

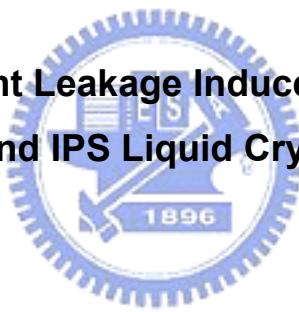
國 立 交 通 大 學

光電工程研究所

碩士論文

液晶指向矢擾動對 VA 和 IPS 液晶盒造成暗態漏光之研究

**Study on Dark-State Light Leakage Induced by Director Fluctuation
in VA and IPS Liquid Crystal Cells**



研 究 生 : 伍 庭 毅

指 導 教 授 : 王 淑 霞 教 授

楊 界 雄 博 士

中 華 民 國 九 十 四 年 六 月

液晶指向矢擾動對 VA 和 IPS 液晶盒造成暗態漏光之研究
Study on Dark-State Light Leakage Induced by Director Fluctuation
in VA and IPS Liquid Crystal Cells

研究 生：伍庭毅

Student : Ting-Yi Wu

指導 教授：王淑霞
楊界雄

Advisor : Shu-Hsia Chen
Kei-Hsiung Yang

國立交通大學
光電工程學系暨研究所
碩士論文



Submitted to Department of Photonics and Institute of Electro-Optical Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electro-Optical Engineering

June 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

液晶指向矢擾動對 VA 和 IPS 液晶盒造成暗態漏光之研究

研究生：伍庭毅

指導教授：王淑霞教授

楊界雄博士

國立交通大學光電工程學系暨研究所

摘要

在液晶顯示器的應用上，對比度的高低將決定其在市場上的接受度。對比度為顯示器亮態程度與暗態程度的比值，一般而言，暗態不夠暗是影響液晶顯示器對比度不夠好的主因。本論文的目的在於研究 VA 和 IPS 液晶盒的光散射效應對於暗態不夠暗之影響^[14]。在排除正交偏光片本身元件漏光的情況下，藉由實驗數值我們可計算出液晶光散射效應造成的本質漏光。不管是 e-mode 架構或是 o-mode 架構，IPS 液晶盒之本質漏光隨溫度的升高而劇烈地上升直至液晶相與液態相的相變溫度；相較於 IPS 液晶盒，VA 液晶盒之本質漏光對溫度的改變並不敏感。我們以向列型液晶指向矢擾動理論為基礎，導出公式來解釋實驗結果。此外，我們亦提出一個可用於任何範圍的穿透式非扭轉型液晶盒之預傾角量測方法^[13]，以簡單的光學系統測量出光經過液晶盒所產生的相位差，經由計算後便可求出預

傾角。

Study on Dark-State Light Leakage Induced by Director Fluctuation in VA and IPS Liquid Crystal Cells

student : Ting-Yi Wu

Advisor : Prof. Shu-Hsia Chen

Dr. Kei-Hsiung Yang

**Department of Photonics
and Institute of Electro-Optical Engineering
National Chiao Tung University**



The contrast ratio of a LCD is one of the most important parameters in evaluating the front-of-screen qualities of a display. The contrast ratio is defined as the ratio of the amplitude of the bright state to that of the dark state. Generally speaking, the main point is that the amplitude of the dark state is not dark enough so that the contrast ratio is not good enough. The purpose of this thesis is the study on dark-state light leakage induced by director fluctuation in VA and IPS liquid crystal cells^[14]. We have measured intrinsic light leakage of VA and IPS LC cells between “ideal” crossed polarizers as a function of temperature. The measured intrinsic light leakage of VA LC cell were independent of temperature up to the nematic-to-isotropic transition temperature in comparison to a increasing light leakage as temperature increases in IPS LC cells arranged in either o-mode or e-mode configuration. We have derived equations based on light scattering caused by fluctuations of nematic LC director to explain our experimental results. Besides, we have demonstrated a method^[13] to measure the pretilt angle of a transmissive

non-twisted nematic liquid crystal cell, which can be used in all range by measuring the phase retardation of the LC cell using a simple optical system.

致謝

終於走到了碩士生涯的最後階段，這一路上有陰有晴，有歡笑有不如意。有太多的人是我誠心想感謝的。

感謝父親伍英眼先生及母親葉秀容女士無怨無悔地提供了我無論生活上或是學業上的支助。炎夏裡，您們關心我會不會太熱；寒冬中，從來不缺保暖的大衣。您們的噓寒問暖，伴我順利地渡過遊子的生活。謝謝您們！成長總是夾雜著歡笑與淚水，感謝妹妹芳賢常常與我分享生活點滴，我們無論在功課上，在生活上，彼此討論追求成長。兄妹之情，可見一斑！

很多同學很想進來液晶實驗室都沒能圓夢，而我竟是幸運的那一位，所以一直覺的是種福氣與榮幸。王淑霞教授待我們”亦師亦母”，課業上，她教導我如何以不同的角度看待一個問題，更讓我深深體會到作實驗時應有的態度。永遠記得老師在作實驗時說過的一句話----看的見的髒不算髒，看不見的髒才是最髒的！越是容易忽略的小細節不能放過，因為都可能是影響結果的關鍵；生活上，老師關心我們生活，就算百忙之中，每個星期仍會撥空和學生們聊聊天。她的”王式語錄”，不僅是我們學生時代的精神食糧，更是我們往後人生的參考！我的共同指導老師是楊界雄博士，雖然他日理萬機，忙於公事，但每每我對於論文方面有所疑難提出問題時，楊老師總是適時地指點出方向，彷彿給我打了一針”強心劑”。王淑霞教授常以”金頭腦”稱讚楊界雄博士的學識廣博與思路出眾，楊博士則贈王教授”綠手指”來形容她實驗技術的超群。能夠受二位液晶界的翹楚指導，我滿懷感激！老師，謝謝您們給我的一切！

感謝大師兄、寬哥、雄哥、怡安、阿發、寶芝學姐、美琪帶領我熟悉實驗室，並在專業領域上給我很大的指導。感謝范揚宜學長在工研院給與的協助。感謝范姜學長、芝珊學姐及瑞傑，我們一起幫忙舉辦老師的榮退學術研討會，一起走過想理論、寫論文的階段，因為有你們的陪伴與扶持，一起走過了液晶實驗室這段特別的時期，在人生旅途上留下這難得的回憶，謝謝你們！

感謝小豪、小毅、家弘學長、阿正學長、奎哥、士莞學長，我們一起打球、釣魚、游泳、出遊，渡過許許多歡笑的時光。

最後，感謝所有關心過我的人，因為有您們的幫助，造就了今日的我。謝謝您們！

目錄

摘要	I
Abstract	II
致謝	III
目錄	IV
表目錄	VII
圖目錄	VIII
第1章 緒言	1
第2章 指向矢擾動所造成的散射效應 ^[6]	3
2.1 簡介	3
2.2 向列型單光軸液晶的指向矢擾動	5
2.3 指向矢擾動引起的光散射	8
第3章 實驗架設之準備及光學元件之特性量測	11
3.1 液晶盒之製作與液晶盒實驗參數之量測	11

3.1.1 液晶盒之製作	11
3.1.2 相位延遲量測裝置及原理	17
3.1.3 液晶盒之預傾角及厚度的量測	19
3.1.3.1 水平配向液晶盒之小預傾角及厚度的量測	19
3.1.3.2 垂直配向液晶盒之小預傾角及厚度的量測	23
3.1.3.3 無範圍限制之穿透式非扭轉型液晶盒預傾角及厚度之量測 方法 ^[13]	25
3.2 實驗架設以及光學元件之特性量測	29
3.2.1 器材	29
3.2.2 實驗架設	32
3.2.3 溫控器	34
3.2.4 檢偏片(analyzer)	35
3.2.5 偏振片(polarizer)	37
3.2.6 規一化光強之量測	38
3.2.7 液晶盒	39
第4章 量測理論	41

4.1 假設	41
4.2 理論	42
4.2.1e-mode 架構	42
4.2.2o-mode 架構	47
第5章 實驗結果與理論推導.....	50
5.1 實驗架構下直接測得之暗態漏光	50
5.2 指向矢擾動造成之液晶光散射	52
5.3 理論	54
5.3.1 平行配向液晶盒.....	54
5.3.2 垂直配向液晶盒.....	57
第6章 結論與展望.....	61
參考文獻	64

表目錄

表 3-1 液晶盒來源資料表。.....	11
表 3-2 液晶相關參數表。.....	16
表 3-3 傾角量測方法的適用範圍。.....	25
表 5-1 平行配向液晶盒之散射效應在內散射角等於 0 時， i 、 f 、 q 分別 在 e_1 、 e_2 、 Z 軸上的分量。.....	55
表 5-2 垂直配向液晶盒之散射效應在內散射角不等於 0 時， i 、 f 、 q 分 別在 e_1 、 e_2 、 Z 軸上的分量。.....	58



圖目錄

圖 2-1	典型光散射的幾何關係圖。.....	4
圖 2-2	定義單位向量 e_1, e_2 的座標圖。.....	6
圖 2-3	位於 r 處單位體的光散射。.....	8
圖 3-1	液晶盒組合示意圖。.....	15
圖 3-2	液晶盒封膠示意圖。.....	15
圖 3-3	相位延遲量測裝置。.....	17
圖 3-4	光經過單層液晶的示意圖。.....	19
圖 3-5	光經過單層液晶的各個角度間之關係圖。.....	20
圖 3-6	液晶盒 A 的相位延遲與入射角的關係。圈起來的部份是為了計算傾角所取的三個相位延遲值。.....	26
圖 3-7	利用數學軟體 MATLAB，以液晶盒厚度為橫座標，傾角為縱座標，將圖(3-6)中的 $\Gamma(\phi_a)$ 、 $\Gamma(\phi_b)$ 、 $\Gamma(\phi_c)$ 代入(3-11)式作圖。.....	27
圖 3-8	液晶盒 A 的相位延遲與入射角的關係。圓圈是以計算出來的值回代(3-11)式所畫出的，實線是實驗值。.....	28
圖 3-9	溫控器(溫控平台)。.....	29
圖 3-10	線性偏振片。.....	29
圖 3-11	溫控器(溫控主機)。.....	30
圖 3-12	圖(3-12)數據截取器。.....	30

圖 3-13 光偵測器。	31
圖 3-14 保溫盒。	31
圖 3-15 測量暗態漏光的實驗架設圖。	33
圖 3-16 溫控器的原廠校正結果。	34
圖 3-17 (a)圖是測 $t_{A//}$ 的架設圖。(b)圖是測 $t_{A\perp}$ 的架設圖。	35
圖 3-18 量測規一化光強 I_p 的實驗架構。	38
圖 3-19 parallel polarizers 時的實驗架構。(a)圖的液晶分子軸向在 x 方向 (e-mode)。(b)圖的液晶分子軸向在 y 方 (o-mode)。	39
圖 4-1 (a)圖為液晶層指向矢的方向精準地平行 polarizer 的穿透軸方 向之示意圖。(b)圖為液晶層指向矢的方向精準地垂直 polarizer 的穿透軸方向之示意圖。(c)圖表示 ϕ 是 polarizer 穿透軸與 x 軸的夾角。(d)圖表示 ϕ 是液晶指向矢與 x 軸的夾 角。	42
圖 4-2 crossed polarizers 時的實驗架構。此時分子軸向在 x 方向 (e-mode)。	44
圖 4-3 crossed polarizers 時的實驗架構。此時分子軸向在 y 方向 (o-mode)。	47
圖 5-1 實驗架構下直接測得的暗態漏光與溫度之關係圖。	50
圖 5-2 規一化的光散射強度(S)從溫度 20°C~60°C 的關係圖。—曲線表示	

IPS e-mode。■曲線表示 IPS o-mode。▲曲線表示 VA mode。.....52

圖 5-3 平行配向液晶盒之散射效應(o-mode)在內散射角等於0時的示意圖。.....54

圖 5-4 垂直配向液晶盒之散射效應在內散射角等於0時的示意圖。.....57

圖 5-5 垂直配向液晶盒之散射效應在內散射角不等於0時的示意圖。..58



第1章 緒言

西元 1888 年，奧地利植物學家 F. Reinitzer 在觀察安息酸膽固醇 (cholesterol benzoate) 的溶解行為時，發現加熱到 145°C 時此物質會從固體變成一種混濁狀態，繼續加熱到 179°C 才開始變成透明液體。隔年德國物理學家 O. Lehmann 以偏光顯微鏡觀察此混濁狀物，發現其具有雙折射效應。經過後來的研究，科學家們發現此一混濁狀物是介於固態和液態之間的新相態，稱為液晶。

液晶的外觀呈現混濁狀是因為其強烈的光散射效應所造成的。早期人們認為液晶強烈的光散射來自於懸浮在流體中的小晶粒，此小晶粒的尺寸與波長差不多，從而懷疑液晶是否真正存在。但是後來人們越來越清楚地認識到，強烈的光散射事實上是液晶固有的性質。若與等向性 (isotropic) 液體作比較，向列型液晶比一般等向性液體的光散射強 10^6 倍。

最早仔細研究光散射實驗的是 P. Chatelain^[1]，他發現在垂直入射的條件下，只有在散射光的偏振方向和入射光的偏振方向正交時，才能看到強烈的散射光，且入射波矢與出射波矢之差越小時，散射光越強。1987 年，Shin-Tson Wu^[2] 測量出向列型液晶 E7 對可見光的散射係數，此係數表示 E7 造成離軸散射光 (也就是不包括正向出射散射光) 的能力。

對比度 (contrast ratio) 對於液晶顯示器的顯示品質來說是個很重

要的參數，對比度的高低將決定其在市場上的接受度。對比度為顯示器亮態程度與暗態程度的比值，一般而言，暗態程度不夠暗是影響液晶顯示器對比度不夠好的主因。

已經有很多的研究提出如何改善 VA^[3]或 IPS^[4]薄膜電晶體液晶顯示器的對比度，但是一般都是著重在液晶分子排列模式、彩色濾光片或偏光片^[5]的探討，很少討論單純液晶分子造成的漏光。再者，因為使用者是在不同地方使用液晶顯示器時，不同的環境溫度也會影響顯示品質。

基於以上二個理由，本論文的目的在於找出液晶分子因為指向矢擾動造成的暗態漏光與溫度之間的關係。在第二章中，介紹液晶指向矢擾動造成光散射的基本原理。第三章中，介紹我們所使用的液晶盒之製作方法以及液晶盒傾角和厚度的量測方法，並提出一個新的方法，其適用於測量各種情況下穿透式非扭轉型液晶盒的傾角。接著介紹實驗架設與光學元件之特性量測。第四章中，介紹我們量測與計算所使用的方法。第五章是實驗的結果與討論。第六章為結論與展望。

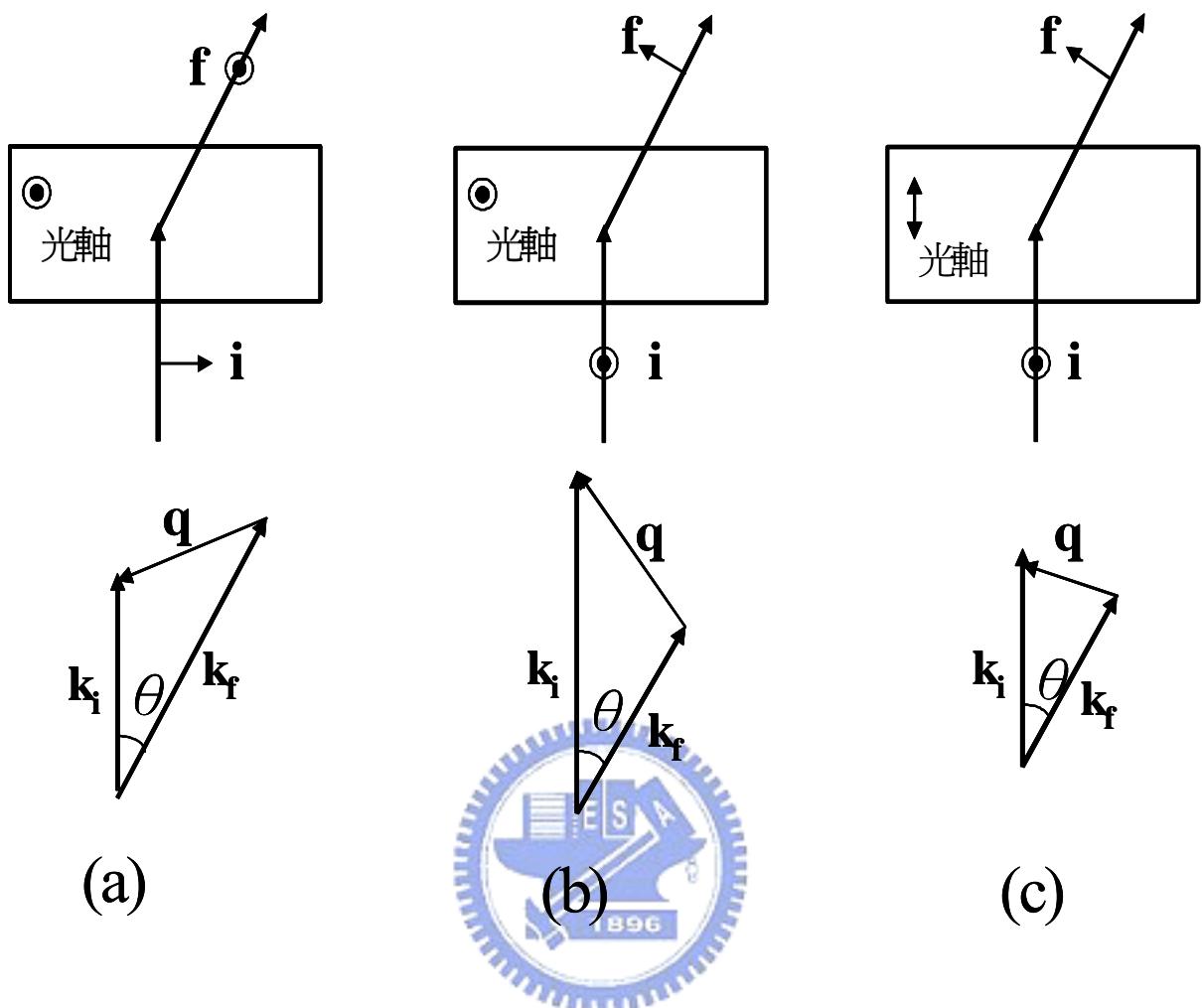
第2章 指向矢擾動所造成的散射效應^[6]

2.1 簡介

早期人們認為向列型液晶強烈的光散射來自於懸浮在流體中的小晶粒，但是後來人們越來越清楚地認識到，強烈的光散射事實上是向列型液晶固有的性質，也就是造成向列型液晶的外觀呈混濁狀的原因。實際上，若與等向性(isotropic)液體作比較，向列型液晶比一般等向性液體的光散射強 10^6 倍。

最早仔細研究光散射實驗的是 P. Chatelain^[1]。我們將看到光散射實驗提供了一個直接的手段來探測向列型液晶分子取向的自發擾動。圖(2-1)表示典型光散射的幾何關係。其中的基本參數是入射光的波矢 k_i 和出射光的波矢 k_f ，以及入射光的偏振方向 i (為單位向量)和出射光的偏振方向 f (為單位向量)。還有一些相關的性質如下：

- (1) k_i 和 k_f 所在的平面是散射平面； k_i 和 k_f 間的夾角稱為內散射角。
- (2) 根據偏振方 i 、 f 是否與 n 垂直或平行，光線分別以 n_{\perp} (尋常光折射率)或 n_{\parallel} (非尋常光折射率)傳播。
- (3) 波矢之差 $q = k_i - k_f$ ； $k = n \cdot w_0 / c$ ($w_0 / 2\pi$ 為光頻率)。
- (4) 僅偏振方向 i 、 f 正交時，散射光才很強。當 i 、 f 平行時，觀察到的很微弱的光散射可能主要來自於多重散射。
- (5) 當 q 很小時，散射光特別強。



圖(2-1) 典型光散射的幾何關係圖。

2.2 向列型單光軸液晶的指向矢擾動

定義向列相液晶的光軸沿 OZ 方向，則在任一點 \mathbf{r} (粗體字表示向量)的液晶分子取向擾動可用 $n_x(\mathbf{r})$ 和 $n_y(\mathbf{r})$ 表示：

$$\mathbf{n} = (n_x(\mathbf{r}), n_y(\mathbf{r}), 1) \dots \quad (2-1)$$

其中 $n_x(r)$, $n_y(r) \ll 1$ 為微擾量。

若再沿著 OZ 方向加一磁場 H ，則自由能推導如下：

$$\begin{aligned} (\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})^2 &= [n_x \cdot \frac{-\partial n_y}{\partial z} + n_y \cdot \frac{-\partial n_x}{\partial z} + 1 \cdot (\frac{\partial n_y}{\partial x} - \frac{\partial n_x}{\partial y})]^2 \\ &\approx (\frac{\partial n_y}{\partial x} - \frac{\partial n_x}{\partial y})^2 \end{aligned}$$

$$(\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})^2 \approx \left(\frac{\partial n_y}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial n_x}{\partial z}\right)^2$$

其中 K_{11} 、 K_{22} 和 K_{33} 分別是斜展(splay)、扭曲(twist)、和彎曲(bend)彈性常數。

為方便起見，用 Fourier 分量來表示：

$$\begin{cases} n_x(\vec{q}) = \int n_x(\vec{r}) \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r} \\ n_y(\vec{q}) = \int n_y(\vec{r}) \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n_x(\vec{r}) = \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{q}} n_x(\vec{q}) \cdot e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \\ n_y(\vec{r}) = \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{q}} n_y(\vec{q}) \cdot e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \end{cases} \dots\dots (2-3)$$

將(2-3)式代入(2-2)式，整理可得：

$$F = F_0 + \frac{1}{2\Omega} \sum_{\mathbf{q}} \int \{ k_1 |n_x(\vec{q}) \cdot \mathbf{q}_x + n_y(\vec{q}) \cdot \mathbf{q}_y|^2 + k_2 |n_x(\vec{q}) \cdot \mathbf{q}_y - n_y(\vec{q}) \cdot \mathbf{q}_x|^2 + k_3 |n_x(\vec{q}) \cdot \mathbf{q}_z + n_y(\vec{q}) \cdot \mathbf{q}_z|^2 \} d\vec{r} \\ + \frac{1}{2\Omega} \sum_{\mathbf{q}} \int \chi_a H^2 [|n_x(\vec{q})|^2 + |n_y(\vec{q})|^2] d\vec{r} \quad \dots \quad (2-4)$$

其中：

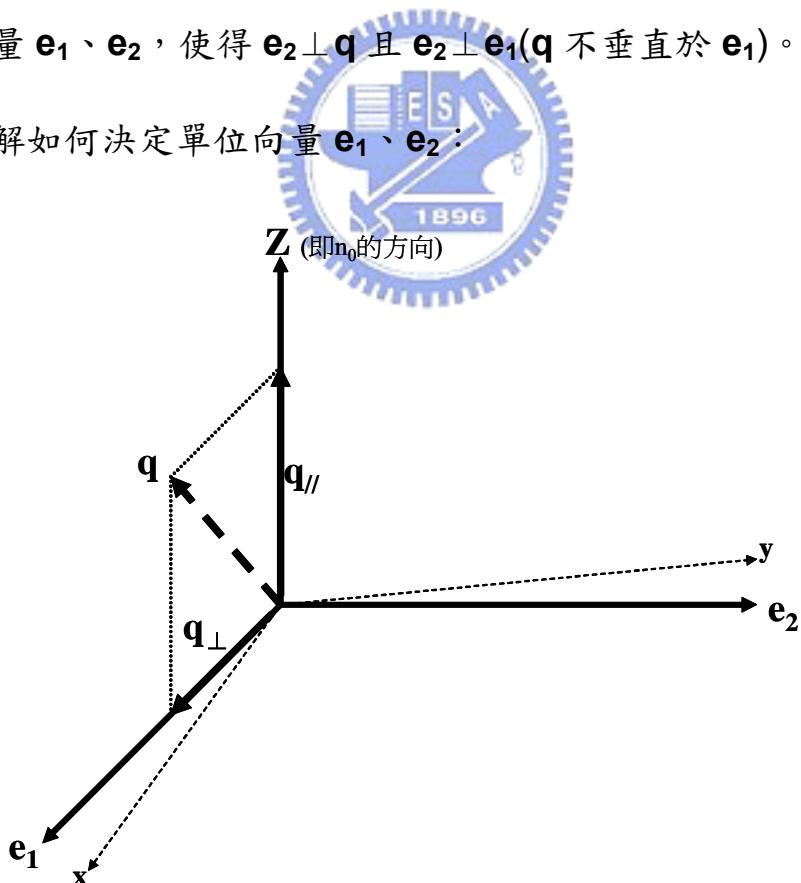
(1) Ω 是向列型液晶樣品的體積； F_0 是常數。

(2) 對於給定的 \mathbf{q} ，為方便起見進行線性變換： $(n_x, n_y) \rightarrow (n_1, n_2)$ 。

n 的下標 1、2 的意義：對於每一個 q ，都可以在 xoy 平面上定義兩個

單位向量 \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 ，使得 $\mathbf{e}_2 \perp \mathbf{q}$ 且 $\mathbf{e}_2 \perp \mathbf{e}_1$ (\mathbf{q} 不垂直於 \mathbf{e}_1)。讓我們再清

楚點了解如何決定單位向量 \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 ：



圖(2-2) 定義單位向量 e_1 、 e_2 的座標圖。

在 \mathbf{r} 處訂一右手座標系，使其 Z 軸與該處之光軸 \mathbf{n} 平行。

對於給定的 \mathbf{q} ，其投影在 xy 平面的分量為 \mathbf{q}_\perp ，訂 \mathbf{q}_\perp 的方向為 \mathbf{e}_1 方向，與 $z \mathbf{e}_1$ 平面垂直的方向為 \mathbf{e}_2 方向。是以 \mathbf{e}_1 方向與 \mathbf{e}_2 方向便可以標定出來。

(3) $\mathbf{n}(\mathbf{q})$ 在 \mathbf{e}_α 方向上的分量記作 $n_\alpha(\mathbf{q})(\alpha=1, 2)$ 。

若用 n_1 、 n_2 表示自由能，則形式變的很簡單：

$$F = F_0 + \frac{1}{2\Omega} \sum_{\mathbf{q}=1,2} \sum_{\alpha=1,2} |n_\alpha(\vec{q})|^2 (k_3 q_{\parallel}^2 + k_\alpha q_\perp^2 + \chi_a H^2) \quad \dots\dots(2-5)$$

參考圖(2-2)， $q_{\parallel}=q_z$ (平行光軸)， $q_\perp=\mathbf{q} \cdot \mathbf{e}_1$ (垂直光軸)。


根據能量均分原理，一個經典的自由能如果是 $n_\alpha(\mathbf{q})$ 的模的二次型，那麼在熱平衡時每個自由度的平均自由能將等於 $k_B T / 2$ 。

$$\begin{aligned} & \left\langle \frac{1}{2\Omega} |n_\alpha(\vec{q})|^2 (k_3 q_{\parallel}^2 + k_\alpha q_\perp^2 + \chi_a H^2) \right\rangle = \frac{k_B T}{2} \\ \Rightarrow & \left\langle |n_\alpha(\vec{q})|^2 \right\rangle = \frac{\Omega k_B T}{k_3 q_{\parallel}^2 + k_\alpha q_\perp^2 + \chi_a H^2} \quad \dots\dots(2-6) \end{aligned}$$

其中 $\langle \rangle$ 表示熱平衡， K_B 是 1 波茲曼常數， T 是絕對溫度。

2.3 指向矢擾動引起的光散射

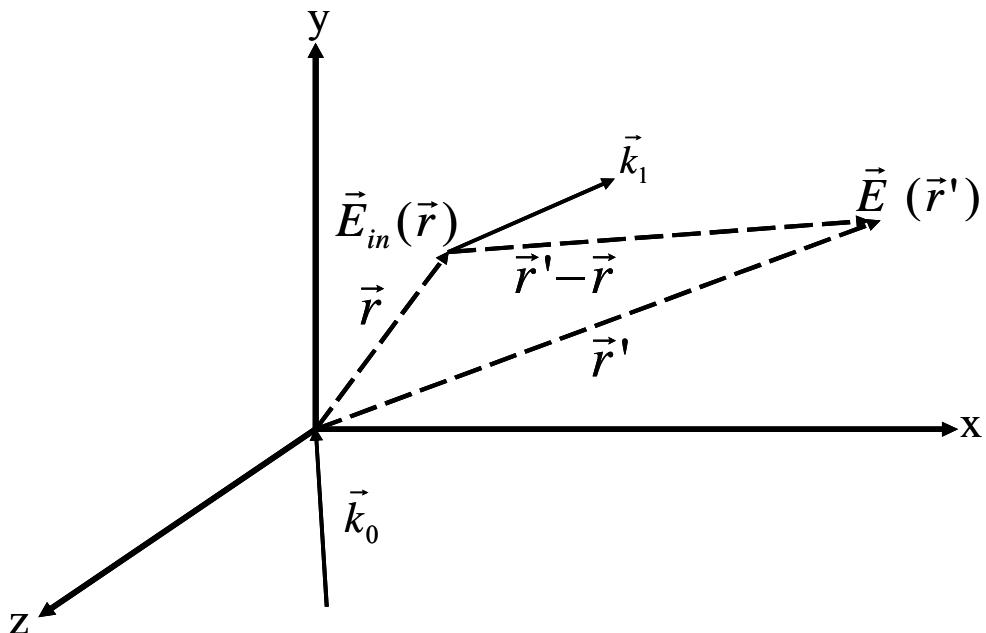
介電張量的形式為

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\perp}\delta_{\alpha\beta} + (\varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp})n_{\alpha}n_{\beta} \circ \dots \dots \dots \quad (2-7)$$

ε 的漲落來自 2 個原因：

- (1) 由於局部區域的密度或溫度等的微小變化引起 $\varepsilon_{//}$ 和 ε_{\perp} 的大小出現漲落。
- (2) n 取向的漲落產生的影響(向列型液晶中，此項為主因)。

各向異性介質光散射的分析，包括：校正由於入射方向不同折射率變化的複雜性。在此，只限於討論 $\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp}$ 很小時的情形，從而可認為入射光和出射光都是在各向同性介質中傳播。



圖(2-3) 位於 r 處單位體的光散射。

首先，推導散射截面公式：

位於 \mathbf{r} 處的偶極矩 \mathbf{P} 以角頻率 ω 振動，它的幅射場為

$$\vec{E}(\vec{r}') = \frac{\omega^2}{c^2 R} e^{ikR} \vec{P}_v(\vec{r}) \dots \quad (2-8)$$

其中 $k = \bar{n}\omega/c$ ， \mathbf{P}_v 是垂直於觀察方向 $\mathbf{R} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$ 的 \mathbf{P} 分量， $R = |\mathbf{R}|$ 。

對於入射光 $\vec{E}_{in}(\vec{r}) = E\vec{i} \cdot e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}}$ ，其感應偶極矩為

$$\vec{P}(\vec{r}) = (4\pi)^{-1} [\varepsilon(\vec{r}) - I] \vec{E}_{in} \dots \quad (2-9)$$

其中 I 是單位張量。

出射光 $\vec{E}_{out}(\vec{r}')$ 是將(2-8)式的貢獻對整個樣品進行積分而得。

(1) 若 \vec{r}' 離散射區很遠，則 $1/R$ 在積分中可以不考慮。

(2) $kR = \vec{k}_1 \cdot \vec{R} = \vec{k}_1 \cdot (\vec{r}' - \vec{r})$ ， \vec{k}_1 是出射方向的波矢。

$\vec{E}_{out}(\vec{r}')$ 在最後的偏振方向 \vec{f} ($\vec{f} \perp \vec{k}_1$) 上的投影可表示為

$$\vec{f} \cdot \vec{E}_{out}(\vec{r}') = \frac{E}{R} \exp(-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}') \cdot \alpha \dots \quad (2-10)$$

定義散射強度(scattering amplitude)為

$$\alpha = \frac{\omega^2}{4\pi c^2} \int_{(\Omega)} \{ \vec{f} \cdot [\varepsilon(\vec{r}) - I] \cdot \vec{i} \} \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{r}) d\vec{r} \dots \quad (2-11)$$

其中散射向量 $\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}_1$ 。

當 $\vec{q} \neq 0$ 時， $[\varepsilon(\vec{r}) - I]$ 中的-I 對積分 $\int d\vec{r}$ 無貢獻。利用 Fourier 變換

$$\varepsilon(\vec{q}) = \int_{(\Omega)} \varepsilon(\vec{r}) \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{r}) d\vec{r} \text{ 可得出：}$$

$$\alpha = \frac{w^2}{4\pi c^2} \vec{i} \cdot \varepsilon(\vec{q}) \cdot \vec{f} \quad \dots \dots \dots \quad (2-12)$$

出射光線方向 \vec{k}_1 每單位立體角的微分散射截面為： $\sigma = \langle |\alpha|^2 \rangle$

接著我們考慮由於光軸 n 的漲落對 $\varepsilon(\vec{q})$ 的影響：

指向矢 \vec{n} 可表示為 $\vec{n} = \vec{n}_0 + \delta\vec{n}$ ， $\delta\vec{n} = (n_x, n_y, 0)$ 。將 ε 用幕級數展開，精確到 $\delta\vec{n}$ 的一次項，根據(2-7)式，則：

$$\mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot i = \mathbf{f} \cdot \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \cdot i + \boldsymbol{\varepsilon}_a(\mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{n})(\mathbf{n}_0 i) + \boldsymbol{\varepsilon}_a(\mathbf{f} \cdot \mathbf{n}_0)(\delta \mathbf{n} i) \dots \dots \dots \quad (2.13)$$

第一項與 \mathbf{r} 無關，對 \mathbf{q} 的 Fourier 變無貢獻，第二、三項是 $\delta\bar{n}(\vec{q})$ 的線性項。將 $\delta\bar{n}(\vec{q})$ 分解為本徵模式：

將上式代入(2-12)式， $n_1 n_2^*$ 的交叉項為 0，則

$$\Rightarrow \sigma = \left(\frac{\varepsilon_a w^2}{4\pi c^2} \right) \sum_{\alpha=1,2} \langle |n_\alpha(\vec{q})| \rangle (i_\alpha f_z + i_z f_\alpha)^2, \quad \vec{i}_\alpha = \vec{e}_\alpha \cdot \vec{i}, \quad f_\alpha = \vec{e}_\alpha \cdot \vec{f} \quad \dots (2-15)$$

將上一節(2-6)式代入(2-15)式

$$\Rightarrow \sigma = \Omega \left(\frac{\varepsilon_a w^2}{4\pi c^2} \right) \sum_{\alpha=1,2} \frac{k_B T (i_\alpha f_z + i_z f_\alpha)^2}{k_3 q_{\parallel}^2 + k_\alpha q_{\perp}^2 + \chi_a H^2} \dots \quad (2-16)$$

其中 $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_{//} - \mathcal{E}_{\perp}$ ， $k_B T$ 為熱能量(thermal energy)， $q_{//}=q_z$ ， $q_{\perp} = \mathbf{q} \cdot \vec{e}_1$

每單位立體角每單位體積的微分散射截面可表示成^{[1][7][8]}：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{volume} = \frac{\pi^2 (\Delta\varepsilon)^2}{\lambda^4} \cdot K_B T \cdot \sum_{\alpha=1,2} \frac{(i_\alpha f_n + i_z f_\alpha)^2}{K_{33} q_{//}^2 + K_{\alpha\alpha} q_\perp^2 + \chi_a H^2} \dots \quad (2-17)$$

第3章 實驗架設之準備及光學元件之特性量測

3.1 液晶盒之製作與液晶盒實驗參數之量測

3.1.1 液晶盒之製作

本論文中使用的垂直配向液晶盒是實驗室自己製作的；水平配向液晶盒的空盒則是拿現成的(美相)，然後再自己灌液晶。液晶盒相關資料如下表(3-1)所示。

液晶盒	水平配向	垂直配向
配向層	未知	JALS-2021
來源	空盒為現成的(美相)	液晶實驗室製作
配向方法	未知	摩擦配向
框膠厚度 (μm)	8	12

表(3-1) 液晶盒來源資料表。

本實驗室製作液晶盒的程序：

割玻璃 → 清洗玻璃 → 鍍配向膜 → 摩擦配向 → 封空盒 → 灌液晶 → 完成。

以下介紹詳細過程：

割玻璃：

1. 戴上手套防刮傷。
2. 先以電表測大玻璃片那一面鍍有 ITO。切割時要割沒有 ITO 的那一面避免破壞 ITO。
3. 使用鑽石刀將導電 ITO 玻璃切割為 35mm×25mm，以氮氣將玻璃表面灰塵及玻璃屑去除，放到染色壺裡。



清洗玻璃：

1. 因為實驗中會用到多種化學品，故先戴上口罩。
2. 注水於染色壺中直至蓋過染色壺裡已切好的玻璃片，再加入中性玻璃清潔劑(穩潔)。以超音波震盪 10~15 分鐘後，取出玻璃片在自來水下以手(戴手套)輕搓，再放置於乾淨的染色壺。
3. 在染色壺中注入去離子水直至蓋過玻璃片，以超音波震盪 10~15 分鐘，再將去離子水倒掉。
4. 倒入 IPA 於染色壺，以超音波震盪 5 分鐘後，將 IPA 廢液倒入廢液回收筒中，換 ACE 超音波震盪 5 分鐘，也將 ACE 倒入廢液回收筒，其中

需注意 IPA 與 ACE 液體高度皆需蓋過玻璃。

5. 再重覆一次上一個步驟。
6. 去離子水與 IPA 以 2 : 1 的比例加入染色壺中，以超音波震盪 5 分鐘再將廢液到入廢液回收筒中。
7. 以氮氣吹乾玻璃表面後再放回乾淨的染色壺中。
8. 將染色壺的蓋子半開，放進烤箱烘烤一小時，溫度為 180°C。
9. 將染色壺的蓋子半開，放進烤箱烘硬烤一小時，溫度為 180°C，之後須退溫三小時。

鍍配向膜：



1. 本實驗採用旋轉塗佈(spin coating)法。使用旋轉塗佈機在 ITO 玻璃上鍍上配向膜。不同的配向膜有不同的黏滯係數，須視情況找出旋轉塗佈機的轉速，使得配向膜的塗佈能夠均勻。本實驗所製作的垂直配向液晶之轉速設定如下：

Step 1 : 1000 rpm 10 sec Step 2 : 4000 rpm 20 sec

2. 旋轉塗佈機之操作：

- A. 將玻璃有 ITO 那一面朝上，放入轉塗佈機裡的真空吸孔上，記得將玻璃的中心對準真空吸孔。
- B. 按 Power 鈕之後再按 Vacuum 鈕將玻璃片固定。

- C. 將欲配向之溶液平均地滴在 ITO 玻璃片上。
- D. 蓋上旋轉塗佈機之蓋子，然後按 Start 鈕開始旋轉塗佈。
- E. 完成後解除 Vacuum 鈕。
3. 將鍍好配向膜的玻璃放在加熱板上，用 80°C 的溫度軟烤 15 分鐘以蒸發溶劑。
4. 送入烤箱硬烤一小時，溫度為 180°C ，之後退溫三小時。
5. 若鍍完發現有放射狀條紋表示沒鍍成功，需要再調整第一步驟中的參數。成功的鍍膜看起來是均勻的且有一些彩色的光芒。

摩擦配向：

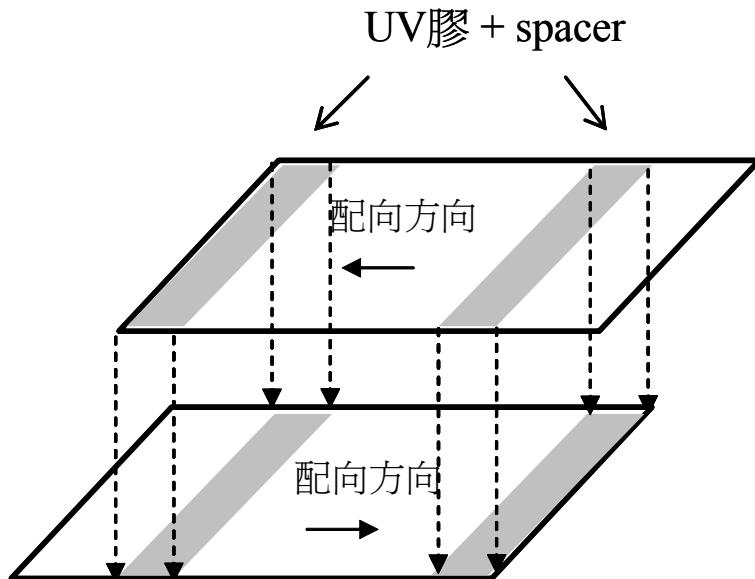


1. 我們使用絨毛布摩擦配向膜。
2. 打開抽真空機，將玻璃片固定於平台上，並調整玻璃片與絨毛布摩擦的相對位置。
3. 設定絨毛布摩擦的深度，一般約 $6.5\text{mm} \sim 7.5\text{mm}$ 。
4. 按下 Start 鈕開始摩擦配向。

封空盒：

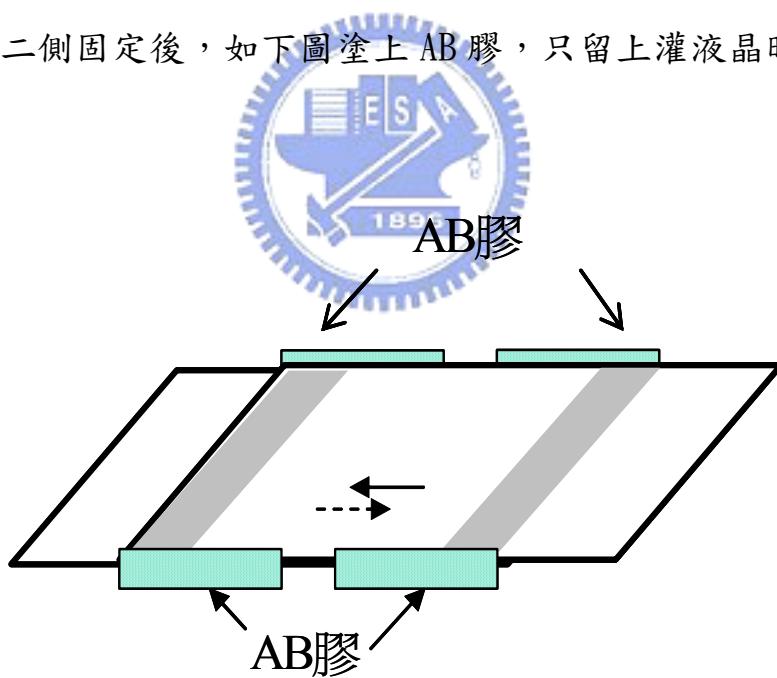
1. 以氮氣吹去配向過之玻璃基板表面的髒顆粒。
2. 在玻璃基板塗上混有 spacer 的 UV 膠，以反平行配向方式組合液晶

盒，如下圖所示：



圖(3-1) 液晶盒組合示意圖。

3. 用夾子從二側固定後，如下圖塗上AB膠，只留上灌液晶時需要預留的洞口。



圖(3-2) 液晶盒封膠示意圖。

4. 將封好的液晶盒放在日光燈底下，使UV膠硬化。

灌液晶：

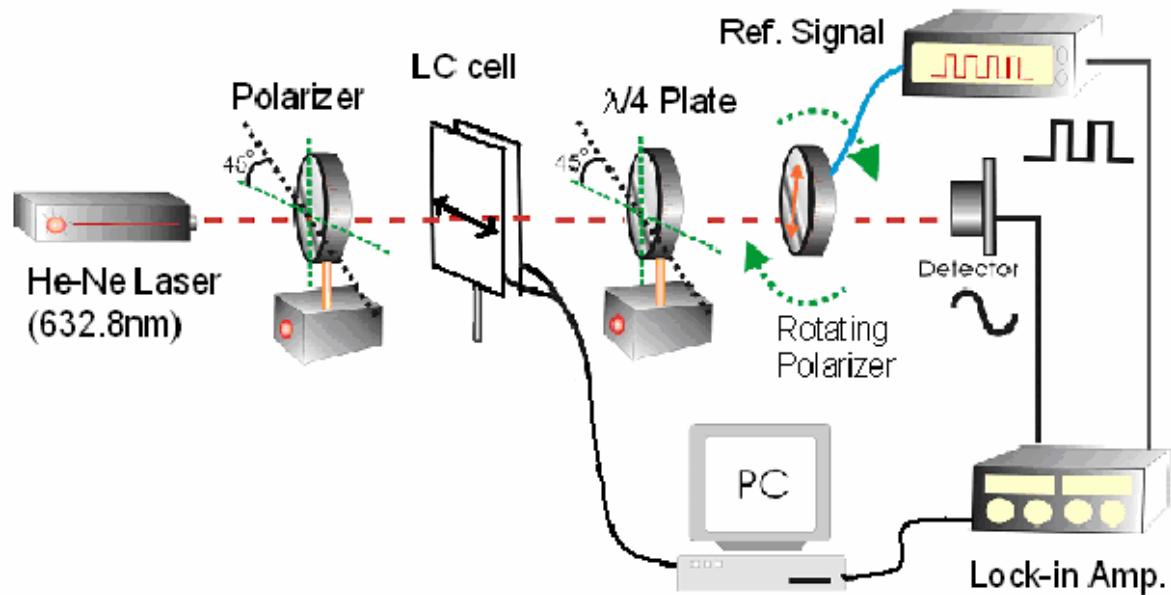
1. 本論文使用 Merck 公司所開發編號為 MLC2042 與 MLC6608 的液晶，其相關參數列於下表。

液晶	Clearing Point	n_e	n_o	ϵ_{\parallel}	ϵ_{\perp}	K_{11} (pN)	K_{22} (pN)	K_{33} (pN)
MLC2042	80 °C	1.5469	1.4726	14.4	4.3	10.2	5.6	15.2
MLC6608	90 °C	1.5578	1.4748	3.6	7.8	11.5	8.4	18.1

表(3-2) 液晶相關參數表。

2. 為了避免因液晶流動而產生的排列，我們將液晶與空液晶盒置於加熱板上，將其加熱至液晶澄清點(clearing point)的溫度，再將液晶灌入到液晶盒中，將加熱器關掉，待溫度慢慢降至室溫，以 AB 膠封住灌注孔，即完成實驗所需之液晶盒。

3.1.2 相位延遲量測裝置及原理



圖(3-3) 相位延遲量測裝置。

□

上圖為相位延遲量測的系統架構，描述如下：



光偵測器將收到的光訊號傳送到鎖相放大器之 CH1，而轉動的檢偏片也傳送一個參考方波到鎖相放大器之 CH2，鎖相放大器經由內部運算可計算出液晶盒的相位延遲。

讓我們看看鎖相放大器 CH1、CH2 訊號之間的關係：

上式中的 Γ 即為液晶盒之雙折射所造成之相位差。實驗前記得先將未放入液晶盒之前的出射光與參考光的相位差定為零以作為一個基準點。

由上式可知光偵測器偵器到的光強可表示為：

$$I = \left|E_x\right|^2 + \left|E_y\right|^2 = I_o[\sin(2\theta + \Gamma) + 1] = I_o[\sin(2\alpha t + \Gamma) + 1] \dots\dots\dots(3-2)$$

可發現光偵測器所得之出射光訊號是頻率為檢偏片轉速兩倍之弦波。故經由鎖相放大器可將收到的光光訊號轉換成液晶盒的相位延遲 Γ 。

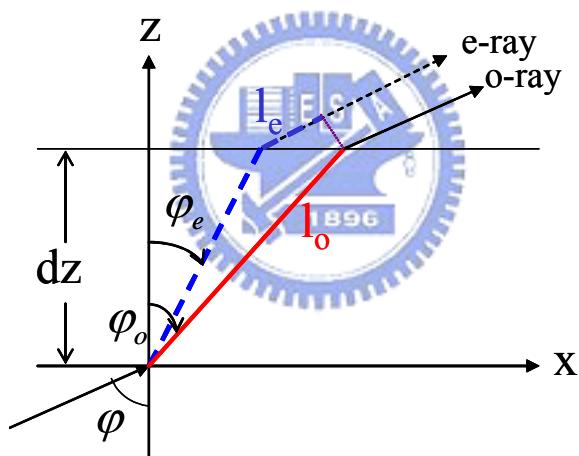


3.1.3 液晶盒之預傾角及厚度的量測

本節的方法是利用樣品旋轉法（The Crystal Rotation Method）^[9]。此法是旋轉液晶盒，使得入射光與液晶盒的夾角改變，利用最大相位延遲發生時的入射角與液晶分子排列預傾角間的關係，來求出預傾角。

3.1.3.1 水平配向液晶盒之小預傾角及厚度的量測

本節將會介紹如何量測水平配向液晶盒(預傾角 α 很小)之預傾角 (tilt angle)。



圖(3-4) 光經過單層液晶的示意圖。

上圖是光經過單層液晶的示意圖。e-ray 及 o-ray 所行之光程為

$$\begin{aligned} l_o &= n_o \frac{dz}{\cos \varphi_o} \\ l_e &= n_{eff} \frac{dz}{\cos \varphi_e} + dz(\tan \varphi_o - \tan \varphi_e) \sin \varphi \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (3-3)$$

而整個液晶層的相位延遲可表示為

$$\begin{aligned}\Gamma(\varphi) &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d [l_e - l_o] \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d \left[\left(\frac{n_{eff}}{\cos \varphi_e} - \frac{n_o}{\cos \varphi_o} \right) + (\tan \varphi_o - \tan \varphi_e) \sin \varphi \right] dz\end{aligned}\quad \dots \dots \dots \quad (3-4)$$

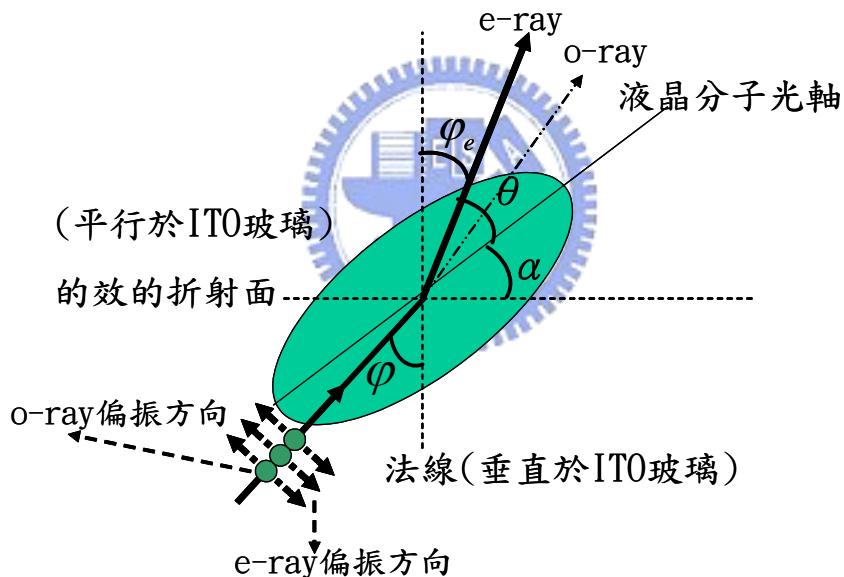
參考上圖，由 Snell's Law 可知：

$$1 \cdot \sin \varphi = n_0 \cdot \sin \varphi_0 = n_{eff} \cdot \sin \varphi_e \quad \dots \dots \dots \quad (3-5)$$

由(3-4)、(3-5)式可得：

$$\Gamma(\varphi) = \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} \left(\sqrt{n_{eff}^2 - \sin^2 \varphi} - \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \varphi} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (3-6)$$

接下來要設法把上式中的 n_{eff} 用入射角 φ 或預傾角 α 取代掉。



圖(3-5) 光經過單層液晶的各個角度間之關係圖。

非尋常光折射率為：

$$n_{eff}^{-2} = \frac{\cos^2 \theta}{n_0^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad \dots \dots \dots \quad (3-7)$$

參考上圖，其中 $\theta = 90^\circ - \alpha - \varphi_e$ 為非尋常光與液晶分子光軸的夾角， α 為預傾角， φ_e 為非尋常光與法線的夾角， φ 是入射角。

令 $\begin{cases} a = \frac{1}{n_e} \\ b = \frac{1}{n_o} \end{cases}$ ，則(3-7)式可化為

今

$$x = \sqrt{n_{eff}^2 - \sin^2 \varphi} \quad \dots \dots \dots \quad (3-9)$$

$$c^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

將(3-9)式代入(3-8)式，可解出：

$$x = \frac{1}{c^2} [(a^2 - b^2) \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi + \sqrt{c^2 - a^2 b^2 \sin^2 \varphi}] \dots \quad (3-10)$$

將(3-9)式與(3-10)代入(3-6)式，可得

$$\Gamma(\varphi) = \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} \left[\frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi + \frac{1}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2 b^2}{c^2} \sin^2 \varphi} - \sqrt{\frac{1}{b^2} - \sin^2 \varphi} \right] ..(3-11)$$

當折射光與液晶光軸垂直時，會產生最大的相位差。但因分成 e-ray 與 o-ray，二者光程不同，故只知極大值應在附近。當相位差發生極大值時：

$$\frac{\partial \bar{\Gamma}(\varphi)}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin \alpha \cos \alpha - \frac{a^2 b^2}{c^3} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin^2 \varphi}} \sin \varphi + b \frac{1}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \varphi}} \sin \varphi = 0 \dots \dots \dots (3-12)$$

因為我們測量的水平排列液晶，其預傾角 α 都很小，故對上式作近似，最後可得到水平排列液晶盒之預傾角與入射角在相位延遲為極大值時的關係式：

其中 Φ_x 為相位延遲為極大值時所對應的入射角。由上式關係可看出預傾角之量測與液晶盒厚度無關，故將所得的預傾角代入(3-11)式，並利用液晶盒正射時量測得到的相位延遲，即可算出液晶盒的厚度 d。

利用上述方法測得我們所使用的水平配向液晶盒：傾角為 2.00851° ，厚度為 $8.6350\mu\text{m}$ 。



3.1.3.2 垂直配向液晶盒之小預傾角及厚度的量測

本節將介紹如何量測垂直配向液晶盒(極角 Θ 很小)之極角(polar angle)。

水平配向液晶盒與垂直配向液晶盒最大的差別就是在於，水平配向液晶盒的 α 角小，而垂直配向液晶盒的 Θ 角小，而二種角度之關係為：

3.1.3.1 節中的(3-11)式是以 α 表示的液晶盒光程差。因為此節介紹的方法類似上一節，需要用到小角度近似，故我們對(3-11)式修正，成為以 Θ 表示的液晶盒光程差：

$$\Gamma(\varphi) = \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} \left[\frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin \Theta \cos \Theta \sin \varphi + \frac{1}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2 b^2}{c^2} \sin^2 \varphi} - \sqrt{\frac{1}{b^2} - \sin^2 \varphi} \right] \dots \dots \quad (3-15)$$

當折射光與液晶光軸平行時，會產生最小的相位差。但因分成 e-ray 與 o-ray，二者光程不同，故只知極小值應在附近。當相位差發生極小值時：

$$\frac{\partial \Gamma(\varphi)}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin \Theta \cos \Theta - \frac{a^2 b^2}{c^3} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin^2 \varphi}} \sin \varphi + b \frac{1}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \varphi}} \sin \varphi = 0 \dots \dots \quad (3-17)$$

因為我們測量的垂直排列液晶，其極角 Θ 都很小，故對上式作近似，最後可得到垂直排列液晶盒之預傾角與入射角在相位延遲為極小值時的關係式：

$$\Theta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \varphi_m}{n_o} \right) \dots \dots \dots \quad (3-18)$$

其中 Φ_m 為相位延遲為極小值時所對應的入射角。由上式關係可看出預傾角之量測與液晶盒厚度無關，故將所得的預傾角代入(3-15)式，並利用液晶盒正射時量測得到的相位延遲，即可算出液晶盒的厚度 d 。

利用上述方法測得我們所使用的垂直配向液晶盒：傾角為 2.0135° ，厚度為 $12.68\mu\text{m}$ 。



3.1.3.3 無範圍限制之穿透式非扭轉型液晶盒預傾角及厚度之量測方法^[13]

雖然本論文所使用之液晶盒的傾角及厚度可以用上二節的方法求出，但實際上以上述方法測傾角及厚度有範圍限制，以下我們作個討論並提出一個新的觀點。

傳統式的樣品旋轉法^[9](The Conventional Crystal Rotation Method)以及最近才改良的樣品旋轉法^[10](The Improved Crystal Rotation Method)被用來測穿透式非扭轉型液晶盒的預傾角，但是此二種方法有其適用範圍。

下圖是幾種測量方法適用的範圍：



穿透式液晶盒				
	傾角-低 且 厚度-厚	傾角-低 且 厚度-薄	傾角-高 且 厚度-厚	傾角-高 且 厚度-薄
傳統式的樣品旋轉法 ^[9] (The Conventional Crystal Rotation Method)	○	△ ^[11]	X	X
改良的樣品旋轉法 ^[10] (The Improved Crystal Rotation Method)	○	X	○	X
我們提出的方法	○	○	○	○

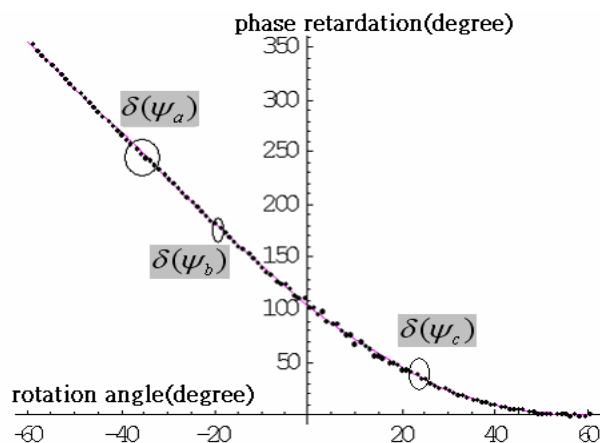
表(3-3) 傾角量測方法的適用範圍。○表示優，△表示可，X表示劣。

傳統式的樣品旋轉法是最為廣泛使用的精確量測法，但是因為折射角偏限(全反射)的關係，傾角在 $16^\circ \sim 65^\circ$ 的液晶盒測出來的相位延遲無法包含極值的區域，故不適用於此範圍的液晶盒測量。此外，當液晶盒厚度小於 $10\text{um}^{[11]}$ 時，也找不到相位延遲的極值，所以傳統式的樣品旋轉法也不適用於此範圍的液晶盒測量。

改良的樣品旋轉法克服了傳統式的樣品旋轉法不能測 $16^\circ \sim 65^\circ$ 傾角的困難，但此方法僅適合用於厚的液晶盒，故還是沒能解決液晶盒厚度薄時的量測問題。

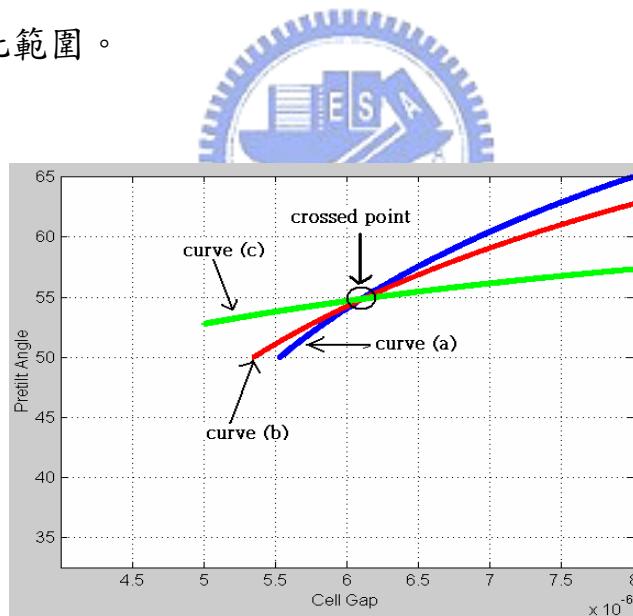
為了克服此困難，我們提出一個可用於任何範圍的穿透式非扭轉型液晶盒之預傾角量測方法，以簡單的光學系統測量出光經過液晶盒所產生的相位差，並以數值計算求出預傾角。為了看看此方法的結果，我們也準備了一個高傾角且厚厚度的液晶盒 A 作為測試樣品。

基本原理為將任意二個 $\Gamma(\psi_1)$ 、 $\Gamma(\psi_2)$ 代入(3-11)式解聯立方程式，就可求出傾角。但此聯立很難解，故我們利用以下數學方法換個方式解出。



圖(3-6) 液晶盒 A 的相位延遲與入射角的關係。圈起來的部份是為了計算傾角所取的三個相位延遲值。

上圖表示液晶盒 A 的相位延遲與入射角的關係。為了使答案更精確，我們選擇三個相位延遲 $\Gamma(\varphi_a)$ 、 $\Gamma(\varphi_b)$ 、 $\Gamma(\varphi_c)$ 代入以下的計算。但是需要注意，主要的誤差來自於 Febry-Parot 效應和液晶盒厚度的不均勻^[12]。參考上圖，當入射光大約正射液晶盒時，Febry-Parot 效應對於量測到的相位延遲會有不小的影響，所以應避開選擇此範圍的相位延遲。而當入射角很大的時候，入射光打在液晶盒上的點已大大偏離正射時打在液晶盒上的點，故也應該避開此範圍。

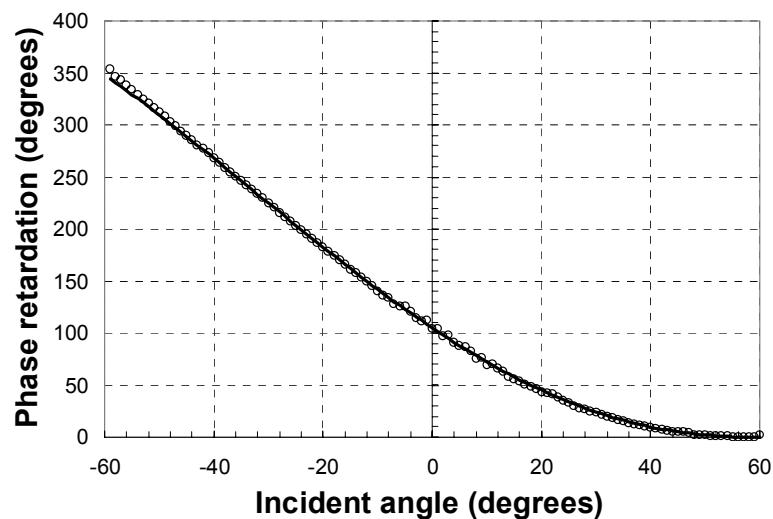


圖(3-7) 利用數學軟體 MATLAB，以液晶盒厚度為橫座標，傾角為縱座標，將圖(3-6)中的 $\Gamma(\varphi_a)$ 、 $\Gamma(\varphi_b)$ 、 $\Gamma(\varphi_c)$ 代入(3-11)式作圖。

參考上圖，我們利用數學軟體 MATLAB 作圖，以液晶盒厚度為橫座標，傾角為縱座標，將 $\Gamma(\varphi_a)$ 、 $\Gamma(\varphi_b)$ 、 $\Gamma(\varphi_c)$ 代入(3-11) 式，可在座標圖上

繪出三條曲線，而三條曲線的交點所對應的橫座標與縱座標便是液晶盒 A 的厚度=6.06um 及傾角 54.55° 。

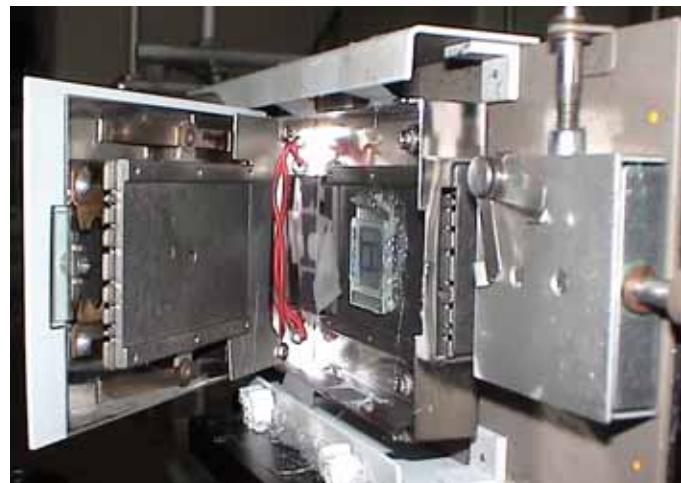
將求出的液晶盒厚度及傾角代入(3-11)式，則可繪出相位延遲與入射角的關係(下圖中的實線)。與實驗數據比較，我們發現這二條曲線十分相吻，確定了此法的可靠性。



圖(3-8) 液晶盒 A 的相位延遲與入射角的關係。圓圈是以計算出來的值回代(3-11)式所畫出的，實線是實驗值。

3.2 實驗架設以及光學元件之特性量測

3.2.1 器材



圖(3-9) 溫控器(溫控平台)。

照片中，平台上的那塊玻璃就是液晶盒。溫控時，左方的蓋子是蓋上的，此時上下加熱平台會將熱源傳導給液晶盒。



圖(3-10) 線性偏振片。



圖(3-11) 溫控器(溫控主機)。



圖(3-12) 數據截取器。

連接光偵測器與電腦，進行數據截取的工作。



圖(3-13) 光偵測器。



圖(3-14) 保溫盒。

保溫盒為保利龍自製而成，減少環境溫度對溫控系統的影響，並可以阻絕環境光照成數據截取的誤差。

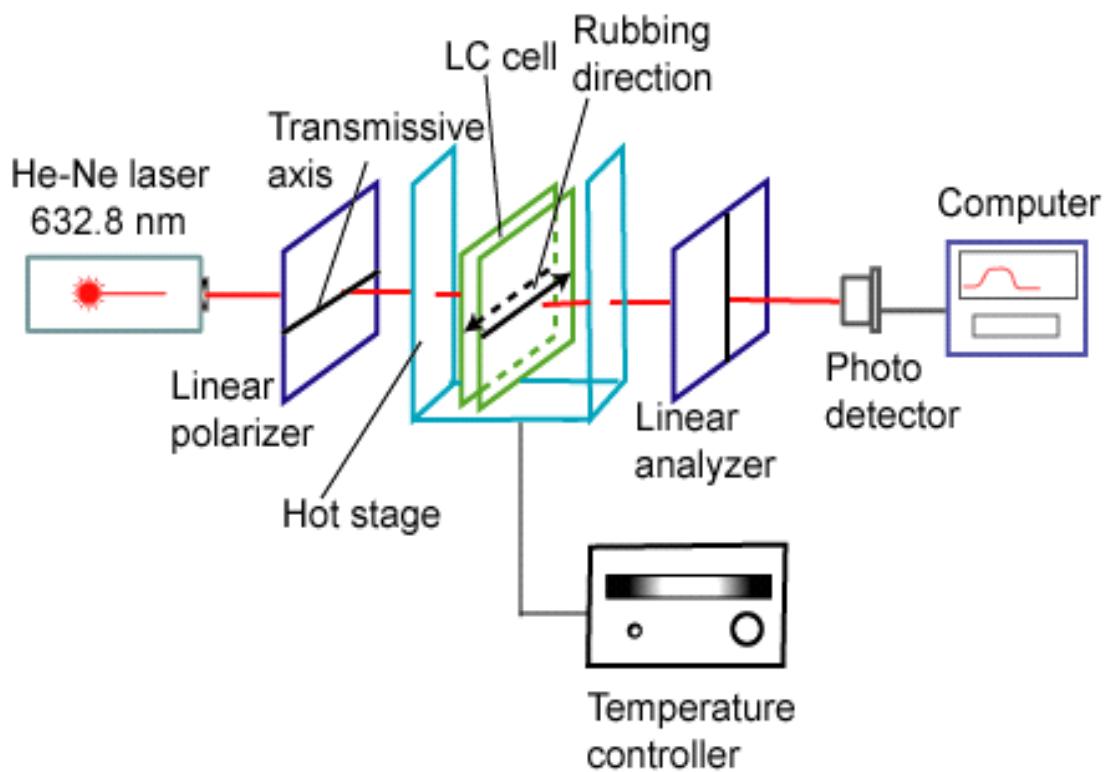
3.2.2 實驗架設

圖(3-15)為暗態漏光量測的系統架構。參考上圖，所謂”暗態漏光”指的是，當水平(或垂直)配向液晶盒的指向矢平行或垂直於 crossed polarizers 的任一穿透軸時，照理來說是沒有出射光的(此即”暗態”)，但事實上還是會有一點點的出射光(此即”漏光”)。

實驗架構描述如下：



將電腦取下的數據經過理論的計算，就可以得到因液晶指向矢擾動造的的光散射 (intrinsic light leakage)(參考 3.3.2 節)。



圖(3-15) 測量暗態漏光的實驗架設圖。



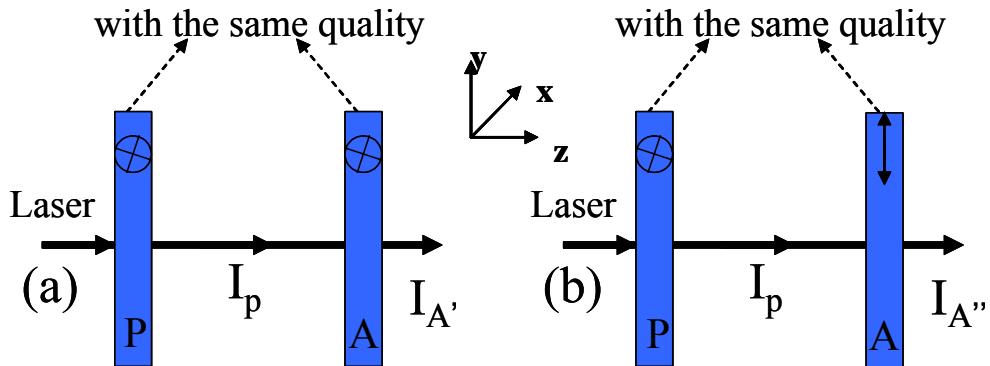
3. 2. 3 溫控器

為確保溫控器控溫的穩定性和正確性，我們將溫控器送回原廠校正。

附錄(1)是校正的結果。



3.2.4 檢偏片 (analyzer)



圖(3-17) (a)圖是測 $t_{A//}$ 的架設圖。

(b)圖是測 $t_{A\perp}$ 的架設圖。

我們把 analyzer 的穿透率分為二種：

(1) 當入射光偏極化方向和 analyzer 的穿透軸平行時, analyzer 穿透率稱為 $t_{A//}$ 。(圖[3-17a]的情況)

(2) 當入射光偏極化方向和 analyzer 的穿透軸垂直時, analyzer 的穿透率稱為 $t_{A\perp}$ 。(圖[3-17b]的情況)

在 4.1 節中，我們假設雷射光源近似為線偏振，且偏振方向 45 度於 polarizer 的穿透軸方向(x 軸)。在實際情況下，雖然經過 polarizer 之後的光幾乎是 x 方向偏振的，但是還是有一些偏振分量在 y 軸上。參考圖(3-17)，定義經過 polarizer 之後的出射光 I_p 在 x 軸上的分量為 I_{px} ，y 軸上的分量為 I_{py} 。

在圖(3-17a)的情況下， I_p 經過 analyzer 後的光強 I_A 可以表示為：

因為 $I_{px} \gg I_{py}$ 且 $t_{A//} \gg t_{A\perp}$ ，故 $I_A \sim I_{px} \times t_{A//}$ 。因此 $t_{A//}$ 可以表示為：

在圖(3-17b)的情況下， I_p 經過 analyzer 後的光強 I_A'' 可以表示為：

在這裡我們假設 $I_{px} : I_{py} \sim t_{A//} : t_{A\perp}$ ，所以 $I_{A''} \approx 2 \times (I_{px} \times t_{A\perp})$ 。

因為 $I_{px} \gg I_{py}$ ，因此 $t_{A\perp}$ 可以表示為：

$$t_{A\perp} \approx \frac{1}{2} \times \frac{I_{A''}}{I_{px}} \approx \frac{1}{2} \times \frac{I_{A''}}{I_p} \dots \dots \dots \quad (3-22)$$



在我們的實驗架構下，假設 analyzer 並不會改變入射光的偏極化方向。亦及，若以 e-ray 入射，出射光也是 e-ray；若以 o-ray 入射，出射光也是 o-ray（參考 3.3.1 節）。所以，可將 analyzer 的 2×2 穿透率矩陣表示成：

$$[T_A] = \begin{bmatrix} T_{Axx} & T_{Axy} \\ T_{Ayx} & T_{Ayy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{Axx} & 0 \\ 0 & T_{Ayy} \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} t_{A//} & 0 \\ 0 & t_{A\perp} \end{bmatrix} & \dots \text{當 analyzer 的 穿透軸在 } x\text{-軸方向時} \\ \begin{bmatrix} t_{A\perp} & 0 \\ 0 & t_{A//} \end{bmatrix} & \dots \text{當 analyzer 的 穿透軸在 } y\text{-軸方向時} \end{cases} \quad (3-23)$$

其中 T_A 的下标 x、y 表示入射及出射 analyzer 的光偏振方向。

3.2.5 偏振片 (polarizer)

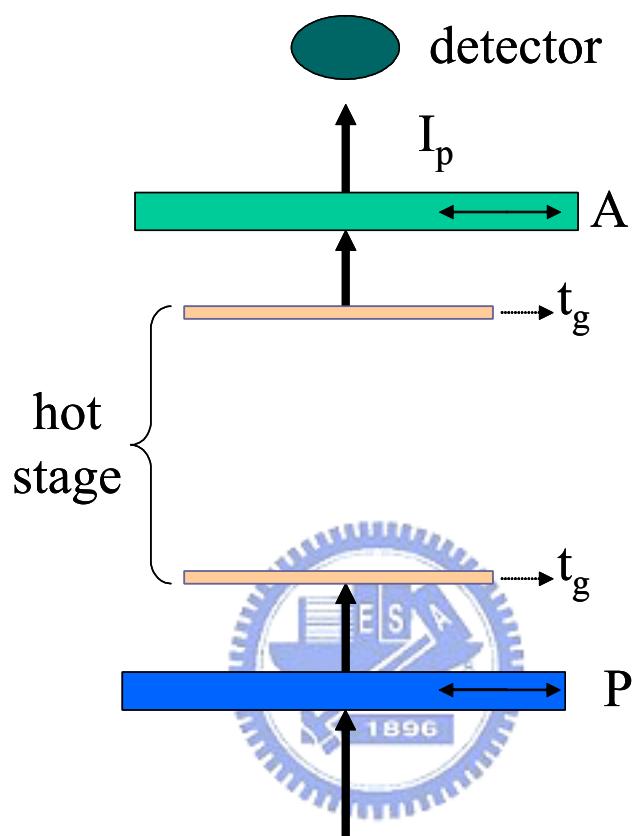
在實際情況下，光源經過 polarizer(穿透軸在 x 軸方向)之後的光幾乎是 x 方向偏振的，但是還是有一些偏振分量在 y 軸上。因為在 4.1 節中，我們假設雷射光源近似為線偏振，且偏振方向 45 度於 polarizer 的穿透軸方向(x 軸)，故我們可以設

其中，經過 polarizer 之後的出射光 I_p 在 x 軸上的分量為 I_{px} ，y 軸上的分量為 I_{py} 。



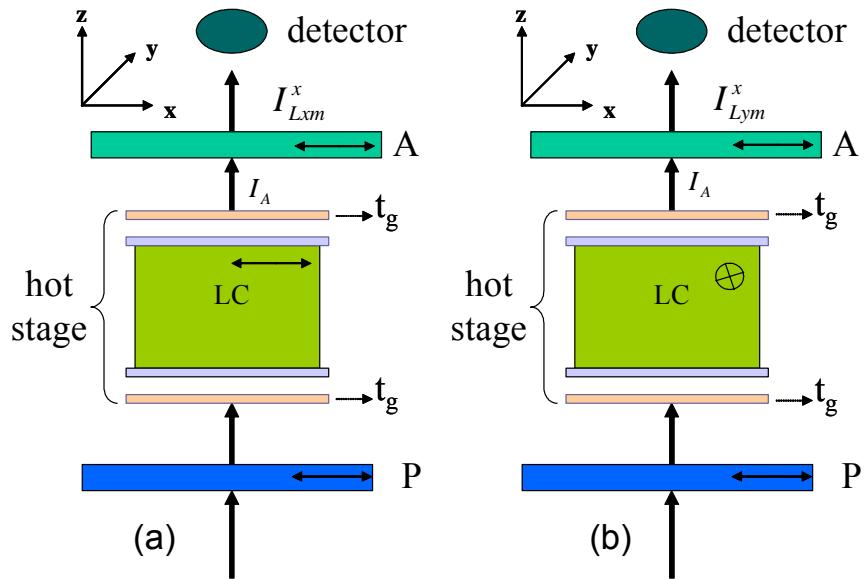
3.2.6 規一化光強之量測

為方便之後測量數據之比較，我們先訂義規一化光強 I_p ，其量測方法如下圖。



圖(3-18) 量測規一化光強 I_p 的實驗架構。

3.2.7 液晶盒



圖(3-19) parallel polarizers 時的實驗架構。

(a)圖的液晶分子軸向在 x 方向。(e-mode)

(b)圖的液晶分子軸向在 y 方向。(o-mode)

I_{Lxm}^x 圖(3-19a)架構下所測得的出射光強度。在這裡先解釋一下

I_{Lxm}^x 上下標的意思。為方便表示，令 polarizer 的穿透軸方向為 x 軸(參考座標)方向(參考 3.3.1)。 I_{Lxm}^x 的下標：“ L” 表示 LC，“ x” 表示 LC 指向矢的方向在 x 軸方向，“ m” 表示實驗中可測得的(非推算的)； I_{Lxm}^x 的上標：“ x” 表示 analyzer 的穿透軸方向在 x 方向。

液晶層指向矢的方向精準地平行(圖 3-19a)或垂直(圖 3-19b)polarizer 的穿透軸方向，則理論上出射光的偏極化方向會和入射光的偏極化方向一樣(參考 3.3.2 節)。參考圖(3-19a)， $I_p = I_{px} + I_{py}$ 。因為 $I_{px} \gg I_{py}$ ，故 $I_p \sim I_{px}$ 。若按照上述的說法，則出射液晶後的光應該只有 x 軸向的偏振分量。但事實不然，因為液晶層的光散射效應會造成出射液晶

後的光會有有 y 軸向的偏振分量，於是我們在 LC cell 之後再加一個 analyzer，使得偵測器測到的值是來自於 y 軸方向的偏振光的。

同理，圖(3-19b)也可以用上述說法作解釋，差別只是在於液晶指向矢是指向 y 軸方向的。

由圖(3-19a)，我們可以求出當液晶指向矢和出射光偏振方向皆平行於入射光偏振方向時，液晶層的穿透率 $T_{//}$ ：

$$T_{//} = \left[\frac{I_{Ax}}{t_g} \right] \times \left[\frac{1}{I_{px} \times t_g} \right] \approx \left[\frac{I_{Ax}}{t_g} \right] \times \left[\frac{1}{I_p \times t_g} \right] = \left[\frac{I_{Lxm}^x}{t_g} \right] \times \left[\frac{1}{I_p \times t_g} \right] \dots (3-25)$$

t_g 是加熱平台的上下玻璃蓋之穿透率(對每一片而言)； I_A 是出射加熱平台的光強，而 I_{Ax} 是 I_A 在 x 軸方向的偏振光分量。



同理，由圖(3-19b)，我們可以求出當液晶指向矢垂直於入射光偏振方向且出射光偏振方向平行於入射光偏振方向時，液晶層的穿透率 T_{\perp} 。

$$T_{\perp} \approx \left[\frac{I_{Lym}^x}{t_g} \right] \times \left[\frac{1}{I_p \times t_g} \right] \dots \dots \dots (3-26)$$

第4章 量測理論

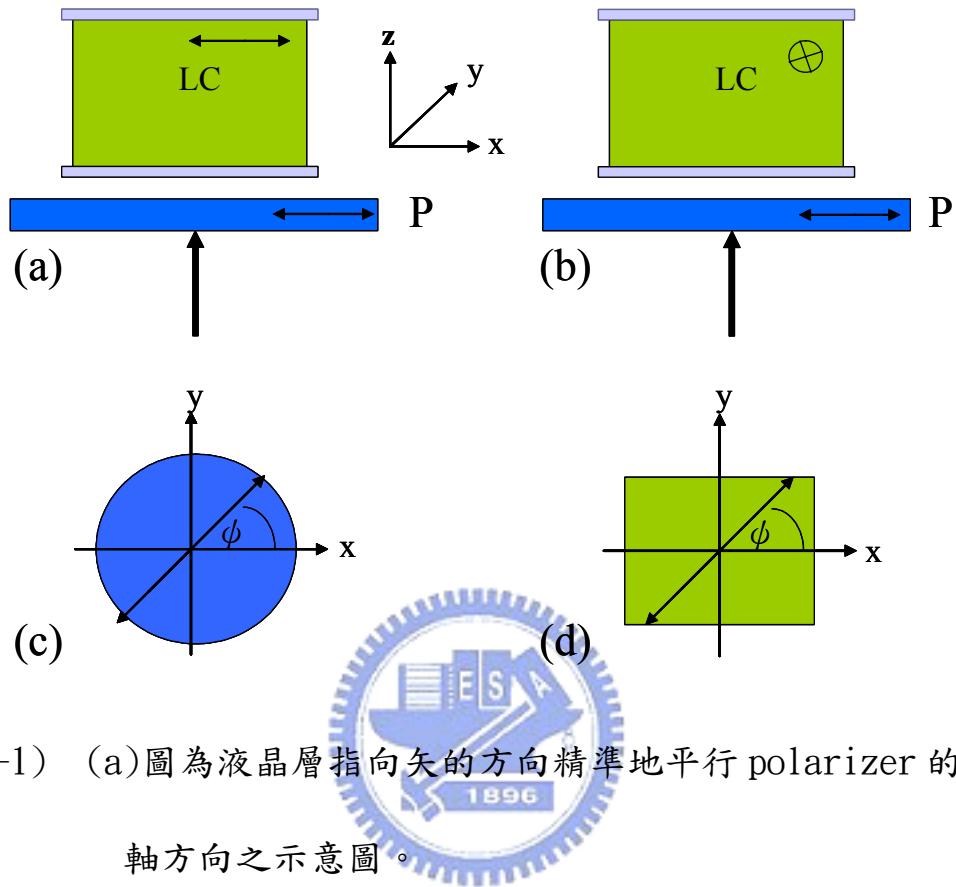
4.1 假設

我們在實驗理論中作了一些假設：

- (假設1) polarizer 的穿透軸方向在我們的實驗系統中永遠在 x 軸方向
改變的只有液晶層指向矢的方向，以及 analyzer 的穿透軸方
向。
- (假設2) 液晶層指向矢的方向精準地平行(或垂直)polarizer 的穿
透軸方向。
- (假設3) 加熱平台的上下玻璃蓋厚度、形狀、材質皆相同，且為各向
同性(isotropic)的介質。其穿透率(對每一片而言)表示為 t_g 。
- (假設4) 對 analyzer 而言，入射光與出射光的偏極化方向完全相同。
- (假設5) 雷射光源近似為線偏振，且偏振方向 45 度於 polarizer 的穿
透軸方向(x 軸)。

4.2 理論

4.2.1 e-mode 架構



圖(4-1) (a)圖為液晶層指向矢的方向精準地平行 polarizer 的穿透
軸方向之示意圖。

(b)圖為液晶層指向矢的方向精準地垂直 polarizer 的穿透

軸方向之示意圖。

(c)圖表示 ϕ 是 polarizer 穿透軸與 x 軸的夾角。

(d)圖表示 ϕ 是液晶指向矢與 x 軸的夾角。

參考圖(4-1a)及圖(4-1b)，若液晶層指向矢的方向精準地平行(或垂直)polarizer 的穿透軸方向，則出射光的偏極化方向會和入射光的偏極化方向有什麼關係呢？參考圖(4-1c)， ϕ 是 polarizer 穿透軸與 x 軸的夾角。polarizer 的瓊斯矩陣可表示為：

$$[P] = \begin{pmatrix} \cos[\psi] & -\sin[\psi] \\ \sin[\psi] & \cos[\psi] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos[\psi] & \sin[\psi] \\ -\sin[\psi] & \cos[\psi] \end{pmatrix}$$

參考圖(4-1d)， ϕ 也是液晶指向矢與 x 軸的夾角。液晶層的瓊斯矩陣可表示為：

$$[L_{\parallel}] = \begin{pmatrix} \cos[\psi] & -\sin[\psi] \\ \sin[\psi] & \cos[\psi] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-I*\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{I*\Gamma/2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos[\psi] & \sin[\psi] \\ -\sin[\psi] & \cos[\psi] \end{pmatrix} \dots \quad (4-1)$$

....指向矢平行 polarizer 穿透軸時

$$[L_{\perp}] = \begin{pmatrix} \cos[\psi + \frac{\pi}{2}] & -\sin[\psi + \frac{\pi}{2}] \\ \sin[\psi + \frac{\pi}{2}] & \cos[\psi + \frac{\pi}{2}] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-I*\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{I*\Gamma/2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos[\psi + \frac{\pi}{2}] & \sin[\psi + \frac{\pi}{2}] \\ -\sin[\psi + \frac{\pi}{2}] & \cos[\psi + \frac{\pi}{2}] \end{pmatrix} \dots \quad (4-2)$$

....指向矢垂直 polarizer 穿透軸時

其中 $\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times (n_e - n_o) \times d$ 。 Γ 是絲狀液晶造成的光程差， n_e 是非尋常光折射率 (extraordinary refractive index)， n_o 是尋常光折射率 (extraordinary refractive index)， d 是液晶層厚度， λ_0 是真空中的波長。

為簡化計算，我們令 $\psi=0$ ，也就是圖(4-1a)與圖(4-1b)的情況。則：

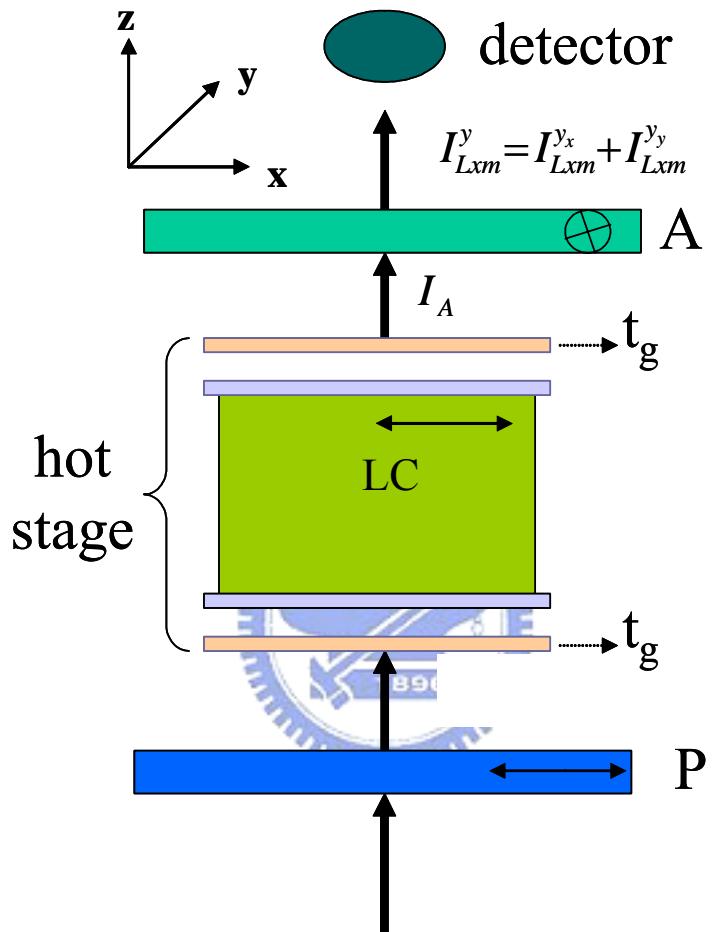
$$[P]_{\psi=0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \dots \quad (4-3)$$

$$[L_{\parallel}]_{\psi=0} \cdot [P]_{\psi=0} = e^{-\frac{I\Gamma}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \dots \quad (4-4)$$

$$[L_{\perp}]_{\psi=0} \cdot [P]_{\psi=0} = e^{\frac{I\Gamma}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \dots \quad (4-5)$$

也就是說當液晶層指向矢的方向精準地平行(或垂直)polarizer 的穿透軸方向，經過瓊斯矩陣的計算，發現出射光的偏極化方向會和入射光的偏

極化方向是一樣的。但是當考慮液晶的光散射效應後，會有一部份出射光的偏極化方向會和入射光的偏極化方向是垂直的，此即所謂的散射光。



圖(4-2) crossed polarizers 時的實驗架構。此時分子軸向在 x 方向 (e-mode)。

圖(4-2)是 e-mode 的實驗架構。參考(3-29)式及(3-30)式，液晶層的穿透率可表示為：

$$[T_{LC-e}] = \begin{bmatrix} T_{ee} & T_{eo} \\ T_{oe} & T_{oo} \end{bmatrix}_{LC-e} = \begin{bmatrix} T_{//} & T_{eo} \\ T_{oe} & T_{\perp} \end{bmatrix} \dots \quad (4-6)$$

其中 T 的下標 e 、 o 表示入射(第一個)或出射(第二個)偏振光與液晶盒配向方向之間的關係是 e -mode 或 o -mode。而 T_{eo} 與 T_{oe} 可視為液晶光散射效應的來源。

因為實際上所用的偏振片並非完全理想的元件，故圖(4-2)中光偵測器測量到的光強 I_{Lxm}^y 是其在 x 方向偏振的分量與在 y 方向偏振的分量之總合：

其中 I_{Lxm}^y 的下標：“ L” 表示 LC，“ x” 表示 LC 指向矢的方向在 x 軸方向，“ m” 表示實驗中可測得的(非推算的)； I_{Lxm}^y 的上標：“ y” 表示 analyzer 的穿透軸方向在 y 方向。

由圖(4-2)可看出：

polarizer 的出射光 → 溫控器的下蓋 → 液晶盒
→ 溫控器的上蓋 → *analyzer* → 光偵測器

用瓊斯矩陣可表示為：

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} I_{Lxm}^{y_x} \\ I_{Lxm}^{y_y} \end{array} \right] &= [T_A] \times t_g \times [T_{LC-e}] \times t_g \times \left[\begin{array}{c} I_{px} \\ I_{py} \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c} I_{px} \cdot T_{//} \cdot t_{A\perp} + I_{py} \cdot T_{eo} \cdot t_{A\perp} \\ I_{px} \cdot T_{oe} \cdot t_{A//} + I_{py} \cdot T_{\perp} \cdot t_{A//} \end{array} \right] \times (t_g)^2 \quad \dots\dots\dots(4-8) \end{aligned}$$

將(4-8)式代入(4-7)式可得：

$$I_{scattered}^{e \rightarrow o} = [(t_g)^2 \times (I_{px} \cdot T_{oe} \cdot t_{A//} + I_{py} \cdot T_{eo} \cdot t_{A\perp})] \\ = I_{Lxm}^y - [(t_g)^2 \times (I_{px} \cdot T_{//} \cdot t_{A\perp} + I_{py} \cdot T_{\perp} \cdot t_{A//})] \quad \dots \dots \dots \quad (4-9)$$

從(4-2)圖和(4-9)式，我們不難發現[量測到的光強(I_{Lxm}^y)]=[液晶造成的光散射($I_{scattered}^{e \rightarrow o}$ ，我們稱它為intrinsic light leakage)]+[系統本身的漏光(來源是 I_p)]

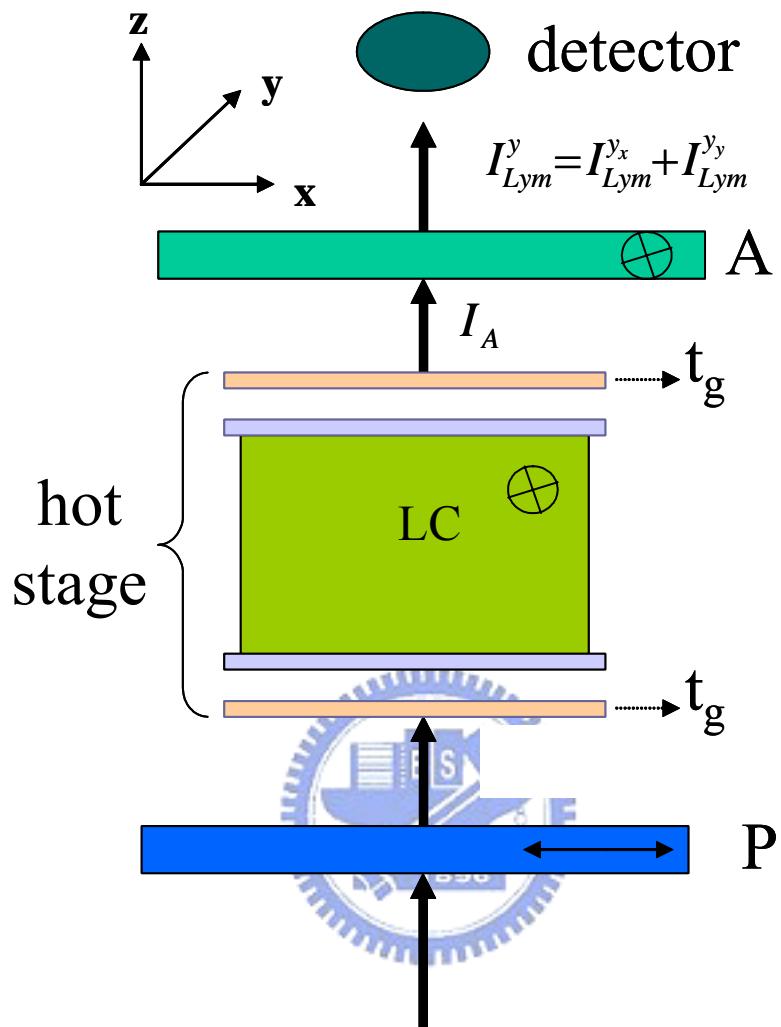
將(3-20)式、(3-22)式、(3-28)式、(3-29)式和(3-30)式代入(4-9)式，就可得到液晶造成的光散射 $I_{scattered}^{e \rightarrow o}$ (intrinsic light leakage)。

為方便與其他情況作比較，我們定義在 polarizer 與液晶盒配向方向為 e-mode 架構下，於特定溫度時規一化的光散射強度：

$$S(T) = I_{scattered}^{e \rightarrow o} / I_p, \text{ 適用於圖(4-2)的結構.....(4-10)}$$

其中， I_p 為規一化光強(參考 3.2.6 節)。

4.2.2 o-mode 架構



圖(4-3) crossed polarizers 時的實驗架構。此時分子軸向在 y 方向 (o-mode)。

圖(4-3)是 o-mode 的實驗架構。參考(3-29)式及(3-30)式，液晶層的穿透率可表示為：

$$[T_{LC-o}] = \begin{bmatrix} T_{oo} & T_{oe} \\ T_{eo} & T_{ee} \end{bmatrix}_{LC-o} = \begin{bmatrix} T_{\perp} & T_{oe} \\ T_{eo} & T_{//} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (4-11)$$

其中 T 的下標 e 、 o 表示入射(第一個)或出射(第二個)偏振光與液晶盒配向方向之間的關係是 e -mode 或 o -mode。而 T_{eo} 與 T_{oe} 可視為液晶光散射效應的來源。

因為實際上所用的偏振片並非完全理想的元件，故圖(4-3)中光偵測器測量到的光強 I_{Lym}^y 是其在 x 方向偏振的分量與在 y 方向偏振的分量之總合：

$$I_{Lym}^y = I_{Lym}^{y_x} + I_{Lym}^{y_y} \dots \quad (4-12)$$

用瓊斯矩陣可表示為：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{Lym}^{y_x} \\ I_{Lym}^{y_y} \end{bmatrix} &= [T_A] \times t_g \times [T_{LC-o}] \times t_g \times \begin{bmatrix} I_{px} \\ I_{py} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{px} \cdot T_{\perp} \cdot t_{A\perp} + I_{py} \cdot T_{oe} \cdot t_{A\perp} \\ I_{px} \cdot T_{eo} \cdot t_{A//} + I_{py} \cdot T_{//} \cdot t_{A//} \end{bmatrix} \times (t_g)^2 \quad \dots \dots \dots (4-13) \end{aligned}$$

將(4-13)式代入(4-12)式可得：

$$\begin{aligned} I_{scattered}^{o \rightarrow e} &= [(t_g)^2 \times (I_{px} \cdot T_{eo} \cdot t_{A//} + I_{py} \cdot T_{oe} \cdot t_{A\perp})] \\ &\equiv I_{Lym}^y - [(t_g)^2 \times (I_{px} \cdot T_{\perp} \cdot t_{A\perp} + I_{py} \cdot T_{//} \cdot t_{A//})] \quad \dots \dots \dots (4-14) \end{aligned}$$

從圖(4-3)和(4-14)式，我們不難發現[量測到的光強(I_{Lxm}^y)]=[液晶造成的光散射($I_{scattered}^{o \rightarrow e}$ ，我們稱它為 intrinsic light leakage)]+[系統本身的漏光(來源是 I_p)]

將(3-20)式、(3-22)式、(3-28)式、(3-29)式和(3-30)式代入(4-14)式，就可得到液晶造成的光散射 $I_{scattered}^{o \rightarrow e}$ (intrinsic light leakage)。

為方便與其他情況作比較，我們定義在 polarizer 與液晶盒配向方向

為 o-mode 架構下，於特定溫度時規一化的光散射強度：

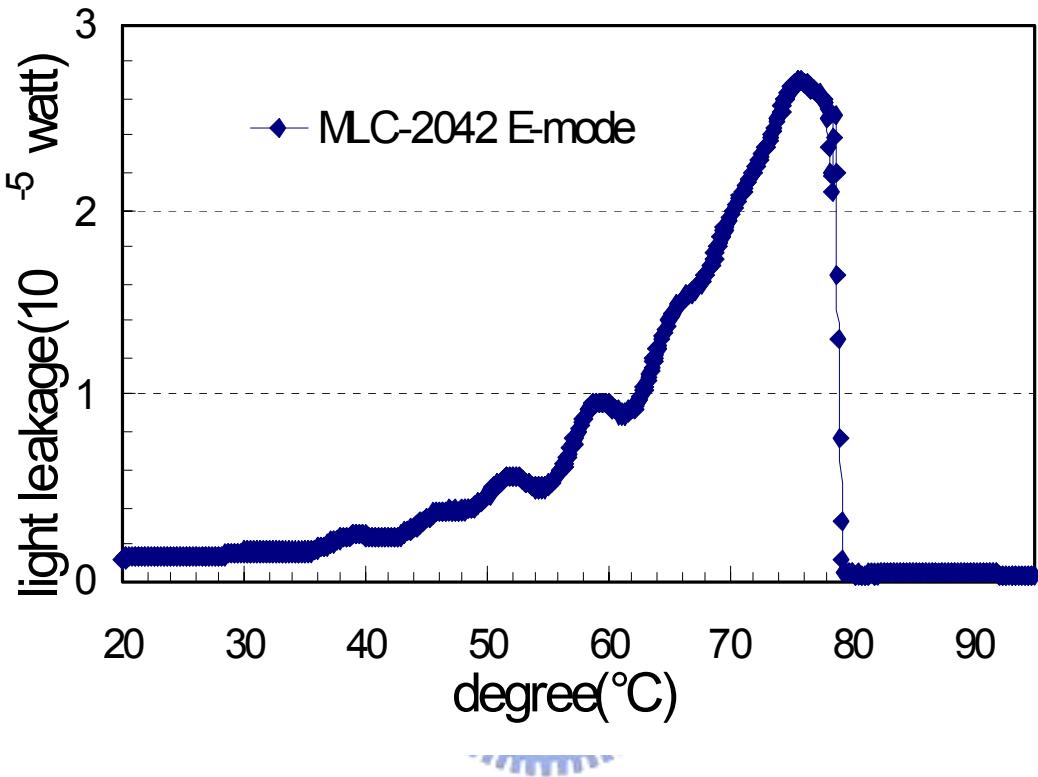
$$S(T) = I_{scattered}^{o \rightarrow e} / I_p, \text{ 適用於圖(4-3)的結構.....(4-15)}$$

其中， I_p 為規一化光強(參考 3.2.6 節)。



第5章 實驗結果與理論推導

5.1 實驗架構下直接測得之暗態漏光



圖(5-1) 實驗架構下直接測得的暗態漏光與溫度之關係圖。

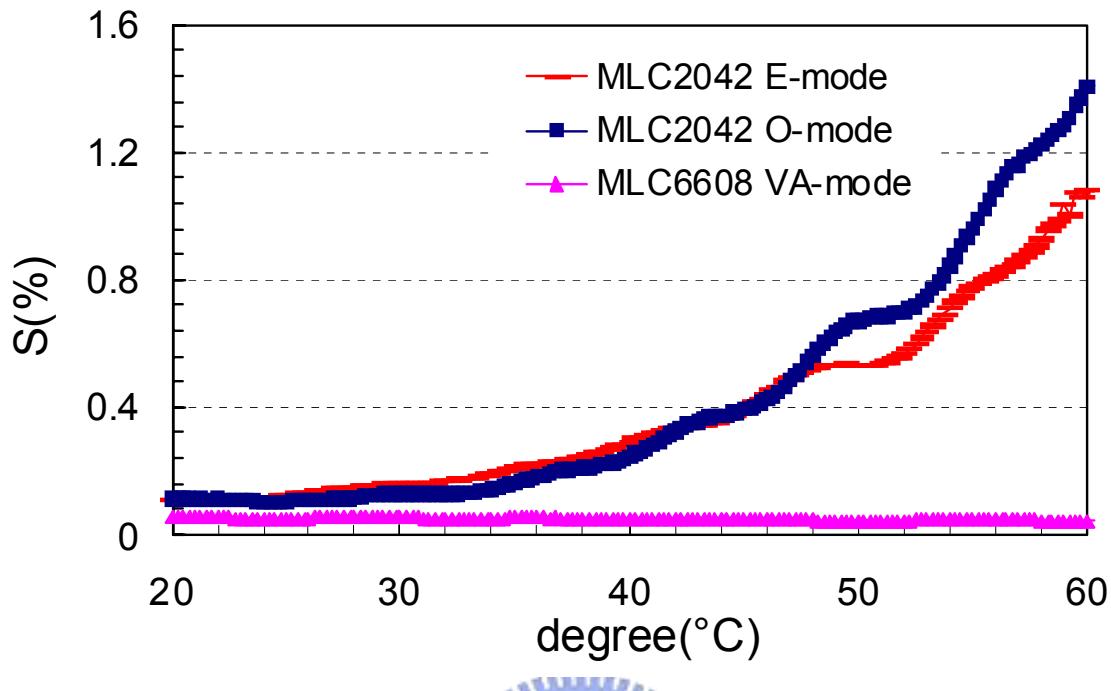
上圖是在 crossed polarizers 下，polarizer 的穿透軸平行於液晶盒的配向方向(e-mode)之情況，暗態漏光(也就是之前提到的 I_{Lxm}^y ，參考圖 4-2)與溫度的關係。由圖中可明顯的看出，當溫度加到 80°C 左右時，暗態漏光以非常劇烈的方式降低，或是說暗態漏光突然消失了！而 80°C 正是此液晶(MLC-2042)從液晶相變成液態相的轉換溫度！

從 2.1 節中我們知道，出射散射光的偏振方向與入射光的偏振方向是

垂直的。Crossed polarizers 的情況是 analyzer 垂直於 polarizer，而液晶散射光之偏振方向又垂直於 polarizer 的穿透軸方向(大略而言)，也就是說液晶散射光的偏振方向平行於 analyzer 的穿透軸方向。若偏振片本身的性質很好，則 crossed polarizer 情況下的漏光應該是來自於液晶的光散射。 80°C 是 MLC-2042 的轉換溫度，也就是此時 MLC-2042 從液晶相轉變成液態相。在 2.1 節中曾提到，若與等向性(isotropic)液體作比較，向列型液晶比一般等向性液體的光散射強 10^6 倍。雖然擁有液晶相的物質在液態相時的物理性質不見得和一般等向性液體的性質完全相同，但理論上其液態相時的光散射應該比液晶相時小很多，故在 MLC-2042 的轉換溫度(80 度 c)時光散射驟減，造成 crossed polarizer 下的漏光也減小了，與實驗結果相符！



5.2 指向矢擾動造成之液晶光散射



圖(5-2) 規一化的光散射強度(S)從溫度 20°C ~ 60°C 的關係圖。

— 曲線表示 IPS e-mode 。

■ 曲線表示 IPS o-mode 。

▲ 曲線表示 VA mode 。

上圖是規一化的光散射強度(S)從溫度 20°C ~ 60°C 的關係圖。三條曲線分別代表三種不同的架構：

(1) MLC-6608 做成垂直配向液晶盒(VA cell ; vertical aligned cell) , 雖然是垂直配向,但實際上還是有微小的極角(polar angle = 90° - tilt angle)。實驗後發覺液晶指向矢在 xy 平面的投影不管是平行或是垂直於 polarizer 的穿透軸方向時(polarizer 的穿透軸在 x 方向),計算出

來的光散射量差異不大，故在此我們取液晶指向矢在 xy 平面的投影平行於 polarizer 的穿透軸方向為代表。

(2) MLC-2042 做成水平配向液晶盒。E-mode 表示液晶指向矢平行於 polarizer 的穿透軸方向(參考圖 4-2), o-mode 則表示液晶指向矢垂直於 polarizer 的穿透軸方向(參考圖 4-3)。

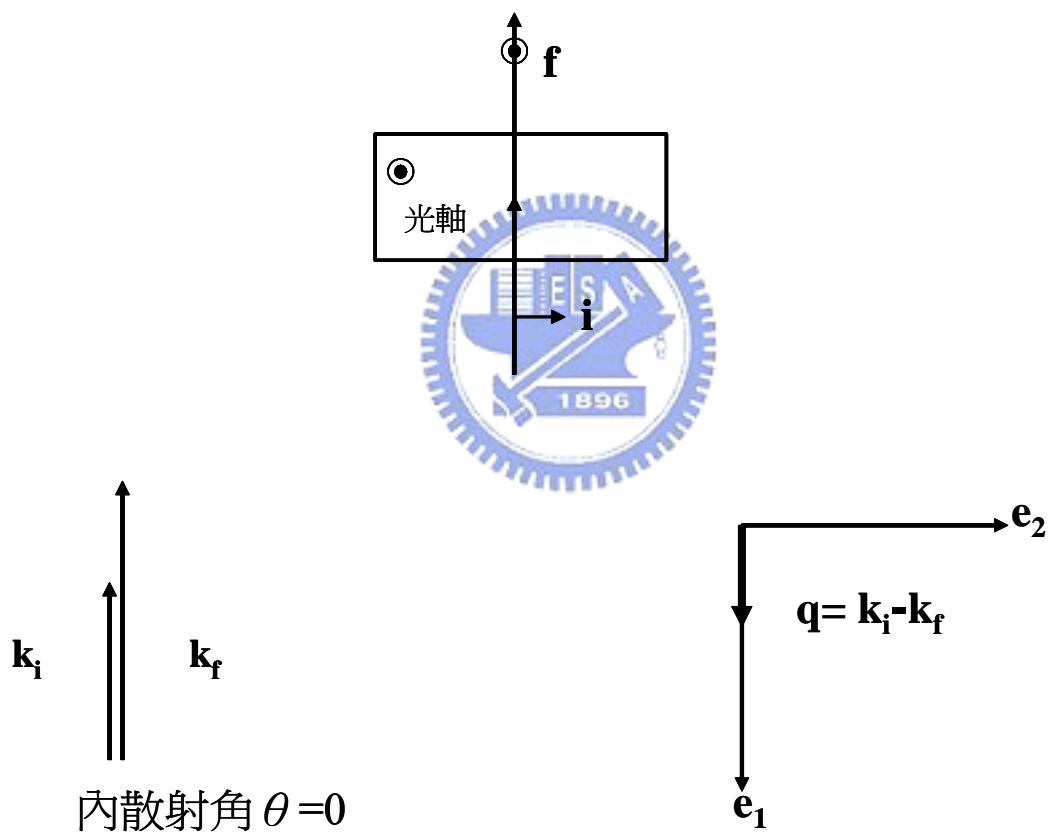
由上圖我們可發現幾個現象：

- (a) 相對於 MLC-6608 VA-mode 架構，水平配向架構(不管是 MLC-2042 e-mode 或是 MLC-2042 o-mode)的光散射大的許多。
尤其當溫度越高時，差異越大。
- (b) MLC-2042 e-mode 與 MLC-2042 o-mode 的光散射對溫度的增加非常敏感(呈指數式的增加)；而 MLC-6608 VA-mode 的光散射對溫度的增加則不敏感，從 20°C~60°C 幾乎無變化。

5.3 理論

5.3.1 平行配向液晶盒

現在來討論平行配向液晶盒之 S 與溫度的趨勢為什麼會呈圖(5-2)中的形式。由 2.1 節我們知道內散射角越小，散射光越強。我們假設圖(5-2)的趨勢主要是由內散射角等於 0 的情況造成的，其架構示意圖如下：



圖(5-3) 平行配向液晶盒之散射效應(o-mode)在內散射角等於 0 時的示意圖。

由上圖(上圖表示的是 o-mode 架構,若換成 e-mode 架構,情況也類似),

我們可得 i 、 f 、 q 分別在 e_1 、 e_2 、 z 軸上的分量：

	e_1	e_2	z
i	0	1	0
f	0	0	1
q	q	0	0

表(5-1) 平行配向液晶盒之散射效應在內散射角等於 0 時， i 、 f 、 q 分別

在 e_1 、 e_2 、 z 軸上的分量。



我們亦知：

$$(b) \quad \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad \dots \dots \dots \quad (4-17)$$

將上表及上二式結果代入(2-17)式，則：

$$\begin{aligned} I_{scattered}^{o \rightarrow e} &\approx \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{1}{k_{22} \cdot q^2}\right) \\ &= \frac{K_B T}{4\lambda^2 K_{22}} (n_e + n_o)^2 \\ &= I_{scattered}^{e \rightarrow o} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (4-18)$$

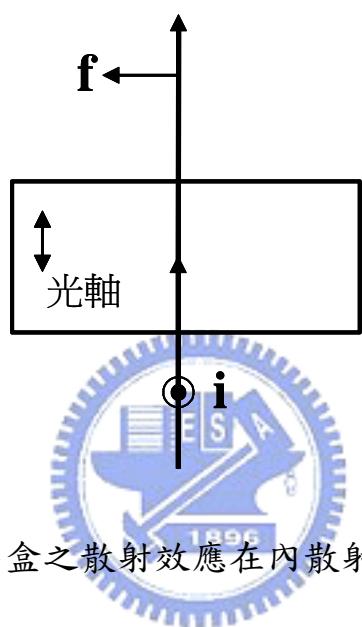
(因為 e-mode 計算和 o-mode 相同)

圖(5-2)水平配向液晶盒的趨勢是來自於上式中的 $1/K_{22} \sim 1/S^2$ ，S 是液晶的秩序參數^[15]。也就是說，若水平配向的液晶盒所使用的液晶有有大的 K_{22} 值與高的”各相同性-向列相之轉換溫度(isotropic-to-nematic transition temperature)”，便可以降低其常溫下的暗態漏光。



5.3.2 垂直配向液晶盒

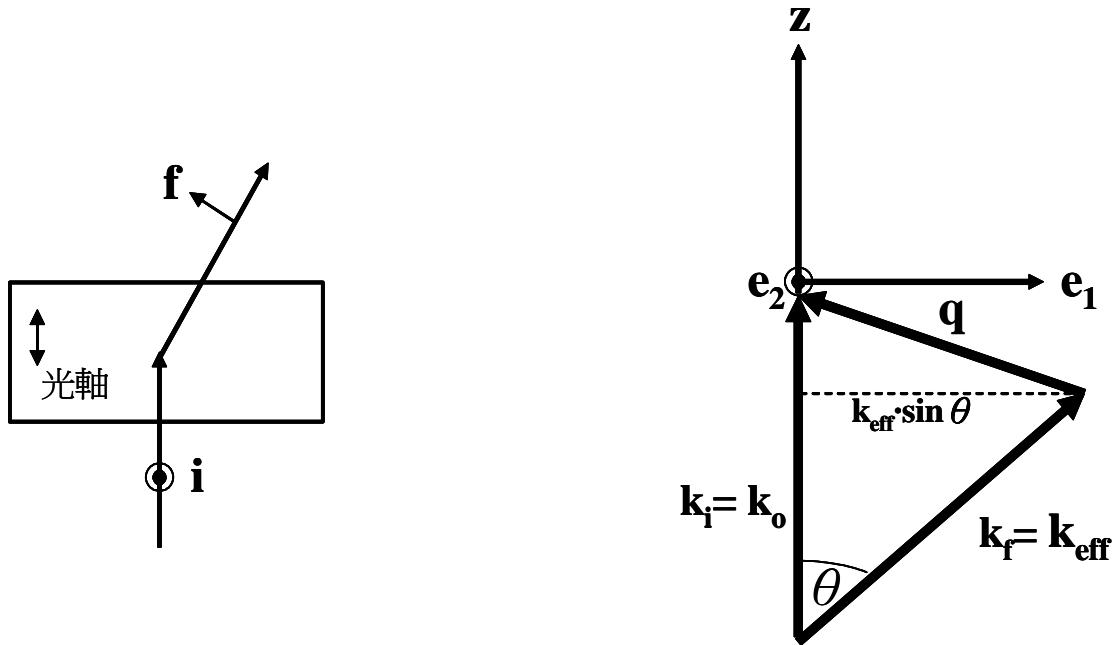
現在來討論垂直配向液晶盒之 S 與溫度的趨勢為什麼會呈圖(5-2)中的形式。由 2.1 節我們知道內散射角越小，散射光越強。我們假設圖(5-2)的趨勢主要是由內散射角等於 0 的情況造成的，其架構示意圖如下：



圖(5-4) 垂直配向液晶盒之散射效應在內散射角等於 0 時的示意圖。

這時候我們發現不管是入射光或出射光，對於液晶分子而言都是 o-ray，造成 $q=0$ ，故 5.3.1 節的方法不適用。

但只要出射光與入射光有一點不平行，就會有 q 值的產生。於是我們可以先算出 $q \neq 0$ 的情況，再將內散射角 $\theta \rightarrow 0$ 便可求出近似解。如下：



圖(5-5) 垂直配向液晶盒之散射效應在內散射角不等於0時的示意圖。

參考上圖，我們可得 i 、 f 、 q 分別在 e_1 、 e_2 、 z 軸上的分量：

	e_1	e_2	z
i	0	1	0
f	$\cos\theta$	0	$\sin\theta$
q	$K_0 - k_{\text{eff}} \cdot \cos\theta$	0	$k_{\text{eff}} \cdot \sin\theta$

表(5-2) 垂直配向液晶盒之散射效應在內散射角不等於0時， i 、 f 、 q 分別在 e_1 、 e_2 、 z 軸上的分量。

我們亦知：

(a) 對於 e-ray 而言：

$$\begin{aligned} n_{eff} &= \left(\frac{\sin^2 \theta}{n_{//}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_{\perp}^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \\ &\stackrel{\text{當 } \theta \rightarrow 0}{\approx} \left(\frac{1}{n_{\perp}^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots \quad (4-19) \\ &= n_0 \end{aligned}$$

其中， θ 是液晶分子軸向與出射光的夾角。

(b)



$$\begin{aligned} k_{eff} &= \frac{n_{eff} \cdot w_0}{c} \\ &\stackrel{\text{當 } \theta \rightarrow 0}{\approx} \frac{n_0 \cdot w_0}{c} \quad \dots \dots \dots \quad (4-20) \\ &= k_0 \end{aligned}$$

將上表及上二式結果代入(2-17)式，則：

$$I_{scattered}^{MVA} = \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{\sin^2 \theta}{k_{33} \cdot q_z^2 + k_{22} \cdot q_\perp^2} \right)$$

$$= \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{1}{k_{33} \cdot \frac{k_0^2 + k_{eff}^2 \cos^2 \theta - 2k_0 k_{eff} \cos \theta}{\sin^2 \theta} + k_{22} \cdot \left(\frac{k_{eff} \sin \theta}{\sin \theta} \right)^2} \right)$$

when $\theta \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}
&\equiv \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{1}{k_{33} \cdot \frac{k_{eff}^2 2 \cos \theta (-\sin \theta) + 2k_0 k_{eff} \sin \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} + k_{22} \cdot k_{eff}^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{1}{k_{33} \cdot \frac{k_0^2 2 \cos \theta (-\sin \theta) + 2k_0 k_0 \sin \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} + k_{22} \cdot k_0^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{1}{k_{33} \cdot \frac{-2k_0^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + 2k_0^2 \cos \theta}{2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)} + k_{22} \cdot k_0^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2}{\lambda^4} (n_e^2 - n_o^2)^2 \cdot k_B T \cdot \left(\frac{1}{0 + k_{22} \cdot k_0^2} \right) \\
&= \frac{k_B T}{4\lambda^2 \cdot k_{22}} \cdot \frac{(n_e^2 - n_o^2)^2}{n_0^2} \dots \dots \dots \quad (4-21)
\end{aligned}$$

圖(5-2)中垂直配向液晶盒的S幾乎不隨溫度而變化，是因為(n_e^2 -

n_o^2)² 及 K_{22} 皆與 S^2 成正比故相消^{[15][16]}，而 n_o 是幾乎不隨溫度而變化的。

第6章 結論與展望

造成水平配向及垂直配向液晶盒的暗態本質漏光 (intrinsic dark-state light leakage)的原因有二個.

第一個原因是向列型液晶指向矢擾動造成的散射光。每單位立體角每單位體積的微分散射截面可表示成^{[1][7][8]}：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{volume} = \frac{\pi^2 (\Delta\epsilon)^2}{\lambda^4} \cdot K_B T \cdot \sum_{\alpha=1,2} \frac{(i_\alpha f_n + i_\alpha f_j)^2}{K_{33} q_{11}^2 + K_{jj} q_\perp^2}$$

其中 K_B 是波茲曼常數， T 是絕對溫度， λ 是入射光波長， $\Delta\epsilon = \epsilon_{//} - \epsilon_\perp$ ， K_{11} 、 K_{22} 和 K_{33} 分別是斜展(splay)、扭曲(twist)、和彎曲(bend)彈性常數， $q_{//}$ 和 q_\perp 的定義在 2.2 節中有提到， i_α 和 f_α 在(2-15)式有定義。

由上式，我們導出不管是 e-mode 或 o-mode，水平配向液晶盒的暗態本質漏光 (intrinsic dark-state light leakage) 可表示成：

$$I_{scattered}^{e \rightarrow o} = I_{scattered}^{o \rightarrow e} \approx \frac{K_B T}{4 \lambda^2 K_{22}} (n_e + n_o)^2$$

我們亦導出垂直配向液晶盒的暗態本質漏光 (intrinsic dark-state light leakage) 可表示成：

$$I_{scattered}^{MVA} \approx \frac{K_B T}{4 \lambda^2} \cdot \frac{(n_e^2 - n_o^2)^2}{n_o^2 \cdot K_{22}}$$

我們量測到在”理想 crossed polarizers”情況下，水平配向液晶盒(e-mode 與 o-mode)與垂直配向液晶盒(o-mode)的暗態本質漏光

(intrinsic dark-state light leakage)與溫度的關係。而上二式可解釋為何量測結果會呈圖(5-2)的趨勢。最後我們的結論為：不管是 e-mode 或是 o-mode，水平配向液晶盒的暗態本質漏光都遠大於垂直配向液晶盒的暗態本質漏光。溫度變化對垂直配向液晶盒(o-mode)的暗態本質漏光(intrinsic dark-state light leakage)影響不大：但溫度對水平配向液晶盒(e-mode 與 o-mode)的暗態本質漏光會有很大的影響，且暗態本質漏光大約反比於液晶的秩序參數 S^2 ^[15]，藉由選擇 K_{22} 值與高的液晶材料可以降低其常溫下的暗態漏光。上述結論對於優化 VA(vertical aligned) 薄膜電晶體液晶顯示器或 IPS (in-plane switching) 薄膜電晶體液晶顯示器的顯示對比度很有幫助。



造成暗態本質漏光的第二個原因與液晶的配向有關。最靠近配向層的液晶並非平行於配向方向的，而且分子彼此的指向差異很多，因此可視此區域有雙光軸晶體的性質。此區域的液晶排列因為不是呈單光軸晶體的性質，故會造成漏光。此問題不但跟液晶材料有關，配向的問題更需作深入的研究。

此外，因為量測到的暗態漏光數量級在 10^{-5} watt 以下，若要在精確度上獲得更進一步的結果，則實驗上還有一些細節是需考慮的：

- (1) 上一段所提及的配向問題。
- (2) 偏振片、檢偏片、液晶盒之間主軸所相差的角度之校正。

- (3) 入射光須正面入射液晶盒，量到的出射光也須是正面出射液晶盒的光。
- (4) 液晶中的雜質會影響散射光，故液晶的純度是個值得考慮的問題。
- (5) 本實驗所探討的暗態漏光是由於液晶指向矢擾動所造成的，故測量時液晶盒內的液晶分子是否達到動態平衡是個問題。



参考文献

- [1] Chatelain, P. Acta Cristallogr. 1, 315(1948).
- [2] S. T. Wu and K. C. Lim, "Absorption and scattering measurements of nematic liquid crystals", Appl. Opt. 26, 1722(1987)
- [3] A. Takeda, S. Kataoka, T. Sasaki, H. Chida, H. Tsuda, K. Ohmuro, Y. Koike, T. Sasabayashi, and K. Okamoto: Digest Tech Papers SID, 1077, 1998.
- [4] M. Oh-e and K. Kondo: Appl. Phys. Lett., 67, 3895, 1995.
- [5] Y. Saitoh, S. Kimura, K. Kusafuka and H. Shimizu: Jpn. J. Appl. Phys., 37, 4822, 1998.
- [6] P.G. de Gennes "The Physics of Liquid Crystal" (Clarendon Press, Oxford, 1974).
- [7] Orsay Liquid Crystal Group, J. Chem. Phys., Vol.51, p. 816 (1969).
- [8] Orsay Liquid Crystal Group, Phys. Rev. Lett., Vol. 22, p. 1361 (1969).
- [9] T. J. Scheffer and J. Nehring, "Accurate determination of liquid-crystal tilt bias angles", Journal of Applied Physics, Vol. 48, pp. 1783-1792 (1977).
- [10] Jin Seog Gwag etc., "Simple method for measuring the high pretilt angle of nematic liquid crystals", Journal of Applied Physics, Vol. 93, pp. 4936-4938 (2003).
- [11] K. Y. Han, T. Uchida and S. B. Kwon, "A novel optical measurement method for the determination of LC pretilt angle without a restriction of pretilt magnitude and a cell gap of LC", Mol. Cryst. Liq. Cryst., Vol. 302, pp. 157-162 (1997).
- [12] K. Y. Han, T. Miyashita and T. Uchida, "Accurate measurement of the pretilt angle in a liquid crystal cell by an improved crystal rotation method ", Mol. Cryst. Liq. Cryst., Vol. 241, pp. 147-157 (1994).

- [13]Ting-Yi Wu, Jy-shan Hsu and Shu-Hsia Chen, “Pretilt Angle Measurement for the Non-twist Nematic Liquid Crystal Cells,” 2004 Taiwan Display Conference, pp. 191, (2004).
- [14] Ting-Yi Wu, Kei-Hsiung Yang and Shu-Hsia Chen, “Temperature Dependence of Intrinsic Contrast Ratio in VA and IPS Liquid Crystal Cells”, SID’05, 2005. (will appear in SID’05)
- [15]Iam-Choon Khoo and Shin-Tson Wu,”Optics and Nonlinear Optics of Liquid Crystals(1993)”,pp.176.
- [16]Iam-Choon Khoo and Shin-Tson Wu,”Optics and Nonlinear Optics of Liquid Crystals(1993)”,pp.168.



附錄

附錄(1) 溫控器的原廠校正結果。

METTLER FP900

Repairs

1.10 Calibration

We distinguish two calibration possibilities in the FP90 control unit:

- The factory calibration, called METTLER calibration in what follows
- The user calibration.

The user calibration is described in section 1.14 of the operating instructions.

The METTLER calibration is performed during the final check. Any number of recalibrations can be undertaken at any time (see Loading the software, section D- 1.9 under „Clearing all calibration data“).

1.10.1 Layout



1.10.2 Checking the FP90 calibration

- Attach calibration plug and resistance decade (4-wire) to FP90. Set 100.0 Ω (decade at room temperature approx. 22 °C).
- Switch on FP90, the instrument must have reached the operating temperature (approx. 30 min).

The field for the measuring cell and operating mode is shown in the top left of the display with „FP85-DTA“.

Note: The TTL-PROM in the cell connector is a special version for primary calibration of the FP90. It must not be used as a replacement in an FP85. Likewise, an FP85 TTL-PROM can not be used as a spare part in the calibration plug.

- Set FP90 temperature unit to °C.
- The quality of the existing calibration can now be examined by setting various resistance values and checking the associated temperature display.

Resistor	Setting	Temperature display xxx.x	Max. deviation	
100 Ω	1 x 100 Ω	0.0 °C	0.0 °C	±0.1 °C
170 Ω	1 x 100 Ω , 7 x 10 Ω	184.2 °C	184.2 °C	±0.1 °C
240 Ω	2 x 100 Ω , 4 x 10 Ω	379.6 °C	379.7 °C	±0.2 °C

瑞士
海特勒托利多
(股)台灣分公司
校正專用

Remarks: Rock the banana plugs gently to check if the contact resistances at the calibration plug and resistance decade are small and without influence on the temperature display xxx.x (max. deviation, see above).