# 國立交通大學

# 理學院應用科技學程

# 碩士論文

雷射光束品質量測系統之開發與研究

Developing measurement system for Laser beam quality factors

研究生:邱泳倫

指導教授:陳永富 教授

中華民國一百零二年十二月

## 雷射光束品質量測系統之開發與研究

Developing measurement system for Laser beam quality factors

研 究 生:邱泳倫 指導教授:陳永富 Student : Yung-Lun Chiu Advisor : Yung-Fu Chen



Degree Program of Applied Science and Technology

December 2013

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零二年十二月

雷射光束品質量測系統之開發與研究

學生:邱泳倫

#### 指導教授:陳永富 教授

### 國立交通大學理學院應用科技學程



本論文的研究目的在於研發可依據不同雷射去選擇最佳化測試 條件的雷射光束品質量測系統。我們為此系統設計了自動化量測的軟 體,此軟體除了可以讓使用者直接量測光束品質外,也能操作在工程 模式並達到硬體整合的需求。我們使用此系統分別對氣體雷射、固態 雷射、半導體雷射與光纖耦合半導體雷射進行光束品質的量測。另外, 我們也透過此系統驗證了端面激發固態雷射產生的高斯多模組態與 光束品質因子的關係。

## Developing measurement system for Laser beam quality factors

Student : Yung-Lun Chiu

Advisor: Yung-Fu Chen

Degree Program of Applied Science and Technology

# National Chiao Tung University

ABSTRACT

We develop a laser beam quality measurement system which can choose the optimal conditions for the measuring process. An automatic program has been build up for the system to directly measure the beam quality factor. Furthermore, the program can be operated on the engineering mode for optimizing the measuring elements. With this system, we obtain the  $M^2$  factors of He-Ne laser, 914 nm solid-state laser, edge-emitting laser diode and fiber-coupled laser diode. Moreover, we also confirm the relation between  $M^2$  factor and the high order Gaussian mode laser beam in an end-pumped solid-state system.

#### 誌謝

來到交大的學習生活已經兩年多了,回想當時初入交大的喜悅與期待,在經 過這些日子後,我仍然記得當時的心情。這段時間內的修課、做實驗、寫論文..., 每一個階段都有著屬於它的酸甜苦辣,也因為這些過程,我才能特別的感受到此 刻心中的澎湃。

在這裡我要感謝我的指導教授-陳永富老師。在課堂上,陳老師像是個無比 專注的大演奏家,運用各種華麗細膩的手法搭配質樸的公式原理,表演著令台下 我們目不轉睛的一場饗宴。在學術上,陳老師總是流露出高度的熱忱,親自指導 著每一位學生的實驗。每當我實驗上遇到了困難,老師總能適時的給予指導,指 引我走上正確的道路。而私底下的陳老師常分享人生中的經驗與心得,並鼓勵我 們在屬於自己的領域裡可以發揮自我的價值,贏得自己的一片天,我會永遠記得 陳老師在畢業典禮上送我們的一席話。

另外我也要感謝這段求學之路的實驗室學長姐:冠暐老師、興弛老師、柏毅、 昇晁、建至、容辰、毓捷。感謝你們無微不至的照顧與勉勵。我特別要感謝的是 俊佑與必輝,感謝你們在實驗與知識上實事求是、追求卓越的態度,帶領著我往 前邁進,也因為有你們的幫助才有這篇論文的誕生。

畢業是人生另一段旅程的起點,我會遵循老師與學長姐的殷殷教誨,在人生 旅途上繼續充實與挑戰自我。最後感謝家人們的支持,因為有你們的鼓勵,才有 今天的我,感恩。

<u>內 容</u>	頁次
中文摘要	I
ABSTRACT	···· II
誌謝	III
目錄	IV
表目錄	VI
圖目錄	VIII
第一章 緒論	1
第二章 雷射光束品質測量的原理與系統架構介紹	2
2-1 雷射簡介	2
2-2 雷射共振腔的結構	3
2-2-1 氣體雷射與固態雷射的共振腔結構	3
2-2-2 半導體雷射的共振腔結構	4
2-2-3 雷射的比較1896	5
2-3 雷射 M <sup>2</sup> 光束傳播參數的簡介	8
2-3-1 光束品質 M <sup>2</sup> 傳播參數	8
2-3-2 光束品質 M <sup>2</sup> 傳播參數的測量	10
2-4 雷射光束品質量测方法的介绍	12
2-4-1 套孔法	12
2-2-2 刀口法	14
2-4-3 CCD 映像法-二階矩法	16
2-4-4 雷射光束品質量測的比較	17
2-5 雷射光束品質量測系統架構	17
第三章 軟體介面設計與介紹	20

章節目錄

3-1	Auto-Run mode	20
3-2	OFF-line	24
3-3	Analyses	26
3-4	Debug mode	28
3-5	Image Tool & Setup Window	34
第四章	實驗結果分析與探討	37
4-1	He-Ne 氣體雷射	37
4-2	Nd:YVO4 固態雷射	41
4-3	半導體雷射	45
4-4	光纖耦合半導體雷射	50
4-5	端面激發固態雷射的高斯多模組態與光束品質因子的關係	54
第五章	結論與未來展望	62
Referen	ces	65
	1896	

# 表目錄

表 2.2.3	常用雷射優缺點比較	5
表 2.3.1	常用雷射發散角	9
表 2.4.4	雷射测量方法比較	17
表 3.1.1	Auto-Run Setting 功能表	21
表 3.1.2	Auto-Run Run Program 功能表	22
表 3.1.3	Auto-Run Image 功能表	22
表 3.2.1	OFF-Line 功能介紹表	24
表 3.3.1	Analyses 功能介紹表	26
表 3.4.1	Debug-mode步進馬達Log功能表	28
表 3.4.2	Debug-mode 步進馬達 Setting 功能表	29
表 3.4.3	Debug-mode Delay Time 功能表	29
表 3.4.4	Debug-mode Simple Operate Window 功能表	30
表 3.4.5	Debug-mode Create Program File 功能表	31
表 3.4.6	Debug-mode Transmission 功能表	31
表 3.4.7	Debug-mode Button 功能表	32
表 3.4.8	Debug-mode Delay Camera Setting 功能表	32
表 3.4.9	Debug-mode Image 功能表	32
表 4.1.1	He-Ne 雷射 $M_x^2$ 與發散角測試結果	38
表 4.1.2	He-Ne 雷射 $M^2_y$ 與發散角測試結果	38
表 4.2.1	固態雷射 $M_x^2$ 與發散角測試結果	42
表 4.2.2	固態雷射 $M^2_y$ 與發散角測試結果	42
表 4.3.1	半導體雷射 $M_x^2$ 與發散角測試結果	46

表 4.3.2	半導體雷射 $M^2$ 與發散角測試結果	46
表 4.4.1	光纖耦合半導體雷射 $M_x^2$ 與發散角測試結果	51
表 4.4.2	光纖耦合半導體雷射 $M^2_y$ 與發散角測試結果	51
表 4.5.1	端面激發固態雷射產生的高斯多模組態 $M_x^2$ 測試結果	56
表 5.1	雷射設備與光學儀器規格及量測位置	64



# 圖目錄

圖	2-1	雷射器的基本結構示意圖	6
圖	2-2-1	固態雷射器的基本結構示意圖	6
圖	2-2-2	半導體雷射結構示意圖	7
啚	2-3-1	雷射光束示意圖	9
圖	2-3-2-1	雷射光束光學不變量示意圖	.11
圖	2-3-2-2	雷射光束測量示意圖	.11
圖	2-4-1-1	高斯光束能量分布圖	.13
圖	2-4-1-2	套孔法示意圖	.13
圖	2-4-2-1	刀口法裝置圖	.15
圖	2-4-2-2	刀口法切割光束示意圖	.15
圖	2-5-1	雷射光束品質量測系統之硬體架構圖	.18
圖	2-5-2	雷射光束品質量測系統架構圖	.19
圖	3.1.1	Auto-Run介面圖	.23
圖	3.2.1	OFF-Line 介面圖	.25
圖	3.3.1	Analyses介面圖	.27
圖	3.4.1	Debug-mode介面圖	.33
啚	3.5.1	Setup Window	.35
啚	3.5.2	光纖耦合半導體雷射光斑圖	.35
啚	3.5.3	ImageTool 功能	36
圖	4.1.1	He-Ne 氣體雷射光學設備構造圖	39
圖	4.1.2	He-Ne 雷射光束光斑圖	.39
圖	4.1.3	He-Ne 雷射光束半徑變化軌跡圖	.40
啚	4.2.1	固態雷射光學設備簡易構造圖	.43
昌	4.2.2	固態雷射光束光斑圖	.43

啚	4.2.3	固態雷射光束半徑變化軌跡圖	44
圖	4.3.1	半導體雷射設備量測構造圖	47
圖	4.3.2	半導體雷射光束半徑變化軌跡圖	48
圖	4.3.3	半導體雷射光束 X 軸光斑圖	49
圖	4.3.4	半導體雷射光束Y軸光斑圖	49
圖	4.4.1	光纖耦合半導體雷射光學設備構造圖	52
圖	4.4.2	光纖耦合半導體雷射光束光斑圖	52
圖	4.4.3	光纖耦合半導體雷射光束半徑變化軌跡圖	53
圖	4.5.1	高斯多模組態理論與實驗質量因子關係圖	57
圖	4.5.2	端面激發固態雷射光學設備構造圖	58
圖	4.5.3	理想化端面激發固態雷射光斑圖	59
圖	4.5.4	端面激發固態雷射光斑圖於屏幕上	60
RD	4.5.5	端面激發固態雷射光斑圖於 CCD 映像	62

### 第一章 緒論

自從 1960 年美國科學家梅曼(T.H Maiman)利用光與共振腔產生第一道雷射 光後[1],經過半個世紀,各種領域都可以看見雷射的蹤影,不論在工業精密元 件加工、娛樂、光電、半導體、軍事、生物醫療等產業都有廣泛的應用,由於雷 射光獨具的一些特性如高亮度(High Brightness)、單一方向性(Directionality)、高 單色性(Monochromatity)、高同調(High Coherence)[2]等,使得雷射光可以在許多 領域扮演著重要的角色。目前雷射產業中主要內容是雷射切割、雷射打標、雷射 焊接、雷射雕刻、雷射精密加工等,因此雷射的精確度對於精密加工也亦趨重要 [3]。

雷射的精確度取決於雷射光束發散角、光束模態、束腰半徑等參數, 雷射的 光束比起普通光線雖然有很好的指向性, 但是雷射光束向外傳播時也會隨著長距 離而有擴散的現象,除了會影響聚焦光斑的大小外亦會影響目標面的能量分布, 因此每一套雷射設備在生產後, 若都能針對雷射的準確性做測量或是校正, 那麼 就能提高雷射設備的品質與保障, 因此雷射光束品質量測系統對於雷射檢測也顯 得重要多了[4]。

此篇論文著重於研究雷射光束品質量測系統的軟體上,除了能測試不同種類 的雷射設備外,也期望能做到介面方便簡潔且功能齊全的量測系統。在第二章的 部分將會先介紹雷射的共振腔,及常用量測雷射光束品質的方法與原理,最後介 紹雷射光束品質量測系統的軟、硬體架構。第三章則會介紹此套系統中軟體的介 面與功能,此套軟體除了可以讓使用者簡易操作,達到自動化量測雷射光束品質 外,也設計了工程模式讓使用者能更進一步使用這套系統去達到工程中的需求。 第四章我們使用這套系統針對 He-Ne 雷射、Nd:YVO4 固態雷射、半導體雷射、 光纖耦合半導體雷射進行光束品質的測量,也利用此系統去驗證端面激發固態雷 射產生的高斯光模組態與光束品質因子的關係[5]。

1

#### 第二章 雷射光束品質測量的原理與系統架構介紹

本章節首先簡介雷射的原理與雷射共振腔,探討雷射設備的光束品質。第三 節則會介紹雷射光束 M<sup>2</sup>品質因子的定義。第四節介紹常用雷射光束品質的量測 方法與優缺點比較。最後會介紹此套雷射光束品質量測系統的硬體與軟體架構。

#### 2-1 雷射簡介

雷射之英文原名為Light Amplification by Simulated Emission of Radiation,簡 稱為LASER,其中文意義為藉由電磁波之受激放射的方式使光產生放大,因此 雷射又被稱為激光。普通光源的發光是以自發輻射為主,每一個發光中心發出的 光波,不論是方向、偏振態、相位均不相同。雷射的光源則是以受激輻射為主, 各個發光中心發出的光波,都具有相同的方向、頻率、偏振態和嚴格的相位關係 [3],是近代科學研究中相當重要的發現。雷射光具有高功率密度、高單色性、 高指向性及高相干性等四大優點,故普及應用於研發醫療、通訊、資訊、及工業 等領域,不僅能造福人類,亦可提升相關產業之整體發展。

雷射組成有下列幾項基本要素如圖2-1,分別為增益介質(gain medium)、激 發光源(pump source)與共振腔結構(cavity)。具有亞穩態能階的雷射激發介質在足 夠強的外來能量激發下,提供能量實現介質受激發後能產生粒子數分布反轉的現 象,當光在共振腔結構內來回震盪獲得的能量增益超過共振腔內的能量損失時, 雷射就此形成。激發不同型態的增益介質則雷射所發出光的波長則會不同,但它 們均有下列共同特點:激發至高能階的機率大、停留在該能階的時間長和低雷射 能階的生命期短等。共振腔通常是由全反射鏡與輸出耦合鏡所構成的,雷射光在 共振腔內來回往返的波會形成共振,因此可以視同駐波的效應,而駐波所激發的 光子相位又與其相同,因此會激發越多同相位的光子[3]。共振腔的品質優劣會直 接影響到雷射光輸出的雷射模態,而雷射模態又會影響雷射的發散角、光斑大小、 單色性等因素[6],因此在下一節中我們將介紹雷射共振腔的結構。

#### 2-2 雷射共振腔的結構

共振腔的主要功能是使光在腔內產生共振,不斷返復於增益介質後被放大,當 達到臨界值時就會產生雷射光。而共振的目的為將光放大外,更重要的是產生單色 的雷射光。共振腔的結構通常是由兩鏡面組合成,此兩鏡面可以是平面鏡,也可以 是凹面或凸面的組合,常使用的結構如平行平面共振腔、球面共振腔、長直徑半球 面共振腔等[1]。設計的觀點主要有兩點,當光往返於鏡面之間不致離開此共振腔, 傳播方向必須接近光軸且發散角度小,及雷射光是否能充分涵蓋增益介質。不管雷 射共振腔使用何種結構都要滿足以下兩種條件方能產生雷射光。

(一)相位條件:光在雷射腔內來回一次的相位變化需為2π的整數倍,才可形成
駐波並穩定的振盪輸出。

(二)振幅條件:激發介質得到的能量增益,必須大於或等於光在此腔內震盪的損失, 假設激發介質的增益係數為G(v), 雷射光在腔內傳播的損耗係數為α,共振腔長為L,兩腔鏡的反射率為R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>,則共振條件為[3]:

氣體雷射與固態雷射的共振腔通常是由光學鏡面組成,而半導體雷射則由磊 晶長成,下面一節中我們就常用的氣體雷射、固態雷射與半導體雷射來簡介其共 振腔結構。

 $G(v) \ge \alpha - \frac{1}{2L} \ln R_1 R_2$ 

#### 2-2-1 氣體雷射與固態雷射的共振腔結構

氣體雷射從共振腔結構上可以分為內腔式、半外腔式和外腔式三種。內腔 式的兩面反射鏡直接與增益介質接觸。外腔式的共振腔則是兩面反射鏡與放電管 完全分開,即反射鏡不會與增益介質接觸,而半外腔式共振腔為兩面反射鏡中, 一個與放電管緊貼,另一個與之分開。外腔式與半外腔式與放電管分開的反射鏡, 通常會將放電管窗口製成布魯斯特角去減少光反射的損耗[3]。 固態雷射的增益介質通常亦當作光學共振腔,如圖 2-2-1 所示,必須將晶體 的兩端面平行並研磨成光滑後,共振腔的反射鏡就能在兩端面上安置,或是在晶 體兩端面上鍍上一層反射膜,光就能在這共振腔中來回振盪。此種共振器的優點 是其機械性質非常穩固。若共振腔中的輻射場需要調制器、濾波器或光學開關來 控制的話,則需要將共振腔改成開放式,晶體一般皆製成布魯斯特角去避免晶體 端面的反射損耗[7]。

#### 2-2-2 半導體雷射的共振腔結構

半導體雷射要將光學共振腔整合到雙異質結構的半導體上有兩種配置方式, 第一種是兩平行反射鏡與主動層平面成垂直配置的邊射型雷射,如圖 2-2-2(a), 兩平行反射鏡之間形成共振腔提供光在半導體中來回振盪,反射鏡間的長度為共 振腔長度。這種半導體是磊晶成長後經由劈裂的方式形成天然的鏡面,這鏡面有 著特定的反射率,讓雷射光在共振腔中來回振盪又可以輸出耦合成雷射光。第二 種是垂直共振腔面射型雷射,配置方式為兩平行的反射鏡和主動層平行擺放,如 圖 2-2-2(b),這種反射鏡是由兩種折射率差異大的磊晶反覆搭配成長,這種反射 鏡又稱作布拉格反射鏡,由圖中可知,此共振腔由上下兩個布拉格反射鏡所組成, 雷射在共振腔中振盪的方向和主動層平面成垂直,最後雷射光由磊晶成長的平面 射出[8]。

由於雷射二極體的共振腔長度與波長比較之下是相當短的,垂直共振腔面射 型雷射的共振腔高度甚至比波長還短,加上共振的發光區域多呈長方形,因此其 輸出的雷射光在長度較短的軸向發散相當快。另外當光腔高度與波長相差不多時, 所產生的繞射狀況更顯著,呈直立的橢圓形。但是半導體雷射與其他雷射比較, 其體積輕巧、效益高、消耗功率小、使用壽命長、以及很容易由輸入電流大小來 調制其輸出功率,這些特性使得半導體雷射在光纖通訊、資訊處理、家電用品及 精密測量上仍然有廣泛的應用[9]。

#### 2-2-3 雷射的比較

氟體雷射由於其增益介質有良好的均匀性,而且共振腔較長等特性,因此光 束的指向性最強,其中又以氦氖雷射表現最優。固態雷射因為增益介質均匀性較 差、共振腔較短,且容易有高階模態產生,所以固態光束的光束指向性次之。而 半導體雷射以磊晶形成天然的鏡面當作反射鏡,且形成的共振腔非常短,所以半 導體雷射的光束指向性最差,下表為常用雷射的優缺點比較。



表 2.2.3 常用雷射優缺點比較[4]

種類	氣體雷射	固體雷射	半導體雷射	
優點	雷射光品質在均匀性與同	瞬間的脈衝高峰值功率較	體積小、重量輕、結構簡	
	調性佳,容易作冷卻處	容易。	<b>單、價錢便宜,能量轉換</b>	
	理。	0	效率高。	
缺點	瞬間的脈衝高峰值功率較	大功率的散熱冷卻不易。	受温度的影響很敏感,光	
	難達成。	1896	束的發散角很大、同調品	
			質較差。	





圖2-2-2 半導體雷射結構示意圖。圖(a)為邊射型雷射結構示意圖(b)為垂直共振腔面型雷射結構示意圖

# 2-3 雷射 M<sup>2</sup> 光束傳播參數的簡介

M<sup>2</sup>光束傳播參數又被稱為雷射光束質量因子,根據國際標準度量局的定義: 實際光束束腰寬度和遠場發散角的乘積除以理想高斯光束的束腰寬度和遠場發 散角的乘積。其值大於或等於1,1時是最理想的高斯光束單模理論值,一般都 會大於1,其值愈小代表此雷射輸出的光束品質愈佳,愈大則品質愈差,因此我 們常用 M<sup>2</sup>光束傳播參數來評定一台雷射輸出品質。雷射光束 M<sup>2</sup>品質因子是評 鑑一台雷射設備好壞的重要參數,而 M<sup>2</sup>品質因子大的雷射除了影響雷射光束的 平行度外,也影響著聚焦能力,在注重精準度的雷射加工或是安全至上的雷射醫 學美容上,雷射設備的檢測上更是越顯重要。以下將要介紹光束品質 M<sup>2</sup> 參數的 定義與測量。

2-3-1 光束品質 M<sup>2</sup> 傳播參數

雷射比起普通光源有優異的指向性,但是雷射光束仍然會有發散的現象。雷 射光由於是高斯分布光源,發散程度非線性,但在遠場仍可近似成線性發散。因 此雷射光束品質 M<sup>2</sup>傳播參數影響著雷射光束在遠場經過一個單位長度後光束半 徑的變化量[4]。如下圖 2-3-1,假設此雷射輸出時為理想高斯光束且最小半徑為  $\omega_0$ 並沿著 Z 軸傳播時,由光學公式(2-3-1-1)與(2-3-1-2)可知在 z 處的半徑變化與 發散角為:

$$\omega^{2}(z) = \omega_{0}^{2} \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_{0}^{2}}\right)^{2}\right]$$
(2-3-1-1)

當  $z >> \frac{\omega_0 \pi}{\lambda}$ ,  $\omega(z) = \frac{\lambda z}{\omega_0 \pi}$ 可知:

$$\theta = \frac{\omega(z)}{z} = \frac{\lambda}{\omega_0 \pi}$$
(2-3-1-2)

但是一般的雷射光束不可能是理想的高斯光束,因此會在公式(2-3-1-1)中加入  $M^2$ 傳播參數去描述此雷射光束的變化。若此雷射光束的 $M^2$ 傳播參數越大,表示 其雷射光束變化量越大,如公式(2-3-1-3)所示,對同一雷射光束來說 $M^2$ 、λ、π 都是定值,因此當ω越大時θ就越小,反之ω越小時θ就越大。

$$\omega^{2}(z) = \omega_{0}^{2} \left[ 1 + \left( \frac{M^{2} \lambda z}{\pi \omega_{0}^{2}} \right)^{2} \right]$$
(2-3-1-3)



由上式可知 M<sup>2</sup> 傳播參數為:



圖 2-3-1 雷射光束示意圖[4]

# 2-3-2 光束品質 M<sup>2</sup> 傳播參數的測量

由於雷射光束發散角度極小且雷射光束的最小半徑(光腰半徑)通常會在共振腔內,為了實現量測光腰半徑的可能性,我們會在雷射光束傳播軸上加一面透鏡使其重新聚焦並依據所使用的透鏡規格推測光腰半徑可能的位置,如圖 2-3-2-1,根據光學不變量原理可知:

$$\omega_{01}\theta_1 = \omega_{02}\theta_2 \tag{2-3-2-1}$$

如圖 2-3-2-2 所示,當審射光束經過透鏡沿著 Z 軸方向傳播時,藉由掃描光束半 徑找出雷射光束的光腰半徑後,移動到遠場取兩點位置求得發散角,如公式 (2-3-2-2),在知道雷射光束的光腰半徑  $\omega_0$  及發散角  $\theta$  後,藉由公式(2-3-2-3)即可 求出此雷射光束的光束品質  $M^2$ 傳播參數。  $\theta = \frac{\Theta_{(P2)} - \Theta_{(P1)}}{z_{P2} - z_{P1}}$ (2-3-2-2)  $M^2 = \frac{\omega_0 \cdot \theta \cdot \pi}{\lambda}$ (2-3-2-3)



圖 2-3-2-2 雷射光束測量示意圖

#### 2-4 雷射光束品質量测方法的介紹

光束傳播參數的測量對雷射系统的研發與高斯光束光斑半徑的精確測量是 非常重要的,以下將介紹比較常用到的測量方式,如:套孔法、刀口法[13]、CCD 映像法等,這裡將對這些測量方法做一個介紹,並比較其中的優缺點。

#### 2-4-1 套孔法

套孔法為一種利用高斯光束能量分布特性去量測光束直徑的方法,如圖 2-4-1-2,最常被採用的定義是雷射光束的峰值到軸向衰減至 1/e<sup>2</sup>處(13.5%)稱之 為雷射的束腰半徑[14],藉由通過光栅能量與原有總能量的變化去求得光束半 徑。

原理介紹
首先針對光束在不使用小孔光柵時所測量到的總能量為Q,接下來將較小直徑
的光柵置於光束的Z軸上,並調整X軸與Y軸方向使光束能通過小孔,能量計
記錄此時的雷射能量Q'

$$T = \frac{Q'}{Q} * 100\%$$

(2-4-1-1)

式中: *T 為*光柵透過率, *Q*'為加光柵時的能量, *Q*為不加光柵時的能量。 則代入公式即可求得光束直徑*R*。當T=86.5%時,光柵的直徑D則等於光束直徑*R* 

$$R = D^* \sqrt{-\frac{2}{\ln(1-T)}}$$
(2-4-1-2)

求得光束直徑後即可求得雷射光束發散角。

$$\theta = \frac{D}{L} \tag{2-4-1-3}$$



圖 2-4-1-2 套孔法示意圖[10]

#### 2-4-2 刀口法

刀口法測量具有操作方便與裝置簡單的優點,如圖2-4-2-1與圖2-4-2-2為刀口 法测量高斯光束光斑半徑裝置圖與示意圖,將刀片固定在可移動的光學台上,將 光片沿著光束傳播垂直的方向切割光束,下圖為刀口垂直切割光束示意圖。藉由 移動刀口取得光束的功率,再由不同的兩點去推得此雷射光束的半徑。

● 原理介紹[13-16]:

雷射高斯光束沿 Z 軸横切面的場強度為:

$$\left[E(x, y, z)\right] = \frac{k}{\omega(z)} \exp(-(x^2 + y^2)/\omega^2(z))$$
(2-4-2-1)

x、y為垂直於光束方向z軸橫切面的座標位置,k為常數因子,w(z)為z處 的雷射束腰半徑, 雷射光束半徑隨著 2 的移動按照雙曲線規律再做變化, 而 在焦點處的光斑最小。雷射高斯光束束腰的横切面內的強度分布為:

$$P_{0} = \left[ E(x, y, z) \right]^{2} = \frac{k^{2}}{\omega(z)^{2}} \exp(-2(x^{2} + y^{2})/\omega^{2}(z))$$
(2-4-2-2)  
雷射的功率,  $\omega(z)$ 為強度1/e<sup>2</sup>所定義的光腰半徑。

式中Po為言

當刀片切割雷射光束時透過的光功率可以表示為:

$$I(x,z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{x}^{\infty} \frac{2P_0}{\pi\omega(z)^2} \exp(-\frac{2x^2 + 2y^2}{\omega(z)^2}) dx dy$$
$$= P_0 \int_{x}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(z)} \exp(-\frac{2x^2}{\omega(z)^2}) dx$$
(2-4-2-3)

 $I(x,z) = \frac{1}{2} P_0 erfc(\frac{\sqrt{2}x}{\rho(z)}) , 其對 x 的導數為:$ 上式可以簡化為:

$$\frac{dI(x,z)}{dx} = \frac{P_0}{\sqrt{\pi\omega(z)}} \exp(\frac{-x^2}{\omega(z)^2})$$
(2-4-2-4)

因此只要求得兩點 X 位置通過刀片的雷射光束的變化量,就可以求得相對 應的光腰半徑,而最常用的點則是為當X為P。強度13.5%與P。強度86.5%處。 除了在 x 軸設置刀片外,也可設置在 y 軸上,或是設計成圓口式。而刀口法 與前面所提的套孔法皆是非常類似的手法。



圖 2-4-2-2 刀口法切割光束示意圖[11]

#### 2-4-3 CCD 映像法-二階矩法

CCD映像測量法是最普遍的使用方法,主要是因為電腦自動化、快速存取 圖檔與分析的優點,圖2-5-1為CCD映像法測量裝置圖,檢測系統為CCD相機、 精密電動位移台、雷射衰減片、與測量軟體跟電腦組成。藉由計算圖檔上每一個 像素去求得此張圖檔的光斑重心位置,進而求得每一張雷射光斑的X軸與Y軸長 度,去推得何點為此雷射光斑焦點,最後抓取兩張圖去計算雷射發散角與M<sup>2</sup>參 數[12,17]。此次實驗則是使用這種方式測量雷射設備。

● 原理介紹:

由於 CCD 相機有分成彩色與灰階規格,因此我們將每一張圖檔藉由運算取得每一個像素的值並依照 R、G、B 所佔的比重,經過灰階化得到亮度 Gray 值。

$$Gray = R * 0.299 + G * 0.587 + B * 0.114$$
 (2-4-3-1)

求得Gray值後代入下列公式求出其中X、Y在Z平面的强度分佈中的重心:

$$\begin{bmatrix} Xc \\ Yc \end{bmatrix} = \frac{\iint \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} I(X, Y, Z) dx dy}{\iint I(X, Y, Z) dx dy}$$
(2-4-3-2)

根據兩階矩法原理將重心位置代入下列式子即可求出每一張圖在 X 軸和 Y 軸的 光束半徑。

$$\omega_{x}(z)^{2} = \frac{\iint (X - Xc)^{2} I(X, Y, Z) dx dy}{\iint I(X, Y, Z) dx dy}$$
(2-4-3-3)  
$$\omega_{y}(z)^{2} = \frac{\iint (Y - Yc)^{2} I(X, Y, Z) dx dy}{\iint I(X, Y, Z) dx dy}$$
(2-4-3-4)

求得每個距離的 $\omega_x(z)$ 、 $\omega_y(z)$ 後,最小的 $\omega_x(z)$ 與 $\omega_y(z)$ 即為光束束腰 $\omega_0$ , 在光束束腰後取兩點位置儲存圖檔即可求出雷射發散角與 $M^2$ 參數。

#### 2-4-4 雷射光束品質量測的比較

套孔法與移動刀口法操作比較簡便,装置结構簡單,製作成本低,但是用刀 口法與套孔法測得的雷射參數的精準度在很多情况下遠遠不能满足實際需要,而 CCD映像法则可以彌補上述不足[12]。加上CCD映像法可以即時看到光斑的變化 進而推導出雷射光腰的可能位置,針對雷射光腰可能前後的位置做掃描,既可以 節省測試上的時間,穩定性與可靠性也大大的提升[18,19]。



表 2.4.4 雷射测量方法比較[20, 21]

#### 2-5 雷射光束品質量測系統架構

此實驗所選用的控制器與步進馬達為宏惠有限公司的 08TMC-2 與 08PMT-150, 而 CCD 照相機為 COHU-4800 Series 與 UPMOST 的 UPG308 影像擷取器,硬體 與軟體如下圖 2-5-1 與圖 2-5-2





圖 2-5-2 雷射光束品質量測系統架構圖

### 第三章 軟體介面設計與介紹

此章節主要介紹雷射光束品質量測系統的軟體部分,此介面是以軟體 Borland C++ Builder 6.0 撰寫,以下將介紹各個介面功能與視窗,如 OFF-line、 Analyses、Debug mode、Auto-run mode、image-Tool 與 Setup Window。

#### **3-1 Auto-Run mode**

使用者可以利用這個介面,對於工程或是實驗的雷射設備進行迅速的量測。在設 定完步進馬達、CCD 攝影機後立即開始測量雷射光束並得到 M<sup>2</sup> 參數數值,此介 面設計了許多防呆機制,如步進馬達連線後偵測回傳訊號確定是否連線成功、 CCD 攝影機連線後藉由自動拍照去檢查檔案大小並判定連線是否正確、及在測 試啟動前針對焦點與焦點外確認光斑亮度是否符合標準。幫助使用者能藉由這些 機制,去確認雷射裝置是否符合量測條件。此介面功能2中的 Laser mode 有四 種被測雷射可供選擇,分別為 User、Gas Laser、Solid State Laser、Semiconductor Laser, 測量路徑則會根據選擇不同的雷射種類去做區別, 會設計這樣的功能主 要是我們整理出各種雷射搭配其系統的光學鏡後最容易準確測量光束品質的路 徑。節省了使用者的測試時間與配置光學鏡的麻煩。而 System Check 機制的產 生,則是當我們在做實驗時,發現當衰減片將雷射光源衰減得太多或太少時,量 測到的雷射光束品質會變得相當的不正確,因此我們建立一套能在測量前先行檢 視整套系統光學設備的機制,幫助使用者確定使用的光學鏡是沒有問題的,此項 機制會檢查焦點(FirstPosition + FinalPosition)/2與焦點外(P1+P2)/2這兩點的 最大亮度與最小亮度佔光斑的比重。另外功能 5 中的 Judge mode 為選擇判斷光 斑焦點時使用的基準,可以分成判斷 X 軸最小( $\mathcal{O}_{x}$ )、判斷 Y 軸最小( $\mathcal{O}_{y}$ )、判斷 X軸與Y軸最小 $(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2})$ , 會產生這個判斷機制主要是當我們測量氣體雷射與 固態雷射時,我們一直是以X軸與Y軸最小的方法去做判定,但是當我們進行

半導體雷射光束品質量測時卻產生了問題,因為半導體雷射的光束通常呈橢圓形, 且 X 軸與 Y 軸的聚焦點位置不同,因此若要量測半導體雷射的光束品質時,必 須分成 X 軸與 Y 軸分別作量測,而這個情況也會發生在端面激發固態雷射產生 的高斯光模組態上,所以這個機制的產生讓使用者可自行選擇要判斷的條件。此 介面大致可以分成五個部分,以下針對各部分功能做介紹,介面如圖 3.1.1 所示。



#### 表 3.1.2 Auto-Run Run Program 功能表

# 2 **Run Program** 此功能為建構自己的步進馬達路程。 First Position:定義起點位置。 $\geq$ $\geq$ Final Position:定義終點位置。 ➤ Each Step: 定義每一步的距離。 Wait Time: 定義每一步執行後的延遲時間。 $\geq$ ▶ P1:定義當全部行程結束後,系統自動偵測光腰點後距離光腰多少 距離的第一點位置。 $\geq$ P2:定義當全部行程結束後,系統自動偵測光腰點後距離光腰多少 距離的第二點位置。 Laser mode:有四種模式可選擇, User mode 為使用者自行定義參 $\geq$ 數,Gas Laser 為設定為氣體雷射測量模式,Solid State Laser 為設 定為固態雷射測量模式, Semiconductor Laser 為設定為半導體雷射 測量模式 。 ➢ Judge mode:判定光斑最小值方法,X 軸判斷、Y 軸判斷、或是X 軸與 Y 軸最小判斷 表 3.1.3 Auto-Run Image 功能表 3 **START Button** 此按鈕為開始測試。 4 **Recording mode** 此視窗為 CCD 攝影機畫面顯示圖。 5 Datalog 顯示測量資料,即時顯示出當前座標位置、 $\omega_{r}$ 、 $\omega_{v}$ ,測試結束 後顯示出發散角度與 M<sup>2</sup>, 並自動存檔。



圖3.1.1 Auto-Run介面圖

#### **3-2 OFF-line**

會設計這個介面,主要是為了方便使用者在沒有連線的狀況下,知道雷射光腰半 徑時,還想要驗證在不同的雷射光束 2 軸下雷射光束品質的變化所建立的 OFF-line 介面,利用此介面在雷射光腰後擷取兩張光斑圖檔就能快速地知道此雷 射設備的發散角與 $M^2$ 參數。因此當使用者輸入兩張雷射光斑圖,軟體會根據這 兩張圖檔資料代至 CCD 映像-二階矩法中求得每一張圖的重心位置。根據這重心 位置得到 X 軸與 Y 軸的半徑長( $O_x$ ,  $O_y$ ), 而這些資料會顯示在功能 2 上的視窗 中。當功能2的資料顯示後即可輸入雷射的相關訊息,如雷射光腰的半徑長(@x,  $\omega_{0,Y}$ )、雷射波長,兩圖檔在雷射光束 z 軸的相差距離,按下 Calculate  $M^2$ 後,功 能4即會顯示雷射發散角與M2參數,介面如圖 3.2.1 所示。 表 3.2.1 OFF-Line 功能介紹表 OFF-Line 功能介紹 1 選擇雷射光斑圖。 系統自動代出兩張雷射光斑圖的相關資訊。 2 雷射相關參數輸入區。 3 雷射發散角、M<sup>2</sup>光束傳播參數。 4

5 雷射光斑圖區域。



圖3.2.1 OFF-Line介面圖
# **3-3 Analyses**

當使用這套軟體截取了許多雷射光斑圖後,想要確認雷射光斑圖的亮度分布或是 圖中某一區域的亮度時,則可以使用這個 Analyses 介面,這也是建立這個介面 最主要的目的。Analyses 介面是個單張分析雷射光斑圖並能標注展示出此張圖重 心位置與X軸、Y軸亮度分布圖,並且當移動鼠標至雷射光斑圖想要看的某一區 域時就能即時展示該點X、Y座標及該點座標 RGB 值。介面如圖 3.3.1 所示。

Analyses 功能介紹圖					
1	Tool Bar , 依序為開啟檔案、重心標記、光斑圖存檔、取消重心 標記、描繪 X 軸 Y 軸亮度表、亮度表存檔及清空 X 軸 Y 軸亮度表。				
2	顯示 X 軸光斑亮度表。				
3	顯示 Y 軸光斑亮度表。				
4	顯示雷射光斑圖。				
5	此張雷射光斑圖檔案位置。				
6	系統自動代出雷射光斑圖的相關資訊(如重心位置、 $\mathcal{O}_x  imes \mathcal{O}_y$ )等)。				
7	此張檔案 X 軸、Y 軸大小值。				
8	鼠標移至光斑圖即時顯示出該點座標位置及 RGB 值。				

表 3.3.1 Analyses 功能介紹表



圖3.3.1 Analyses介面圖

#### **3-4 Debug mode**

Debug mode 顧名思義就是當工程或是實驗時遇到許多不如預期的數據或是問 題時,需要更多的功能或訊息支援使用者所設計出來的介面,介面如圖3.4.1。此 介面會完整的將步進馬達傳送或接收到的訊息顯示出來(如功能1)。使用者不但 能單步指令執行或是單步指令重複執行,也能使用轉譯過的視窗介面直接下達指 令使步進馬達移動CCD相機至指定的座標位置上。另外若是到達指定位置時,想 要增加或縮短系統等待時間(Wait Time)或是當CCD相機規格不敷使用時需替換 新的CCD相機,許多參數如Pixel Size X與Y的長度需要做更改時,此介面亦能支 援。此介面大致可以分成十個部分,以下針對各部分功能做介紹並補充。

表 3.4.1 Debug-mode 步進馬達 Log 功能表

1	步進馬達Log
	顯示步進馬達狀態。

此視窗為追蹤步進馬達狀態,當步進馬達與 NB 連線後即會顯示訊息至 此視窗。當執行指令時,工作台(NB)藉由 RS232 傳送指令至步進馬達 裡的控制台,控制步進馬達前進或後退多少距離,或是步進馬達裡的控 制台藉由 RS232 回傳訊息至工作台(NB),如步進馬達處於位置座標或 是步進馬達現在的狀態(移動中、閒置等)。由此視窗中可以明確的看出 目前步進馬達的狀態。當使用 debug mode 時,這個視窗是非常重要的, 因為我們輸入的指令是否能被步進馬達所接受,由這個視窗就能一目了 然。



此步進馬達有專屬的指令,例如"@"(ADDR)"X"(絕對位置),若我們需要 控制步進馬達至絕對座標 X=200mm 時,則需要換算 200mm 為步進馬達的步數 後(步進馬達一步為 2.5um)在轉換為步進馬達的專屬指令為"@0X,80000,"若是在 加上控制步進馬達的速度或是相對座標,那麼轉換指令與座標則會令使用者顯得 非常的不便。因此我們設定了功能 4 與功能 5,用使用者熟悉座標位置的"長度 單位"取代了步進馬達的"步數單位",因此在功能 5 中我們設定了兩種規劃步進 馬達行程的方式,第一種是使用者清楚知道測量的起點與終點、每一步的間隔距 離時,只要在功能 5 中的 First Position、Final Position、Each Step 輸入後,系統 則會將指令自動轉換成行程。第二種方式是使用者想要輸入特定的路徑,例如第 一步走 2cm,第二步走 300um 第三步走 1mm,此系統也提供使用者自行輸入指 令至檔案後,由功能 7 的 Load From File 將檔案內的指令輸入成步進馬達的行程。 最後功能 6 為了方便驗證所以仍顯示步進馬達的原始指令。

表 3.4.4 Debug-mode Simple Operate Window 功能表

4 Simple Operate Window
此功能為簡易操作步進馬達。
> Move to:移動至絕對位置座標點。
> Move:移動相對距離。

表 3.4.5 Debug-mode Create Program File 功能表

5	Create Program File
	此功能為建構自己的步進馬達路程。
$\succ$	First Position:定義起點位置。
≻	Final Position:定義終點位置。
$\triangleright$	Each Step: 定義每一步的距離。
$\triangleright$	Wait Time: 定義每一步執行後的延遲時間。
$\triangleright$	P1:定義當全部行程結束後,系統自動偵測光腰點後距離光腰多少
	距離的第一點位置。
≻	P2:定義當全部行程結束後,系統自動偵測光腰點後距離光腰多少
	距離的第二點位置。
≻	Create Script File: 將此次行程建立成 script file,下次使用即可直
	接下載。
$\triangleright$	AutoRun: 點取此功能進行 Debug mode 的 Autorun,可進行如
	AutoRun mode 模式並求出發散角與 $M^2$ 。取消後則進行單步動作跟
	截圖。
$\triangleright$	Laser mode:有四種模式可選擇,分別是 User、Gas Laser、Solid State
	Laser  Semiconductor Laser
	<b>Judge mode:</b> 選擇判斷焦點方式,有判斷 $X$ 軸最小( $\omega_x$ )、 $Y$ 軸最小

$$(\omega_y)$$
、X 軸與 Y 軸最小 $(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2})$ 模式。

### 表 3.4.6 Debug-mode Transmission 功能表

6	Transmission
	步進馬達指令視窗。

此功能為步進馬達指令視窗。由於此步進馬達有專屬的指令集,考慮使 用者使用方便,因此我們使用功能4與5直接轉譯成使用者較為熟悉的 長度單位,取代了步進馬達中的步數單位及一些繁瑣的指令。

# 表 3.4.7 Debug-mode Button 功能表

7	Button 此功能為操作步進馬達快捷鍵。
>	Initial Status:將步進馬達初始化,由於此步進馬達並無原點,因此 使用者或要使用絕對位置的功能時必須要自行設定原點,所以建立 此功能方便使用者操作。
$\succ$	Clear TX:將功能 6 的視窗指令清空。
≻	Continue TX:重複執行功能 6 的視窗指令。
$\triangleright$	Single TX: 單次執行功能 6 的視窗指令。
$\succ$	Load From File:下載程式檔後指令直接輸入至功能 6 的視窗。
	表 3.4.8 Debug-mode Delay Camera Setting 功能表
8	<b>Camera Setting</b> 此功能為設定 CCD 相機。
AAAAA	Camera Connect:選擇 CCD 相機進行連線開始。 Camera Format: 調整 CCD 相機設定,如亮度、對比度、飽和等。 Camera Resolution:選擇 CCD 相機解析度等。 Camera Disconnect: CCD 相機連線中止。 Save Bmp:儲存 CCD 相機此張 BMP 圖檔。
	表 3.4.9 Debug-mode Image 功能表
9	Save Image 此功能為 CCD 相機截圖後,會將 BMP 圖檔即時顯示在此畫面 中。
10	Recording mode 此視窗為 CCD 相機即時顯示區。使用者可藉由此區清楚看見目 前 CCD 相機的視野去做調整。

# Image Log 此區為每一張 BMP 圖檔的分析資料,會清楚顯示步進馬達目前 位置、BMP 圖檔位置及 X、Y 軸長度。



圖3.4.1 Debug-mode介面圖

#### 3-5 Image Tool & Setup Window

另外,為了滿足使用者可能需要替換不同 CCD 照相機的需求,所以產生一 個 Setup Window 讓使用者能夠依照自己的產品規格去建立。系統啟動前會去此 檔案抓取相關資訊匯入,如 lot name 為設定測試資料資料夾名稱(存放 BMP 圖檔 與測試 Data log),若遇相同資料夾則會產生 lot name+目前時間資料夾,避免使 用者產生資料混淆的疑慮。Laser Wave.L 為使用雷射設備波長,PixelX 與 PixelY 為目前所使用 CCD 攝影機一個像素的尺寸。餘下選項則為步進馬達的連線設定, 節省許多 Key-in 的時間與系統鎖死硬體的麻煩。介面如圖 3.5.1 所示。

最後介紹 ImageTool 介面,此介面能讓使用者更清楚分析雷射光束圖檔,並 將 BMP 圖檔轉化成 3D 介面,此套軟體為 ImageJ,是一套 open source 的軟體, 對於圖檔處理上有很大的幫助。除了 3D 轉化功能外還有 2D 強度分布及 RGB histogram 表與 Plot 圖等功能。圖 3.5.2 為原始雷射光斑圖,圖 3.5.3 則是利用 ImageJ 功能轉化後所呈現出的檔案,由轉化後的圖檔可以非常清楚的知道此張光斑亮度 分布。

📮 Form2		
Serial Port Set		
Lot name Laser		
Laser WAVE.L 808	nm	
Pixel× 11.5	um	
PixelY 13.5	um	
COM Port COM4		
Baud Rate 9600 -		
Parity Check None -		
Data Bit		
Stop Bit 1		
OK Cancel	Default	
圖 3.5.1 Setu	p Window	Ĩ
		0

圖3.5.2 光纖耦合半導體雷射光斑圖





(c) 2D 光斑 Plot 圖 (d) 光斑 Histogram 圖

# 第四章 實驗結果分析與探討

第三章已對此雷射光束品質量測系統的軟體介面做了詳細說明,接下來我們 使用這套系統進行 He-Ne 氣體雷射、Nd:YVO4 固態雷射、半導體雷射與光纖耦 合半導體進行量測,並對實驗結果與影像逐一做探討。最後針對端面激發固態雷 射產生的高斯多模組態與光束品質因子之間的關係做驗證。

#### 4-1 He-Ne 氣體雷射

量測氣體雷射光束品質的雷射光源是選用波長 632nm 的 He-Ne 雷射。由於 He-Ne 氣體雷射的聚焦光斑太小,焦點後光斑變化幅度不大且受限於 CCD 相機 畫素解析度使得 He-Ne 氣體雷射光束品質測量變得困難。為了改善此問題,我 們首先將 He-Ne 雷射進行光束放大處理。光束放大處理主要有兩種方式,一種 是直接使用凹透鏡對雷射光束進行放大。而另一種方式則是利用短焦聚焦鏡強聚 焦後會迅速發散的特性達到放大效果。而我們實驗採用了後者這種方式。

藉由平凸透鏡(3cm)使 He-Ne 雷射產生放大後接著使用平凸透鏡(12.5cm)使 其聚焦後開始量測,我們掃描光束半徑並判斷雷射光斑大小,當偵測到焦點後即 移動到焦點後 4cm 與 4.5cm 紀錄此兩點的 X 軸與 Y 軸半徑長,經由這些資料計 算出雷射的光束質量因子  $M_x^2$ 與 $M_y^2$ ,如下表 4.1.1 與表 4.1.2 為我們測量 5 次的數 據,經由這些測試資料與氣體雷射光束品質理論值 1 去做比較,可以發現實驗值 與理論值非常接近。而圖 4.1.1 是此實驗的光學構造圖,圖 4.1.2 是 He-Ne 雷射 的光斑圖,圖 4.1.3 是 He-Ne 雷射的 X 軸與 Y 軸光斑變化軌跡圖。

37

	1	2	3	4	5
焦距後 4cm	722 0720	741 4725	729 267	729 411	7/1 1950
(µm)	/55.0/50	/41.4/23	/38.20/	/36.411	741.1039
焦距後 4.5cm	777 6309	784 2144	781 7048	783 4525	781 6167
(µm)	111.0507	704.3144	/01./040	703.4323	/04.040/
聚焦點光腰半徑	27,7705	28.9458	27,9761	27,5386	29 5835
(µm)	21.1100			27.0000	2710000
聚焦後 X 軸					
Diverge Angle	0.5014	0.4909	0.4977	0.5161	0.498
(度)	<u></u>				
$M_x^2$	1.2061	1.2308	1.2062	1.2311	1.2761
	٤ 4.1.2 He-N	le 雷射 $M_y^2$	與發散角測	試結果	
		2	3	4	5
焦距後 4cm (µm)	744.0197	748.9889	747.5786	747.8557	747.28
焦距後 4.5cm (µm)	797.2164	800.8624	801.6988	799.7434	800.0563
聚焦點光腰半徑 (µm)	29.0779	28.0214	28.3236	29.5258	27.4073
聚焦後Y軸 Diverge Angle	0.6095	0.5944	0.6201	0.5945	0.6047
$M_y^2$	1.5353	1.4427	1.5214	1.5206	1.4357

表 4.1.1 He-Ne 雷射  $M_x^2$  與發散角測試結果



圖 4.1.2 He-Ne 雷射光束光斑圖



圖 4.1.3 He-Ne 雷射光束半徑變化軌跡圖

#### 4-2 Nd:YVO4 固態雷射

量測固態雷射的光束品質實驗中,我們使用波長 914nm 的 Nd:YVO4 固態雷 射來做此次實驗的雷射光源。由於固態雷射的功率較一般雷射來的大,為了避免 雷射光源破壞 CCD 照相機感光晶片,因此我們使用了衰減係數較多的衰減片。 而焦點與焦點外兩點的光斑大小足以讓 CCD 攝影機拍攝並由軟體計算出雷射光 束品質。但是為了量測方便因此我們仍然對 Nd:YVO4 固態雷射作放大的動作。 我們使用了平凸透鏡(3cm) 使 Nd:YVO4 固態雷射產生放大效果後使用平凸透鏡 (7.5cm)使其聚焦後開始對雷射光束進行掃描,表 4.2.1 與表 4.2.2 分別為 Nd:YVO4 固態雷射的光束品質因子  $M_{\chi}^{2} 與 M_{y}^{2}$ ,並附上 X、Y 軸光斑軌跡圖與固態雷射的光 斑圖。

由於固態雷射是最易產生高斯多模態的雷射,可以輕易的調整共振腔兩側的 反射鏡聚焦位置使其產生多模態雷射光束,而光束模態又直接影響光束品質因子 的變化,我們會在第四節中對固態雷射的高斯多模態做更詳細的實驗與解說。 在這次實驗中 Nd:YVO4 固態雷射的模態是屬於 TEM<sub>00</sub>,藉由 Nd:YVO4 固態雷射 在模態為 TEM<sub>00</sub> 的光束品質因子實驗量測結果與 He-Ne 氣體雷射比較後可知, 這兩種雷射的光束品質是不分軒轅的[22,23]。

	1	2	3	4	5
焦距後 4cm (µm)	386.284	390.3993	381.9055	383.8084	382.7552
焦距後 4.5cm (µm)	422.9994	424.6646	418.4245	420.3882	418.7785
聚焦點光腰半徑 (μm)	55.1785	54.0682	54.6119	54.2040	54.8063
聚焦後X軸 Diverge Angle (度)	0.420719	0.392645	0.41847	0.419167	0.41279
$M_x^2$	1.392656	1.27357	1.370988	1.363011	1.357194
E	長 4.2.2 固 態	、雷射 M <sup>2</sup> 與	發散角測註	(結果	
		21 🕄	96	4	5
焦距後 4cm (µm)	413.9592	416.4745	409.4104	411.0391	410.3603
焦距後 4.5cm (µm)	447.1881	449.6162	444.2029	446.0219	445.4869
聚焦點光腰半徑 (µm)	54.8243	57.6897	57.4178	57.8867	58.3104
聚焦後 Y 軸 Diverge Angle (度)	0.38077	0.37977	0.398686	0.400867	0.402514
$M_y^2$	1.252325	1.314319	1.373278	1.39207	1.40802

表 4.2.1 固態雷射  $M_x^2$  與發散角測試結果



圖 4.2.2 固態雷射光束光斑圖



# 固態雷射光束半徑變化圖

#### 4-3 半導體雷射

半導體雷射因為其共振腔的結構,導致雷射光斑呈現橢圓形狀,光斑的 X軸與 Y 軸變化幅度不同。Y 軸變化幅度大因此又被稱為"快軸",X 軸變化幅度小 被稱為"慢軸",兩軸的聚焦點也不同,因此要量測半導體雷射的光束品質時必須 分別對 X 軸與 Y 軸去做量測[24]。從表 4.3.1 中可得知被稱為 慢軸的光斑變化幅 度小,但是雷射光束品質卻比變化幅度大的快軸還差,主要原因為光束品質為  $M^2 = \omega_0 * \theta$ ,雖然 X 軸的光斑變化量小,但是 X 軸光腰半徑卻比 Y 軸光腰半徑 大了許多,因此 X 軸的光束品質就沒 Y 軸來得好[25]。

如圖 4.3.1 為半導體雷射量測光束品質時的光學構造圖。由於半導體雷射的發散 角大,因此我們使用一平凸短焦透鏡(8.9mm)先對半導體雷射的雷射光束產生收 光效果後再由一平凸透鏡(3cm)使其光束聚焦後開始量測光束質量因子。表 4.3.1 與表 4.3.2 分別為半導體雷射的光束品質因子  $M_x^2 \oplus M_y^2$ ,並附上 X、Y 軸光斑軌跡 圖與焦點、焦點後兩點的光斑圖。

最後從量測結果得知半導體雷射X軸的M<sup>2</sup>約為10,而Y軸的M<sup>2</sup>約為1, 實驗結果與我們所認知的半導體雷射相符合,在下一節的實驗中我們將使用光纖 耦合半導體雷射當作被測試雷射設備,與這一節中的半導體雷射光束品質作比較, 並討論其差異。

45

	1	2	3	4	5
焦距後 6cm (µm)	920.9	915.05	921.24	920.06	919.07
焦距後 6.5cm (µm)	992.28	987.32	990.81	991.44	989.16
聚焦點光腰半徑 (μm)	179.79	179.44	178.54	178.10	176.82
聚焦後X軸 Diverge Angle (度)	0.8179	0.8281	0.7972	0.8178	0.8031
$M_x^2$	10.1048	10.2107	9.7803	10.0092	9.758
	4.3.2 半導	-體雷射 M <sup>2</sup> y	與發散角測	試結果	
	1	218	396	4	5
焦距後 5cm (µm)	647.44	648.9	648.88	648.77	648.42
焦距後 5.5cm (µm)	707.69	708.82	708.6	708.95	707.97
聚焦點光腰半徑 (μm)	22.04	21.72	21.97	21.93	22.15
聚焦後 Y 軸 Diverge Angle (度)	0.6903	0.6865	0.6843	0.6895	0.6823
$M_y^2$	1.0458	1.0246	1.0333	1.0393	1.0386

表 4.3.1 半導體雷射  $M_x^2$  與發散角測試結果





圖 4.3.2 半導體雷射光束半徑變化軌跡圖



圖 4.3.4 半導體雷射光束 Y 軸光斑圖

#### 4-4 光纖耦合半導體雷射

光纖耦合半導體雷射顧名思義即是將半導體雷射光導入至光纖中,藉由光纖 管傳送出雷射光。在固態雷射中,光纖耦合半導體雷射常用來當作激發光源來使 用。由於光束品質差使雷射由光纖輸出後會快速發散,因此會透過一組兩片的平 凸透鏡圖來達到聚焦的效果。在我們的實驗中直接利用一個1比1 焦距 5cm 的 透鏡組來量測雷射光束品質,如圖 4.4.1 所示。表 4.4.1 與 4.4.2.為光纖耦合半導 體雷射的光束品質 $M_r^2$ 、 $M_v^2$ 。

由表 4.4.1 與表 4.4.2 中得知光纖耦合半導體的  $M_x^2$  約為 20, 而  $M_y^2$  約為 25, 而上一節中的半導體雷射的光束品質 M<sup>2</sup>約為 10, M<sup>2</sup>約為 1, 主要是因為半導 體雷射的光束品質比起其他類雷射來說是相對的差,再經由光纖管的傳輸後,半 導體的雷射光斑被破壞,使得經過光纖耦合的半導體雷射光束品質比起半導體雷 射的光束品質更差。即便如此,光纖耦合半導體雷射仍然有其他雷射無法取代的 優點,如攜帶方便、架設時間快、使用者藉由控制光纖管口去移動雷射發射的方 向,使得雷射設備機動性更佳等[26,27]。 

Im

	1	2	3	4	5
焦距後 3cm (µm)	762.1368	755.1956	780.756	777.6607	762.1037
焦距後 3.5cm (µm)	820.0944	816.2737	842.951	837.8827	824.9599
聚焦點光腰半徑 (μm)	453.9287	454.6348	453.3558	453.8955	455.0006
聚焦後X軸 Diverge Angle (度)	0.6641	0.6998	0.7126	0.6901	0.7202
$M_x^2$	20.4572	21.592	21.925	21.2548	22.2385
表 4.4	.2 光纖耦合	半導體雷射	$M_y^2 與發散$	角測試結果	2
	1	218	395	4	5
焦距後 3cm (µm)	839.1506	829.4688	859.1814	855.467	837.3315
焦距後 3.5cm (µm)	905.4498	898.7536	928.0118	922.7407	907.9418
聚焦點光腰半徑 (μm)	487.3487	487.7986	486.4384	487.0127	488.4278
聚焦後 Y 軸 Diverge Angle (度)	0.7596	0.7938	0.7886	0.7708	0.809
$M_y^2$	25.1241	26.2796	26.0345	25.4758	26.8169

表 4.4.1 光纖耦合半導體雷射  $M_x^2$ 與發散角測試結果



圖 4.4.2 光纖耦合半導體雷射光束光斑圖



#### 4-5 端面激發固態雷射的高斯多模組態與光束品質因子的關係

這一節中測試的雷射光源為端面激發固態雷射,由文獻[5,28]中可知高斯多 模組態會影響雷射光束,因此我們自行組裝端面激發固態雷射來實驗並驗證雷射 光束品質的關係。圖 4.5.2 為端面激發固態雷射光學設備構造圖,我們使用波長 808nm 的半導體雷射為激發光源,此半導體雷射的光鐵孔徑為 200µm,我們利用 一個1比1焦距5cm 的透鏡組使半導體雷射的光束聚焦後激發 Nd:YVO4 固態雷 射。其共振腔為一凹平腔,光來回共振後產生波長為 1064nm 的雷射光束並由反 射係數較低(PR, R=97%)的平面部分輸出耦合鏡輸出。在 4-2 節固態雷射中我們 曾經提過固態雷射是一具容易產生高斯多模組態的雷射設備,藉由調整共振腔全 反射鏡 X 軸位置,也就是離軸激發,即可產生高斯多模組態的雷射光束。

在雷射共振腔中最簡單的解為 TEM0,0,即所謂的高斯光束(Gaussian beam),而 更高階的解其中之一為厄米-高斯波(Hermite-Gaussian Waves)*TEM*m,n, 可以表示為 下式[29,30]:

$$\frac{E(x, y, z)}{E_{m,n}} = H_m \left[ \frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2}y}{\omega(z)} \right] \times \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)} \right]$$
$$\times \exp \left\{ -j \left[ kz - (1+m+n) \tan^{-1}(\frac{z}{z_0}) \right] \right\} \times \exp \left[ -j \frac{kr^2}{2R(z)} \right]$$
(4.5.1)

上式的 x、y 平面為垂直光束行進方向之面,其原點為光軸,z 為由光腰(beam waist) 算起的軸向距離, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 為波數(wave number), $\omega(z)$ 為光斑大小(spot size), $\omega_0$ 是指光腰, R(z)為光束波前的曲率半徑[31-33]。

由文獻中可知高斯多模組態 TEM<sub>m</sub>,在 x 方向的光束半徑寬度、遠場發散角及 M<sup>2</sup> 光束品質因子為:

$$\omega_m(z) = \sqrt{2m+1}\omega(z) \tag{4.5.2}$$

$$\theta_m = \sqrt{2m+1}\theta \tag{4.5.3}$$

$$M_{\rm r}^2 = 2m + 1 \tag{4.5.4}$$

由上式可知高斯多模組態在 x 方向上與光束品質間的關係後[34,35],我們利用 此套軟體去實驗 TEM<sub>00</sub> ~ TEM<sub>50</sub> 的雷射光束。圖 4.5.2 為此雷射設備的光學構造 圖。表 4.5.1.則為此實驗各模態的光束品質因子數據。圖 4.5.3 為理想高斯多模組 態雷射光斑圖。圖 4.5.4 為此套雷射設備的高斯多模組態光斑照在屏幕上的擷取 圖。圖 4.5.5 則為利用此套量測系統將此雷射設備的高斯多模組態光斑使用 CCD 的擷取圖。

從實驗結果表 4.5.1 與圖 4.5.1 可以得知,此次實驗的數值與理論值相符且 變化趨勢亦一致[36]。另外我們觀察到模態 TEM<sub>40</sub> 與模態 TEM<sub>50</sub> 的光束質量因子變 化量比其他模態來的大一些,我們研判是因為實驗中當我們在量測 TEM<sub>40</sub> 與TEM<sub>50</sub> 模態時,使用的聚焦鏡鏡面太小,導致 TEM<sub>40</sub> 與TEM<sub>50</sub> 在 X 軸方向上的雷射光束沒 辦法完全進入聚焦鏡中,其雷射光束遭破壞後,雷射光束品質也跟著下降,因此 TEM<sub>40</sub> 與 TEM<sub>50</sub> 量測出的的雷射光束品質因子變化幅度就比 TEM<sub>00</sub>~TEM<sub>30</sub> 來得大。 這個結果也與半導體雷射與光纖耦合後光束品質下降的結果相似。

另外由圖 4.5.4 與圖 4.5.5 可看出雖然都是同一套雷射設備所發出的高斯多模 組態光斑,但是圖 4.5.4 為直接照射在屏幕上的光斑,其完整性就比圖 4.5.5 高出 許多,主要是因為使用此套系統量測時,雷射光束在衰減片中產生干涉行為,導 致其雷射光斑圖產生干涉條紋的現象[37,38],這也是未來在實驗中要特別注意 的地方。

	TEM <sub>00</sub>	TEM <sub>10</sub>	TEM <sub>20</sub>	
焦點後 4cm (µm)	571.71	552.03	1187.61	
焦點後 4.5cm (µm)	624.87	653.53	1332.69	
聚焦後光斑半徑 (μm)	55.27	60.56	66.12	
聚焦後 X 軸 Diverge Angle (度)	0.6091	1.1629	1.6620	
$M_x^2$	1.7352	3.6297	5.6651	
		ESA		
	TEM <sub>30</sub>	TEM <sub>40</sub>	TEM <sub>50</sub>	
焦點後 4cm (µm)	1321.65	1482.76	1668.14	
焦點後 4.5cm (µm)	1508.19	1 1717.44	1928.14	
聚焦後光斑半徑 (μm)	69.31	75.26	80.85	
聚焦後X軸 Diverge Angle (µm)	2.1365	2.6872	2.9766	
$M_x^2$	7.6322	10.4222	12.4036	

表 4.5.1 端面激發固態雷射產生的高斯多模組態 $M_x^2$ 測試結果







(a)





(e)

圖 4.5.3 理想化端面激發固態雷射光斑圖 (a)*TEM*<sub>00</sub> 光斑圖 (b) *TEM*<sub>10</sub> 光斑圖 (c) *TEM*<sub>20</sub> 光斑圖(d) *TEM*<sub>30</sub> 光斑圖(e) *TEM*<sub>40</sub> 光斑圖[39-41]





(e)

圖 4.5.4 端面激發固態雷射光斑圖於屏幕上 (a)TEM<sub>00</sub> 光斑圖 (b) TEM<sub>10</sub> 光斑圖 (c) TEM<sub>20</sub> 光斑圖(d) TEM<sub>30</sub> 光斑圖(e) TEM<sub>40</sub> 光斑圖



(a) (b)

圖 4.5.5 端面激發固態雷射光斑圖於 CCD 映像 (a)*TEM*<sub>00</sub> 光斑圖 (b) *TEM*<sub>10</sub> 光斑 圖 (c) *TEM*<sub>20</sub> 光斑圖(d) *TEM*<sub>30</sub> 光斑圖(e) *TEM*<sub>40</sub> 光斑圖(f) *TEM*<sub>50</sub> 光斑圖
## 第五章 結論與未來展望

光束質量因子在雷射設備檢測上是一項非常重要的指標,本論文的主要目的 在於開發一套雷射光束品質檢測系統,加快雷射設備的檢測速度與使用者操作上 的便利,並且能涵蓋各式各樣的雷射。利用此套系統進行雷射品質測量後的結果, 可以總結下列幾個心得與重點:

- (一)在實驗中,由於雷射光束能量太強會損壞 CCD 相機的感光晶片,因此我們使用衰減片去衰減雷射光的能量。但是當我們使用衰減係數較大的衰減片進行實驗時,雷射光束品質數值往往小於1,即雷射光斑的能量與形體被大幅度的衰減破壞後會影響著光束品質的測量。因此我們設定了檢測雷射光斑亮度的機制來判定是否會造成量測誤差。值得注意的是,在實驗中我們發現聚焦點的位置往往不是高斯分佈光斑,過度衰減成類高斯分佈也會大幅減少光斑尺寸。因此在檢驗過程中的亮度分佈比例調整也是重點之一。
- (二)承接上段,由於聚焦的關係,在焦點附近的單位面積亮度仍遠大於焦點後的 位置,因此衰減程度在量測過程中的調整是必須的。目前在我們的實驗中仍 採用手動的方式調整,期望在未來產品化時能整合自動調整的機制,達到全 自動化的量測。
- (三)測量雷射光束品質時,測量的過程是很快的,但往往在架設雷射儀器的校準 及調整雷射光束的聚焦位置花費許多時間。因此我們開發出涵蓋各種功能的 工程模式軟體,使實驗進行中可針對不同需求達到相對應的調整。如離線計 算光束品質因子的模式,可針對目前已知的實驗數據作一定程度的判定;雷 射光斑的亮度分析模式,可對目前衰減程度是否恰當做判斷。

- (四)含有各式控制功能的 Debug 模式是期望將來在軟硬體整合時,工程師可以不 必修改複雜的程式原始碼就能達到整合的各種需求。因此如硬體的連結、位 置的選定等各種操作功能階包含在其中。另外光斑的檢測亦是量測重點之一, 所以我們也特別架設了連結 3D 圖像軟體的程式鈕,可以讓使用者透過更完 整的圖像軟體來觀察,未來也希望能夠將 3D 圖像的功能整合到系統中。
- (五)在商用雷射的量測實驗中,我們成功驗證此套系統的正確性,並依實驗需求 記錄了每一種雷射設備所適合的光學儀器及量測點位置如表 5.1。未來期望 利用軟體與這些光學儀器相連結,開發出能選擇雷射種類並自動切換光學設 備的全自動雷射光束品質測量系統。
- (六)在固態雷射高階高斯模態的光束品質量測實驗中,我們驗證了其兩者的關係, 同時也發現受限於聚焦鏡大小,在大於TEM40模態的情況量測值偏差較多。 此實驗亦證實如文獻中所述,固態雷射適合用來矯正光束品質量測儀器的精 準度,但需注意光斑尺寸與聚焦鏡組的搭配帶來的影響及雷射光束在衰減片 與聚焦鏡中是否有干涉行為使光束產生干涉條紋現象。

	透鏡組合	測量位置
He-Ne 雷射	平凸透鏡 f <sub>1</sub> :30mm 平凸透鏡 f <sub>2</sub> :125mm	焦點後 4cm 與 4.5cm
Nd:YVO4 固態雷射	平凸透鏡 f <sub>1</sub> :30mm 平凸透鏡 f <sub>2</sub> :75mm	焦點後 4cm 與 4.5cm
半導體雷射	平凸透鏡 f <sub>1</sub> :8.9mm 平凸透鏡 f <sub>2</sub> :30mm	$M_x^2: 焦點後 6 cm 與 6.5 cm$ $M_y^2: 焦點後 5 cm 與 5.5 cm$
光纖耦合半導體雷射	平凸透鏡 f <sub>1</sub> :50mm 平凸透鏡 f <sub>2</sub> :50mm	焦點後 3cm 與 3.5cm
	1896	

表 5.1 雷射設備與光學儀器規格及量測位置

## References

- [1] 楊國輝、黃宏彥,「雷射原理與量測概論」,第二版,五南圖書,2008年。
- [2] 張振燦,「雷射與加工」,初版,亞太圖書,1986年。
- [3] 張國順、鄭壽昌,「現代雷射製造技術」,初版,新文京開發出版公司,2008年。
- [4] 黃錦賢,「雷射加工能力本位訓練教材-認識雷射特性」,初版,行政院勞工 委員會職業訓練局,2001年
- [5] Y. F. Chen, T. M. Huang, C. F. Kuo, C. L. Wang, and S. C. Wang, "Generation of Hermite-Gaussian Modes in Fiber-Coupled Laser –Diode End-Pumped Lasers," IEEE J. Quantum Electron 33, 1025-1031 (1997).
- [6] 陳席卿,「雷射原理與光電檢測」,第三版,全華圖書出版社,2008年。
- [7] 馬英俊,「雷射」,初版,科學圖書大庫,1991年。
- [8] 盧廷昌、王興宗,「半導體雷射導論」,初版,五南圖書出版有限公司,2008 年。
- [9] 林三寶「雷射原理與應用」,全華科技圖書有限公司,初版,76年。
- [10] 許輝、李剛、徐榕、袁智江等「激光照射指示器束散角数字化检测方法研究」軍械工程學院學報,2004年4月第16卷第2期。
- [11] 楊曉冬、邵建新、廖生鴻、譚錦業、周杰、蔣躍文「刀口法測量高斯光束 光 斑半徑研究」,第39卷第8期,2009年8月。
- [12] 邢勇、邢冀川、宋艶「基于 CCD 的脉冲激光器远场发散角工程化研究」, 第 33 卷第 9 期, 2011 年 9 月。
- [13] J. M. Khosrofian and B. A. Garetz, "Measurement of a Gaussian laser beam diameter through the direct inversion of knife-edge data," Applied Optics 22, 3406–3410(1983).
- [14] 王雨三「光電子學原理與應用」,哈爾濱工業大學,2002年08月。
- [15] 韓秋菊、吳文智「基於刀片法的飛秒激光束腰半徑的實時測量與計算」,自動化博覽期刊 2008 年 25 卷 7 期。
- [16] 孫東平,劉秉琦,華文深,駱新新,"雙向剪切干涉法測量高斯光束遠場發散角", Actaphotonica Sinica, **37** (2008).
- [17] J. Falk, "Measurement of laser beam divergence," Applied Optics, 22, 1131–1132 (1982).
- [18] M. A. C. de Araújo, R Silva, E. de Lima, D. P. Pereira and P. C. de Oliveira, "Measurement of Gaussian laser beam radius using the knife-edge

technique: improvement on data analysis," Applied Optics, 48, 393–396 (2009).

- [19] J. D. Majumdar and I Manna," Laser processing of materials," Sadhana, 28, 495–562(2003).
- [20] M. P. Kothiyal, K.V. Sriram and R.S. Sirohi, "Setting sensitivity in Talbot interferometry with modified gratings," Optics & Laser Technology, 23, 361-365(1991).
- [21] Z. Wu, G. Xia, H. Zhou, J. Wu and M. Liu, "Transmission of a Gaussian beam after incidenting nonnormally on a Fabry–Perot etalon," Optics & Laser Technology, 35, 1-68 (2003).
- [22] 黄升龍、鄭木海,「小型固態雷射的研發」,第28 卷第11期,科學發展月刊, 2012年。
- [23] V. Lupei, N. Pavel and T. Taira," Highly efficient laser emission inconcentrated Nd:YVO<sub>4</sub> components under direct pumping into the emitting level,optics communications,201,431-435(2002)
- [24] 盧廷昌、王興宗,「半導體雷射技術」,五南圖書出版有限公司,2010年。
- [25] 廖偉民,「光電及雷射概論」亞東書局出版,1987年。
- [26] 國家實驗研究所儀器科技研究中心 http://www.itrc.narl.org.tw/Publication/Newsletter/no81/p10.php
- [27] 國科會高瞻自然科學資源平台 http://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=1676
- [28] Y. F. Chen, T. M. Huang, C. C. Liao, Y. P. Lan, and S. C. Wang, "Efficient High-Power Diode-End-Pumped TEM00 Nd:YVO Laser", IEEE PHOTONICS TECHNOLOGY LETTERS, 11, (1999).
- [29] 許阿娟、朱嘉雯、林佳芬、陳志隆,「光學系統設計進階篇」,初版,2001 年。
- [30] 黃國維,「摻鏡釔鋁石榴石自鎖模雷射」,國立交通大學,碩士論文,民國 101年。
- [31] 陳佳壁、彭潤玲、「激光原理與應用」,第二版,北京:電子工業出版社, 2008年。
- [32] 蘇品書,「雷射原理與實用技術」,復漢出版社,2001年。
- [33] 黄志強,「選用雷射銲接材料及設定加工參數」, 中華民國職業訓練研究發展 中心, 2001 年.
- [34] 張振燦,「雷射與畫像處理」,初版,科技圖書股份有限公司,1990年。
- [35] 丁勝懋,「雷射工程導論」,第二版,中央圖書出版社,1990年。

- [36] 趙凱華、鍾錫華,「光學」,初版,儒林圖書有限公司,1997年。
- [37] Kelin J. Kuhn, Laser Engineering, (Prentice-Hall, U.S.A, 1998), Ch. 2.
- [38] Joseph T. Verdeyen, Laser Electronics, 3th edn. (Prentice-Hall, 1995), Ch. 4.
- [39] E. Siegman, Laser, (The Maple-Vail Book Manufacturing Group, 1986), Ch. 6.
- [40] Walter Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 6<sup>th</sup> edn. (Springer, 2006), Ch. 2.
- [41] N. Hodgson, and H. Weber, *Laser Resonators and Beam Propagation*, 2<sup>nd</sup> edn. (Springer, Berlin, 2005), Ch. 5.

