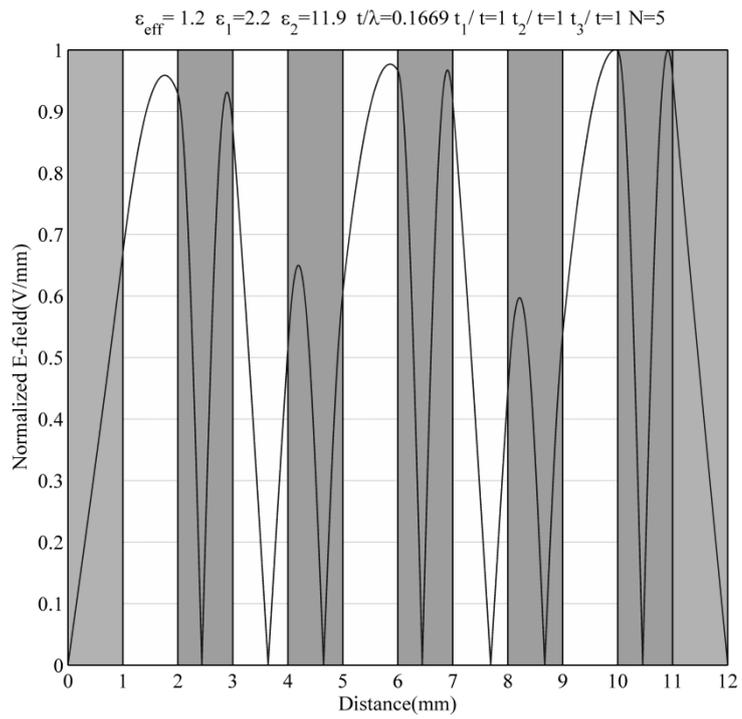


圖 3-44 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第八條曲線的電場分布

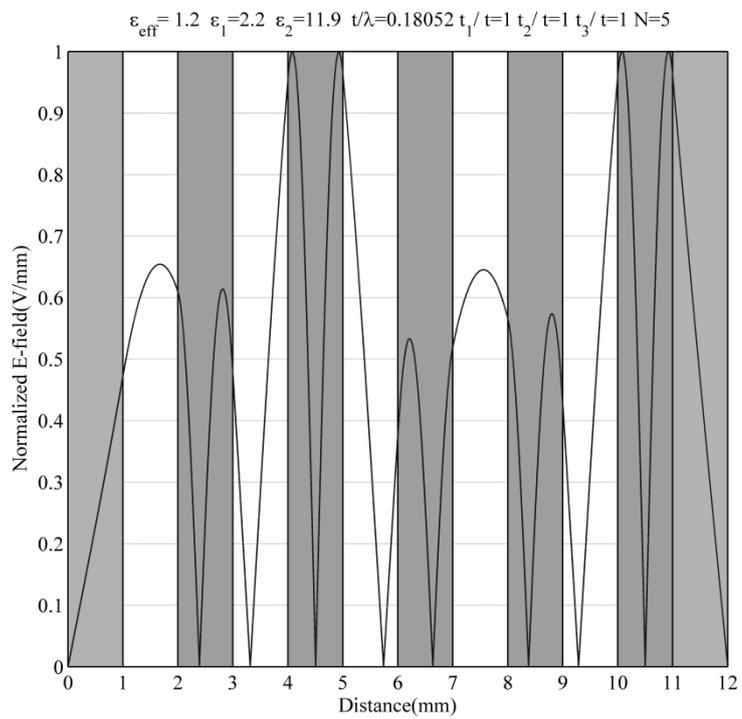


圖 3-45 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第九條曲線的電場分布

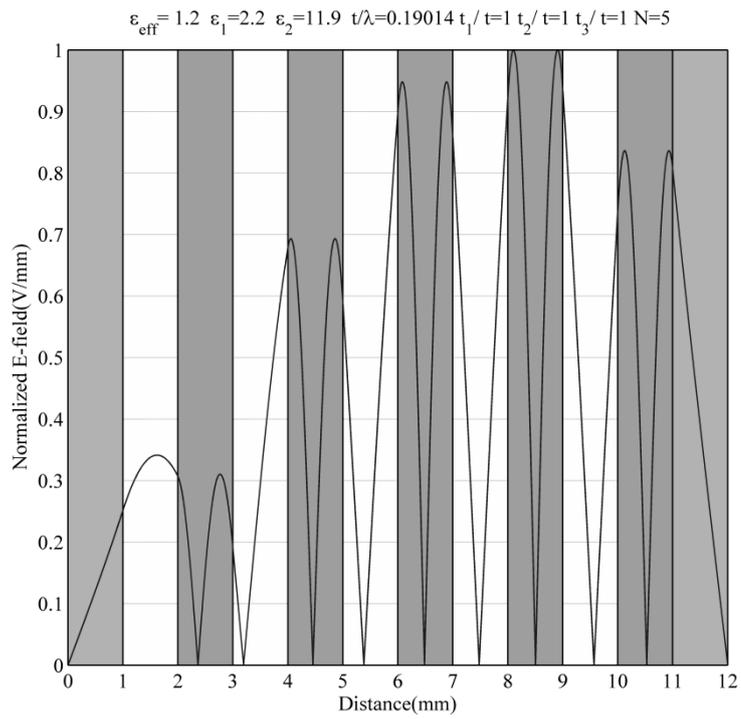


圖 3-46 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第十條曲線的電場分布

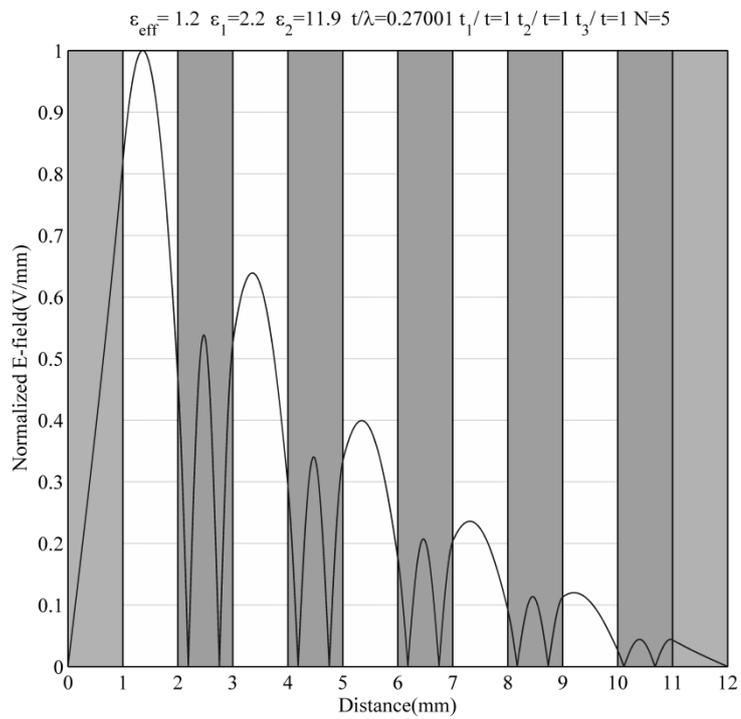


圖 3-47 $\epsilon_{eff} = 1.2$ ，第十一條曲線的電場分布

3.4 模擬軟體驗證

根據前一節的理論分析，我們可以藉由色散關係圖和電場分布來估計能夠激發表面模態的頻率範圍。接著我們使用電磁模擬軟體 CST 來驗證我們的想法。我們先在模擬環境中繪製結構(圖 3-48)，所採取的座標系統與先前的無異(圖 3-20)，即多層介質排序於 Z 軸方向。接著我們考量在微波頻段的應用，因此設定操作頻率為 9.7GHz，我們必須調整下空氣層的厚度使結構可以操作在微波頻段。因此設計下空氣層厚度為 8mm，其他介質厚度與上空氣層皆為 8mm，且下空氣層與波長比約為 0.25867。

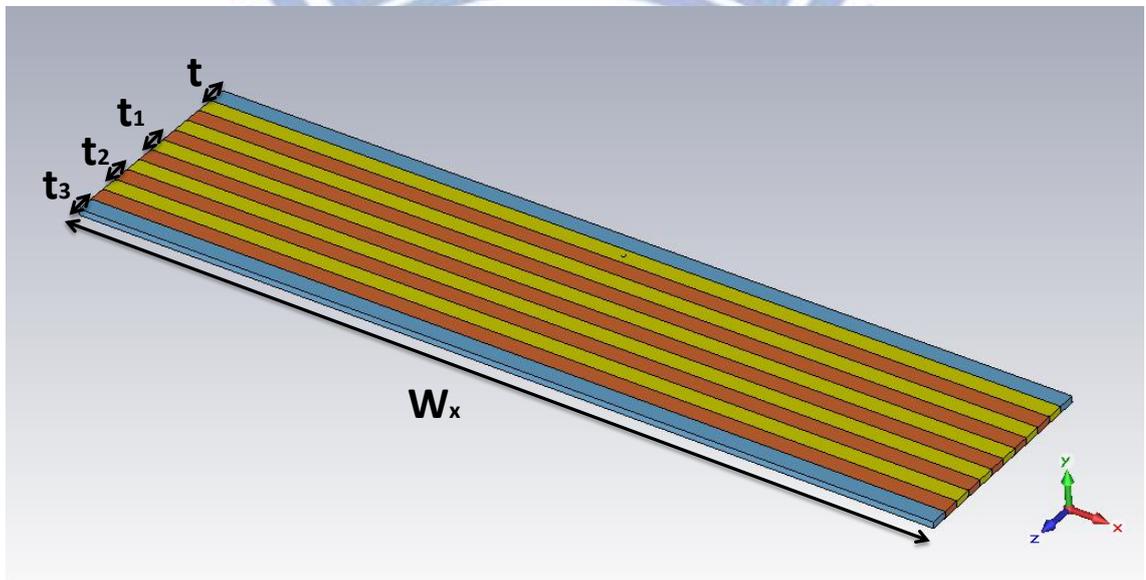


圖 3-48 電磁模擬軟體 CST 模擬的結構圖

參數名稱	參數說明	數值
W_x	x 軸方向的結構長度	400mm
t	下空氣層厚度	8mm
t_1	介質 1 厚度	8mm
t_2	介質 2 厚度	8mm
t_3	上空氣層厚度	8mm
N	單位元個數	5
f	操作頻率	9.7 GHz

表格 3-3 CST 模擬結構中使用的參數

另外在實際模擬時需考慮兩點，X 軸方向只需要約為波長的十倍即可等效於無限長，在此我們設定為 400mm；為了達成 $k_y=0$ 的條件，則要約為波長的十分之一，厚度設定為 3mm。邊界條件的設定(圖 3-49)，在 X 軸的兩端邊界為開路，而在 Y 軸和 Z 軸邊界因為金屬隔板及 $k_y=0$ ，所以我們皆設定邊界為完美導體。觀察 Matlab 模擬結果(圖 3-50)，因此設定在第一個介質離底端金屬板約 11.168mm 之處設置端口(port)饋入能量，並在 X 軸的兩端皆放置波端口(wave port)接收能量。

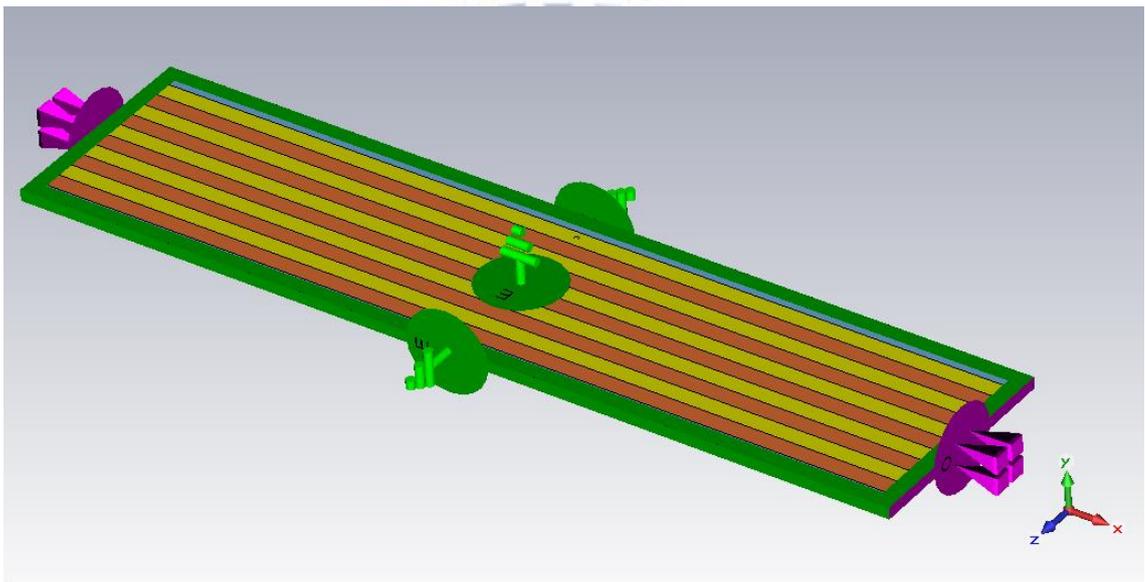


圖 3-49 模擬結構的邊界條件

最後觀察在操作頻率的歸一化的電場分布，並與 Matlab 模擬結果疊加大致相同(圖 3-51)，因此我們利用電磁模擬軟體驗證了前面表面模態的數值估計。

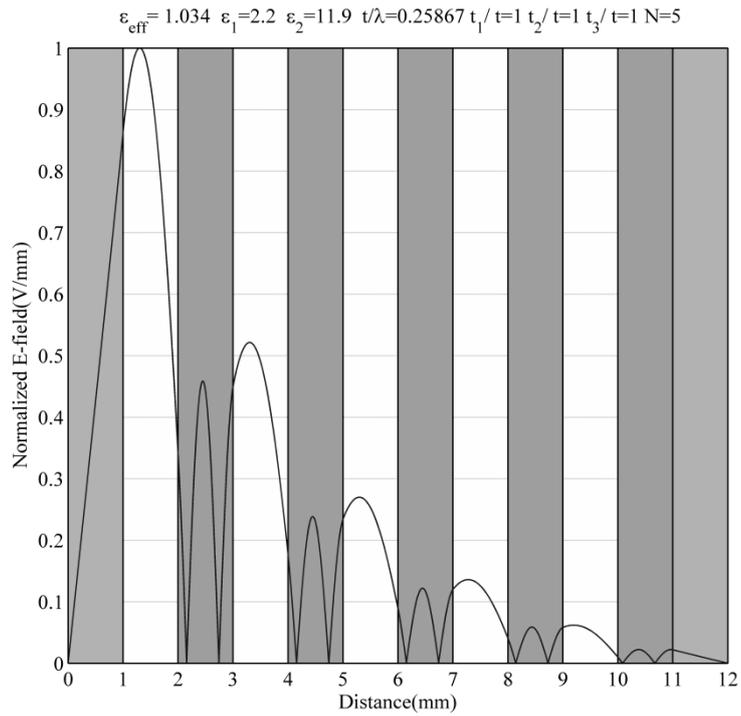


圖 3-50 Matlab 操作頻率為 9.7GHz 的電場分布

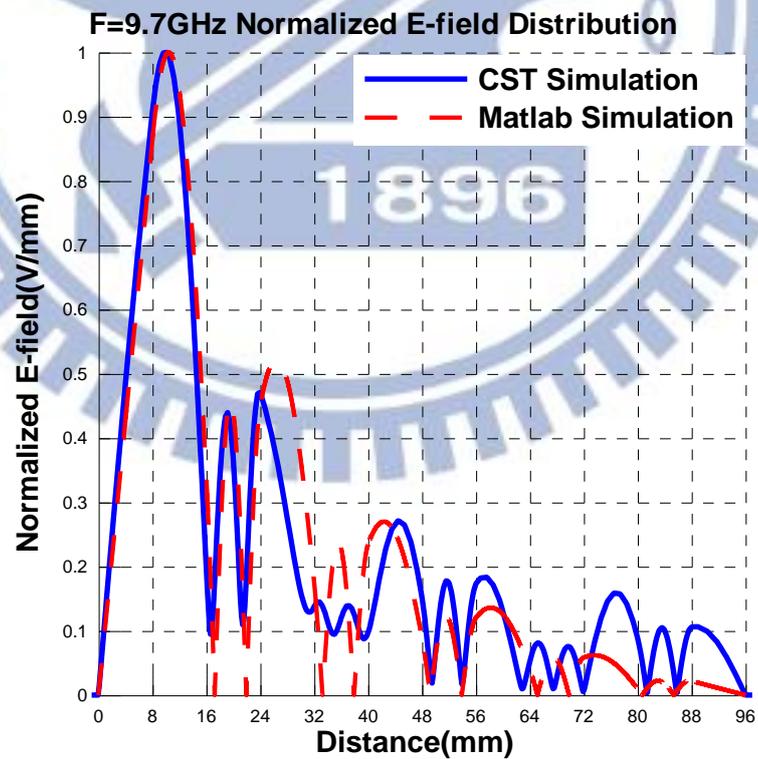


圖 3-51 CST 和 Matlab 在操作頻率下的電場比較

第四章 結論

從本論文我們知道可以利用橫向諧振法搭配轉移矩陣可以得到結構的色散關係式。解色散關係式可以得到等效介電常數和頻率關係的色散曲線圖。接著我們利用等效介電常數操作在略大於空氣層，使電磁波在空氣層會呈現衰減的趨勢，並且利用週期性結構的禁帶，選擇適當的頻率來滿足這兩個條件時，我們可以激發表面電磁波。至於頻率的選擇，我們觀察色散關係圖可以發現，色散曲線為一束一束的曲線，在單位元個數非無窮大的時候，每一束曲線的個數和單位元的個數相符合，而每一束曲線大部分都聚集在通帶裡面，只有一些曲線橫貫於通帶和禁帶之間，觀察這特別曲線操作在禁帶部分的電場圖，可以得到我們想要的表面電磁波，並且可以藉由電磁模擬軟體 CST 來驗證我們想法的正確性。另外我們也觀察到每束色散曲線其電場分布都可以看成相對應模態的波包絡線，且每一束曲線當操作愈高頻的時候，會逐漸趨近於一條線及極值。

關於色散曲線圖、單位元個數、表面電磁波的激發尚有很多部分可以發展與應用，未來可以再就這個方向繼續研究下去。

參考文獻

- [1] Pochi Yeh, Amnon Yariv, and Chi-Shain Hong , "Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory," J. Opt. Soc. Am. 67, 423-438 (1977)
- [2] Mark S. Mirotznik, Brandon L., I. Ederra, Paul Ransom ” Broadband Antireflective Properties of Inverse Motheye Surfaces” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol.55, No.12, pp.3630-3638, Dec. 2007
- [3] Mirotznik, M.S. ; Good, B.L. ; Ransom, P. ; Wikner, D. ; Mait, J.N. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on Volume:58 , Issue: 9 Digital Object Identifier: 10.1109/TAP.2010.2052575 Publication Year: 2010 , Page(s): 2969-2980 Cited by: Papers (3)
- [4] R.B.Hwang and S. T. Peng, "Guided waves on 2-D periodic structures and their relation to planar photonic band gap structures", *IEICE Trans. Electron.*, vol E83-C, no.5, pp.705-712 2000
- [5] R.B.Hwang, "Relations between the reflectance and band structure of 2D metallo-dielectric electromagnetic crystals,"*IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol 52,No. 6,1454-1464,Jun.2004.