

Chapter 4 實驗數據分析與討論

第四章先簡介二維電子氣系統的樣品特徵值(電子密度(carrier density, n_s)與電子遷移率(mobility, μ))。並介紹利用交流鎖相放大技術(ac lock-in technique)搭配定電流源電路與定電壓源電路，所測量到的量子點元件之電性傳輸特性。

4.1 樣品特徵值

我們所使用的樣品是由以色列的 Umansky 團隊所提供的二維電子氣系統(two-dimensional electron gas, 2DEG)，樣品編號為 5-70 與 5-98。在樣品上製作如圖 4.1 所示的 Hall bar，測量樣品在不同的磁場下縱向電阻(ρ_{xx})與橫向電阻(ρ_{xy})對磁場的變化【7】，圖 4.2 為二維電子氣系統所測量的縱向電阻與橫向電阻對磁場的關係圖。

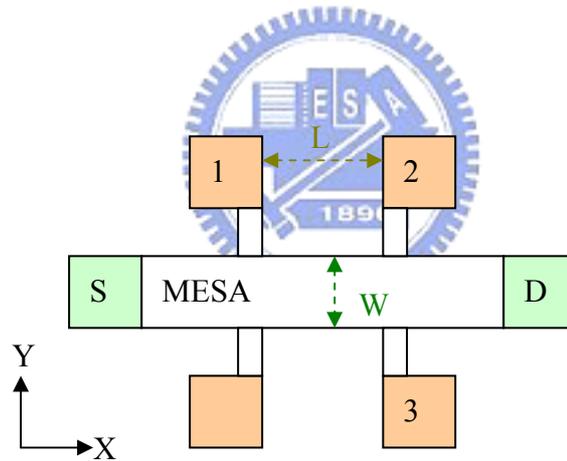


圖 4.1 樣品上製作的 Hall bar 結構。

在樣品 Hall bar 上外加一定電流 I 由 S 到 D，再利用電壓計測量縱向電壓降

$V_x = V_1 - V_2$ 與橫向電壓降 $V_H = V_2 - V_3$ ，可得縱向電阻率為

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{j_x} = \frac{V_x}{I} \frac{W}{L} \quad \text{式 4.1}$$

橫向電阻率為

$$\rho_{yx} = \frac{V_H}{I} \quad \text{式 4.2}$$

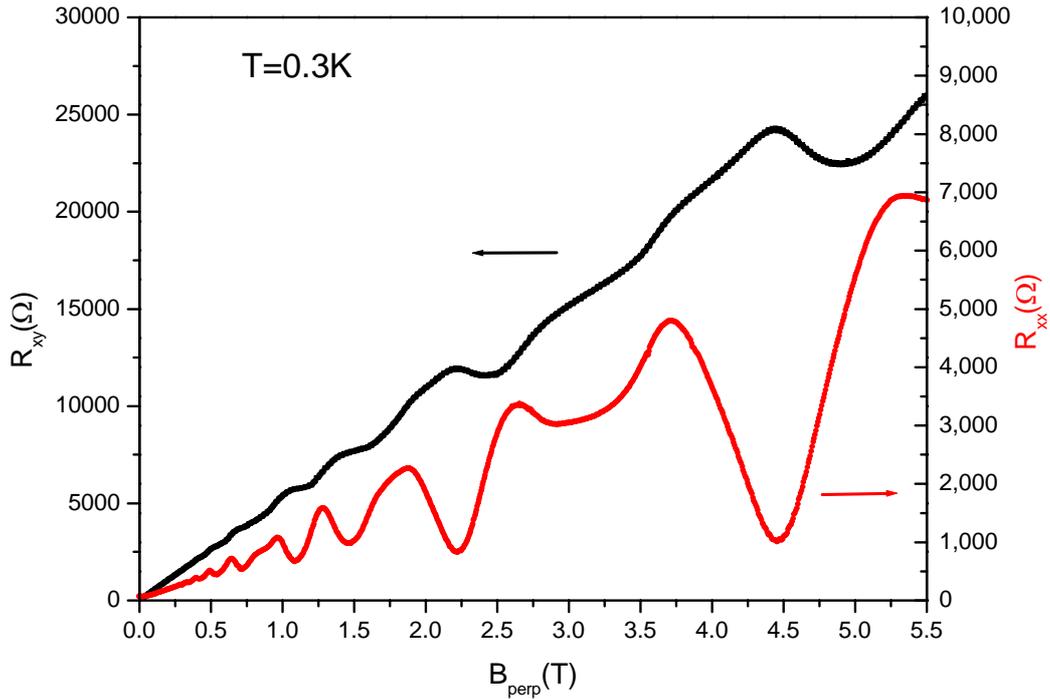


圖 4.2 二維電子氣系統(樣品編號 5-70)中縱向電阻(ρ_{xx})與橫向(ρ_{yx})電阻率對磁場變化的關係圖，量測溫度為 0.3K。可看到橫向電阻的量子平台出現的磁場位置與縱向電阻的曲線波谷相對應。



在低磁場的情況下，依據半古典的 Drude model 模型，電子在外加垂直磁場下的電子密度(carrier density, n_s)與電子遷移率(mobility, μ)為

$$n_s = \left[|e| \frac{d\rho_{yx}}{dB} \right]^{-1} = \frac{I}{|e| \frac{dV_H}{dB}} \quad \text{式 4.3}$$

$$\mu = \frac{1}{|e| n_s \rho_{xx}} = \frac{I}{\left(\frac{|e| n_s V_x W}{L} \right)} \quad \text{式 4.4}$$

而在高磁場下，電子能量被量化，造成能階分裂，稱為 Landau levels，當改變磁場時，費米能量會通過分裂的 Landau levels 能階，造成縱向電阻率在高磁場下產生震盪的現象，如圖 4.2，此震盪現象為 Shubnikov-de Haas oscillation (SdH oscillation)，SdH oscillation 現象最早是在金屬塊材上所發現。當費米能量剛好在 Landau level 時，縱向電阻率為最大值，選取 SdH oscillation 的任兩鄰近的縱向電阻率峰值，對應的磁場分別為 B_1 與 B_2 ($B_1 < B_2$)，則

$$\frac{n_s}{\left(\frac{eB_1}{h}\right)} - \frac{n_s}{\left(\frac{eB_2}{h}\right)} = 1 \quad \text{式 4.5}$$

可推得電子密度(carrier density, n_s)為

$$n_s = \frac{e}{h} \frac{1}{\left(\frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}\right)} \quad \text{式 4.6}$$

利用式 4.4，可以推得樣品在高磁場下的特徵物理量，並分別列於表 4.1。

樣品 特性參數	5-70	5-98
電子密度 n_s	$1.88 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$	$2.15 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
電子遷移率 μ	$0.475 \times 10^6 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$	$0.726 \times 10^6 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$
費米波向量 $k_f = \sqrt{2\pi n_s}$	$1.09 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$	$1.16 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$
費米波長 $\lambda_f = \frac{2\pi}{k_f}$	57.8 nm	54.1 nm
電子平均自由路徑 $l_e = v_f \tau_e$	$3.4 \mu\text{m}$	$5.5 \mu\text{m}$

表 4.1 Umansky 團隊所提供的二維電子氣樣品(樣品編號 5-70, 5-90)的樣品特徵值。

4.2 量子尖端接觸之電性傳輸

我們是在樣品編號為 5-70 的二維電子氣樣品上製作量子點結構，圖 4.3 為用掃描式電子顯微鏡拍攝的元件圖，每個平台結構上有兩個量子點結構(dot-U，dot-D)，由電流由源極(S)流動到汲極(D)，我們在金屬閘極上外加負偏壓，使金屬閘極下的電子被侷限在某些區域，再利用交流鎖相放大技術(ac lock-in technique)及定電流源電路來測量樣品的電性傳輸。

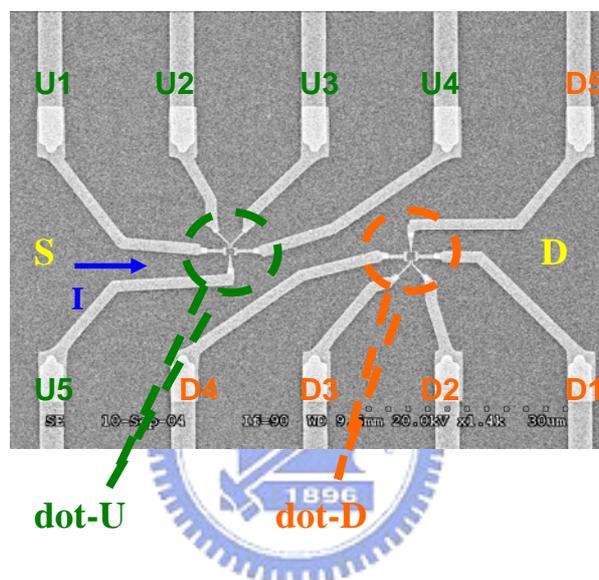


圖 4.3 利用掃描式電子顯微鏡拍攝在平台結構上的量子點元件。左邊為 dot-U，右邊為 dot-D，元件的量子尖端接觸的寬度分別為 $0.4\mu\text{m}$ 與 $0.37\mu\text{m}$ 。

4.2.1 單一量子尖端接觸的電性傳輸

我們的量子點結構在掃描式電子顯微鏡下如圖 4.4，元件共有五隻金屬閘極，可分別獨立外加負偏壓，使電子被侷限在極微小的區域內，形成量子尖端接觸系統或量子點系統。金屬閘極 U1 和 U5 的間距約 $0.4\mu\text{m}$ ，U4 和 U5 的間距約 $0.4\mu\text{m}$ ，將 U1-U5 同時外加負偏壓，可對二維電子氣形成一個窄通道位能障，稱為 QPC1。同理將 U4-U5 同時外加負偏壓，對二維電子氣形成另一個窄通道位能障，稱為 QPC2。

利用定電流量測電路(common-current circuit)，測量電子通過 QPC1 或 QPC2 各自的電位壓降對外加負偏壓(V_g)的對應變化，並換算為樣品電阻對外加閘極負偏壓的關係，同時其他的金屬閘極則外加一個正偏壓($\sim 0.1-0.2V$)，避免金屬閘極上有電荷附著，而對 2DEG 造成散射點，影響電子行進路徑而使電阻增加。如圖 4.5 所示，黑色曲線為 QPC1 展現的行為，紅色曲線為 QPC2 展現的行為。可以看到電阻值在約 $-0.2V$ 之後開始增加，顯示金屬閘極上的負偏壓造成的電場開始深入二維電子氣造成電子阻隔牆，展現空間的局域，二維電子層由二維轉變成近似一維(quasi-1D)，隨著負偏壓越負，電子可以通過的通道寬度(W)越來越窄，對應到的次能階能量也隨之改變，費米能階下的次能階數目為整數倍減少，在電導上面展現出 $G = \frac{2e^2}{h} \cdot n$ 的量子化電導現象，電導呈現為 $2e^2/h$ 的整數倍， n 值亦隨之減少，如圖 4.6 所示。

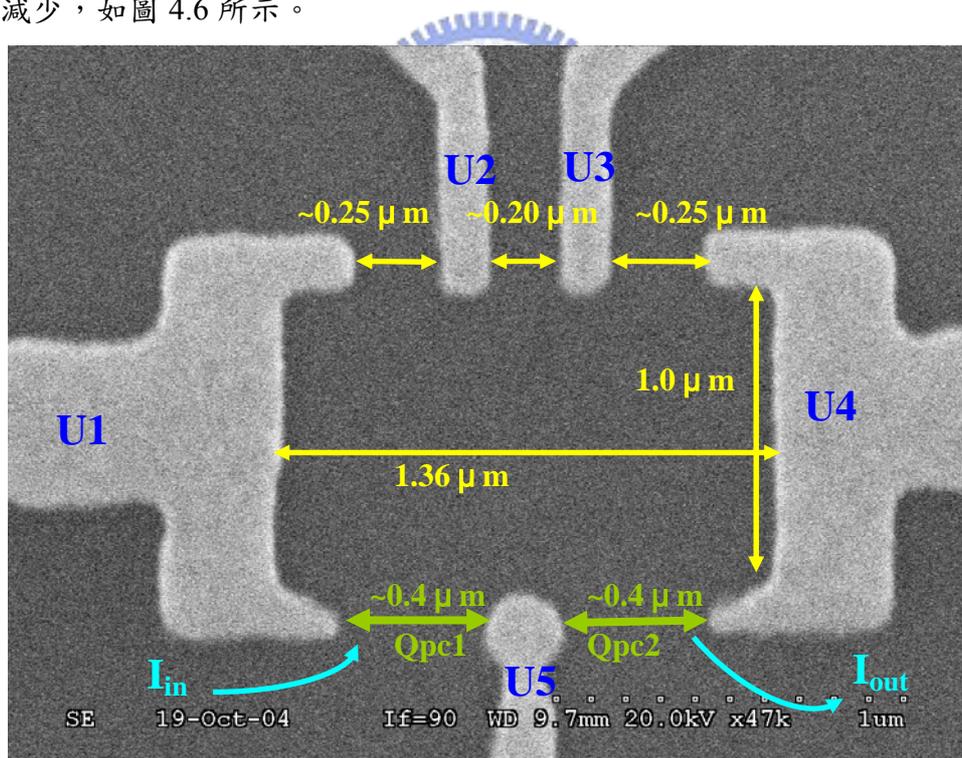


圖 4.4 金屬閘極在掃描式電子顯微鏡下放大的圖形，可以 U1U2U3U4U5 加負偏壓造成電位牆，使下層的二維電子氣影響。U5 與 U1、U4 分別間距 $0.4\mu m$ ，可形成兩 QPC。量子點結構大小為 $1.36\mu m \times 1.0\mu m$ 。

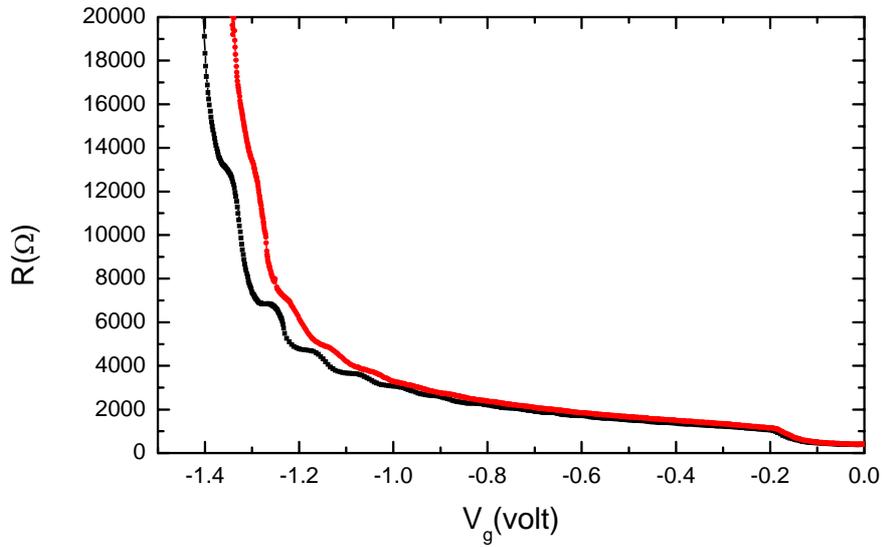


圖 4.5 通過 QPC 的電阻對外加負偏壓(V_g)的關係圖。左邊黑色曲線為 QPC1 對 V_g 的關係圖，右邊紅色曲線為 QPC2 對 V_g 的關係圖。圖中可看到當 V_g 約 $-0.2V$ ，電阻開始增加，表示 V_g 開始影響底下的 2DEG，使閘極下的電子被排開，電子由二維轉換為一維通道的現象。

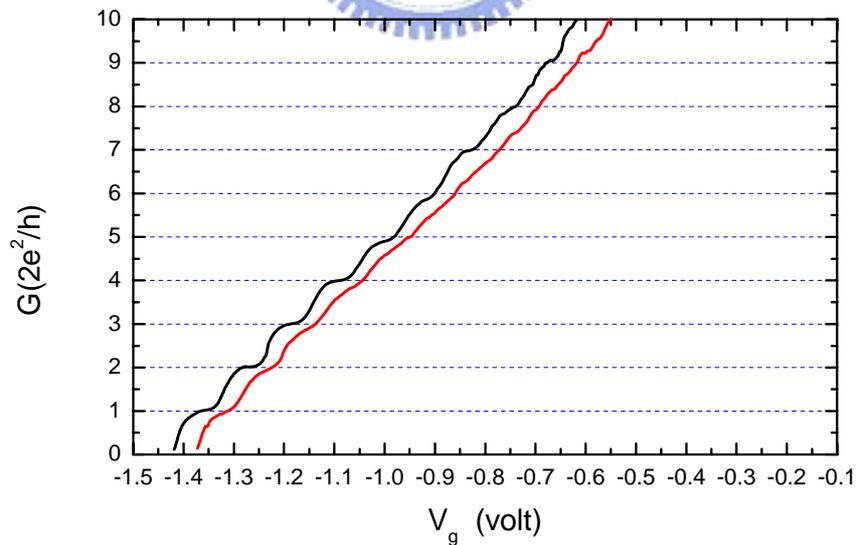


圖 4.6 通過 QPC 的電導對外加負偏壓(V_g)的關係圖。左邊黑色曲線為 QPC1 對 V_g 的關係圖，右邊紅色曲線為 QPC2 對 V_g 的關係圖。在圖中 QPC1 可以看到約 7 個清晰的量子化平台 (plateau)，在 QPC2 可看到約 5 個清晰的量子化平台(均已扣除起始電阻值)。

4.2.2 串聯量子尖端接觸的電性傳輸

我們在編號 5-98 的二維電子氣樣品上，製作如圖 4.7 的金屬閘極，同樣利用交流鎖相放大技術(ac lock-in technique)及定電流源電路測量通過 QPC1 和 QPC2 的電阻對外加負偏壓的關係圖，圖 4.8 為電導對 V_g 的關係圖。

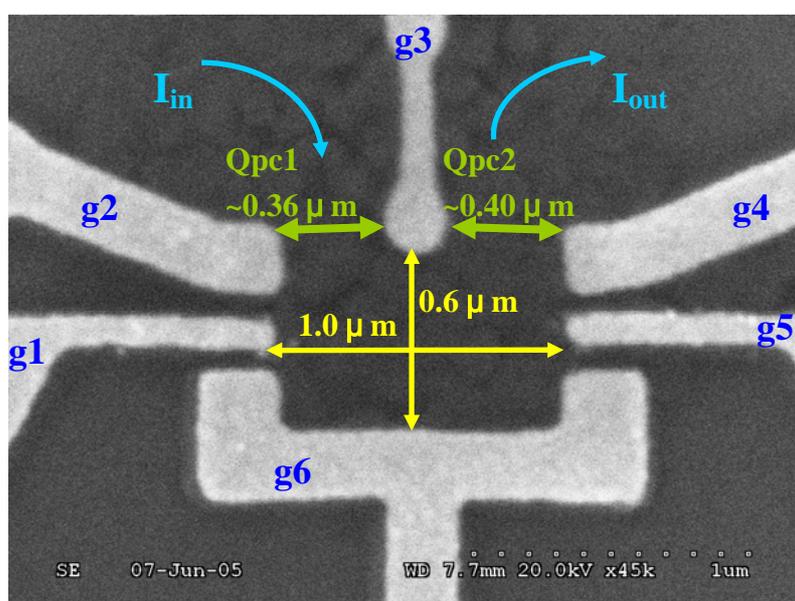


圖 4.7 金屬閘極在掃瞄式電子顯微鏡下放大的圖形，量子點結構大小為 $1.0\mu\text{m}\times 0.6\mu\text{m}$ 。

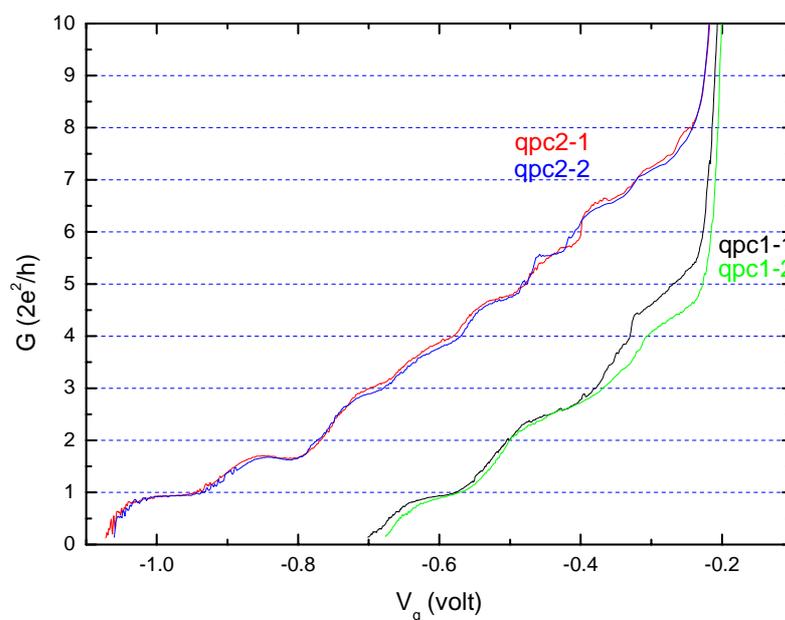


圖 4.8 通過 QPC 的電導對外加負偏壓(V_g)的關係圖，分別各做兩次測量觀察其重複性。

在 G-V 圖上我們看到 QPC2 的平台數比 QPC1 多，並且 QPC2 的 pinch-off 電壓比 QPC1 的 pinch-off 電壓來的更負，這與我們在 SEM 下拍攝的金屬閘極元件照片中所標示的 QPC 寬度相符(QPC1 的寬度比 QPC2 的寬度來的小)。但是在圖 4.8 中兩 QPC 在 $N=2$ 以上的平台位置並沒有對齊的很好，可能原因為電子在傳輸時，因為有散射點造成散射效應，而使 $T \neq 1$ ，所以在電導上展現的行為就不會對準到 $2e^2/h$ 的整數倍位置。而我們製作的金屬閘極邊緣不平整，或者是樣品本身有一些缺陷(defect)，都可能對電子傳輸時形成散射點，造成散射效應。

在量測完個別 QPC 的 G-V 曲線後，將 QPC1 加上負偏壓，使得通過 QPC 的電導值分別為 $N=2$ 、 $N=1$ 與 $N=0.6$ ，再在 g_4 閘極上外加負偏壓，測量通過兩個串聯 QPC 的電阻對電壓的關係圖，測量結果如圖 4.9。圖 4.9 為已經扣除 QPC1 所貢獻電阻值的 G-V 圖。

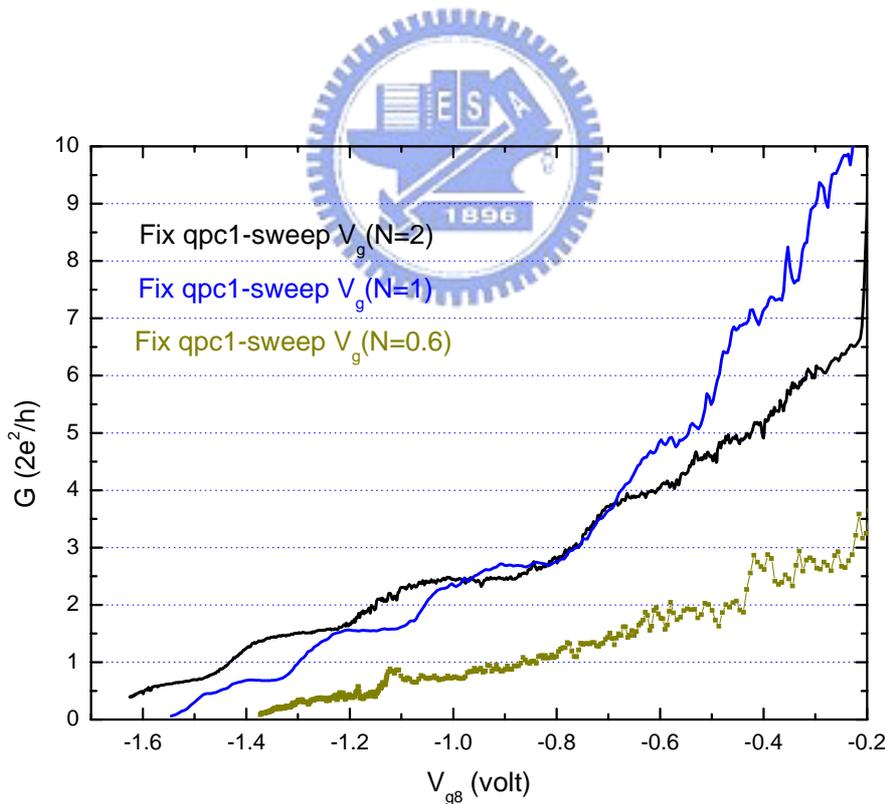


圖 4.9 固定 QPC1 的電導值後，改變外加在 g_4 的負偏壓，測量電導對負偏壓(V_{g8})的關係圖。我

們固定 QPC1 的電導值分別為 $(2e^2/h) \times n$ ， $n=2$ 、 1 、 0.6 。

在圖 4.9 中可以看到當 QPC1 的電導值 $G > (2e^2/h)$ 的情況下，窄通道有一個或多個電子傳輸態可讓電子通過，當我們改變另一支閘極的偏壓，測量到的電導-閘極偏壓關係圖中依然可以觀察到量子化平台結構，這種串連 QPC 電阻的形式與古典上兩個電阻的串連相加形式是相似的。但是當電導值 $G < (2e^2/h)$ 的情況下，QPC1 的窄通道內沒有電子傳輸態存在，我們觀察到電導-閘極偏壓關係圖中的量子化平台結構消失。



4.3 量子點之電性傳輸

4.3.1 封閉式量子點之電性傳輸

我們利用圖 4.4 的元件測量量子點的傳輸特性，固定 U1、U5 和 U4 的閘極偏壓([U1,U4,U5]=[-1.176V,-1.010V,-1.001V])，用來定義兩個 $G < (2e^2/h)$ 的 QPC，使兩個 QPC 的電導值均小於 $2e^2/h$ ，電子沒有傳輸態可以通過 QPC，只能以穿遂的方式通過。決定 QPC1 和 QPC2 的電導值之後，再在 U2 和 U3 兩隻金屬閘極上外加負偏壓，其作用為將 U2 和 U3 底下的電子排開，讓二維電子層侷限為一個量子點系統。並利用定電壓源電路(common-voltage circuit)測量外加於 U2U3 的電壓對通過元件的電導(電流)關係，如圖 4.10。

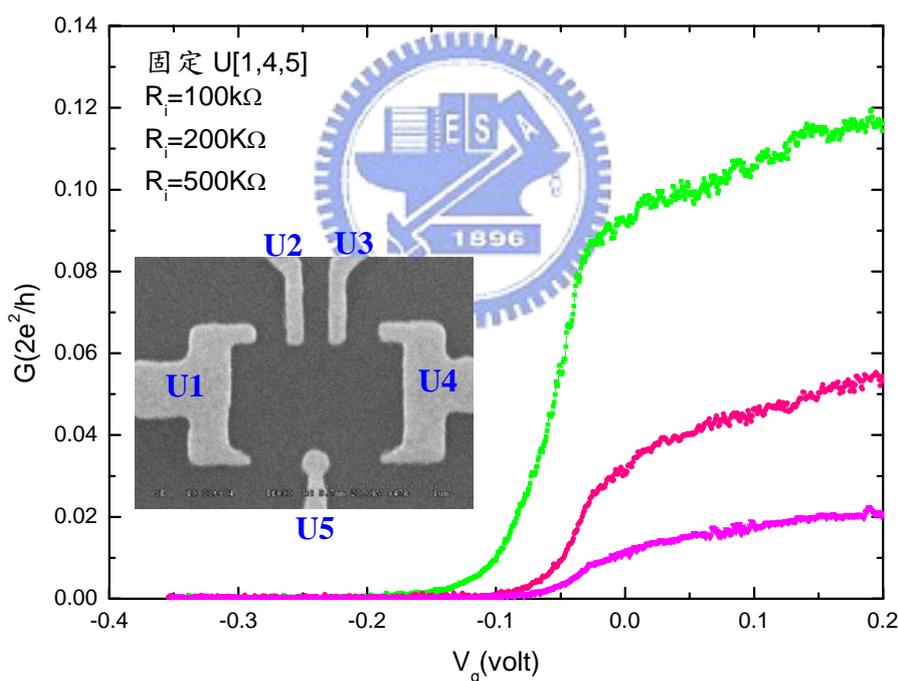


圖 4.10 固定進出口端 QPC1 與 QPC2 的寬度後(固定 U1、U4、U5 的電壓)，電導對外加偏壓於 U2U3 的關係圖。初始電阻分別設定在 100kΩ、200 kΩ與 500 kΩ，可看到外加偏壓約-0.05V 之後的電導值開始減小，表示閘極產生的電場開始深入二維電子氣，使閘極下的電子被排開而開始形成量子點系統。通過封閉式量子點系統的電導值約在 $0.0002 \times (2e^2/h) \sim 0.0010 \times (2e^2/h)$ 的範圍之間震盪。

在測量量子點系統時，我們不用定電流源電路，而使用定電壓源電路，主要是因為當形成封閉式量子點，電導展現庫侖阻絕振盪，我們在儀器上測量到的是電流的變化：當電子通過量子點，有一個電流峰值被測量到；而當電子無法通過量子點，就沒有電流值。若使用定電流源電路來測量，定電流源電路會維持一個定值的電流持續通過量子點系統，使我們無法分辨電流來源是庫侖阻絕振盪或者是量測電路所造成。

我們可以與圖 4.5 的 R-V 圖做比較：當閘極偏壓加到約-0.1~-0.2V 時，閘極電場開始對二維電子產生影響，電子由二維轉換為類一維(quasi-1D)。而在圖 4.10 中，可以看到 U2U3 的電壓在約-0.05V 之後，電導值開始減小，表示閘極產生的電場開始深入二維電子氣，使閘極下的電子被排開。

我們分別微調 U1、U4 與 U5 的負偏壓，將通過兩個 QPC 的電阻值分別維持在 100k Ω 、200 k Ω 與 500 k Ω ，因為調整的電壓值不大，所以可視為主要為改變量子點透過 QPC 與源極(與汲極)的熱庫之間的耦合強度，即 QPC 的電位能障大小。而對量子點面積的影響比較小。



我們在圖 4.10 中可以看到幾個特點：

- (1)U2U3 的電壓在約-0.05V 之前，電導值維持在初始設定的大小，表示 U2U3 的電場還沒有影響到 2DEG，電子可視為從源極穿遂到一個熱庫，再穿遂到汲極。
- (2)當 U2U3 電壓到達約-0.05V 之後，電導值開始明顯減小，表示 U2U3 所產生的電場開始深入二維電子氣，使閘極下的電子被排開，電子無法由 U2U3 下的區域進出，而形成一個封閉式量子點系統。形成量子點後，量子點內的能階分裂，可供電子佔據的能階變少，使得電子穿遂進出量子點內的數量也隨之變少，所以電導值展現出急劇變小的趨勢。

我們先將初始電阻為 $100\text{ k}\Omega$ 的電導-電壓曲線區分出來，並著重在已經形成封閉式量子點的區域($V_g < -0.2\text{ V}$)。圖 4.11 為初始電阻設定為 $100\text{ k}\Omega$ 的電導-電壓關係圖(G-V curve)，可以看到 U2U3 在改變外加偏壓的情況下，電導值隨著外加電壓而有跳動的現象，震盪的範圍約 $0.0008 \times (2e^2/h) \sim 0.0002 \times (2e^2/h)$ 。我們在測量時所外加的電壓大小為 $10\mu\text{ V}$ 。可以換算出當電導值為 $N=0.001$ 時的電流值約為 0.78 pA ，當電導值為 $N=0.0008$ 時的電流值約為 0.62 pA 。而背景值的電導值約為 $N=0.0002$ ，相對於電流值約為 0.16 pA 。這和目前在我們實驗室中所測量的最小電流雜訊(0.1 pA)差不多。而在數據中電導振盪峰值的間距均約為數個 mV 的大小。

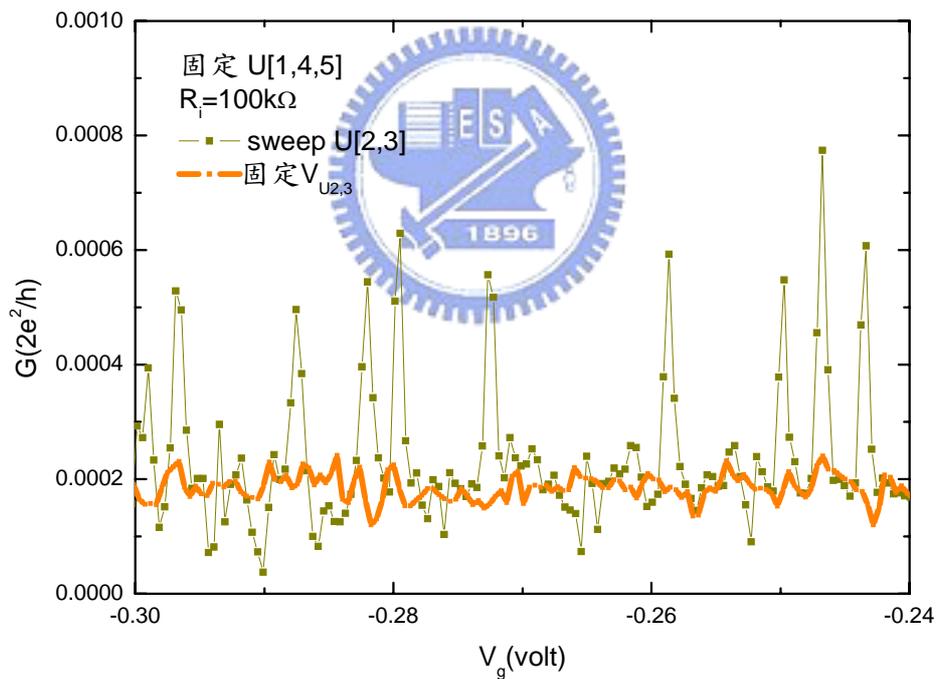


圖 4.11 通過兩個 QPC 的初始電阻設定為 $100\text{ k}\Omega$ 的電導-電壓關係圖(G-V curve)。我們將 U1U4U5 外加一固定負偏壓，使兩個 QPC 的電導值均小於 $(2e^2/h)$ ，再在 U2U3 閘極上外加偏壓，測量通過量子點系統的電導-電壓關係圖。圖中可以看到改變 U2U3 的外加偏壓，電導產生振盪現象，另一組無劇烈震盪曲線。而穩定量子點的電導值是 U2U3 外加偏壓固定下的電導對時間關係圖。

我們為了確認測量到的 Coulomb Blockade oscillation 訊號的真實性，作了以下兩點分析：

(1)為了知道在相同的初始電阻時，U2U3 固定外加偏壓的情況下，通過這個封閉式量子點的電導背景值，所以我們將 U2U3 固定在一個電壓值，測量封閉式量子點在穩定狀態下的電導值，並與 U2U3 有改變外加偏壓的情況做比較，得到的背景值數據為圖 4.11 中的粗線部分，可以看到背景值大小約為 $0.0002 \times (2e^2/h)$ (相當於電流值約 0.16pA)。相對於 Coulomb Blockade 訊號的峰值(約 0.7pA)，我們可以驗證所使用的定電壓源電路是可以解析出 Coulomb Blockade 的訊號與背景值的。

(2)由圖 4.11 中，一個 CB peak 約有 4~5 個點來描述，每個點與點之間的間距約 0.25mV。在目前我們實驗室的量測上，提供可變的直流電壓源的 voltage sweeper，由 0V 掃描到 0.3V 的時間約 20 分鐘，意即 0.25mV 相當於經過 1 秒，測量一個 CB peak 的時間約 4~5 秒。而我們使用的交流鎖相放大器(ac lock-in amplifier)在測量時的時間長度(time constant)為 500ms (相當於 voltage sweeper 掃描 0.13mV)，所以在測量時儀器可以解析每個 CB peak 完整的曲線，而不會有因為 time constant 設定太長造成 CB peak 訊號解析不出來的問題。

經由以上分析，我們可以確認定電壓源電路所測量的 Coulomb Blockade oscillation 訊號是真實的，而不是儀器量測上的雜訊所造成。

另外我們也將初始電阻設定為 200 k Ω 與 500 k Ω 的電導-電壓曲線區分出來，並著重在已經形成封閉式量子點的區域($V_g < -0.2V$)。圖 4.12 為初始電阻設定為 200k Ω 的 G-V curve，圖 4.13 為初始電阻設定為 500k Ω 的 G-V curve。在圖 4.12 與圖 4.13 中我們觀察到電導值隨著 U2U3 的閘極偏壓的變化而有展現振盪的現象，這些電導振盪的峰值之間，間距均約為數個 mV 的大小。

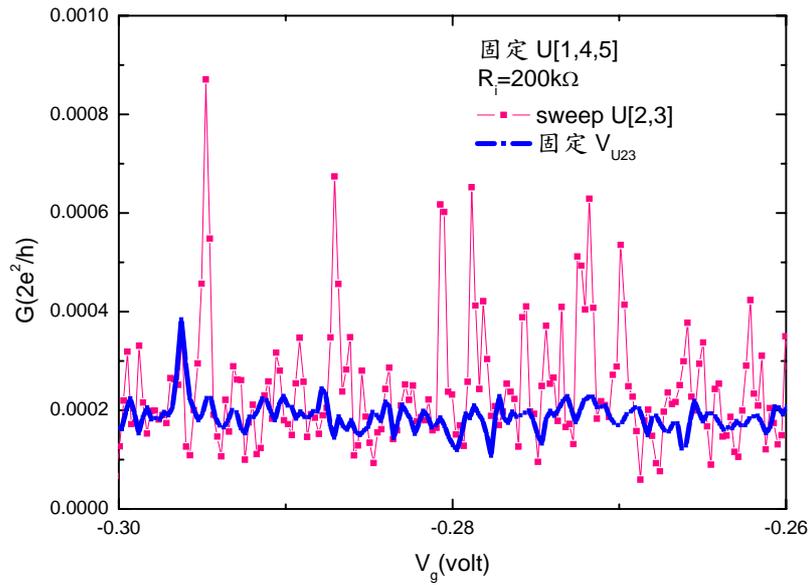


圖 4.12 通過兩個 QPC 的初始電阻設定為 200kΩ 的電導-電壓關係圖(G-V curve)。將 U1U4U5 外加固定負偏壓，再於 U2U3 閘極上外加可變的偏壓，測量通過量子點系統的電導-電壓關係圖，另一組無劇烈震盪曲線。穩定量子點的電導值是 U2U3 外加偏壓固定下的電導對時間關係圖。

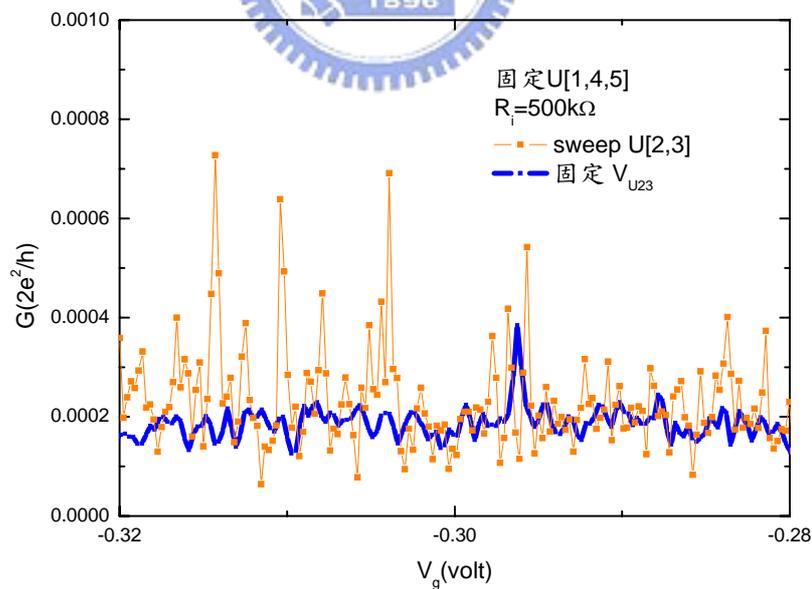


圖 4.13 通過兩個 QPC 的初始電阻設定為 500kΩ 的電導-電壓關係圖(G-V curve)。將 U1U4U5 外加固定負偏壓，再於 U2U3 閘極上外加可變的偏壓，測量通過量子點系統的電導-電壓關係圖，另一組無劇烈震盪曲線。穩定量子點的電導值是 U2U3 外加偏壓固定下的電導對時間關係圖。

我們希望進一步將量子點的面積控制為一個定值，所以固定 U_2 和 U_3 其中一支閘極的負偏壓，使量子點系統為封閉的形式，改變另一支閘極的偏壓，測量通過封閉式量子點的電導值對閘極偏壓的關係。圖 4.14 為固定 U_1, U_4, U_5 與 U_2 的偏壓 ($[U_1, U_4, U_5, U_2] = [-1.176V, -1.010V, -1.001V, -0.2V]$)，改變外加於 U_3 的偏壓，測量的電導對閘極偏壓的關係圖。可以看到隨著閘極偏壓的變化，電導值也有震盪的現象，電導值約在 $0.0002 \times (2e^2/h) \sim 0.0010 \times (2e^2/h)$ 的範圍之間震盪。而背景值平均約 $0.0002 \times (2e^2/h)$ 。

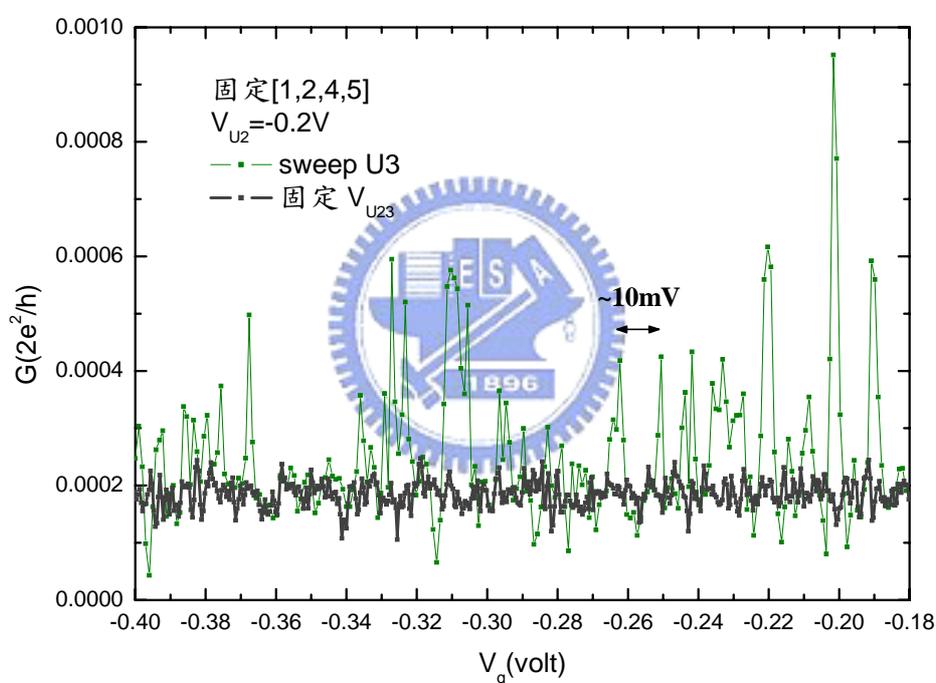


圖 4.14 固定 U_1, U_4, U_5 與 U_2 的偏壓，改變 U_3 偏壓，測量的電導對閘極偏壓的關係圖。

4.3.2 量子點之數據分析與討論

接下來對我們估算在封閉式量子點系統中的特性參數，並和其他研究量子點系統團隊的 CB oscillation 做比較。以及討論溫度效應與面積變化這兩個變數對於封閉式量子點系統的影響。

我們以量子點閘極結構來估算 average energy level spacing 與 charging energy，並與量子點系統的實驗數據做比較。由量子點的閘極結構面積為 $1.36\mu\text{m}^2$ ，量子點半徑約 $0.5\mu\text{m}$ ，可估算

$$C_{total} = 8\varepsilon_r\varepsilon_0r \approx 4.66 \times 10^{-16} F ,$$

其中 $\varepsilon_r=13.1$ ， $\varepsilon_0=8.9 \times 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ ， r ：量子點半徑。

charging energy 為

$$U = \frac{e^2}{C_{total}} \approx 343 \mu\text{eV}$$

average energy level spacing 為

$$\Delta = \frac{\hbar^2 \pi}{m^* A} \approx 2.6 \mu\text{eV} ,$$

其中 $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} = 0.66 \times 10^{-15} \text{eV} \cdot \text{s}$

$$m^* = 0.067m_e = 0.067 \times (9.1 \times 10^{-31} \text{kg})$$

分析我們的實驗數據，從圖 4.11 到圖 4.14 中電導振盪的峰值間距均約為數個 mV 的大小，我們以圖 4.14 為例，取圖中峰值間距(ΔV_g)比較一致的區域來看，估計間距約 10mV，所以 $\Delta V_g=10\text{mV}$ ，由式 2.11：

$$\Delta V_g = \frac{e}{C_g} = \frac{1}{\eta} \frac{U}{e}$$

$$\Rightarrow U = e\eta\Delta V_g \approx meV$$

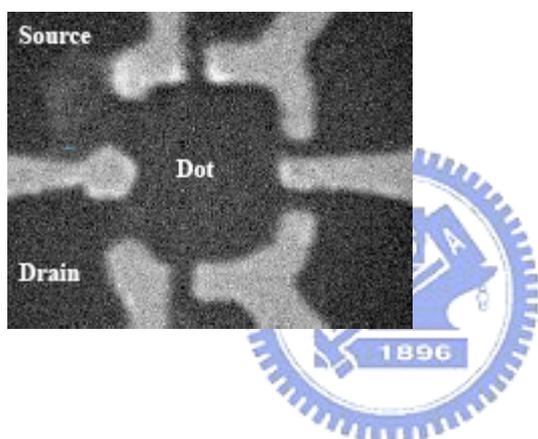
$$\text{其中 } \eta = \frac{C_g}{C_{total}} .$$

將實驗數據與我們估算的 charging energy 做比較，得到 η 的大小為 0.034。由 η 值與 C_{total} 可推算出 C_g 約為 $1.58 \times 10^{-17} \text{F}$ 。

但是在實驗數據的圖中，峰值間距(ΔV_g)並非都是等間距，可能原因是加於 U_3 的偏壓對量子點的形狀會有影響，改變量子點內的分裂能階分佈，而使量子點電位能與 C_{total} 也跟著改變。

在其他研究量子點系統的實驗團隊所測量的 Coulomb Blockade Oscillation 中，量子點面積大小為 μm^2 尺度的峰值間距(ΔV_g)約 meV 的數量級。圖 4.15 為 S. R. Patel 【19】(Marcus group)在量子點系統所測量的 Coulomb Blockade Oscillation，量子點面積約 $0.47\mu\text{m}^2$ ，測量溫度為 30mK 。從圖 4.15(b)中可以看算出峰值間距(ΔV_g)約 6meV 的大小。

(a)



(b)

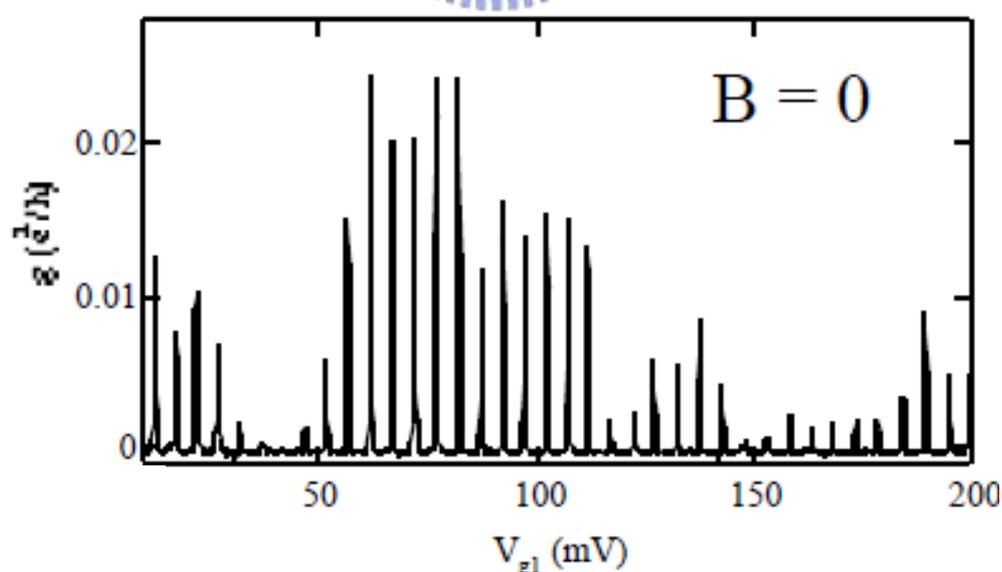


圖 4.15 S. R. Patel (Marcus group)在二維電子氣上製作的量子點結構【19】。(a)量子點結構在 SEM 下的影像，量子點面積約 $0.47\mu\text{m}^2$ 。(b)測量到的 Coulomb Blockade Oscillation，其中峰值間距(ΔV_g)約 6meV 的大小。

接下來我們分別討論溫度效應與面積變化對量子點所造成的影響：

(1)溫度效應

在第二章中我們有討論要在實驗上觀察到量子點的 Coulomb Blockade Oscillation，溫度必須滿足的先決條件： $kT < U$ 。在我們的實驗中，樣品溫度可冷卻到 0.3K，所以

$$kT = 25.8 \mu\text{eV}$$

$$\text{其中 } k = 8.6 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

而在我們的量子點所估算的 average energy level spacing 為 $\Delta \approx 2.6 \mu\text{eV}$ ，charging energy 為 $U \approx 343 \mu\text{eV}$ ，所以 kT 與 level spacing、charging energy 的關係為：

$$\Delta < kT < U$$

從第二章的討論中，我們知道 $\Delta < kT < U$ 為古典庫侖阻絕效應(classical CB effect)的局域，每個 CB peak 含有($\sim kT/\Delta$)數目的能階的貢獻，所以觀察到的每個 CB peak 的高度約略相同。在我們的量測數據中，可觀察到大部分的 CB peak 高度均小於 $0.0010 \times (2e^2/h)$ ，峰值高度相差不大。

若進一步想測量到在 $\Gamma < kT < \Delta < U$ 局域的單電子傳輸現象，溫度效應必須小於 level spacing： $kT < \Delta$ ，所以樣品溫度需要冷卻到約 0.03K ($kT = 2.58 \mu\text{eV}$) 的溫度。

圖 4.16 為 S. R. Patel 【19】 (Marcus group)測量在量子點系統的 Coulomb Blockade Oscillation 對溫度效應的影響。在他的量子點系統中，量子點面積為 $0.38 \mu\text{m}^2$ ，level spacing 為 $9 \mu\text{eV}$ ，charging energy= $380 \mu\text{eV}$ 。溫度與 level spacing 和 charging energy 的關係為：

$$(a) T=45\text{mK}, kT = 3.87 \mu\text{eV} \rightarrow kT < \Delta < U$$

$$(b) T=400\text{mK}, kT = 34.4 \mu\text{eV} \rightarrow \Delta < kT < U$$

可以看到在 $kT < \Delta < U$ 的局域中，CB peak 的高度差異很大，CB peak 的高度與量子點和源極、汲極通道的耦合強度有關。而在 $\Delta < kT < U$ 的局域中，CB peak 的高度約略相同。

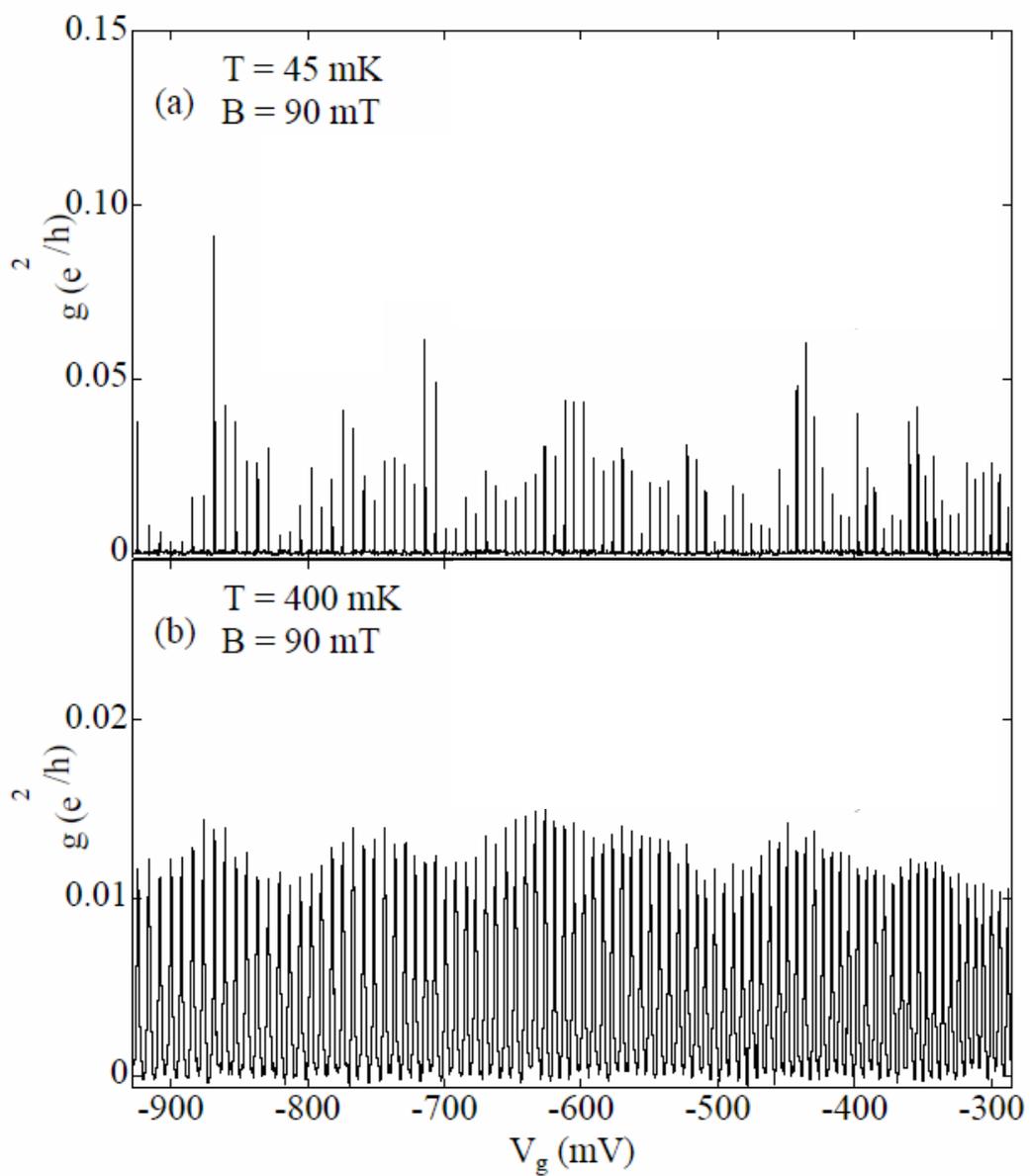


圖 4.16 溫度對 Coulomb Blockade Oscillation 的影響【19】。測量溫度分別為(a)45mK 和(b)400mK。

(2)面積變化

在我們的測量中，認為量子點的有效面積可能會隨著 U2U3 的偏壓越負而隨之減小，所以我們討論量子點面積分別對 level spacing 與 charging energy 的影響：

$$\text{charging energy : } U = \frac{e^2}{C_{total}} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_r\epsilon_0 r} \propto \frac{1}{r}, \text{ 其中 } r \text{ 為量子點半徑}$$

$$\text{average energy level spacing : } \Delta = \frac{\hbar^2\pi}{m^*A} \propto \frac{1}{A} \propto \frac{1}{r^2}$$

所以當量子點面積減小，charging energy 與 average energy level spacing 均會隨之減小，而 C_{total} 會隨之增加。所以直觀上假設量子點半徑減小 2 倍，我們預期 charging energy 會減小 1/2 倍，level spacing 會減小 1/4 倍， C_{total} 會增加 2 倍。但是在實驗上，我們並不會看到 CB peak 有如此簡單增加或減小的現象，所以推測在測量時 U2U3 所外加的負偏壓對量子點有效面積有影響，但是並沒有很明顯的影響到量子點有效面積，而且 charging energy 也會因為不同的面積形狀與大小而有不同的值。

表 4.2 為 S. R. Patel 【19】 (Marcus group) 所製作的量子點結構大小，分別將測量的參數與面積做整理。從表 4.2 中可以整理出：

- (a) 在相同結構但不同面積的情況下，如圖 4.17 的 dot4 和 dot6 閘極結構，當量子點面積減小，level spacing 與 charging energy 會隨之減小。
- (b) 當量子點面積減小(以 dot1,2,3 為例)，level spacing 會隨之減小，但 charging energy 並沒有隨著面積減小而成簡單遞減。

所以當量子點面積減小，level spacing 會隨之減小，但是 charging energy 除了會受量子點面積而影響外，也會受不同的閘極結構形狀而有不同的值。

Parameter	dot 1	dot 2	dot 3	dot 4	dot 5	dot 6	dot 7
A (μm^2)	0.17	0.20	0.32	0.34	0.38	0.47	0.50
d (\AA)	900	900	800	800	900	800	900
Δ (μeV)	21	18	11	11	9	8	7
E_c (μeV)	560	760	580	500	380	600	320
N	340	400	960	1000	760	1400	1000

表4.2 不同的量子點面積大小所對應的特性參數【19】。表中的參數依序為：量子點面積(A)，

2DEG的深度(d)，level spacing($\Delta = \frac{\hbar^2 \pi}{m^* A}$)，charging energy ($E_c = \frac{e^2}{C_{dot}}$)與量子點內的

電子數目(N)。

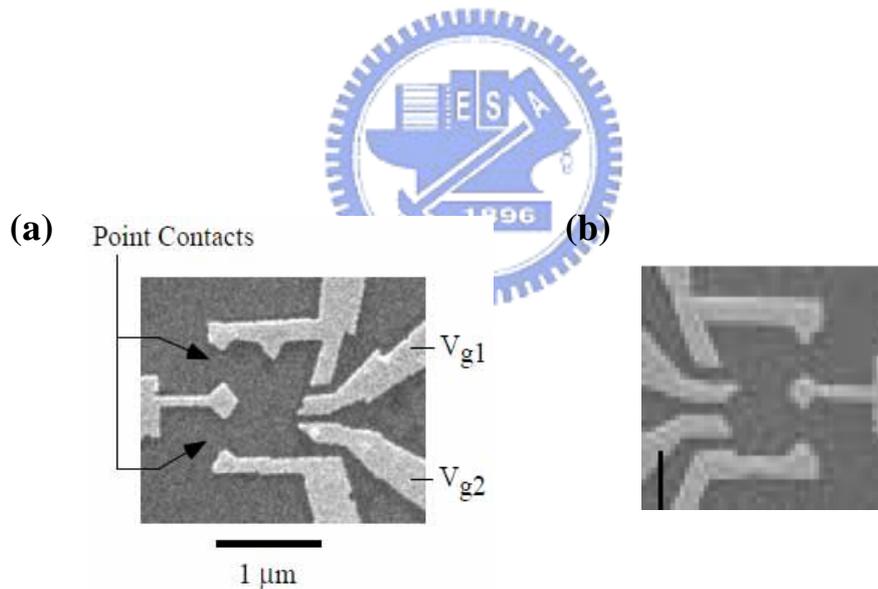


圖4.17 S. R. Patel【19】所製作的量子點結構在SEM下的影像。(a)Dot 6，量子點面積為 $0.47\mu\text{m}^2$ 。

(b) Dot 4，量子點面積為 $0.34\mu\text{m}^2$ 。

我們利用製作的量子點結構，成功的在二維電子氣上侷限成封閉式量子點系統，以及估算量子點的特性參數。並且利用定電壓源電路測量 Coulomb Blockade Oscillation，測量到 CB Oscillation 的峰值間距(ΔV_g)約 10meV 左右的大小。並與其他研究量子點的實驗團隊在 μm^2 大小了量子點系統所測量的 CB Oscillation 做比較，其 CB Oscillation 的峰值間距(ΔV_g)的數量級也是在 meV 的尺度大小。

但是在我們的測量的 CB Oscillation 中，峰值的間距並不是全為等間距，除了推測是因為 U2 與 U3 所外加的偏壓而對量子點系統的面積有所影響，所以 charging energy、 C_{total} 與 level spacing 的大小也會隨之改變。

未來可以改進量子點的結構，使量子點面積不會隨著測量 CB Oscillation 的外加偏壓而改變。以及製作不同面積的量子點結構，分別測量不同 level spacing 的量子點系統。並且可以將元件利用稀釋致冷系統(dilution refrigerator)降到 30mK 的低溫中，測量在 $kT < \Delta < U$ 這個溫度局域內的 CB Oscillation。

