第四章.運用資料包絡分析法評估經營績效

4.1 資料包絡分析法(DEA)

DEA 的特點是可輕易處理多元產出及多元投入問題，不必轉換各種不同產出與投入之計算單位，對於不同的決策單(Decision Making Unit，DMU) 無需賦予主觀的權數，也可得到績效排名。但是 DEA 計算績效結果時，會有太多的 DMU 得分值為 1，而無法區分 DMU 的績效排序值。DEA 採用非固定的的權重分配，在權重不一致的情況下，無法分析探討評估指標的意義。

4.2 Rank-DEA 模式

在 Rank-DEA 模式中，變數 R_i 代表 DMU_i 的排名值，所有 R_i 的值為 1，加上評選目標 A_i 與其他評選目標比較的總和，以 4.2 公式表示之。

$$Ri = 1 + \sum_{i \neq j} T_{ij} \quad , \forall \ \ i, j \neq i \ , \quad i, j = 1, \ldots\ldots \ \ldots m \tag{4.1}$$

式子(4.1)中，T_{ij} 為 0-1 變數，用來表示評選目標 A_i 與 A_j 兩者比較的結果，若 $T_{ij}=1$，表示評選目標 $A_j > A_i$，即 A_j 優於 A_i，若 $T_{ij}=0$，表示 A_i 與 A_j 兩者無法比較或 $A_j < A_i$。另外，在得分函數方面，本研究以平衡計分卡 4 個構面的指標值來當作評估準則，而此 4 個構面的指標值皆為產出變數，所以我們採用線性規劃的模式，以加權平均法來計算各個評選目標的得分值，以 S_i 來表示之，S_i 越大表示評估目標 A_i 的排名越高，而 S_i 的限制則是必須介於 0 到 1 之間。

$$S_i = \sum_{k=1}^{n} w_k * \frac{F_{ik} - F_k^m}{F_k^M - F_k^m} \quad , \ i = 1, \ldots, m \ \ k = 1, \ldots, n \tag{4.2}$$

式(4.2)中，F_{ik} 是表示為第 i 個評估目標之第 k 個評估準則的實際值，F_k^M 為各個評估準則的最大值(式 4.3)；F_k^m 為各個評估準則的最小值(式 4.4)，W_k 為各個評估準則所佔的權重，權重大小將由 Rank-DEA 模式來決定，式子(4.5)是使所有權重值必須大於一小正數，式子(4.6)則是將所有評估準則的權重加總設定為 1。

$$F_k^M = \max(F_{ik}) \tag{4.3}$$

$$F_k^m = \min(F_{ik}) \tag{4.4}$$

$$W_k \geq \varepsilon \geq 0, \quad \forall k \tag{4.5}$$

$$\sum_k W_k = 1 \tag{4.6}$$

※ Rank-DEA 之數學模式

《目標式》

$$\text{Min} \quad \sum_{\mathrm{i}} \lambda_i \times R_i \tag{4.7}$$

《限制式》

$$S_i + M \times T_{ij} \geq S_j \quad \forall i, j \neq i \quad , i = 1, \ldots\ldots m \tag{4.8}$$

$$\sum_k W_k = 1 \quad , \quad W_k \geq \varepsilon \geq 0, \quad \forall k \tag{4.9}$$

$$T_{ij} + T_{ji} \leq 1, \quad \forall i, j \neq i \tag{4.10}$$

$$T_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j \neq i \tag{4.11}$$

《變數意義》

λ_i：為決策者看重 DMU_i 排名值的程度。

R_i：評估目標 A_i 的排名值。

S_i：評估目標 A_i 的得分值。

M：極大的正數。

W_k：各評估準則 k 所佔的權重。

T_{ij}：評選目標 A_i 與 A_j 兩者比較的結果，為 0-1 變數

i:決策單位,1…10

在原始 DEA-CCR 的模式當中，其目標式是以最佳化得分函數為主要的意義，但是為了使得排序的目的更明確，我們將目標式(式

3.7)訂定為最佳化所有 DMU 的排名值。其中 R_i 值越低表示排名越前面，反之則排名越後面。另外，λ_i 值愈大表示決策者越看重 DMU_i 排名值的程度，反之則看經此排名程度，在本研究中，我們一律將 λ_i 定為 1，表示沒有加入決策者對排名程度的偏好。

在限制式方面，式子(4.10)是規範 T_{ij} 為 0-1 變數，而式子(4.8)則是用來評判 A_i 與 A_j 兩者的大小。假使 $A_j＞A_i$，則 $S_j＞S_i$，為了滿足式子(4.8)的限制，S_i 必須加上一極大的正數才能大於 S_j，所以 T_{ij} 必須等於 1 才能符合；反之，若 $A_j＜A_i$，則 S_i 必定大於 S_j，則 T_{ij} 等於 0 即可滿足式子(4.8)。最後，式子(4.9)則是限制 A_i 與 A_j 兩者只能存在一絕對關係，因為 T_{ij} 的值為模式所產生，若不加以限制，可能會有矛盾的情形發生。

4.3 績效排行

依據 K 公司績效評估考核與指標值整合平衡計分卡所歸納的四個構面指標值作為評估準則，產生以下實際資料表(表 4-1)

(表 4-1) 平衡計分卡績效評分表

No.	單位	財務	顧客	企業內部流程	學習與成長
		營業收入達成率	長期退貨率	交貨準時率	員工生產力
1	美國	0.87	0.091	0.81	149
2	德國	0.78	0.089	0.79	145
3	英國	0.69	0.021	0.78	122
4	香港	0.56	0.034	0.66	123
5	馬來西亞	0.43	0.045	0.67	112
6	台灣	0.66	0.051	0.69	145
7	OEM廠	0.92	0.061	0.85	110
8	OBM廠	0.71	0.066	0.82	150
9	內製廠	0.55	0.098	0.75	149
10	台北(總部)	0.91	0.085	0.82	150
11	Max	0.92	0.098	0.85	150
12	Min	0.43	0.021	0.66	110

將(表 4-1)資料輸入以下 RANK-DEA 之 LINGO 8.0 程式

```
Model:
Sets:
    DMU/1..10/:R;
    criteria/1..4/:W;
    value(DMU,criteria):F;
    link(DMU,DMU):T;
    Endsets
Data:
    F=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    @OLE(D:\essay_new\BSC.xls)=W;
    @OLE(D:\essay_new\BSC.xls)=T;
    M=10   ;
Enddata
```

```
Min=@sum(link(i,j)|i #NE#j :T(i,j));
@for(DMU(i):@for(DMU(j)|i
    #NE#j :@sum(criteria(k):W(k)*F(i,k))+M*T(i,j) >=
    @sum(criteria(k):W(k)*F(j,k))));
    @for(link(i,j):@BIN(T(i,j)));
    @for(link(i,j):(T(i,j)+T(j,i))<=1);
    @for(criteria(k):W(k)>=0.005);
    @sum(criteria(k):w(k))=1;
end
```

經 LINGO 8.0 程式計算產生與權值 T_{ij} 值(表 4-2)

權值：0.1650、0.4198、0.3209、0.0941

(表 4-2) Rank-DEA 模式：T_{ij} 值產出結果

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
6	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

依據 RANK-DEA 得分函數與排名值計算，產生績效排名如下

單位	美國	德國	英國	香港	馬來西亞	台灣	OEM廠	OBM廠	內製廠	台北(總部)
New_Rank	2	3	8	10	9	7	6	4	4	1
New_Score	0.8750622	0.7906478	0.3185245	0.145257	0.1524701	0.3740864	0.7041097	0.7041097	0.704109746	0.8750622

4.4 決策球模式

由於兩兩間的絕對關係以 2-D 平面的方式來表示有其困難度。例如：A 點到 B 點的距離為 20，B 點到 C 點的距離為 40，C 點到 A 點的距離為 15，在二維空間中，無法以線段表達出以上的絕對關係如圖 4.1.a，只能以邏輯性的方式來呈現。而且在平面上任一三角形兩邊長之和，必須大於第三邊，而以上情況並不能完全符合。但是，上述 A、B、C 的關係卻能輕易的表達在球面上。，如圖 4.1.b。

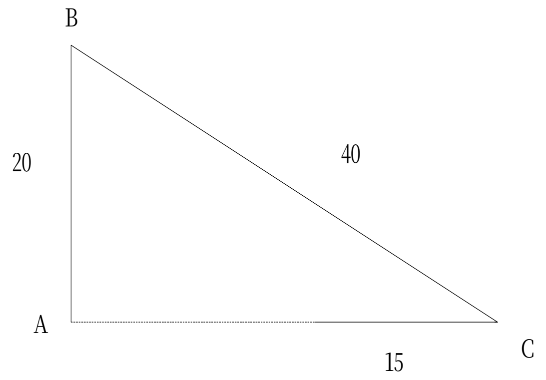

圖4.1.a A.B.C三點呈現二維空間

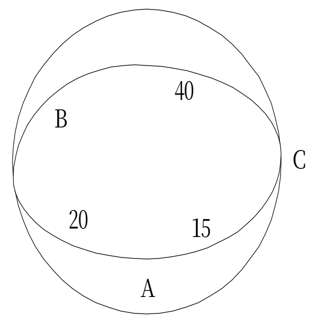

圖4.1.a A.B.C三點呈現二維空間

4.4.1 決策球模式的建構

依照上述的概念，本研究建構了一個排序與分群的決策球模式。模式的目的是利用 Rank-DEA 模式所計算出的權重、得分與既有的實際資料值，來對於所有的評估目標作排序與分群，並將結果以一 3-D 球面的方式來呈現。在以往的決策球模式中，都是以球面上兩點間的弧長來代表評選目標間的關係（黎漢林等，2004)，但本研究決定以兩點間的幾何距離來代表評估目標間的非相似性，因為球面上兩點的實際弧長越大，其之間的幾何距離也越大，所以改用兩點間的幾何距離來代替弧長，不僅減低了計算量，對於原有所存在的關係也不會有所改變（Trevor & Michael 1991)。因此，本研究中，我們利用相似度的計算來找出點與點間的相對位置，例如以任兩個評選目標 A_i、A_j 來說，A_i 到 A_j 的幾何距離越小，表示 A_i 與 A_j 的相似度越大，這樣即可看出所有評選目標間的群聚關係。為了易於比較，我們在決策球模式中，已非相似性（d_{ij}）來代替相似性，兩者存在著反比的關係。所以我們可以說 A_i 到 A_j 的幾何距離越小，表示 A_i 與 A_j 的非相似度越小。另一方面，我們將決策球的北極點設定為一基準點（A_*），A_* 評估準則的值以各評估準則的最大值來表示，即 $F_{*k}=max$（C_k），每個評選目標在 Rank-DEA 中所計算出的得分函式（S_i）越高，在球面上會顯示出與北極點越接近。如此一來決策者就可以北極點為基準往下俯視，依據各個評選目標所在的同心圓距離，清楚地看出評選目標間的排序關

係。我們將 A_* 在球面上的座標設定為（0，r，0），r 為球半徑。以下將針對決策球模型中的所有函數與變數作定義。

假設利用兩個評選目標 A_i 與 A_j，其在球面上的座標可用（X_i，Y_i，Z_i）、（X_j，Y_j，Z_j）來表示，因為點必須落於球面上，所以所有評選目標的座標與半徑間必須符合 $X_i^2+Y_i^2+Z_i^2=r^2$ 關係。而兩點間球面上的幾何距離可表示成 $\sqrt{(X_i-X_j)^2+(Y_i-Y_j)^2+(Z_i-Z_j)^2}$。$d_{ij}$ 代表評選目標間的非相似性(式子 4.12)，d_{ij} 越大表示 A_i 與 A_j 的相似度越小。d_{j*} 代表評選目標與基準點間的非相似性(式子 4.13)，若評選目標在球面上越靠近北極點，表示祈雨基準點的相似度越大。S_i 代表各個評估目標的得分函數，定義與 4.2 節模式中(式子 4.2)相同，其與各個評估目標的 Y_i 值有正向的關係，即 S_i 越大，評估目標的 Y_i 值也越大。所以，評估目標 A_i 越接近基準點（A_*），表示其 S_i 越大，排名亦越高。S_* 表示基準點的得分值，故 $S_*=1$。

$$d_{ij}=\sum_{k=1}^{n} w_k * \frac{F_{ik}-F_{jk}}{F_k^M-F_k^m} \quad (4.12)$$

$$d_{i*}=\sum_{k=1}^{n} w_k * \frac{F_k^M-F_{ik}}{F_k^M-F_k^m} \quad (4.13)$$

$$S_{i*}=1-\sum_{k=1}^{n} W_k * \frac{F_k^M-F_{ik}}{F_k^M-F_k^m}=\sum_{k=1}^{n} W_k * \frac{F_{ik}-F_k^m}{F_k^M} \quad (4.14)$$

其中，F_{ik} 表示為第 i 個評量目標之 k 個評估準則的實際值，F_k^M =max（F_{ik}）為各個評估準則的最大值；F_k^m =min（F_{ik}）為各個評估準則的最小值，這些值都可以從實際資料表中得到，W_k 為各評估準則所佔的權重，權重大小由 Rank-DEA 模式來決定，所有權重的加總必須符合 $\sum_k w_k=1$ 的關係。以下說明了此決策球模式所用到的數學特性。

(特性一)

對任兩個評估目標 A_i 與 A_j，若其所有的評估準則 C_k 皆符合 $F_{ik}\geq F_{jk}$ 的關係，則 $d_{ij}=S_i-S_j$。 (4.15)

同理推得，$d_{i*}=S_*-S_j=1-S_i$ (4.16)

(特性二)

本研究欲將所有的評估目標放置在以半徑＝r、球心座標為（0,0,0）的球面上，若半徑＝1，各個評估目標 A_i 的座標為（X_i, Y_i, Z_i），基準點 A_* 的座標為（0,1,0），因為在半徑＝1 下，基準點到赤道上任一點的幾何距離為 $\sqrt{2}$，則（X_i，Y_i，Z_i）、（X_j，Y_j，Z_j）與 d_{ij} 的關係可呈現為：

$$(X_i-X_j)^2+(Y_i-Y_j)^2+(Z_i-Z_j)^2=2*d_{ij}^2 \qquad (4.17)$$

同理推得：

$$X^2+(Y_i-1)^2+Z_i^2=2*d_{i*}^2 \qquad (4.18)$$

(特性三)

$$\text{若半徑 } r=1\text{，則 } y_i=1-d_{i*}^2=1-(1-S_i)^2 \qquad (4.19)$$

(證明)

$$\because X_i^2+(Y_i-1)^2+Z_i^2=2*d_{i*}^2 \qquad (4.20)$$

$$\text{又 } X_i^2+Y_i^2+Z_i^2=r^2=1$$

$$\therefore Y_i=1-d_{i*}^2$$
$$\text{又 } d_{i*}=1-S_i \qquad (4.21)$$
$$\therefore Y_i=1-(1-S_i)^2$$

總括以上，本研究所建議之排序與分群的決策球模式如下：

(目標式)

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2+(z_i-z_j)^2-2*d_{ij}^2\right| \qquad (4.22)$$

(限制式)

$$X_I^2 + Y_I^2 + Z_I^2 = r^2 \quad ,\forall i \tag{4.23}$$

$$(x_*, y_*, z_*) = (0, r, 0) \tag{4.24}$$

$$-r \le x_i \le r \quad ,0 \le y_i \le r \quad ,-r \le z_i \le r \tag{4.25}$$

$$y_i = 1-(1-S_i)^2 \quad ,\forall i, j \tag{4.26}$$

在排序與分群之決策模式中，目標式的目的是利用球面上任兩點的幾何距離$\sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2}$來趨近於兩兩之間的非相似性 d_{ij}。所以根據特性二，我們可以將目標式寫成上述式子(4.22)，其中，d_{ij}的值可依據式子(4.12)計算之，而每個評估目標的座標值則是依據此模式所產生。

本模式的設計是以北極點作為基準點，並以此作為比較評估目標排序的標竿值，所以球面上各個點到基準點的幾何距離越小表示其與基準點相似性越大，其所代表的評估目標排名也越高。我們將基準點加入評選方案的實際資料表中，已 A_*的座標定為 (0,r,0)，如式(4.24)。

本模式希望所有評估目標之間的關係以球體的形式呈現，所以式子(4.23)為限制所有的點必須落於球面上，式子(4.25)則是設定每個評估目標其座標值的範圍。各點 X_i、Z_i 值是介於－r 到 r 之間，而各點的 Y_i 職責必須限制在到 r 之間，這樣的限制主要是為了讓所有點只座落於北半球，如此一來決策者及可以北極點為基準清楚地看出所有評估目標的排名與分群狀況。

4.4.2 績效排行決策球模式的建構

依據績效排行的案例分析結果以 3-D 球面顯示，首先依據 k 公司平衡計分卡績效評分表(表 4-3)，將基準點 A_*加入表中。另外依據績效排行的案例分析所計算得到的共通權值為(0.1650、0.4198、0.3209、0.0941)。最後將資料彙整後作為決策球模式的實際資料表。

（表 4-3）決策球模式的實際資料表

			財務	顧客	企業內部流程	學習與成長
單位	New_Rank	New_Score	營業收入達成率	長期退貨率	交貨準時率	員工生產力
美國	2	0.8751	0.8980	0.9091	0.7895	0.9750
德國	3	0.7906	0.7143	0.8831	0.6842	0.8750
英國	8	0.3185	0.5306	0.0000	0.6316	0.3000
香港	10	0.1453	0.2653	0.1688	0.0000	0.3250
馬來西亞	9	0.1525	0.0000	0.3117	0.0526	0.0500
台灣	7	0.3741	0.4694	0.3896	0.1579	0.8750
OEM廠	6	0.7041	1.0000	0.5195	1.0000	0.0000
OBM廠	4	0.7041	0.5714	0.5844	0.8421	1.0000
內製廠	4	0.7041	0.2449	1.0000	0.4737	0.9750
台北(總部)	1	0.8751	0.9796	0.8312	0.8421	1.0000

(表 4-4) 決策球模式:d_{ij} 與 d_{i*}計算結果

Dis-similarity					
No	1	2	3	4	Ideal
1	0	0.0844	0.5565	0.7298	0.7226
2	0.0844	0	0.4721	0.6454	0.6382
3	0.5565	0.4721	0	0.3197	0.4278
4	0.7298	0.6454	0.3197	0	0.1465
5	0.7226	0.6382	0.4278	0.1465	0
6	0.5010	0.4166	0.3799	0.2288	0.2216
7	0.3398	0.3836	0.4421	0.6200	0.5611
8	0.2094	0.2114	0.3856	0.5589	0.5516
9	0.2473	0.2035	0.5812	0.5656	0.5516
10	0.0654	0.1280	0.5565	0.7298	0.7226
Ideal	0.1249	0.2094	0.6815	0.8547	0.8475

依據上述兩表的資料與決策球模式的定義，將球半徑設為 1，利用以下 LINGO 8.0 程式

```
Model:
Sets:
    country /1..11/:ns;!10country + ideal;
    criteria/1..4/:W,MaxF,MinF;
    point  /1..3/;
    place(country,point):P;
    similarity(country,country):d,e_1,e_2;
    Value(country,criteria):Factor;
Endsets

Data:
    n=11;
    Factor=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    MinF=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    MaxF=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    radius=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    !W=@OLE(D:\DEA\apec.xls);
    ns=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    d=@OLE(D:\essay_new\BSC.xls);
    @OLE(D:\essay_new\BSC.xls)=P;
    @OLE(D:\essay_new\BSC.xls)=e_1;
    @OLE(D:\essay_new\BSC.xls)=e_2;
Enddata
Min=@sum(similarity(i,j):e_1(i,j)+e_2(i,j));
@for(similarity(i,j)|j #GT# i :
e_1(i,j)-e_2(i,j)=@sum(point(k):(P(i,k)-P(j,k))^2)-2*d(i,j)^2;
);
@for(country(i):
     p(i,2)=(1-(1-ns(i))^2););
!!點在球面上的限制;
!點位於球面上;
@for(country(i):@sum(point(j):P(i,j)^2)=radius^2);
!Ideal Solution 位於比極點;
p(n,1)=0; p(n,2)=radius; p(n,3)=0;
!點皆置於北半球;
```

```
@for(Place(i,j)| j #NE# 2 :@free(p(i,j)));
@for(Place(i,j)| j #NE# 2 :p(i,j)<=radius);
@for(Place(i,j)| j #NE# 2 :p(i,j)>=-radius);
@for(Place(i,j)| j #EQ# 2 :p(i,j)<=radius);
End
```

計算產生所有評估目標的座標值如下(表 4-5)。

(表 4-5) 決策球模式:相對座標計算結果

Nation	x	y	z
美國	0.0261	0.9005	0.4340
德國	0.2829	0.9005	0.3302
英國	0.7159	0.5946	0.3660
香港	0.6968	0.2744	0.6627
馬來西亞	0.6317	0.2744	0.7250
台灣	0.5365	0.5946	0.5988
長盈(一、二廠)	0.4304	0.9005	-0.0614
昆盈(三廠)	0.3666	0.9005	0.2337
協盈(內製廠)	0.0975	0.9005	0.4237
台北(總部	0.3987	0.9005	0.1735
Max	0	1	0

將以上計算出來的結果繪製於球面上，如圖 4.1。

圖 4.1:K 公司績效排行決策球