

第二章 實驗方法與模擬

2-1. 簡介

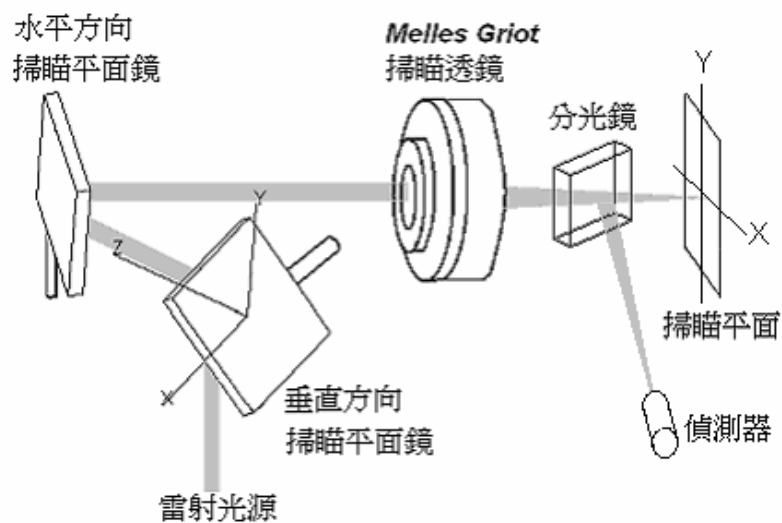
在這章節，我們循序漸近討論掃瞄系統的演化，並且透過模擬軟體的協助省去複雜計算且預先確認系統的可行性。首先在文中我們引入簡單的掃瞄系統，並針對解析度及光點大小加以討論，緊接著參考文獻[1][2]的方法設計較複雜但解析度高的架設。在設計考量中，我們要注意到幾種會造成非理想成像的因素：(1) 散射、(2) 像差、(3) 繞射以及(4) 色差。散射是由於光在傳播過程中受到雜質反射或偏折所形成的雜訊成份，我們可以利用空間濾波器降低這項干擾；像差是在進行掃瞄時，由於角度過大使得光路徑偏於光軸甚遠所造成，尤其傳統光學入射時聚含括整個有效孔徑，使得聚焦角度甚大，故在經過介質後其球差影響頗大[3][4]，但在實驗上，我們通常設定掃瞄角度在 $\pm 2.5^\circ$ 內，故像差對成像品質的影響有限。至於繞射則是限制傳統顯微鏡解析力最主要的因素，因此利用點對點的方式擷取各區域訊號強度，理論上可得到比傳統成像更高的解析度。最後一種不理想因子—色差，其成因是由於不同波長的光對同種介質有不同折射率所造成，但在實驗過程裡我們全程使用單色光源，因此可完全忽略此不理想因子所造成的干擾。

為方便討論掃瞄光點的特性與成像品質的關係，在接下來 2-2 與 2-3

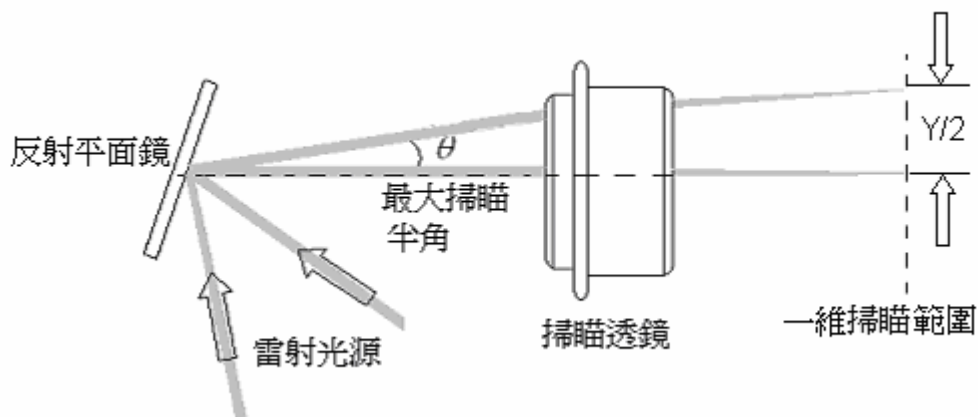
節裡，我們先引入利用掃瞄透鏡架設而成的系統加以分析光點尺寸、掃瞄間距及成像品質的關係，最後並在 2-4 節中介紹我們真正能應用在矽晶片背面掃瞄的成像系統。

2-2. 掃瞄間距分析

首先介紹由掃瞄透鏡與掃瞄器所組成的簡易掃瞄系統，如圖 2-1(a) 所示。掃瞄器是由兩面轉軸垂直的平面鏡所構成，分別由兩個步進馬達 (Stepper Motor) 來控制扭轉角度，故反射鏡可將光束從不同角度反射至掃瞄透鏡，以控制光點最後在掃瞄平面上的位置；而掃瞄透鏡 (Scan Lens) 則是一種特殊的透鏡組，其準光束在允許的角度範圍內入射後，光點會聚焦在一面積甚大 (相較於矽晶片掃瞄) 之平面上，其應用範圍及特性可參考文獻 [5]。此系統的掃瞄原理是將樣品置入於掃瞄平面上，當光入射至樣品上時，則反射訊號即可重組成圖片。



(a) 雙面鏡光點定位圖，適用於一般大面積掃瞄用。



(b) 為(a)之側面圖，光束在經過掃瞄透鏡後其焦平面
為完美平面。

圖 2-1 掃瞄透鏡架設示意圖

此系統的目的主要在於驗證光點性質對成像的影響，為方便討論，我們先參照圖 2-1(b)之示意圖以求得光點各種特性。理論上掃瞄透鏡側面觀察到的聚焦範圍為一有限直線，稱為有效掃瞄長度，其值由(2-1)式可得：

$$Y = 2f \times \tan \theta, \quad (2-1)$$

其中

Y : 有效掃瞄長度，取決於透鏡焦距與角度。

f : 透鏡焦距。

θ : 掃瞄角度，其可容許最大範圍依規格限制。

而聚焦的光點的直徑可表示成：

$$2\omega = \kappa \times \lambda \times (f / \#) \quad (2-2)$$

其中

K : 一常數，取決於截面比例以及出入瞳規格[6]。

λ : 光源波長。

$f/\#$: 掃瞄透鏡光圈值，分母為入射光束直徑，通常與入射孔徑值同數量級。

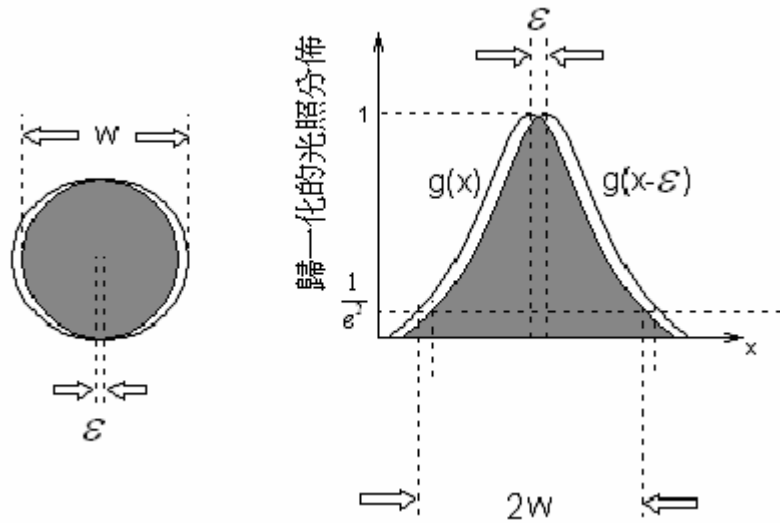
本實驗所採用的掃瞄透鏡主要規格[6]如下:

| 焦距長(mm) | 入射角有效 角度範圍(°) | 波長(nm) | 光圈值 | 光點直 徑 2ω (μm) | 有效掃瞄 長度 Y (mm) |
|---------|------------------|--------|------|---|------------------------|
| 294 | ± 30 | 1064 | 42.0 | 82 | 308 |

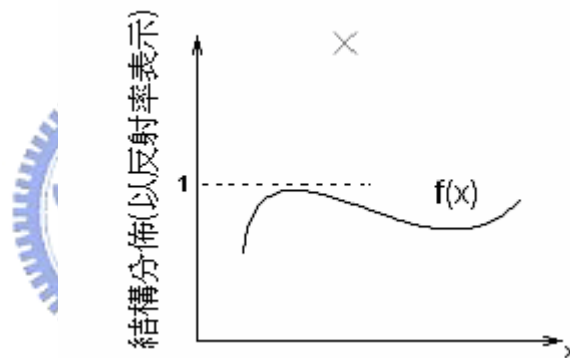
表 2-1 掃瞄透鏡規格

在本實驗裡，我們所使用的掃瞄器是由脈衝式伺服馬達(servo-loop motor)所控制，步進能力為 $\pm 20^\circ$ 內移動 2^{16} 格，每步旋轉角度 1.065×10^{-5} rad。由(2-1)式可知，在 $\pm 20^\circ$ 內的掃瞄長度為 205mm，則平均掃瞄間距約為 $6.26 \mu\text{m}$ 。

由上述討論，我們得知光點尺寸及掃瞄間距大小，接下來我們要計算這些參數與訊號的關係為何。一般掃瞄系統要辨視一點訊號的方法，是利用相鄰掃瞄位置的訊號差值來做分析(如圖 2-2 所示)，我們假設 $g(x)$ 是光探針亮度分佈，在此用一個高斯形式的亮度分佈來分析， ω 為半光



(a) 兩相鄰光點上視圖 (b) 兩相鄰光點剖面圖



(c) 樣品的結構分佈，以反射率表示

圖 2-2. 光點亮度分佈與樣品結構分佈示意圖

腰寬， ε 為掃描的步進間距， $f(x)$ 是樣品在空間的反射率分佈。則圖中光探針照度分佈函數如(2-3)式所示：

$$g(r) = \frac{2P}{\pi\omega(z)^2} e^{\frac{-2r^2}{\omega(z)^2}} = I_0 e^{\frac{-2r^2}{\omega(z)^2}} \quad (2-3)$$

其中 P 為入射光之總功率。

則兩相鄰點反射訊號差 ΔP 可求得：

$$\begin{aligned} \Delta P &= \left| \int_{-\omega}^{\omega} g(r)f(r)dr - \int_{-\omega+\varepsilon}^{\omega+\varepsilon} g(r-\varepsilon)f(r)dr \right| \\ &= I_0 \left[\left| \int_{-\omega}^{\omega} e^{-\frac{2r^2}{\omega^2}} f(r)dr - \int_{-\omega+\varepsilon}^{\omega+\varepsilon} e^{-\frac{2(r-\varepsilon)^2}{\omega^2}} f(r)dr \right| \right] \end{aligned} \quad (2-4)$$

因為 2-4 式的積分結果難以簡化且無法看出物理義涵，故我們以實際的參數來舉例說明。假設樣品反射函數為 $f(r) = f(x) = |0.1 \sin \pi x|$ ，振幅 0.1 是由於晶片背面掃瞄時能量大幅損失的緣故，而光點直徑為 $82\mu\text{m}$ ，掃瞄間距 $6.26\mu\text{m}$ 。將上列數據代入(2-4)式後我們可得 ΔP ：

$$\Delta P = 0.01517 I_0 = 1.436 \times 10^{-6} P \quad (2-5)$$

故

$$\Delta P / P = 1.436 \times 10^{-6} \circ$$



由上述結果可知，兩個相鄰位置所反射的訊號其差值與原輸入功率之比例極小。雖然這樣的結果看似嚴峻但卻與實驗結果相符，尤其當掃瞄愈細緻時，訊號差異也愈小，因此偵測器也愈難將這些細微的差異突顯出來。如圖 2-3 所示，左圖為晶片正面掃瞄，右圖則為左圖虛線部分由背面掃瞄的結果。雖然從背面成像中我們可看到清楚看到的區塊結構，但此結構僅為晶片正面之金屬接點($\sim 600\mu\text{m}$)，至於區塊內更細微的電路結構($\sim 5\mu\text{m}$)則因訊號差異太小而無法顯現出來。

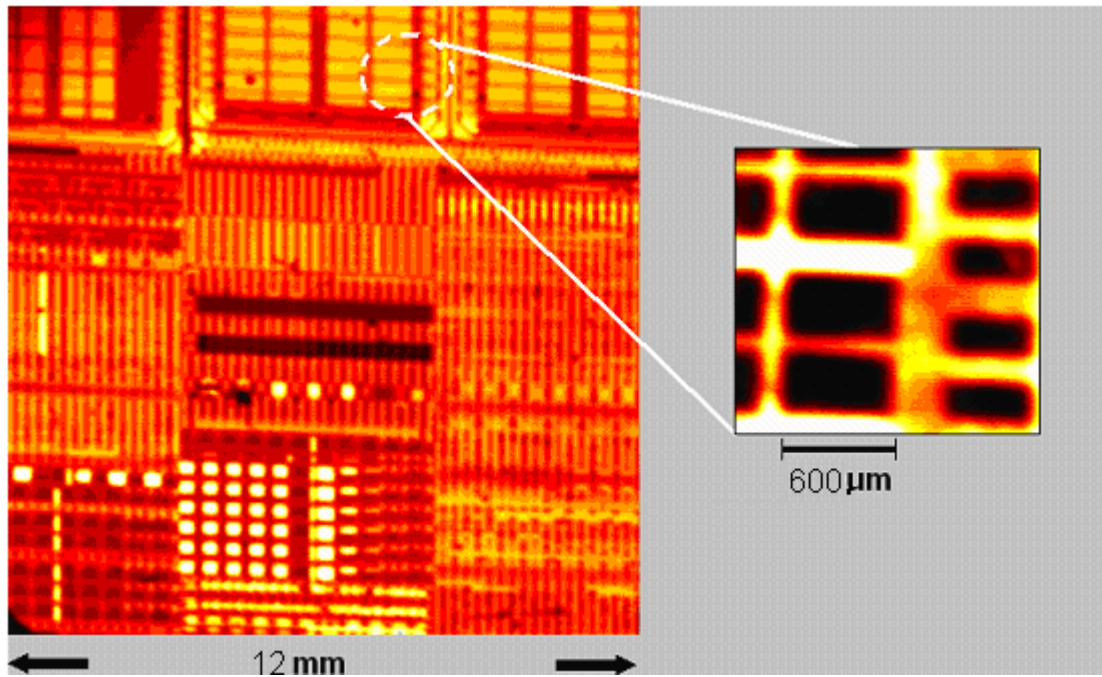
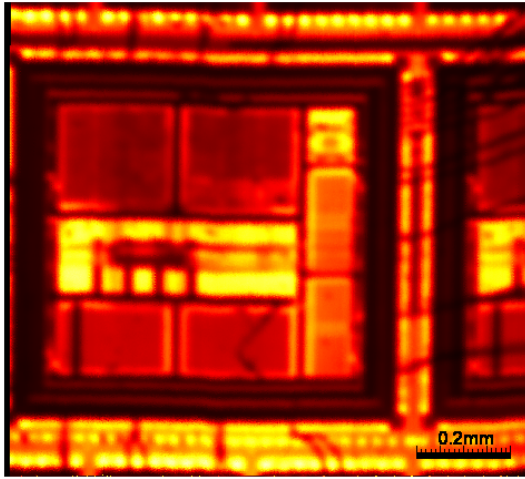


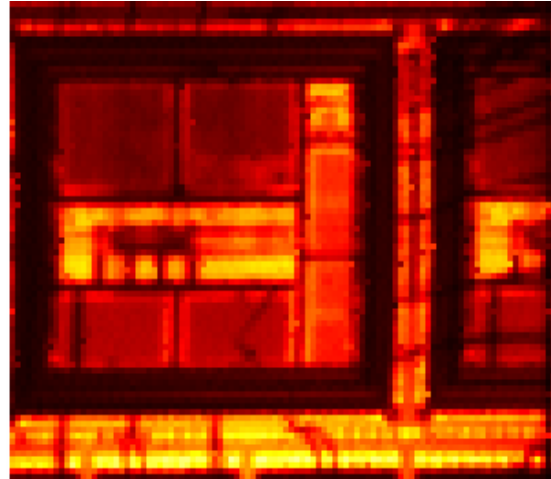
圖 2-3 矽晶片正面與背面掃瞄比較圖。左圖為矽晶片正面，右圖為對應的部份掃瞄影像。

至於在掃瞄過程中，採樣周期(掃瞄間距)有何限制？我們由採樣定理[7]可得到， $x \leq 1/2B_x$ 。其中 x 為採樣間距， $2B_x$ 為最小可包圍整個結構之頻譜邊長，故上述不等式可改寫為 $x < T_{\max}$ 。換句話說，我們所選用的掃瞄間距 $6.26\mu\text{m}$ 即為該系統可探測的最小結構。此外，在將資料數位化的同時，額外的採樣誤差也必然會被引入成像之中[8]，其誤差範圍在 $\pm\Delta/2$ 以內， Δ 為採樣間距。因此，為了降低數位化誤差，通常真正採樣間距會遠小於採樣定理所要求的下限。

圖 2-4 為利用不同掃瞄間距得到的正面影像，從兩者的比較中，我們可以清楚觀察掃瞄間距與圖像解析度的關係。



(a) 使用較小掃描間距，掃描邊長 1.2mm(800x800 像素)。



(b) 使用較大掃描間距，掃描邊長 1.2mm(100x100 像素)。

圖 2-4 矽晶片正面掃描間距與成像品質

2-3. 光點尺寸對成像影響

在本節中我們要討論另一個影響成像品質的因素，即光探針的尺寸大小。直覺上，在反射訊號充足的情況下，若光探針愈小，則訊號的點特性愈明顯，成像也愈細緻。接下來我們省略繁雜的運算與說明，僅由圖示來說明探針做一維採樣時尺寸與影像的關係。

在圖 2-5 裡，由上而下分別是光探針亮度分佈圖、樣品反射率分佈圖以及反射訊號分佈圖。其中光探針是時間與空間的函數，假設從時間 t 到 $t+T$ 之間，探針連續移動並掃過整個樣品結構，則得到反射訊號圖形可視為探針函數與樣品函數之相關函數(Correlation Function)。為方便計算，假設探針與樣品在空間上的分佈為矩形函數 $g(x,t)$ 及 $f(x)$ ，且 d 為探針寬度， D 為樣品結構的寬度。則光探針與樣品結構函數分別為：

$$f(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{D}\right),$$

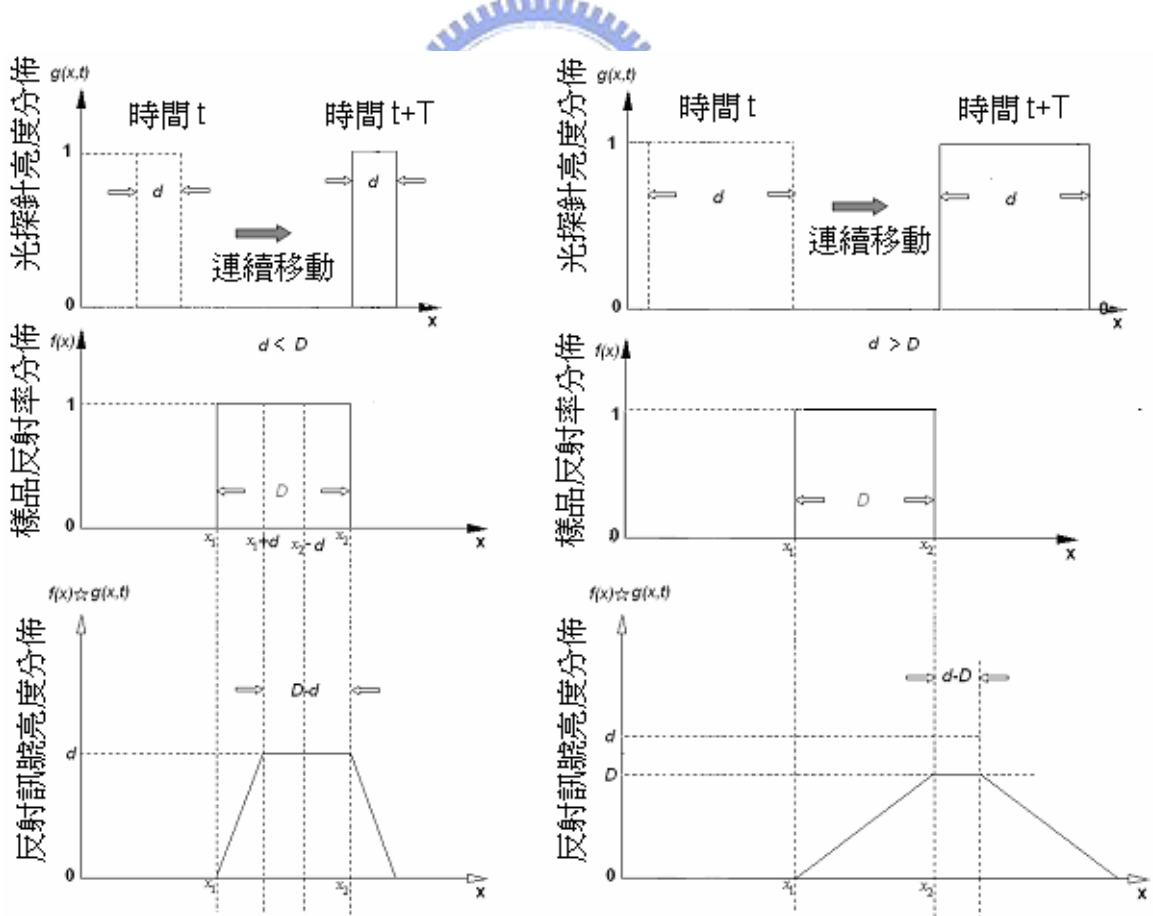
$$g(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{d}\right),$$

代入相關函數的定義中，可得到反射訊號的表示式為：

$$g(x) \star f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x') f^*(x'-x) dx'$$

$$= \begin{cases} x + \frac{d+D}{2}, & \text{for } \frac{-d-D}{2} < x < \frac{d-D}{2} \\ 1, & \text{for } |x| \leq \frac{D-d}{2} \\ -x + \frac{d+D}{2}, & \text{for } \frac{D-d}{2} < x < \frac{D+d}{2} \end{cases} \quad (2-6)$$

由(2-6)式的結果，我們得到圖 2-5 中的反射訊號圖形。



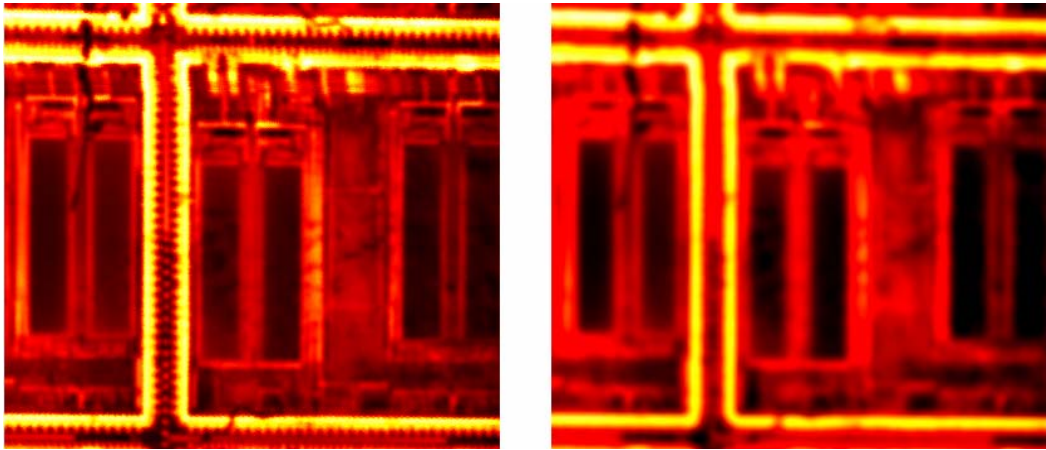
(a) 探針尺寸小, $d < D$

(b) 探針尺寸大, $d > D$

圖 2-5 探針尺寸與反射訊號關係圖。

圖 2-5 中之反射訊號為一邊緣外擴圖形(梯形)，此即有限探針尺寸所造成的圖形失真。由圖中可發現，當探針尺寸愈大，則失真情況也愈明顯。另外我們也發現，不論探針與樣品尺寸為何，圖形中心位置與樣品中心位置永遠相差 $d/2$ ，故探針尺寸愈大，則訊號的偏移也就愈為明顯。此定性說明適用於大部分的掃瞄系統，因此對任何掃瞄系統而言，探針的尺寸都是影響成像品質的重要關鍵。雖然如此，但就 2-4 節裡架設而言，由於縮小光探針的過程會有大量的光能損失，為了避免能量損失過多以致於反射訊號太小而被雜訊覆蓋，通常探針的尺寸只能維持在 $1\mu\text{m}$ 左右。而在第三章裡，我們將對不同等級的訊號與雜訊關係做詳盡的紀錄與說明，尤其對於晶片背面掃瞄而言，當訊號差異過於微小，很容易受到雜訊的干擾而降低成像品質。

由上述討論裡我們可以歸納出一個結論，要得到高解析度影像，掃瞄探針必須兼顧其探針尺寸、強度，以及掃瞄間距的大小，尤其當真正要做晶片背面成像時，由掃瞄透鏡組成的系統，其光點尺寸與掃瞄間距都不足以將晶片中微米等級的電路結構顯現出來。因此在 2-4 節裡，我們將利用高倍數物鏡取代掃瞄透鏡，並設計出一套解析度更高的掃瞄系統。圖 2-6 為光探針尺寸與正面成像品質的比較，由掃瞄透鏡系統所得。



(a) 使用較小光探針尺寸，掃瞄邊長 0.8mm。(800x800 像素)。
 (b) 使用較大光探針尺寸，掃瞄邊長 0.8mm。(800x800 像素)。

圖 2-6 矽晶片正面探針尺寸與成像品質

2-4. 矽晶片背面掃瞄架設與模擬

2-4-1. 架設概要

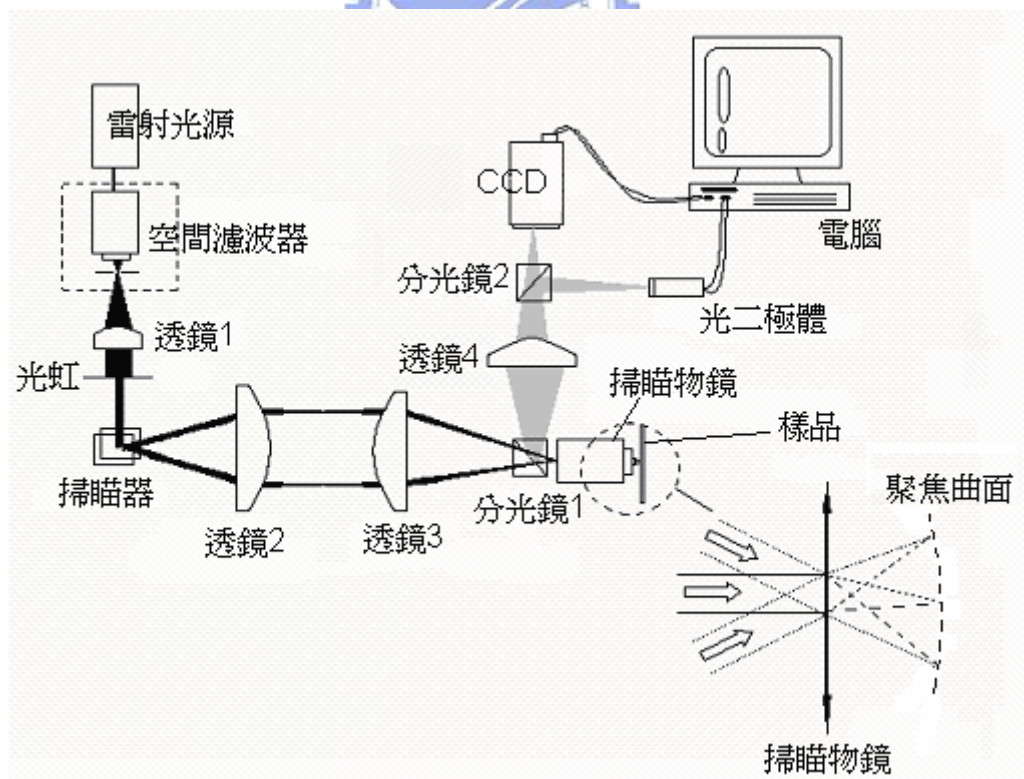


圖 2-7 架設概要圖

有別於利用掃瞄透鏡架設而成的系統，為了能有較小的掃瞄間距與探針尺寸，我們必須設計更複雜的系統以配合晶片內部的尺寸等級，其架設如圖 2-7 所示。但由於此系統的掃瞄面積縮小，解析度增加，故我們對光探針品質的要求也更嚴格，因此在雷射光源處，我們首先加入空間濾波器純化光模，並且以透鏡 1 做為光束準直與微調光束寬度之用。當光經過準直後，再經由光虹限制其穿透能量與寬度，最後入射到掃瞄器裡。由於從掃瞄器反射之光束近似由一小光點發出，因此我們置入透鏡 2 使反射光的路徑準直，並且利用透鏡 3 將光束引入掃瞄物鏡內進行掃瞄。圖 2-7 右下角為光束從不同角度入射物鏡時的聚焦示意圖。一般而言，由於入射的角度很小，故掃瞄範圍可近似一平面。

在此架設中我們特別提到幾點考量，一般的掃瞄系統通常只利用單純擴束來縮小聚焦尺寸，但由於矽晶片背面之矽基板其折射係數極大，若光束聚焦或入射的角度太大，其訊號都因全反射而在基板內嚴重散射而造成雜訊與失真。因此，我們選用焦距較長之透鏡 3 以縮小入射角度。最後，當光入射到樣品後，其反射訊號再經由分光鏡 1 與 2 分別引入兩個不同的感測器中。一為電荷耦合元件(Charge-Coupled Device, CCD)，其功能在於方便觀察掃瞄光點情況(如大小、強度等)，若在光路中加入擴散片(diffuser)後，則可以顯微鏡模式方便我們調整掃瞄區域及對焦；另一為光電二極體(photodiode)，我們用它做掃瞄時的佇列(queue)訊號接

收器，即每次只取得單一點之訊號強度，爾後再由電腦將訊號以點對點的方式逐一重建。最後，圖中透鏡 4 的功能在於加長掃瞄物鏡與 CCD 接物鏡之間的光學管長(optical tube length)，其目地在於方便我們有多餘的空間能置入分光鏡 2。

以上是整個系統的架設概要。在接下來章節，我們要逐一討論各個元件之功能與架設方法。

2-4-2. 空間濾波器與光虹

一般而言，剛出射的雷射光是一個接近鐘形、完美平滑的高斯曲線，為單模光 TEM_{00} 。但實際上經由空氣與透鏡上的雜質散射，光束通常摻雜些許雜訊，空間濾波器的目的便是為了消除這些雜訊。其原理是利用透鏡將光線聚焦在細小針孔上，由於光在焦平面上的空間分佈與光在頻域上的分佈只差一個比例關係[9]，因此高頻雜訊會分佈在焦平面座標較外圍處，如圖 2-8 所示，因此藉由擺設一微小針孔，我們可濾除這些由雜質所造成的高頻訊號。

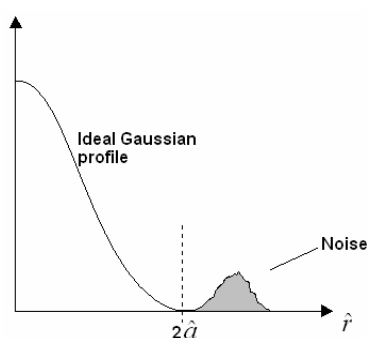


圖 2-8 受污染之高斯光在焦平面上的空間分佈圖

由於完美的高斯曲線在經傅氏轉換後，依然為一高斯曲線。故焦平面上的強度分佈依然可為一高斯分佈，如(2-7)式所示：

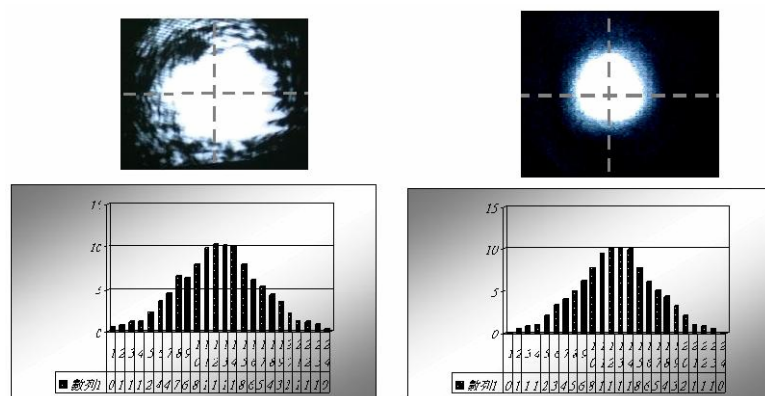
$$I(\hat{r}) = I_0 e^{-2(\frac{\hat{r}}{\hat{a}})^2} \quad (2-7)$$

其中 $\hat{a} = \lambda f / \pi \omega_0$ ， ω_0 為雷射光腰半寬， λ 為光波長，而 f 是透鏡之焦距。

至於雜訊部分屬於高頻訊號，分佈在高斯曲線外圍，故焦平面上之小針孔可視為是光的低通濾波器。理論上，針孔愈小，可通過的光模也就愈單純，但考量到邊緣繞射及能量損失等問題，由參考文獻[9]我們可得到針孔的最佳孔徑公式如(2-8)式所示。在此孔徑的針孔過濾下，不但可有效濾除大部分雜訊，且也僅有 0.7% 的能量損失。

$$D_{opt} = 2\lambda(f/\#) \quad (2-8)$$

假設我們使用的物鏡焦距為 5.0mm，波長 1.064 μ m，入射光直徑為 0.45mm，故得到最佳針孔直徑為 23.64 μ m。由於規格上的限制，我們將直徑 25 μ m 的針孔置入焦平面後，可得到圖 2-9(b)之圖形。



(a) 濾波前的光點分佈

(b) 濾波後的光點分佈

圖 2-9 濾波前後光點比較圖

接下來我們要介紹在架設圖中光虹的作用。一般而言，要縮小光點最好的方法是提鏡頭的高數值孔徑值(Numerical Aperture, NA)或縮短光源波長，但由於物鏡的 NA 值很難大幅提升，而選用光源波長太短又會被矽基板所吸收，故上述兩種方法皆不適用於矽晶片背面成像。因此，我們犧牲部分光能，以透過光虹限制透射光束尺寸的方式來縮小聚焦尺寸。已知掃瞄器反射鏡之有效開口為 3mm，故光虹開口直徑亦不得大於 3mm。假設在此口徑限制下，我們希望光的穿透率不小於原入射光的 10%，故可計算出透鏡 1 之焦距應該為何。

首先令濾波器之物鏡焦距為 f_0 ，透鏡 1 焦距為 f_1 ，光虹開口直徑為 a ，雷射光束半徑為 ω_0 ，則利用幾何原理可求得擴束後的光束半徑為 $\omega = (\omega_0 / f_0) f_1$ 。



已知高斯光束電場分佈為：

$$\tilde{E} = E_0 e^{j\varphi} e^{-(x^2+y^2)/\omega^2(z)} \quad (2-9)$$

故得到輸入總功率為

$$P_t = \iint_A \left| \tilde{E} \times \tilde{E}^* \right|^2 dA = \iint_A E_0^2 e^{-2(x^2+y^2)/\omega^2(z)} dA \quad (2-10)$$

其中積分範圍 A 為包括了整個光束之橫切面積，故將 x 與 y 參數從負無窮積分至無窮大，將(2-10)式簡化後可得結果如下：

$$P_t = \frac{\pi}{2} [E_0(z)]^2 [\omega(z)]^2 \quad (2-11)$$

其中 $E_0(z)$ 是橫切面中心之電場振幅， $\omega(z)$ 是光束寬度。將(2-11)式整理

過後可得到：

$$E_o(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(z)} \sqrt{P_t} \quad (2-12)$$

同樣地，再利用(2-10)式的方法，我們可求得穿過光虹之功率：

$$P(a) = \int_0^a E_o^2 e^{-2r^2/\omega^2} (2\pi r dr)$$

故功率穿透比為：

$$P_{frac} = \frac{P(a)}{P_t} = \frac{1}{P_t} \int_0^a E_o^2 e^{-2r^2/\omega^2} (2\pi r dr)$$

將上式積分後可得到：

$$P_{frac} = 1 - e^{-2a^2/\omega^2}$$

其中 $\omega = (\omega_o / f_o) f_1$ ，故可得到功率穿透比：

$$P_{frac} = 1 - e^{\frac{-2a^2}{(\omega_o f_1 / f_o)^2}} \quad (2-13)$$

現在假設 $a = 3 \text{ mm}$ ， $f_o = 5 \text{ mm}$ ， $\omega_o = 0.225 \text{ mm}$ ，穿透光虹功率比為

10%，代入(2-13)式後

$$0.1 = 1 - e^{\frac{-18}{(0.225 \times f_1 / 5)^2}}$$

故推得

$$f_1 = 290 \text{ mm}。$$

由以上計算可知，光虹在最大有效開口下(3mm)要能通過 10%的光能，則使用的透鏡其焦距為 290mm。然而受限於現有透鏡之規格，我們以焦距 250mm 之透鏡取代之，並反推得功率穿透率為 13.25%。

考慮一應用於背面掃描成像的真實例子，假若我們將光虹開口縮小至 0.3mm，則由式子(2-13)求得功率穿透率為 1.59%。就本實驗而言，雷射輸出功率為 250mW，故穿透功僅僅 4mW 左右。雖然此光能能量很小，但慶幸的是，就實驗結果看來，這樣的能量對大部分背面掃描成像而言已經足夠了。

由以上討論，我們得到光束強度與光虹關係。而接下來則要討論，隨著光虹開口縮小，其光能在焦點平面上的圖形分佈為何。

首先由 $\omega = (\omega_0 / f_1) f_2$ 可知，入射光虹前，其光束直徑已被擴束為 22.5mm，若光虹開口直徑僅為 0.5mm，則可將此問題視為一平面波入射至一小孔上(如圖 2-10 所示)。

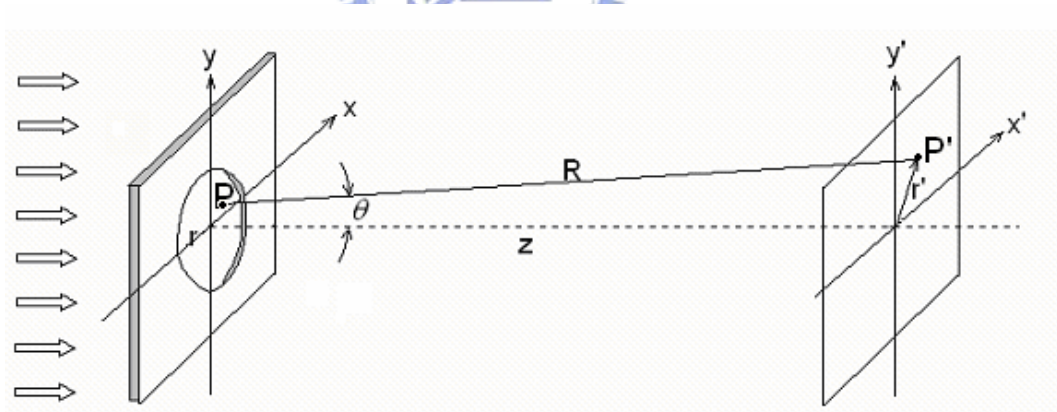


圖 2-10 繞射機制示意圖

假設在平行光在穿透小孔後之光場分佈為 $U(x, y)$ ，投影至 $x'y'$ 平面上之光場分佈為 $U'(x, y)$ ，從克希荷夫繞射理論可推得：

$$\begin{aligned}
 U'(P') &= \frac{1}{j\lambda} \iint_A U(P) \frac{e^{jkR}}{R} \cos\theta \, ds \\
 &= \frac{z}{j\lambda} \iint_A U(P) \frac{e^{jkR}}{R^2} \, ds \quad (2-14)
 \end{aligned}$$

其中

$$R = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + z^2}$$

在(2-14)式裡，通常分子中的 e^{jkR} 隨著 R 值的變化遠大過分母隨 R 值的變化(因 k 值極大)，故分母在積分式中可視為常數 z 而提出積分符號外，而分子則對 R 取一階近似後可得到：

$$R \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x'-x}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y'-y}{z} \right)^2 \right]$$

故(2-14)式可改寫為

$$\begin{aligned}
 U'(x', y') &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{j\frac{2\pi z}{\lambda} \left[\left(\frac{x'-x}{z} \right)^2 + \left(\frac{y'-y}{z} \right)^2 \right]} \, dx dy \\
 &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{j\frac{\pi}{\lambda z} [(x'-x)^2 + (y'-y)^2]} \, dx dy \\
 &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{j\frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z} (x'x + y'y)} \, dx dy \quad (2-15)
 \end{aligned}$$

觀察積分式中的 $e^{j\frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)}$ ，若指數項中的 z 遠大於 $\frac{(x^2 + y^2)_{\max}}{\lambda}$ ，則指數項則趨近於 1，這樣的條件稱為夫琅和費(Fraunhofer)繞射條件。其中我們將 $(x^2 + y^2)_{\max}$ 以光虹直徑平方代入，可得到 $a^2 / \lambda = 25\text{cm}$ 。而本實驗裡光虹與物鏡距離約 1.2m，故符合此繞射條件。於是(2-15)式可簡化

為

$$U'(x', y') = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}(x'^2+y'^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x'x+y'y)} dx dy \quad (2-16)$$

令

$$f_x = x' / \lambda z$$

$$f_y = y' / \lambda z$$

則

$$\begin{aligned} U'(x', y') &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}(x'^2+y'^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy \\ &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}(x'^2+y'^2)} \mathfrak{F}\{U(x, y)\}_{f_x=x'/\lambda z, f_y=y'/\lambda z} \end{aligned}$$

為方便圓孔計算，我們將上式改為極座標形式，即

$$U'(r') = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}r'^2} \mathfrak{F}\{U(r)\}_{f_r=r'/\lambda z} \quad (2-17)$$

其中

$$f_r = (f_x^2 + f_y^2)^{1/2} = r' / \lambda z \circ$$

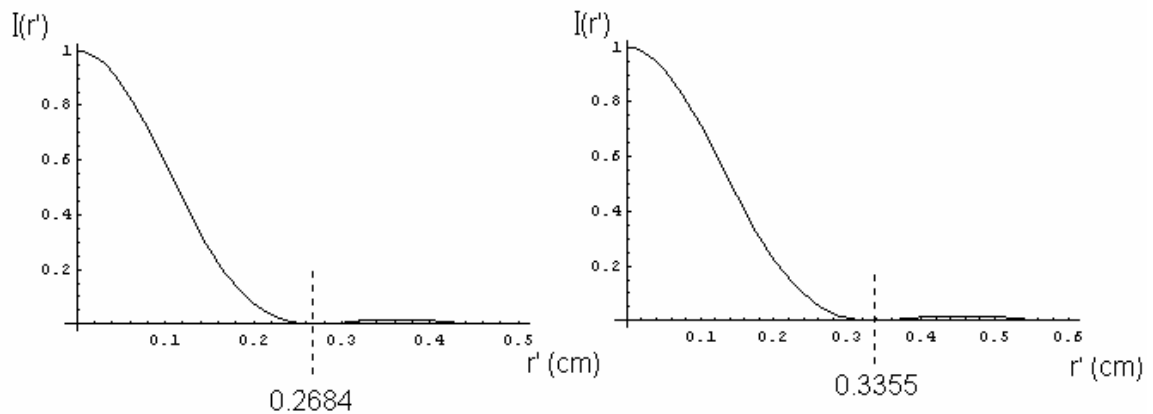
已知圓孔直徑為 a ，故 $U(r) = \text{circ}(\frac{r}{a/2})$ ，代入式子(2-17)後得到

$$\begin{aligned} U'(r') &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}r'^2} \mathfrak{F}\{\text{circ}(\frac{r}{a/2})\}_{f_r=r'/\lambda z} \\ &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}r'^2} \frac{a^2}{4} \frac{2J_1(\pi a f_r)}{a f_r} \\ &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}r'^2} \frac{a^2}{4} \frac{2J_1(\pi a r' / \lambda z)}{\pi a r' / \lambda z} \end{aligned} \quad (2-18)$$

此即為光在 $x'y'$ 平面上之光場分佈，但由於偵測器所量到之訊號為強度，故將(2-18)兩邊平方後，可得到強度分佈為：

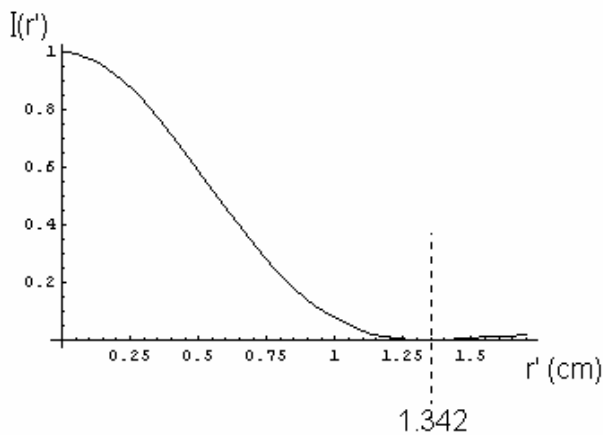
$$I'(r') = (\pi a^2 / 4 \lambda z)^2 \left[\frac{2J_1(\pi a r' / \lambda z)}{\pi a r' / \lambda z} \right]^2 \quad (2-19)$$

其中 $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$, $z = 110\text{cm}$ ，而 a 以 $500\mu\text{m}$ 、 $400\mu\text{m}$ 及 $100\mu\text{m}$ 代入(2-19)式中，可分別求得歸一化之強度分佈如圖 2-11 所示，其中第一暗紋位置可由 $r' = 1.22 \frac{\lambda z}{a}$ 求得[11]。



(a) $a = 500\mu\text{m}$ 之強度分佈

(b) $a = 400\mu\text{m}$ 之強度分佈



(c) $a = 100\mu\text{m}$ 之強度分佈

圖 2-11 光虹孔徑與強度分佈關係圖

要注意的是，圖 2-11 並非真正入射物鏡之寬度，因為路徑中間還經過兩面凸透鏡，但通常這僅會影響圖像之縮放比例，並不影響聚焦光之分佈圖形[10]。

由圖中可發現，光大部分強度主要分佈第一暗紋以內之區域，此區稱為 Airy 圓盤，其強度遠大於任何旁瓣強度。事實上由文獻[11]可知，Airy 圓盤的強度佔了總強度的 84%，而能量次大的第一旁瓣也僅佔了 7%，因此我們可利用 Airy 圓盤做為掃瞄探針，而旁瓣之干擾則幾乎可忽略不計。此外可發現，當光虹開口直徑愈小，入射物鏡之光束也愈大，聚焦後之光點尺寸也就愈小，這也驗證了我們利用光虹縮小光探針尺寸的想法。但要特別注意一點，就是當光虹開口愈小時，探針的能量也會大幅減少，因此在兼顧能量與尺寸之考量下，我們通常取光虹直徑介於 300 μm 至 500 μm 之間。

2-4-3. 球差的計算與消除方法

在利用擴束及光虹決定光束性質後，接下來討論光入射物鏡時，其入射角度、位置與球面像差的關係為何。由文獻[12]及[13]之討論可知，對於球面透鏡而言，當入射光不再符合近軸光學假設時，則會產生所謂的球面像差。因此接下來我們要詳細地推導出球差公式，並從式中找出消除像差的方法。圖 2-12 為球差機制示意圖。

$$\frac{n_o}{S} = \frac{n_o}{r} - \frac{n_o}{r} \frac{\sin I}{\sin U + \sin I} \quad (2-22)$$

同理由式子(2-21)可得到

$$\frac{n'}{S'} = \frac{n'}{r} - \frac{n'}{r} \frac{\sin I'}{\sin U' + \sin I'} \quad (2-23)$$

上列兩式相減後得到

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n_o}{S} = \frac{n' - n_o}{r} - \frac{1}{r} \left(\frac{n' \sin I'}{\sin U' + \sin I'} - \frac{n_o \sin I}{\sin U + \sin I} \right) \quad (2-24)$$

由折射定律:

$$n' \sin I' = n \sin I$$

代入(2-24)式，

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n_o}{S} = \frac{n' - n_o}{r} + \frac{n_o \sin I}{r} \left(\frac{1}{\sin U + \sin I} - \frac{1}{\sin U' + \sin I'} \right) \quad (2-25)$$

此外我們再將公式(2-20)兩邊各加1，

$$\frac{S}{S-r} = \frac{\sin U + \sin I}{\sin I} \quad (2-26)$$

把上式代入(2-25)式，得到

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n_o}{S} = \frac{n' - n_o}{r} + \frac{n_o S - r}{r S} \left(1 - \frac{2 \sin \frac{U+I}{2} \cos \frac{I-U}{2}}{2 \sin \frac{U'+I'}{2} \cos \frac{I'-U'}{2}} \right)$$

但 $U+I=U'+I'=\varphi$ ，故上式簡化為:

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n_o}{S} = \frac{n' - n_o}{r} + \frac{n_o S - r}{r S} \left(\frac{\cos \frac{I'-U'}{2} - \cos \frac{I-U}{2}}{\cos \frac{I'-U'}{2}} \right)$$

(2-27)

引用三角公式 $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\beta + \alpha}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$ 。式子(2-27)可再簡化為：

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n_0}{S} = \frac{n' - n_0}{r} + 2 \frac{n_0(S-r)}{rS} \left(\frac{\sin \frac{I-U+I'-U'}{4} \sin \frac{I-U-I'+U'}{4}}{\cos \frac{I'-U'}{2}} \right)$$

因 $U' = U + I - I'$ ，代入上式後可得：

$$\frac{n'}{S'} = \frac{n}{S} + \frac{n' - n}{r} + 2 \frac{n(S-r)}{rS} \left(\frac{\sin \frac{I'-U'}{2} \sin \frac{I-I'}{2}}{\cos \frac{I'-U'}{2}} \right) \quad (2-28)$$

公式(2-28)是把折射前後的截距 S 及 S' ，連結在一起的代數式，對於任何光線無論傾角大小都是成立。假設我們的系統符合近軸光學，並以 s 與 s' 分別代表近軸光線在光軸上的截距以取代 S 及 S' ，則式子(2-24)可

再簡化為：

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n_0}{s} = \frac{n' - n_0}{r} - \frac{1}{r} \left(\frac{n'I'}{U'+I'} - \frac{nI}{U+I} \right) \quad (2-29)$$

由近軸之折射定律可知 $n'I' = nI$ ， $U'+I' = U+I$ ，故最後可簡化成：

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n_0}{s} = \frac{n' - n_0}{r} \quad (2-30)$$

上式與(2-28)式最大的不同在於(2-28)式必須先從三角計算後才可得到 S 與 S' 的關係，而(2-30)式在近軸條件下可直得到 s 與 s' 的關係。

我們把式子(2-28)與式子(2-30)相減可得：

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n'}{s'} = \frac{n_0}{S} - \frac{n_0}{s} + 2 \frac{n_0(S-r)}{rS} \frac{\sin \frac{I'-U'}{2} \sin \frac{I-I'}{2}}{\cos \frac{I'-U'}{2}}$$

$$\frac{n'(s'-S')}{S' \times s'} = \frac{n_o(s-S)}{S \times s} + 2 \frac{n_o(S-r)}{rs} \frac{\sin \frac{I'-U}{2} \sin \frac{I-I'}{2}}{\cos \frac{I'-U'}{2}}$$

令 $s'-S'=LA'$, $s-S=LA$ 。

$$LA' = \frac{n_o}{n'} \frac{S's'}{Ss} LA + 2 \frac{n_o}{n'} \frac{S's'}{rS} (S-r) \frac{\sin \frac{I'-U}{2} \sin \frac{I-I'}{2}}{\cos \frac{I'-U'}{2}} \quad (2-31)$$

LA' 稱為球差值，即近軸與偏軸光線落在光軸上之差值，而此也是造成像差的主要原因。至於要如何消除 LA' ？由式子(2-31)可知，最簡單的方式就是讓 $S'=0$ ，也就是要讓任何角度之入射光都穿過折射球面之頂點 O ，即可消除球差。若將上述結論套用在複合透鏡組上(如圖 2-13 所示)，則表示如要消除球面像差，則不論入射第一折射面 $R1$ 之光線角度、位置為何，最後都必須穿過複合透鏡最後一折射球面 $R9$ 之頂點。但在實際架設時，通常我們只能觀察到光在物鏡第一折射面 $R1$ 的情形，因此要如何確認光能聚焦在 $R9$ 之頂點？

故接下來在 2-4-4 節中，我們將利用模擬方式，以得到光點在 $R1$ 上的掃瞄情形。

2-4-4. 模擬

由於本實驗是採用不可見光做為光源，不論在架設或觀察上都相當困難，因此透過模擬軟體協助，我們可間接觀察到各個元件變動時對整體光路的影响，並且將模擬結果套用在實際架設上。

首先先簡介本實驗所使用的模擬軟體—TracePro，它是一套利用光路追跡(Ray-Tracing)法與波動光學所設計的 3D 模擬軟體，可提供使用者各種光源與材料參數用以模擬光學元件及光路安排，進而使我們能觀察散射、繞射、吸收、折射與反射等各種現象。其詳細的功能及說明可參考 Lambda Research 公司的網頁介紹[14]。

在我們正式用 TracePro 模擬整個系統以前，首先我們要將所使用的元件及光源參數整理出來，其結果如下列各表格所示。

- 光源參數

表 2-2 是我們所使用之光源參數，其中光源形式是指未經任何處理之原始光源；而模擬下限 1%是指光在追跡過程中，光線因散射或吸收等因素使得強度降至 1%以下時，則模擬軟體會自動忽略此光線的影響；至於光腰半寬及發散半角，則為雷射規格書中的特性參數。

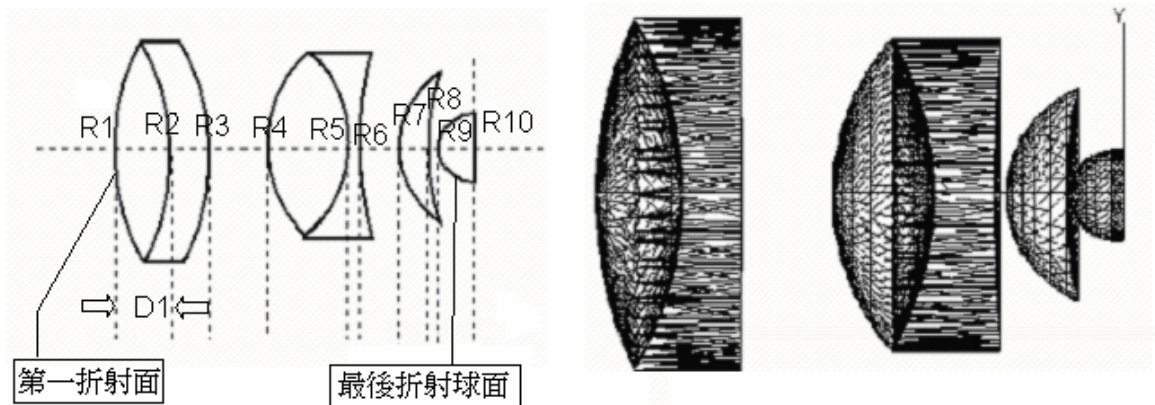
| 光源形式 | 光源輸出功率 (mW) | 模擬下限 (Threshold) (%) | 光腰半寬 (mm) | 發散半角 (mrad) |
|------|----------------|-------------------------|--------------|----------------|
| 高斯光 | 250 | 1 | 0.225 | 1.8 |

表 2-2 雷射光規格表

- 掃瞄物鏡規格

圖 2-13 為掃瞄物鏡示意及模擬圖，我們將透鏡參數列於表 2-3 中，這些參數值可由文獻[15]中獲得。其中 R1 至 R10 分別為由左至右所有

界面之曲率半徑，D1 至 D10 則為光軸上由左至右所有界面之厚度。



(a)高倍率物鏡示意圖

(b)實際物鏡模擬圖

圖 2-13 物鏡示意與模擬圖

| 曲率半徑(mm) | | 厚度與距離(mm) | | 折射率(左至右) | 色散係數 | 附註 |
|----------|----------|-----------|------|----------|------|---|
| R1 | 7.44 | D1 | | | | 60X，消色 差，焦距 1.96mm， 工作距離 0.15mm |
| R2 | -5.66 | D2 | 1.50 | 1.5110 | 64.3 | |
| R3 | -101.82 | D3 | 1.00 | 1.7395 | 28.2 | |
| R4 | 4.02 | D4 | 1.49 | 1.0 | | |
| R5 | -5.29 | D5 | 1.75 | 1.5004 | 66.0 | |
| R6 | 34.015 | D6 | 1.00 | 1.6475 | 33.9 | |
| R7 | 2.00 | D7 | 0.20 | 1.0 | | |
| R8 | 7.88 | D8 | 1.00 | 1.5110 | 64.3 | |
| R9 | 0.78 | D9 | 0.05 | 1.0 | | |
| R10 | ∞ | D10 | 0.92 | 1.5263 | 60.1 | |

表 2-3 物鏡規格

● 其它元件參數

至於上述所提及的其它元件還包含了空間濾波器、透鏡 1~4，以及掃瞄器角度範圍。但由於詳細規格過於繁瑣，因此我們僅列出各物件主

要參數(如表 2-4)。

| | | | | |
|-----------------------|-----------------------------------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 濾波器之物鏡 焦距(mm) | 透鏡 1 焦距 (mm) | 透鏡 2 焦距 (mm) | 透鏡 3 焦距 (mm) | 掃瞄物鏡之 焦距(mm) |
| 5 | 250 | 40 | 96 | 2.9 |
| 掃瞄物鏡之 工作距離 (mm) | 濾波器之針 孔尺寸 (μm) | 光虹開口半 徑(mm) | 掃瞄器垂直 掃瞄張角 ($^{\circ}$) | 掃瞄器水平 掃瞄張角 ($^{\circ}$) |
| 1.3 | 25 | 0.5 | ± 2.5 | ± 2.5 |

表 2-4. 各個元件主要參數

特別一提的是，透鏡 2 之焦距為 40mm，而透鏡 3 則為 96mm。原因如同我們在 2-4-1 節所提到的，是為了縮小入射角度以減少光在矽基板內散射情形。此外表格可知，掃瞄器掃瞄範在 $\pm 2.5^{\circ}$ 以內，故藉由透鏡 2 與透鏡 3 之幾何關係可推得光入射物鏡之角度會在 $\pm 1.04^{\circ}$ ($\pm 0.01815 \text{ rad}$) 以內。且由實驗結果，我們得到圖片邊長約 $500\mu\text{m}$ ，步進數為 15000 格，故可推掃瞄間距可約為 $0.03\mu\text{m}$ 。對大部分電路結構而言，這樣的掃瞄間距已足夠小，故成像品質的好壞幾乎只取決於光探針的強度與大小。

我們將以上討論的結果代入模擬軟體裡，可得到圖 2-14，其主要元件間的距離亦標示於圖中。

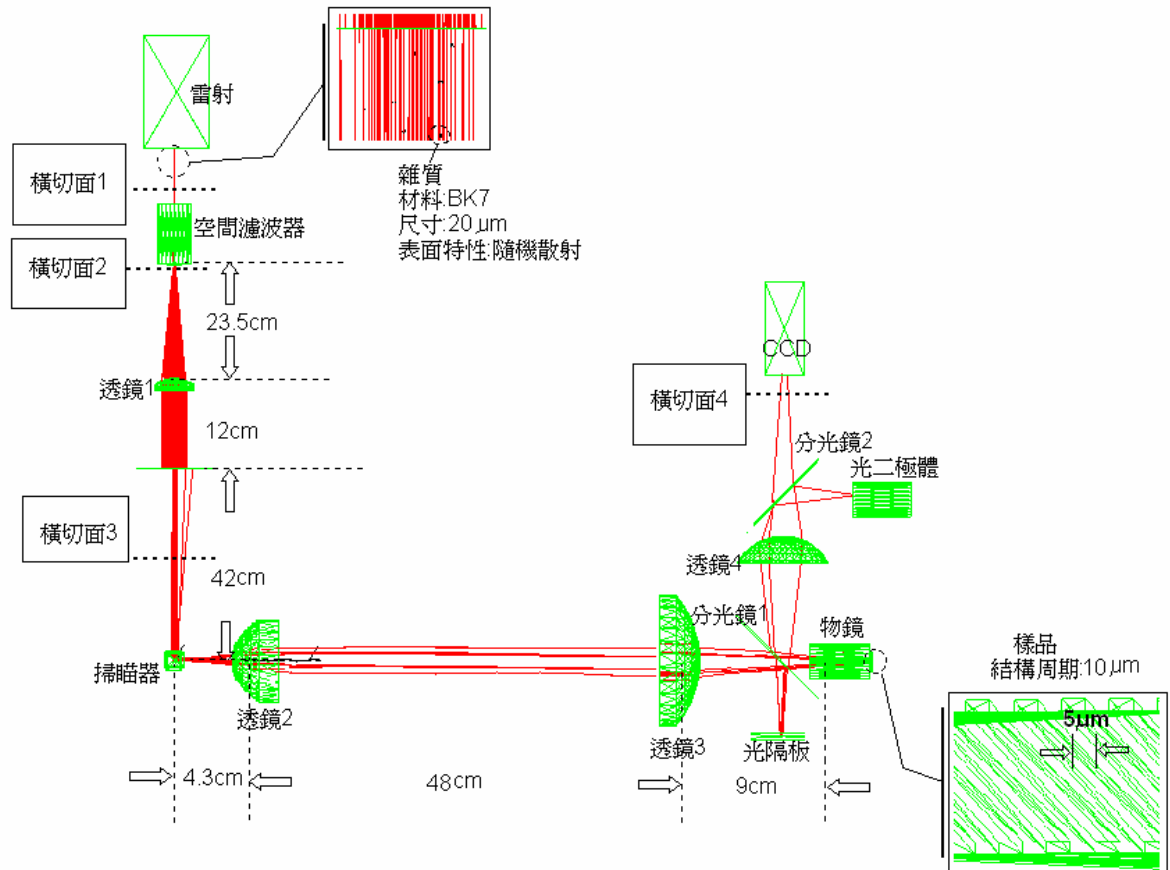
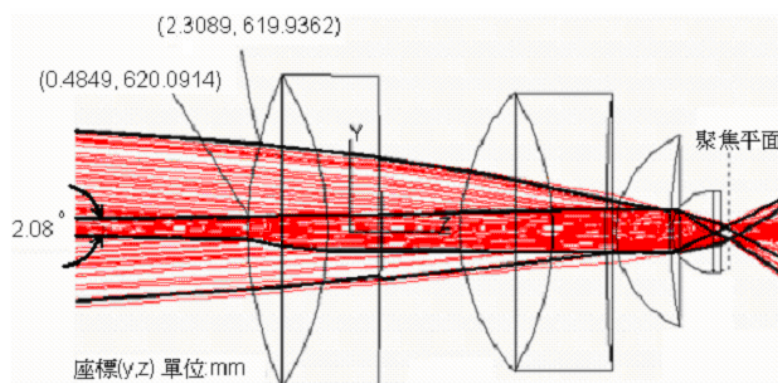


圖 2-14 模擬架設圖

注意圖 2-14 中，光入射物鏡之情形。在 2-4-3 節我們曾經問過，當物鏡之球面像差消除時，則光入射第一折射面 R1 的應該情形如何？一般而言，這類的問題要經過複雜的幾何運算後方能推出結果，但在模擬視窗中，我們只需不斷調整物鏡位置，直至光不論從任何角度、位置入射，最後都會聚集在最後一球面折射面之頂點即可。故由模擬圖 2-15 我們可得知，當調整至任何在 $\pm 1.04^\circ$ 以內入射物鏡的光線都會通過 R9 球面頂點時，則可得到光束邊緣在 R1 面上之座標位置分別為(2.3089mm, 619.9362mm)與(0.4849mm, 620.0914mm)，光掃動約 1.82mm。換句話說，當球面像差消除時，則光點在第一折射面上偏離原點最大距離為

0.91mm 時，此即為最小球面像差之架設。

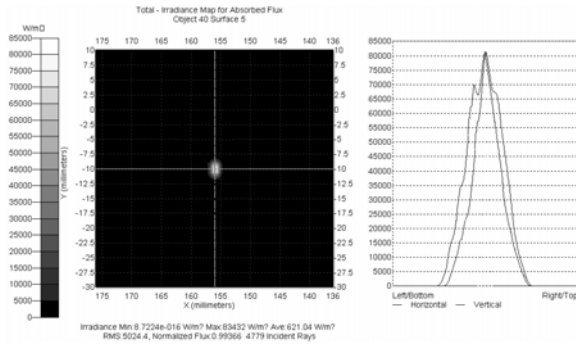
此外要注意到在設計光路的過程中，光在入射面之掃動範圍不可大於物鏡有效入射孔徑，以免產生額外的入射光損失。圖 2-15 中，光束在掃動過程中所包括到的範圍約 4mm，而物鏡有效入射孔徑 4.5mm，故這樣的設計合乎入射孔徑限制。



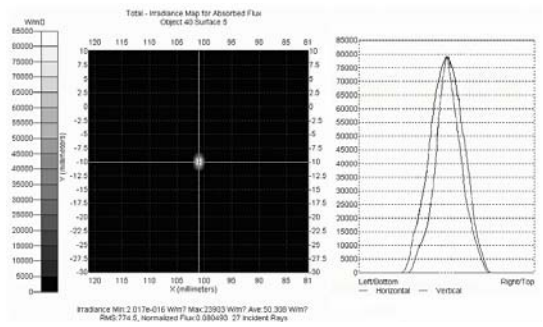
2-15. 模擬物鏡球差消除機制

至於要如何將模擬結果應用在實際架設上？首先我們令掃瞄器對光束做 $\pm 2.5^\circ$ 來回掃瞄，用檢測卡觀察光點在物鏡第一折射面上移動情形。接著我們對物鏡與透鏡 3 之間的距離進行微調，直至光點在第一折射面上偏離中心點的擺動振幅約 1mm 時，即為球差影響最小之距離。

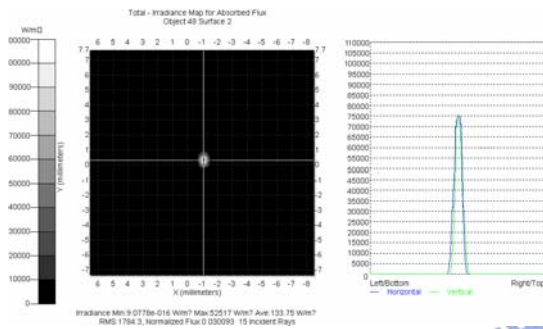
最後，我們利用模擬軟體在觀察圖 2-14 中，各個光路徑橫切面之模擬成像為何。如圖 2-16 所示，其結果皆與各種分析及實驗過程所觀察到的結果大致相符。其中(a)至(b)為光經過空間濾波器前後強度分佈，(c)為光經過光虹之強度分佈，(d)為光入射物鏡之強度分佈，而(e)為多道不同角度之入射光之訊號疊加後的圖形，樣品為 $10\mu\text{m}$ 之周期結構。



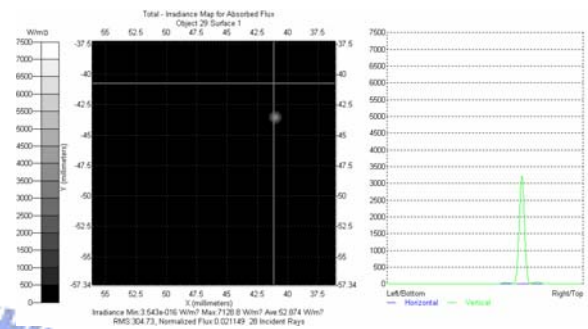
(a) 橫切面 1，受雜質汙染之光強度分佈圖。



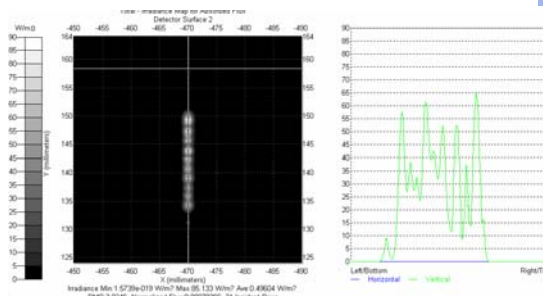
(b) 橫切面 2，濾波後之光強度分佈圖。



(c) 橫切面 3，經光虹限制後的光強度分佈圖。



(d) 橫切面 4，入射物鏡之光強度分佈圖。



(e) 橫切面 4，多道入射光之重組影像。

圖 2-16 圖 2-14 中之橫切面模擬強度分佈圖

由於不可見光在架設上相當困難，故本章節中，我們介紹本實驗如何使用模擬軟體提升分析與架設的效率。但模擬軟體的功能不僅能輔助實際架設，其另一個的好處是，即使缺乏真實元件，我們依然可透過軟體比較各種儀器與架設之優劣性，並事先預測定我們所需要的元件規格為何。

參考文獻:

- [1] I. Gorog, P.V. Goedertier, J.D. Knox, I. Ladany, J.P. Wittke, and A.H. Firester, "Information scanning technology: application of cw ALGaAs injection lasers," Appl. Opt. 15, pp. 1425, 1976.
- [2] Neil MAA, Juskaitis R, Wilson T. "Method of obtaining optical sectioning by using structured light in a conventional microscope." Opt Lett 22, pp. 1905–1907, 1997.
- [3] Kazuhiro Honda, Susumu Takashima, "Chromatic and Spherical Aberration Correction in the LSI Inspection Scanning Electron Microscope," JEOL. News Vol.38. No.1, pp.40. ,2003
- [4] G.T. Bauer, H.B. Lechner, "Measurement of the Longitudinal spherical aberration of soft contact lenses," Optics Letters, Vol.4. No.7., pp.224-29, July 1979.
- [5] "Optics Guide 4," Melles Griot, pp. 8-4 – 8-14, 1988.
- [6] "Optics Guide 4," Melles Griot, pp. 8-15 – 8-17, 1988.
- [7] Joseph W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics," Addison Wesley, 2nd ed., pp.22-26, 2001.
- [8] J.C. Candy and G.C. Temes "Oversampling Methods for Data Conversion," IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, Vol.2, pp.498-502, May 1991.
- [9] "The Newport Catalog," Newport Co. p.558. ,1994.
- [10] Joseph W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics," Addison Wesley, 2nd ed., pp.129-30, 2001.
- [11] Eugene Hecht, "Optics," Addison Wesley, 3th ed., pp.459-61, 1998.
- [12] M. J. Booth T. Wilson, "Refractive-index-mismatch induced aberrations in single-photon and two-photon microscopy and the use of aberration

correction,” Journal of Biomedical Optics 6(3), pp. 266–272, July 2001.

[13] Frank J. Pedrotti, Leno S. Pedrotti,” Introduction to Optics” , Prentice Hall, 2nd ed., pp.91-96, 1992

[14] ”TracePro: Applications and Features ,” Lambda Research Co., 2005.
(<http://www.lambdares.com/products/tracepro/index.phtml>)

[15] 林友苞，”光學設計導論”，國防工業出版社，pp.323-29, 1960.

