

Chapter 2 量子尖端接觸與量子點系統的特性

本章先介紹 GaAs/AlGaAs 二維電子氣系統的結構與特性。並介紹量子尖端結構(quantum point contact)與量子點系統的傳輸特性理論。在量子點系統的理論方面，我們會介紹開放式量子點與封閉式量子點的傳輸特性與現象，並在第四章，將封閉式量子點的理論和我們在實驗上所觀察到的封閉式量子點現象做比較與分析。

2.1 GaAs/AlGaAs 二維電子氣系統

我們使用的樣品為用分子束磊晶技術(molecular-beam-epitaxy)所製作的 GaAs/AlGaAs 異質結構 (GaAs/AlGaAs heterostructure)，是由以色列的 Umansky 團隊所提供之圖為圖 2.1，因為 AlGaAs 的能隙(energy gap)比 GaAs 的能隙大，而使介面處的能帶扭曲，形成一個位能井的結構。一般在二維電子氣系統的費米能量(Fermi energy， E_F)約為 10meV，而位能井中的最低次能帶(sub-band)與下一個次能帶之間的能量差約為 150meV，所以電子被侷限在最低次能帶，只能在 X-Y 平面運動，無法在 Z 方向傳播，形成二維電子層，即稱為二維電子氣 (two-dimensional electron gas，2DEG)【7,8】。

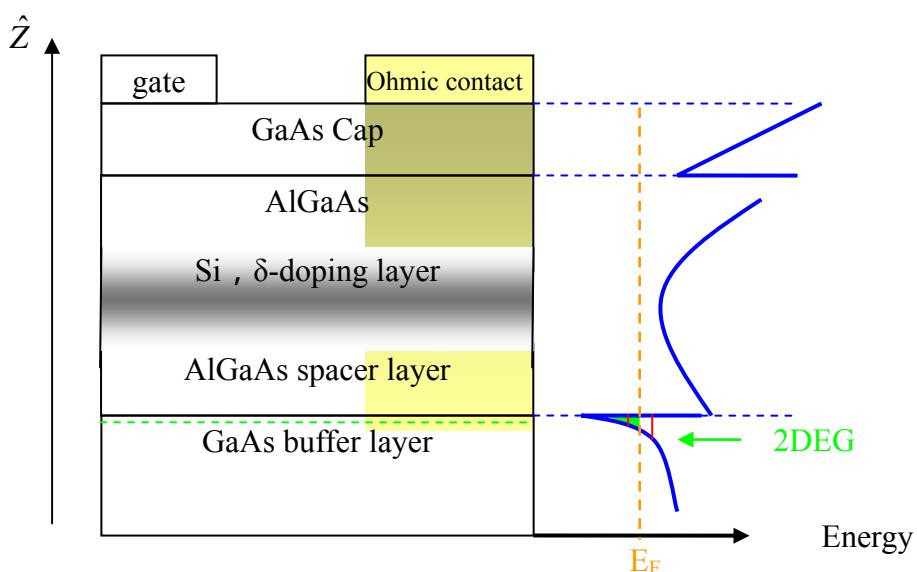


圖 2.1 二維電子氣系統(two-dimensional electron gas，2DEG)的結構圖與能帶圖。

AlGaAs 與 GaAs 的晶格常數很相近(AlGaAs:0.56611nm,GaAs::0.56533nm)，使得 GaAs/AlGaAs 異質接面處有較佳的晶格匹配度(lattice match)，降低接面處產生缺陷(defect)的機會。而 AlGaAs spacer layer 把摻雜 Si 雜質的摻雜層(doping layer)隔開來，可減少在 2DEG 中傳輸的電子被雜質散射。基於這兩個性質，在 2DEG 中的電子有高遷移率(mobility)的特性，遷移率(mobility)約 $10^5\sim 10^6 \text{cm}^2/\text{sV}$ 的大小，電子的平均自由路徑(mean free path)可達到數十微米(μm)的數量級。

2.2 量子尖端接觸(quantum point contact)與量子化電導

我們有興趣的物理現象，如量子化電導、量子尖端接觸系統、量子點系統，均需要在介觀範疇(Mesoscopic Regime)下觀察，介觀系統可分為擴散範疇(diffusive regime)、彈道範疇(ballistic regime)與量子化範疇(quantization regime)【9】。擴散範疇是指樣品大小 L 介於電子平均自由路徑(mean free path， l_e)與相位同調長度(phase relaxation length， l_ϕ)之間，關係為 $l_e < L < l_\phi$ 。其中電子平均自由路徑是指電子在運動時在兩次彈性碰撞之間所行走的距離。相位同調長度則是指電子在做擴散運動(diffusive motion)時，維持相位同調所行走的距離。彈道範疇(ballistic regime)則是樣品大小 L 介於： $L < l_e < l_\phi$ ，量子化範疇(quantization regime) 則是樣品大小 L 介於： $L \approx \lambda_F$ 。

我們利用在二維電子氣系統上製作的分離閘極(split-gate)，控制外加的負偏壓，使得位在閘極下方的二維電子氣排出，使電子層由二維變為近似一維(quasi-1D)或一維的窄通道系統，如圖 2.2。

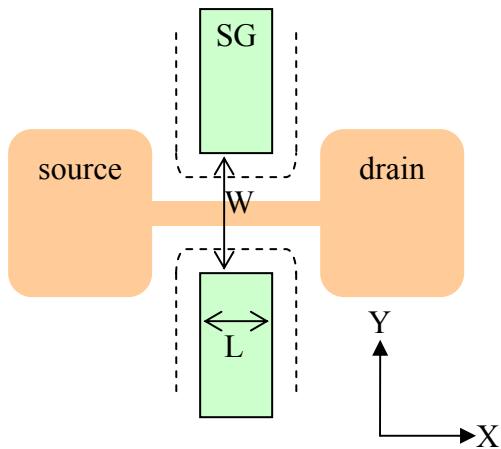


圖 2.2 量子尖端接觸(QPC)示意圖：在一對分離閘極上加負偏壓，使閘極下的電子被閘極產生的電場驅離(虛線部分)，形成量子尖端接觸(圖中的窄通道)。元件的長度定義為 L ，寬度定義為 W 。

考慮分離閘極外加負偏壓後，在 Y 軸方向對二維電子氣內的電子造成的影响為拋物線位能井的形式【9】，如圖 2.3：

$$\frac{1}{2}m^*\omega_0^2 y^2 \quad \text{式 2.1}$$

其中 $m^* = 0.067m_0$ ，為電子在二維電子氣系統內的有效質量。

ω_0 為拋物線位能在橫向的侷限強度。

可以解出在一維的簡諧振盪形式的能量本徵值 E_n ：

$$E_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0 + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} , \quad n=1, 2, \dots \quad \text{式 2.2}$$

其中 k_x 為電子沿著 X 方向運動的波向量。

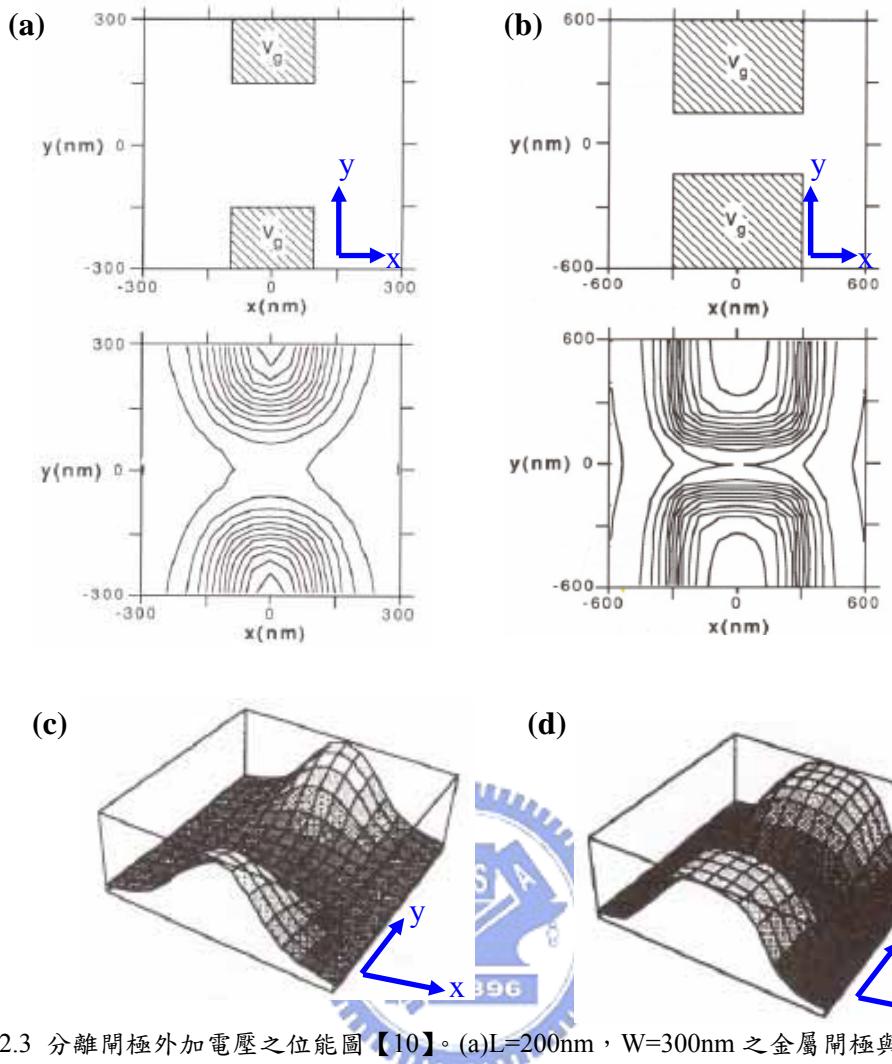


圖 2.3 分離閘極外加電壓之位能圖【10】。(a)L=200nm，W=300nm 之金屬閘極與電場分佈圖之俯視圖。

(b) L=600nm，W=300nm 之金屬閘極與電場分佈圖之俯視圖。(c) L=200nm，W=300nm 之金屬閘極的電場分佈立體圖。(d) L=200nm，W=300nm 之金屬閘極的電場分佈立體圖。

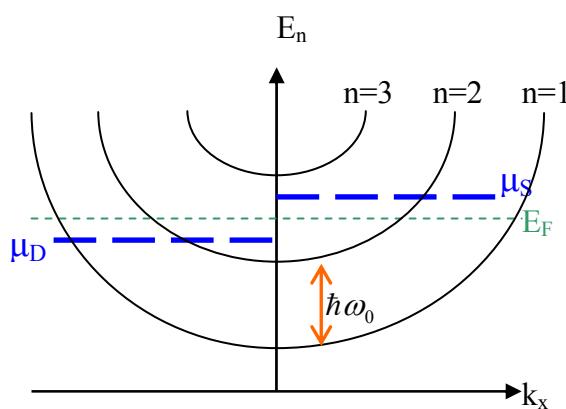


圖 2.4 在窄通道內 k_x 對 E_n 的關係圖，外加的電壓 V_{SD} 使兩邊的化學能不一致，

$eV_{SD} = \mu_s - \mu_D$ 。電子可佔據的次能階為費米能量以下， μ_s 與 μ_D 之間的能階。

在 QPC 中，電子可佔據的次能階為在費米能量下，兩邊化學能(chemical potential， μ_s ， μ_D)之間的次能階(sub-band)，當在源極與汲極外加偏壓 V_{SD} ， V_{SD} 與元件兩邊化學能的關係為 $eV_{SD} = \mu_s - \mu_D$ ，假設電子在每個次能階傳播的速度為

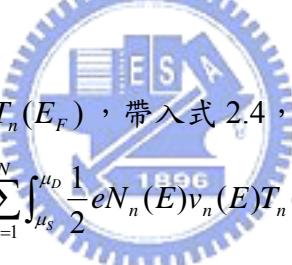
$$v_n(E) = \frac{1}{\hbar} \left[\frac{dE_n(k_x)}{dk_x} \right] \quad \text{式 2.3}$$

可推導出電流為

$$I = \sum_{n=1}^N \int_{\mu_s}^{\mu_D} \frac{1}{2} e N_n(E) v_n(E) T_n(E) dE \quad \text{式 2.4}$$

其中 $N_n(E) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{dE_n(k_x)}{dk_x} \right]^{-1}$ 為一維的態密度。

$T_n(E)$ 為第 n 個次能階的穿透機率(transmission probability)。



若 V_{SD} 很小，則 $T_n(E)$ 可視為 $T_n(E_F)$ ，帶入式 2.4，可得到電導 G 為

$$\begin{aligned} G &= \frac{I}{V} = \frac{1}{V} \sum_{n=1}^N \int_{\mu_s}^{\mu_D} \frac{1}{2} e N_n(E) v_n(E) T_n(E) dE \\ &= \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n(E_F) \end{aligned} \quad \text{式 2.5}$$

上式即為 two-terminal Landauer formula。

在彈道範疇中，電子的平均自由路徑比樣品大小更長，電子為彈道傳輸，在沒有背向散射(backscattering)的條件下， $T_n(E)=1$ 。式 2.5 可寫為

$$G = \frac{2e^2}{h} N \quad \text{式 2.6}$$

電導被量子化，且每個被電子佔據的次能階貢獻 $2e^2/h$ 的能量。

而量子尖端接觸(QPC)是指一維的窄通道，兩邊分別與熱庫(源極 source 與汲極 drain)連接著的結構，元件的大小小於電子平均自由路徑(l_e)。在 QPC 中電子是以彈道(ballistic)傳輸的方式傳播。

電導量子化(conductance quantization)現象最先是由 van Wees 團隊所發現【1】，將表面上的分離閘極外加負偏壓後，通道的寬度會隨著偏壓越負而越窄，在費米能量下被電子所佔據的能階(sub-band)會以整數倍減少，電導也會隨著偏壓越負而以 $2e^2/h$ 的整數倍減少($2e^2/h$ 相對於電阻為 $12.9k\Omega$)，形成所謂的量子化平台(plateaus)，如圖 2.5。

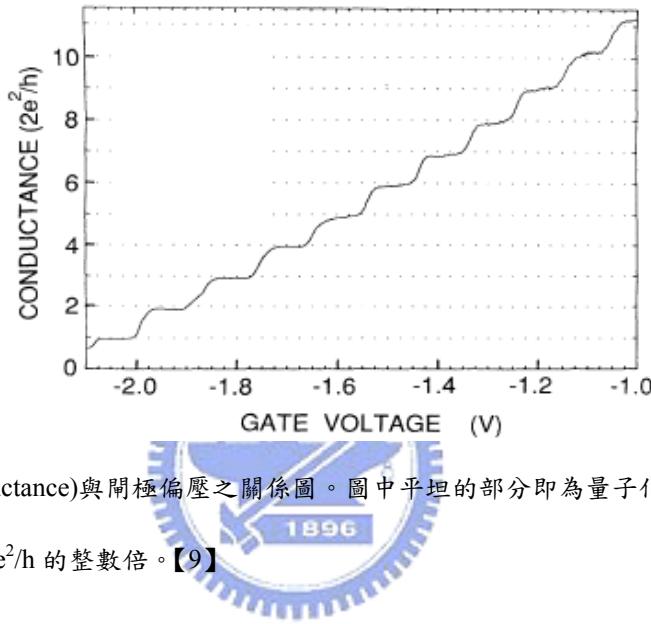


圖 2.5 電導(conductance)與閘極偏壓之關係圖。圖中平坦的部分即為量子化平台(plateaus)，電導值為 $2e^2/h$ 的整數倍。【9】

2.3 量子點系統

我們在 GaAs/AlGaAs 異質接面結構的表面上，分別控制獨立的金屬閘極上外加的負偏壓，使電子被侷限在一個非常小的空間內，由於空間的侷域造成能階明顯地不連續，以致呈現多項量子效應，因此稱之為量子點系統【2,3,5】。

圖 2.6 為我們製作的一種量子點結構之金屬閘極在掃描式電子顯微鏡下的影像，白色的部分是金屬閘極的影像，分別標示為 g1-g6，而深色部分為 2DEG 樣品的表面。圖中 g1g2 與 g2g3 分別可控制通過 QPC1 與 QPC2 的電導值。藉由控制量子尖端接觸(QPC)的電導值，可改變量子點與兩邊通道的耦合強度(coupled strength)，再將 g4g5g6 外加偏壓，使電子侷限在一個小空間形成量子點。藉由控

制耦合強度的大小，可將量子點系統分為開放式量子點系統($G > 2e^2/h$)與封閉式量子點($G < 2e^2/h$)系統，各自展現不同的傳輸現象。

我們可以將量子點系統簡化為如圖 2.7(a)中所示的簡單系統【11】。封閉式量子點可視為一個與汲極與源極隔絕的金屬點，而開極(gate)可調變量子點的電位能。

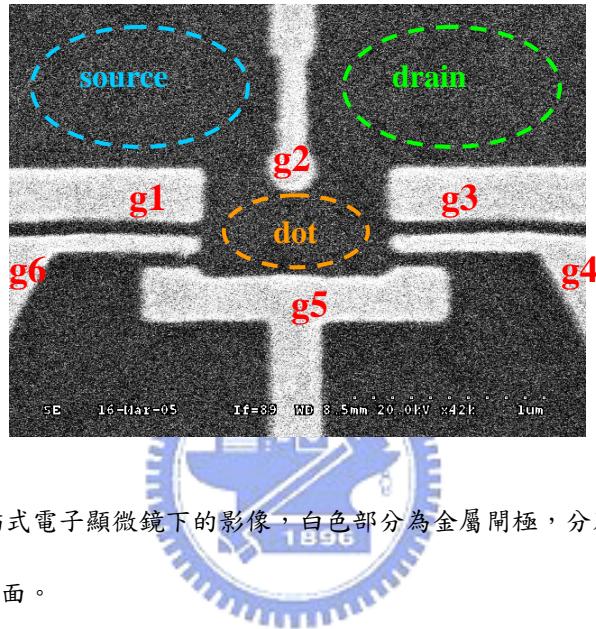


圖 2.6 金屬閘極在掃描式電子顯微鏡下的影像，白色部分為金屬閘極，分別標示為 1-6。深色部分為 2DEG 的表面。

在古典上，如果把量子點視為電容，金屬閘極視為電容的電極，量子點內的電荷值應該與金屬閘極的電壓(V_{gate})為一線性關係： $Q = C_g V_g$ ，亦稱為開放式量子點，如圖 2.7(b)。若將量子點面積侷限的更小，造成能階必須的量子化，使電子無法很自由的進出量子點，很明顯地，電子因此外加 V_{gate} ，充電於量子點的電荷清楚看到一顆顆進入的對應平台，一顆一顆逐次地進入量子點，如圖 2.7(c)。

圖 2.7(d) 為通過量子點的電流對閘極電壓的關係圖，當量子點內的電荷進出時，可以測量到一對應的電流通過，稱為庫侖阻絕(Coulomb Blockade)。

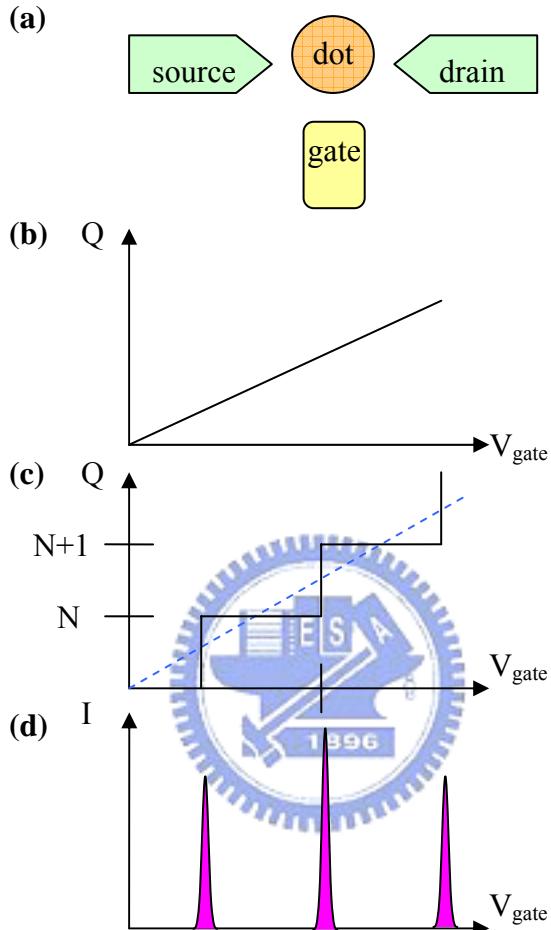


圖 2.7 量子點內電荷與閘極電壓之關係【11】。(a)量子點與兩邊通道的示意圖。(b)古典敘述的金屬點可視為一電容，與閘極電壓為線性關係， $Q = C_g V_g$ 。(c)在量子點內，隨著閘極電壓增加，在某些特定電壓下電荷逐一的增加，形成階梯狀關係。(d)當量子點內的電荷進出時，對應的電流對閘極電壓關係，稱為庫侖阻絕(Coulomb Blockade)。

2.3.1 開放式量子點系統

在量子點與兩邊通道之間，若量子尖端接觸(QPC)的電導值 $G > \frac{e^2}{h}$ ，電子有一個或大於一個的傳輸態可以通過 QPC，量子點與兩邊通道之間為強耦合作用(strong coupling)，此量子點稱為開放式量子點系統。

在開放式量子點系統，電子可以自由的進出量子點，而且電子行經量子點的路徑仍小於相位相干長度 l_ϕ ，電子進出量子點的運動仍維持彈道式傳輸(ballistic transport)，當電子在量子點內傳輸的行走路徑不同而有相位差，造成量子干涉效應(quantum interference)，如圖 2.8。

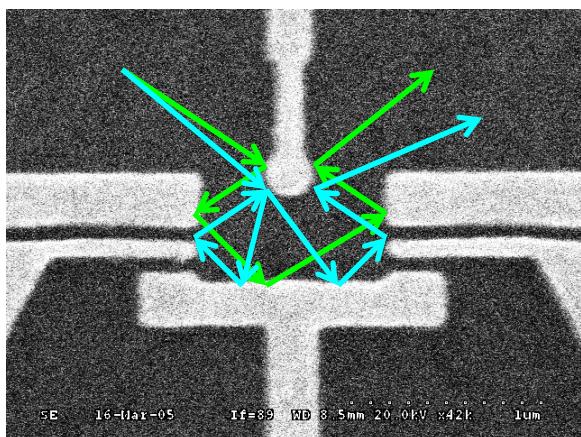


圖 2.8 電子通過量子點的任兩種可能路徑，因為行走的路徑不同而有相位差，形成量子干涉。電導值決定於所有通過量子點的電子波函數之量子干涉結果。

因為電子的行走路徑不同，在電導上表現出隨機但可以重覆的震盪現象(fluctuation)，這種電導的震盪現象稱為 Universal Conductance Fluctuations(UCF)【12,13】。當電子的行走路徑改變，例如改變金屬閘極的偏壓，或是外加垂直磁場，UCF 的曲線也會跟著改變。改變金屬閘極偏壓作用是使量子點形狀改變；而在外加垂直磁場下，電子會受垂直磁場的作用力而造成軌跡的偏轉，行徑路線作些微改變【14】，因此也改變波函數的相位，因此電子出去的機率因此磁場引起干涉效應而不同，展現磁電阻。圖 2.9 為 A. Huibers 【13】在開放式量子點電導

對不同的閘極電壓與垂直磁場的關係圖。電導值的震盪範圍在 e^2/h 之間。

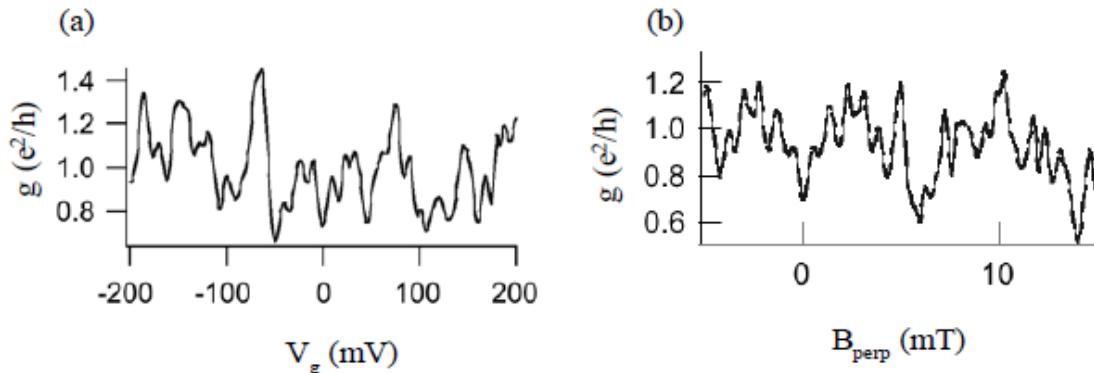


圖 2.9 A. Huibers(Marcus Group)在一開放式量子點系統的電導震盪(Universal Conductance Fluctuations , UCF)【13】。(a)改變閘極電壓。(b)改變垂直磁場。

開放式量子點除了 UCF 效應外，還有一個傳輸特性為弱局域效應(Weak localization, WL)【15】，電子在通過量子點時，由於時間反轉對稱性(time reversal symmetry, TRS)【16】，會有背向散射(backscattering)而多停留在量子點內，並因為相位同調性產生建設性干涉，使電子通過量子點的機率變小，電導值因而減小。在垂直磁場為零時，背向散射效應增強，電導值最小，隨著垂直磁場的增加，電子的 Aharonov-Bohm phase 效應增加，使得時間反轉對稱性被破壞，背向散射機率減小，所以電導值會隨之增加。圖 2.10 為通過開放式量子點的電導與垂直磁場之關係圖【17】，圖中不同顏色的曲線代表不同的金屬閘極結構所測量的電導對垂直磁場之關係，粗黑線則是將他們取平均後得到的曲線，可看出在高磁場部分，取平均後的 UCF 效應趨近為零，但在低磁場部分(約 2mT 以下)，WL 效應是很明顯。

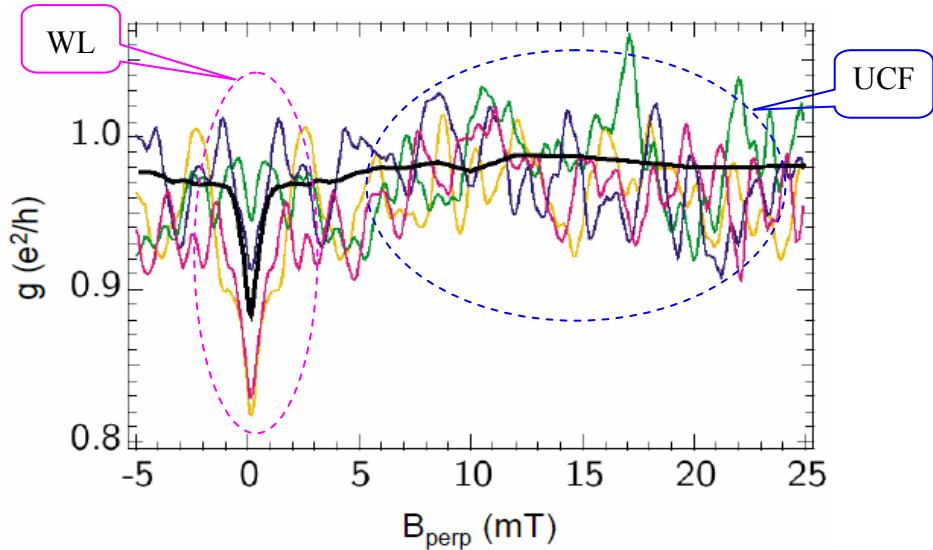


圖 2.10 開放式量子點的電導值對垂直磁場之關係【17】。不同顏色的細線為不同的金屬閘極

結構所測量的電導對垂直磁場之關係。粗黑線則是將他們取平均後得到的曲線，可看出在高磁場部分(藍色區域)，取平均後的 UCF 效應趨近為零，但在低磁場部分(紅色區域，約 2mT 以下)，WL 效應依然明顯。



2.3.2 封閉式量子點系統

在量子點與兩邊通道之間，若使量子點尖端(QPC)的電導值 $G < \frac{e^2}{h}$ ，量子點與兩邊通道之間為弱耦合作用(weak coupling)，電子只能以穿遂(tunneling)的形式進出量子點旁的位能障，稱為封閉式量子點系統。

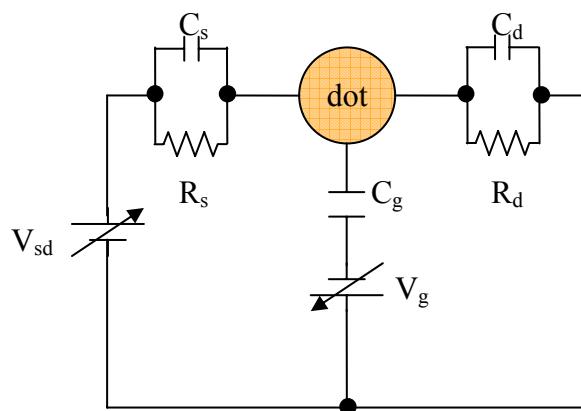


圖 2.11 封閉式量子點與源極、汲極、閘極之間的電路示意圖。

封閉式量子點系統可視為一個與源極、汲極與閘極相連，電子數目固定且以整數倍的形式存在的區域，我們可以將封閉式量子點系統以圖 2.11 的簡單電路展示【18,19】，量子點與源極和汲極之間視為有一個大電阻(R_s 、 R_d)，與閘極之間有一耦合電容(C_g)。

在封閉式量子點內的電子填滿第 N 個能階，若要再增加一個電子進入量子點內，外加電子佔據第 $N+1$ 個能階，必須要克服量子點能量(dot energy) ΔE_{dot} 。

$$\Delta E_{dot} = \frac{e^2}{C_g}, \quad \text{式 2.7}$$

而隨著閘極電壓 V_g 的增加，量子點內的位能改變，當量子點內的能階對準到源極與汲極之間的化學能勢(chemical potential μ_s 、 μ_d)，兩邊電位差為

$eV_{sd} = \mu_s - \mu_d$ ，量子點內的平均能階間距(average energy level spacing， Δ)為：



$$\Delta = \frac{\hbar^2 \pi}{m^* A} (\text{電子簡併態}), \quad \text{式 2.8}$$

與

$$\Delta = \frac{2\hbar^2 \pi}{m^* A} (\text{電子非簡併態})。 \quad \text{式 2.9}$$

外加的電子有機會以穿遂(tunneling)的方式進入到量子點內，電子數目由 N 到 $N+1$ 呈現階梯狀增加，如圖 2.12(b)，並產生如圖 2.12(c)的電流曲線，相鄰的兩個電流峰值之間的電壓為

$$\Delta V_g = \frac{e}{C_g}, \quad \text{式 2.10}$$

ΔV_g 稱為 peak spacing。

重複以上過程，電流對閘極電壓的曲線呈現週期性的震盪，稱為庫侖阻絕震盪(Coulomb Blockade Oscillation·CB Oscillation)，電導對閘極電壓之關係如圖 2.13。

若考慮量子點與源極和汲極之間通道的耦合電容(C_s 、 C_d)，總電容為 $C_{total}=C_s+C_d+C_g$ ，則量子點電位能(charging energy， U)定義為

$$U = \frac{e^2}{C_{total}}, \quad \text{式 2.11}$$

Peak spacing 改寫為

$$\Delta V_g = \frac{e}{C_g} = \frac{1}{\eta} \frac{U}{e}, \text{ 其中 } \eta = \frac{C_g}{C_{total}}. \quad \text{式 2.12}$$

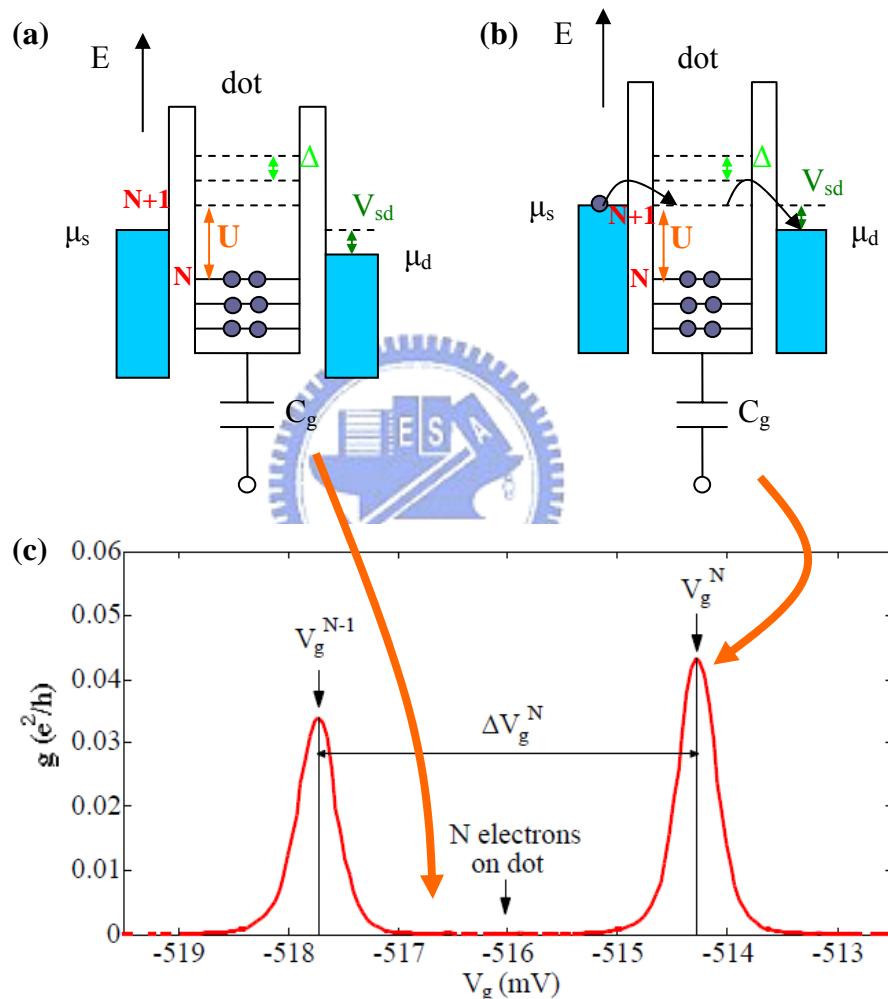


圖 2.12 庫侖阻絕震盪(Coulomb Blockade Oscillation, CB Oscillation)的能量圖。(a)量子點內第 $N+1$ 個能階沒有對到源極與汲極的化學能之間($eV_{sd} = \mu_s - \mu_d$)，電子無法以穿遂的方式進入到量子點內。(b)藉由控制閘極電壓 V_g ，改變量子點內的位能，使第 $N+1$ 個能階對準到源極與汲極的化學能之間，電子以穿遂的方式進出量子點。(c)通過量子點的電導對閘極電壓之曲線圖， ΔV_g 為相鄰兩個電導峰值之間的電壓差(peak spacing)。

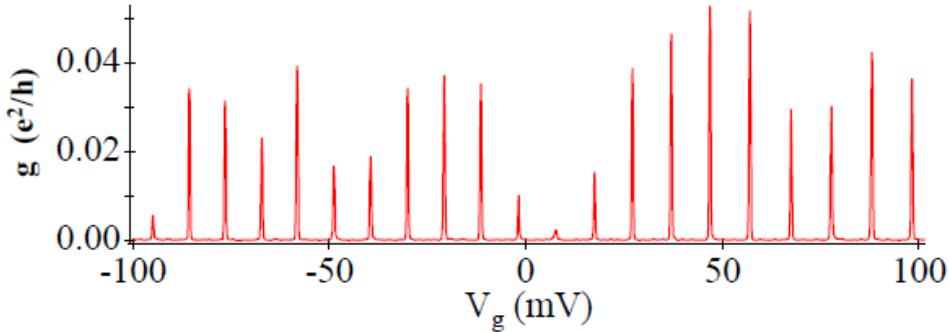


圖 2.13 庫侖阻絕震盪(Coulomb Blockade Oscillation, CB Oscillation)電導對閘極電壓 V_g 的關係圖

【17】。

在實驗上要觀察到庫侖阻絕震盪(Coulomb Blockade Oscillation)，有兩個先決條件：

(1) 樣品的溫度必須小於量子點電位能(charging energy, U)： $kT < U$

隨著溫度的增加，CB peak 寬度隨之變寬，如圖 2.14。溫度對庫侖阻絕震盪(Coulomb Blockade Oscillation)的影響可分為三部分：

(a) $kT > U$:

在高溫度的條件下，量子點內的分裂能階因為溫度效應而使能階寬度 (Γ) 變寬，而無法觀察到單一電子進出封閉式量子點內的分裂能階所造成的 CB effect。

(b) $(\Gamma, \Delta) < kT < U$:

在此條件下，可觀察到古典庫侖阻絕效應(classical CB effect)，每個 CB peak 含有($\sim kT / \Delta$)數目的能階的貢獻，所以每個 CB peak 的高度約略相同。

(c) $\Gamma < kT < \Delta < U$:

假設 $eV_{sd} < \Delta$ ，通過量子點的電子為單一能階傳輸，CB peak 的高度與量子點和源極、汲極通道的耦合強度有關。由 Random Matrix

Theory(MRT)，CB peak 平均的高度為 $\langle g_{\max} \rangle = \frac{e^2}{h} \frac{\pi}{2kT} \left(\frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \right)$ ，其

中 Γ_L 和 Γ_R 為量子點與左邊和右邊(即源極和汲極)之間的耦合強度。

(2) 量子尖端接觸(QPC)的位能障(barriers)必須足夠大，使電子明確地侷限在量子點內或在源極、汲極的通道上。

假設位能障的電阻為 R_t ，電子進出量子點的時間為 $\Delta t = R_t C_{total}$ 。藉由調變量子點電位能(charging energy, U)，使電子進出量子點，由 Heisenberg

uncertainly relation : $\Delta E \Delta t = \left(\frac{e^2}{C_{total}} \right) (R_t C_{total}) > h$ ，整理得 $R_t > \frac{h}{e^2} \approx 25813\Omega$ ，相

對於電導為 $G = \frac{1}{R} < \frac{e^2}{h}$ ，亦即量子尖端接觸(QPC)的電導必須小於 e^2/h ，量子點與兩邊通道為弱耦合(weak coupled)作用，量子點才夠封閉。

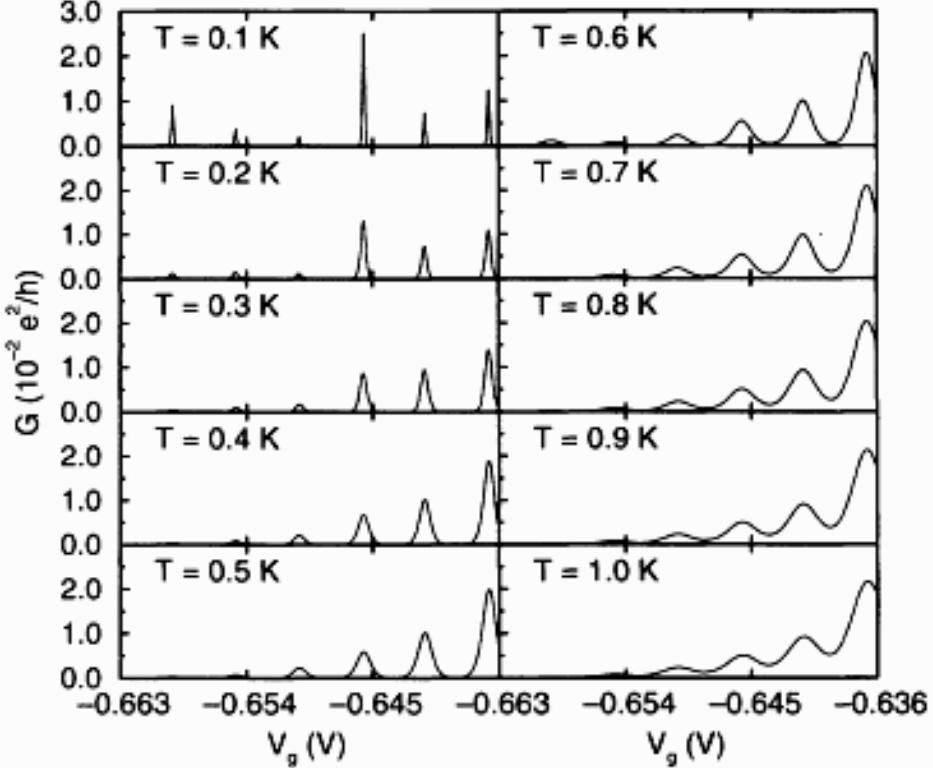


圖 2.14 Coulomb Blockade peak 對溫度的關係圖。在 0.1K 的溫度下($\Gamma < kT < \Delta < U$)，CB peak 的高度與量子點和源極、汲極通道的耦合強度有關。溫度增加後($(\Gamma, \Delta) < kT < U$)，CB peak 的高度相差不多。CB peak 的寬度也隨著溫度的增加而有變寬的趨勢。