

國立交通大學

電子物理學系電子物理研究所

碩士論文

光折變晶體中雙能階記錄之光定影技術的理論研究



Theoretical Investigation on Optical Fixing by Using Two-Center Recording in
Photorefractive Crystals

研究生：劉盈麟

指導教授：林烜輝 教授

中華民國九十五年一月

光折變晶體中雙能階記錄之光定影技術的理論研究
Theoretical Investigation on Optical Fixing by Using Two-Center
Recording in Photorefractive Crystals

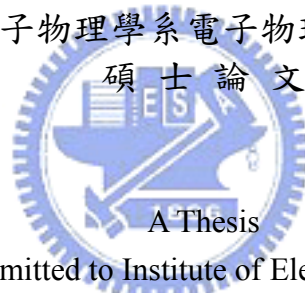
研究生：劉盈麟

Student：Ying-Lin Liu

指導教授：林烜輝

Advisor：Shiuan-Huei Lin

國立交通大學
電子物理學系電子物理研究所
碩士論文



Submitted to Institute of Electrophysics
College of Science

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electrophysics

January 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年一月

光折變晶體中雙能階記錄之光定影技術的理論研究

學生：劉盈麟

指導教授：林烜輝 教授

國立交通大學電子物理研究所碩士班

摘 要

將光折變晶體應用在全像光學儲存系統中作為儲存媒體是一個很有潛力的資訊儲存技術，如何達成長時間的資訊儲存則是此技術中一個主要的議題，使用雙波長寫入的光定影技術是一個可能的解決方法，也就是光折變晶體中雙能階記錄的光定影技術。本篇論文以 Kukhtarev 方程式為基礎，使用單載子雙能階的數學模型來求解，在不同的近似條件下我們可以解出一組解析解或是直接應用數值方法處理之，解出該式我們就能得到空間電場項並且可以對整個記錄過程做理論的模擬；我們以此為工具並使用鉬酸鋰(LiNbO_3)及矽酸鉍($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$)這兩種晶體的材料參數為模型，將材料參數對記錄結果的影響做仔細的研究與討論。


Theoretical Investigation on Optical Fixing by Using Two-Center Recording in Photorefractive Crystals

Student : Ying-Lin Liu

Advisors : Dr. Shiuan-Huei Lin

Institute of Electrophysics
National Chiao Tung University

ABSTRACT



Holographic data storage using photorefractive crystals as storage materials is a potential technology. How to obtain long time data storage is a primary issue. Using two-center recording in photorefractive crystals is one solution. This thesis is based on Kukhtarev equations. We use a single-carrier band-transport model with two energy levels and obtain both analytical and numerical solutions. With these solutions we obtain space charge field term and are able to simulate the recording and fixing processes. We select two crystals, LiNbO_3 and $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, and use their parameters for simulation respectively. We then discuss how material parameters affect the recording and fixing processes in this thesis.

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目錄	iii
圖目錄	v
表目錄	viii
符號說明	ix
一、 簡介	1
1.1 緒論	1
1.2 光折變效應	6
1.3 多能階雙波長光折變效應	13
1.4 理論分析方法	16
1.5 論文章節安排	19
二、 鈮酸鋰晶體之雙波長記錄	20
2.1 理論模型分析	20
2.2 多能階雙波長記錄及定影分析	24
2.3 鈮酸鋰晶體參數	31
2.4 材料參數影響	36
2.4.1 摻雜所造成施體與受體濃度之影響	36
2.4.2 深能階和淺能階電子再補獲係數對記錄結果的影響	46
2.4.3 吸收光子截面積對記錄結果的影響	52
2.5 記錄系統參數影響	62
2.5.1 寫入光和激發光強度對記錄結果的影響	62
2.5.2 兩道寫入光在晶體外所夾角度對記錄結果的影響	70
2.6 結論	74

三、	矽酸鋇晶體之雙能階記錄	78
3.1	矽酸鋇晶體和鈮酸鋰晶體的比較	78
3.2	矽酸鋇晶體的材料參數及記錄結果	81
3.2.1	電子移動速率對紀錄結果的影響	83
3.2.2	淺能階電子熱激發係數對紀錄結果的影響	85
3.2.3	淺能階電子熱激發係數對紀錄結果的影響	86
3.3	實驗與模擬的比較	89
3.4	結論	94
四、	結論	95
	參考文獻	100



圖 目 錄

圖 1.1	單載子單能階能帶傳輸模型.....	6
圖 1.2	單載子雙能階能帶傳輸模型示意圖	13
圖 2.1	電子初始分佈示意圖.....	20
圖 2.2	電子寫入階段最後分佈示意圖.....	22
圖 2.3	記錄過程空間電場變化圖.....	35
圖 2.4a	寫入階段空間電場對受體濃度變化圖	37
圖 2.4b	定影階段空間電場對受體濃度變化圖	38
圖 2.4c	空間電場固定效率對受體濃度變化圖	38
圖 2.4d	敏感度變對受體濃度化圖.....	39
圖 2.5a	寫入階段空間電場對淺能階施體濃度變化圖	41
圖 2.5b	定影階段空間電場對淺能階施體濃度變化圖	41
圖 2.5c	空間電場固定效率對淺能階施體濃度變化圖	42
圖 2.5d	敏感度對淺能階施體濃度變化圖.....	42
圖 2.6a	寫入階段空間電場對深能階施體濃度變化圖	44
圖 2.6b	定影階段空間電場對深能階施體濃度變化圖	44
圖 2.6c	空間電場固定效率對深能階施體濃度變化圖	45
圖 2.6d	敏感度對深能階施體濃度變化圖.....	45
圖 2.7a	寫入階段空間電場對深能階施體濃度變化圖	47
圖 2.7b	定影階段空間電場對深能階施體濃度變化圖	47
圖 2.7c	空間電場固定效率對深能階施體濃度變化圖	48
圖 2.7d	敏感度對深能階施體濃度變化圖.....	48
圖 2.8a	寫入階段空間電場對淺能階電子再補獲係數變化圖	50
圖 2.8b	定影階段空間電場對淺能階電子再補獲係數變化圖	50
圖 2.8c	空間電場固定效率對淺能階電子再補獲係數變化圖	51

圖 2.8d	敏感度對淺能階電子再補獲係數變化圖	51
圖 2.9a	寫入階段空間電場對淺能階吸收激發光截面積變化圖	53
圖 2.9b	定影階段空間電場對淺能階吸收激發光截面積變化圖	54
圖 2.9c	空間電場固定效率對淺能階吸收激發光截面積變化圖	54
圖 2.9d	敏感度對淺能階吸收激發光截面積變化圖	55
圖 2.10a	寫入階段空間電場對深能階吸收激發光截面積變化圖	56
圖 2.10b	定影階段空間電場對深能階吸收激發光截面積變化圖	57
圖 2.10c	空間電場固定效率對深能階吸收激發光截面積變化圖	57
圖 2.10d	敏感度對深能階吸收激發光截面積變化圖	58
圖 2.11a	寫入階段空間電場對淺能階吸收寫入光截面積變化圖	59
圖 2.11b	定影階段空間電場對淺能階吸收寫入光截面積變化圖	59
圖 2.11c	空間電場固定效率對淺能階吸收寫入光截面積變化圖	60
圖 2.11d	敏感度對淺能階吸收寫入光截面積變化圖	60
圖 2.12a	寫入階段空間電場對寫入光強度變化圖	62
圖 2.12b	定影階段空間電場對寫入光強度變化圖	63
圖 2.12c	空間電場固定效率對寫入光強度變化圖	63
圖 2.12d	敏感度對寫入光強度變化圖	64
圖 2.13a	寫入階段空間電場對激發光強度變化圖	65
圖 2.13b	定影階段空間電場對激發光強度變化圖	65
圖 2.13c	空間電場固定效率對激發光強度變化圖	66
圖 2.13d	敏感度對激發光強度變化圖	66
圖 2.14a	固定寫入光對激發光比值下寫入階段空間電場變化圖	68
圖 2.14b	固定寫入光對激發光比值下定影階段空間電場變化圖	68
圖 2.14c	固定寫入光對激發光比值下空間電場固定效率變化圖	69
圖 2.14d	固定寫入光對激發光比值下敏感度變化圖	69

圖 2.15a	寫入階段空間電場對寫入光晶體外夾半角變化圖.....	71
圖 2.15b	定影階段空間電場對寫入光晶體外夾半角變化圖.....	71
圖 2.15c	空間電場固定效率對寫入光晶體外夾半角變化圖.....	72
圖 2.15d	敏感度對寫入光晶體外夾半角變化圖.....	72
圖 2.16a	定影階段空間電場對受體濃度變化圖.....	75
圖 2.16b	定影階段空間電場對深能階施體濃度變化圖.....	75
圖 2.16c	定影階段空間電場對深能階電子再補獲系數變化圖....	76
圖 3.1	電子移動速率影響記錄曲線變化圖.....	83
圖 3.2	淺能階熱激發係數影響記錄曲線變化圖.....	85
圖 3.3	深能階熱激發係數影響記錄曲線變化圖.....	87
圖 3.11	BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄實驗結果.....	89
圖 3.12	BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄模擬結果.....	91
圖 4.1a	雙波長記錄模擬結果.....	95
圖 4.1b	單波長記錄模擬結果.....	96



表 目 錄

表 2.1	鋰酸鋁晶體材料參數.....	32
表 2.2	鋰酸鋁晶體記錄系統參數.....	33
表 3.1	矽酸鋁晶體材料參數.....	81
表 3.2	矽酸鋁晶體記錄系統參數.....	82



符號說明

- ε : 介電常數
- γ_{eff} : 電光係數
- n_{eff} : 折射率
- μ : 電子移動速率
- n : 傳導帶上的電子濃度
- N_A : 受體濃度
- N_1 : 深能階施體濃度
- N_2 : 淺能階施體濃度
- S_{11} : 深能階吸收激發光的截面積
- S_{21} : 淺能階吸收激發光的截面積
- S_{22} : 淺能階吸收寫入光的機率
- P_{11} : 深能階吸收激發光的光伏特效應係數
- P_{21} : 淺能階吸收激發光的光伏特效應係數
- P_{22} : 淺能階吸收寫入光的光伏特效應係數
- r_1 : 深能階電子再補獲係數
- r_2 : 淺能階電子再補獲係數
- β_1 : 深能階電子熱激發係數
- β_2 : 淺能階電子熱激發係數
- T : 晶體溫度
- L : 晶體厚度
- m : 調變深度
- K_B : 波茲曼常數
- I : 光強度
- J : 電流
- E : 電場

第一章

簡介

1.1 緒論

光折變晶體是一種多功能的光學晶體，當晶體受到強度不均勻的光照射時，晶體內的折射率也會隨著光的強度變化發生改變。因為這種特性，光折變晶體可以用來紀錄光在空間中的強度變化，換言之，它就是一種相位底片。因此，若加上適當光學系統安排，就可以用全像技術來將光折變晶體做成絕佳的光學資訊的儲存媒體，全像儲存技術是將所要記錄的資料經由兩道光在空間中干涉所形成的干涉圖像讓底片感光而記錄下來，光折變晶體可以用做記錄這些干涉條紋的媒介。此外，由於此種底片有一定的厚度 (~mm)，所以紀錄的資訊為一種體積全像，而其特性讓系統只要改變記錄光的角度就能在很小體積的光折變晶體中記錄下很多幅這樣的干涉圖像，而讀取時也只要根據角度就能快速的挑選出所需要的資料，由於光學的平行性，所以可形成高密度且高速度的資訊儲存系統。另一方面，從文獻參考中可知光折變晶體除了在光學資料儲存的應用之外，在光學計算、即時影像處理和類神經網路的研究發展上，都有其應用價值，是有多方面發展可能的體積全像材料。

光折變效應的發現是在 1966 年貝爾實驗室的 Ashkin 博士所發現的，他們發現雷射光會使鉍酸鋰晶體 (LiNbO_3) 和鈦酸鋰晶體 (LiTaO_3) 的折射

率發生非均勻的改變，讓光產生散射，很像晶體產生了破壞，所以將這種變化稱為光學損害 (optical damage) [1]，而這種損害是可以復原的，兩年後，也就是 1968 年，貝爾實驗室的 Chen 博士將光學損害應用到了全像光學儲存技術上面，成功的在鈮酸鋰晶體中記錄了第一張光折變體積全像，並第一次提出這樣的晶體可以做為高容量、可抹寫的儲存媒介 [2]。在 1979 年 Kukhtarev 提出了單能階能帶傳輸模型以解釋光折變效應 [3]，而用來描述這個模型的數學式子就被稱為 Kukhtarev 方程組，這個模型成功的解釋了當時所觀察到的光折變效應並且為後來的理論發展奠定了基礎。從此光折變效應開始被廣泛的研究，科學家也在更多不同種類的晶體上觀察到了光折變效應，隨著雷射光源、長晶技術的進步，有了更好的光源及更佳光學品質的晶體，光折變晶體開始在各個不同的應用發展上都有長足的進步，而最先被提出的應用，做為光學資料儲存的媒介，則為未來在高密度及速度的資料儲存的需求提供了一個絕佳的可能解決之方案。

隨著科技的進步，人們對於資料儲存的需求愈來愈大，從之前 CD 的 650MB 到現在紅光 DVD 的 4.7GB，雙層更可達 8.5GB，下一代的藍光 DVD 更可達 50GB 之高。但是人們對高容量儲存媒介的需求從來沒有停止過，各種有可能取代現在光碟儲存的技術也都在開發中，使用光折變晶體配合全像技術的全像三維儲存技術正是其中之一，全像三維儲存和二維光碟儲存比較起來有兩個很大的優勢，第一、因為三維儲存是在一個體

積上記錄資料，可以突破面積尺寸上的限制，從物理角度來看，每一資料所佔體積為記錄光波長的立方，因此直徑一樣大小的碟片，只要增加厚度就可以增加很可觀的容量；第二、三維儲存技術在讀取資料是一次讀取整個頁面，跟傳統的光碟一次讀取一個位元比起來，讀取速度當然快的很多，假設每個頁面的資料量為一百萬位元，則相同的搜尋時間下，三維全像讀取速度可比光碟高上了數千倍之多。雖然這樣的技術有很多優點，但要成為大眾化的商品還有很多困難要克服，其中一個關鍵問題就是尋找最適當的材料，很多的材料都具有光折變效應，從最早發現的鈮酸鋰 (LiNbO_3)、鈦酸鋰 (LiTaO_3)、到半導體晶體砷化鎵 (GaAs)、磷化銦 (InP)、硒化鎘 (CdTe) 等單晶，以及鈦酸鋇 (BaTiO_3)、鈮酸鉀 (KNbO_3)、矽酸鈹 ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$)、鍺酸鈹 ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$)、鈦酸鈹 ($\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$) 等氧化物晶體，還有光折變高分子材料 (photorefractive polymer) 都具有光折變效應，各個不同材料所具備特性都不一樣，會有不同的用途。同樣的，就選定晶體材料而言，藉著在材料中加入不同的元素，也會大大的改變材料光折變效應的參數，所以提供了很多的可能性，尋找適當的材料及參數以發展光折變多樣性之研究。另一個關鍵問題是資訊的保存性，因為光折變效應為一種照光折射率變化之動態效應，所以資訊記錄完後再進行讀取時會破壞所記錄的資料，所以只能做一次讀取。要做為長時間且可多次讀取的儲存媒體，就必需讓光折變晶體中所記錄的圖像固定下來，目前已有許多種不同的定

影技術先後被提出證實，如熱定影 (thermal fixing)、電定影 (electrical fixing) 和光定影 (two-photon recording) 等不同的方法。在各種不同的定影法當中，我們認為光定影的技術是極具發展性的一種方法，因為這種方法不需要加熱，也不需要外加特殊電場的控制，因此在實際的應用上是較容易使用的方法。從文獻上來看，使用光定影的光折變晶體必需要有兩個能階的施體 (donor)，稱之為雙能階之光定影技術，定影之原理是用兩種不同能量的光子來進行記錄的階段，均勻分佈的短波長之激發光 (gate light)，具有能量較高的光子會激發晶體中較深能階施體的電子；有干涉調變且波長較長的記錄光會激發較淺能階的電子，造成電子密度隨光強度變化而分佈，這些電子會被轉換到深能階造成深能階施體中空間電荷的重新分佈，這些電荷的分佈決定了折射率的變化；在讀取時則只使用能量較低的光子進行讀取，這些光子的能量不夠所以不會激發而影響到深能階施體中的電子分佈，定影的目的也就達到了；因為是以激發光的方式來控制所要固定的資訊，所以叫做光定影。定影的效率直接影響了能記錄的體積全像的數量，定影的效率愈好則能寫入愈多的體積全像，儲存的容量也就愈大，而定影效率也直接受到材料光折變效應參數的影響，所以研究晶體參數對定影效率的影響將是此類課題一個最重要的課題。

本論文的重點即是在雙能階記錄之光定影技術的理論研究，我們選定了鈮酸鋰 (LiNbO_3) 及矽酸鈹 ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$) 這兩種晶體來進行研究，以理論

模擬的方式，用電腦計算比較各個參數對整個記錄過程的影響，以期能找出控制材料參數時的正確方向。在進入本論文之主題討論前，先讓我們簡介光折變效應的各項細節，作為主題討論之基礎。



1.2 光折變效應

光折變材料是同時具備光導電性 (photoconductive) 與電光效應 (electro-optic effect) 的材料，光折變材料的折射率會因為光的照射而改變，如果我們使用兩道同調光進行干涉，並且讓光折變材料受到干涉光的照射，光的干涉條紋就會以折射率變化的形態在材料內儲存下來。會有這樣的改變是由於光會激發材料內的電子到傳導帶，所以在光亮處會產生許多的自由電子，這些電子會受到擴散 (diffusion)、漂移 (drift) 及光伏特效應 (photovoltaic) 的影響而移動，電子在移動的過程中會反覆的被補獲和激發，直到移動到光暗處的空陷時就被該處的空陷所捕獲，由於光暗處電子不會再被光激發出來，電子一但在光暗處被補獲就沒有再被激發出來的機會，也就停留在光暗處了；而光亮處電子不斷被激發出來，光暗處不斷的捕獲電子，最後就會形成空間電荷的分布，在晶體內就有不均勻的電場產生，因為材料具有的光電效應的特性，折射率會受電場影響而改變，因此整個材料的折射率就會隨著電場變化形成相對應的分布；最後光的干涉條紋就會以折射率改變的形式被儲存下來，只要電子的分布不改變，電場不變，折射率就跟著不變，資訊就可以一直被儲存著。

1979 年 Kukhtarev 提出了單載子單能階能帶傳輸模型以解釋光折變效應，一般而言光折變晶體都有很大的能帶間隙，因此可見光波段的光子沒有足夠的能量直接將價電帶的電子激發到傳導帶中，如果在晶體加入其

他元素 (doping) 就會在晶體內形成施體 (donor) 能階，以 N_D 表示；而晶體本身缺陷所造成的本質能階在能帶中是處於比施體能階更深的地方，以 N_A 表示，這些能階我們稱為受體 (acceptor) 能階。當這些能階在能帶間隙中形成時，施體能階中的部份電子會掉到受體能階，這些失去了電子的施體就成了離子化施體 (ionized donor)。當光加入反應時，由於受體能階在能帶深處，光子並不能影響它，所以只有施體能階中的電子能被激發至傳導帶，Kukhtarev 的單載子單能階能帶傳輸模型就是建立在這樣的能帶結構之下。下圖是示意圖，

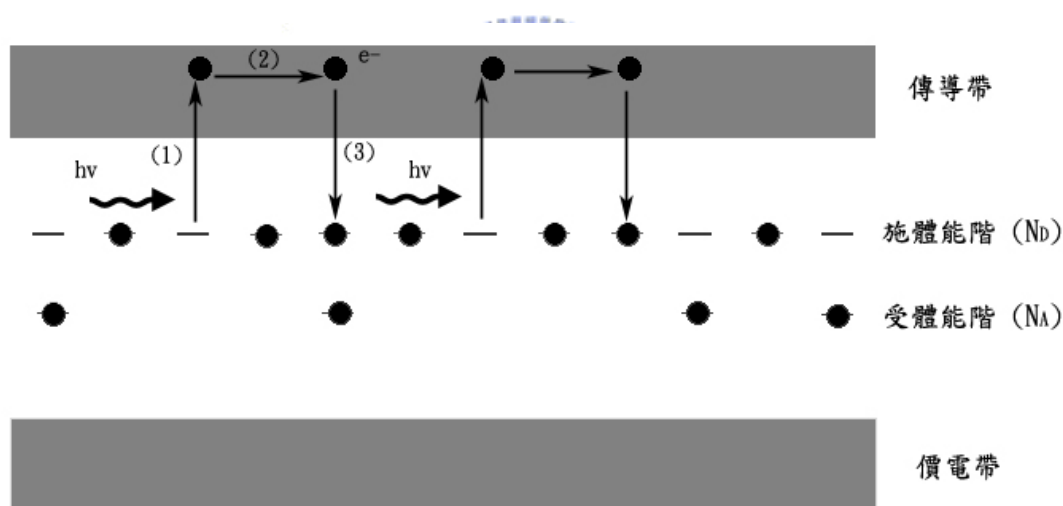


圖 1.1 單載子單能階能帶傳輸模型

圖中的黑圓圈代表電子，橫槓代表的是離子化施體，單載子的意思就是光子只會激發電子不會激發出電洞，光子將電子從施體打到傳導帶，電子在傳導帶移動了一段距離之後又重新回到了施體能階上，電子在單能階能帶傳輸模型中就是靠著重覆被激發、補獲的過程在材料中移動的。當具有亮

暗週期的光照射光折變晶體時，亮處的電子會被激發到傳導帶，造成亮處跟暗處自由電子的濃度不一樣，電子會由濃度高的地方往濃度低的地方移動，這就是擴散作用 (diffusion)；隨著電子開始在光暗處逐漸累積，更多的電子要再進入光暗處時就會感受到更大的庫倫斥力，這股庫倫斥力會慢慢增加到剛好可以抵消擴散作用，換句話說就是因為累積電荷產生的空間電場分布剛好跟擴散作用互相抵消，電子便不再由光亮處移動到光暗處，此時電子的分布達到穩定的狀態，晶體的折射率也受到這空間電場的調變產生改變；如果對晶體外加一個電壓，則所有的電子都會受到外加電場的影響在同一方向產生位移，這就是漂移 (drift) 作用，對於具有光伏特效應 (photovoltaic effect) 的晶體而言，即使沒有外加電壓，光的照射就會讓晶體產生一個開路電壓，電子受這電壓影響產生了等效的電流，所以也會有一定的位移產生。如果將電子在空間的分布用一個週期函數來表示，那這些位移就會以一個相位差的形式顯現出來，當我們用數學方程式來描述這些現象時就可以很清楚的看到這些結果。

$$\frac{\partial}{\partial t} N_D^+ = (N_D - N_D^+) (SI + \beta) - \alpha n N_D^+ \quad (1.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho = 0 \quad (1.1b)$$

$$\mathbf{J} = \mu K_B T \nabla n + e \mu n \mathbf{E} + PI (N_D - N_D^+) \quad (1.1c)$$

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{e}{\epsilon} (N_D^+ - N_A - n) \quad (1.1d)$$

以上四式就是 Kukhtarev 方程組，式 (1.1a) 是載子產生速率方程式， N_D 是施體的濃度， N_D^+ 是離子化施體的濃度，因此 $(N_D - N_D^+)$ 就是施體能階

內所含的電子濃度，要將電子激發到傳導帶有兩種方式，一是由入射的光子激發， I 是入射光的強度， S 是材料對光吸收的截面積，所以 SI 就是入射光子成功與材料產生反應的速率，另一個方式是由熱提供能量， β 代表的就是熱激發雜質電子的速率，因此在 (1.1a) 中 $(N_D - N_D^+)(SI + \beta)$ 這個項代表的就是電子被激發到傳導帶的速率，也就是傳導帶電子增加的速率；相反的，第二項 rnN_D^+ 就是傳導帶電子減少的速率， r 是電子的再結合率、 n 是傳導帶中電子的濃度；所以式 (1.1a) 所描述的就是電子在傳導帶中數量的變化。式 (1.1b) 是電荷連續方程式， ρ 是電荷的密度， J 是電流，這式子的來源就是電荷守衡定律。式 (1.1c) 是電流密度方程式， μ 是電子移動率 (mobility)、 K_B 是波茲曼常數、 T 是絕對溫度、 e 是電子的帶電量、 E 是空間電場、 P 是光伏特效應的參數，第一項 $e\mu nE$ 代表的就是漂移電流，是電子受電場的影響產生的移動；第二項 $K_B T \mu \nabla n$ 代表的是擴散電流，這一項是電子經由擴散效應企圖達到均勻分布所產生的電流；第三項 $PI(N_D - N_D^+)$ 是由於光伏特效應所產生的電流； J 是晶體內的總電流密度，也就是這三項的合。式 (1.1d) 是電中性方程式，晶體內電場和電荷密度必需滿足 Poisson 方程式， N_D^+ 是離子化的施體所以帶正電， N_A 是受體帶負電， n 是電子當然也帶負電， $e(N_D^+ - N_A - n)$ 就是材料內的電荷密度，整個材料還是維持電中性； N_A 一般來說不參與反應所以當作常數考慮。利用這組方程式可以就可以解出空間電場 [4]，因為寫入光只在

z 方向有週期變化，所以我們只考慮一維的狀況，將寫入光表示為

$I=I_0(1+m \cos Kz)$ 代入式 (1.1) 可以解出

$$\mathbf{E} = m\mathbf{E}_{SC}[-\cos (Kz + \phi) + e^{-t/\tau} \cos (Kz + \omega t + \phi)] \quad (1.2a)$$

其中

$$\mathbf{E}_{SC} = \mathbf{E}_q \left(\frac{(\mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_{ph})^2 + \mathbf{E}_d^2}{\left(\mathbf{E}_0 - \frac{N_A}{N_D} \mathbf{E}_{ph}\right)^2 + (\mathbf{E}_d + \mathbf{E}_q)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.2b)$$

$$\tan \phi = \frac{(\mathbf{E}_d + \mathbf{E}_q) \mathbf{E}_d + \left[\mathbf{E}_0 - \frac{N_A}{N_D} \mathbf{E}_{ph}\right] (\mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_{ph})}{(\mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_{ph}) \mathbf{E}_q - \mathbf{E}_{ph} \mathbf{E}_d [(N_D - N_A) / N_D]} \quad (1.2c)$$

$$\omega = \frac{1}{\tau_d} \frac{\frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}_q} - \frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}_\mu} - \frac{N_A \mathbf{E}_{ph}}{N_D \mathbf{E}_q} \left(1 + \frac{\mathbf{E}_d}{\mathbf{E}_\mu}\right)}{\left(1 + \frac{\mathbf{E}_d}{\mathbf{E}_\mu}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}_\mu}\right)^2} \quad (1.2d)$$

$$\tau = \tau_d \frac{\left(1 + \frac{\mathbf{E}_d}{\mathbf{E}_\mu}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}_\mu}\right)^2}{\left(1 + \frac{\mathbf{E}_d}{\mathbf{E}_q}\right) \left(1 + \frac{\mathbf{E}_d}{\mathbf{E}_\mu}\right) + \frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}_\mu} \frac{(\mathbf{E}_0 - \frac{N_A}{N_D} \mathbf{E}_{ph})}{\mathbf{E}_q}} \quad (1.2e)$$

$$\tau_d = \frac{\epsilon}{e \mu n_0} \quad (1.2f)$$

$$n_0 = \frac{(N_D - N_A) S I_0}{r N_A} \quad (1.2g)$$

$$\mathbf{E}_d = \frac{K_B T K}{e} \quad (1.2h)$$

$$\mathbf{E}_q = \frac{e N_A (N_D - N_A)}{\epsilon K N_D} \quad (1.2i)$$

$$\mathbf{E}_\mu = \frac{r N_A}{\mu K} \quad (1.2j)$$

$$\mathbf{E}_{ph} = -\frac{P r N_A}{e \mu S} \quad (1.2k)$$

其中 E_d 是擴散電場 (diffusion field)、 E_μ 是漂移電場(drift field)、 E_q 是飽合電場 (saturation field)、 E_{ph} 是光伏特效應造成的電場。有了空間電

場的解之後，我們就可以進一步找出折射率的變化。

所有光折變材料都具有光電效應，電場會對材料的折射率造成以下的改變

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right) = r_{ijk} E_k^{SC} \quad (1.3)$$

E_k^{SC} 就是空間電場，我們已經在式 1.2 得到了，因為只考慮一維在 z 方向的電場， E_k^{SC} 可以這樣表示

$$E_k^{SC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} E_{SC} \cos Kz \quad (1.4)$$

在這裡 z 方向是延著晶體的 c 軸，而 r_{ijk} 是電光效應系數，是一個 3x6 的張量，以鈮酸鋰晶體為例

$$r_{ijk} = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$



那麼折射率的改變就會變成

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right) = \begin{pmatrix} r_{13} & 0 & 0 \\ 0 & r_{13} & 0 \\ 0 & 0 & r_{33} \end{pmatrix} E_{SC} \cos Kz \quad (1.6)$$

因為式子裡面的張量，所以折射率的變化會受到光的極化方向影響，假設光的極化方向是 \mathbf{p} ，上式可以改寫為

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right) = \langle \mathbf{p} | \Delta(1/n^2) | \mathbf{p} \rangle \quad (1.7)$$

上式右邊正是 \mathbf{p} 和 $\Delta(1/n^2)\mathbf{p}$ 的內積，也是 $\Delta(1/n^2)_{ij}$ 的期望值，所以式子可以再改寫為

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 \langle \mathbf{p} | \Delta (1/n^2) | \mathbf{p} \rangle \quad (1.8)$$

如果 \mathbf{p} 的方向是在 y 方向的話，那上式就可以寫成

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 r_{13} E_{sc} \cos Kz \quad (1.9)$$

最後折射率的變化就是以這樣的形式存在光折變晶體之中。這樣週期變化的折射率改變實際就是一個光柵，晶體內部有了這樣的折射率變化時，我們用一道均勻光去照射它時就會有繞射的效果，而繞射的結果在全像術上就是重建當時寫入的物體光，這就是我們讀取資料的方法，隨著晶體內折射率改變的程度不同，繞射所得的光強度也不同，將繞射光的強度除上繞射光和穿透光的強度和就是繞射效率，這是實驗上可以直接量測的值，而繞射效率也可以從理論上直接計算得到，所以這是連接實驗和理論的一個重要量值。



1.3 多能階雙波長光折變效應

上一小節所述的單能階的光折變效應，是最簡單也最容易理解的狀況，當我們在材料中加入二種以上的元素時，能帶結構就會出現二個以上的施體能階，這時後我們所要處理的就是多能階光折變效應，要了解多能階光折變效應，必須從最簡單的條件開始，也就是雙能階的系統，我們依舊是使用能帶傳輸模型，並且考慮只有一種載子（電子）的狀況，下圖是單載子雙能階能帶傳輸模型的示意圖，

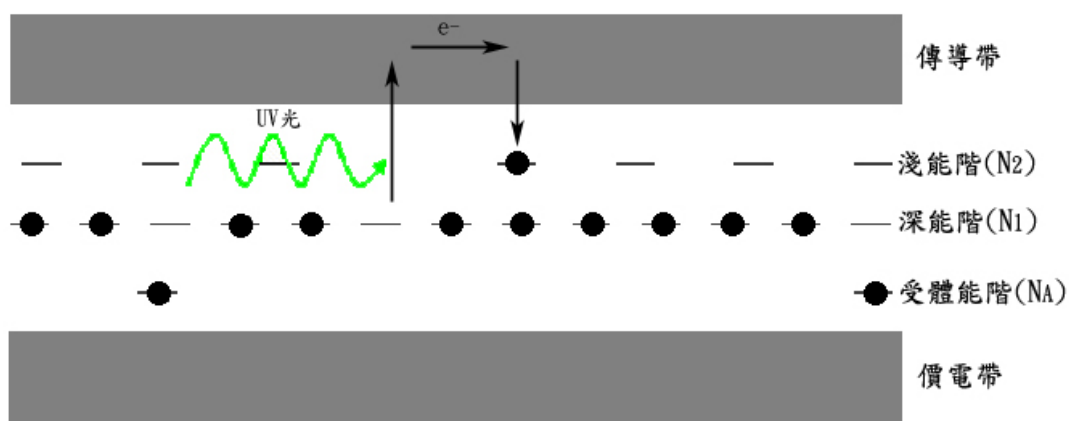


圖 1.2 單載子雙能階能帶傳輸模型示意圖

現在施體能階有兩個，我們將較淺的能階用 N_2 表示，較深的能階用 N_1 表示，由圖中可以看到淺能階的電子較深能階為少，這是因為在還沒有光照射時，這些電子就只能從熱能獲得能量，淺能階電子要躍遷到傳導帶所需能量較低，所以淺能階的電子有機會從熱能獲取足夠的能量躍遷到傳導帶，電子一但到了傳導帶就有一定的機率會被淺能階或深能階所補獲，一

但被深能階補獲就沒有機會再進入到傳導帶了，所以最後的結果相當於大部份的電子都從淺能階轉移到深能階，只有少數的電子會留在淺能階中。由於要激發深能階中的電子到傳導帶需要較高的能量，在單能階模型所用的寫入跟讀取光並不足以激發深能階中的晶體，因此我們需要另一個波長較短、能量較高的光源來激發深能階中的電子以參與整個反應，這道光通常是在紫外光波段，所以我們有時也叫它 UV 光或是激發光。在進行資料的寫入時，用兩道同調的寫入光（紅光）在空間中干涉並照射在光折變晶體上，這些干涉條紋就是我們要記錄的資料，另一道激發光則是均勻的照射在晶體上，因為激發光的照射，深能階中的電子會被激發至傳導帶中，這些電子就會重新分布到深能階與淺能階中，回到淺能階的電子，因為紅光是有亮暗的週期分部的，所以這些電子再受到紅光激發出來時就不會是均勻的分布，這些電子會受到擴散 (diffusion)、漂移 (drift) 及光伏特效應 (photovoltaic) 的影響而移動，最後電子也就形成不均勻的分布，到這個階段為止我們稱之為寫入階段，寫入一段時間之後電子在空間中的分佈逐漸成型，這時我們便將激發光關掉，而寫入光則改以均勻的紅光照射，這個階段叫做定影階段，借著紅光的照射，電子會從淺能階轉移到深能階中，因為紅光對深能階沒有影響，所以電子轉移到深能階後就固定下來了，這就是光定影的過程，經過了光定影的過程，我們所記錄下的資料就可以進行多次的讀取，不會在讀取過程中被破壞了；如果要抹去資料，只要用均

勻的激發光照射一段時間即可。如果是單能階的寫入機制，寫入與讀取時必需使用同樣波長的光，在讀取時光會造成電子的重新分布，所儲存的資料就被破壞了，因此單能階光折變效應只能做一次的讀取而以；而在多能階的結構下，我們便有機會將要記錄的資訊記錄在較深的能階中，如此一來在讀取時因為光子的能量不足以激發較深能階的電子，也就不會破壞所儲存的資料，可以做多次讀取的動作。本論文的重點就是以能帶傳輸模型的數學式為基礎，在一些近似條件可以得到解析解或是直接使用數值方法，由電腦模擬所得的結果來探討多能階雙波長光折變效應。要從數學上分析多能階雙波長光折變效應，可以根據單能階的數學模型加以修改如下

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_1^+ = (\mathbf{N}_1 - \mathbf{N}_1^+) (\mathbf{S}_{11} \mathbf{I}_1 + \beta_1) - \mathbf{r}_1 \mathbf{n} \mathbf{N}_1^+ \quad (1.10a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_2^+ = (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^+) (\mathbf{S}_{21} \mathbf{I}_1 + \mathbf{S}_{22} \mathbf{I}_2 + \beta_2) - \mathbf{r}_2 \mathbf{n} \mathbf{N}_2^+ \quad (1.10b)$$

$$\mathbf{J} = \mu \mathbf{K}_B \mathbf{T} \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{n} + e \mu \mathbf{n} \mathbf{E} + \mathbf{P}_{21} \mathbf{I}_1 (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^+) + \mathbf{P}_{22} \mathbf{I}_2 (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^+) + \mathbf{P}_{11} \mathbf{I}_1 (\mathbf{N}_1 - \mathbf{N}_1^+) \quad (1.10c)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{E} = \frac{e}{\epsilon} (\mathbf{N}_1^+ + \mathbf{N}_2^+ - \mathbf{N}_A - \mathbf{n}) \quad (1.10d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho = 0 \quad (1.10e)$$

式 (1.1) 和式 (1.10) 的來源是一樣的，只是式 (1.1) 只有一個施體能階，式 (1.10) 是有兩個能階，用 \mathbf{N}_1 代表深能階， \mathbf{N}_2 代表淺能階；因為多了這兩項，要對這組方程組求解也就複雜的多，這些細節會在第二章來討論。

1.4 理論分析方法

這篇文章的主要目的就是利用理論分析的方法，借著電腦的計算來研究不同的參數對整個光折變全像儲存系統的影響，這個小節就對整個分析的方法做一個簡介，比較詳細的計算過程將會留到第二章討論。

我們的重點是放在雙波長記錄的光定影技術，因此一切都從式(1.10)出發，直接去解這個方程式的話，並沒有辦法找到解析解，但是在一些近似條件下是可以找到解析解的，第一個近似條件是小調變深度近似，就是干涉光的調變深度不能太大，這一點是可以控制的，所以這個近似要成立是沒有問題的；第二個近似條件是傳導帶中的自由電子濃度會很快（相對於整個寫入時間而言）的達到平衡值，因此我們可以將自由電子濃度當成常數來處理，這是準平衡 (quasi-equilibrium) 近似。當這兩個近似都成立的時後，我們可以解出一組解析解，如果只有小調變深度近似成立時，則必需以數值方法解之；比較數值方法和解析解計算出來的結果可以發現在寫入階段兩種解法得到的解是幾乎一樣的，而在定影階段則是有些微的差異，這是因為準平衡近似在定影階段成立的較寫入階段差；使用數值解可以得到較精確的結果，但是因為數值解的複雜度太高，這複雜度跟所使用的參數相關，難度太高的參數組所能進行模擬的時間長度有限，以鈮酸鋰晶體而言，僅能模擬數百秒，但實際所需的時間是以幾十分鐘計，這時數值解便不能勝任，還是得以解析解模擬；但對矽酸鈹晶體來說，因為矽酸鈹晶體的光

伏特效應參數為零，這大大的降低了數值解的複雜度，加上矽酸鋇晶體的反應較快速，只有數十秒，這時數值解就可以勝任，因此對矽酸鋇晶體我們在寫入階段使用解析解，定影階段用數值解模擬之。

建立這些數學和電腦工具之後，我們選定了鈮酸鋰 (LiNbO_3) 和矽酸鋇 ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$) 這兩種晶體，根據不同的晶體參數建立了兩組模型來進行運算；接著我們將要觀察的參數分為系統參數和材料參數，系統參數是指除晶體以外我們可以改變的條件，如光強度和入射角度；晶體參數則是晶體本身的參數，如施體濃度和受體濃度，逐次改變這些參數來觀察空間電場大小還有寫入速度的變化，並且從空間電場的大小和材料、系統參數來計算出繞射效率和敏感度；在一個全像儲存系統中，定影階段固定下來的繞射效率決定了這個系統的資料儲存容量，敏感度 (Sensitivity) 這個量影響的則是系統的寫入效率，繞射效率 (η) 和敏感度 (S) 的定義如下：

$$\eta = \text{Sin}^2 \left(\frac{\pi \Delta n}{\lambda_r \text{Cos}\theta} L \right) \quad (1.11)$$

其中 Δn 如式 1.9 所示、L 是材料厚度、 λ_r 是寫入光的波長、 θ 是寫入光在晶體內交角的一半。

$$S = \frac{1}{I_{20} L} \times \left. \frac{d\sqrt{\eta}}{dt} \right|_{t=0} \quad (1.12)$$

I_{20} 是寫入光的強度， η 是繞射強度， $t=0$ 是指在寫入階段開始的瞬間。最後我們將空間電場、繞射效率和 S 對各個參數的變化作圖，並比較鈮酸鋰 (LiNbO_3) 和矽酸鋇 ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$) 這兩種晶體的差別，從這些比較中可以幫助

我們了解如何去調整這些參數來使系統達到最佳化。



1.5 論文章節安排

本篇論文的編排一共分為四大章，第一章是簡介，分為五個小節，第一小節簡單介紹了光折變效應的發現和應用以及這篇論文的研究方向，接下來兩個小節分別介紹了單能階和多能階雙波長的光折變效應，第四個小節介紹這篇文章進行理論分析的過程，最後這個小節簡單的介紹一下整篇論文的編排。第二章討論的是鈮酸鋰晶體的多能階雙波長記錄，分為六個小節，第一個小節會對多能階雙波長的理論模型做詳細的分析，第二個小節接著對多能階雙波長的定影過程做分析，第三小節會介紹鈮酸鋰晶體的材料參數，第四小節和第五小節分別就材料參數和系統參數的影響做討論，最後一個小節會對這個章節做一個結論。第三章將矽酸鈹晶體和鈮酸鋰晶體做比較，針對矽酸鈹晶體中與鈮酸鋰晶體的主要差別處做討論，並對一組實驗所得的結果做理論模擬，將理論模擬與實驗結果做對照討論，也為本論文所提出的理論方法做一個印證。第四章會為這篇論文做一個總結。

第二章

鈮酸鋰晶體之雙波長記錄

2.1 理論模型分析

這一章的目的是以理論模型研究鈮酸鋰晶體做為多能階雙波長光折變全像記錄材料時的特性，所使用的模型是單載子雙能階傳輸模型，這個模型在第一章的第三小節有初步的介紹過，以下將對這個模型所代表的物理行為做較詳細的分析。

一個多能階雙波長的全像儲存系統的資料寫入，是靠材料中電子在空間中的重新分佈達成的，因此了解電子在材料中如何分佈就能了解整個寫入的物理機制。下圖是一個電子分佈的示意圖

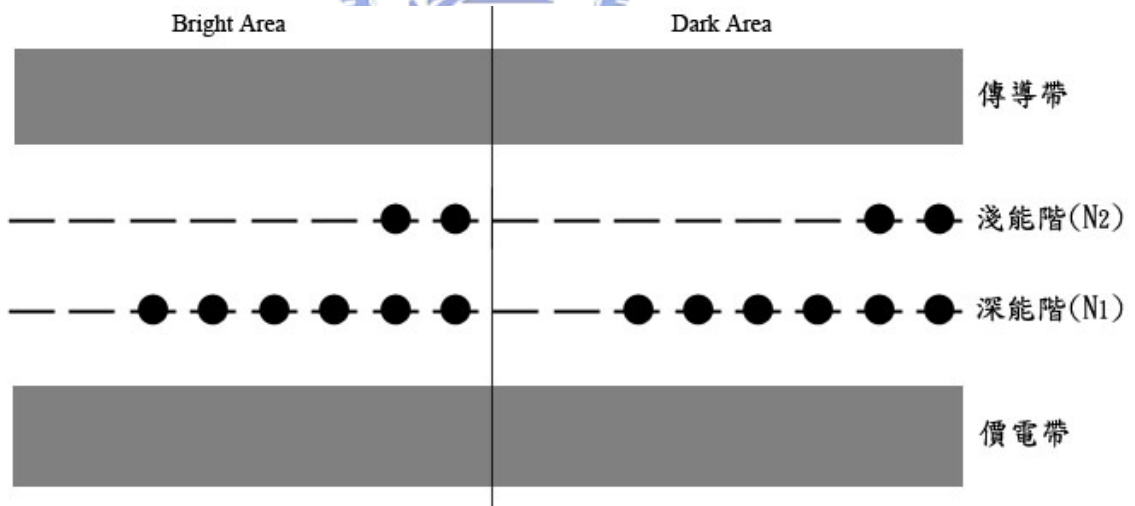


圖 2.1 電子初始分佈示意圖

晶體同時受到均勻的激發光及有亮暗週期的紅光照射，左右兩邊代表的是相鄰的亮區跟暗區，上下兩層代表的則是淺能階施體 (N_2) 和深能階施體 (N_1)，圓圈是有電子填入的地方，橫槓是代表沒有電子填入；這張圖的時間是在寫入階段的一開始($t=0$)，寫入光和激發光都打開了，這時材料是在初始狀態，所以大多數的電子是在深能階，一小部份的電子在淺能階。左邊亮區的部份，在整個寫入的過程中電子被激發到了傳導帶，不論是深能階或是淺能階都不斷的有電子被激發出來，激發出來的電子有一部份會移動到右邊的暗區，另一部份則是再回到施體中，回到深能階或是淺能階的機會則是由再補獲係數 (r_1 、 r_2) 以及兩個能階中的離子化施體濃度(ionized donor concentration) 決定，一般而言電子回到深能階或淺能階的機會不會差距太大，但是由於寫入光的強度是遠大於激發光的，因此從淺能階激發出來的電子較從深能階激發出來的多，所以在這個地區的電子整體來說會從淺能階移動到深能階；相對的，在右半邊的暗區是激發比寫入光強的，但是激發光會同時激發兩個能階中的電子，因為原本在深能階中的電子較多，因此較多的電子是從深能階中激發出來的，所以在這邊的電子是從深能階移動到淺能階的。經過了一段時間的寫入之後，圖中所示左半邊亮區淺能階中的電子幾乎都被激發出來了，因此幾乎沒有電子留在淺能階中，在深能階中的電子則是增加了；右半邊暗區接受了從亮區移動過來的電子，且大部份最後都移動到了淺能階中，深能階中的電子數則是比一開始

來的少了，寫入階段的最後結果如下圖所示

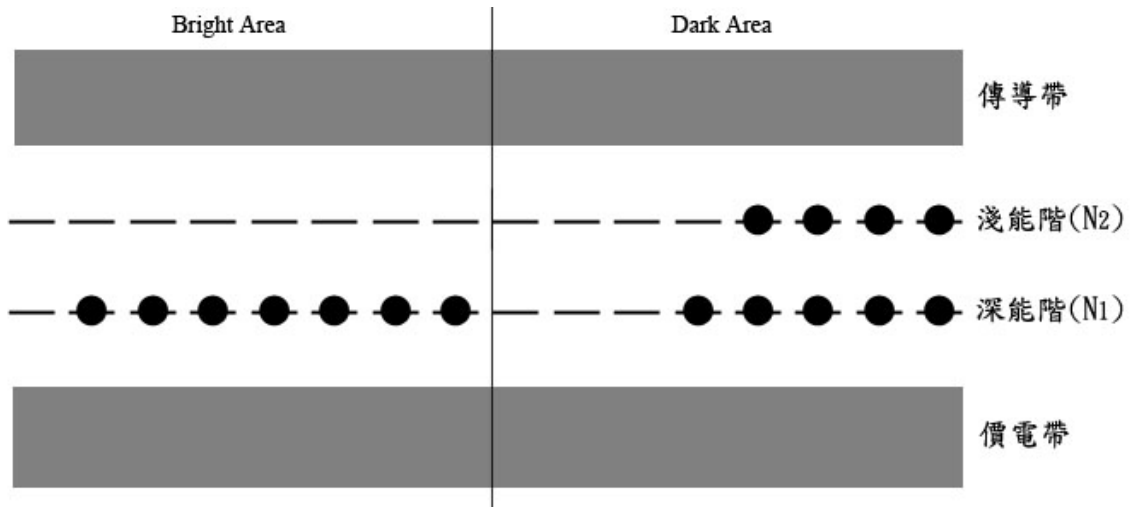


圖 2.2 電子寫入階段最後分佈示意圖

從這個圖可以看出，電子分別在深能階及淺能階中形成兩個相反相位的電子光柵，而這兩個光柵疊加起來所形成的空間電場就是改變折射率的電場。寫入階段結束，接下來要進入固定階段，激發光會關掉，寫入光將會改為均勻的光源，所以在上圖右半部處於淺能階的電子會被激發出來，激發出來的電子一部份會回到深能階，電子一但回到深能階就不會再被激發出來，因為以經沒有激發光了，這些電子就是被固定下來的部份；但是仍然會有一部份的電子會有機會移動到原來的亮區再被亮區的深能階所補獲，這一部份的電子會造成最後空間電場強度的下降。

在上面的敘述中，晶體在深能階和淺能階中形成了兩個電子光柵，最後的空間電場就是這兩個電子光柵疊加起來的效果，在上一段的敘述還沒

有提到外加電場和光伏特效應，在沒有這兩個作用影響時這兩個電子光柵剛剛好是相反相位的，但是有了外加電場或是光伏特效應作用時，有等效的電流通過晶體，這些電流代表的就是電子在某方向上的移動，這時這兩個光柵的相位差因為電子的移動而改變，這相位的改變對最後空間電場大小影響很大，所以外加電場和光伏特效應的影響是不容忽視的。



2.2 多能階雙波長記錄及定影分析

在第一章的第三小節對多能階雙波長的光折變效應做了簡單的介紹，要分析雙波長記錄還有定影的過程就必需從多能階雙波長光折變效應的數學模型著手，在這將數學式子再列出如下：

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_1^+ = (\mathbf{N}_1 - \mathbf{N}_1^+) (\mathbf{S}_{11} \mathbf{I}_1 + \beta_1) - \mathbf{r}_1 \mathbf{n} \mathbf{N}_1^+ \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_2^+ = (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^+) (\mathbf{S}_{21} \mathbf{I}_1 + \mathbf{S}_{22} \mathbf{I}_2 + \beta_2) - \mathbf{r}_2 \mathbf{n} \mathbf{N}_2^+ \quad (2.1b)$$

$$\mathbf{J} = \mu \mathbf{K}_B \mathbf{T} \nabla \mathbf{n} + \mathbf{e} \mu \mathbf{n} \mathbf{E} + \mathbf{P}_{21} \mathbf{I}_1 (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^+) + \mathbf{P}_{22} \mathbf{I}_2 (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^+) + \mathbf{P}_{11} \mathbf{I}_1 (\mathbf{N}_1 - \mathbf{N}_1^+) \quad (2.1c)$$

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{\mathbf{e}}{\epsilon} (\mathbf{N}_1^+ + \mathbf{N}_2^+ - \mathbf{N}_A - \mathbf{n}) \quad (2.1d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho = 0 \quad (2.1e)$$

在式 (2.1) 當中， \mathbf{I}_2 寫入光是調變光，在考慮最簡單的一維狀況下我們將 \mathbf{I}_2 表為一個直流項加上一個調變項

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{20} + m \mathbf{I}_{20} e^{-iKz} \quad (2.2a)$$

m 是調變深度 (modulation depth)， m 愈大時光亮處跟光暗處的差距愈大；因為晶體內電子的分部都是受到光的影響，因此我們假設下列各個值也都和 \mathbf{I}_2 為同樣的調變模式，都可表為直流項加調變項

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \mathbf{n}_1 e^{-iKz} \quad (2.2b)$$

$$\mathbf{N}_1^+ = \mathbf{N}_{10}^+ + \mathbf{N}_{11}^+ e^{-iKz} \quad (2.2c)$$

$$\mathbf{N}_2^+ = \mathbf{N}_{20}^+ + \mathbf{N}_{21}^+ e^{-iKz} \quad (2.2d)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 e^{-iKz} \quad (2.2e)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_1 e^{-iKz} \quad (2.2f)$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{10} \quad (2.2g)$$

下標 0 代表的就是直流項，1 代表的是調變項， \mathbf{I}_1 是均勻光因此沒有調變項，所以重新用 \mathbf{I}_{10} 表示。將式 (2.2) 代入式 (2.1) 中重新整理之後，把直

流項和調變項分開之後就可以得到兩組方程式。我們將直流項的方程式叫做零階方程組 (Zero Order Equations) ，這組方程式可以直接整理出來如下

零階方程組：

$$\frac{\partial}{\partial t} N_{10}^+ = (N_1 - N_{10}^+) (S_{11} I_{10} + \beta_1) - r_1 n_0 N_{10}^+ \quad (2.3a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} N_{20}^+ = (N_2 - N_{20}^+) (S_{21} I_{10} + S_{22} I_{20} + \beta_2) - r_2 n_0 N_{20}^+ \quad (2.3b)$$

$$J_0 = e \mu n_0 E_0 + P_{21} I_{10} (N_2 - N_{20}^+) + P_{22} I_{20} (N_2 - N_{20}^+) + P_{11} I_{10} (N_1 - N_{10}^+) \quad (2.3c)$$

$$0 = N_{10}^+ + N_{20}^+ - N_A - n_0 \quad (2.3d)$$

其中要特別注意的是 E_0 項，在短路電路 (Short Circuit) 中 E_0 是 0，如果有外加電壓，那 E_0 就等於外加電場大小，如果是開口電路 (Open Circuit) 的話，由於光伏特效應的關係， E_0 將隨時間變化，要由下式求解。

$$\frac{\partial}{\partial t} E_0 = \frac{-e \mu n_0}{\epsilon} E_0 - \frac{1}{\epsilon} P_{21} I_{10} (N_2 - N_{20}^+) - \frac{1}{\epsilon} P_{22} I_{20} (N_2 - N_{20}^+) - \frac{1}{\epsilon} P_{11} I_{10} (N_1 - N_{10}^+) \quad (2.3e)$$

在本篇論文中我們假設 $E_0=0$ ，主要是因為以 2.3e 的式子來進行運算的話，在數值求解上的複雜度及難度是很高的，為了降低複雜度我們假設 $E_0=0$ ，而這在短路電路或者 E_0 的大小是可以乎略的開口電路系統上是成立的。

調變項的部份我們把它叫做一階方程組 (First Order Equations) ，將式

(2.2) 代回式 (2.1) 可以將調變項分離出得到下式

$$E_1 = -i \frac{e}{k\epsilon} (N_{11}^+ + N_{21}^+ - n_1) \quad (2.4)$$

在處理這部份的時後有些要注意的地方，在這篇文章裡都使用小調變深度這個近似條件來進行討論， n_1 是傳導帶中電子濃度的調變項， N_{11}^+ 跟 N_{21}^+

是離子化施體濃度的調變項，想像受調變的寫入光是一把鏟子，在亮處從施體能階中把電子挖出來丟到傳導帶中，在小調變深度的假設下光就像把小鏟子一直把電子挖出來，因為傳導帶中的電子會移動，但是挖出來的坑不會動，只會一直累積，所以我們可以得到 $N_{11}^+ + N_{21}^+ \gg n_1$ 的結論，因此在式(2.4)中 n_1 項可以被忽略掉。在這個假設之下我們可以整理出下列的式子

一階方程組：

$$\frac{\partial}{\partial t} N_{11}^+ = a_1 N_{11}^+ + a_2 N_{21}^+ + a_3 \quad (2.5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} N_{21}^+ = a_4 N_{11}^+ + a_5 N_{21}^+ + a_6 \quad (2.5b)$$

$$E_1 = -i \frac{e}{\epsilon K} (N_{11}^+ + N_{21}^+) \quad (2.5c)$$

其中

$$g_1 = S_{11} I_0 + \beta_1$$

$$g_2 = S_{21} I_{10} + S_{22} I_{20} + \beta_2$$

$$D = \frac{\mu K_B T}{e}$$

$$a_1 = - \left(g_1 + r_1 n_0 + \frac{r_1 N_{10}^+ (g_1 + r_1 n_0 - \frac{e\mu n_0}{\epsilon}) + i \frac{1}{e} P_{11} I_{10}}{-r_1 N_{10}^+ - r_2 N_{20}^+ - DK^2 + i K\mu E_0} \right) \quad (2.5d)$$

$$a_2 = - \left(r_1 N_{10}^+ \frac{g_2 + r_2 n_0 - \frac{e\mu n_0}{\epsilon} + i \frac{1}{e} KP_{22} I_{20} + i \frac{1}{e} P_{21} I_{10}}{-r_1 N_{10}^+ - r_2 N_{20}^+ - DK^2 + i K\mu E_0} \right) \quad (2.5e)$$

$$a_3 = -r_1 N_{10}^+ \frac{-i \frac{1}{e} KP_{22} I_{20} m (N_2 - N_{20}^+) - m S_{22} I_{20} (N_2 - N_{20}^+)}{-r_1 N_{10}^+ - r_2 N_{20}^+ - DK^2 + i K\mu E_0} \quad (2.5f)$$

$$a_4 = - \left(r_2 N_{20}^+ \frac{g_1 + r_1 n_0 - \frac{e\mu n_0}{\epsilon} + i \frac{1}{e} P_{11} I_{10}}{-r_1 N_{10}^+ - r_2 N_{20}^+ - DK^2 + i K\mu E_0} \right) \quad (2.5g)$$

$$\mathbf{a}_5 = - \left(\mathbf{r}_2 \mathbf{n}_0 + \mathbf{g}_2 + \mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{20}^+ \frac{\mathbf{g}_2 + \mathbf{r}_2 \mathbf{n}_0 - \frac{e\mu \mathbf{n}_0}{\epsilon} + i \frac{1}{\epsilon} \mathbf{K} \mathbf{P}_{22} \mathbf{I}_{20} + i \frac{1}{\epsilon} \mathbf{P}_{21} \mathbf{I}_{10}}{-\mathbf{r}_1 \mathbf{N}_{10}^+ - \mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{20}^+ - \mathbf{D} \mathbf{K}^2 + i \mathbf{K} \mu \mathbf{E}_0} \right) \quad (2.5h)$$

$$\mathbf{a}_6 = (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_{20}^+) \mathbf{m} \mathbf{S}_{22} \mathbf{I}_{20} - \mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{20}^+ \frac{-i \frac{1}{\epsilon} \mathbf{K} \mathbf{P}_{22} \mathbf{I}_{20} \mathbf{m} (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_{20}^+) - \mathbf{m} \mathbf{S}_{22} \mathbf{I}_{20} (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_{20}^+)}{-\mathbf{r}_1 \mathbf{N}_{10}^+ - \mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{20}^+ - \mathbf{D} \mathbf{K}^2 + i \mathbf{K} \mu \mathbf{E}_0} \quad (2.5i)$$

如果不使用小調變深度的假設的話，式 (2.4) 中的 \mathbf{n}_1 項便不能省略，一階

方程組將變成下式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{n}_1 = & \left(-\frac{\mathbf{K}^2 \mu \mathbf{K}_B \mathbf{T}}{\epsilon} - \frac{e\mu \mathbf{n}_0}{\epsilon} + i \mathbf{K} \mu \mathbf{E}_0 - \mathbf{r}_1 \mathbf{N}_{10}^+ - \mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{20}^+ \right) \mathbf{n}_1 + \\ & \left(\frac{e\mu \mathbf{n}_0}{\epsilon} - i \mathbf{K} \frac{1}{\epsilon} \mathbf{P}_{11} \mathbf{I}_{10} - \mathbf{g}_1 - \mathbf{r}_1 \mathbf{n}_0 \right) \mathbf{N}_{11}^+ + \\ & \left(\frac{e\mu \mathbf{n}_0}{\epsilon} - i \mathbf{K} \frac{1}{\epsilon} \mathbf{P}_{21} \mathbf{I}_{10} - i \mathbf{K} \frac{1}{\epsilon} \mathbf{P}_{22} \mathbf{I}_{20} - \mathbf{g}_2 - \mathbf{r}_2 \mathbf{n}_0 \right) \mathbf{N}_{21}^+ + \\ & \mathbf{m} \mathbf{I}_{20} \left(\mathbf{S}_{22} + i \mathbf{K} \frac{1}{\epsilon} \mathbf{P}_{22} \right) (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_{20}^+) \end{aligned} \quad (2.6a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_{11}^+ = -(\mathbf{g}_1 + \mathbf{r}_1 \mathbf{n}_0) \mathbf{N}_{11}^+ - \mathbf{r}_1 \mathbf{n}_1 \mathbf{N}_{10}^+ \quad (2.6b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_{21}^+ = -(\mathbf{g}_2 + \mathbf{r}_2 \mathbf{n}_0) \mathbf{N}_{21}^+ - \mathbf{r}_2 \mathbf{n}_1 \mathbf{N}_{20}^+ + (\mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_{20}^+) \mathbf{S}_{22} \mathbf{m} \mathbf{I}_{20} \quad (2.6c)$$

$$\mathbf{E}_1 = -i \frac{e}{\mathbf{K} \epsilon} (\mathbf{N}_{11}^+ + \mathbf{N}_{21}^+ - \mathbf{n}_1) \quad (2.6d)$$

但是本篇文章不對式(2.6)做討論，僅將其列出而以。

在找出零階和一階兩組方程式之後，只要將零階方程組的解求出來代入一階方程組中就可以將一階方程組給解出來，這樣這個問題就算是解完了；不過在處理這些式子的過程中仍有些地方要注意的，下面會詳細說明。

首先要處理的是式(2.3)，從式(2.3d)將 \mathbf{n}_0 表成 \mathbf{N}_{10}^+ 和 \mathbf{N}_{20}^+ 的函數代回式

(2.3a)(2.3b)中可以得到下式

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_{10}^+ = -\mathbf{r}_1 \mathbf{N}_{10}^{+2} + (\mathbf{r}_1 \mathbf{N}_A - \mathbf{g}_1) \mathbf{N}_{10}^+ - \mathbf{r}_1 \mathbf{N}_{10}^+ \mathbf{N}_{20}^+ + \mathbf{N}_1 \mathbf{g}_1 \quad (2.7a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{N}_{20}^+ = -\mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{20}^{+2} + (\mathbf{r}_2 \mathbf{N}_A - \mathbf{g}_2) \mathbf{N}_{20}^+ - \mathbf{r}_2 \mathbf{N}_{10}^+ \mathbf{N}_{20}^+ + \mathbf{N}_2 \mathbf{g}_2 \quad (2.7b)$$

直接用電腦以數值方法便可求出 N_{10}^+ 和 N_{20}^+ 的數值解，並將其表為時間的函數再代入一階方程組求解，但是這樣作需要消耗大量的電腦資源。有另一較簡單的方法可以求出 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 ，這個方法做了以下的假設，因為 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 是要求出來代入一階方程組中進一步求出 N_{11}^+ 和 N_{21}^+ 的，如果假設 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 在時間上很快就達到穩定態的話，那我們就可以直接將 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 的穩定解當做常數代入一階方程組中求解。將式(2.3)中時間的微分項設為 0 就可以求出 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 的穩定解如下：

零階方程組穩定解：

$$N_{10}^+ = \frac{1}{2(A-1)} \left((N_A - N_2) A - (N_1 + N_A) + \sqrt{((N_2 - N_A) + (N_1 - N_A))^2 + 4 N_A (N_1 + N_2 - N_A) A} \right) \quad (2.8a)$$

$$N_{20}^+ = \frac{1}{2(A-1)} \left((N_2 + N_A) A + (N_1 - N_A) - \sqrt{((N_2 - N_A) A + (N_1 - N_A))^2 + 4 N_A (N_1 + N_2 - N_A) A} \right) \quad (2.8b)$$

$$n_0 = \frac{(N_1 - N_{10}^+) g_1 + (N_2 - N_{20}^+) g_2}{r_1 N_{10}^+ + r_2 N_{20}^+} \quad (2.8c)$$

其中

$$A = a(1+b)$$

$$a = \frac{S_{21} r_1}{S_{11} r_2}$$

$$b = \frac{S_{22} I_{20}}{S_{21} I_{10}}$$

直接將式 (2.8) 代入式 (2.5) 求解的話，由於式 (2.8) 都是常數，式(2.5d)~(2.5i) 也都是常數，(2.5a)~(2.5c) 便可以得到解析解如下：

寫入階段：

$$\begin{aligned} N_{11}^+ = & -\frac{a_2 a_3 a_4 - a_1 a_3 a_5 - (a_2 a_6 - a_3 a_5) \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2) (a_1 a_5 - a_2 a_4)} e^{\lambda_1 t} \\ & - \frac{a_1 a_3 a_5 - a_2 a_3 a_4 + \lambda_1 (a_2 a_6 - a_3 a_5)}{(\lambda_1 - \lambda_2) (a_1 a_5 - a_2 a_4)} e^{\lambda_2 t} + \frac{a_2 a_6 - a_3 a_5}{a_1 a_5 - a_2 a_4} \end{aligned} \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} N_{21}^+ = & \frac{(a_1 - \lambda_1) (a_2 a_3 a_4 - a_1 a_3 a_5 - (a_2 a_6 - a_3 a_5) \lambda_2)}{a_2 (\lambda_1 - \lambda_2) (a_1 a_5 - a_2 a_4)} e^{\lambda_1 t} \\ & + \frac{(a_1 - \lambda_2) (a_1 a_3 a_5 - a_2 a_3 a_4 + \lambda_1 (a_2 a_6 - a_3 a_5))}{a_2 (\lambda_1 - \lambda_2) (a_1 a_5 - a_2 a_4)} e^{\lambda_2 t} + \frac{a_3 a_4 - a_1 a_6}{a_1 a_5 - a_2 a_4} \end{aligned} \quad (2.9b)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left(a_1 + a_5 + \sqrt{(a_1 + a_5)^2 - 4 (a_1 a_5 - a_2 a_4)} \right) \quad (2.9c)$$

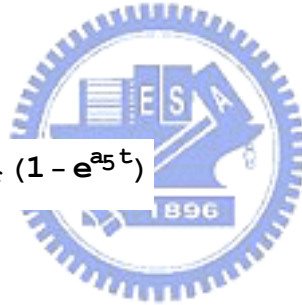
$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left(a_1 + a_5 - \sqrt{(a_1 + a_5)^2 - 4 (a_1 a_5 - a_2 a_4)} \right) \quad (2.9d)$$

$$E_1^r = -i \frac{e}{\epsilon K} (N_{11}^+ + N_{21}^+) \quad (2.9e)$$

定影階段：

$$N_{11}^+ = (N_{11}^+)_{\text{tr}} - \frac{a_2}{a_5} (N_{21}^+)_{\text{tr}} (1 - e^{a_5 t}) \quad (2.9f)$$

$$N_{21}^+ = (N_{21}^+)_{\text{tr}} e^{a_5 t} \quad (2.9g)$$



寫入和定影的過程有不同的邊界條件，因此求解時要分為寫入(Recording Stage) 和定影 (Fixing Stage) 兩個不同的階段。

如果是將 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 以時間的函數代入式 (2.5) 的話，那式 (2.5d) ~ (2.5i) 都將會是時間的函數，因此由式 (2.5a) ~ (2.5c) 便無法求出解析解，這時便要用數值方法求出 N_{11}^+ 、 N_{21}^+ 的數值解才行。由於過程分為寫入和定影兩個部份，必需要知道 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 在寫入和定影的過程是否都可以在式 (2.5) 中視為常數，如此才可以使式 (2.9)，或是要將其視為時間的函數，如此所有的解都必須以數值解求之。經由數值解的觀

察我們發現寫入階段是可以將 N_{10}^+ 、 N_{20}^+ 和 n_0 視為常數的，而定影階段若是使用數值解會較為精確，但是使用無近似數值解是有限制的，因為數學上的複雜程度以及電腦能力的限制，以一般個人電腦來說，定影階段大概只能進行百來秒的時間模擬，而鋰酸鋯晶體實際上是需要百來分鐘的時間來進行寫入與定影的，無近似數值解無法完成百來分鐘的模擬計算，在這種狀況下還是得使用兩個近似以解析解來模擬。

有了這些數學結果，靠著電腦的幫助便可以用模擬的方式來分析雙能階記錄及定影的現象；接下來我們就可以用一些不同的參數來研究鋰酸鋯晶體在雙能階記錄的特性。



2.3 鈮酸鋰晶體材料參數

鈮酸鋰晶體是一種集電光、聲光、壓電、光彈、非線性、光折變及雷射活性等效應於一身的人工晶體，加之實施不同摻雜後能呈現出各式各樣的特殊性能，具有十分廣闊的市場應用前景，被認為是光電子時代的“光學矽”的主要候選材料之一。將鈮酸鋰晶體應用在雙能階光折變效應時需要實施兩種摻雜，在能隙中產生兩個不同的施體能階；依所參雜的元素種類、濃度及長晶時的環境都會產生不同的材料參數，下面的討論將列出一些主要的參數並以模擬方式研究這些參數對雙能階光折變效應的影響。

鈮酸鋰晶體的相關參數包括了介電常數 (ϵ)、電子移動速率 (μ)、電光係數 (γ_{eff})、折射率 (n_{eff})、熱激發係數(β)、光吸收截面積、電子再補獲係數、光伏特效應係數、施體濃度及受體濃度等；其中光吸收截面積所代表的意義是光子被材料吸收產生光電子的機率，因為有兩個能階，兩種光源，所以用 S_{11} 表示深能階吸收激發光的截面積， S_{21} 代表淺能階吸收激發光的截面積， S_{22} 代表淺能階吸收寫入光的機率，因為寫入光激發不了深能階的電子，所以沒有 S_{12} 這一項； P_{11} 表示深能階吸收激發光的光伏特效應係數， P_{21} 代表淺能階吸收激發光的光伏特效應係數， P_{22} 代表淺能階吸收寫入光的光伏特效應係數；電子再補獲係數關係到的是在傳導帶中的電子再度被施體能階補獲的機會， r_1 代表的是被深能階所補獲， r_2 代表的是被淺能階所補獲； N_1 及 N_2 分別是深能階和淺能階的施體濃度， N_A 則是受體

濃度。這些相關參數都可以在相關文獻中找到 [5]，在此將用作模擬的數值整理如下：

表 2.1 鈮酸鋰晶體材料參數

符號	意義	數值大小 (SI unit)	參考資料
ϵ	介電常數	$28 \epsilon_0$	[5]
γ_{eff}	電光係數	$10.9 \times 10^{-12} \text{ (m/V)}$	[5]
μ	電子移動速率	$7.4 \times 10^{-5} \text{ (m}^2\text{/Vs)}$	[5]
n_{eff}	折射率(波長 633nm)	2.286	[5]
N_A	受體濃度	Variable (m^{-3})	[5]
N_1	深能階施體濃度	Variable (m^{-3})	[5]
N_2	淺能階施體濃度	Variable (m^{-3})	[5]
S_{11}	深能階吸收激發光的截面積 (波長 365nm)	Variable ($\text{m}^2\text{/J}$)	[5]
S_{21}	淺能階吸收激發光的截面積 (波長 365nm)	Variable ($\text{m}^2\text{/J}$)	[5]
S_{22}	淺能階吸收寫入光的機率 (波長 633nm)	Variable ($\text{m}^2\text{/J}$)	[5]
P_{11}	深能階吸收激發光的光伏特效應係數 (波長 365nm)	$1.1 \times 10^{-32} \text{ (m}^3\text{/V)}$	[5]
P_{21}	淺能階吸收激發光的光伏特效應係數 (波長 365nm)	$1.4 \times 10^{-32} \text{ (m}^3\text{/V)}$	[5]
P_{22}	淺能階吸收寫入光的光伏特效應係數 (波長 633nm)	$7 \times 10^{-34} \text{ (m}^3\text{/V)}$	[5]
r_1	深能階電子再補獲係數	Variable ($\text{m}^3\text{/s}$)	[5]
r_2	淺能階電子再補獲係數	Variable ($\text{m}^3\text{/s}$)	[5]

β_1	深能階電子熱激發係數	0 (s ⁻¹)
β_2	淺能階電子熱激發係數	0 (s ⁻¹)
T	晶體溫度	293 (K)
L	晶體厚度	10 ⁻³ (m)

在一個記錄系統中除了材料本身的參數外還有系統的參數，下表是系統參數列表。

表 2.2 記錄系統參數

符號	意義	數值大小(SI unit)	參考資料
I_{10}	激發光強度	Variable (W/m ²)	
I_{20}	寫入光強度	Variable (W/m ²)	
m	寫入光調變深度	0.5	
θ	兩道寫入光在晶體外夾角的一半	Variable	
E_0	晶體內電場直流項	0 (V/m)	

在接下來的討論中都是使用上述參數設定來進行模擬的，有列出數值的參數在所有的計算中都是使用該數值，其中電子熱激發係數為零是因為在鈮酸鋰晶體中這效應並不明顯，可以將其乎略因此將這兩個參數以零代之。沒有寫出數值的參數則是根據由文獻中所知的值取適當範圍做改變，會在每次討論中將其值列出。

根據上一個小節的分析，加上適當的參數就可以模擬出記錄的過程，

圖 2.3 是以 $N_A=2.54\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_1=3.8\times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2.4\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V}/\text{m}$ 所計算出的寫入和定影階段空間電場變化的曲線，有了這樣的模擬結果就能知道記錄的結果，逐次改變參數再記下每次的結果就可以知道各個參數對記錄結果的影響，下一小節將詳細討論這些結果。



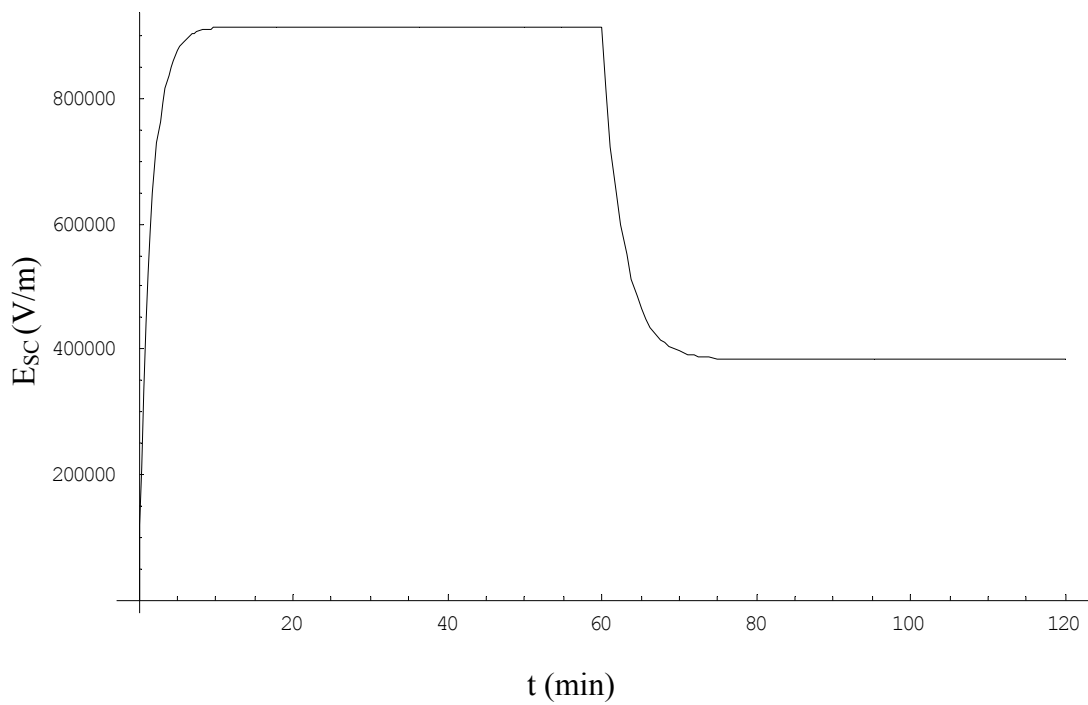


圖 2.3 空間電場變化圖，橫軸是時間、縱軸是空間電場大小，其中 $N_A=2.54 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_1=3.8 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2.4 \times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65 \times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

2.4 材料參數影響

2.4.1 摻雜所造成施體與受體濃度之影響

在長晶的過程中常常會摻雜不同的元素來改變晶體的特性，摻雜對光學晶體特性的影響是很重要的，所以在這一個小節首先就討論摻雜所造成施體與受體濃度的影響。

2.4.1(a) 受體濃度 (N_A) 對記錄結果的影響

首先假設固定摻雜濃度 $N_1=3.8\times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ ，改變 N_A (材料裡面受體的濃度)，所以 N_A 的值也就是在沒有受到光照時材料中所有離子化施體 (ionized donor) 濃度，也就是有一部份的電子從施體跑到受體去，留下了帶正電離子化施體，以數學式子表示就是 $N_A=N_{10}^+ + N_{20}^+$ (初始值)；首先可以看到在一個二能階的全像儲存系統中， N_A 大於 N_2 是有利於定影的一個條件，光折變效應中的空間電荷分佈由來就是此離子化施體受光照後重新依光強度變化產生新分佈的情況，所以我們認為要達成光定影之目的，深能階電子完全填滿是不利的，因為固定的繞射強度靠的就是電子在深能階中的分佈，深能階完全填滿的話電子就較不容易產生分佈，將會不利繞射強度的固定，假設初始條件電子大部份都填入到深能階，淺層能階是幾乎沒有電子的狀況時， $N_{20}^+=N_2$ ，深能階是部份填滿的狀況， $N_{10}^+=x N_1$ $0<x<1$ ，這時 N_A 可表為 $N_A=N_2+x N_1$ 。 $x=0.1$ 代表的意思就是淺能階完全沒有電子填入時，深能階有 10% 是沒有電子填入的， x

值愈大則在兩個能階裡的電子數總數就愈少，所以我們接著改變 x 的值從 0.1 到 0.5，分別對寫入階段空間電場、定影階段空間電場、空間電場的定影效率和敏感度作圖，所使用的參數如圖所示。

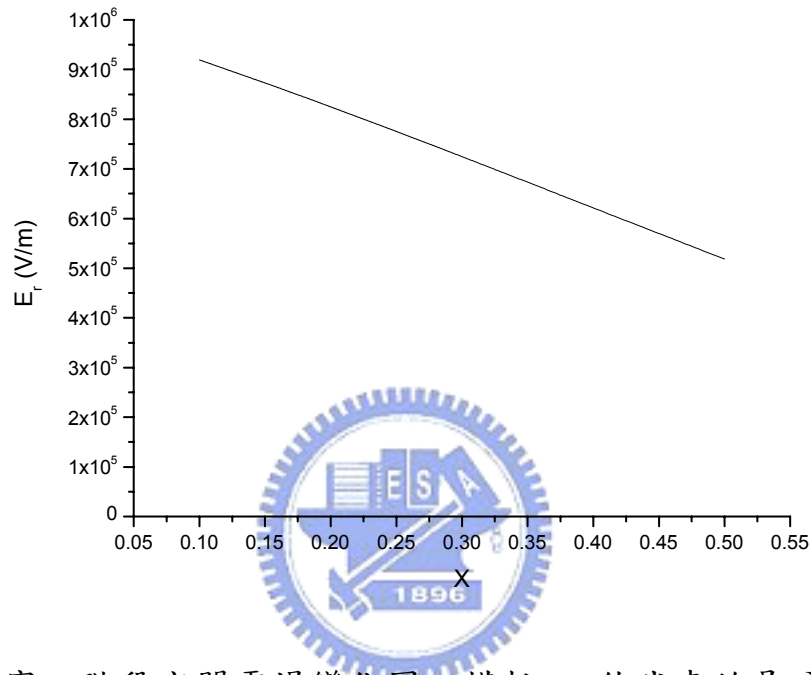


圖 2.4a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸 x 值代表的是 N_A 的變化 ($N_A=N_2+xN_1$)，縱軸是空間電場大小，使用的參數為 $N_1=3.8 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2.4 \times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65 \times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

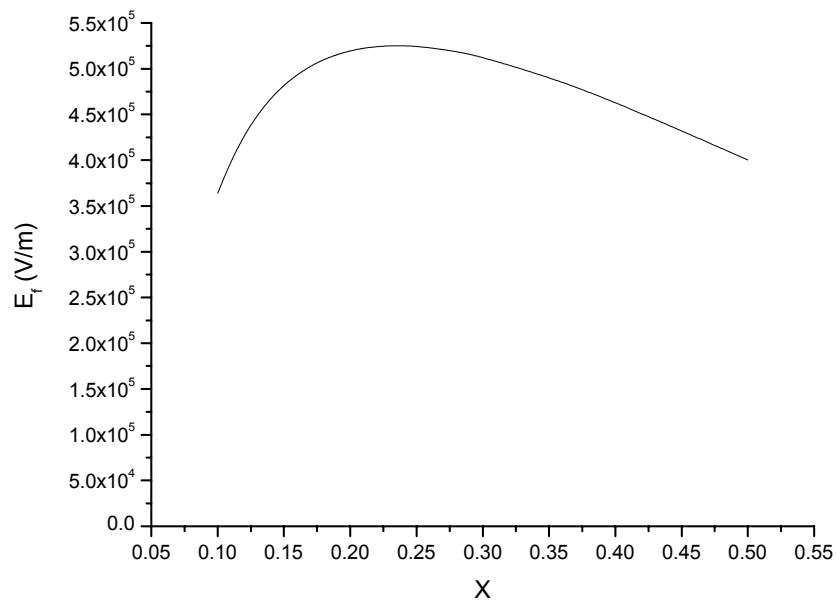


圖 2.4b 定影階段空間電場變化圖，橫軸 x 值代表的是 N_A 的變化 ($N_A=N_2+xN_1$)，縱軸是空間電場大小。

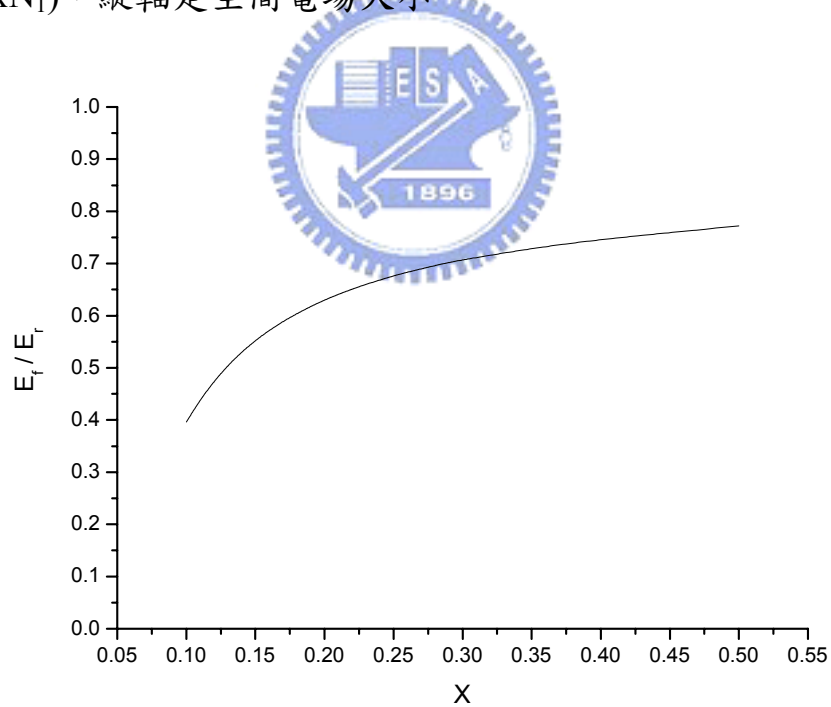


圖 2.4c 空間電場固定效率變化圖，橫軸 x 值代表的是 N_A 的變化 ($N_A=N_2+xN_1$)，縱軸是空間電場大小。

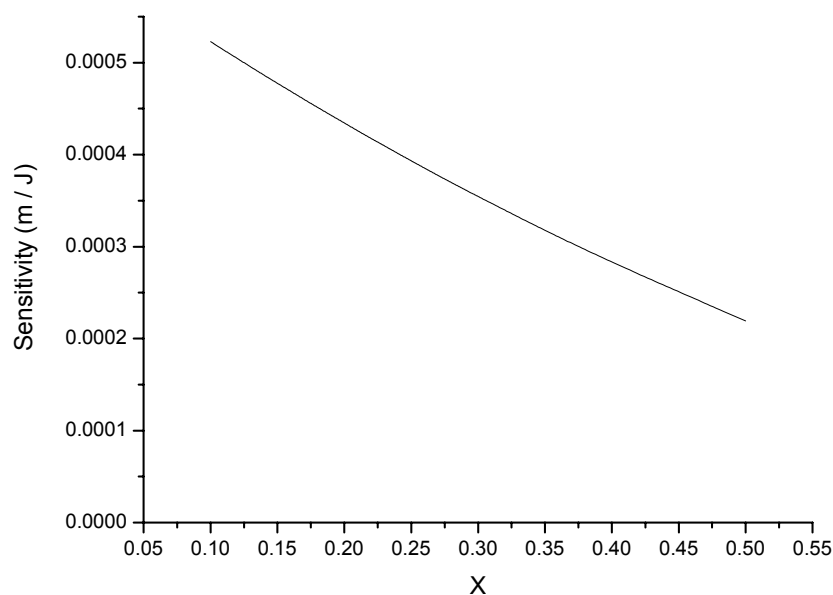


圖 2.4d 敏感度變化圖，橫軸 x 值代表的是 N_A 的變化($N_A=N_2+xN_1$)，縱軸是敏感度大小。



空間電場的變化可以幫助我們了解晶體中空間電荷分布的變化，定影階段空間電場大小是決定資料儲存容量大小的重要因素，敏感度則是和資料寫入速度相關。寫入階段的空間電場隨 x 值增加而減少，因為 x 值愈大則受體濃度愈高，相對的離子化施體就愈多，所以能參加反應的電子數就減少，空間電場就隨著下降。定影階段的空間電場在 $x = 0.24$ 附近有最大值，一開始的增加是因為 x 值的增加有利於定影所以固定住的空間電場也增加，後來的減少則是因為寫入階段的空間電場一直在下降，最後固定住的空間電場大小自然也是下降的。

在長成晶體時主要影響 x 值的過程就是氧化和還原的控制

(oxidation/reduction)，這過程也決定了能參與反應的電子數目，由上面的結果可知這個過程對晶體的特性影響很大，根據這些結果，在接下來的討論我們將 x 值固定在 0.24 做為最佳化的參數。

2.4.1(b) 淺能階施體濃度 (N_2) 對記錄結果的影響

在討論淺能階施體濃度 (N_2) 對空間電場的影響時，除了改變淺能階施體濃度以外，受體濃度 (N_A) 的值也要考慮；由上面的結果可以知道受體濃度的值影響到在深能階中電子填滿的比例，這個比例所代表的意義也就是長晶時氧化還原的控制，因此固定這個值的意義就是控制一樣的氧化還原條件，所以以下的討論受體濃度 (N_A) 的值會隨淺能階施體濃度 (N_2) 改變以將上一小節所述的 x 值控制在定值，代表這幾組參數擁有相同的氧化還原條件。

接著我們就來看淺能階施體濃度對記錄結果的影響，所使用參數如圖所示，同時改變 N_A 值以維持 $x = 0.24$ 作圖如下。

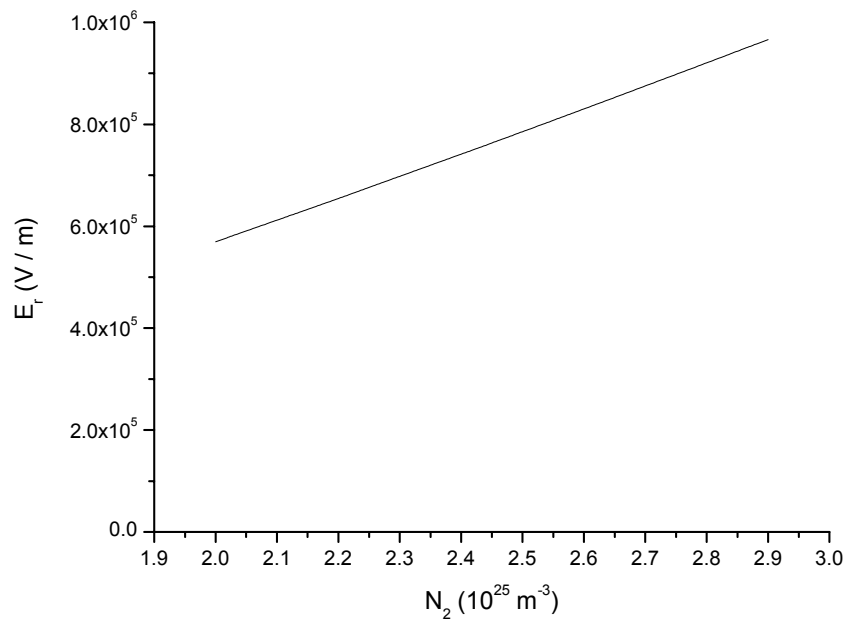


圖 2.5a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階施體濃度，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3.8\times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2.4\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V}/\text{m}$ 。

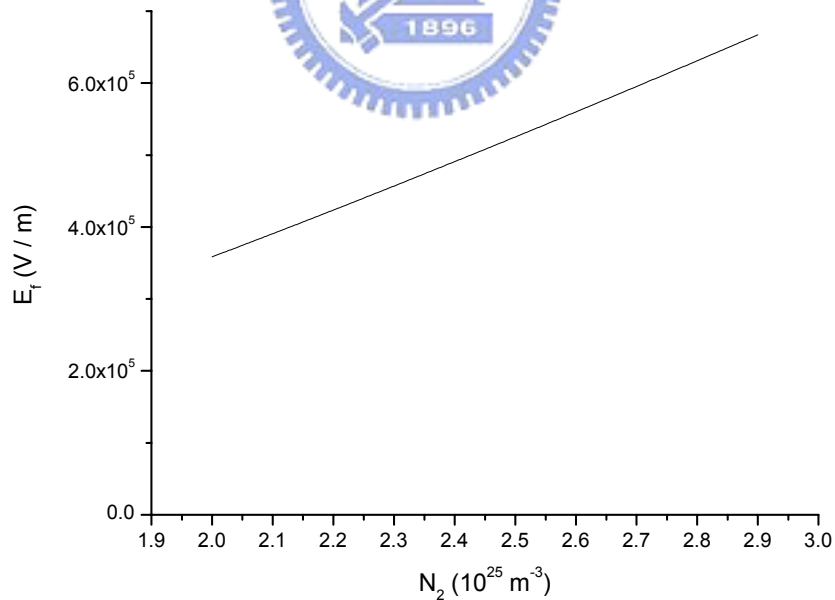


圖 2.5b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階施體濃度，縱軸是空間電場的大小。

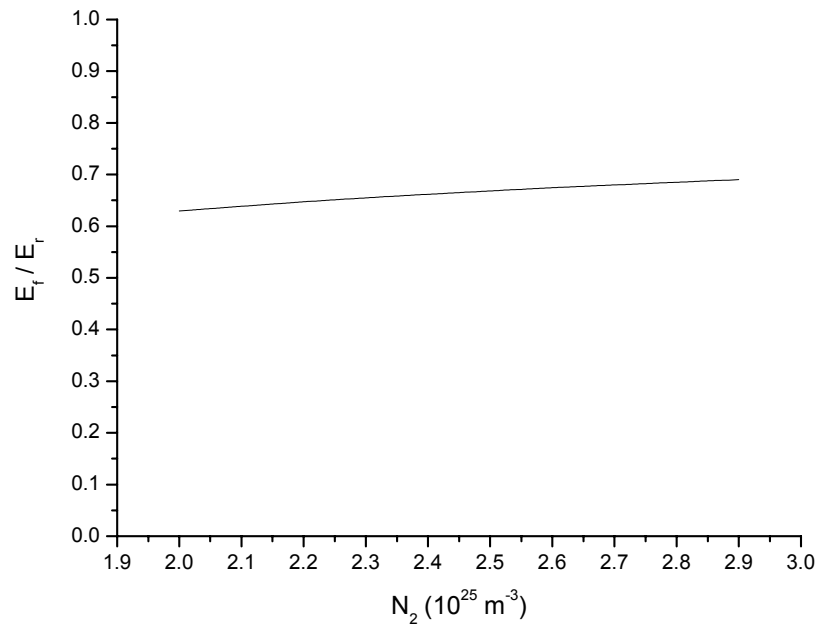


圖 2.5c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是淺能階施體濃度，縱軸是敏感度的大小。

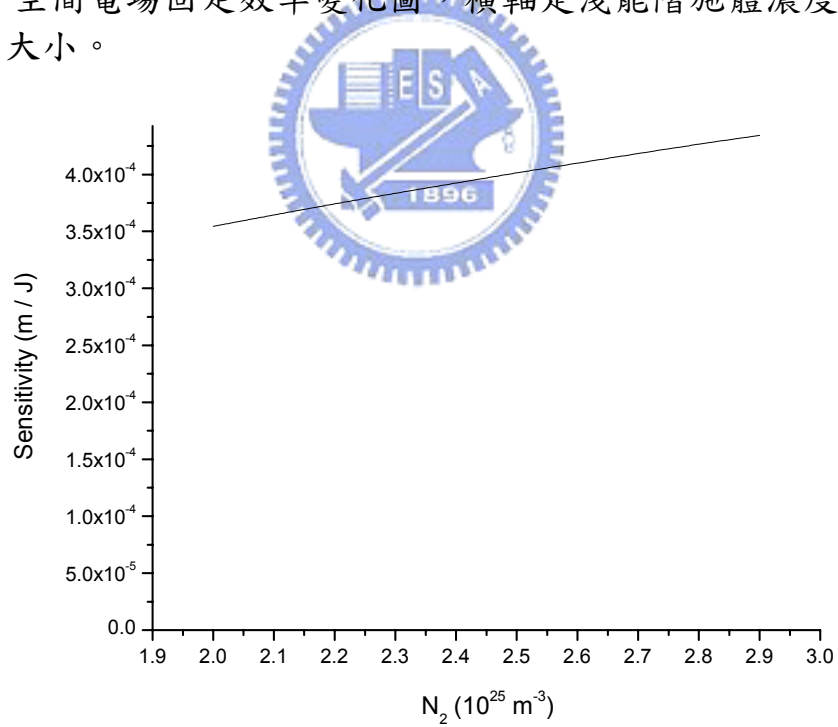


圖 2.5d 敏感度變化圖，橫軸是淺能階施體濃度，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到寫入階段跟定影階段的空間電場都是上升的，敏感度是微微上升，幅度不大。淺能階施體濃度愈高，代表在寫入的過程中會有愈多的電子分佈在於淺能階中，所以寫入階段的空間電場會上升，固定效率微微上升，所以定影階段的空間電場也是上升的。

由這樣的結果我們可以推論，淺能階施體濃度的變化並不是影響固定效率的主要參數，改變淺能階施體濃度主要的影響在增加淺能階中的電子數量，所以空間電場會明顯增加，因此我們得到的結論是淺能階施體濃度的值是愈大愈好的。因此在接下來的討論就沒有對淺能階施體濃度取最佳值，而是沿用文獻中引用的值來進行計算。

2.4.1(c) 深能階施體濃度 (N_1) 對記錄結果的影響

在這裡我們也是同時改變深能階施體濃度和受體濃度以維持深能階中電子填滿的比例。接下來所使用的參數如圖所示，維持 $x = 0.24$ 作圖如下。

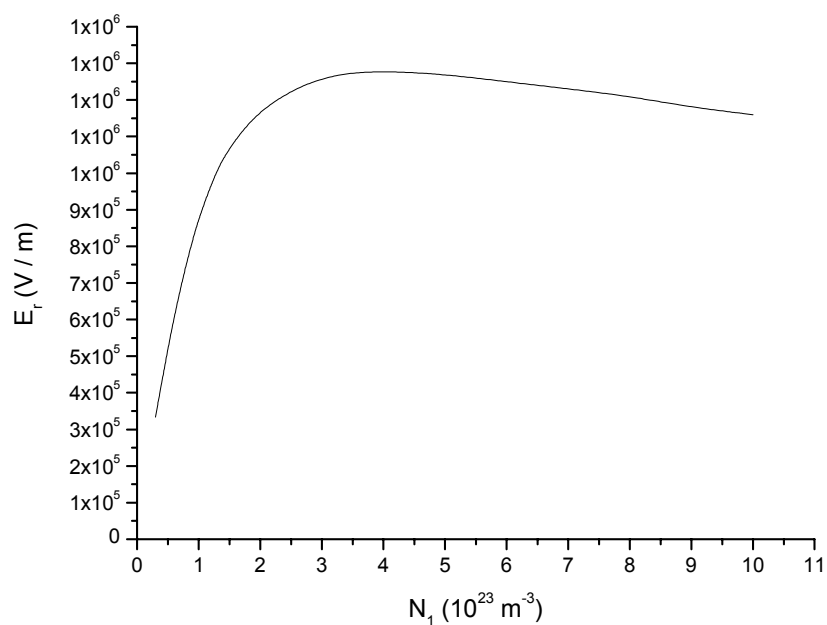


圖 2.6a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是深能階施體濃度，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_2=2.5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2.4 \times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65 \times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

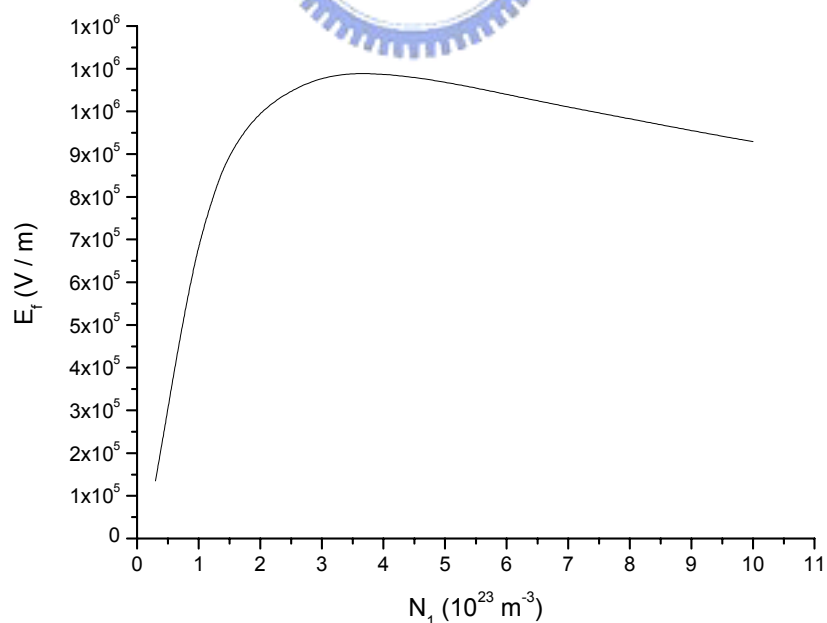


圖 2.6b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是深能階施體濃度，縱軸是空間電場的大小。

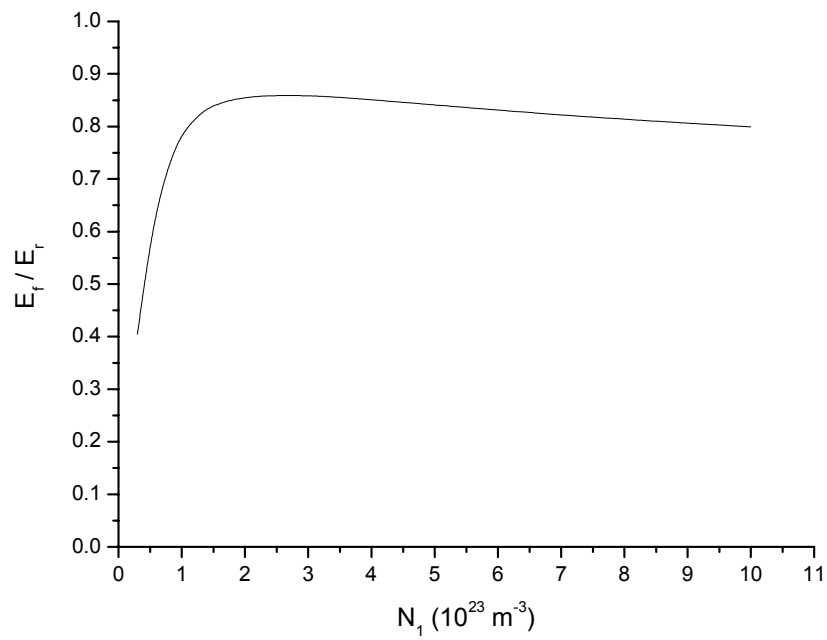


圖 2.6c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是深能階施體濃度，縱軸是固定效率的大小。

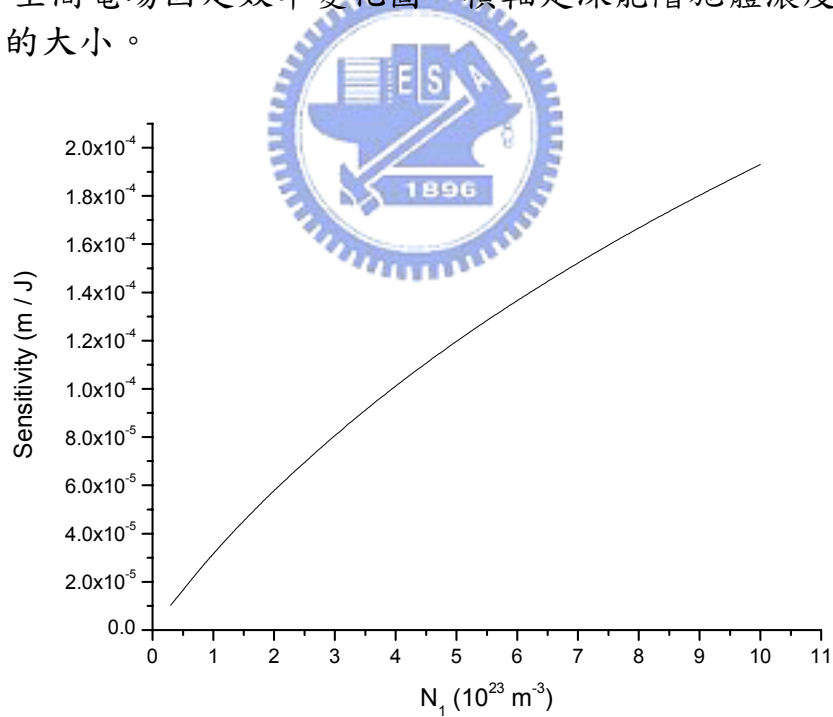


圖 2.6d 敏感度變化圖，橫軸是深能階施體濃度，縱軸是敏感度的大小。

寫入階段、定影階段的空間電場和固定效率都是先增後減，敏感度則是快速上升的。深能階施體濃度決定了可以參與反應的電子總數，因此當深能階施體濃度很小時，由於可參與反應的電子數目太少因此空間電場很小，所以在圖中的空間電場曲線是先快速上升，過了一定值之後，可參與反應的電子總數很充足了，這時影響空間電場大小的主要因素變成是在寫入階段可以分佈到淺能階中的電子數目，深能階濃度愈大，可以分佈到淺能階中的電子數目就愈小，所以空間電場的大小是下降的。在接下來的計算我們就取 $N_1=3\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 為最佳值繼續以下的計算。

2.4.2 深能階和淺能階電子再補獲係數 (r_1 、 r_2) 對記錄結果的影響

2.4.2(a) 深能階電子再補獲係數 (r_1) 對記錄結果的影響

電子再補獲係數會影響到電子移動的行為，也會影響到電子在深能階和淺能階的再分佈，所以電子再補獲係數對記錄的結果有很大的影響。首先討論的是深能階再補獲係數 r_1 對記錄結果的影響，使用的參數如圖所示。

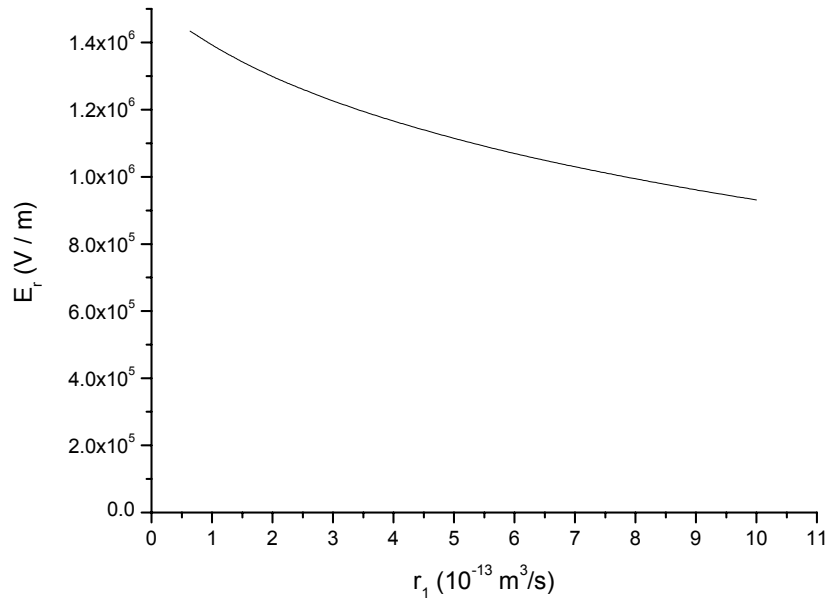


圖 2.7a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是深能階電子再補獲係數，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3.8\times 10^{24}\text{m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000\text{W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000\text{W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{V}/\text{m}$ 。

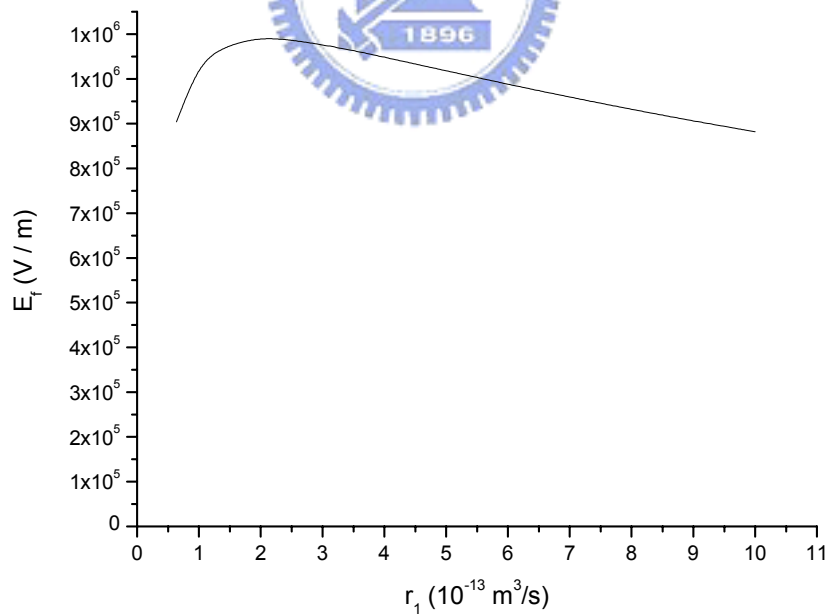


圖 2.7b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是深能階電子再補獲係數，縱軸是空間電場的大小。

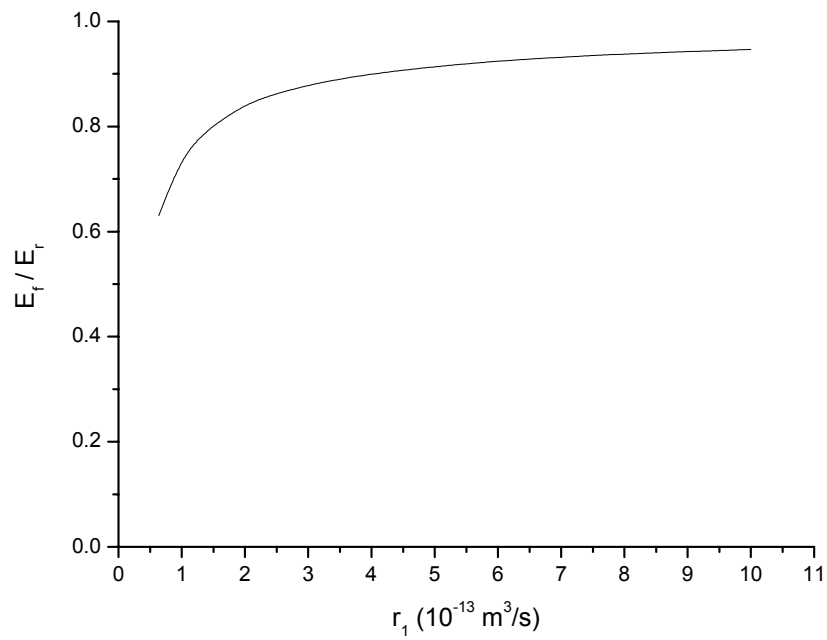


圖 2.7c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是深能階電子再補獲係數，縱軸是固定效率的大小。

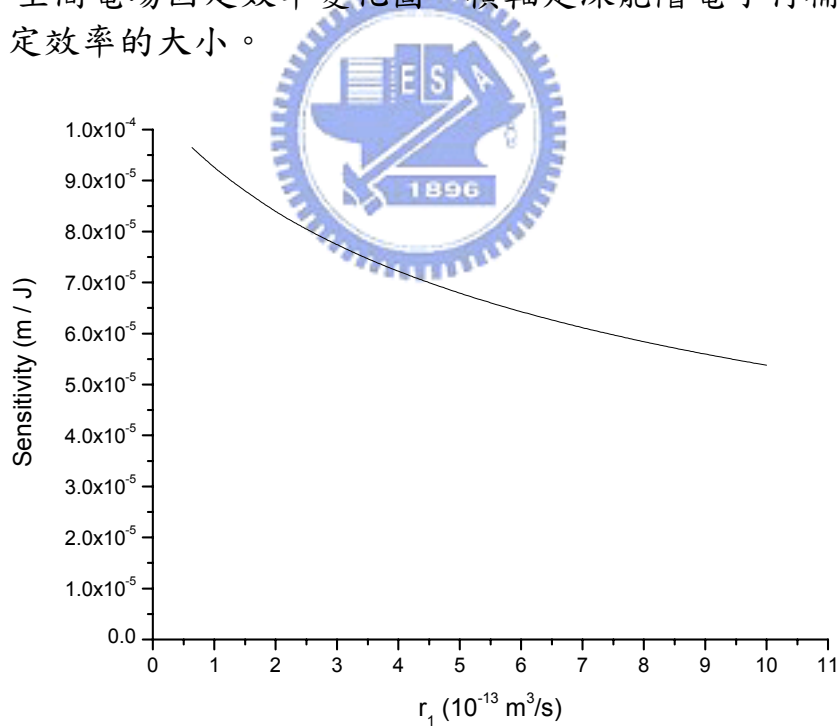


圖 2.7d 敏感度變化圖，橫軸是深能階施體濃度，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到寫入階段的空間電場是下降的，因為深能階的電子補獲係數愈大，寫入階段時能分佈到淺能階的電子數目就減少，所以空間電場是下降的；定影階段的空間電場則是先升後降，先升的原因是因為深能階的電子補獲係數增加會使得在定影階段時電子更容易回到深能階中固定下來，所以定影階段的空間電場會增加，並且固定效率是上升的，但是深能階的電子補獲係數愈大則寫入階段的空間電場愈小，因此就算固定效率是上升的，最後定影下來的空間電場還是要下降的。跟之前討論過的幾個參數比較起來，固定效率對深能階的電子補獲係數的變化是很敏感的，因為在定影的過程中，電子的移動和被補獲的機率都受到深能階的電子補獲係數很大的影響，這正是影響固定效率的重要因素，所以深能階的電子補獲係數是影響固定效率的重要參數，深能階的電子補獲係數愈大固定效率愈好，但太大的深能階的電子補獲係數也不好，因為超過一定值後固定效率變化的幅度就很小了，在這裡最佳值約在 $2 \times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ ，所以之後的計算就取這個值來繼續進行討論。

2.4.2(b) 淺能階電子再補獲係數 (r_2) 對記錄結果的影響

接著我們改變淺能階電子再補獲係數來作圖，其餘參數如圖示。

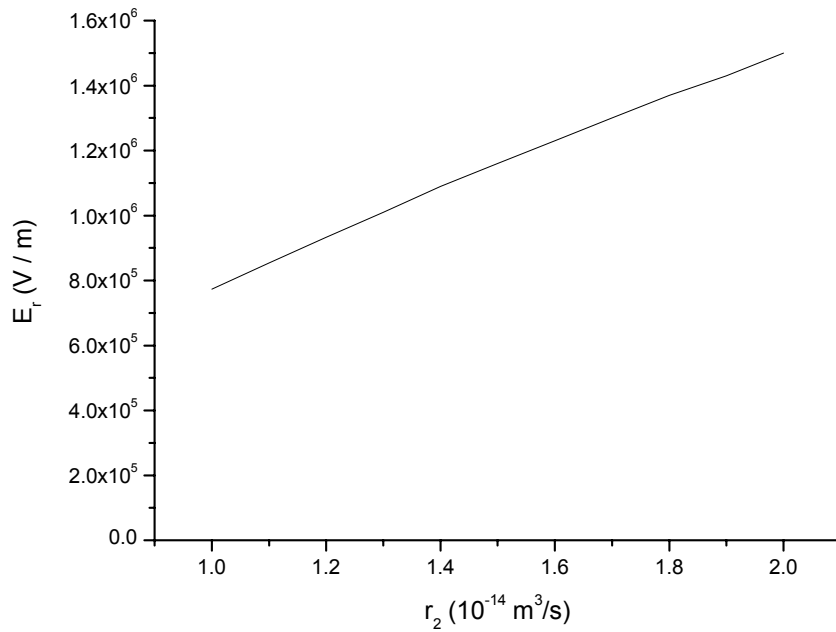


圖 2.8a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階電子再補獲係數，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3\times 10^{23}\text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $I_{10}=1000\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{ (V/m)}$ 。

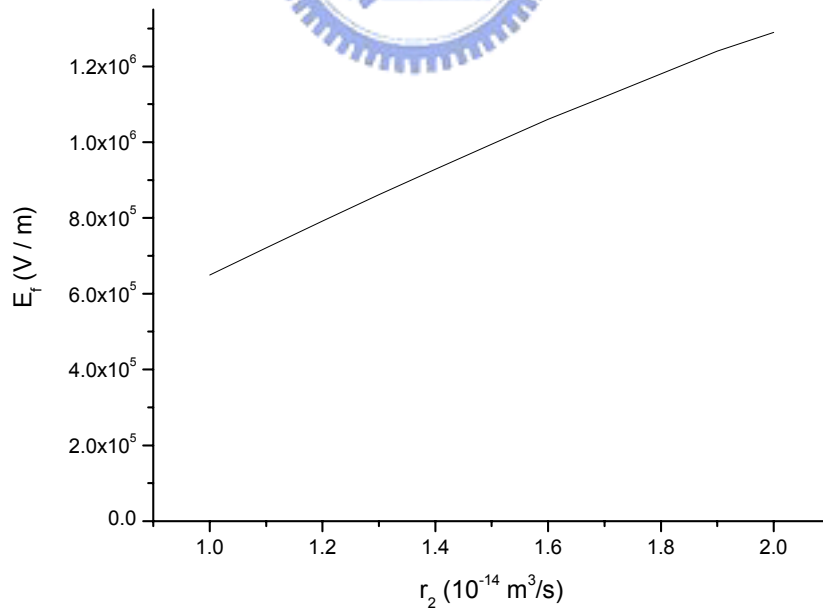


圖 2.8b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階電子再補獲係數，縱軸是空間電場的大小。

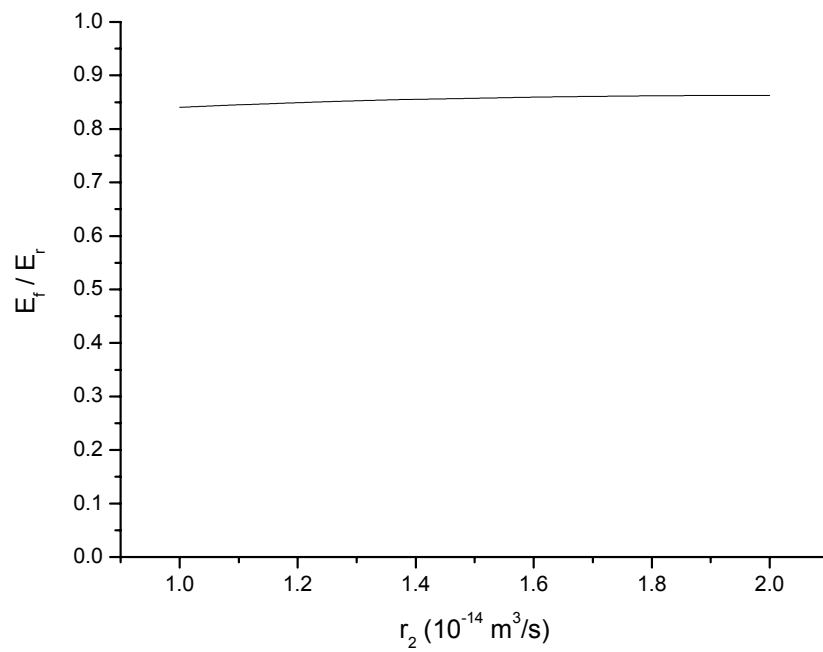


圖 2.8c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是淺能階電子再補獲係數，縱軸是固定效率的大小。

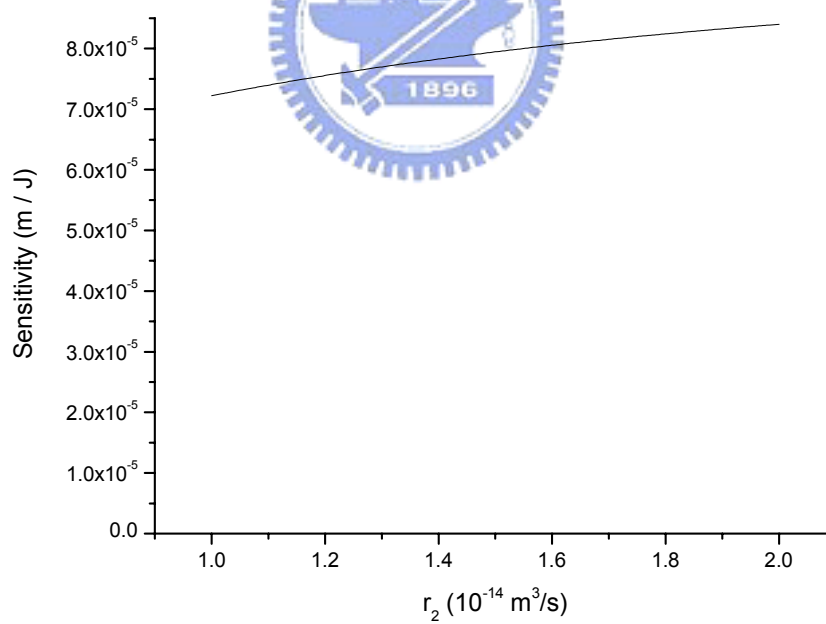


圖 2.8d 敏感度變化圖，橫軸是淺能階施體濃度，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到寫入階段空間電場是明顯上升的，因為淺能階電子再補獲係數愈大，在寫入階段時就會有更多的電子在淺能階中，空間電場就愈大。固定效率則是微微上升，可見受淺能階的電子再補獲係數影響不大，從圖 2.2 來看的話，只要電子是在圖右半部的暗區被深能階所補獲就會被固定下來，所以電子只要在移動到左半邊的亮區之前被補獲都會是對定影有益的，所以淺能階電子再補獲係數增加也會使電子更難移動，所以固定效率也是微微上升，但是對定影有決定性影響的還是深能階的電子再補獲係數。寫入階段空間電場上升，固定效率微微上升，所以定影階段空間電場也是上升，因此我們可以得到淺能階電子再補獲係數是愈大愈好，但是實際上電子再補獲係數可變動的範圍是有限的，也不是能很輕易就能隨意調整的值，必需使用不同的摻雜元素才能達到改變電子再補獲係數的目的，所以以下的計算我們也是沿用從文獻中摘錄的值。

2.4.3 吸收光子截面積 (S_{11} 、 S_{21} 、 S_{22}) 對記錄結果的影響

吸收光子截面積的參數有三個，分別是深能階吸收激發光的截面積 (S_{11})、淺能階吸收激發光的截面積 (S_{21}) 和淺能階吸收寫入光的截面積 (S_{22})，吸收截面積的物理意義就是深能階或淺能階內的電子吸收一個光子的能量並且被激發到傳導帶中的機率，而這三個吸收光子截面積分別就是不同能階對不同光源的吸收截面積，寫入光因為沒有辦法激發深能階的電子所以吸收截面積是零，因此沒有列出。

2.4.3(a) 淺能階吸收激發光的截面積 (S_{21}) 對紀錄結果的影響

下圖是改變淺能階吸收激發光的截面積對紀錄結果的影響，所使用的參數如圖所示。

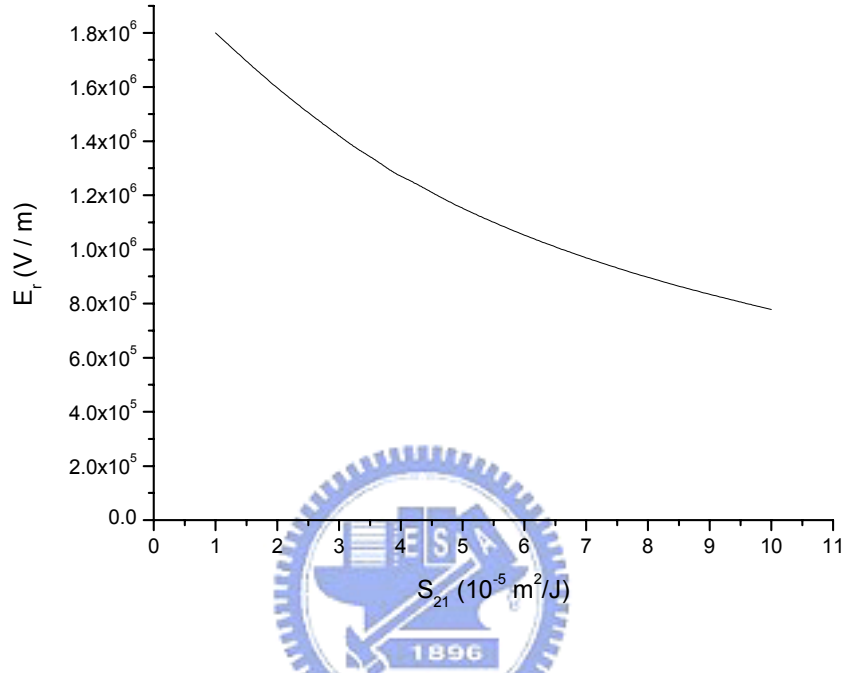


圖 2.9a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階吸收激發光的截面積，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2 \times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65 \times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W/m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W/m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V/m}$ 。

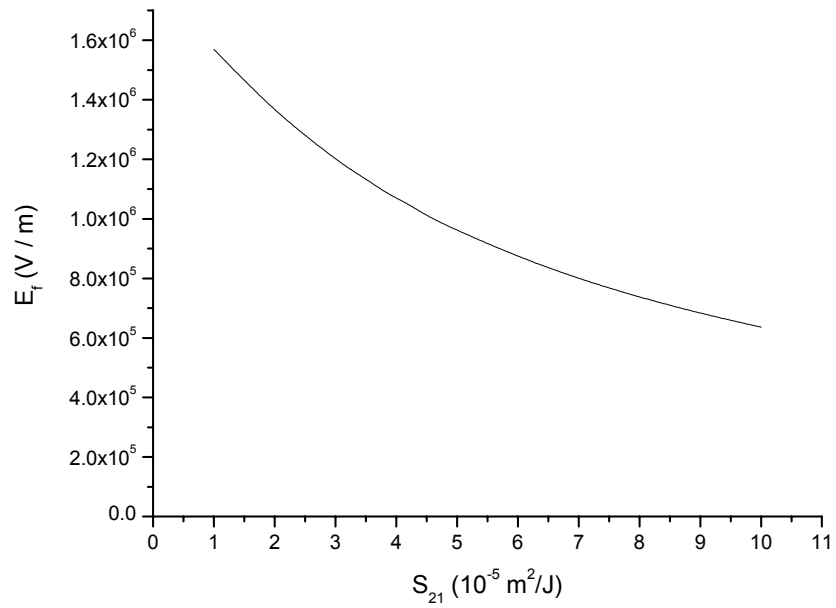


圖 2.9b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階吸收激發光的截面積，縱軸是空間電場的大小。

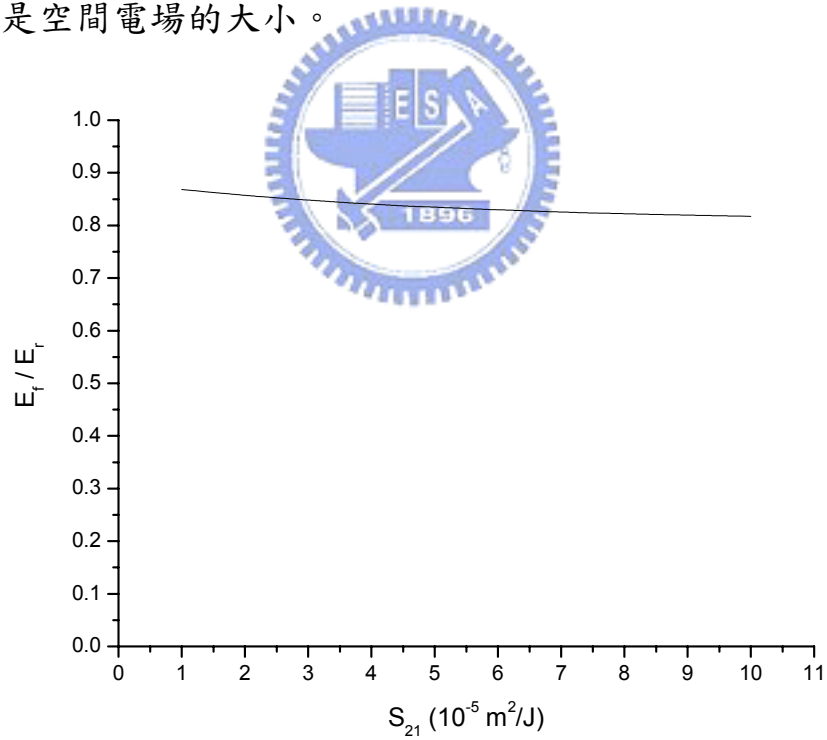


圖 2.9c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是淺能階吸收激發光的截面積，縱軸是固定效率的大小。

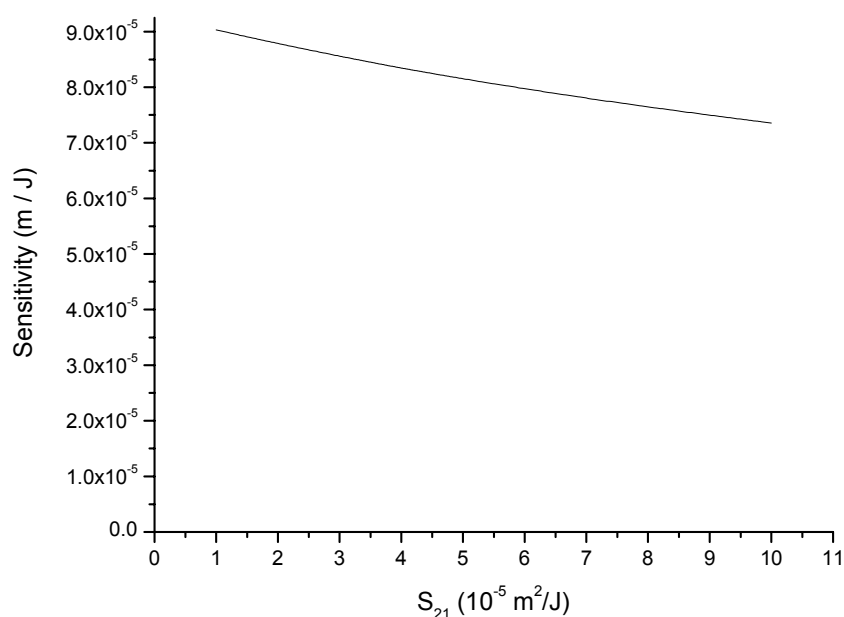


圖 2.9d 敏感度變化圖，橫軸是淺能階吸收激發光的截面積，縱軸是敏感度的大小。



從圖中可以看到寫入階段的空間電場是下降的，因為淺能階吸收激發光的截面積愈大代表在寫入階段時淺能階的電子愈容易受到激發光的影響而離開淺能階，所以空間電場會下降，激發光的作用主要是在激發深能階的電子使其也能參與反應，但是激發光也會同時激發淺能階的電子，這會降低空間電場的強度，所以淺能階吸收激發光的截面積的理想值是愈小愈好的；固定效率隨淺能階吸收激發光的截面積增加而增加的幅度非常小，敏感度也是小幅下降的，可見改變淺能階吸收激發光的截面積造成主要的影響是空間電場的大小。

由於激發光光子能量大於淺能階到傳導帶的能量差，所以激發光一定

會激發淺能階，因此實際上淺能階吸收激發光的截面積是不能為零的，但我們還是希望這個值愈小是愈好的，在以下的計算我們還是使用從文獻摘錄下來的值做計算。

2.4.3(b) 深能階吸收激發光的截面積 (S_{11}) 對紀錄結果的影響

接著我們改變深能階吸收激發光的截面積，並且選定三個淺能階吸收激發光的截面積來作圖，以三條不同的曲線表示如下圖，所使用的參數如圖示。

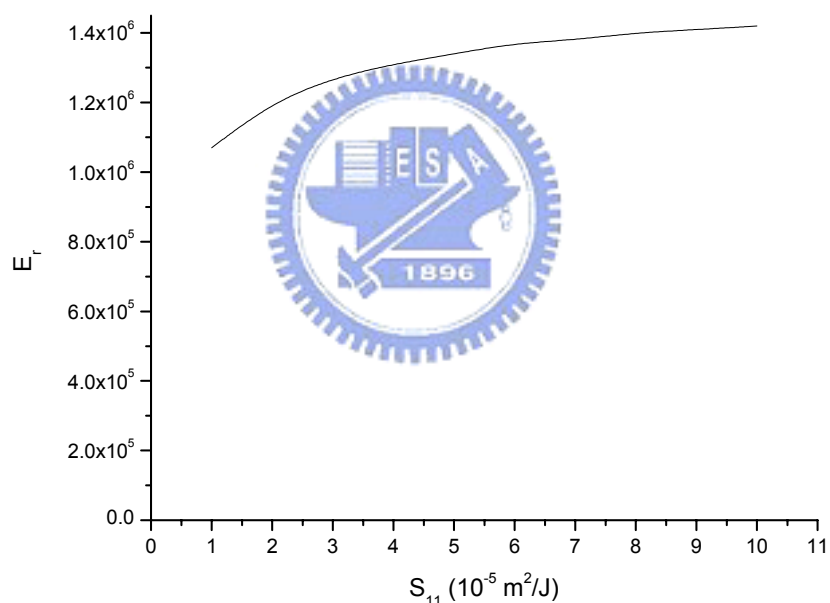


圖 2.10a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是深能階吸收激發光的截面積，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V}/\text{m}$ 。

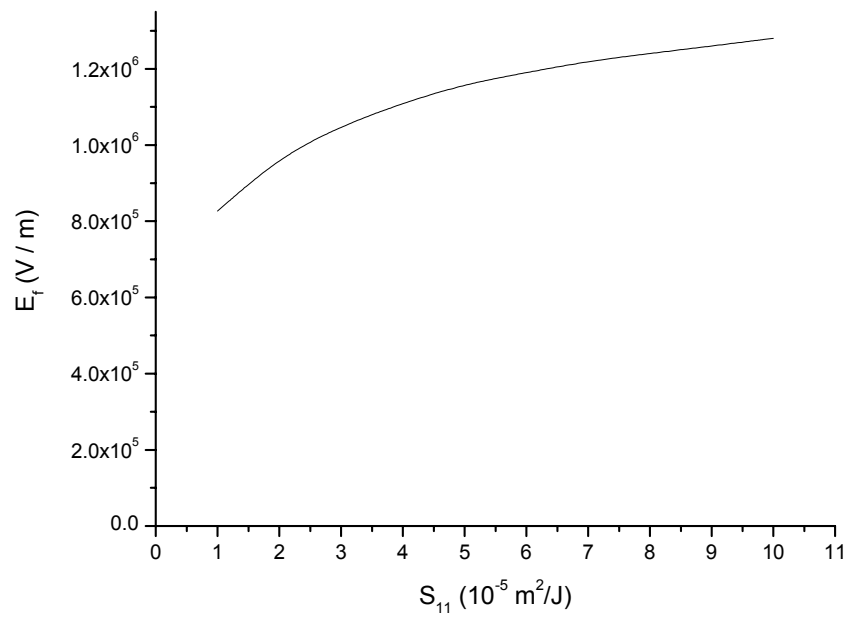


圖 2.10b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是深能階吸收激發光的截面積，縱軸是空間電場的大小。

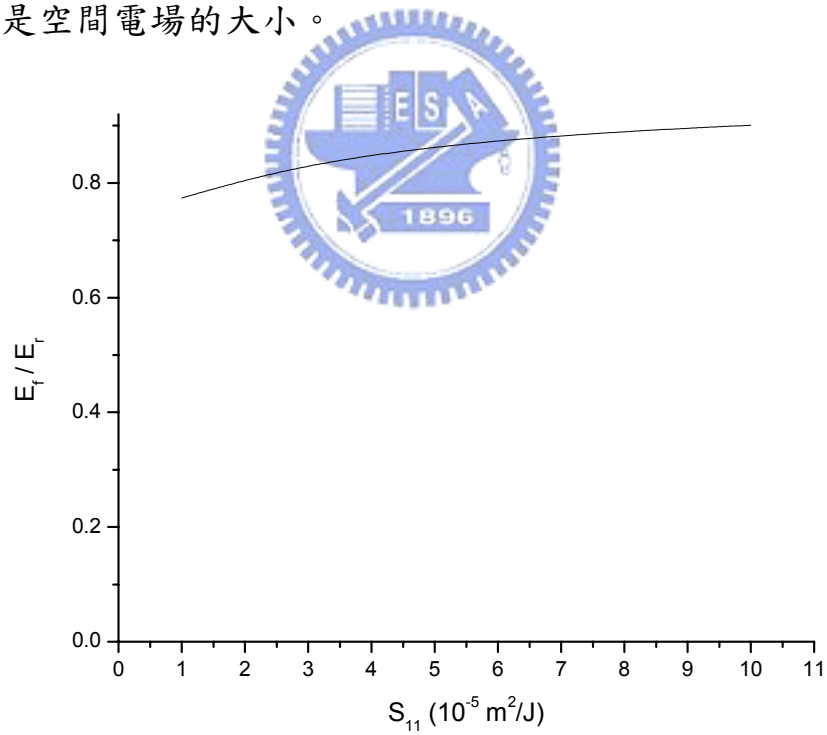


圖 2.10c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是深能階吸收激發光的截面積，縱軸是固定效率的大小。

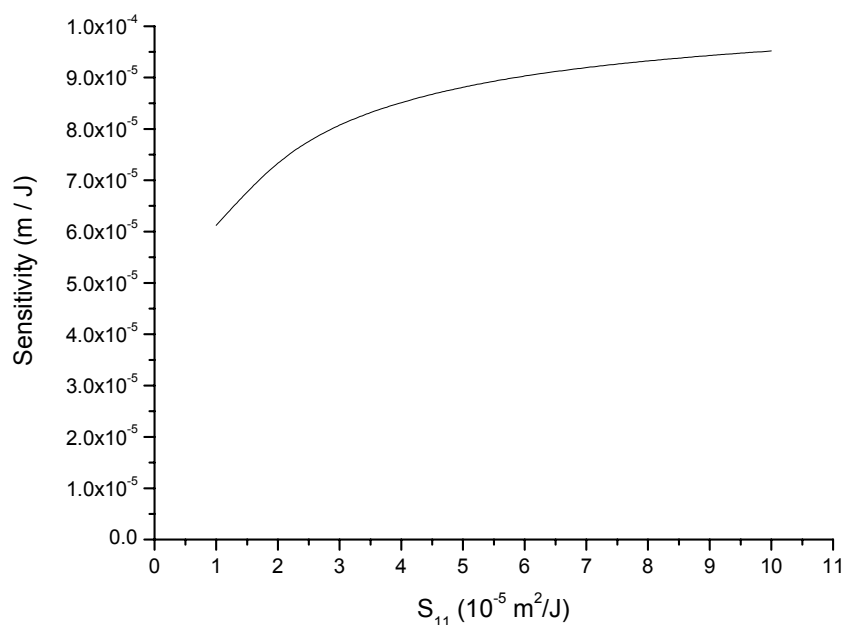


圖 2.10d 敏感度變化圖，橫軸是深能階吸收激發光的截面積，縱軸是敏感度的大小。



從圖中可以看出固定效率、空間電場和敏感度都是隨深能階吸收激發光的截面積增加上升的，因為深能階吸收激發光的截面積愈大，深能階中的電子就愈容易被光激發到傳導帶中，就會有愈多的電子參與整個反應，空間電場自然是上升的，這裡沒有最佳化的值存在，所以以下的計算我們還是使用從文獻摘錄下來的值做計算。

2.4.3(c) 淺能階吸收激發光的截面積 (S_{22}) 對紀錄結果的影響

接下來改變淺能階吸收寫入光截面積來作圖，所使用的參數如圖所示。

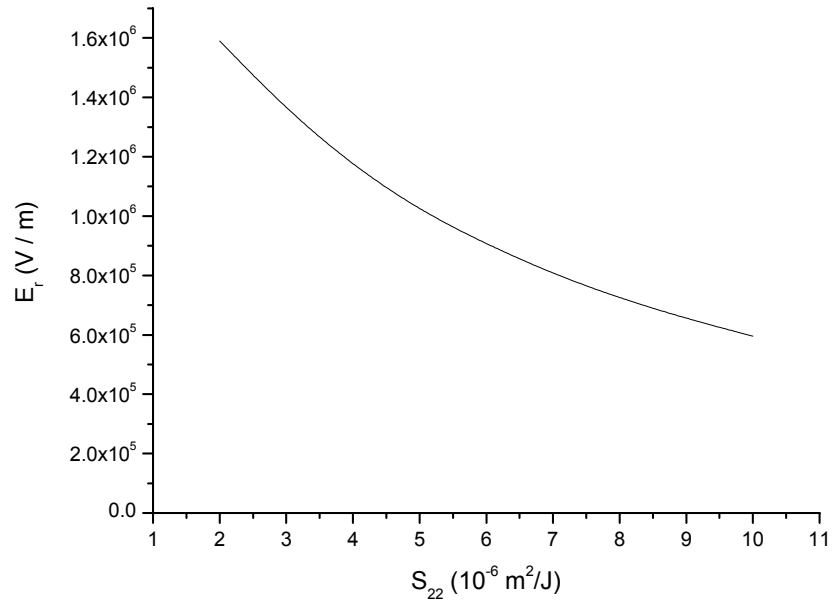


圖 2.11a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階吸收寫入光的截面積，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3\times 10^{23}\text{m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{m}^{-3}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $S_{11}=3.3\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13}\text{m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=1000\text{W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=10000\text{W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{V}/\text{m}$ 。

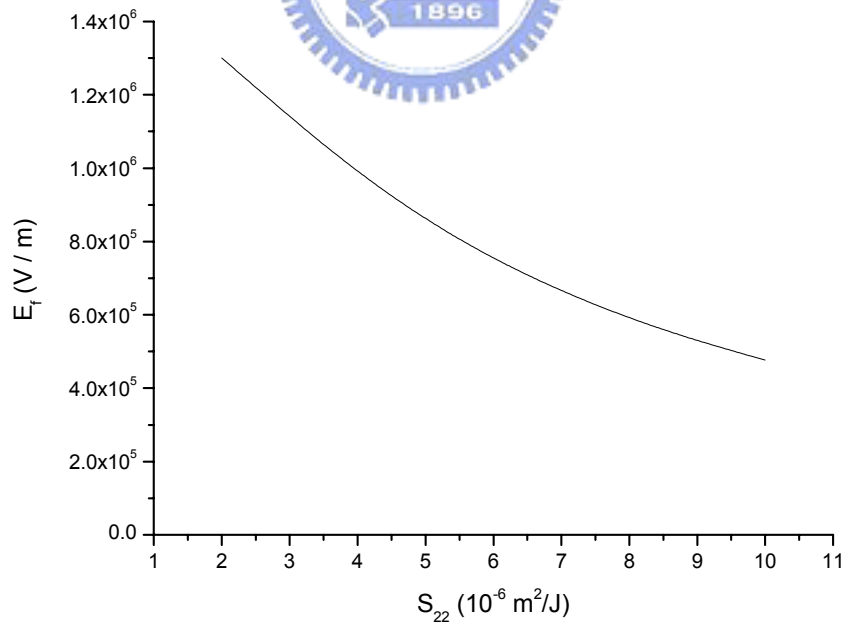


圖 2.11b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是淺能階吸收寫入光的截面積，縱軸是空間電場的大小。

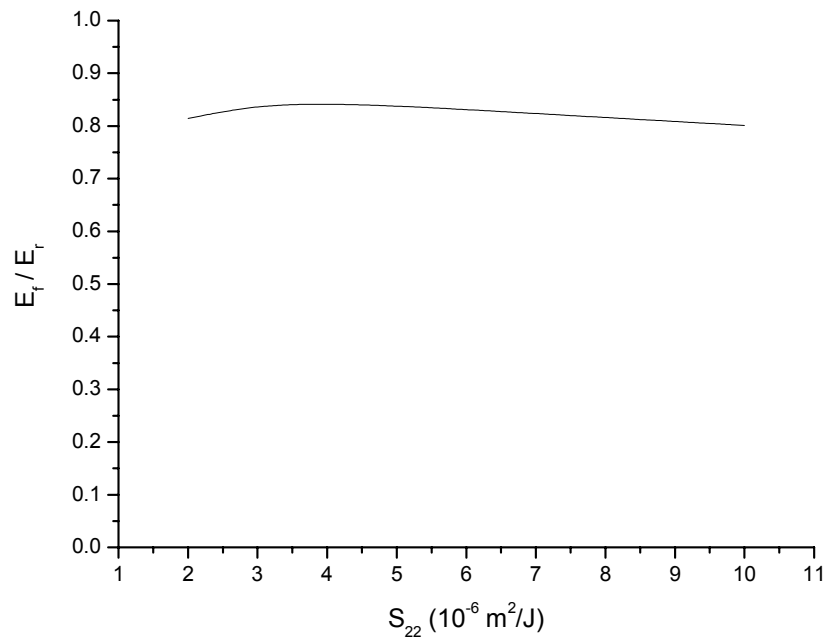


圖 2.11c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是淺能階吸收寫入光的截面積，縱軸是固定效率的大小。

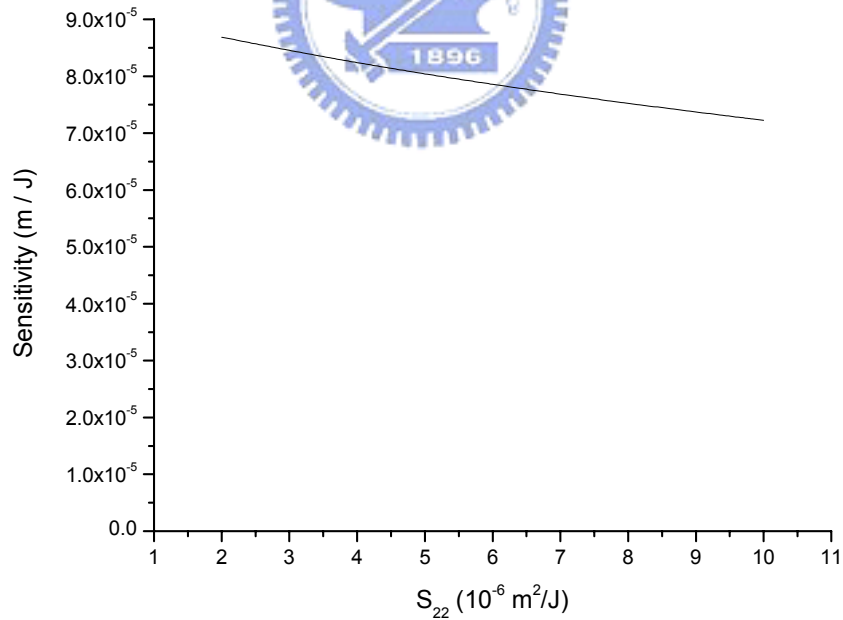


圖 2.11d 敏感度變化圖，橫軸是淺能階吸收寫入光的截面積，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到空間電場、固定效率敏感度都是下降的，這是因為淺能階吸收寫入光的截面積愈大表示電子愈不容易留在淺能階中，會被激發到傳導帶中，所以空間電場會減少，而增加淺能階吸收寫入光的截面積和增加寫入光強度的差別在於，寫入光是有調變的，增加吸收截面積則是均勻的增加電子被激發出來的機會，所以會造成空間電場的下降。

所以深能階吸收激發光的截面積 (S_{11})、淺能階吸收激發光的截面積 (S_{21}) 和淺能階吸收寫入光的截面積 (S_{22}) 這三個參數中只有深能階吸收激發光的截面積是愈大愈好，其餘兩個是愈小愈好，但實際上這些參數並不容易隨意改變，也不能趨近於零的，所以在接下來的計算中這三個值都沿用文獻摘錄的值。



2.5 記錄系統參數影響

上一節討論的是材料的參數，一般而言材料參數的控制是比較困難的，而記錄系統參數就比較容易掌控，因此這一個小節就對記錄系統的參數，寫入光和激發光強度以及兩道寫入光在晶體外所夾角度來討論。

2.5.1 寫入光和激發光強度 (I_{20}, I_{10}) 對記錄結果的影響

我們首先改變激發光的強度 I_{20} 從 1000 到 10000 W/m^2 來作圖，所用參數如下圖所示。

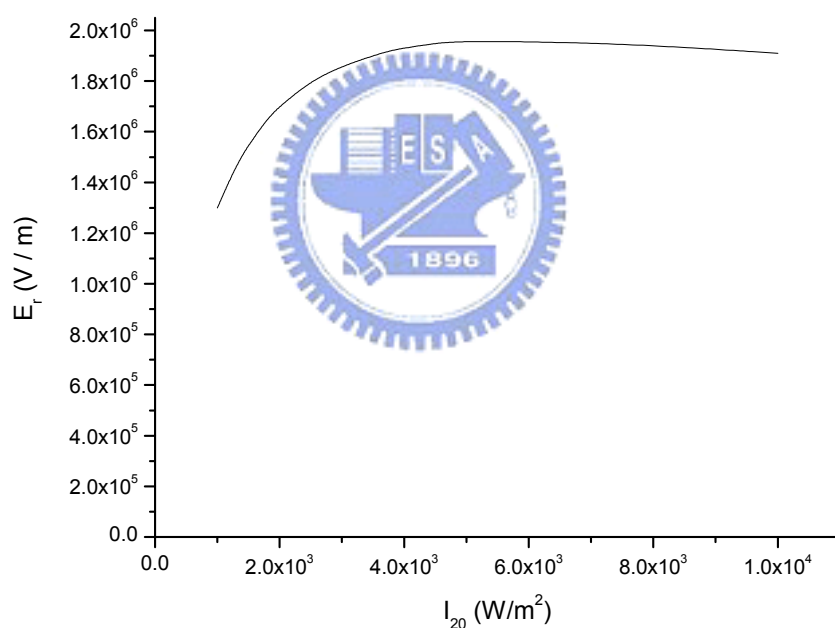


圖 2.12a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100 \text{ W/m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V/m}$ 。

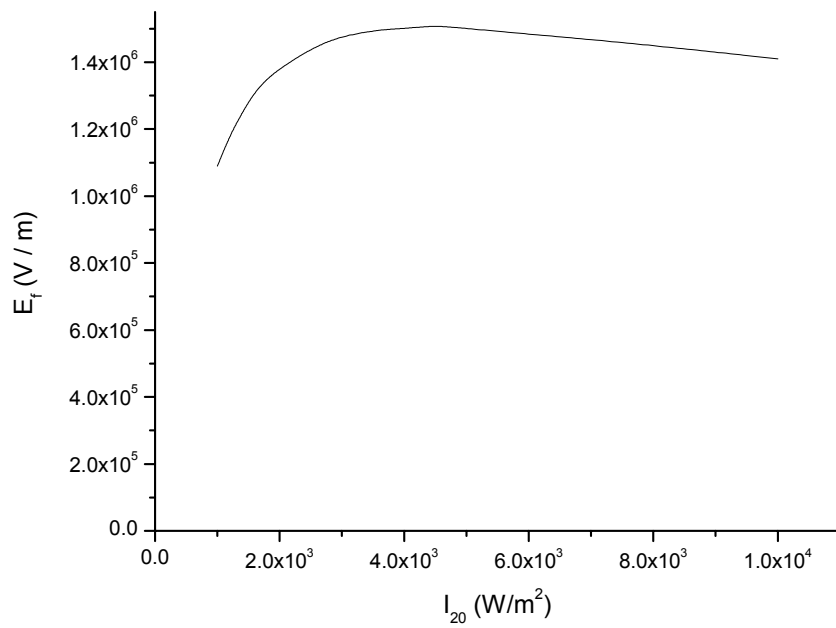


圖 2.12b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是空間電場的大小。

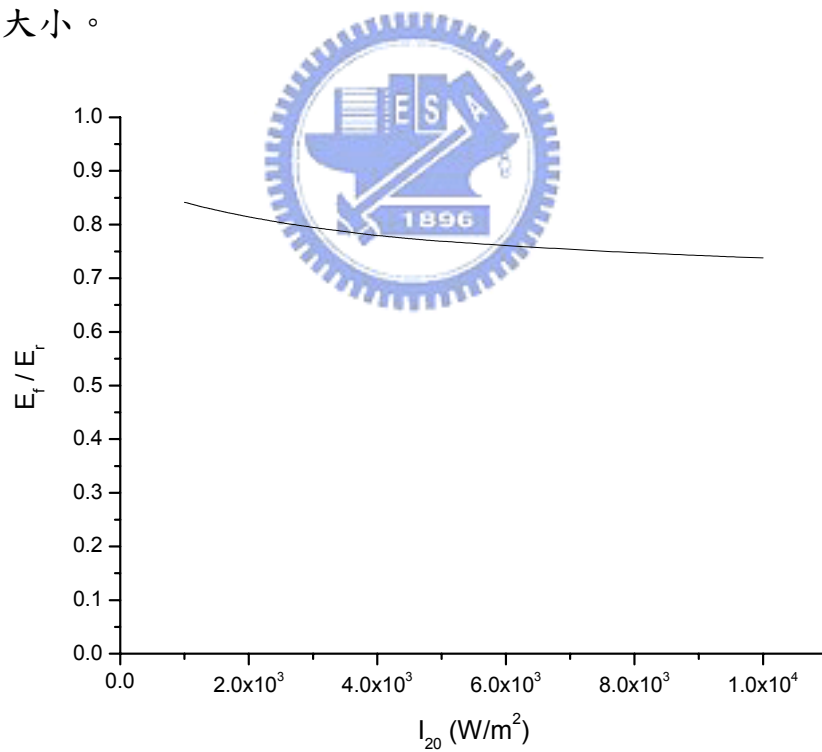


圖 2.12c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是固定效率的大小。

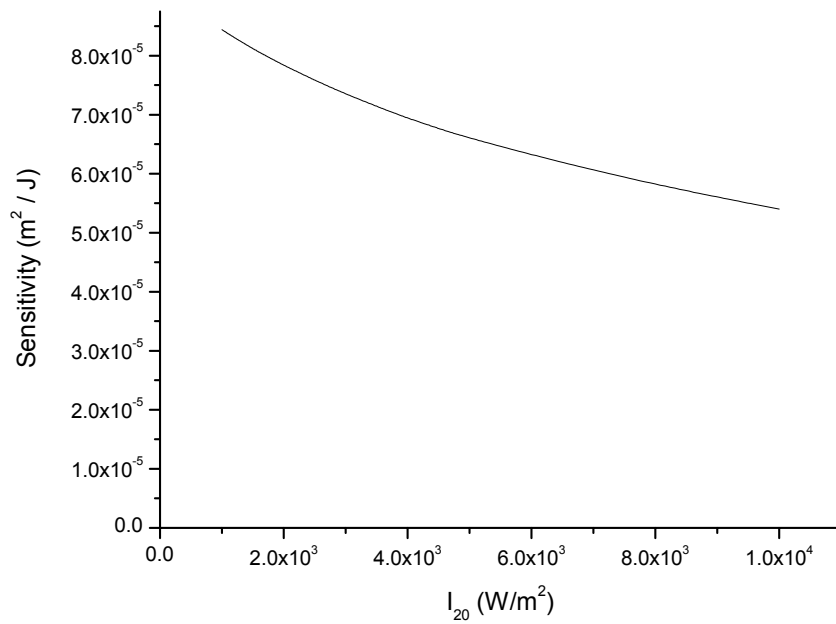


圖 2.12d 敏感度變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看出空間電場是先升後降的，寫入光是有調變的，也是造成電子重新分佈的主要因素，因此寫入光強度愈強所造成的空間電場也就大，但寫入光強度太大時反而將過多電子從淺能階中激發回傳導帶造成空間電場下降。固定效率一開始下降較快，之後就趨緩了，變化幅度不是很大，敏感度則是先大幅下降而後趨緩的，因此寫入光的強度對系統的儲存容量和寫入速度都有決定性的影響。

接著我們改變激發光的強度做圖，所用參數如圖所示。

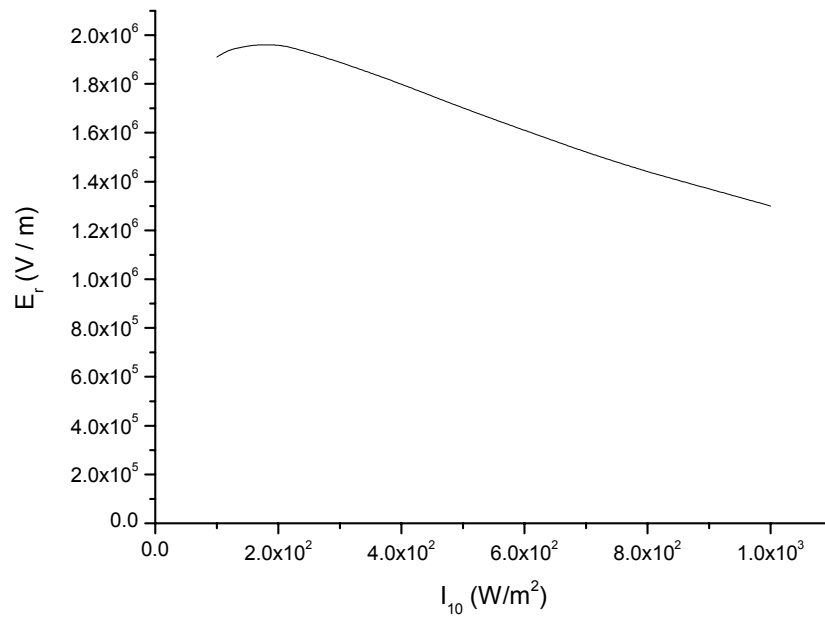


圖 2.13a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是激發光的強度，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3\times 10^{23}\text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{20}=10000\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{ V}/\text{m}$ 。

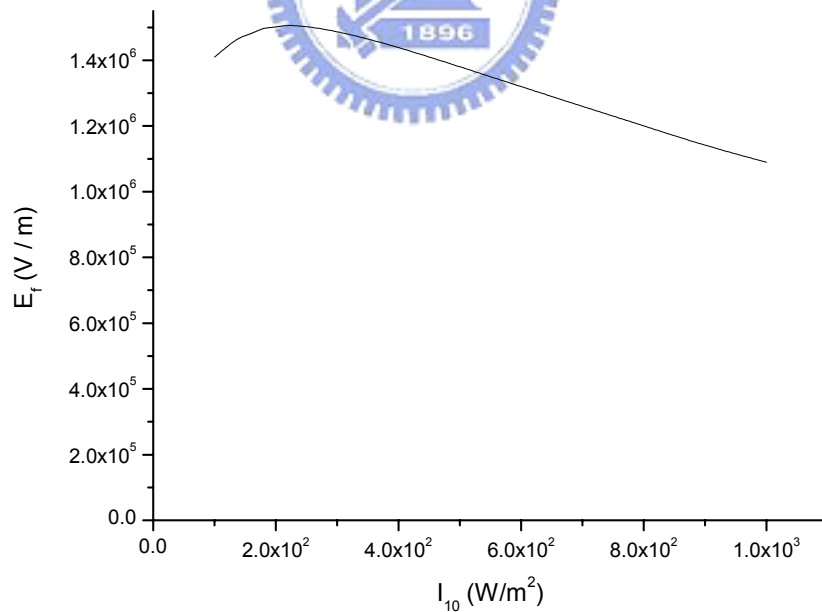


圖 2.13b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是激發光的強度，縱軸是空間電場的大小。

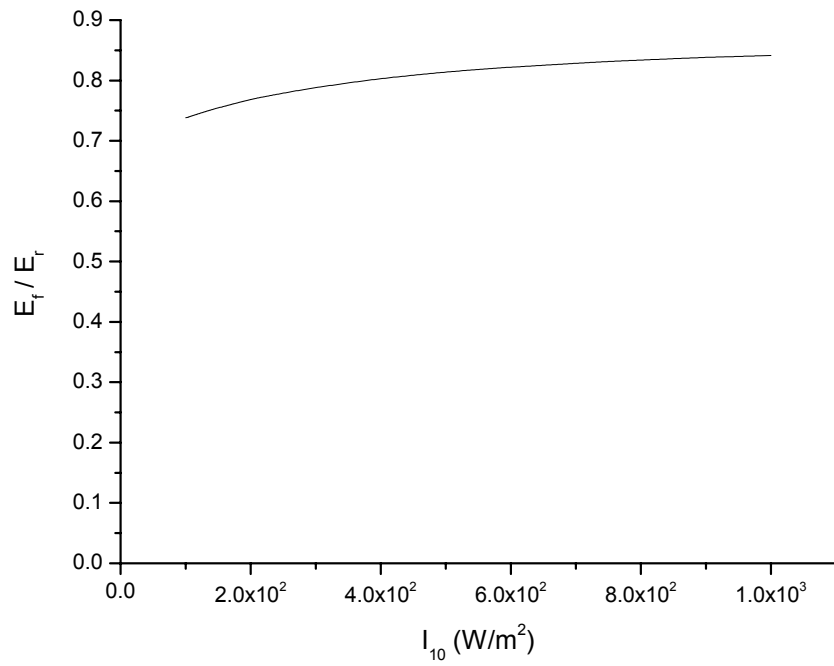


圖 2.13c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是激發光的強度，縱軸是固定效率的大小。

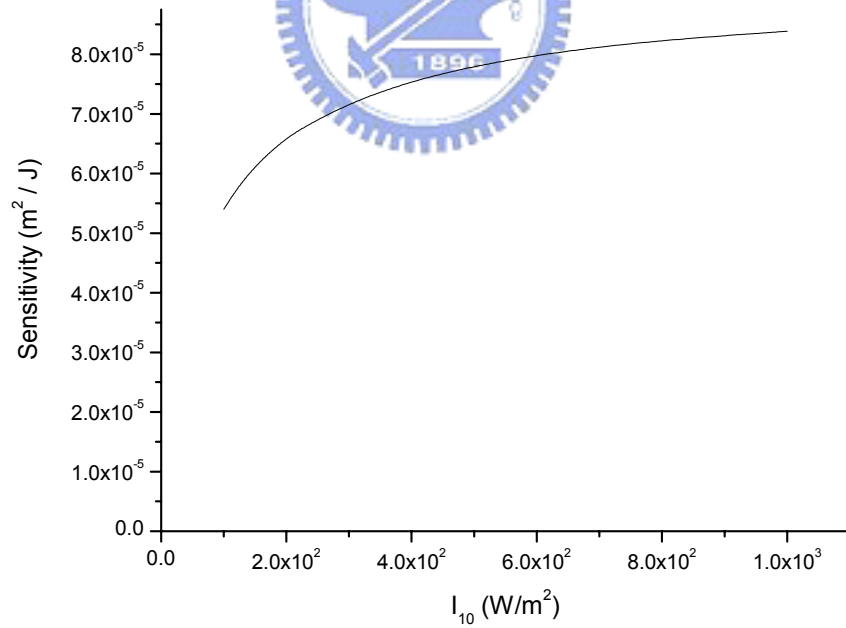


圖 2.13d 敏感度變化圖，橫軸是激發光的強度，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到空間電場是先升後降，有最佳值存在，因為激發光是讓深能階的電子能激發出來並重新分佈的重要光源，所以激發光太小時電子都留在深能階中無法重新分佈形成空間電場；但是激發光同時也會激發淺能階的電子，空間電場會因此下降，所以激發光也不能太大，因此會有一個最佳值。固定效率一開始下降的幅度較大，接著下降的幅度就變緩了，幾乎沒有變化了，敏感度也是先增後減的。

如果將圖 2.12 和圖 2.13 的橫軸都改成寫入光和激發光強度比值 (I_{20}/I_{10})，我們可以發現最佳值都發生在 $I_{20}/I_{10}=45$ 的地方，因此影響紀錄結果的值可能是寫入光和激發光強度比值 (I_{20}/I_{10})，所以改變寫入光和激發光的強度做圖，固定 $I_{20}/I_{10}=45$ ，其餘參數如圖所示。



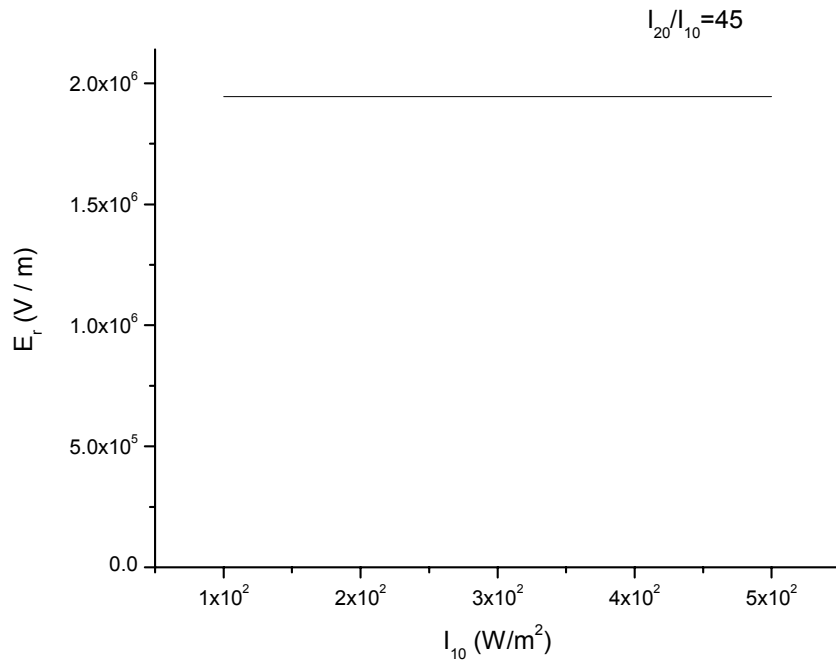


圖 2.14a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3\times 10^{23}\text{m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.8\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.6\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13}\text{m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{m}^3/\text{s}$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{V}/\text{m}$ 。

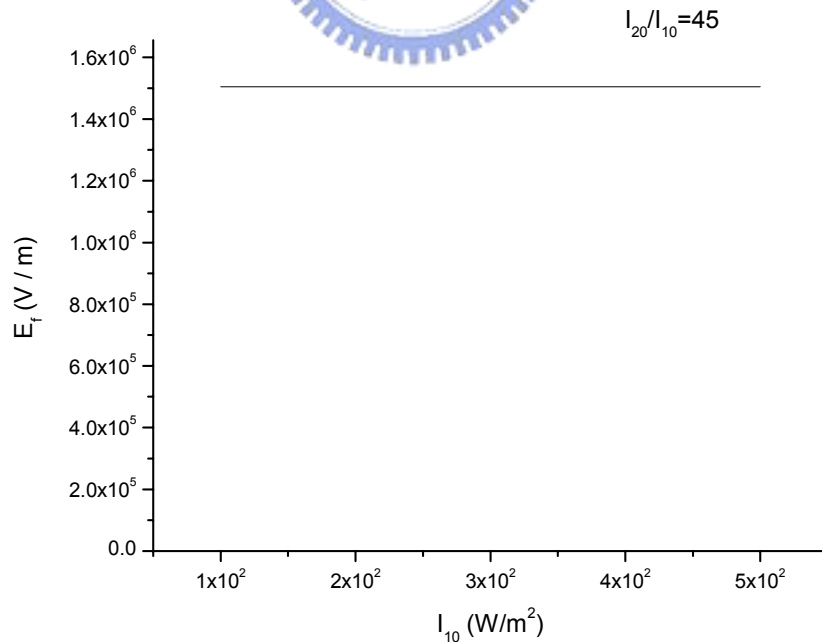


圖 2.14b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是空間電場的大小。

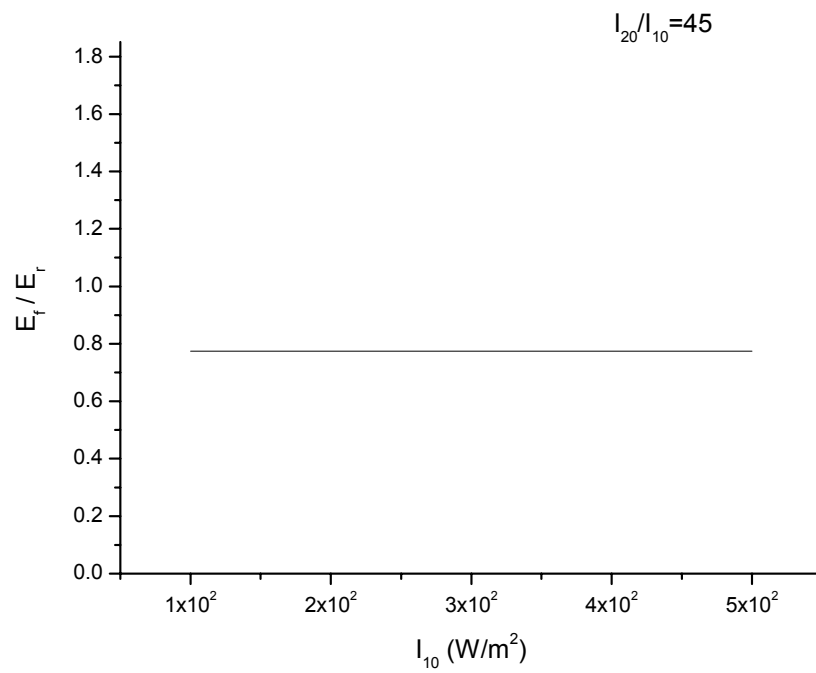


圖 2.14c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是固定效率的大小。

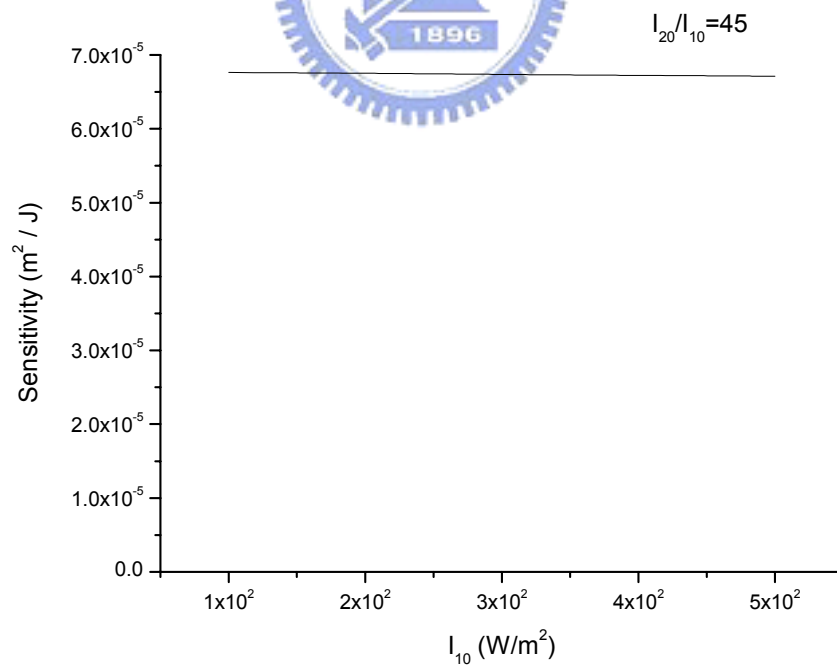


圖 2.14d 敏感度變化圖，橫軸是寫入光的強度，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到除了敏感度之外，其它四個值都是不變的，所以直接影響記錄結果的是寫入光和激發光強度比值。但是光的強度愈大，記錄的速度會愈快，光的強度愈小，記錄的速度愈慢，雖然在圖 2.16d 中敏感度是隨光強度增加而減少，但是那是表示能量使用效率下降，在固定光強度的條件下，效率愈低則記錄速度愈慢，但是在圖 2.16d 中光的強度是在增加的，所以能量使用的效率雖然降低了，記錄的速度還是變快的。因此影響系統容量的是寫入光和激發光強度比值，而使用較強的光可以達到較快的寫入速度。

2.5.2 兩道寫入光在晶體外所夾角度對記錄結果的影響

這裡要討論的變數 θ 是兩道寫入光在晶體外所夾角度的一半，這個角度會影響在空間中所形成的干涉條紋的週期性間隔大小，這個大小的變化也會影響到空間電場的形成，在這裡將 θ 值由 1° 到 45° 取點做圖如下，使用的參數如圖所示。

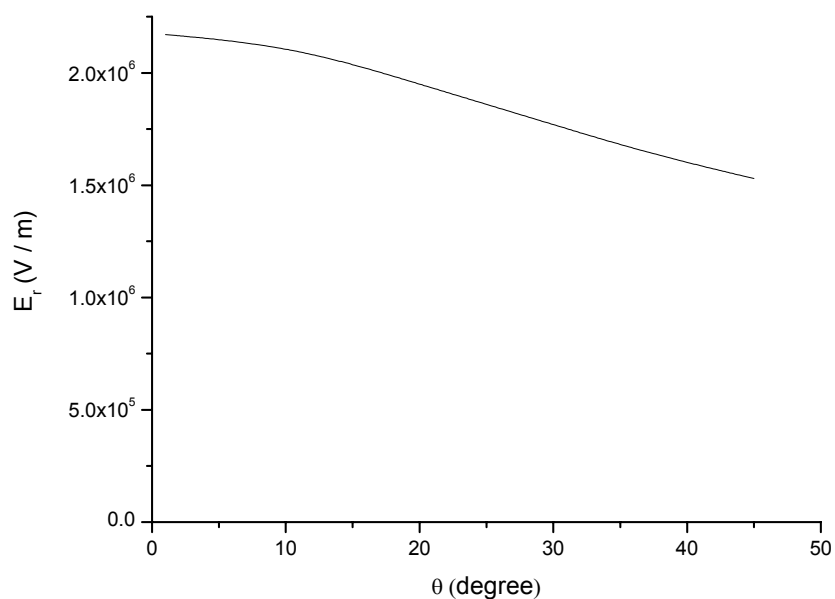


圖 2.15a 寫入階段空間電場變化圖，橫軸是寫入光晶體外夾半角，縱軸是空間電場的大小，使用的參數為 $N_1=3 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2 \times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65 \times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{20}=4500 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{10}=100 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $E_0=0 \text{ V}/\text{m}$ 。

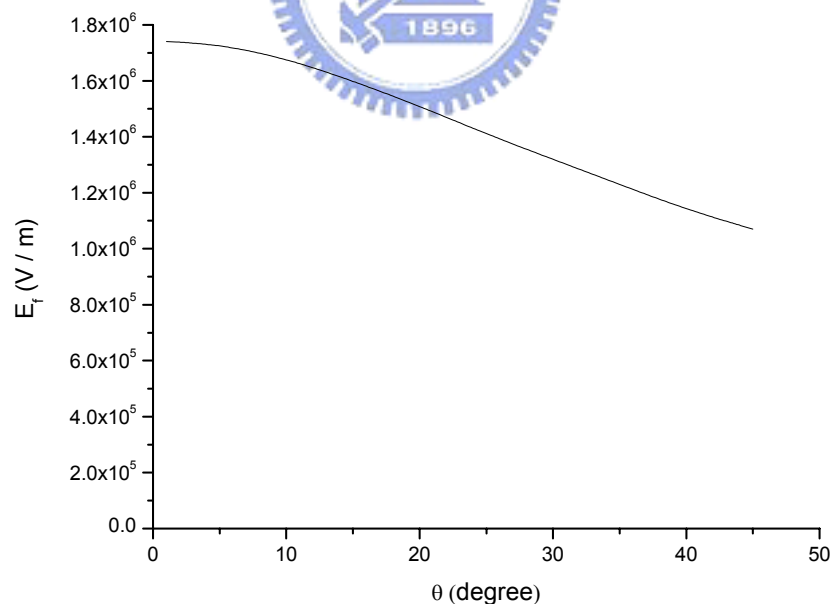


圖 2.15b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是寫入光晶體外夾半角，縱軸是空間電場的大小。

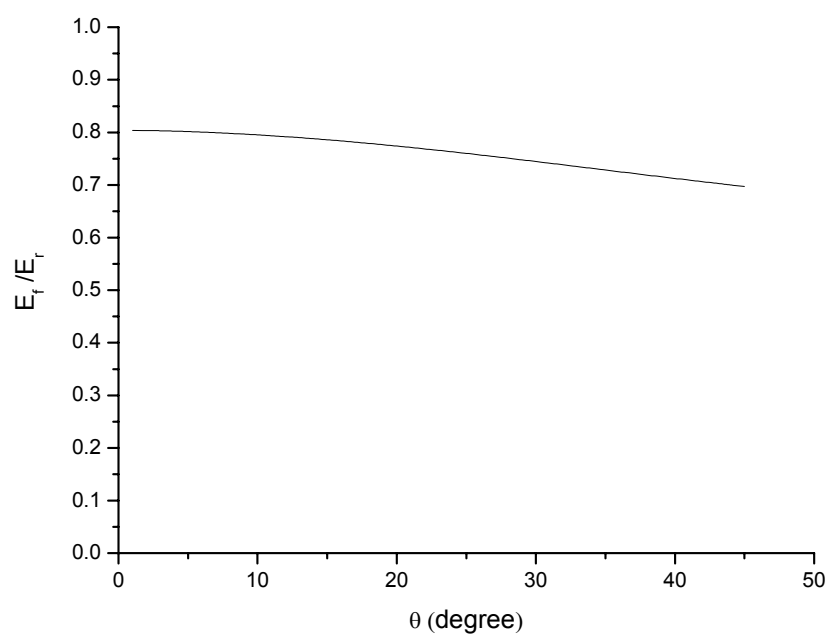


圖 2.15c 空間電場固定效率變化圖，橫軸是寫入光晶體外夾半角，縱軸是固定效率的大小。

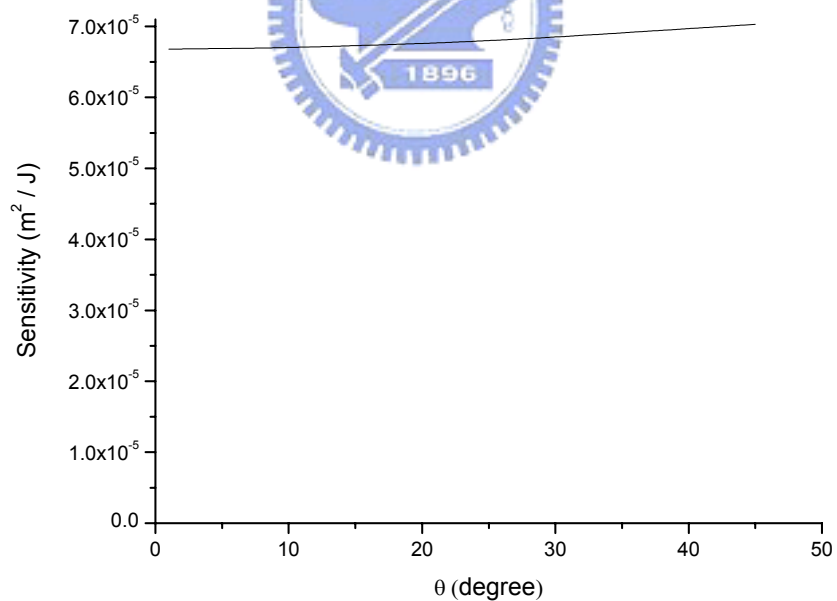


圖 2.15d 敏感度變化圖，橫軸是寫入光晶體外夾半角，縱軸是敏感度的大小。

從圖中可以看到空間電場是隨著角度增加而變小，固定效率微微下降，敏感度則是微微上升。所以說寫入光晶體外夾半角主要的影響在於寫入階段空間電場的大小，角度愈小則產生的干涉條紋愈疏，亮暗區間的寬度愈大，以相同數目電子來重新分佈的話，分佈到比較少的亮暗區間的話，也就是干涉條紋較疏的狀況，造成的空間電場較大，舉例來說，12 個電子分配到一亮一暗的區間時，可以分配 12 個電子在暗區，沒有電子在亮區，所以亮暗區電荷差距是 12；如果是分配到兩亮兩暗的區間的話，那可以分配成每個暗區 6 個電子，亮區沒有電子，亮暗區電荷差距是 6，干涉條紋愈疏，造成的亮暗區間數目就愈少，所以造成的空間電場較大。因此在這裡寫入光晶體外夾半角是愈小愈好。



2.6 結論

透過理論計算尋找一組最佳化的參數是最理想的目標，但各個參數彼此互相影響，要找到絕對的最一組最佳化參數並不容易，所以我們的目標是找到一組接近最佳化的參數，雖不是絕對的最佳化，但也能達到很好的記錄結果。從以上兩小節我們發現部份參數對記錄結果的影響有最佳值的存在，因此我們將這些各別找到的最佳值當成我們要找的參數，沒有最佳值存在的參數我們則是沿用從文獻中找到的值，根據這方法找到的一組參數為 $x=0.24$ 、 $N_1=3\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=4500 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V}/\text{m}$ 。但是各個參數彼此之間是有影響的，所以我們必需就有最佳值存在的幾個參數分別再進行最佳值的測試，來了解這些參數的影響是否明顯，如果影響不大的話，我們就可以把這組參數做為我們要尋找的目標，一組很接近最佳化的參數。

下圖就是我們進行的最佳化測試，分別改變 x 、 N_1 和 r_1 所做的定影階段空間電場圖，所用參數如圖示。

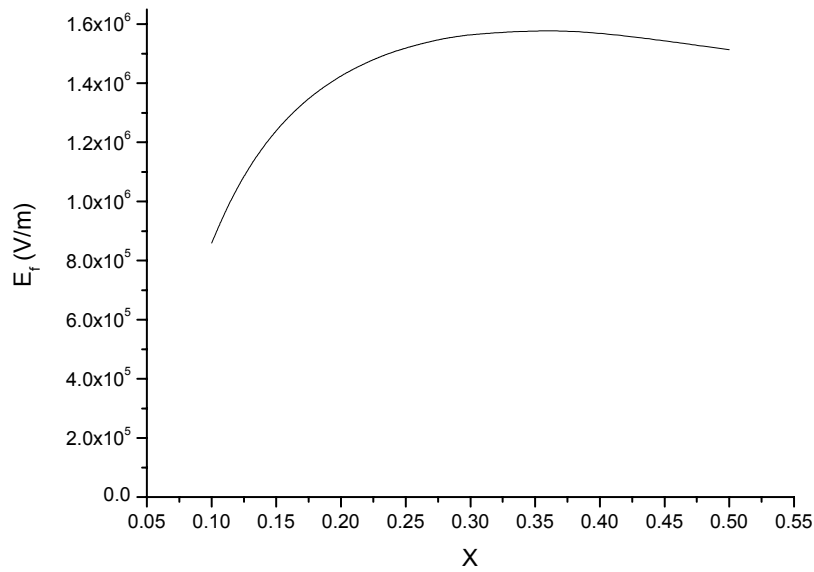


圖 2.16a 定影階段空間電場變化圖，橫軸是 $N_A=N_2+xN_1$ 中的 x ， $N_1=3\times 10^{23}\text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=4500\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{ V}/\text{m}$ 。

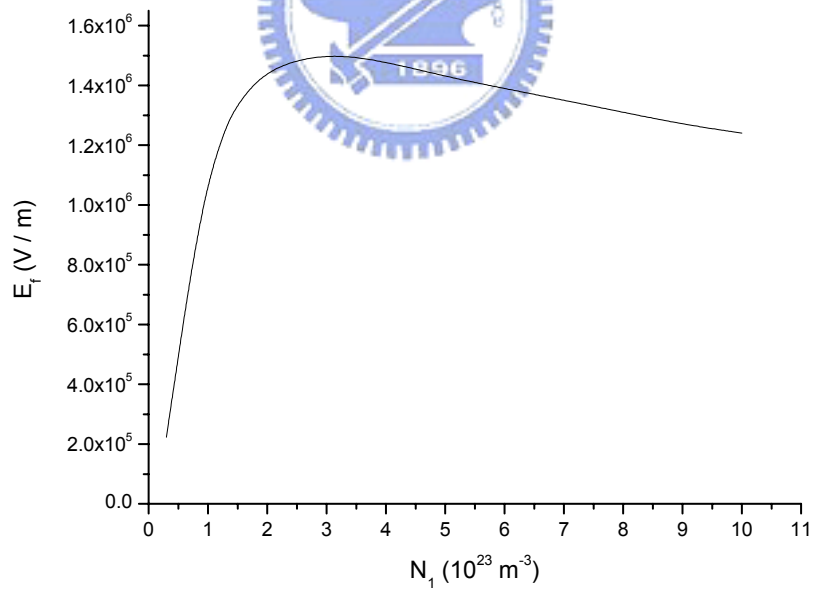


圖 2.16b 定影階段空間電場變化圖，橫軸是深能階施體濃度， $N_2=2.5\times 10^{25}\text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=4500\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{ V}/\text{m}$ 。

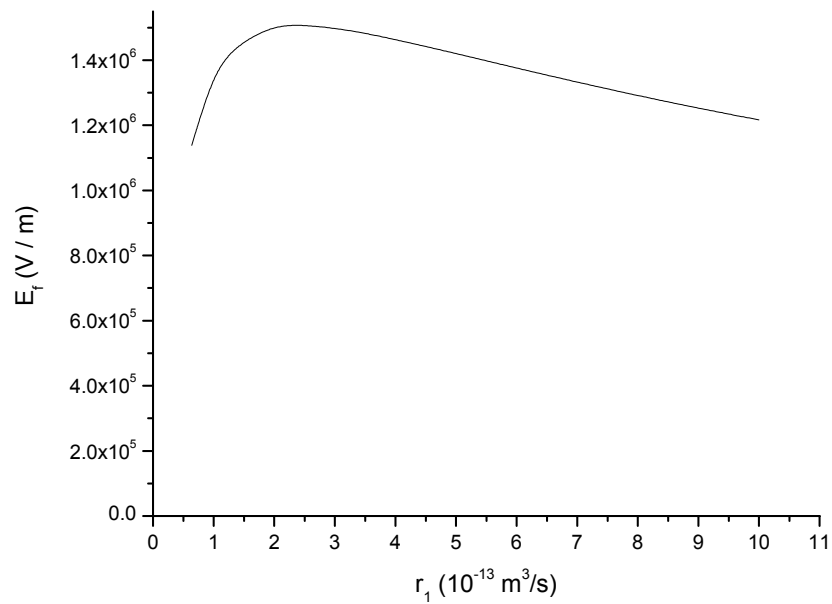


圖 2.16c 定影階段空間電場變化圖，橫軸是深能階電子再補獲系數， $N_1=3\times 10^{23}\text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25}\text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14}\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=4500\text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0\text{ V}/\text{m}$ 。

先看圖 2.16a， x 的最佳值從之前的 0.24 右移到約 0.35 的地方，雖然最佳值移動了不少，但是空間電場的值並沒有增加很多，所以 $x=0.24$ 仍然是一個很好的值；再看圖 2.16b， N_1 的最佳值仍然是在 $3\times 10^{23}\text{ m}^{-3}$ ，沒有變動；圖 2.16c 的部份 r_1 的最佳值從 $r_1=2\times 10^{-13}\text{ m}^3/\text{s}$ 右移到了 $r_1=2.5\times 10^{-13}\text{ m}^3/\text{s}$ ，但空間電場的值也是增加不多；從這三張圖我們可以知道參數最佳值是會受其它參數改變而影響，但變化並不大，所以將改變單獨參數所找到的各個最佳值集合在一起，就可以得到一組與真正最佳值相去不遠的紀錄結果，

如此我們的目的就達到了。在這個章節我們就用這樣的方法找到了這樣的一組參數 $x=0.24$ 、 $N_1=3\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100 \text{ W/m}^2$ 、 $I_{20}=4500 \text{ W/m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V/m}$ ，這也就是這一章主要的目的之一，尋找一組最佳化或是接近最佳化的參數。

透過這些理論模擬的結果，我們可以知道各個參數對記錄結果的影響，記錄過程分為寫入階段和定影階段，在寫入階段的時後需要有較多的電子能進行重新分佈，所以有利於電子從深能階激發出來以轉移到淺能階的條件，都能增加寫入階段的空間電場強度，所有的參數對這一方面的影響都很明顯；而定影階段則是更重要的關鍵，如果寫入階段形成的空間電場沒有辦法被固定下來，那寫入階段的空間電場再高也沒有用，影響定影效率的重要因素有深能階電子填滿的比例，電子在定影過程的移動分佈，所以深能階和淺能階的施體濃度和電子再補獲係數對定影效率的影響較為明顯，其中又以深能階的電子再補獲係數的影響最為明顯。這些結果讓我們更容易掌握各個參數最主要的影響部份，也幫我們找到了一組接近最佳化的參數，這對尋找材料以及控制長晶條件提供了很好的參考。

第三章

矽酸鈹晶體之雙能階記錄

3.1 矽酸鈹晶體和鈮酸鋰晶體的比較

矽酸鈹晶體的化學式為 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{12}$ ，簡寫為 BSO，晶體結構屬體心立方 (body center cubic) 結構，鈦酸鈹 ($\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{12}$) 和鍺酸鈹 ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{12}$) 與矽酸鈹晶體有相同的結構，都歸類為硫化物(Sillenites)，一般將這三種晶體通式寫成 $\text{Bi}_{12}\text{MO}_{20}$ ，M 代表的就是 Si、Ti 或 Ge 這三種元素。矽酸鈹晶體的能隙約 3.25eV ，吸收光譜的圖上有一個很寬的吸收肩 (absorption shoulder)，這個吸收肩是來自於矽的空陷，對映的能階位在距傳導帶下方 2.6V 處；對波長 630nm 的光其折射率是 2.54 ，晶體熔點約為 895°C 。

鈮酸鋰是一種鐵電材料 (Ferroelectric)，為人造的化合物，在大自然界中並不存在，其化學式為 LiNbO_3 ，晶體結構為扭曲的鈣鈦礦(Perovskite)，鈣鈦礦結構可以 ABO_3 表示，其中 A、B 分別代表不同的化學元素，而 O 則代表與其鍵結的氧原子；晶體熔點 1240°C ，居里溫度 1210°C ，是目前以知居里溫度最高的鐵電晶體。它擁有的特別的光學特性，是一種很特殊的晶體，光折變效應也是最先在鈮酸鋰晶體上被發現的。

將這兩種晶體互相作比較的話，在速度上矽酸鈹晶體是優於鈮酸鋰晶體的。矽酸鈹晶體主要的特色之一就是速度快，它是已知光折變反應速度最快的晶體，而速度快的主要原因是因為它有很高的載子遷移率，由文獻

中得知矽酸鋇晶體的載子遷移率在 3 到 5 cm^2/Vs 之間 [6]，這樣的特性使的矽酸鋇晶體在即時全像 (real-time holography)、光學相位共軛器 (optical-phase conjugate) 和影像處理 (image processing) 等需要快速光折變反應的應用上有很好的應用。還有一個主要的差異就是矽酸鋇晶體並沒有光伏特效應，所以進行模擬時光伏特效應參數是以零代入計算，沒有了光伏特電流，在矽酸鋇晶體中光電子的移動主要靠的就是擴散和漂移了。

暗電流的大小是全像光學儲存中一個很重要的議題，當空間電場在晶體中形成之後，我們希望在不受光的狀況下這些空間電場能永久保存，但是已經被補獲電子是有機會由熱動能得到足夠的能量再跑到傳導帶中的，所以空間電場的強度還是會隨著時間慢慢衰減的，如果保存的時間不能維持很長的時間的話，那這材料就不適合應用在資料儲存。 β 是熱激發係數，晶體中不同能階的施體有不同的係數，這個係數愈大代表電子愈容易因為熱能的影響從施體中激發到傳導帶中，愈多的電子被激發到傳導帶中則暗電流愈大；在鋯酸鋰晶體中的熱激發係數較小，所以在上一章的計算中可以乎略不計，但在矽酸鋇晶體中的熱激發係數是較大的，所以不能乎略它的影響，也因此矽酸鋇晶體中的暗電流較鋯酸鋰為高，這對於要做長期儲存資料的應用上是較不利的。

兩種晶體另一個明顯的差別是光致色變效應 (photochromic effect)，在鋯酸鋰晶體中只有參雜了兩種以上雜質時才能觀察到光致色變效應，沒有

參雜或是只有參雜一種元素時不會發生光致色變效應，這代表了在鋰酸鋁晶體中只有額外參雜的元素會在能帶中形成能階來做為電子或電子陷阱的來源。而在矽酸鋁晶體中，即使是沒有參雜其它元素時也可以觀查到光致色變效應，可見矽酸鋁晶體本身的雜質就會在能帶中形成兩個以上的能階，這些能階就是造成許多光電效應的來源，如光致色變效應，光折變效應等；因此矽酸鋁晶體的光學特性和長晶時環境是習習相關的，本質雜質的控制就會影響到該晶體在光學特性上的表現。

下面幾個小節針對矽酸鋁晶體做模擬計算，觀察矽酸鋁晶體在雙能階記錄系統中的特色。



3.2 矽酸鈹晶體的材料參數及記錄結果

下表是接下來會使用的材料參數和系統參數，這些參數是根據一組實驗結果做擬合所得到的，這部份會在後面做說明，在這幾個小節裡就以這組參數來進行一些討論。

表 3.1 矽酸鈹晶體材料參數

符號	意義	數值大小 (SI unit)	參考資料
ϵ	介電常數	$56 \epsilon_0$	[7]
γ_{eff}	電光係數	$5 \times 10^{-12} \text{ (m/V)}$	[7]
μ	電子移動速率	$3 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{/Vs)}$	[6]
n_{eff}	折射率	2.62	[7]
N_A	受體濃度	$1.44 \times 10^{23} \text{ (m}^{-3}\text{)}$	
N_1	深能階施體濃度	$1.9 \times 10^{23} \text{ (m}^{-3}\text{)}$	
N_2	淺能階施體濃度	$1.25 \times 10^{23} \text{ (m}^{-3}\text{)}$	
S_{11}	深能階吸收激發光的截面積	$1.2 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{/J)}$	
S_{21}	淺能階吸收激發光的截面積	$1.56 \times 10^{-5} \text{ (m}^2\text{/J)}$	
S_{22}	淺能階吸收寫入光的截面積	$1.2 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{/J)}$	
P_{11}	深能階吸收激發光的光伏特效應係數	$0 \text{ (m}^3\text{/V)}$	
P_{21}	淺能階吸收激發光的光伏特效應係數	$0 \text{ (m}^3\text{/V)}$	
P_{22}	淺能階吸收寫入光的光伏特效應係數	$0 \text{ (m}^3\text{/V)}$	

r_1	深能階電子再補獲係數	2×10^{-17} (m ³ /s)
r_2	淺能階電子再補獲係數	2×10^{-16} (m ³ /s)
β_1	深能階電子熱激發係數	0.04 (s ⁻¹)
β_2	淺能階電子熱激發係數	0.04 (s ⁻¹)
T	晶體溫度	293 (K)
L	晶體厚度	10^{-3} (m)

表 3.2 記錄系統參數

符號	意義	數值大小(SI unit)	參考 資料
I_{10}	激發光強度	1000 (W/m ²)	
I_{20}	寫入光強度	6000 (W/m ²)	
m	寫入光調變深度	0.5	
θ	兩道寫入光在晶體外夾角的一半	8.75°	
E_0	晶體內電場直流項	0 (V/m)	

3.2.1 電子移動速率 (μ) 對紀錄結果的影響

矽酸鋁晶體的電子移動速率和電子熱激發係數和鋰酸鋁晶體有很大的不同，因此我們先看看改變這兩個參數所造成的影響。下圖是矽酸鋁晶體在整個記錄過程空間電場的變化，圖中四條不同的曲線代表四個不同的電子移動速率，所使用參數如圖所示。

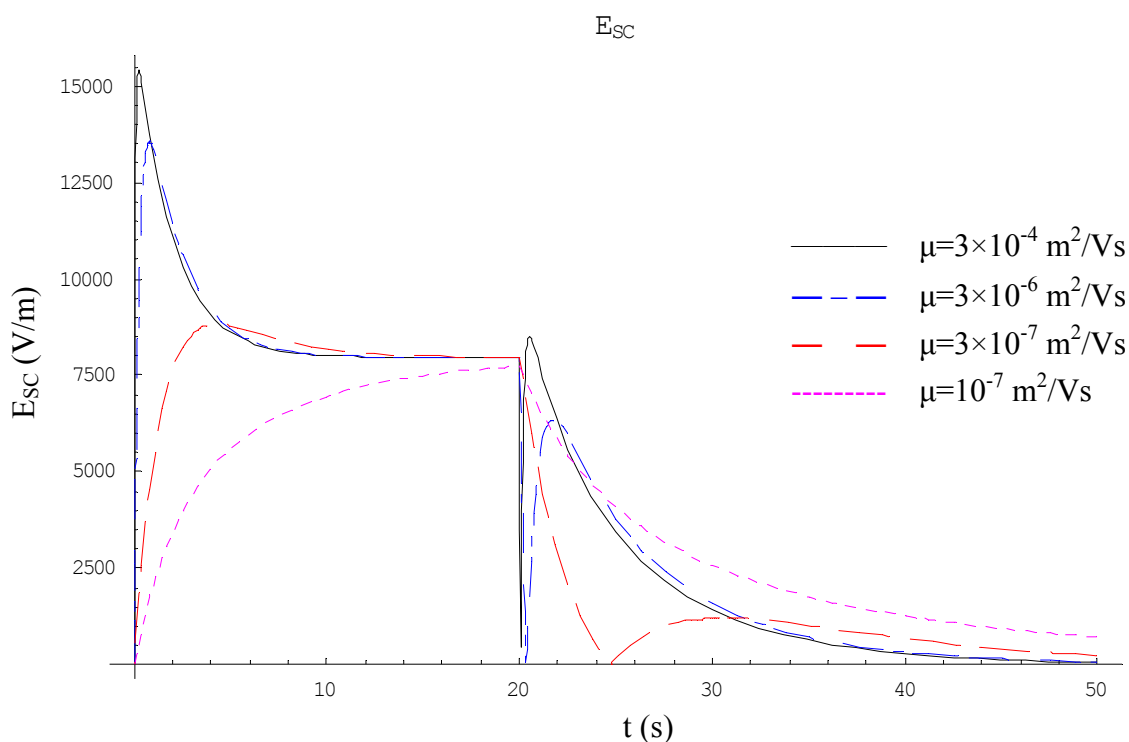


圖 3.1 空間電場變化圖，橫軸是時間、縱軸是空間電場大小，其中 $N_A=1.44 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_1=1.9 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=1.25 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=1.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2 \times 10^{-17} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=2 \times 10^{-16} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $\beta_1=0.04 \text{ s}^{-1}$ 、 $\beta_2=0.04 \text{ s}^{-1}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=6000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

這張圖中值得注意的一點是當電子移動速率增加時，定影階段的空間電場變化由原本的直接下降至穩定值便成先迅速下降到 0 然後又迅速的重建起來再回復到穩定值，造成這現象的主因是電子移動速率，要解釋這個現象，可以從圖 2.2 來解釋，圖 2.2 是寫入階段最後電子在兩個能階及亮暗區的分部示意圖，當定影階段開始時，電子受到原本空間電場和擴散作用作用力影響，電子會有由暗區（圖右半部）轉移到亮區（圖左半部）的趨勢，電子移動速率很大時，電子可以移動較長的距離，因此大多數的電子可以迅速由暗區轉移到亮區，轉移的過程中當左右兩邊的總電子數相等的瞬間，空間電場就降到 0，這時電子受到擴散作用的影響會繼續的由暗區轉移到亮區，因為在亮區中淺能階所含的電子數較多所以被激發到傳導帶的電子也較多，電子移動到亮區被深能階補獲後就不會再被激發出來，於是原本在暗區淺能階的電子會有一大部份轉移到亮區的深能階去，這就是最後固定下來的空間電場。

電子移動速率較小時，電子移動距離較短，只有較小部份的電子由暗區轉移到亮區，大多數電子都直接在暗區被深能階所補獲，所以空間電場是直接下降至最後的穩定值，這些被補獲的電子就是被固定下來的空間電場來源。因此可知電子移動速率的大小會造成材料特性十分大的差異。

3.2.2 淺能階電子熱激發係數 (β_2) 對紀錄結果的影響

接著我們改變淺能階電子熱激發係數來看看對紀錄過程的影響，下圖中四條不同的曲線代表的是四個不同的淺能階電子熱激發係數，其餘參數如圖所示。

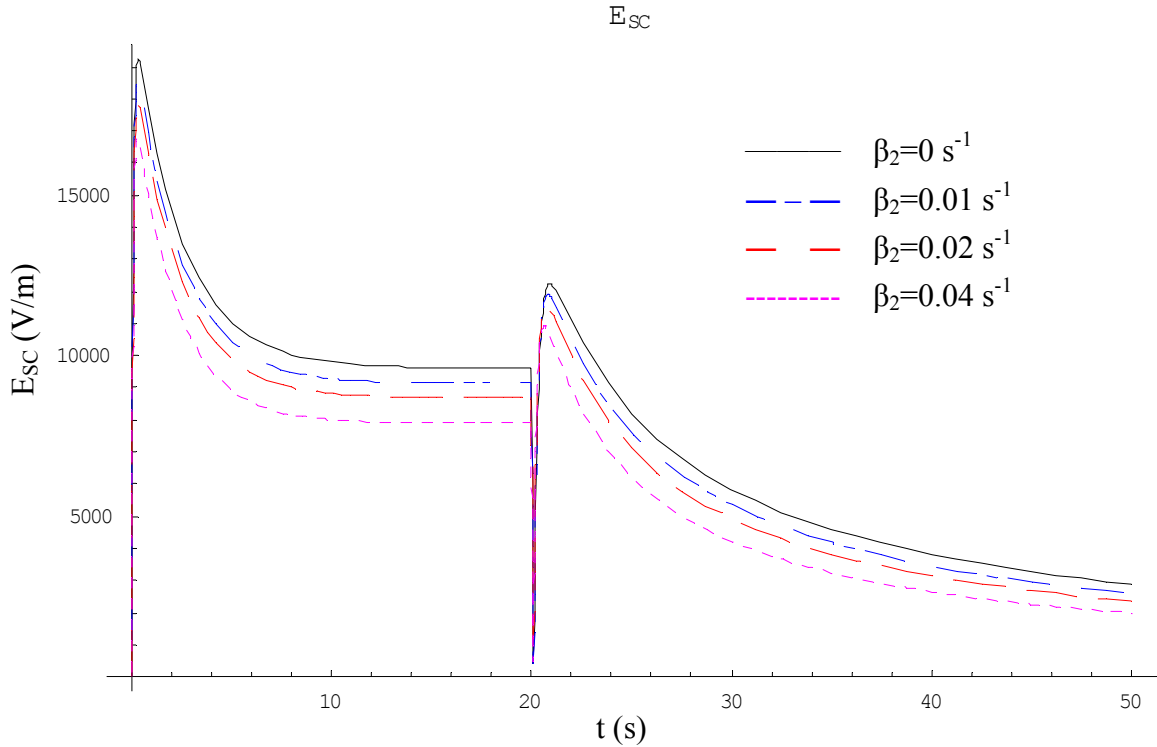


圖 3.2 空間電場變化圖，橫軸是時間、縱軸是空間電場大小，其中 $N_A=1.44\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_1=1.9\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=1.25\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=1.2\times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=1.56\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=1.2\times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-17} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=2\times 10^{-16} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $\beta_1=0 \text{ s}^{-1}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W/m}^2$ 、 $I_{20}=6000 \text{ W/m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

從圖中可以看到寫入階段和定影階段的空間電場都隨淺能階電子熱激發係數增加而下降，寫入階段和定影階段的下降幅度是差不多的，也就是說淺能階電子熱激發係數的增加是造成空間電場的全面下降；淺能階電子熱激發係數愈大，代表愈多的電子從淺能階中因為熱動能被激發到傳導帶

中，愈多的電子從淺能階被激發到傳導帶去，留在淺能階的電子就愈少，所能寫入的空間電場就愈小，而這樣的效應明顯與否與光強度也有關，光和熱都是會將電子激發的能量來源，當熱效應遠不及光效應時，也就是說受熱激發的電子數與光電子比起來是少數時，空間電場就不會因為熱電子的關係被抹去，比如說在鋰酸鈦晶體中電子熱激發係數是很小的，就可以直接乎略掉熱電子的效果；而在矽酸鈹晶體中電子熱激發係數較大，抹去的效果就較為明顯；因為光定影靠的是位在深能階中的電子，所以淺能階電子熱激發係數雖會影響寫入的空間電場大小，卻不會影響到空間電場被固定住的時間，也就是資訊能儲存的時間，會影響到資訊儲存時間長短的則是下面要討論的深能階電子熱激發係數。

3.2.3 淺能階電子熱激發係數 (β_1) 對紀錄結果的影響

接著我們改變深階電子熱激發係數來觀察它對紀錄過程的影響，圖中四條曲線代表四個不同的深階電子熱激發係數，其餘參數如圖所示。

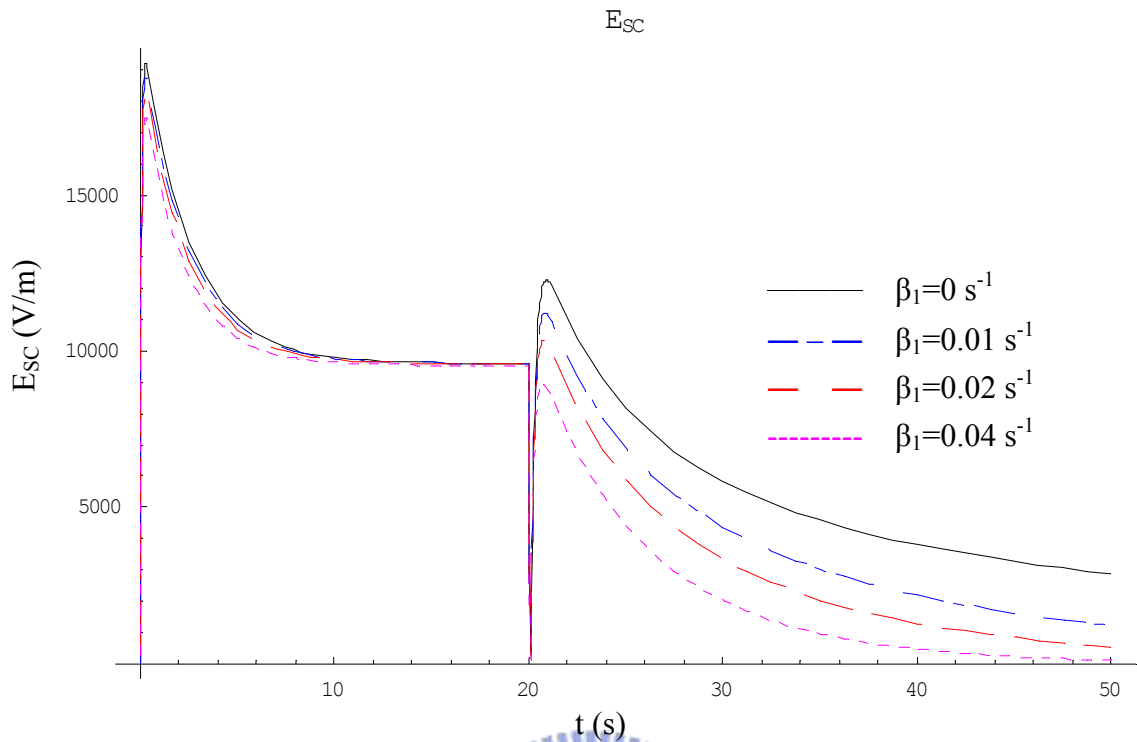


圖 3.3 空間電場變化圖，橫軸是時間、縱軸是空間電場大小，其中 $N_A=1.44 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_1=1.9 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=1.25 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=1.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2 \times 10^{-17} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=2 \times 10^{-16} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $\beta_2=0 \text{ s}^{-1}$ 、 $I_{10}=1000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=6000 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

從圖中可以看出改變深階電子熱激發係數對寫入階段和定影階段都是有影響的，寫入階段的空間電場隨深能階電子熱激發係數增加稍稍下降，影響不是很明顯，但定影階段受到的影響則是很明顯的，隨著深階電子熱激發係數的增加，定影階段的空間電場除了值變小之外，下降的速度更是明顯加快，最後沒有空間電場能被固定下來，因為固定空間電場靠的就是留在深能階中的電子，深階電子熱激發係數愈大代表這些電子愈容易被激發出去，造成空間電場的下降，所以說深階電子熱激發係數決定了資料能

保留的時間，深階電子熱激發係數愈大則資料能保存的時間愈短。為了將淺能階與深能階電子熱激發係數分開討論，上述討論分別設定其中一個係數為零，正常來說這兩個係數應該是同時存在的，淺能階電子熱激發係數的影響是空間電場的下降，只要用較大的光強度就可以彌補這樣的負面影響；但深能階電子熱激發係數的影響則是無法用光強度彌補的，因為它的影響是資訊儲存時間的長短，即使是用光強度提高了空間電場的強度，具有較大深能階電子熱激發係數的材料在定影階段的空間電場還是會快速的衰退到零，這樣的材料是不適用做長時間資料儲存的。

看了這些理論計算出來的曲線，將之與第二章中以鋰酸鈦晶體參數為基礎所計算出來的曲線有明顯的不同，最主要的特色就是凸起的峰還有定影階段的轉折，接下來的一個小節我們就提出一組實驗的結果來證實我們在矽酸鋁晶體中的確可以看到具有這樣特色的記錄過程曲線。

3.3 實驗與模擬的比較

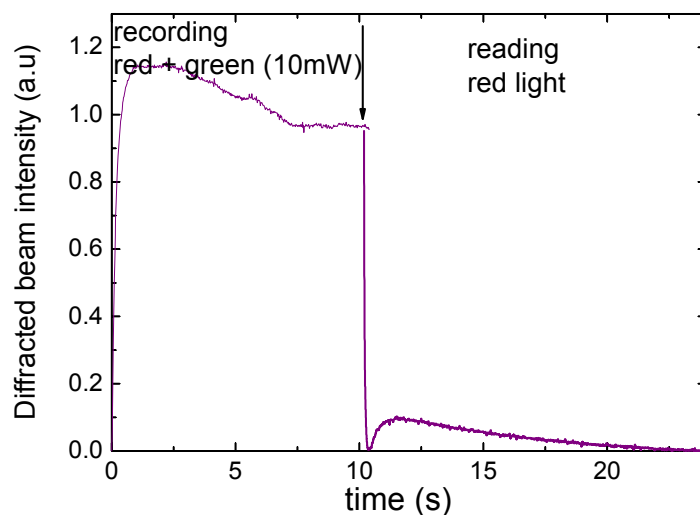


圖 3.11a BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄，晶體厚度 6mm，寫入光夾角 30° ，寫入光使用 20mW 紅光雷射，激發光如圖示 10mW。

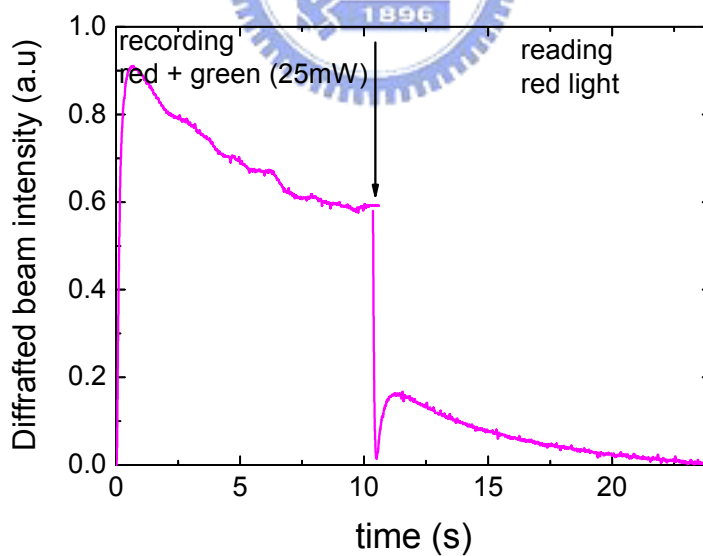


圖 3.11b 條件同上圖，除激發光為 25mW。

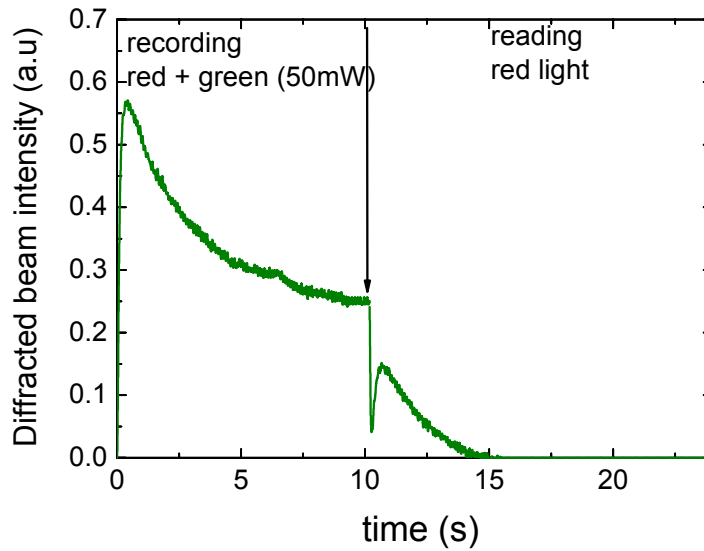


圖 3.11c 條件同上圖，除激發光為 50mW。

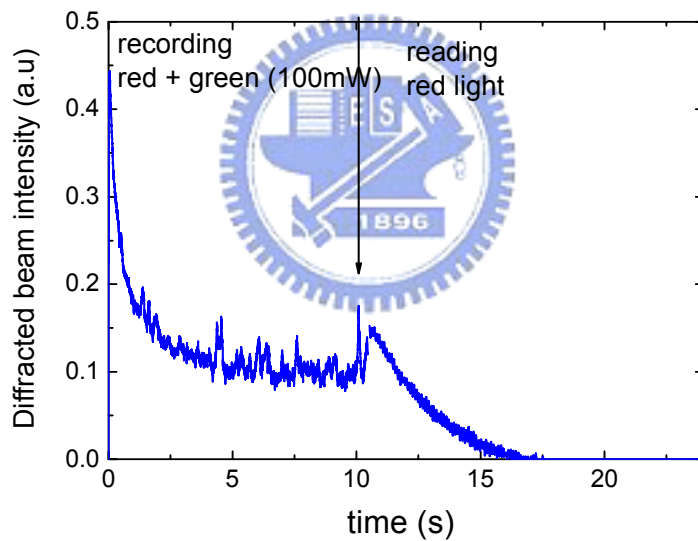


圖 3.11d 條件同上圖，除激發光為 100mW。

上圖是 BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄結果，實驗所用晶體參數的值我們並不了解，因為未知的參數項目多達十餘項，所以要直接對這樣的實驗結果做精確的擬合是有困難的，但是憑著一連串模擬計算後所得的經驗，仔細觀察實驗結果之後我們還是能把最主要的曲線特色給模擬出來。這四

張實驗圖型彼此是相關的，是在一切實驗條件都相同的狀況下只改變激發光強度所做的四次實驗，我們可以發現到這實驗曲線的特色就是在寫入與定影階段都會有一個尖銳的峰，隨著激發光強度的增加這個峰隨之變尖，而繞射強度則隨著下降；這個尖峰的產生主要是因為在晶體中有兩個不同能階的施體，在這兩個施體中會形成兩個不同相位的電子光柵，顯現出來的空間電場則是這兩個電子光柵加成之後的結果，當其中一個電子光柵的形成速度遠快於另一個電子光柵時，整體顯現出來的空間電場就會出現這樣子的尖峰變化；另一個特色是定影階段繞射效率的衰減速度，在十數秒內就降到零，會這麼快的下降主要是電子受熱激發造成的，也就是說有較大的電子熱激發係數，這是兩個明顯的特色。

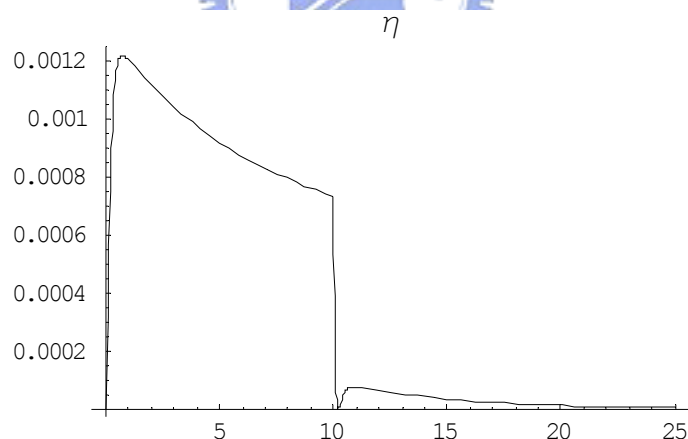


圖 3.12a BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄模擬，使用的參數為 $N_1=1.9 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=1.25 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $r_1=2 \times 10^{-17} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=2 \times 10^{-16} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $S_{11}=1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=1.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $\beta_1=0.04 \text{ s}^{-1}$ 、 $\beta_2=0.04 \text{ s}^{-1}$ 、 $\mu=3 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Vs}$ 、 $I_{10}=100 \text{ W/m}^2$ 、 $I_{20}=6000 \text{ W/m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=15^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ (V/m)}$ 。

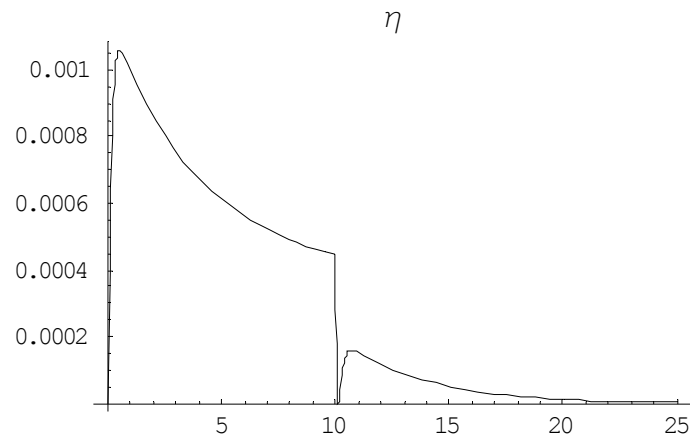


圖 3.12b BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄模擬，除 $I_{10}=250 \text{ W/m}^2$ 外，使用的參數同上。

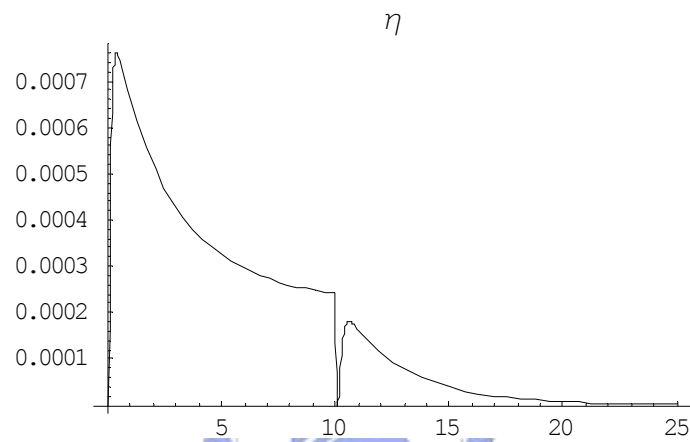


圖 3.12c BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄模擬，除 $I_{10}=500 \text{ W/m}^2$ 外，使用的參數同上。

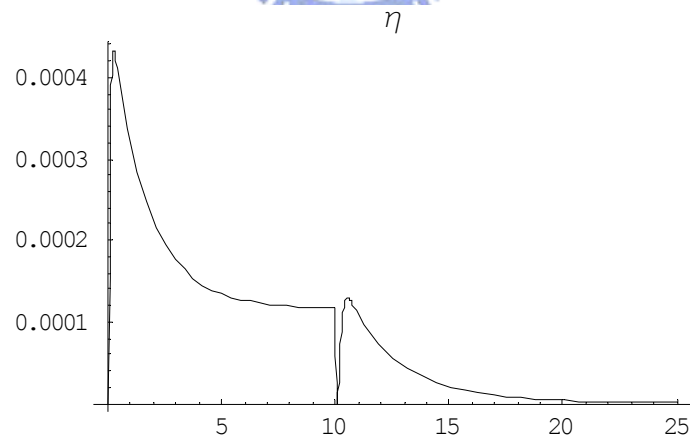


圖 3.12d BSO:Co+Al 晶體的雙波長紀錄模擬，除 $I_{10}=1000 \text{ W/m}^2$ 外，使用的參數同上。

我們的目的就是找出一組參數，在只改變激發光強度時也能表現出這些特色及變化，上圖即是模擬的結果，因為太多未知參數的關係，並不能很精確的擬合出實驗的結果，但針對實驗結果的時間尺度、曲線斜率等資訊來調整參數，還是可以找到一組參數來模擬出實驗中紀錄曲線隨激發光大小變化的情形，可見這樣的理論計算是能反應出實驗的結果的；如果要做更精確的擬合，可以根據相同的數學模型，針對不同參數設計個別的實驗，對個別或是少數幾個參數進行擬合以得到這些參數值，最後再用這些個別得到的參數值來做完整紀錄曲線的擬合，經過交叉比對調整，就可以得到較為精確的參數值。

這樣的實驗結果還有模擬結果為我們所使用的理論模擬方法提供了有力的實驗對照，我們在理論計算出的曲線中明顯的呈現出實驗曲線的特色，給理論計算的正確性提供了一個證據。

3.4 結論

在這一章我們研究了矽酸鋇晶體與在鋰酸鋁晶體中所觀察到的不同處，矽酸鋇晶體較鋰酸鋁晶體有較大的電子移動速率以及較大的電子熱激發係數，電子移動速率影響電子的漂移速度，電子移動速度的差異使得兩種晶體的記錄曲線出現明顯的差異，電子的移動在雙能階光折變效應中扮演了很重要的角色，了解電子在各個階段移動分佈的機制就能讓我們更清楚的去解釋光折變效應的行為，並且掌握參數變化對整個記錄特性的影響；較大的電子熱激發係數則影響到了繞射效率的固定，雙波長紀錄原本是利用深能階中的電子不易受紅光激發以得到固定空間電場的效果，但因為電子容易受熱激發，所以在定影的階段電子很快的受熱激發造成空間電場在十數秒內下降至零，這樣的特性使得矽酸鋇晶體不利於長時間的資料儲存，這兩個參數是決定矽酸鋇晶體在雙能階記錄特性的主要參數。

從實驗結果中我們可以看到與理論模擬顯現出的特色，證明了我們所使用的理論方法是正確的，雖然因為未知參數眾多無法進行更精確的擬合，但只要配合其它實驗各別找出每個參數的值，就可以用這樣的理論方法來做最後的擬合微調，以找出更精確的參數值，這樣的理論方法無論在擬合材料參數值或是預測材料特性及雙能階記錄結果都可以提供很大的幫助。

第四章

結論

光折變效應自 1960 年代被發現以來，到現在為止已經在許多不同的應用上被廣泛的研究；在全像光學儲存的應用上，要如何把光折變效應在晶體內留下的折射率調變保留下來是一個很重要的研究議題，各種不同的定影技術先後被提出來，其中一個方法就是光定影，要使用光定影技術的一個要件就是雙能階的記錄系統，雙能階的寫入機制就是本論文討論的重點，這機制的出現主要就是要解決單能階記錄所遇到的困難，我們可以比較同一個晶體在單波長及雙波長兩種不同寫入機制下的不同，下圖使用在 2.6 小節所結論的那一組參數來做一個示範：

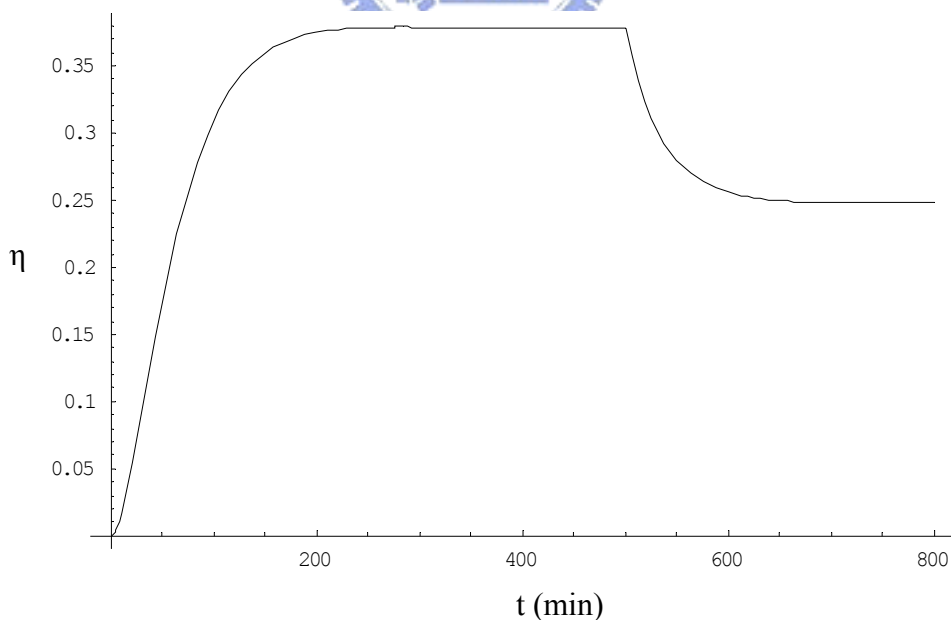


圖 4.1a 雙波長記錄模擬結果， $N_1=3\times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ 、 $N_2=2.5\times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 、 $S_{11}=3.6\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{21}=3.8\times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $S_{22}=3.3\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{J}$ 、 $r_1=2\times 10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $r_2=1.65\times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $I_{10}=100 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $I_{20}=4500 \text{ W}/\text{m}^2$ 、 $m=0.5$ 、 $\theta=8.75^\circ$ 、 $E_0=0 \text{ V}/\text{m}$ 。

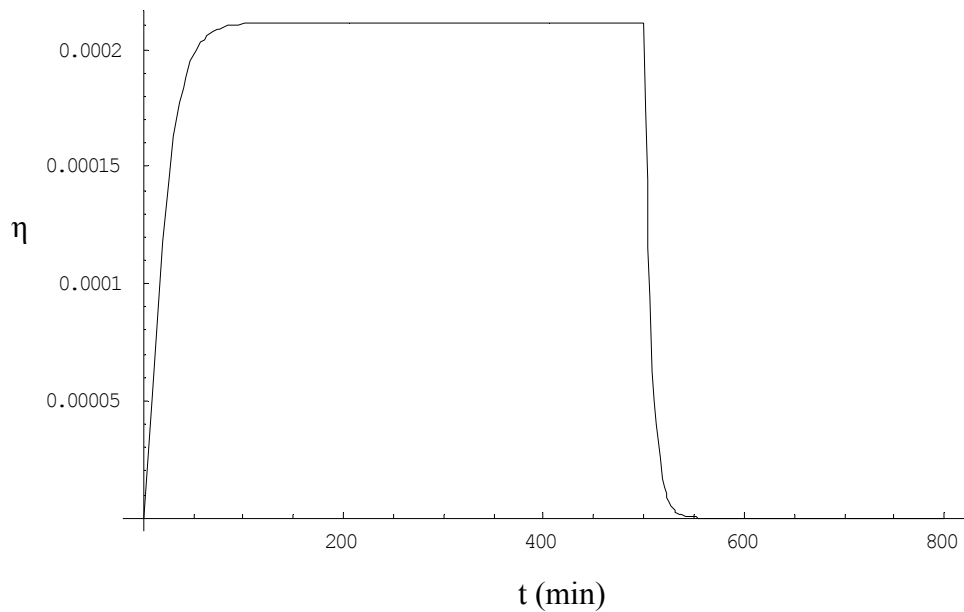


圖 4.1b 單波長記錄模擬結果，所使用參數同上圖，但激發光 I_{20} 為零。

從這兩個圖來做一個比較可以明顯看出單波長和雙波長寫入機制之間的差異，單波長記錄在定影階段無法留下所存資訊，而雙波長記錄解決了這個問題，並且可以達到比單波長記錄更高的繞射效率，這主要是因為多了深能階的電子參與反應，有更多的電子就可以有更大的空間電場、更大的繞射效率、就可以儲存更多的資料。我們在這篇文章裡以 Kukhtarev 所提出的單載子能帶傳輸模型為基礎，將其所提出的數學方程組稍作修改之後用來描述雙能階的光折變效應，在適當的近似條件下，求得這組方程式的解析解或是數值解，並以此來對雙能階寫入機制做仔細的研究。

使用雙能階寫入機制的全像光學記錄系統是很複雜的系統，會影響到記錄結果的參數有很多，可以將其大略分為記錄系統參數跟材料參數，記錄系統的參數比較容易控制，如光的強度、波長、入射角度和極化方向等

等，材料參數的控制較為不易，因為要控制這些參數牽涉到所使用的晶體長晶的方法、雜質的摻雜和長晶環境的控制等等。在第二章中先對鋯酸鋰晶體進行了模擬研究，改變不同的參數觀察各個參數對記錄結果的影響，以下將這些參數對空間電場的影響做一個整理。

1. 受體濃度的影響，我們將受體濃度設定成 $N_A = N_2 + xN_1$ ，改變 x 值代表的意義是改變在深能階電子填滿的程度，對定影階段的空間電場來說這個 x 值有最佳值的存在。
2. 淺能階施體濃度的影響，淺能階施體濃度愈高，寫入階段的空間電場愈高。
3. 深能階施體濃度的影響，隨著深能階施體濃度增加，定影階段空間電場是先增後減，有最佳值存在。
4. 深能階電子再補獲係數的影響，隨著深能階電子再補獲係數增加，寫入階段空間電場是下降的，定影階段空間電場是先增後降。
5. 淺能階電子再補獲係數的影響，隨著淺能階電子再補獲係數增加，在兩種晶體中的寫入階段和定影階段的空間電場是上升的。
6. 淺能階吸收激發光的截面積的影響，隨著淺能階吸收激發光的截面積增加，寫入階段空間電場和定影階段空間電場都是下降的。
7. 深能階吸收激發光的截面積的影響，隨著深能階吸收激發光的截面積的增加，寫入階段和定影階段空間電場都是上升的。

8. 淺能階吸收激發光的截面積的影響，隨著淺能階吸收激發光的截面積的增加，寫入階段和定影階段的空間電場都是下降的。
9. 寫入光和激發光強度比值的影響，隨著寫入光和激發光強度比值的上升，寫入階段和定影階段的空間電場都是先增後降，有最佳值存在。
10. 兩道寫入光在晶體外所夾角度的影響，隨著兩道寫入光在晶體外所夾角度的增加，寫入階段和定影階段的空間電場都是下降的。

從上述整理可以知道在鋰酸鈮晶體中有部份參數有最佳值存在，部份參數則是愈大愈好或是愈小愈好，而最佳值發生處並非絕對，是會受其它參數改變而影響，但經理論計算可以知道這值變化並不大，我們如果將改變各別參數求得的各個參數最佳值放在一起，便可以得到一組接近最佳化的參數；而那些愈大愈好或是愈小愈好的參數中，在實際實驗上參數值並非能隨心所欲的控制，所以這些值當取實際應用上容易取得的適中值便可，在本論文中是採用從文獻中所摘錄的值；本論文使用的理論方法主要在做最佳化參數的預測，雖不能說是絕對最佳化，但可說是很接近的，如果我們對材料參數的控制有更精確的控制能力的話，便可參考這樣的預測來製作更佳的材料。

研究過鋰酸鈮晶體之後，第三章接著對矽酸鈹晶體做討論，矽酸鈹晶體有較大的電子移動速率，這使的矽酸鈹晶體在雙能階記錄的特性與鋰酸鈮晶體有很大的不同，最明顯的就是在定影階段的空間電場變化曲線會出

現一個反折；另一個不同處是較大的電子熱激發係數，較大的深能階電子熱激發係數使的定影階段的空間電場快速衰減，不利於長時間資料儲存；除了理論計算的曲線外，我們也在一組實驗所得曲線中看到了相同的現象，並進一步的利用曲線擬合找到了一組與實驗結果相符的曲線，雖然不是很精確的擬合，但可以在理論曲線上呈現出實驗結果的幾個重要特色，這樣的結果使我們在理論與實驗的對照上得到了很好的結果，證明這樣的理論模型是正確的，可以利用這樣的理論計算來幫助預測實驗結果或是材料參數的擬合。

光折變全像光學記錄系統是解決未來資料儲存需求一個很大的可能，這樣的一個系統本身是一個涵蓋許多不同領域的複雜系統，尋找一個適當的材料則是很多人努力的目標，但是材料參數眾多，彼此互相牽動，關係複雜，本論文從理論模擬的研究分析，預測這些參數對記錄結果的影響，期能為材料的尋找貢獻一分力量。

參 考 文 獻

1. A. Ashkin, G.D. Boyd, J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballman, "Optically induced refractive index inhomogeneities in LiNbO_3 and LiTaO_3 ," Appl. Phys. Lett., Vol. 9, P. 72-74, 1966.
2. F.S. Chen, J.T. LaMacchia, D.B. Fraser, "Holographic storage in Lithium Niobate", Appl. Phys. Lett., Vol. 13, P. 223, 1968.
3. N. V. Kukhtarev, V.B. Markov, S. G. Odoulov, M. S. Soskin, and V. Vinetskii, "Holographic storage in electrooptic crystals. I. steady state". Ferroelectrics, Vol. 22, P. 949, 1979.
4. Claire Gu, John Hong, Hsin-Yu Li, Demetri Psaltis, Pochi Yeh, "Dynamics of grating formation in photovoltaic media", J. Appl. Phys., Vol. 69, P. 1167, 1991.
5. Ali Adibi, Karsten Buse, and Demetri Psaltis, "Two-center holographic recording", J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 18, No. 5, P.584, 2001.
6. Ivan Biaggio, Robert W. Hellwarth, and Jouni P. Partanen, "Band Mobility of Photoexcited Electrons in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ", Phys. Rev. Lett., Vol. 78, P. 891, 1997.
7. Pochi Yeh, Introduction to photorefractive nonlinear optics, John Wiley & Sons, New York, 1993.
8. Tony Gatlin and Nagendra Singh, "Nonlinear frequency response of a moving grating with an applied field in bismuth silicon oxide", Opt. Lett., Vol. 24, No. 22, P.1593, 1999.
9. Alfred E. Attard, "Charge shielding effects of photoexcited mobile carriers on occupied deep trapping centers in BSO", Appl. Opt., Vol. 27, No. 2. P. 232, 1988.
10. N. V. Kukhtarev, "Kinetics of hologram recording and erasure in electrooptic crystals", Sov. Tech. Phys. Lett., Vol. 2, No. 12, 1976.
11. F. A. Rustamov, "Dynamics effects in photorefractive crystals at simultaneous read-write of holographic gratings", Optical and Quantum Electronics, 32, pp. 1069-1079, 2000.
12. Chao Ray Hsieh, et al. "Optimal conditions for thermal fixing of volume holograms in $\text{Fe}:\text{LiNbO}_3$ crystals", Appl. Opt., Vol. 38, No. 29, 1999.
13. Youwen Liu, Liren Liu, "Theoretical investigation of nonvolatile

holographic storage in double doped lithium niobate crystals”, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 19, No. 10, 2002.

14. Omid Momtahan, Ali Adibi, “Global optimization of sensitivity and dynamic range for two-center holographic recording”, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 20, No. 3, 2003.
15. S. L. Hou, R. B. Lauer, R. E. Aldrich, “Transport processes of photoinduced carriers in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ”, J. Appl. Phys., Vol. 44, No. 6, 1973.
16. R. A. Mullen, R. W. Hellwarth, “Optical measurement of the photorefractive parameters of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ”, J. Appl. Phys., Vol. 58, No. 1, 1985.
17. L. Boutsikaris, S. Mailis, N. A. Vainos, “Determination of the photorefractive parameters of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ by study of the dynamic behavior of complementary gratings”, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 15, No. 3, 1998.

