

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

雙半導體雷射與飛秒光頻梳鎖頻之研究

**Frequency Locking of Two Laser Diodes to the
Femtosecond Frequency Comb**

研究生：高禎佑

指導老師：潘犀靈 教授

中華民國九十四年七月

双半導體雷射與飛秒光頻梳鎖頻之研究

**Frequency Locking of Two Laser Diodes to the
Femtosecond Frequency Comb**

研究生：高禎佑

Student : Cheng-Yao Kao

指導老師：潘犀靈 教授

Advisor : Prof. Ci-Ling Pan

國立交通大學

光電工程研究所



Submitted to Department of Photonics &
Institute of Electro-Optical Engineering
College of Electrical Engineering
National Chiao Tung University
In partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Engineering
In
Electro-Optical Engineering

July 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

國立交通大學

論文口試委員會審定書

本校光電工程研究所碩士班 高禎佑 君

所提論文 雙半導體雷射與飛秒光頻梳鎖頻之研究

合於碩士資格標準、業經本委員會評審認可。

口試委員：

林恭如

林恭如 教授

趙如蘋

趙如蘋 教授

孫啟光

孫啟光 教授

指導教授：

潘犀靈

潘犀靈 教授

所 長：

賴暎杰

賴暎杰 教授

教授

系主任：

潘犀靈

潘犀靈 教授

教授

中華民國九十四年七月二十七日

半導體雷射與飛秒光頻梳鎖相之研究

研究生：高禎佑

指導老師：潘犀靈 教授

國立交通大學光電工程研究所

摘要

我們實現半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖。利用半導體雷射與飛秒雷射光梳頻的拍頻，半導體雷射頻率可以被鎖定在飛秒鎖模雷射的光梳頻上。在論文中利用脈衝雷射的光梳頻訊號來作為半導體雷射的頻率標準，並完成半導體雷射的穩頻，使得原本幾百MHz的頻率擾動降至 ~ 50 kHz，並可同時將二個半導體雷射光頻差率鎖定在 0.7131000 THz與 0.4571000 THz，並且可以藉由改變外腔雷射的頻率，達到可調的效果。

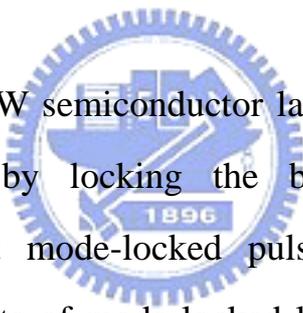
Frequency Locking of Two Laser Diode to Femtosecond Frequency Comb

Student: Cheng-Yao Kao

Advisor: Prof. Ci-Ling Pan

Institute of Electro-Optical Engineering
Department of Photonics
College of Electrical Engineering Science
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The logo of National Chiao Tung University is a circular emblem with a gear-like border. Inside the circle, there is a stylized building and the year '1896' at the bottom.

Phase locking of CW semiconductor laser and mode-locked pulse laser can be realized by locking the beat signal between CW semiconductor laser and mode-locked pulse laser to the harmonic frequency of repetition rate of mode locked laser. In this thesis, we use the harmonic frequency of mode-locked laser as the reference standard of dual-wavelength CW semiconductor laser and stabilize the frequency of two external-cavity diode laser (ECDL) simultaneously . We can measure the frequency by femtosecond frequency comb .We suppress the frequency fluctuation of 2 ECDLs from hundred mega Hz to ~50 kHz in ten minutes .The beat note of the 2 ECDLs locked at 0.7131000 THz and 0.4571000 THz are demonstrated, and the frequency difference can be tuned by tuning the ECDL.

Acknowledgment

誌謝

研究所的生涯終於告了一段落，這兩年的生活讓我學到了不少，能完成這本論文要感謝的人實在太多了。首先我要先感謝我的指導老師 潘犀靈 教授的悉心教導；工研院量測中心 彭錦龍 博士、安 博士提供飛秒雷射給我使用，以及 藍玉屏 學姊在實驗上的協助及理論的教導，讓我受益斐淺。除此之外，也謝謝實驗室的學長姐：劉子安、李晁達、王怡超、陳晉璋、張學智、賴奕帆、王之揚、黃龍進、江秉其、陳沛霖 等對我的協助與指導，以及同學們：宗翰、羅誠、cc、小冷、小壯、仔仔、阿隆，很高興在碩士生涯中有你們的陪伴，多了不少的歡笑，還有親愛的學弟妹們：乃今、志宇，謝謝你們幫忙處理實驗室的事務以及協助實驗的進行。

最後，我要感謝我的爸爸、媽媽、姊姊和其他家人，在我求學過程中，一路上無條件給予我支持與關心，讓我無後顧之憂，順利完成碩士學位。

謝謝你們，僅以這本論文獻給每位幫助過我的人！

高禎佑 2005 年 7 月 于風城交大

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖表目錄	vi
第一章 緒論	1
1-1 研究目的	1
1-2 研究構想	2
1-3 傳統頻率量測	3
1-4 可調 THz 信號產生器	4
1-5 論文架構	5
第二章 飛秒光梳頻原理與概要	6
2-1 飛秒光梳頻	7
2-2 飛秒雷射和光纖展頻	9
2-3 利用光混頻產生連續波兆赫輻射	14
第三章 系統原理與概要	21
3-1 連續波波長外腔式可調半導體雷射系統	21
3-1.1 連續波波長可調半導體雷射	21
3-1.2 連續波長可調的原理	25
3-2 雷射穩頻系統	29
3-2.1 鎖相迴路基本原理	30

第四章	實驗方法	39
4-1	連續波波長外腔式可調半導體雷射結構設計	39
4-2	迴授電路	41
4-3	拍頻	47
4-4	外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射互鎖的原理與實驗架構	49
4-5	頻率量測	53
第五章	實驗結果與討論	54
5-1	外腔式半導體雷射特性	54
5-1.1	外腔式半導體雷射基本特性	54
5-1.2	外腔式半導體雷射未鎖時頻率晃動量測	62
5-2	拍頻量測	64
5-3	外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖	66
5-4	雙波長半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖與頻率量測	69
第六章	總結與未來展望	71
	參考資料	73



圖表目錄

圖 2-1	鎖模雷射的頻譜	8
圖 2-2	微結構光纖放大圖	12
圖 2-3	經微結構光纖展開的頻譜	12
圖 2-4	「f-2f self-referencing」實驗架構	13
圖 2-5	穩定後的 f_r 的頻率擾動	13
圖 2-6	偵測到的 offset 訊號以及穩定後的 f_o 的頻率擾動	14
圖 2-7	兩具有些微頻率差的波型重合模擬圖	15
圖 2-8	Sinc-function 圖	17
圖 2-9	拍頻強度的角頻率是 Ω 。模擬中我們假設 I_1 等於 I_2	18
圖 2-10	雙波長雷射輸出光譜	19
圖 2-11	使用 Martin-Puplett 偏振式干涉儀和輻射熱偵測器 量測產生的連續波 THz 輻射波的同調性	20
圖 2-12	CW THz 輻射波頻譜圖	20
圖 3-1	Littrow grating 結構	24
圖 3-2	grating incident 結構	24
圖 3-3	光柵繞射圖	28
圖 3-4	鎖相迴路(PLL)的基本區塊	31
圖 3-5	鎖相迴路線性模型	32
圖 3-6 (a)	被動式的迴路濾波器	35
圖 3-6 (b)	主動式的迴路濾波器	35
圖 4-1 (a)	實際外腔半導體雷射系統圖	40
圖 4-1 (b)	外腔半導體雷射結構圖	40
圖 4-2	AD9901 結構圖	41

圖 4-3	鎖相狀況圖	42
圖 4-4	鎖相狀況圖震盪源領先參考源時	42
圖 4-5	鎖相狀況圖震盪源落後參考源時	43
圖 4-6	震盪頻率遠小於參考頻率時的輸出	44
圖 4-7	震盪頻率遠大於參考頻率時的輸出	44
圖 4-8	震盪頻率與參考頻率互鎖時的輸出	45
圖 4-9	除頻器輸出入訊號圖	46
圖 4-10	拍頻現象	47
圖 4-11	拍頻訊號示意圖	48
圖 4-12 (a)	實驗系統架構示意圖	51
圖 4-12 (b)	實際實驗系統圖	52
圖 4-13	控制迴路架構示意圖	52
圖 4-14	頻率量測示意圖	53
圖 5-1 (a)	ECL1 輸出光強與輸入電流對應圖	55
圖 5-1 (b)	ECL2 輸出光強與輸入電流對應圖	55
圖 5-2 (a)	ECL1 波長可調範圍的光譜圖	57
圖 5-2 (b)	ECL2 波長可調範圍的光譜圖	57
圖 5-3 (a)	利用 F-P 干涉儀觀察 ECL1	58
圖 5-3 (b)	利用 F-P 干涉儀觀察 ECL2	59
圖 5-4 (a)	ECL1 頻率變化量與電流對應圖	60
圖 5-4 (b)	ECL2 頻率變化量與電流對應圖	60
圖 5-5 (a)	ECL1 頻率變化量與 PZT 電壓對應圖	61
圖 5-5 (b)	ECL2 頻率變化量與 PZT 電壓對應圖	61
表 5-1	外腔式半導體雷射的特性	62
圖 5-6 (a)	ECL1 頻率漂移與時間對應圖	63
圖 5-6 (b)	ECL2 頻率漂移與時間對應圖	63
圖 5-7 (a)	ECL1 與飛秒光梳拍頻訊號圖	65

圖 5-7(b)	ECL2 與飛秒光梳拍頻訊號圖	65
圖 5-8 (a)	互鎖時, ECL1 與飛秒光梳拍頻訊號圖	67
圖 5-8(b)	互鎖時, ECL1 頻率漂移與時間對應圖	68
圖 5-9(a)	互鎖時, ECL2 與飛秒光梳拍頻訊號圖	68
圖 5-9(b)	互鎖時 ECL2 頻率漂移與時間對應	69
表 5-2	外腔式半導體雷射頻率量測	70



第一章 緒論

THz 科技的發展在這數年來有長足的進步，利用 THz 輻射波在通訊、生醫、顯像方面的研究不斷地有突破。為了面對在未來 THz 領域對於 THz 頻率量測上的需求，THz 頻率量度的研究成為重要課題。能訂出準確頻率的 THz，發展 THz 專用的相關量測儀器也就有了更好的條件。若能將兩個半導體雷射頻率差固定在 1THz，並將其產生差頻生成標準的 1THz 輻射波，則此 THz 輻射波也就是我們所期望可作為標準的 THz 輻射波了。

在 1970 年代初期皮秒級超短脈衝雷射的研究成功後，脈衝雷射就不斷的在創新，而鎖模雷射(Mode-locked laser)^[1] 在產生超短脈衝的應用上扮演著相當重要的角色。利用微結構光纖可將短脈衝的頻譜大幅展開，將外腔式半導體雷射與脈衝的諧頻互鎖，利用被展開的頻譜光梳頻^[2] 作為光頻率的標準準確得知外腔式半導體雷射光頻率是本篇論文的重點。

本章會介紹本論文的研究目的跟構想、實驗使用的雷射系統簡介以及論文的架構。

1-1 研究目的

現在的時間是用銫原子光的原子鐘為標準。現在測量一段不很長的時間，最精確的鐘是氫射，它利用氫原子特有的振盪頻率。

基本上我們研究的動機主要是希望藉由固定的頻率來作為定義 THz 輻射波的標準。這就像利用銫原子光的原子鐘為準則來定義時間一樣，我們希望藉由鈦藍寶石鎖模雷射的固定共振腔所產生的固定的諧頻來當 THz 輻射波的標準。

1-2 研究構想

這一個連續波半導體雷射與飛秒雷射的互鎖實驗的研究構想是利用鈦藍寶石鎖模雷射的光脈衝的諧頻作為固定的參考頻率，用這光脈衝的固定諧波頻率來做連續波半導體雷射的參考頻率，進而使連續波半導體雷射的輸出光與鈦藍寶石鎖模雷射的光脈衝同步，而且又可以達到連續波半導體雷射穩頻的效果。

我們架設外腔式半導體雷射以使我們的雷射具有波長可調的特性，並且可以降低雷射的線寬跟擾動，讓互鎖更容易達成。

若能將兩個半導體雷射同時鎖至鈦藍寶石鎖模雷射的不同諧波頻率上，使兩半導體雷射的光頻差為 1THz，則此兩半導體雷射可用來產生頻率 1THz 的輻射波，而由此生成的頻率 1THz 的輻射波就可以作為一個量測的標準，這在 THz 研究跟應用領域上都有很大的用處。

我們知道一般若要兩個訊號同步，常常使用鎖相迴路(Phase Locked Loop; PLL)^[3]的技術，藉由迴授控制使一震盪器產生和輸入

訊號同步的訊號。藉由回授至壓電材料(PZT)和半導體雷射電流驅動器 (Current driver) 對外腔式半導體雷射波長做調變，進而達到迴授控制半導體雷射光頻率使其鎖在鈦藍寶石鎖模雷射的諧頻上。

應用鎖相迴路(PLL)的技術做連續波半導體雷射的穩頻與同步，達到雷射互鎖的目的。

1-3 傳統頻率量測

傳統光頻率、波長量測的方法，使用的儀器不外乎光頻譜分析儀 (Optical spectrum analyzer OSA) 以及波長儀 (Wave meter) 等儀器來量測頻率。其中光頻譜分析儀的量測原理則是利用光柵 (grating) 來將不同頻率的光分開，藉此來量測光譜。而波長儀的量測原理則是利用麥克森干涉的方法來量測波長。波長儀的內部有一個的氦氖雷射 (HeNe laser) 作為參考光源，而待測光波則與氦氖雷射產生干涉，藉此來可量測光譜的頻率與波長。

對於光頻譜分析儀而言，其解析度受限於光柵本身分光的能力等因素，其解析度約為 0.1 nm ~ 0.01 nm，依不同廠牌、機型而有所不同。而對波長儀而言，其解析度則受限於氦氖雷射的穩定度，其解析度約為 0.001 nm ~ 0.0001 nm，依不同廠牌、機型而有所不同。一般而言，穩頻後的氦氖雷射其解析度可為 0.0001 nm。不過，光頻譜

分析儀以及波長儀在拿來量測頻率前，都必須先校正後才能使用。

因此，我們現在則是利用鈦藍寶石鎖模雷射的光脈衝的諧頻作為固定的參考頻率，利用半導體雷射與飛秒光梳互鎖，就可利用飛秒光梳來做測頻，便可以達到更精確的頻率良測。

1-4 可調 THz 信號產生器

THz 強度調變的光訊號有許多的應用，例如寬頻光通訊、絕對距離量測用的外差干涉儀^[4]、雷射二極體內的四波混和^[5]、孤立子 (soliton) 光脈衝的產生^[6]、以及產生毫米波 (millimeter wave) 或 THz 輻射^[7]。利用將相同的兩道線性啾頻 (linear chirped) 光脈衝混和，將其一做時間延遲，Weling 等人^[7]報導一高達約 1THz 之可調的光正弦調變，但其工作週期 (duty cycle) 小於 0.3%，且此方法產生的 THz 輻射的頻寬相當寬，高達約 36GHz。利用直接調變一個高速的雷射二極體或使用一個外加的光波導調變器 (waveguide modulator)，可分別產生 63GHz^[8] 及 40 GHz^[9] 的調變訊號。另一種利用光電的技術產生高達 60GHz 的微波訊號的方式，是將兩束不同波長的雷射光在 MSESFET 或 HEMT 元件上作外差混和^[10]，這些實驗需要精確的校準兩束穩頻雷射光的方向，且至少其中之一為波長可調雷射。且必須以相位雜訊補償的方式，減低由 GHz 拍頻產生之電

訊號的線寬 (linewidth)^[11]。選擇鎖模半導體雷射輸出光譜中相鄰的兩個模，且將其他模抑制，可產生 37.2GHz 的拍頻^[12]，其調變深度 (modulation depth) 高達 100%，但是其調變頻率很難調。Arahira 等人^[21]證實利用被動鎖模雷射產生重複率高達 1.54THz 的光脈衝，其時間平均光譜包含三個相鄰 12.5 (~1.5THz) 的縱向模，因此其脈衝輪廓 (pulse envelop) (半寬 FWHM \cong 260fs) 非常接近正弦函數，也就是拍頻訊號。

本實驗利用兩個外腔半導體雷射，兩顆雷射在工作時的輸出光波長差大約為 2 nm，因此可應用在廣泛調變範圍的 THz 信號產生。



1-5 論文架構

本論文的主要目的在探討如何將兩種雷射利用鎖相迴路(PLL)的技術進行相位的互鎖，進而達到雷射相位同步與穩頻。

在第二章我們會討論到秒光梳頻的原理與概要。第三章介紹外腔雷射的原理以及鎖相迴路的原理。在第四章則是最主要的實驗的方法，我們將會簡介鎖相迴路的電路，以及兩個雷射的互鎖的實驗系統架構。第五章的實驗結果與討論，觀察互鎖後的連波半導體雷射的穩頻現象並且討論實驗的結果。最後在第六章節則為總結與未來展望。

第二章 飛秒光梳頻原理與概要

光頻率的計量對於基礎科學驗證扮演著重要的角色，量子物理的發展和雷射光譜的精確量測有著密切的關係，幾十年來科學家不斷尋找簡易的光頻量測方法，雖然藉由波長儀來量測波長可以得到頻率，但是受限於干涉波前無可避免的扭曲，準確度無法優於 10^{-10} ，更準確的光頻計量仍需要藉由頻率來量測^[13]。目前的頻率則是以鉀原子的基態躍遷頻率（9.192631770 GHz）為標準。

光頻率標準和光頻計量這個領域以往都是連續波單頻雷射的天下，自從 1999 年德國馬普所 Hänsch 教授把飛秒脈衝雷射應用在鉀原子的 D1 譜線的頻率量測後^[14]，飛秒雷射在光頻計量的應用便開始受到矚目，其實 Hänsch 早在 1978 年便有了以鎖模雷射測量光頻的構想^[15]，只是那時的皮秒（ps）雷射的頻譜寬度並不大，因此光頻計量上並未受到重視。2000 年貝爾實驗室利用微結構光纖的非線性效應把飛秒雷射的頻譜寬度從十幾個 THz 擴展到 550 THz^[16]，這個延展頻譜寬度的技術，使得 JILA 的科學家開發出簡易的飛秒雷射的穩頻方法^[17]，這更加速了飛秒雷射在光頻計量的發展，現在這樣的技術可以說是標準的高精準度光頻量測方法。

本章將介紹飛秒鎖模雷射應用於 THz 頻率量測上的原理鎖模雷射在頻域上。飛秒鎖模雷射具有許多等距同調的光梳（Frequency

comb) 可以作為光頻率的標準源。我們所使用的飛秒鎖模雷射是由工業研究院量測中心所提供^[18]，它藉由光纖的非線性效應將鈦藍寶石雷射的光梳展開到涵蓋可見光及近紅外光，擴大了可應用範圍。並且利用「f-2f self-referencing」技術穩定了光梳頻的頻率，成為良好的標準源。

2-1 飛秒光梳頻

要瞭解鎖模雷射如何應用在光頻計量，我們必須先對鎖模雷射的頻譜有所瞭解，飛秒脈衝雷射是藉由鎖定所有起振的雷射縱向模的相位而產生週期性的脈衝，由雷射腔輸出的脈衝雷射的電場強度可表為：

$$E(t) = A(t)e^{-i2\pi f_c t} + c.c. \quad (2-1)$$

其中 $A(t)$ 為週期性的波封方程式， f_c 為載波頻率。

而週期性的波封方程用傅立葉級數可展開成：

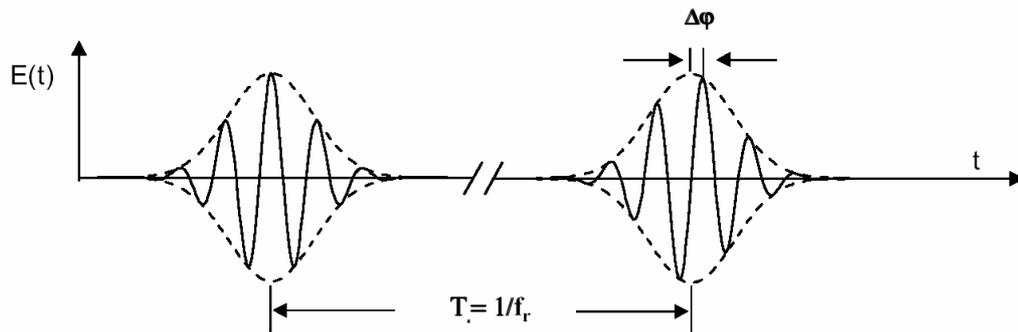
$$A(t) = \sum A_n e^{-i2\pi n f_r t} \quad (2-2)$$

其中 $f_r = v_g/2L$ 為脈衝的重複頻率， v_g 為群速度， L 為雷射腔長。

因此該脈衝雷射的電場可以寫成：

$$E(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{-i2\pi(f_c + n f_r)t} + c.c. \quad (2-3)$$

Time domain



Frequency domain

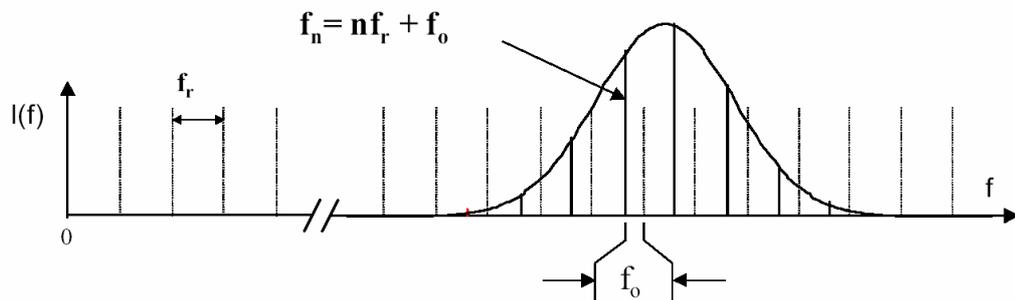


圖 2-1 鎖模雷射的頻譜

在頻譜上來看，這個電場是由相等頻率間距 f_r 的光梳所構成，而第 n 根光梳的頻率為脈衝重複頻率的整數倍，亦即 $f_n = n \times f_r$ 。以上的敘述並沒有考慮到載波相位和波封相位的問題，但是在雷射腔內的介質都有色散現象，因此會是造成波封以群速度而載波以相速度前進，由於這兩個速度不一樣，雷射脈衝每繞行雷射腔一週，載波相位和波封相位就會有 $\Delta\phi$ 的相位差 ($2\pi \geq \Delta\phi \geq 0$)，如圖 2-1 所示，由於雷射在共振腔每繞一次，就要重複原來的狀態，因此雷射載波相位必須滿足 $2\pi f_c T + \Delta\phi = n 2\pi$ ，其中 T 為脈衝繞雷射腔一次所需時間、 n 為正整數，所以實際上滿足這樣條件的載波頻率為 $f_n = n \times f_r + f_0$ ，其中 $f_0 = (\Delta\phi / 2\pi) / T$ ，也可以表為 $f_0 = (\Delta\phi / 2\pi) f_r$ ，這個載波波封相位差

使得各梳子的頻率並不等於雷射脈衝頻率的整數倍，而是有一個偏差頻率 (offset frequency) f_0 ，其中脈衝重複頻率 f_r 和偏差頻率 f_0 都是在微波範圍，因此利用一個鎖模雷射就可以將微波和光頻連結起來。如果 f_r 和 f_0 都是穩定的，那麼每一支光梳的頻率就穩定，一般飛秒雷射的頻譜寬度約在幾個 THz 以上，如果脈衝重複頻率是 1 GHz，那麼一個穩頻的飛秒雷射就含有數千個穩頻的雷射，這是傳統建議輻射所無法比擬的。

2-2 飛秒雷射和光纖展頻



飛秒雷射能夠成為頻率量測的工具，必須要先穩定其脈衝重複頻率 repetition frequency f_r 和偏差頻率 offset frequency f_0 。脈衝 repetition frequency f_r 用快速的光二極體可以很容易偵測，藉由控制雷射的腔長即可控制重複頻率 repetition frequency f_r ，至於 f_0 的量測方法，可以由 $f_{2n}-2f_n=f_0$ 得知，也就是第 $2n$ 根光梳和第 n 根光梳的倍頻的頻差，因此必須要脈衝雷射的頻譜寬度夠寬，以致於涵蓋 f_n 及 $2f_n$ 的頻率範圍。目前僅有少數研究群，可以直接由脈衝雷射產生兩倍頻寬，較為普及的方法是利用特殊的微結構光纖 (microstructure fiber) 或者稱為光子晶體光纖 (photonic crystal fiber) 來延展飛秒雷射的頻譜。這種光纖的波導色散

(waveguide dispersion) 比傳統光纖容易操控，因此可用來平衡物質色散使得零色散的波長不同於一般的通訊光纖，零色散已經可以移轉到可見光範圍，一般的飛秒鈦藍寶石其中心波長約在 800 nm，這樣的雷射光在這種光纖中可以傳遞較長的距離而其脈衝寬度不至於迅速變寬，因此非線性效應的作用距離較一般通訊光纖長，藉由光纖的非線性效應可以把飛秒雷射的頻譜寬度擴展到兩倍頻寬以上。參與的非線性效應機制包括自相位調制 (self phase modulation)、四波混合 (four wave mixing)、拉曼效應、孤粒子分裂 (soliton fission) 等等^{[19][20]}。

本實驗中利用微結構光纖^[21] (如圖 2-2 所示) 將鎖模雷射輸出光的頻譜展寬 (如圖 2-3 所示)，其光梳頻的分布從 500nm 到 1180nm。

此系統使用一種稱為「f-2f self-referencing」^[2] 的技術，其實驗架構如圖 2-4，利用展寬後的光梳頻可以測知雷射的 offset frequency f_o 以及 repetition frequency f_r ，並迴授控制 f_o 跟 f_r 的頻率。「f-2f self-referencing」是指利用微結構光纖將光頻展開後，將較低頻的部分：

$$f_n = nf_r + f_o \quad (2-4)$$

利用倍頻晶體產生倍頻：

$$2f_n = 2(nf_r + f_o) \quad (2-5)$$

再與原本的高頻部分：

$$f_{2n} = 2nf_r + f_o \quad (2-6)$$

產生拍頻以量取 f_o ：

$$2f_n - f_{2n} = 2(nf_r + f_o) - (2nf_r + f_o) = f_o \quad (2-7)$$

得到 offset frequency f_o 後，將其鎖到一台頻率合成器上，頻率合成器的時基參考到低雜訊微波頻率源。偏差頻率和頻率合成器的信號都先經過除頻後才送到數位相位偵測器上，所得到的相位信號迴授控制聲光調制器藉以控制幫浦雷射的功率，幫浦雷射的功率影響脈衝雷射的功率，透過 Kerr 效應而改變折射率，因此可以控制載波波封相位，也就是控制偏差頻率。

將飛秒鎖模雷射光梳頻穩定後，他的每個光梳頻 $f_n = nf_r + f_o$ 就形同是在頻域上的一把尺的刻度。鎖模雷射的諧頻相當的穩定，可視為良好的頻率標準，經展寬後的光頻頻譜可用來應用的範圍更增加了。

圖 2-5a、b 顯示穩頻後的 repetition frequency f_r 擾動量跟穩定度；圖 2-6a 顯示利用此技術所獲知的 offset frequency f_o ；圖 2-6b 顯示穩頻後的 offset frequency f_o 的擾動量。

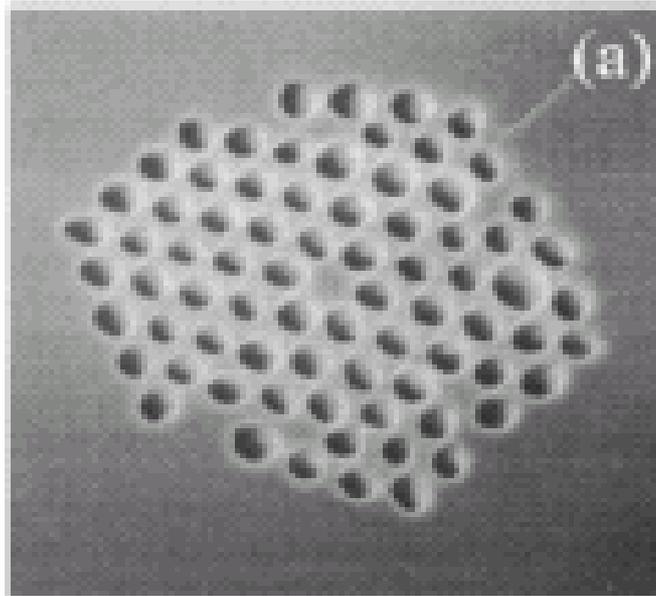


圖 2-2 微結構光纖放大圖

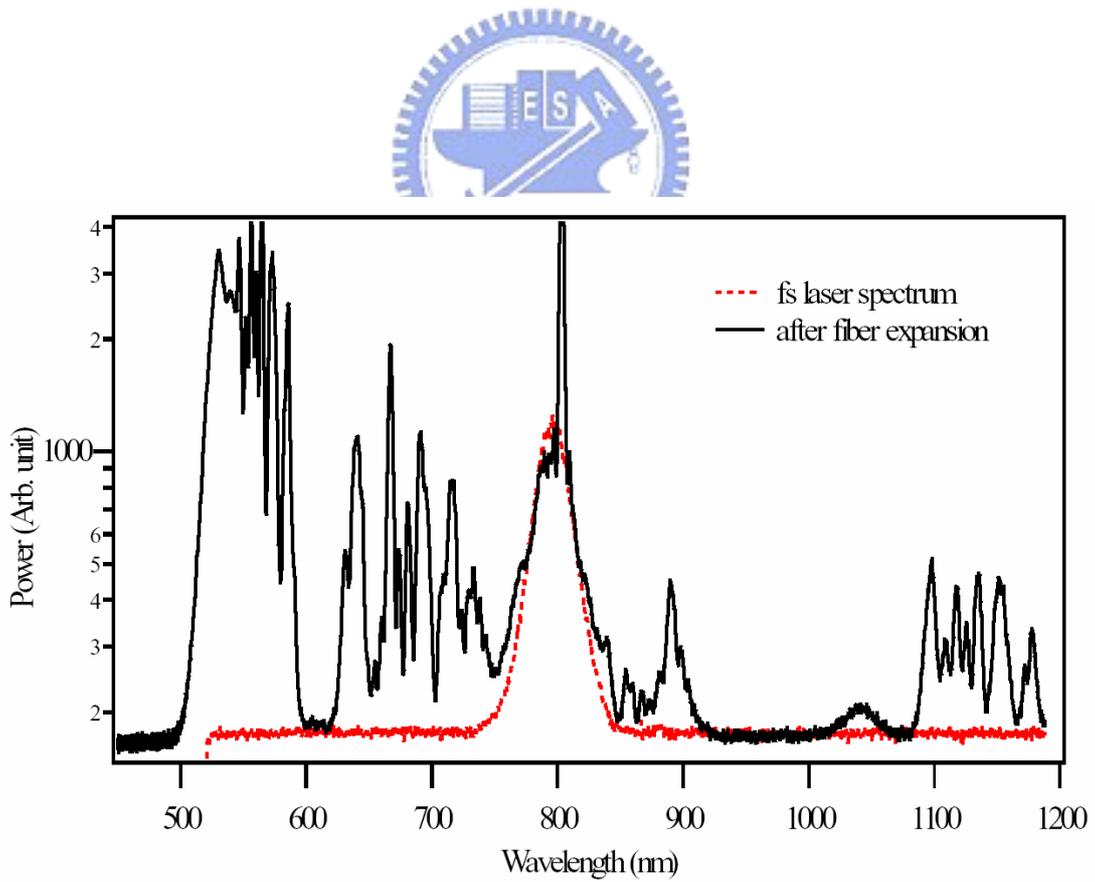


圖 2-3 經微結構光纖展開的頻譜

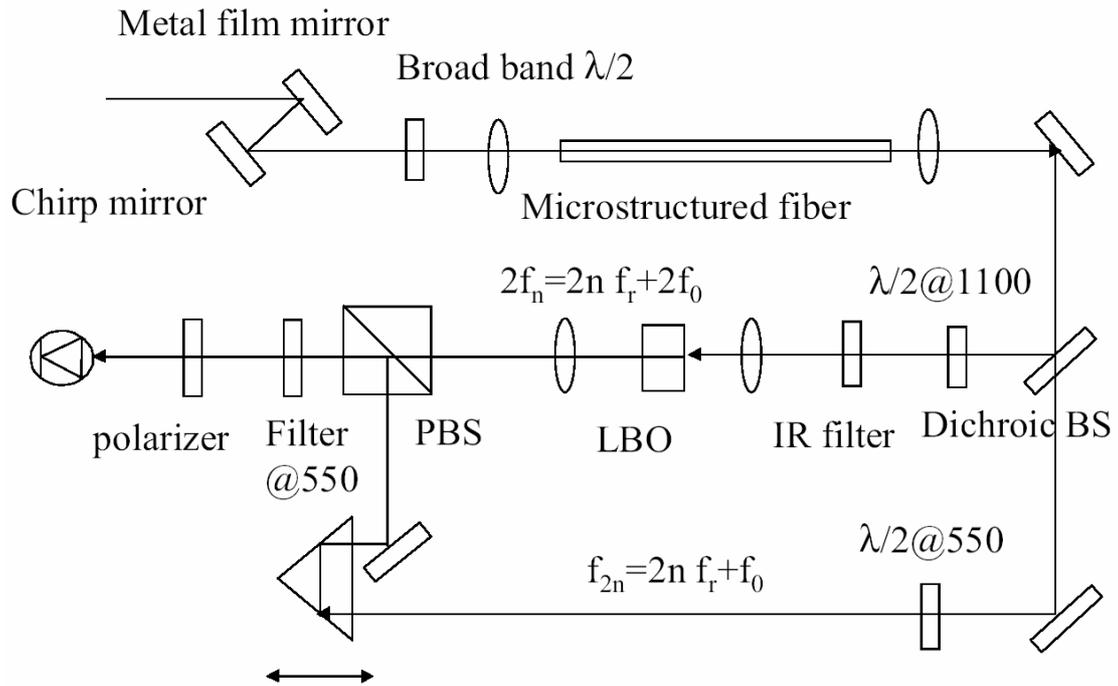


圖 2-4 「f-2f self-referencing」實驗架構

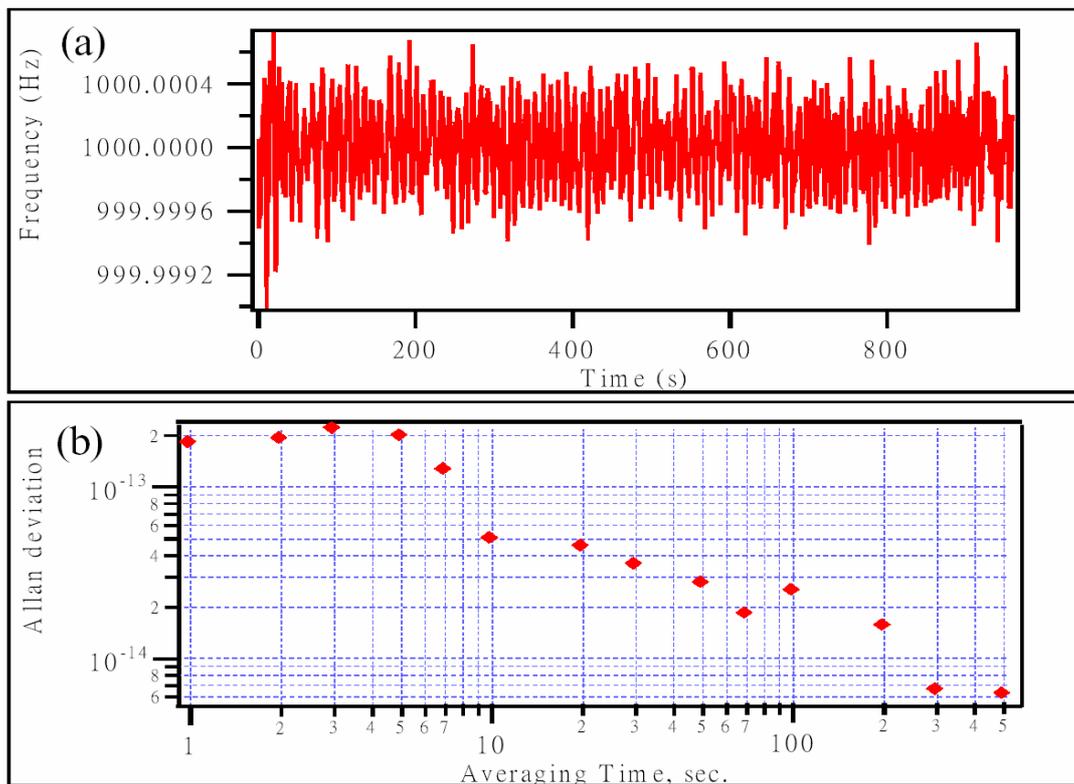


圖 2-5 穩定後的 f_r 的頻率擾動

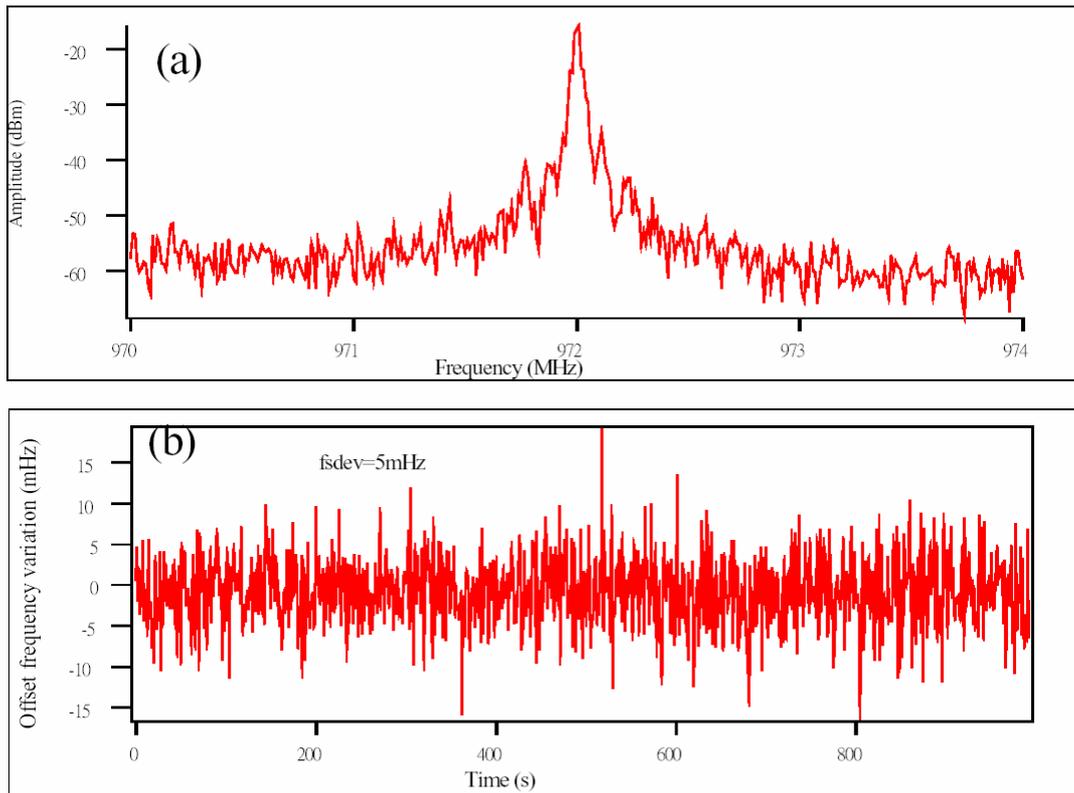


圖 2-6 偵測到的 offset 訊號以及穩定後的 f_o 的頻率擾動

2-3 利用光混頻產生連續波兆赫輻射

一般用來產生 THz 輻射的方式是利用一個鎖模的飛秒級雷射 (如鈦藍寶石雷射) 來產生。但是因為飛秒級的鎖模雷射體積大且價格昂貴，不是一般實驗室所能擁有的，所以很多人期待一個波長可調、體積小、穩定而又不貴的同調性 THz 光源的出現。

光混頻技術是產生連續波兆赫輻射的基本技術，他是利用兩個單模雷射或是一個多模雷射的混頻來產生光強度在 THz 頻率的拍頻。兩個頻率些微差異的波結合就是一個具有該差頻調變波包的波。其強度調變的光會激發光導天線中的電子電洞對，然後被加在光導天線的偏

壓所加速。被加速的電子電洞對會產生 THz 輻射波，所產生的 THz 輻射波頻率正等於光拍頻的頻率。

當兩個頻率些微差異的電場同軸地傳播到已加偏壓的光導天線上，其拍頻訊號會產生輻射。我們假設兩平行電場為：

$$E_1(t) = E_{10} \text{Cos}(\omega_1 t + \phi_1)$$

$$E_2(t) = E_{20} \text{Cos}(\omega_2 t + \phi_2) \quad (2-8)$$

其中 E_{10} , E_{20} , ω_1 , ω_2 , ϕ_1 and ϕ_2 是振幅，角頻率跟兩波的相位常數。

總電場就是以上兩電場的重合：

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_1 \text{Cos}(\omega_1 t + \phi_1) + E_2 \text{Cos}(\omega_2 t + \phi_2) \quad (2-9)$$

從圖 2-7 中的模擬圖我們可以看到總電場的波型具有一個變化緩慢的波包跟變化快速的載子頻率在其中。

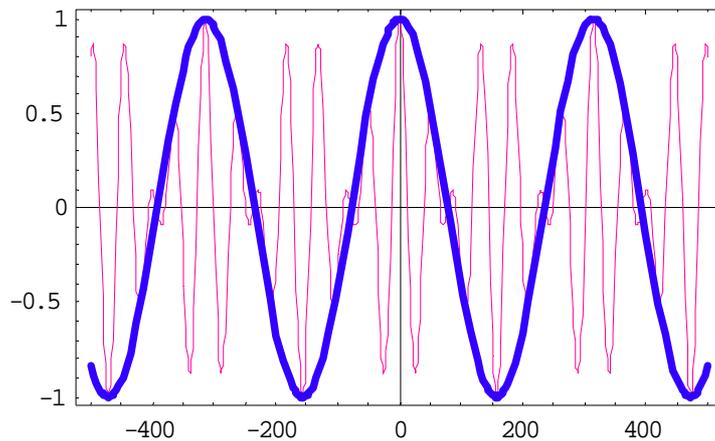


圖 2-7 兩具有些微頻率差的波型重合模擬圖。細線是兩波的疊加，

粗線的波型頻率是 $(\omega_1 - \omega_2)/2$ 。

因為光導天線的光載子生命週期大約是 1 ps，所以它無法對較快的頻率產生反應。產生的拍頻強度需要對時間作平均：

$$\begin{aligned}
 I_{beat}(t) &= c\epsilon_0 \langle E^2(t') \rangle_T = c\epsilon_0 \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} (E_1(t') + E_2(t'))^2 dt' \\
 &= c\epsilon_0 \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} [E_1^2 \cos^2(w_1 t' + \phi_1) + E_2^2 \cos^2(w_2 t' + \phi_2) + 2E_1 E_2 \cos(w_1 t' + \phi_1) \cos(w_2 t' + \phi_2)] dt' \\
 &= \frac{c\epsilon_0}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \left\{ E_1^2 \frac{1 + \cos 2(w_1 t' + \phi_1)}{2} + E_2^2 \frac{1 + \cos 2(w_2 t' + \phi_2)}{2} \right. \\
 &\quad \left. + E_1 E_2 \cos[(w_1 t' + \phi_1) + (w_2 t' + \phi_2)] + E_1 E_2 \cos[(w_1 t' + \phi_1) - (w_2 t' + \phi_2)] \right\} dt' \\
 &= \frac{c\epsilon_0}{T} \left\{ E_1^2 \left[\frac{T}{2} + \frac{\sin 2(w_1 t' + \phi_1)}{2w_1} \right]_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} + E_2^2 \left[\frac{T}{2} + \frac{\sin 2(w_2 t' + \phi_2)}{2w_2} \right]_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \right. \\
 &\quad \left. + E_1 E_2 \frac{\sin[(w_1 + w_2)t' + (\phi_1 + \phi_2)]}{w_1 + w_2} \right|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} + E_1 E_2 \frac{\sin[(w_1 - w_2)t' + (\phi_1 - \phi_2)]}{w_1 - w_2} \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \Big\}
 \end{aligned}$$

(2-10)

其中 c 代表真空中的光速， ϵ_0 是自由空間的介電常數， T 是偵測器的反應時間：

我們已知：

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin(\omega t' + \phi)}{\omega T} \Big|_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} &= \frac{\sin[\omega(t + \frac{T}{2}) + \phi] - \sin[\omega(t - \frac{T}{2}) + \phi]}{\omega T} = \frac{2\cos(\omega t + \phi) \sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega T} \\
 &= \cos(\omega t + \phi) \text{Sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right)
 \end{aligned}$$

(2-11)

其中 $\text{Sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}}$.

將(2-11)帶入 (2-10)，可將式子簡化為：

$$\begin{aligned}
 I_{beat}(t) = c\epsilon_0 \{ & \frac{E_1^2}{2} + E_1^2 \text{Cos}(2w_1t + 2\phi_1) \text{Sinc}(w_1t) \\
 & + \frac{E_2^2}{2} + E_2^2 \text{Cos}(2w_2t + 2\phi_2) \text{Sinc}(w_2t) \\
 & + E_1E_2 \text{Cos}[(w_1 + w_2)t + (\phi_1 + \phi_2)] \text{Sinc}[\frac{(w_1 + w_2)T}{2}] \\
 & + E_1E_2 \text{Cos}[(w_1 - w_2)t + (\phi_1 - \phi_2)] \text{Sinc}[\frac{(w_1 - w_2)T}{2}] \}
 \end{aligned}
 \tag{2-12}$$

下圖 2-8 描繪的是 Sinc-function $\text{Sinc}(x)$ 。圖中所示當 X 增加時，Y 會快速地降低。

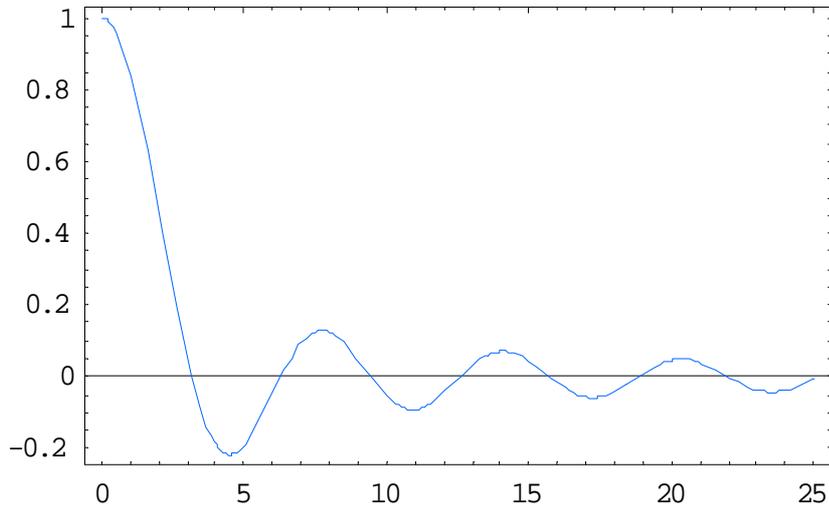


圖 2-8 Sinc-function 圖。

當 X 大於 π (3.1415) 時，Y 值會小到可以被忽略。雷射頻率大約是 10^{15} Hz，但是快速偵測器反應時間 T 大約是 10^{-12} 秒。我們可以忽略在式子(2-12)中較快速的項目，所以等式可以被寫成：

$$I_{beat}(t) = \frac{c\epsilon_0 E_1^2}{2} + \frac{c\epsilon_0 E_2^2}{2} + c\epsilon_0 E_1 E_2 \text{Cos}[(\omega_1 - \omega_2)t + (\phi_1 - \phi_2)] \text{Sinc}\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)T}{2}\right]$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{Cos}[\Omega t + \phi] \quad (2-13)$$

以上頭兩個式子是光波一與光波二的平均強度。 Ω 是兩光波之間角頻率的差。 ϕ 是兩光波之間相位的差。其結果如下圖 2-9 所示：

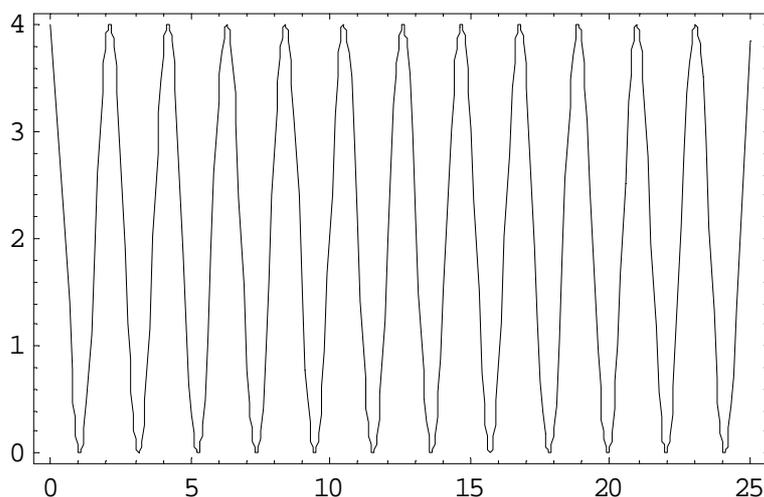


圖 2-9 拍頻強度的角頻率是 Ω 。模擬中我們假設 I_1 等於 I_2 。

由本實驗室郭威宏學長的研究成果中得知，利用兩顆半導體雷射架設出一套雙波長雷射系統，它的最大輸出功率約 25 mW，波長差可調範圍為 2 nm（見圖 2-10），而且長時間的相對頻率漂移量小於 300 MHz。使用 Martin-Puplett 偏振式干涉儀和輻射熱偵測器，來量

測由做在半絕緣性砷化鎵基板上的蝴蝶結式天線產生的連續波 THz 的同調性 (見圖 2-11)。此天線的間隙是 10 μ m，長度是 1mm，其共振頻寬為 0.4 THz，峰值在 0.32 THz (見圖 2-12)。量測到的連續波 THz 同調長度約為 100 公分，線寬相當於 250 MHz，與雙波長雷射系統所量測到的頻率漂移量相符。若是再對雙波長雷射系統做穩頻的控制，相信所產生的連續波 THz 線寬可以小到數十 MHz 到數百 KHz。此窄頻寬的 THz 輻射可以用在光譜學或是成像上，可以得到較高的解析度。

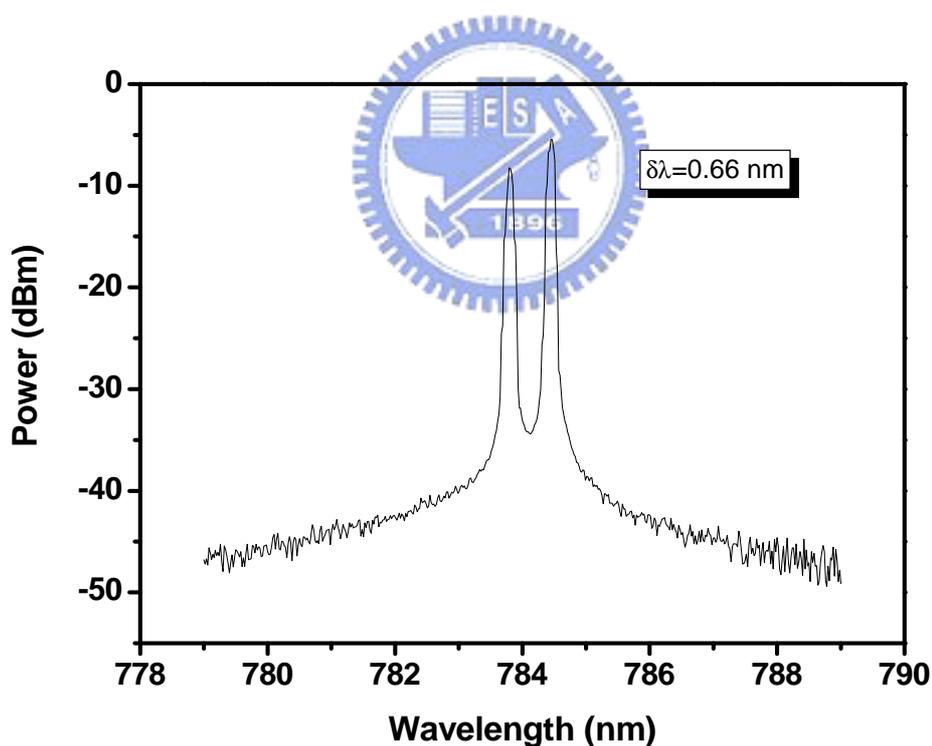


圖 2-10 雙波長雷射輸出光譜。

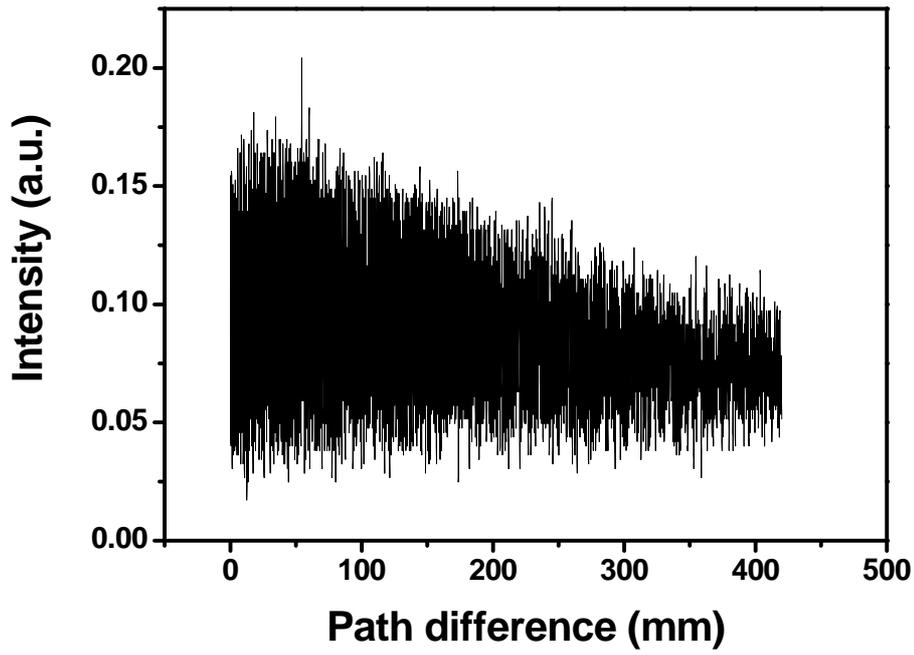


圖 2-11 使用 Martin-Puplett 偏振式干涉儀和輻射熱偵測器量測產生的連續波 THz 輻射波的同調性。

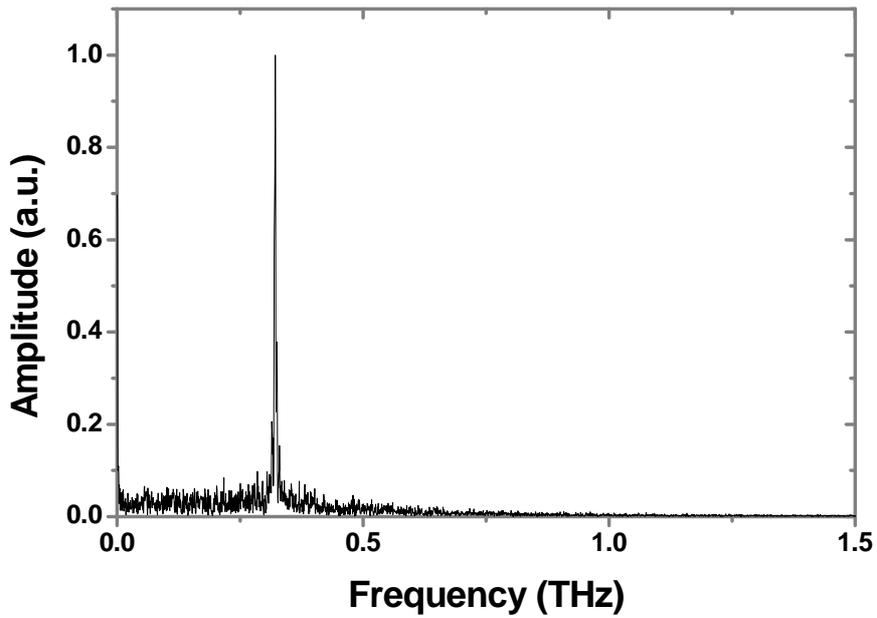


圖 2-12 CW THz 輻射波頻譜圖。

第三章 系統原理與概要

本章會介紹連續波波長可調外腔式半導體雷射的基本原理以及迴授電路-鎖相迴路(Phase Locked Loop; PLL)的基本原理

3-1 連續波波長外腔式可調半導體雷射系統

3-1.1 連續波波長可調半導體雷射

波長可調雷射在光纖通訊、雷射光譜學、精密量測等研究領域中應用廣泛。這種雷射必須具備兩個基構成要件：一個是頻寬較大的增益介質，另一個是具有可選擇且可調整輸出波長機構的共振腔。目前使用廣泛的寬頻增益介質的雷射包括染料雷射、固態雷射如鈦藍寶石雷射、自由電子雷射、以及半導體雷射。染料雷射與鈦藍寶石雷射皆需要以另一個大功率泵雷射（例如氫離子雷射）來激發，而染料雷射還有另一個缺點，需要經常更換染料；自由電子雷射的輸出波長理論上可由紫外光調整到紅外光，是一個很理想的波長可調光源，但是本型雷射通常附屬於龐大且昂貴的同步加速器，所以尚不適宜由一般實驗室採用。半導體雷射因其體積小、壽命長、操作容易、可直接注入雷流泵浦、調變頻率高等優點，故而使其極具商業價值。尤其在通訊系統的應用上，其非常適合作為通訊光源。近年來藉由製程技術的改善，及雷射結構的改良，現在半導體雷射已可產生瓦級以上的輸出功

率，這使得它的應用範圍更廣了。

波長可調之半導體雷射系統的波長選擇及調整方式有很多種，通常比較常被採用的方式是在外共振腔中置入一個適當的自由頻譜範圍（Free Spectrum Range，簡稱FSR）的 etalon^[22]、雙折射濾波片（birefringent filter）^[23]、或是光柵（grating）^[24-27] 等等。由於光柵的解析度高，且波長可調範圍較大，因此比較適合在一般研究實驗室使用。

目前常見的光柵外腔式半導體雷射系統架構主要有 Littrow^[24-25]（如圖 3-1）與 grazing incident^[26-27]（如圖 3-2）兩種，一般而言 Littrow 光柵結構繞射效率較高，但因其所使用的光柵條紋數較少，除非將光束展開，其解析度相對較低。Grazing incident 光柵由於光斜向入射，所以解析度較高。它是利用光柵繞射的原理將平行的不同波長入射光展成不同角度的繞射光，再利用全反射鏡選擇波長回饋。

一般產生雙波長輸出的方式是以 single-strip 雷射利用耦合共振腔（couple cavity）^[28] 或雙光柵外腔^[29]。前者是在半導體雷射的出射面外加一較短外部共振腔，因兩者互相耦合的共振腔之縱向模不同，若將外腔做適當調整，等效上使模距加大，可產生兩個輸出波長。後者則是利用分光鏡將光束分成兩道，再分別以光柵調整波長回饋，形成雙外腔而產生雙波長的輸出。但上述兩者的缺點是兩波長穩定性

不好，且波長無法做較大範圍的調整。

我們實驗室以前改良了 grazing-incident 光柵外腔雷射無法同時選擇兩不同角度波長回饋的缺點，以透鏡將一階繞射光聚焦於不同點，因此我們可以同時選擇兩個波長回饋雷射二極體之中，以同時產生雙波長的輸出。

但是這樣的架構有一個缺點，那就是使用外腔雙波長雷射的輸出雙波長有爭奪增益的現象使得產生波長的穩定度欠佳，輸出強度也不能保持穩定。

現在本實驗用的方法並不同於以前實驗室所用的外腔雷射架構來產生雙波長雷射，而是改用兩個外腔半導體雷射來產生雙波長雷射。將兩雷射的輸出光調整為同軸，光偏振方向也用偏振片來調整成相同，這樣雙波長雷射在光導天線或是光導開關作用產生出兩雷射的差頻訊號時會有最大的效能，也可以避免外腔雙波長雷射的缺點。

Littrow grating

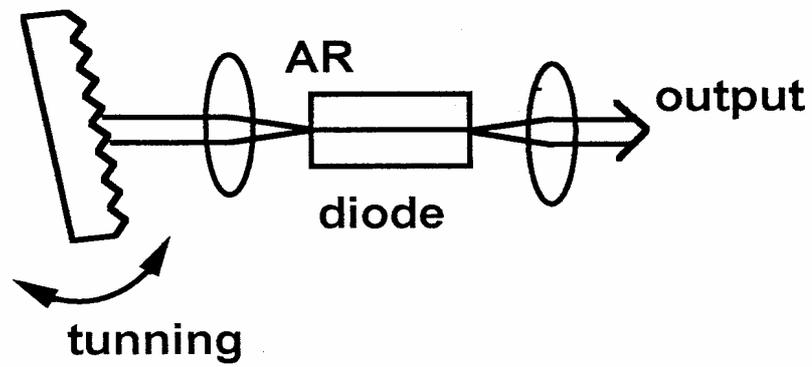


圖 3-1 Littrow grating 結構



grazing-incident grating

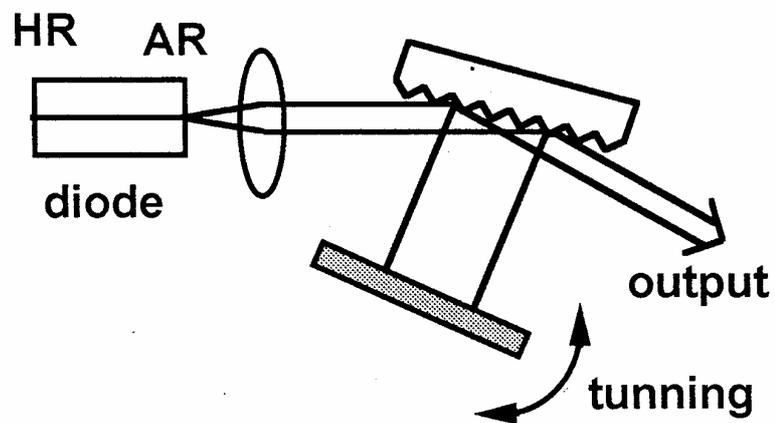


圖 3-2 grating incident 結構

3-1.2 連續波長可調的原理

半導體雷射的波長可調特色是光柵選擇波長功能的運用結果。根據光柵繞射原理，如（圖 3-3）光柵繞射角度與波長的關係：

$$\lambda = \frac{\Lambda}{m} (\sin \theta_i + \sin \theta_r) , \quad (3-1)$$

其中 λ ：入射光波長，

Λ ：光柵條紋的間距，

θ_i ：入射角，

θ_r ：m 階繞射反射角，

我們利用光柵將光自頻域座標展成空間分佈，並在一階繞射方向放置一平面鏡反射某單一波長的光，即可達到選擇單波長的功能；將(3-1)式微分可得不同波長的繞射角度差：

$$\frac{d\lambda}{d\theta_r} = \Lambda \cos \theta_r 。 \quad (3-2)$$

架設外腔後，系統非飽和淨功率增益（unsaturated net mode power gain）可描述為^[30]：

$$\begin{aligned} G_{net} &= g(I, \lambda) - \alpha - \frac{1}{l} \left[\ln \frac{1}{r_1 r_2} + \ln \frac{r_2}{r_{eff}(\lambda)} \right] , \\ &= g(I, \lambda) - L(\lambda) \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中 $g(I, \lambda)$ 為半導體雷射每單位長度非飽和模增益，

α 為半導體雷射內部每單位長度的損耗係數，

r_1, r_2 為半導體雷射兩端面之反射係數，

l 為半導體雷射的腔長，

$L(\lambda)$ 為組合腔體的淨損耗。

等效 (Effective) 反射率：

$$r_{eff}(\lambda) = \frac{r_2 + r_3(\lambda)}{1 + r_2 r_3(\lambda)}, \quad (3-4)$$

其中 r_3 為外腔將光反射回半導體雷射的反射係數。

$$\Delta L = -\frac{1}{l} \ln \left[\frac{r_2}{r_{eff}(\lambda)} \right], \quad (3-5)$$

其中 ΔL 為外腔回授光所減少的損耗。

若我們選擇 λ_0 做為輸出波長，則以繞射光柵組成的外腔：

$$\begin{aligned} r_3(\lambda) &= 0, \quad \lambda \neq \lambda_0 \\ r_3(\lambda) &= r_g, \quad \lambda = \lambda_0 \end{aligned} \quad (3-6)$$

外腔式半導體雷射的邊界條件 (threshold condition)：

$$\begin{aligned} G_{net}(I_{th}, \lambda_l) &= 0 \\ l &= p \frac{\lambda}{2n}, \end{aligned} \quad (3-7)$$

其中 λ_l 為雷射波長，

p 為正整數。

由此將 (式 3-3) 改寫為：

$$\begin{aligned} G_{net}(I_{th}, \lambda_l) &= g(I_{th}, \lambda_l) - \alpha - \frac{1}{l} \left[\ln \frac{1}{r_1 r_2} + \ln \frac{r_2}{r_{eff}(\lambda_l)} \right], \\ &= g(I_{th}, \lambda_l) - L(\lambda_l) = 0 \end{aligned} \quad (3-8)$$

回授所造成的增益差 Δg ：

$$\Delta g = -\Delta L = \frac{1}{l} \ln \left[\frac{r_2}{r_{eff}(\lambda_l)} \right], \quad (3-9)$$

假設半導體雷射的增益輪廓為拋物線函數，則：

$$\begin{aligned} g(I, \lambda) &= g_0 - \frac{1}{l} \left[\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta \lambda} \right]^2, \\ &= g_0 + \Delta g \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中 g_0, λ_0 為偏壓電流為 I 時的每單位長度增值和波長，

$\Delta \lambda$ 為半導體雷射的增益頻寬 (gain bandwidth)。

由式 (3-8) ~ 式 (3-10)，當 $\Delta g = -\Delta L$ 時，有最大波長調整範圍：

$$\begin{aligned} \Delta g &= -\frac{1}{l} \left[\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta \lambda} \right]^2 = \frac{1}{l} \ln \left[\frac{r_2}{r_{eff}(\lambda_l)} \right] = -\Delta L \\ (\lambda_0 - \lambda)^2 &= \Delta \lambda^2 \ln \left[\frac{r_{eff}(\lambda)}{r_2} \right], \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$\Delta \lambda_t \cong 2(\lambda - \lambda_0) = 2\Delta \lambda \left\{ \ln \left[\frac{r_{eff}(\lambda)}{r_2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (3-12)$$

其中 $\Delta \lambda_t$ 為最大波長可調範圍。

由式 (3-12)，當回授光強度愈大時，波長可調範圍也愈大。

實驗量測顯示，當雷射溫度為 19°C ，工作電流在 100mA 時，外腔式波長可調雷射的波長可調範圍為 $\Delta\lambda_l = 2.46\text{nm}$ ，頻率差為 $\Delta\nu = 1.05\text{THz}$ 。因此外腔式波長可調波長雷射很適合作為通訊以及雷達用途的 THz 微波信號產生器。

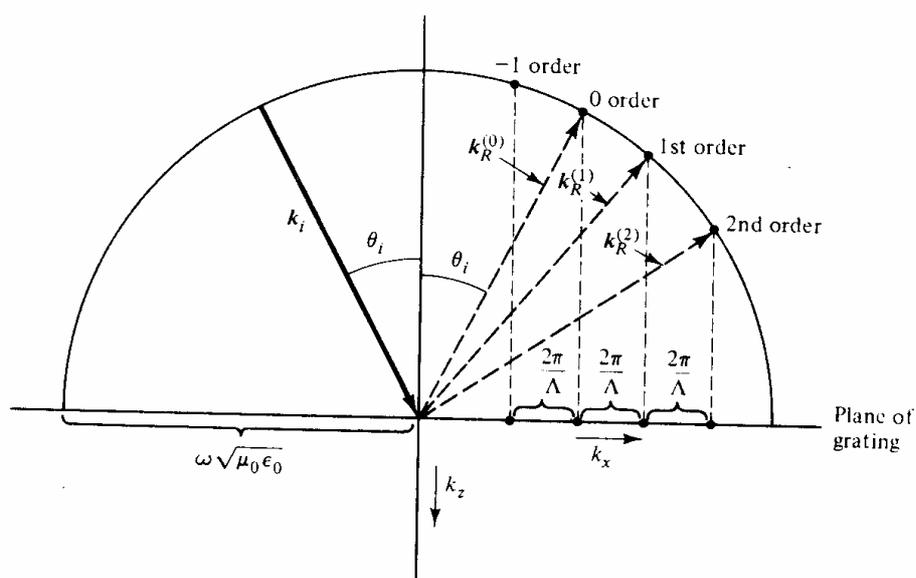
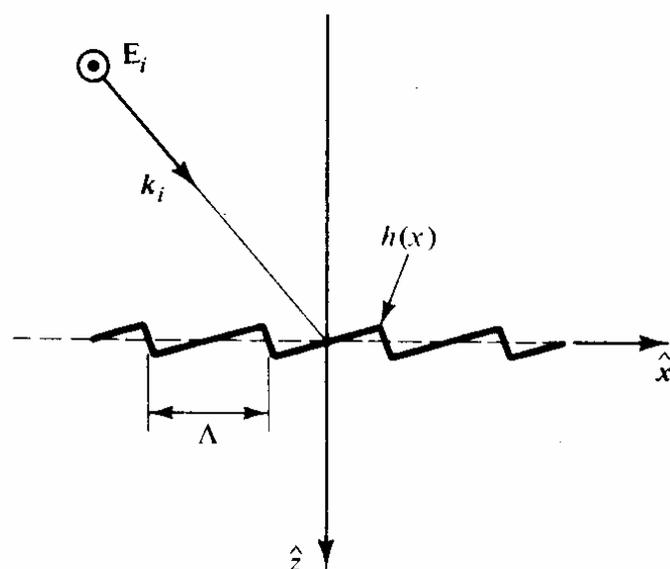


圖 3-3 光柵繞射圖

3-2 雷射穩頻系統

我們可以很容易發現幾種減低雜訊的穩頻方法：

(1) 降低外部雜訊 v_{ex} 所引起的頻率擾動。如降低電流源的電流擾動，溫控的溫度擾動，週圍溫度（ambient temperature）的擾動，及機械和聲波上的震動。

(2) 降低 β 參數。要降低由自發輻射引起的擾動並減低 β 參數的影響，這要從改變能帶結構如量子井結構或所謂的 cavity QED（quantum electrodynamics）技術下手，這並不在我們討論的範圍內。

不過即使我們的雷射系統已經盡量做到上面二點，但還只算是被動穩頻控制。為了更進一步提高頻率穩定度，我們加入一電子電路去做主動回授控制。電子電路的負回授效應可以下式表示：^[A]

$$\delta v_{fb}(t) = \Delta v_{in}(t) + \Delta v_{ex}(t) - \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot \{\delta v(t-\tau) + \Delta v_n(t-\tau)\} d\tau, \quad (3-13)$$

其中 $\Delta v_{in}(t)$ 為本質雜訊所引起的頻率漂移，

$\Delta v_{ex}(t)$ 為外部雜訊所引起的頻率漂移，

$h(\tau)$ ：回授電路的脈衝響應，

$\delta v(t-\tau)$ ：電路所量得的頻率擾動

Δv_n ：回授電路引起的雜訊大小，

將上式做富利葉轉換：

$$F(f) = \frac{1}{1+H(f)} \cdot \Pi_{in}(f) + \frac{1}{1+H(f)} \cdot \Pi_{ex}(f) - \frac{H(f)}{1+H(f)} \cdot \Pi_n(f), \quad (3-14)$$

其中 $F(f)$: δv_{fb} 的富氏轉換形式，

$H(f)$: h 的富氏轉換形式，

$\Pi_{in}(f)$: Δv_{in} 的富氏轉換形式，

$\Pi_{ex}(f)$: Δv_{ex} 的富氏轉換形式。

由上式知經由回授電路的運作，等號右邊前兩項的本質雜訊和外部雜訊都已減低了，但它亦會如最後一項引進一個電路雜訊（極限）。

在穩頻系統中一個重要元件是頻率鑑別器（frequency discriminator），其功能為量測輸出頻率並將其轉為可以運用的信號。需具備：容易操作、靈敏度高、穩定性佳等等幾個特點。

3-2.1 鎖相迴路基本原理

鎖相迴路(Phase-locked loop : PLL)是一個回授控制系統，它使得震盪器的輸出訊號與迴路的輸入訊號在頻率及相位上達到同步。

鎖相迴路(PLL)的基本區塊有三：相位偵測器(Phase detector : PD)、迴路濾波器(Loop filter : LF)、壓控振盪器(Voltage Controlled Oscillator : VCO) 圖 3-4。

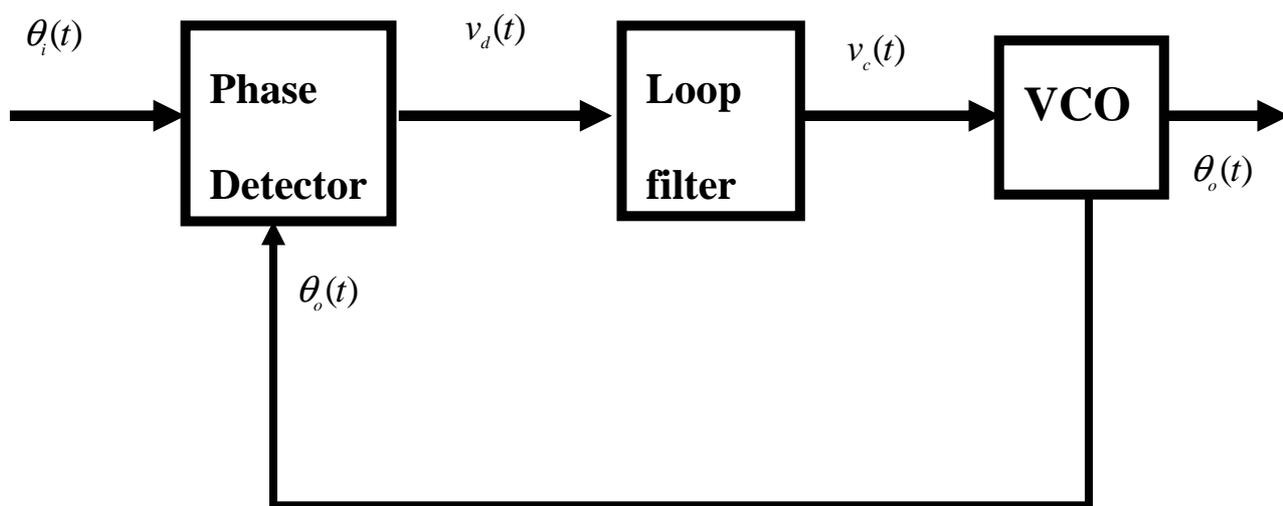


圖 3-4 鎖相迴路(PLL)的基本區塊

相位偵測器比較輸入訊號和壓控振盪器的相位，並輸出一個訊號 $v_d(t)$ ， $v_d(t)$ 這個訊號是兩個輸入訊號相位差的函數。相位偵測器的輸出經過迴路濾波器，留下誤差雜訊的直流成份，用來驅動壓控振盪器。VCO 的控制電壓 $v_c(t)$ 驅動 VCO 改變振盪頻率，使得 VCO 的振盪頻率與輸入訊號頻率的差值逐漸變小，當這兩個頻率一樣，相位差為定值時(即輸出訊號與輸入訊號同步)，我們稱此狀態為“鎖定”(Locked)，此時 VCO 的振盪頻率 f_o 等於輸入訊號頻率 f_i 。鎖定以後，PLL 就會去追蹤(tracking)輸入訊號頻率，也就是說 VCO 的頻率迴隨著輸入訊號頻率的改變而改變。

鎖相迴路基本上是一個伺服控制系統，使壓控振盪器訊號與輸入訊號保持同步(synchronization)，所謂同步在在鎖相迴路中稱為

“鎖住” (Locked)，即兩訊號的頻率相同，而相位差為定值。當鎖相迴路開始工作時，首先要求一個獲得(Acquisition)過程的時間，先達到頻率的一致再達到相位的鎖定(Locked)。一但鎖住後，需要鎖相迴路努力保持，使輸出得以隨時追蹤輸入訊號或是不備雜訊干擾，而這些性能均與迴路元件有密切關係。

鎖相迴路的線性模型

接下來要對鎖相迴路系統討論的是進一步的分析，鎖相迴路是一個非線性系統，但是在鎖定的情形下，若是相位誤差訊號(Phase error signal)很小時，系統就可以簡化成為線性系統。我們可以利用線性控制系統原理，以拉普氏轉換(Laplace transform)得到迴路中三個基本功能區塊的轉移函數圖 3-5。

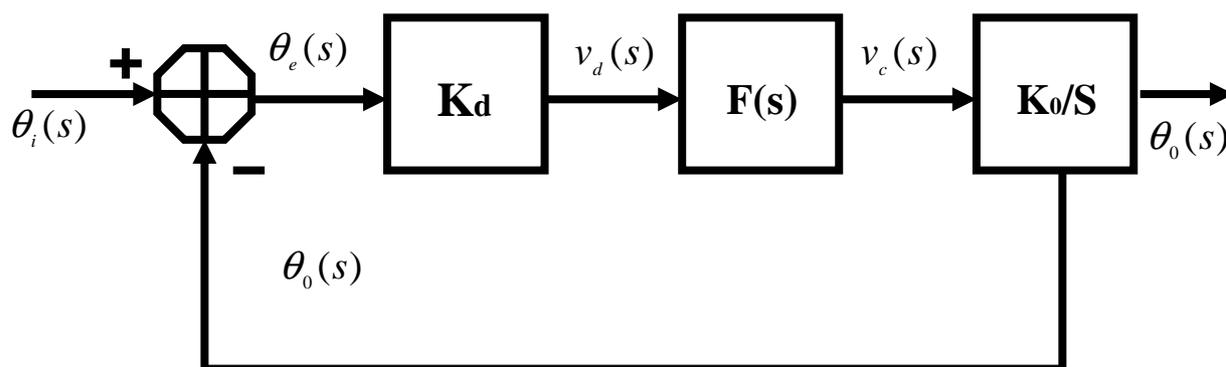


圖 3-5 鎖相迴路線性模型圖

鎖相迴路的基本功能是控制訊號相位，所以我們以相位為對象，進行系統的分析。假設輸入訊號相位為 θ_i ，VCO 的輸出訊號相位為 θ_o ，則偵測器的輸出為

$$v_d(t) = K_d(\theta_i - \theta_o) \quad (3-15)$$

其 Laplace transform 為

$$V_d(s) = K_d\theta_e(s) \quad (3-16)$$

其中 K_d 是相位檢測器的增益(單位 V/rad)， $\theta_e = \theta_i - \theta_o$ 為相位誤差函數。這個 $v_d(t)$ 訊號中含有直流與交流的成分，利用迴路濾波器將交流的訊號成份給濾掉。迴路濾波器的轉移函數用 $F(s)$ 表示，則

$$V_c(s) = F(s)V_d(s) \quad (3-17)$$

VCO 的輸出頻率

$$\omega_o = \omega_c + K_0v_c(t) \quad (3-18)$$

其中 ω_c 是 VCO 的中心頻率， K_0 是 VCO 的增益(Gain Factor)或是稱之為靈敏度(Sensitivity)(單位 Hz/V)。因為相位是角頻率對時間的積分，所以

$$\theta_o = K_0 \int_0^t v_c(t) dt \quad (3-19)$$

由 Laplace transform 可得

$$\theta_o(s) = \frac{K_0V_c(s)}{s} \quad (3-20)$$

由於鎖相迴路各部分的 Laplace transform 為

$$\text{相位檢測器 (PD)} \quad \frac{V_d(s)}{\theta_e(s)} = K_d \quad (3-21)$$

$$\text{迴路濾波器 (LF)} \quad \frac{V_c(s)}{V_d(s)} = F(s) \quad (3-22)$$

$$\text{壓控振盪器 (VCO)} \quad \frac{\theta_o(s)}{V_c(s)} = \frac{K_0}{s} \quad (3-23)$$

由(3-21)、(3-22)、(3-23)三式可計算出系統的相位及相位

誤差轉移函數為：

$$\text{相位轉移函數} \quad \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_0 K_d F(s)}{s + K_0 K_d F(s)} \quad (3-24)$$

$$\text{相位誤差轉移函數} \quad \frac{\theta_e(s)}{\theta_i(s)} = \frac{s}{s + K_0 K_d F(s)} = 1 - \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} \quad (3-25)$$

這是在 PLL 已經鎖住的情形下所推導出來的結果。如果是在失鎖 (unlocked) 的情形下，則 PLL 模型就會變得很複雜，而且無法用線性模型去推演之。



迴路濾波器

由迴路的轉移函數(3-24)、(3-25)得知迴路濾波器對系統性能的優劣有很大的影響。迴路濾波器必須要相位誤差訊號從非線性元件的相位檢測器的輸出取出來，濾掉不必要的高頻訊號和雜訊，而且迴路濾波器也決定了系統的頻寬(Bandwidth)和動態特性。如果鎖相迴路中不使用迴路濾波器，那麼(3-22)式中的 $F(s)$ 就用 1 代入，使得(3-24)變成

$$\frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_0 K_d}{s + K_0 K_d} \quad (3-26)$$

很明顯的，我們可以發現對輸入相位訊號 θ_i 而言，PLL 系統是一個一階的低通濾波器，我們稱這個 PLL 為一階的鎖相迴路。通常使用的 PLL 階數都大於 1，因為越高階數的 PLL 有越好的雜訊抑制能力。從數學模型上看來，鎖相迴路是個低通濾波器。但實際上，鎖相迴路是一個以輸入訊號頻率為中心頻率的帶通濾波器。

迴路濾波器有被動式的迴路濾波器圖 3-6 (a) 和主動式的迴路濾波器圖 3-6 (b) 之分，因為主動式的迴路濾波器具有較大的鎖住範圍、較大的直流增益以及穩態誤差為零等優點，所以 PLL 系統大都是採用主動式的迴路濾波器。以下我們就來看看主動式的迴路濾波器的轉移函數和其對 PLL 電路所造成的轉移函數特性。

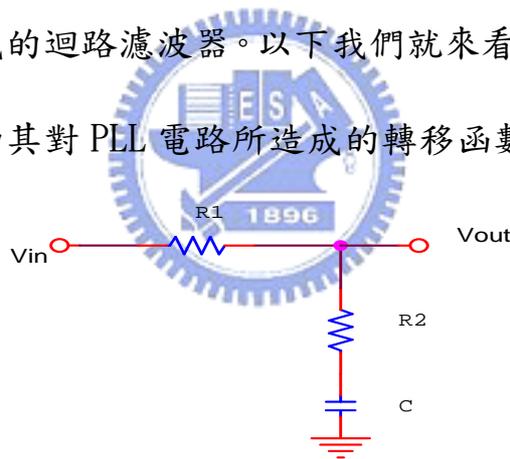


圖 3-6 (a) 被動式的迴路濾波器

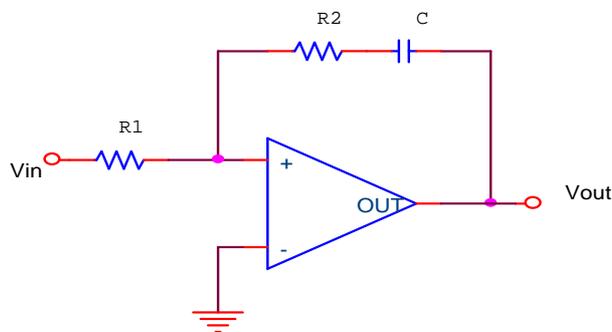


圖 3-6 (b) 主動式的迴路濾

圖 3-6 (b) 的主動式的迴路濾波器電路又稱之為主動式比例

積分電路(PI circuit)，其轉移函數為

$$F(s) = \frac{R_{PI2}C_{PI}s + 1}{R_{PI1}C_{PI}s} = \frac{\tau_2 s + 1}{\tau_1 s} = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (3-27)$$

其中 $\tau_1 = R_1 C$; $K_p = \frac{R_2}{R_1}$

$\tau_2 = R_2 C$; $K_I = \frac{1}{R_1 C}$

已主動式比例積分微分電路作為迴路濾波器，則整個鎖相迴路

的相位轉移函數(3-24)是可寫成

$$H(s) = \frac{K_o K_d K_p s + K_o K_d K_I}{s^2 + K_o K_d K_p s + K_o K_d K_I} = \frac{2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3-28)$$

其中 $\omega_n = \left(\frac{K_o K_d}{\tau_1}\right)^{1/2}$

為 PLL 的自然頻率(Natural frequency)

$\xi = \frac{\tau_2}{2} \left(\frac{K_o K_d}{\tau_1}\right)^{1/2} = \frac{\tau_2 \omega_n}{2}$ 為 PLL 的阻尼常數(Damping constant)

壓控震盪器

壓控震盪器是一個電壓-頻率轉換裝置，在迴路中作為被

控震盪器，其震盪頻率是一個隨輸入控制電壓 $v_c(t)$ 線性的變化，即應

有轉變關係：

$$\omega_0(t) = \omega_c + K_o v_c(t) \quad (3-29)$$

式中 $\omega_c(t)$ 是壓控震盪器的瞬間角頻率， K_o 為控制靈敏度或是稱之為壓控震盪器的增益係數，單位是 $[(\text{rad/s})V^{-1}]$ 。在實際的應用上壓控震盪器的控制特性只有在有限的線性範圍內，超過這個範圍靈敏度會下降。

由於壓控震盪器的輸出回饋到相位偵測器上，對相位偵測器輸出誤差電壓 $v_d(t)$ 起作用的不是頻率，而是其相位：

$$\int_0^t \omega_o(\tau) d\tau = \omega_o t + K_o \int_0^t v_c(\tau) d\tau = \omega_o t + \theta_o(t) \quad (3-30)$$

將上式(3.25)中的 $\theta_o(t)$ 改成 Laplace 轉換函數：

$$\theta_o(s) = K_o \frac{V_c(s)}{s} \quad (3-31)$$

這個函數具有一個積分因子 $1/s$ 是相位與角頻率之間的積分關係所造成的。壓控震盪器是不斷的利用回饋控制作補償，類似極小的 FM 調變，在訊號頻率附近掃動直至頻率與相位的鎖住。

如上所述，壓控震盪器應是一個具有線性控制特性的調頻震盪器，在本實驗中外腔式半導體雷射的互鎖與穩頻中，我們利用的是電壓控制，回授的誤差電壓訊號 $v_d(t)$ 當作 PZT 驅動器的調變外接輸入 (external input) 電壓。利用輸入電壓去控制 PZT 的長度進而改變外腔式半導體雷射輸出光的頻率，電壓對輸出頻率本身的影響約是 3MHz/V，在此 PZT 就是扮演 VCO 的角色。

此外我們所使用的半導體雷射電流源驅動器(current driver)是 Newport Model 505，它的調變外接電壓對電流的轉換是 20m A/V ，電流對半導體雷射輸出頻率本身的影響是 1.66 GHz/mA ，因此也可將半導體雷射視為 VCO。



第四章 實驗方法

本章我們將對介紹連續波波長可調外腔式半導體雷射的系統架構，並且說明實驗所應用到的電路以及頻率量測的方法。

4-1 連續波波長外腔式可調半導體雷射結構設計

實驗裝置如原理中之描述，我們使用雷射二極體（型號為 BlueSky VPSL-0830-040-x-9-D）作為增益介質，最大輸出功率為 40mW，而臨界電流約為 30mA，中心波長約為 830nm。一個寬 45mm，1800 lines/mm 的 grazing incident 的繞射光柵用來作此雷射系統的波長選擇及輸出耦合鏡（output coupling）。

外腔半導體雷射架構如圖 4-1 (b) 所示，雷射光由 diode 射出，利用 40 倍物鏡將光聚成平行，以入射角 75 度入射至光柵，其一階繞射光，經平面鏡反射後反射光回到 diode 形成穩定共振腔。水平移動平面鏡可選擇不同波長回饋。而我們將外腔半導體雷射架設在一個金屬平台上，如圖 4-1 (a) 所示，以減少外腔半導體雷射因內部本身的晃動使得頻率的漂移。

在此我們將平面鏡後貼在個一 PZT 上，同時迴授至 PZT 和半導體雷射電流驅動器（Current Driver），達到穩頻的目的。

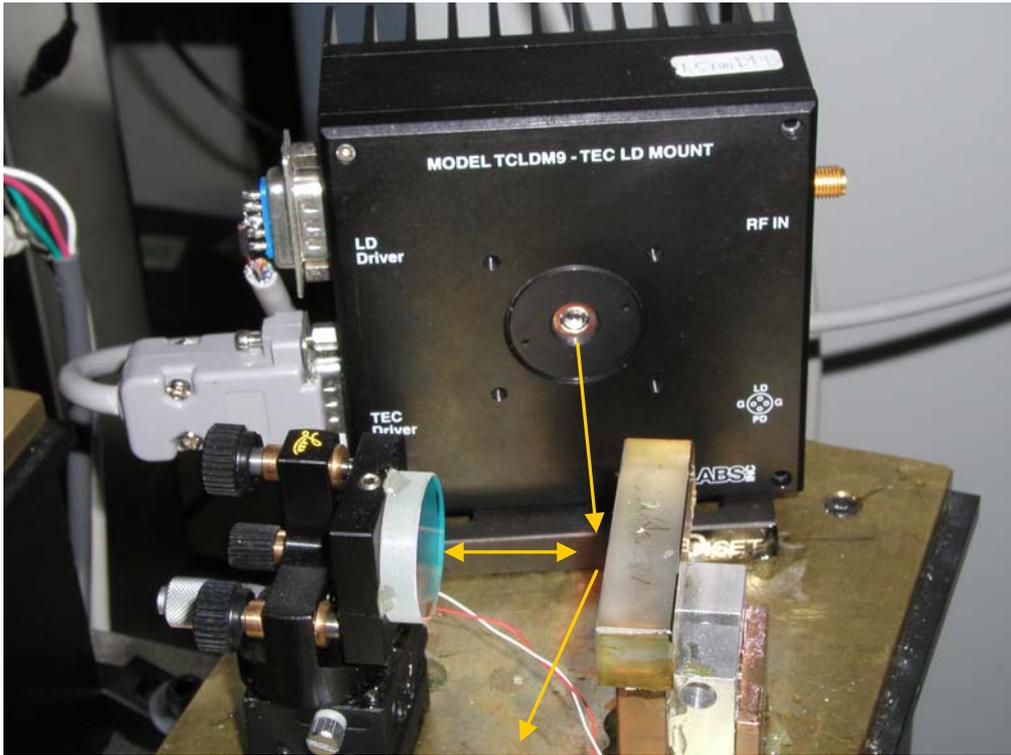


圖 4-1 (a) 實際外腔半導體雷射系統圖

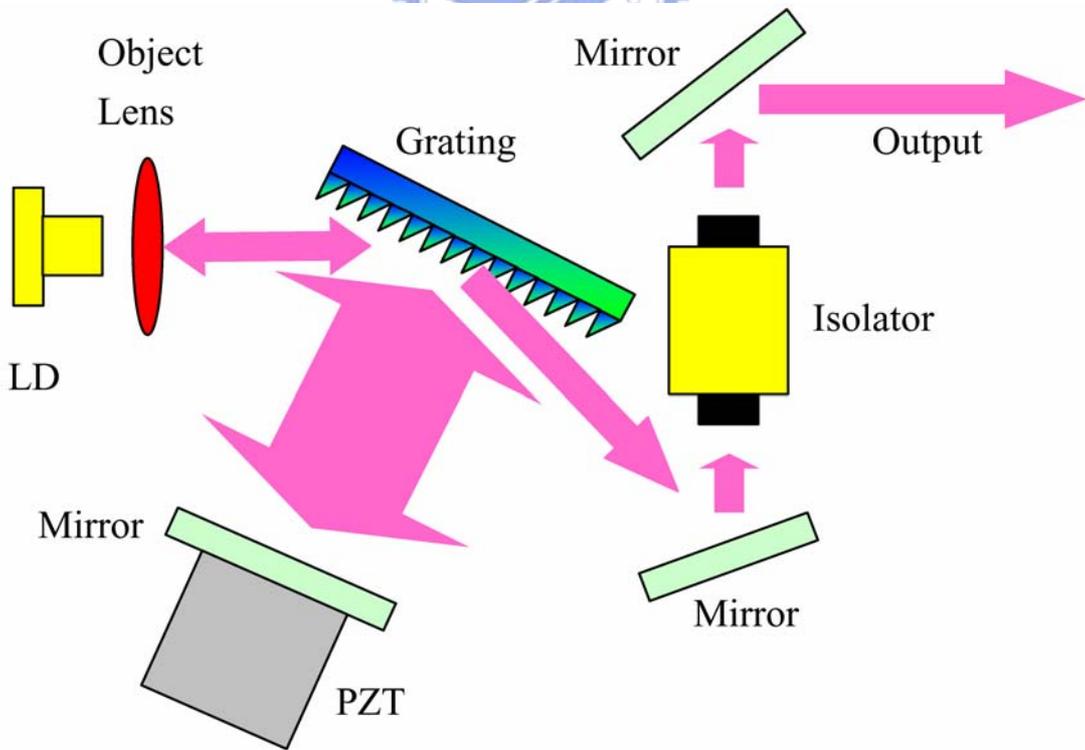


圖 4-1 (b) 外腔半導體雷射結構圖

4-2 迴授電路

相位偵測器

在相位偵測器上，我們使用主要由AD9901所構成的『數位式相位偵測器』^[B]。AD9901是一種超快速的相位/頻率鑑別器，其響應頻率可達200MHz，主要構造如圖4-2，為四個D type flip-flop跟一個exclusive-OR gate (XOR)。整個電路操作在兩個模態：作為線性相位偵測器或是作為頻率鑑別器。

FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

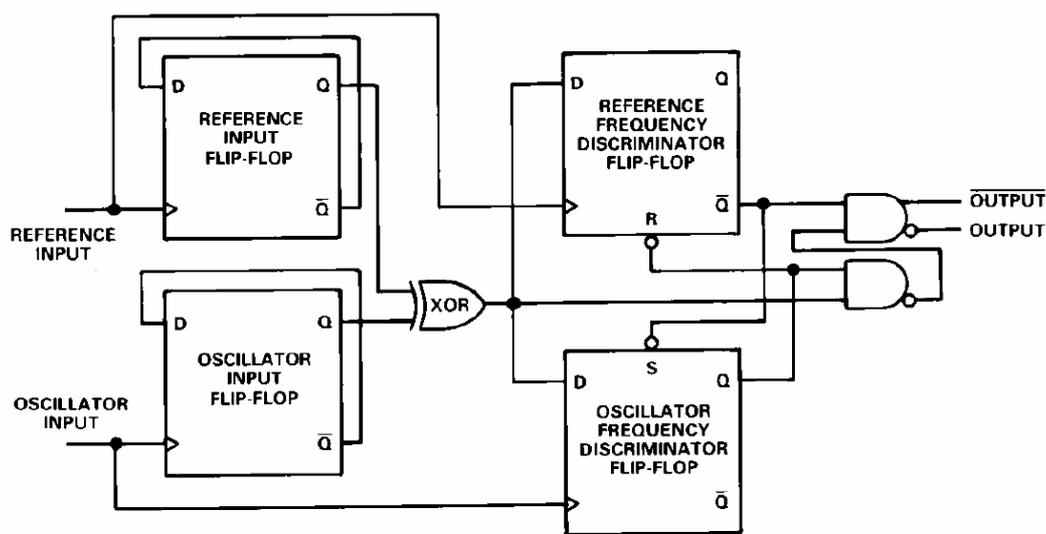


圖 4-2 AD9901 結構圖

當輸入的震盪頻率跟參考頻率很接近時，它會作為相位偵測器。就是在接近鎖相的情況時，他會直接去量測兩個輸入訊號的相位差，任何相位的變動會使得輸出端產生變化。

當在鎖相狀況時，如圖4-3，參考端跟震盪端的相位差會鎖在

180 度，輸出端的直流電壓訊號值為零。

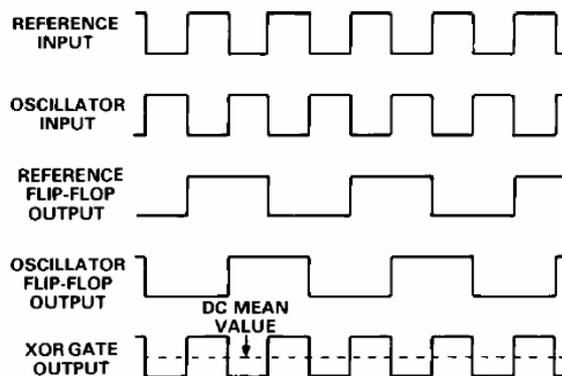


圖 4-3 鎖相狀況圖

在接近鎖相時，如圖 4-4，若震盪源的相位領先參考源的相位時，輸出端的直流電壓訊號值大於零。

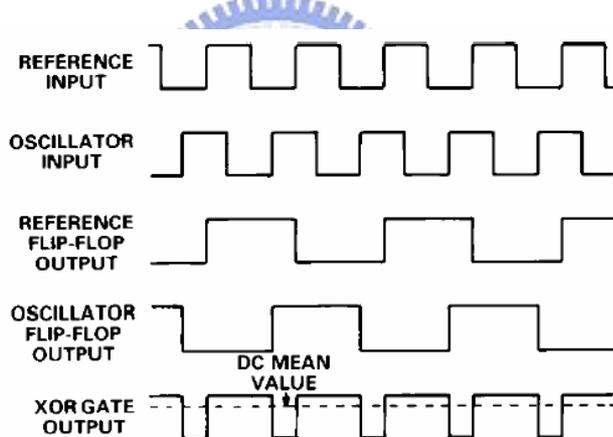


圖 4-4 鎖相狀況圖震盪源領先參考源時

在接近鎖相時，如圖 4-5，若震盪源的相位落後參考源的相位時，輸出端的直流電壓訊號值小於零。

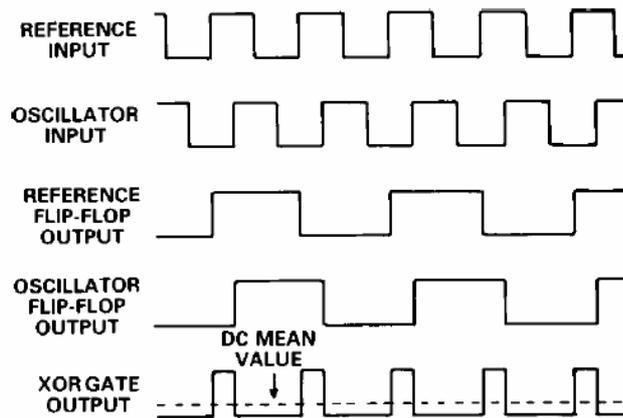


圖 4-5 鎖相狀況圖震盪源落後參考源時

在輸入的震盪頻率跟參考頻率相差較遠時，它會作為頻率鑑別器。此時，他的輸出端的直流電壓會保持在一個適當的準位把震盪頻率拉近參考頻率，一旦頻率差到達線性操作區域中時，相位偵測電路就會再次啟動而作為相位偵測器。

在輸入的震盪頻率跟參考頻率相差較遠時，它會作為頻率鑑別器。此時，他的輸出端的直流電壓會保持在一個適當的準位把震盪頻率拉近參考頻率，一旦頻率差到達線性操作區域中時，相位偵測電路就會再次啟動而作為相位偵測器。

當震盪頻率遠小於參考頻率時，如圖 4-6，輸出端的直流電壓值會保持在一正值以將震盪頻率拉近到參考頻率。

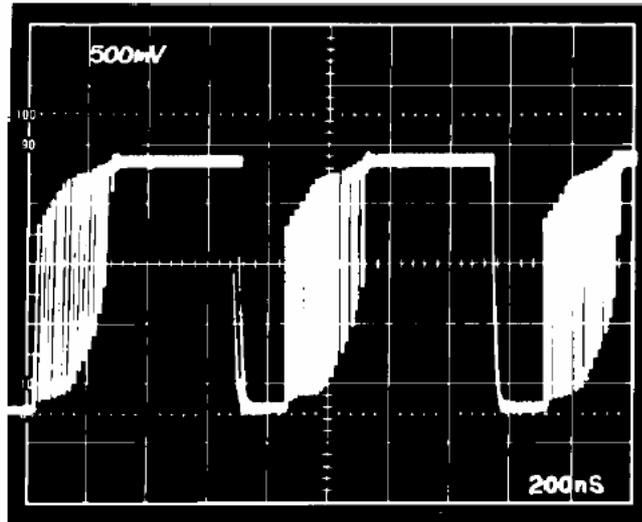


圖 4-6 震盪頻率遠小於參考頻率時的輸出

當震盪頻率遠大於參考頻率時，如圖 4-7，輸出端的直流電壓值會保持在一負值以將震盪頻率拉近到參考頻率。

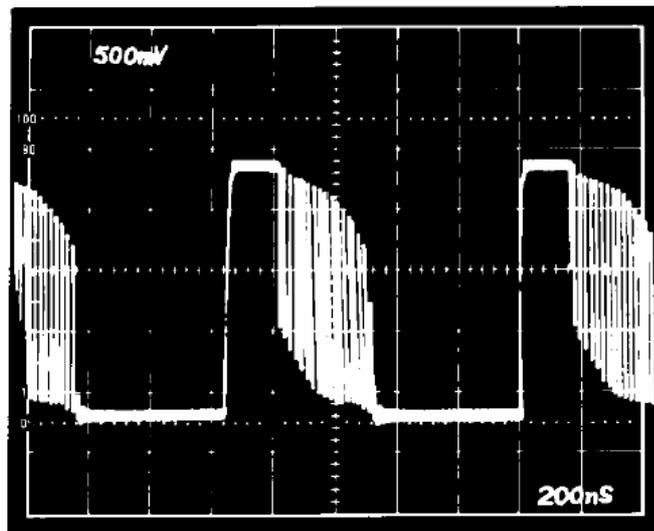


圖 4-7 震盪頻率遠大於參考頻率時的輸出

當震盪頻率等於參考頻率並互鎖住時，如圖 4-8，此時的輸出來自於震盪頻率與參考頻率之間的相位差。當兩者之間的相位差接近 $-\pi\text{Rad}$ 時，輸出訊號就如下圖所示。

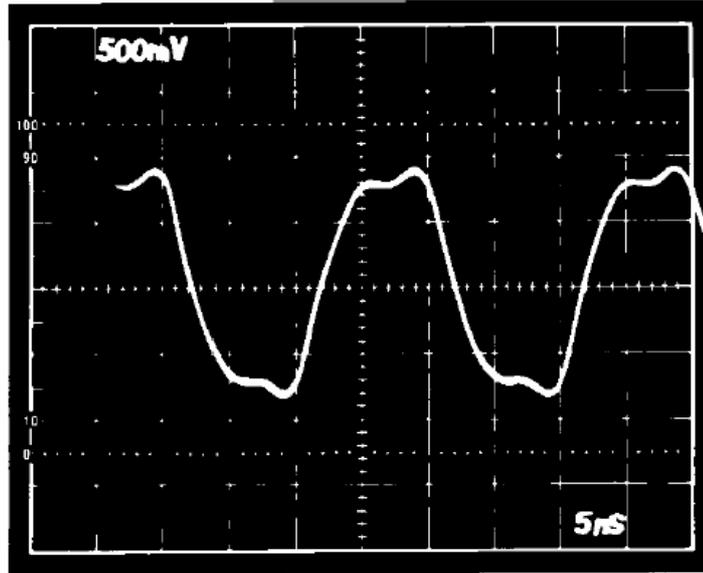


圖 4-8 震盪頻率與參考頻率互鎖時的輸出

除頻器(prescaler)

實驗中的鎖相迴路(PLL)參考源 f_{ref} ，是來自於頻率合成器的同步訊號。震盪源 $|f_{LD} - f_{comb}|$ 是來自於半導體雷射與飛秒雷射 frequency comb 的拍頻訊號。由於相位檢測器的操作頻率最大極限大約在 200MHz，而我們所得的拍頻訊號頻率約在 200MHz 到 900MHz 之間。相對於相位檢測器的操作頻率來說頻率太高了，所以我們必須使用除頻器將震盪訊號頻率降低再輸入相位檢測器。同理參考源訊號頻率也是大於相位檢測器的操作頻率，所以也是要經過除頻器將參考源訊號頻率降低再輸入相位檢測器。

我們所使用的除頻器是 NEC 出產的 $\mu PB1509GV$ ，它的輸入頻率極限是 1000MHz，可以提供 2 倍除頻、4 倍除頻及 8 倍除頻。實驗中我

們使用兩個 $\mu PB1509GV$ 提供 16 倍除頻。當我輸入 800MHz 的正弦波後，利用跳線選則 16 被除頻，圖 4-9 則為其輸出波形。

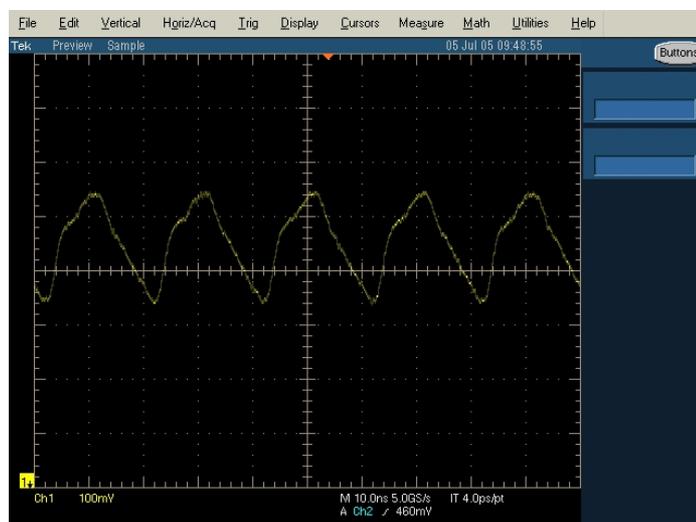


圖 4-9 除頻器輸出入訊號圖



4-3 拍頻

本實驗使用外腔式雷射與飛秒鎖模雷射兩者之間的拍頻作為鎖相迴路中鎖相的訊號。將兩道雷射光加以重合後由光偵測器接收後即可得到拍頻訊號。

拍頻是一種隨時間變化的干涉現象。在圖 4-10 (a) 中有兩組波動，它們的頻率不同，但相差很小。圖 4-10 (b) 便是兩組波動疊加後的樣子，在開始時振幅很小，漸漸地振幅會變大，之後又回復到振幅較小的狀態，週而復始。

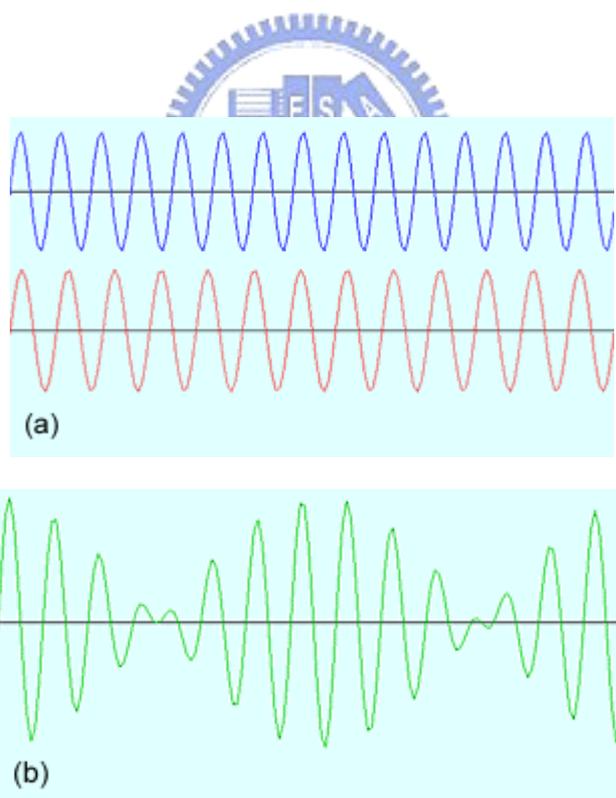


圖 4-10 拍頻現象

所以當光偵測器偵測到以上的光波時，我們用頻譜分析儀觀察其輸出訊號，我們可以看到其頻譜包含數個頻率訊號，分別是外腔雷

射與飛秒雷射光梳的拍頻以及飛秒雷射光梳之間彼此的拍頻。

若我們令外腔雷射的頻率為 f_{ECL} 、飛秒雷射光梳的頻率為 $f_n = nf_r$ ，其中 n 為正整數。外腔雷射與飛秒雷射光梳之間的最小的兩個拍頻就是 $\Delta f_1 = |nf_r - f_{ECL}|$ 以及 $\Delta f_2 = |(n+1)f_r - f_{ECL}|$ ；飛秒雷射光梳之間彼此的拍頻則是其光梳的頻率差 f_r 與它的倍數。其示意圖如圖 4-11。

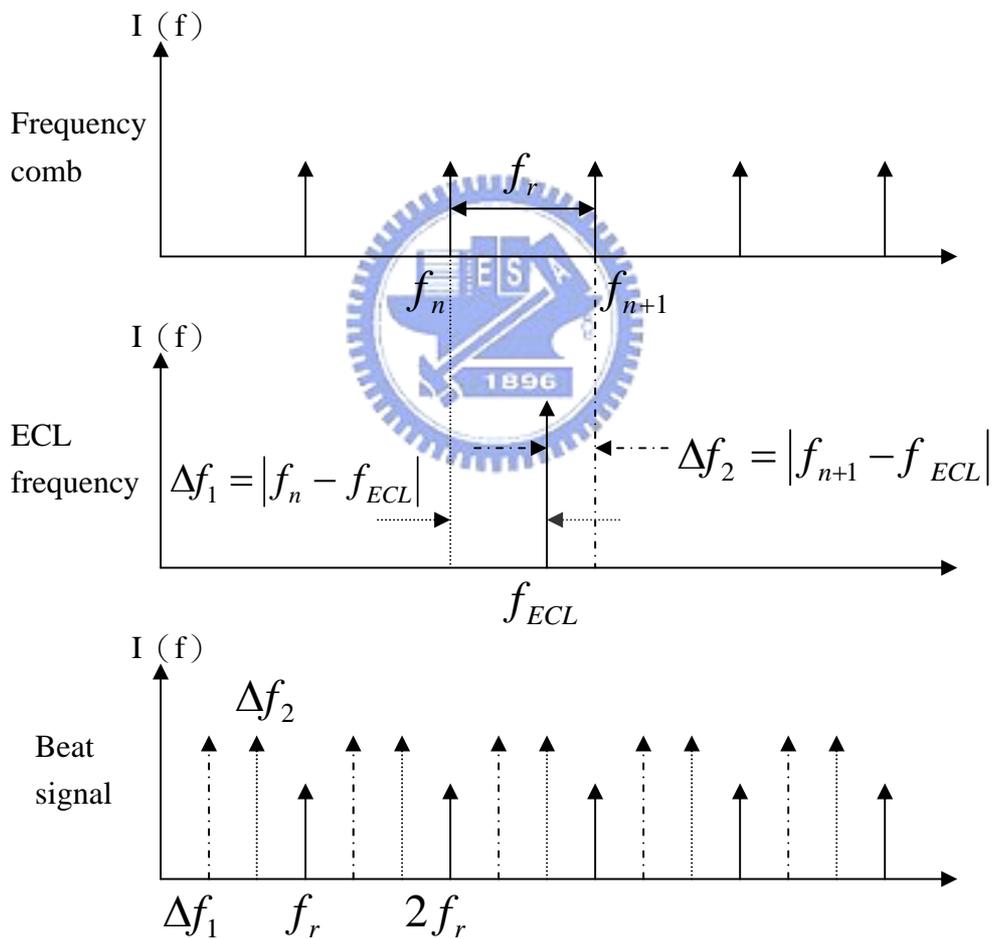


圖 4-11 拍頻訊號示意圖

4-4 外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射互鎖的原理與實驗架構

本實驗中所採用互鎖架構如圖 4-12 (a) 所示。將外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的輸出光重合後，照射在光偵測器去監測出拍頻訊號，再經由迴授電路而達成穩頻。其架構如圖所示，首先飛秒鎖模雷射先經過帶通濾波片(Band Pass Filter)。因為我們所用的外腔雷射光波長約在 838 nm 左右，我們希望能與飛秒光梳 (Frequency Comb) 中波長部分相近的光進行拍頻。我們利用帶通濾波片並將波長約在 840nm 左右的光濾出，避免了雜訊影響要拍頻的訊號。接著利用一個 PBS 將飛秒光梳一分為二，分別供給外腔雷射一號與二號做拍頻使用。之後使用 PBS 將外腔雷射一號與飛秒光梳重合並產生拍頻，再經偏振片(Polarizer)統一極化方向，經透鏡將光收集起來，聚焦在透鏡焦平面上的光偵測器感測晶片上(Si ADP)，光偵測器即會偵測出半導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻訊號。同樣地，使用 PBS 將外腔雷射二號與飛秒光梳重合並產生拍頻，再經偏振片統一極化方向，經透鏡將光收集起來，聚焦在透鏡焦平面上的光偵測器感測晶片上，光偵測器即會偵測出半導體雷射與飛秒鎖模雷射的拍頻訊號。

得到拍頻訊號後，先經過可調帶通濾波器 (Band Pass Filter) 濾出我們所想要的拍頻訊號，再使用放大器放大拍頻訊號。

控制迴路架構如圖 4-13，我們使用鎖相迴路 (Phase lock loop) 比較拍頻訊號與參考訊號的關係並迴授控制外腔半導體雷射的頻率，將拍頻訊號與參考訊號鎖住並完成腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖。其迴授控制架構如圖所示，首先利用除頻器將拍頻訊號頻率降至相位檢測器的工作範圍後，輸入至相位檢測器的振盪訊號輸入端中。另一方面從波型合成器中生成的參考訊號一樣經除頻器將訊號頻率降至相位檢測器的工作範圍後，送入至相位檢測器參考訊號輸入端中。

相位檢測器將鑑別兩輸入端的訊號頻率並比較兩輸入端訊號的相位差異。比較後的結果就從輸出端送至迴路濾波器濾出直流電壓，以產生誤差訊號代表相位檢測器兩輸入端頻率及相位上的差異。此誤差訊號 (error signal) 就送至壓控振盪器即外腔雷射的 PZT 和半導體雷射電流驅動器上，迴授控制外腔雷射輸出的雷射頻率。

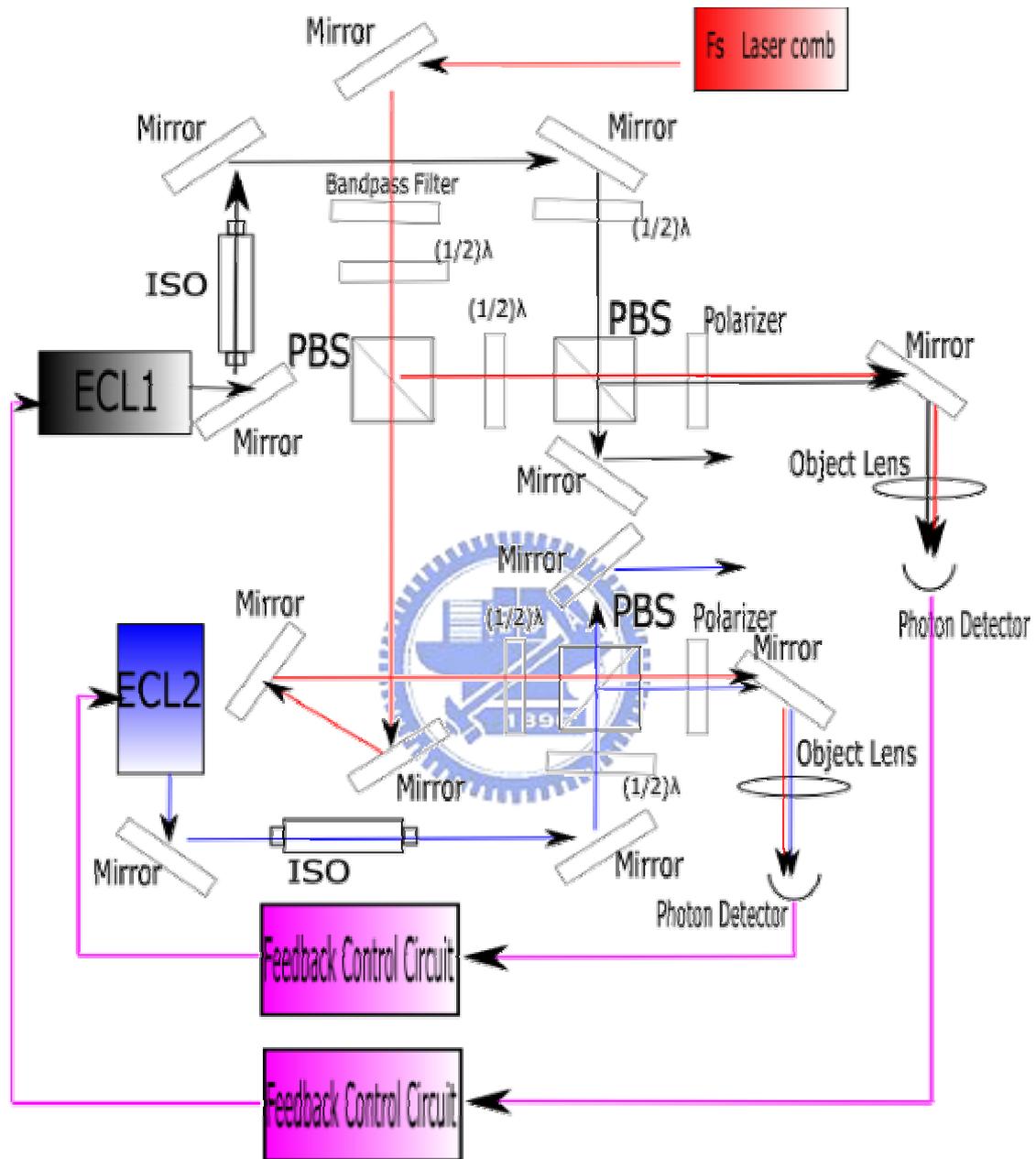


圖 4-12 (a) 實驗系統架構示意圖

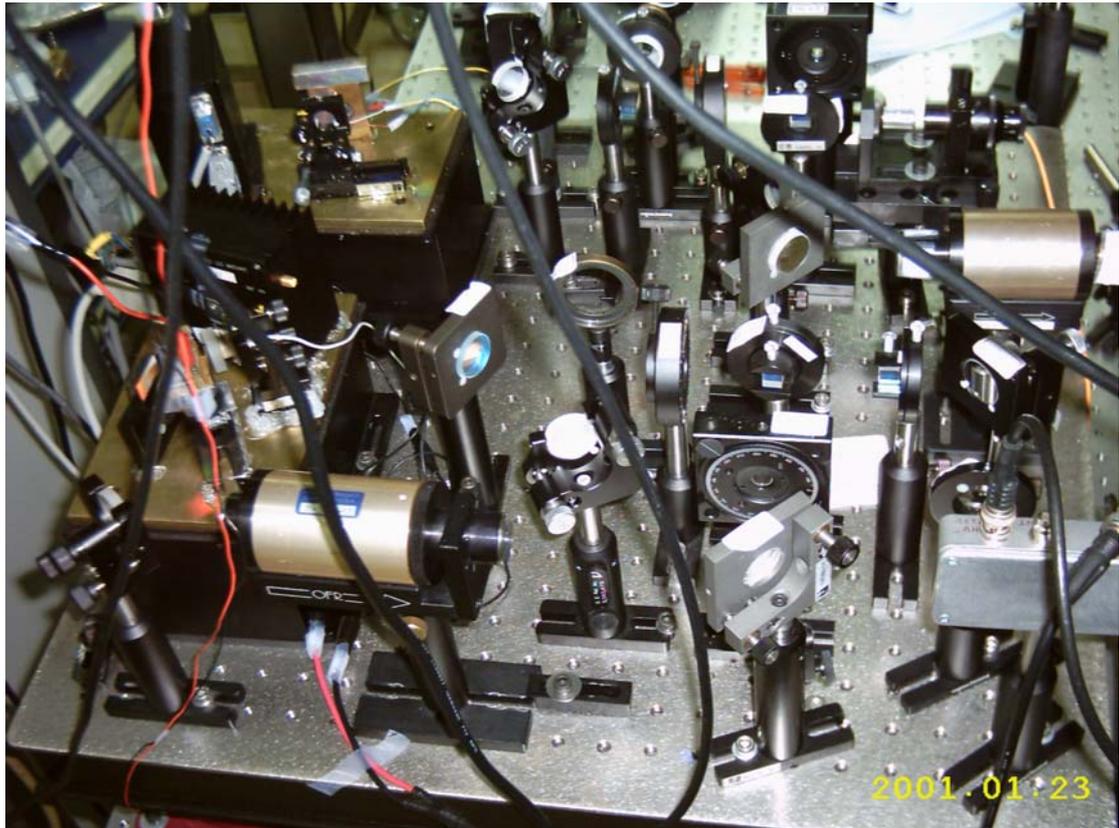


圖 4-12 (b) 實際實驗系統圖

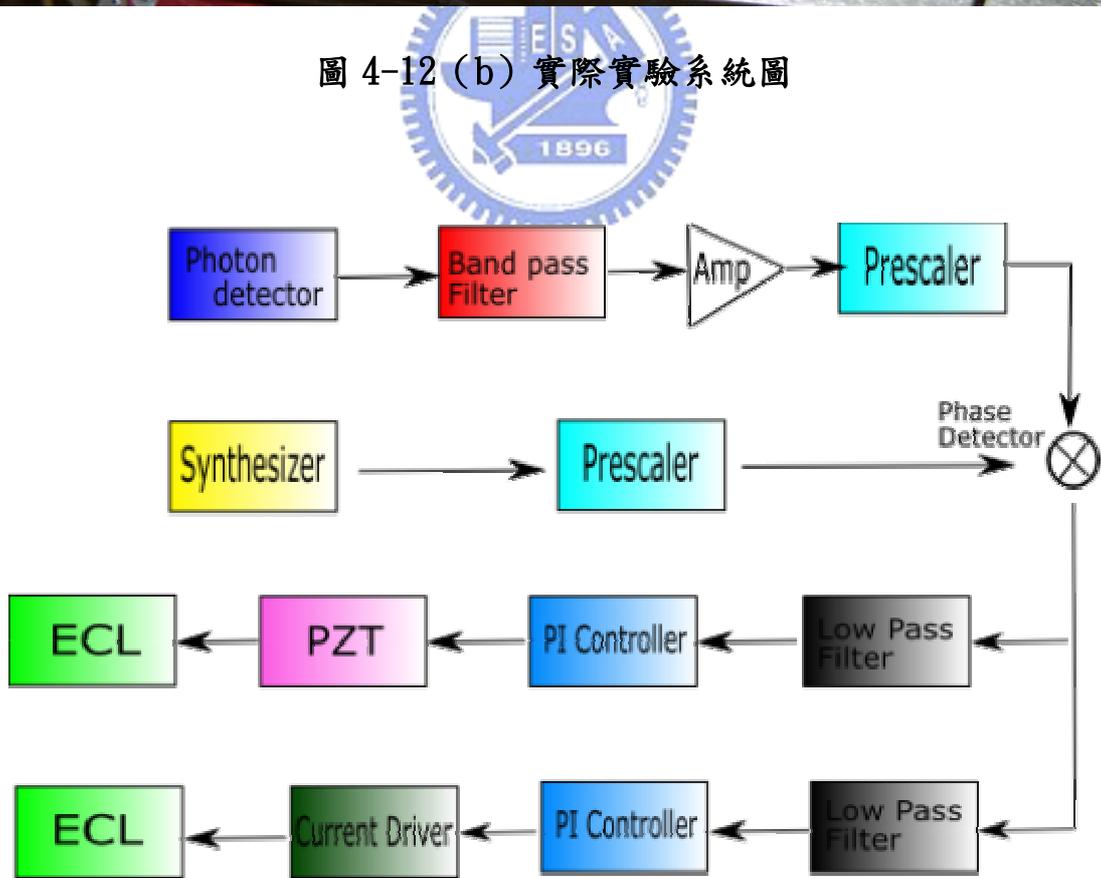


圖 4-13 控制迴路架構示意圖

4-5 頻率量測

由圖4-14可知 $f_{diode} = f_n + f_{beat1}$ ，而 $f_n = nf_r + f_o$ ，因此只要知道雷射的頻率靠近哪一支光梳 (n) 就可以，因此利用商用的波長儀 (wave meter) 先知道連續波雷射頻率靠近哪一支光梳即可，而這也是用飛秒光梳測量未知雷射頻率的先期步驟。我們所用的波長儀為Burleigh WA-1500。接著就可以直接量測外腔半導體雷射和飛秒光梳的拍頻訊號 (f_{beat1})，藉由拍頻量測即可得到未知雷射的頻率。

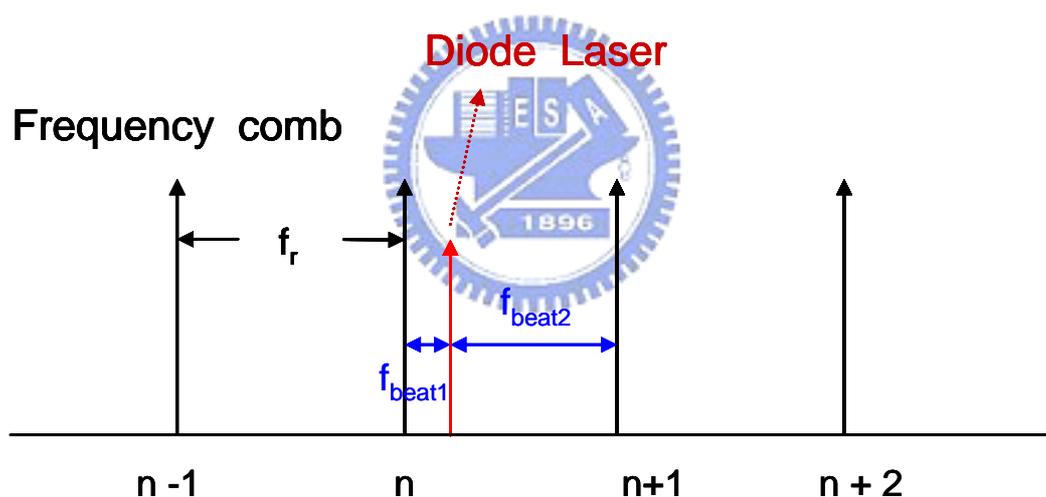


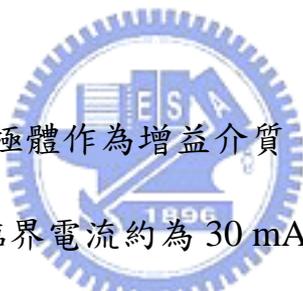
圖 4-14 頻率量測示意圖

第五章 實驗結果與討論

本章說明實驗量測的結果並就結果做出說明跟討論。首先我們先介紹外腔雷射特性量測的結果，再來說明兩個外腔雷射與飛秒光梳拍頻訊號的量測，最後講到兩雷射頻率與飛秒光梳互鎖的結果以及頻率的量測。

5-1 外腔式半導體雷射特性

5-1.1 外腔式半導體雷射基本特性



我們使用雷射二極體作為增益介質，其二個半導雷射最大輸出功率皆為 40mW，而臨界電流約為 30 mA，中心波長約為 840 nm。我們所工作的電流在 100 mA，其輸出光強大約為 27 mW，最大可操作的電流則為 110 mA。由圖 5-1 (a) 與圖 5-1 (b) 可發現，電流在 40 mA 至 110 mA 為線性的，而且沒有外腔的半導體雷射其輸出光強會比外腔式半導體雷射的輸出光強還大。圖 5-1 (a) 與圖 5-1 (b) 則為外腔雷射 1 與 2 的輸出光強與輸入電流對應圖 (L-I curve)。

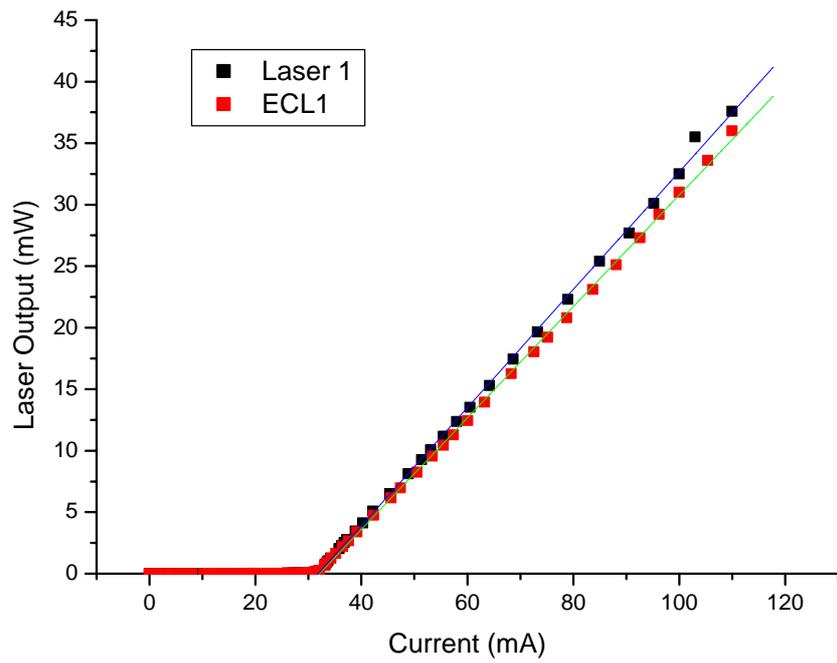


圖 5-1 (a) ECL1 輸出光強與輸入電流對應圖

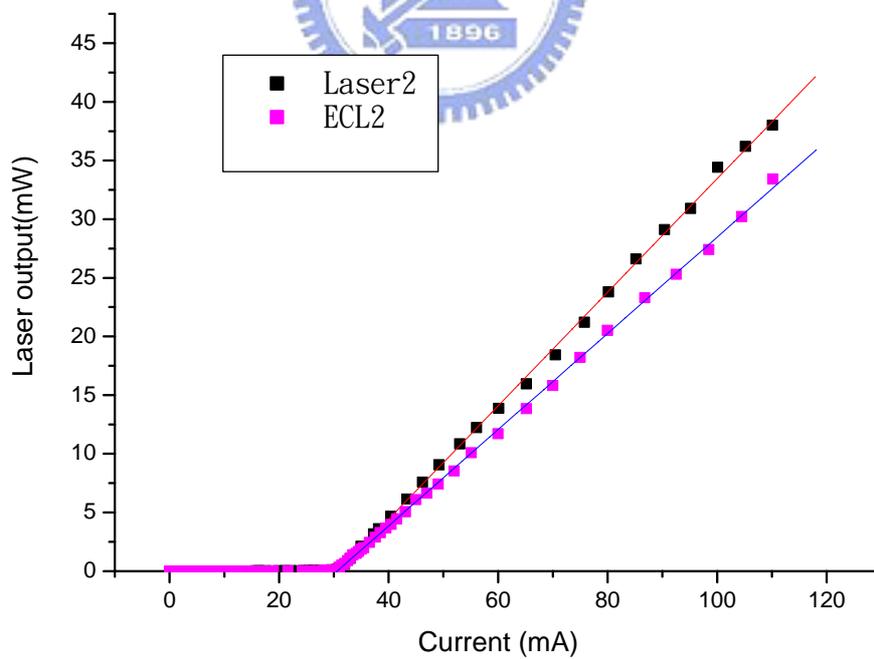


圖 5-1 (b) ECL2 輸出光強與輸入電流對應圖

我們在具有外腔的情況下，我們的半導體雷射具有輸出波長可調的功能，利用微調反射鏡的水平角度我們可以調整輸出光的波長。我們使用 ANDO AQ6317B 的光頻譜分析儀量測，其解析度為 0.01 nm。圖 4-2 (a) 中所示為外腔式半導體雷射一號 (ECL1) 的光譜圖，圖中紀錄著在外加電流 100 mA 時，我們調整不同波長的光譜，由圖可知本實驗中的此外腔半導體雷射其輸出波長最小約為 837.02nm、最大約為 839.34 nm，波長可調範圍約在 2.32nm 左右。由圖 4-2 (a) 可得知其 SMSR \approx 32 dBm。

圖 5-2 (b) 中所示為外腔式半導體雷射二號 (ECL2) 的光譜圖，圖中紀錄著在外加電流 100 mA 時，我們調整不同波長的光譜，由圖可知本實驗中的此外腔半導體雷射其輸出波長最小約為 836.88 nm、最大約為 838.88 nm，波長可調範圍約在 2nm 左右。由圖 4-2 (b) 可得知其 SMSR \approx 31 dBm。

當我們持續微調外腔雷射的反射鏡的水平角度，使的波長調至最大或最小，假使我們再持續微調反射鏡的水平角度，則其外腔雷射的頻率則會跳回至外腔雷射其中一根的模態。圖 5-2 (a) 與圖 5-2 (b) 則為 ECL 波長可調範圍。

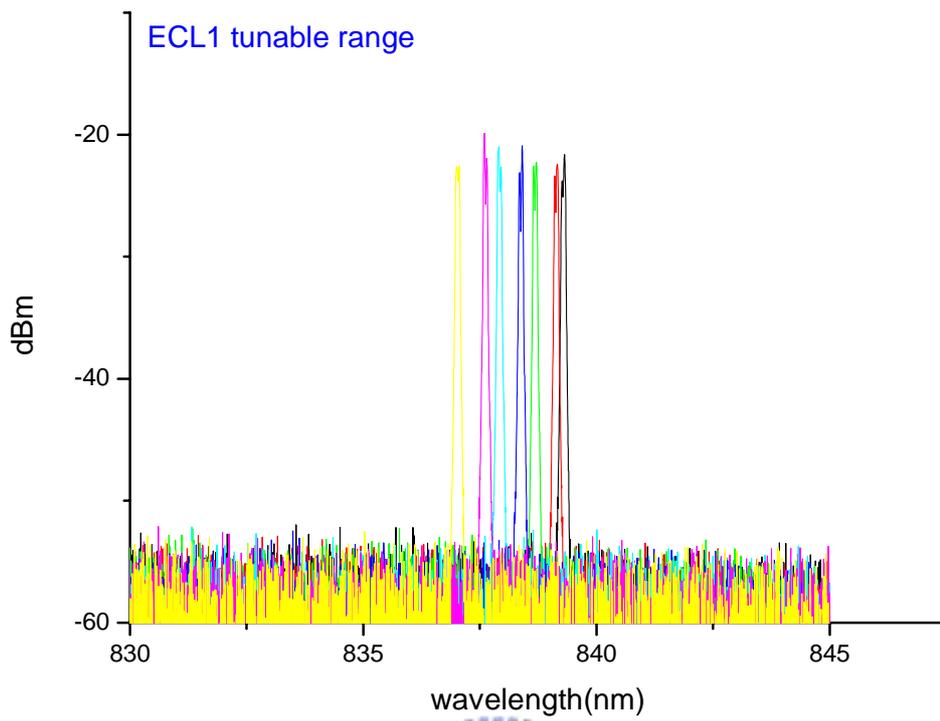


圖 5-2 (a) ECL1 波長可調範圍的光譜圖

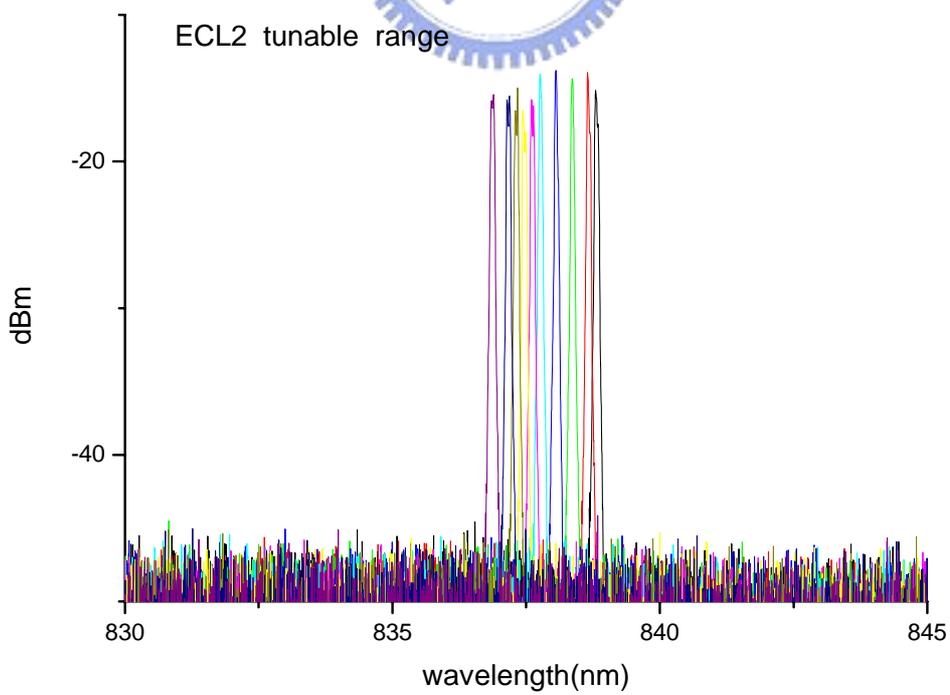


圖 5-2 (b) ECL2 波長可調範圍的光譜圖

我們透過 Burleigh 的 F-P 干涉儀來觀察波長輸出的情況，其結果如圖 5-3(a) 與 5-3(b) 所示，其中藍色的線所代表著是 Ramp Voltage，而一個模態與令一個模態之間的間距則為 2 GHz。我們可以看到代表波長的尖峰出現在三角波的上升區段，可發現我們所架設二個外腔雷射皆為單一模態的雷射 (signal mode)。

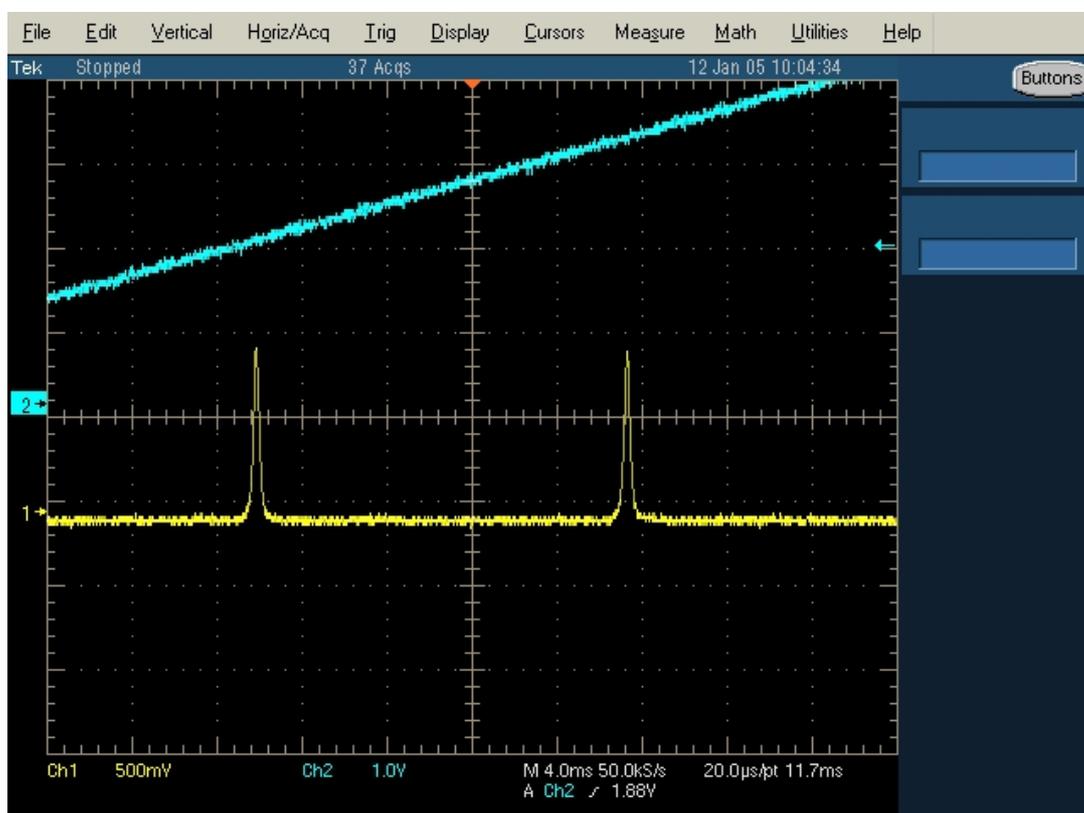


圖 5-3 (a) 利用 F-P 干涉儀觀察 ECL1

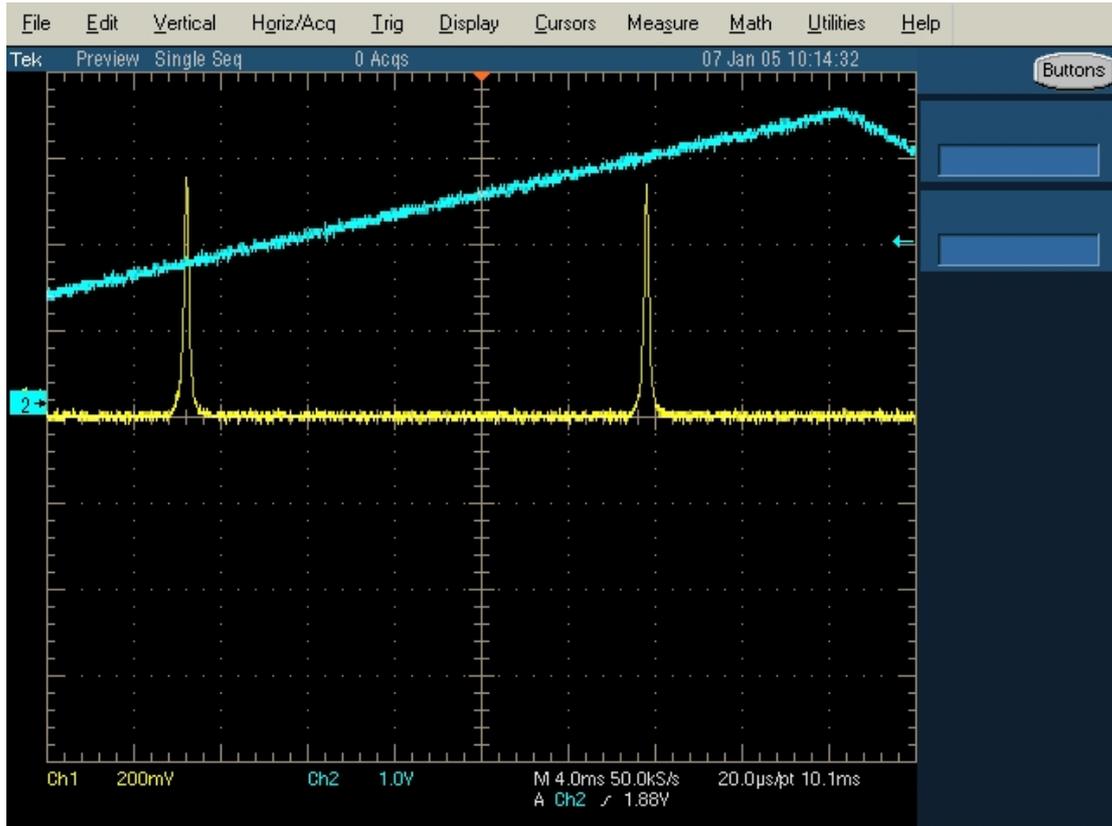


圖 5-3 (b) 利用 F-P 干涉儀觀察 ECL2

我們改變外腔雷射的電流，利用波長儀來觀察外腔雷射頻率的變動，其結果如圖 5-4 (a) 與圖 5-4 (b) 所示，外腔雷射一則為 1.66 GHz/mA、外腔雷射二則為 1.86 GHz/mA。

我們改變外腔雷射 PZT 的電壓值，利用 F-P 干涉儀來觀察雷射頻率的變動，其結果如圖 5-5 (a) 與圖 5-5 (b) 所示，外腔雷射一則為 3.8 MHz/V、外腔雷射二則為 7.62 MHz/V。由於外腔雷射 1 與外腔雷射 2 在 PZT 的裝設位置有些許的不同，外腔雷射 1 的 PZT 裝在一個單軸線性平移台上，而外腔雷射二的 PZT 則是裝設在反射鏡後面，因此外腔雷射 1 的 PZT 必須推動單軸線性平移台，所以外腔雷射

1 頻率變化量對 PZT 電壓則小於外腔雷射 2。由於利用 F-P 干涉儀來觀察，而且雷射在未鎖的情況下會有頻率晃動，頻率本身的擾動大約 40 MHz。表 5-1 則是外腔式半導體雷射一與二的基本特性。

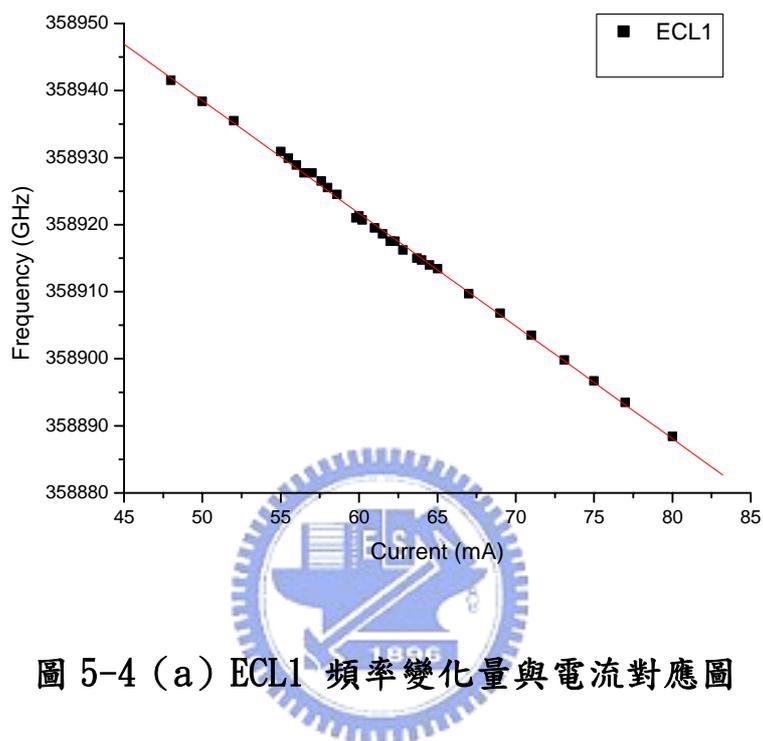


圖 5-4 (a) ECL1 頻率變化量與電流對應圖

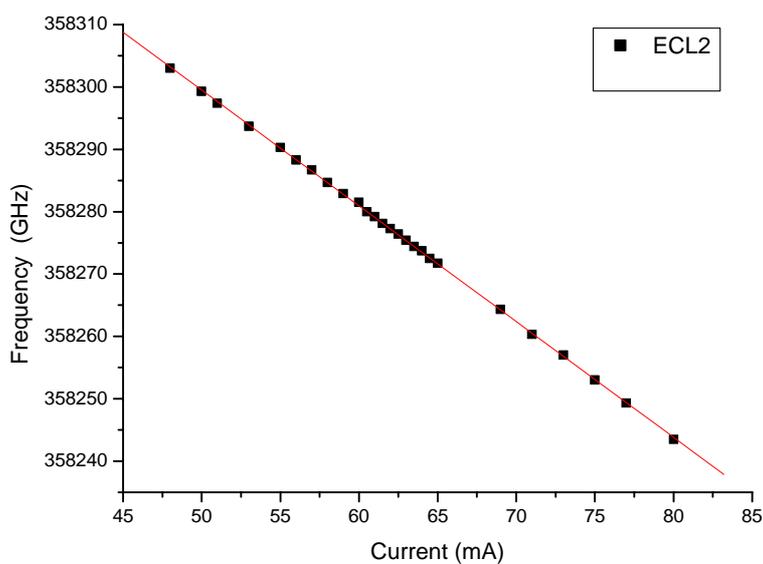


圖 5-4 (b) ECL2 頻率變化量與電流對應圖

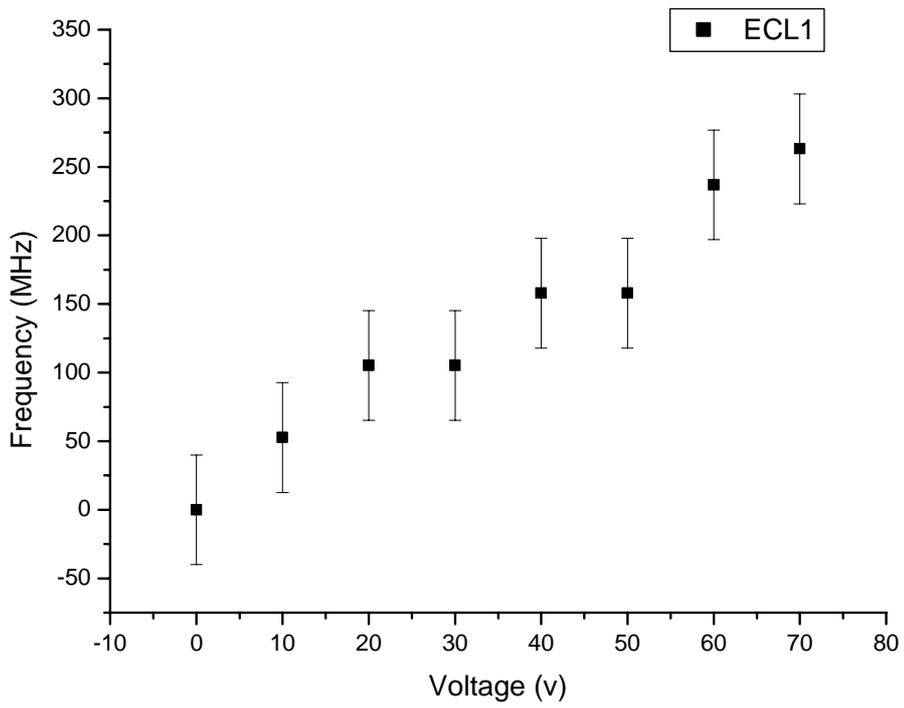


圖 5-5 (a) ECL1 頻率變化量與 PZT 電壓對應圖

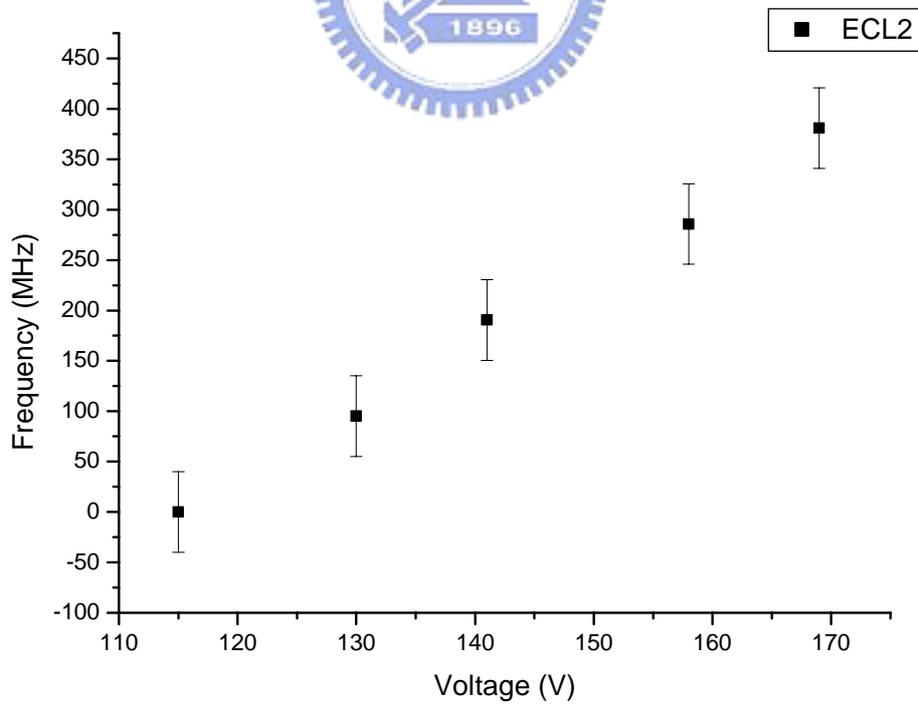


圖 5-5 (b) ECL2 頻率變化量與 PZT 電壓對應圖

	ECL 1	ECL 2
Wavelength	~840 nm (@I=100mA)	~840 nm (@I=100mA)
Power	40 mW @ 110 mA	40 mW @ 110 mA
Current vs. freq	1.66 GHz/mA	1.86 GHz/mA
Voltage vs. freq	3.8 MHz/V	7.62 MHz/V

表 5-1 外腔式半導體雷射的特性



5-1.2 外腔式半導體雷射未鎖時頻率晃動量測特性

我們透過 F-P 干涉儀來觀察波長輸出的情況，觀察外腔半導體雷射在未鎖的情形下其頻率的漂移狀況。經過 40 分鐘的量測之後，可以發現外腔半導體雷射一號與二號，在未鎖的情形下，外腔半導體雷射一號其頻率漂移量約為 270 MHz，外腔半導體雷射二號其頻率漂移量約為 250 MHz，如圖 5-6 (a) 與圖 5-6 (b) 所示。

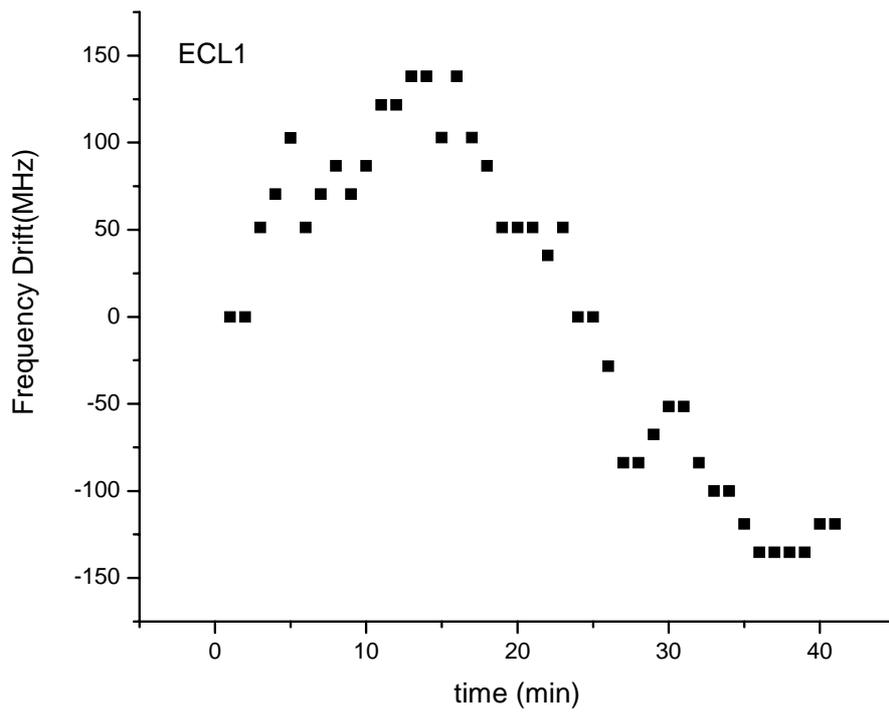


圖 5-6 (a) ECL1 頻率漂移與時間對應圖

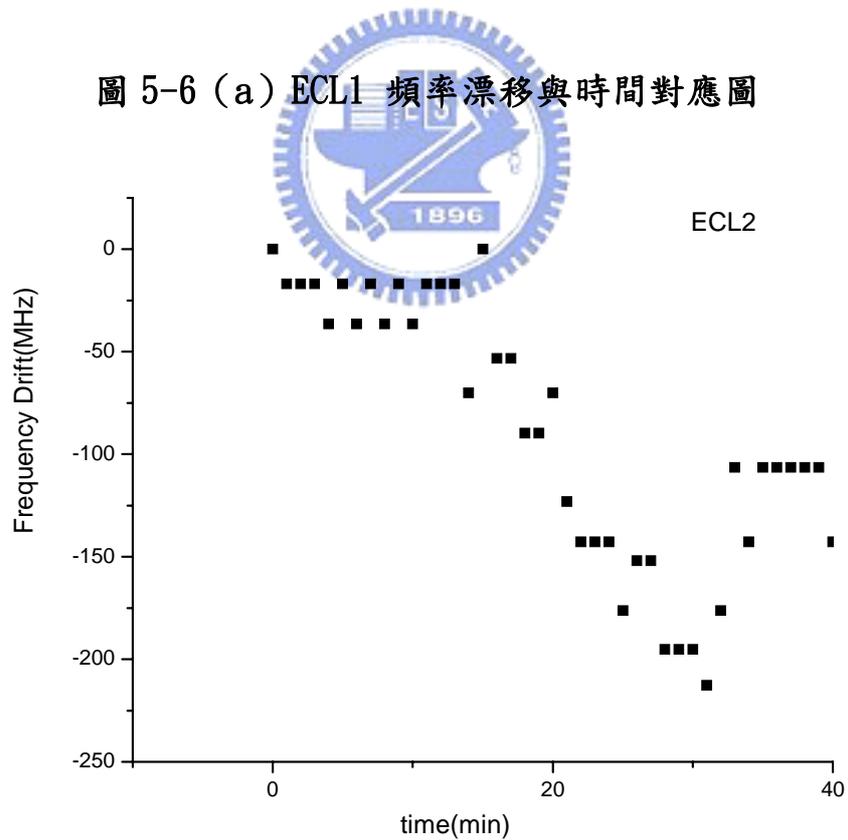


圖 5-6 (b) ECL2 頻率漂移與時間對應圖

5-2 拍頻量測

我們將光偵測器的輸出接至頻譜分析儀 (Electronic Spectrum Analyzer) 上去觀察光偵測器訊號的頻譜。我們所使用的頻譜分析儀為 Agilent E4411B。當我們調整好光路使半導體雷射與飛秒鎖模雷射的光重合後，即可在頻譜分析儀上看到拍頻訊號，其結果如圖 5-7 (a) 所示。圖 5-7 (a) 為外腔雷射 1 與飛秒光梳所產生的拍頻訊號。因為鎖模雷射的諧頻相差 1 GHz，所以頻譜上會有 1 GHz 的訊號代表鎖模雷射的諧頻彼此之間的拍頻。在 0 到 1 GHz 之間有兩個頻率的訊號，分別在 0 到 500 MHz 之間以及 500 MHz 到 1 GHz 之間各有一個，一是半導體雷射與相距最近諧頻的拍頻，在圖中約是在 320 MHz；二是半導體雷射與相距第二近諧頻的拍頻，在圖中約是在 680 MHz，而拍頻大小為 23 dBm。由於迴授電路電子元件的限制，拍頻的大小是要超過 20 dBm 以上，才能將外腔雷射與飛秒光梳互鎖起來，所以必須將拍頻訊號調越大越佳。

圖 5-7 (b) 為外腔雷射 2 與飛秒光梳所產生的拍頻訊號。在 0 到 1 GHz 之間有兩個頻率的訊號，分別在 0 到 500 MHz 之間以及 500 MHz 到 1 GHz 之間各有一個，一是半導體雷射與相距最近諧頻的拍頻，在圖中約是在 375 MHz；二是半導體雷射與相距第二近諧頻的拍頻，在圖中約是在 625 MHz，而拍頻大小為 23 dBm。

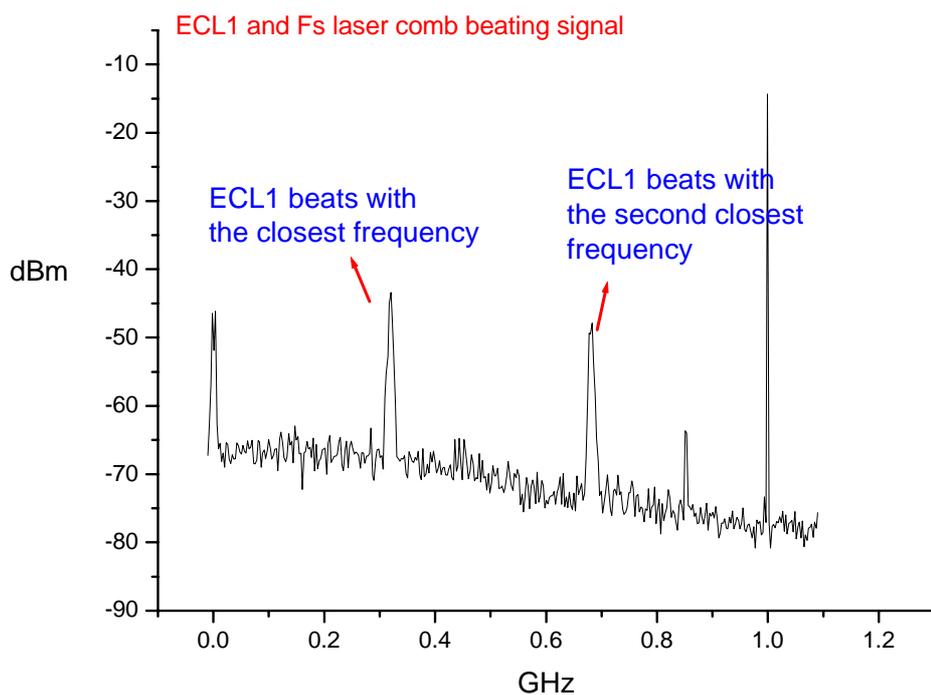


圖 5-7 (a) ECL1 與飛秒光梳拍頻訊號圖

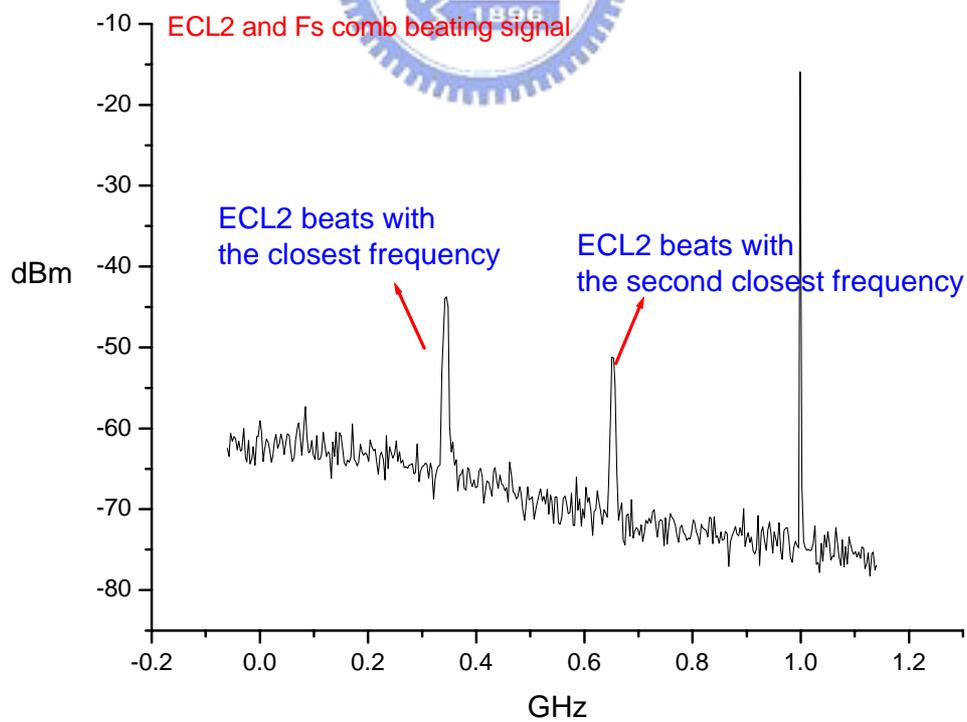


圖 5-7 (b) ECL2 與飛秒光梳拍頻訊號圖

5-3 外腔式半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖

當我們擷取到拍頻訊號後，使用鎖相迴路將半導體雷射一號與飛秒鎖模雷射互鎖，將拍頻頻率鎖定在750 MHz之後我們可以在頻譜分析儀(ESA)上看到拍頻訊號的位置幾乎固定不動，如圖5-8(a)。圖5-8(a)為互鎖時，經過可調帶通濾波器後所觀察到的拍頻訊號圖。我們所使用的可調帶通濾波器可調範圍為750 MHz至1500 MHz，頻寬為37.5 MHz。

當我們互鎖後，將訊號接至 Agilent 53132A 的 counter，以便量測互鎖後半導體雷射頻率漂移情形。圖 5-8 (b) 則為頻率漂移與時間對應圖。我們觀察在頻率擾動量方面的結果，圖 5-6 (a) 所示的是我們量測未鎖頻時的頻率擾動量，在未做回授控制時的頻率的漂移量(frequency shift)大約是幾百個 MHz。圖 4-8 (b) 所示的是鎖頻之後的頻率擾動量，其頻率擾動量約在 50 kHz 左右。

同樣地，將半導體雷射二號與飛秒鎖模雷射的拍頻頻率鎖定在750 MHz 之後我們可以在 ESA 上看到拍頻訊號，如圖 5-9 (a)。當我們互鎖後，量測互鎖後半導體雷射頻率漂移情形。圖 5-9 (b) 則為頻率漂移與時間對應圖。我們觀察在頻率擾動量方面的結果，圖 5-6 (b) 所示的是我們量測未鎖頻時的頻率擾動量，在未做回授控制時的頻率的漂移量大約是幾百個 MHz。圖 5-9 (b) 所示的是鎖頻之後

的頻率擾動量，其頻率擾動量約在 50 kHz 左右。

由於飛秒鎖模雷射與外腔雷射系統分別在不同的光學桌上，而二個光學桌皆會有些微的擾動，所以在穩頻上較為不易。而我們的外腔雷射系統則是在未密封狀況下，所以溫度、聲音等些微擾動接會照成頻率的擾動，照成穩頻不易。

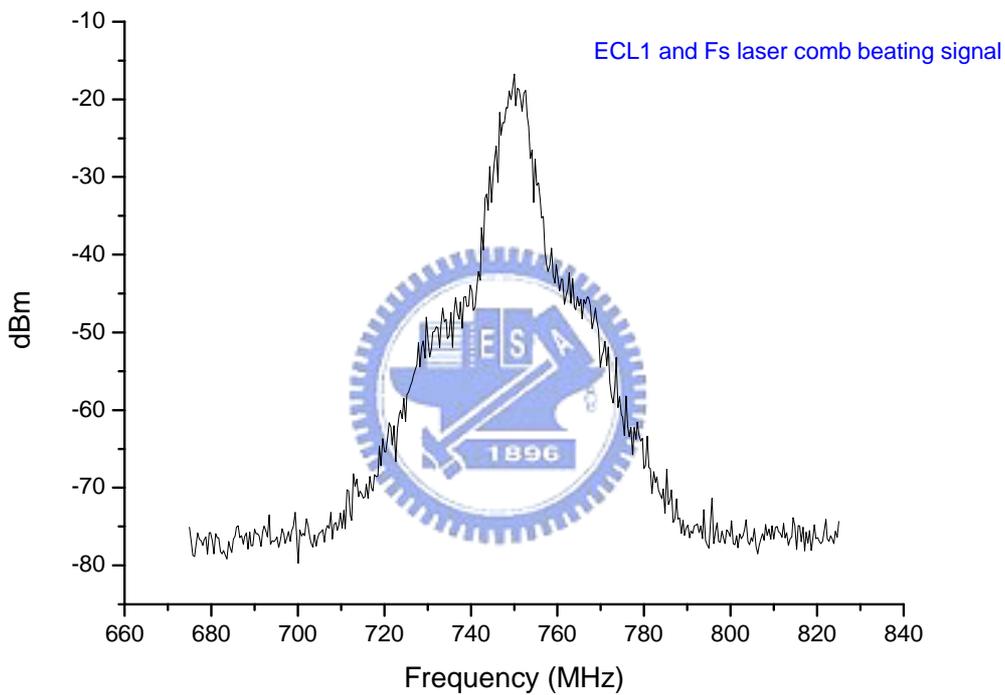


圖5-8 (a) 互鎖時，ECL1與飛秒光梳拍頻訊號圖

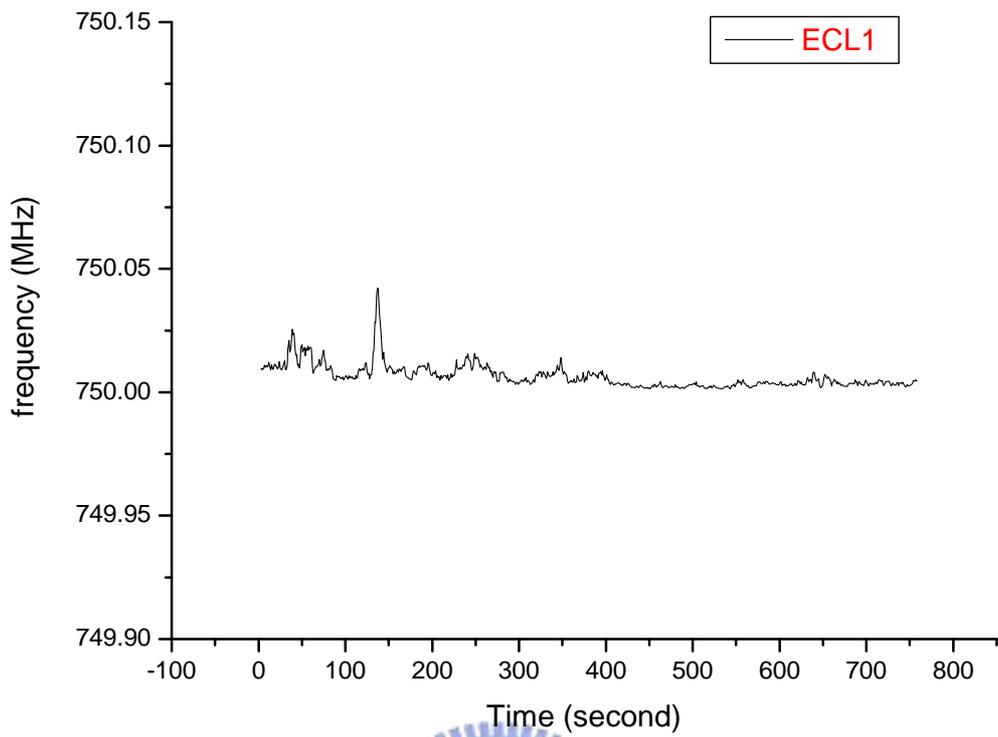


圖5-8 (b) 互鎖時，ECL1頻率漂移與時間對應圖

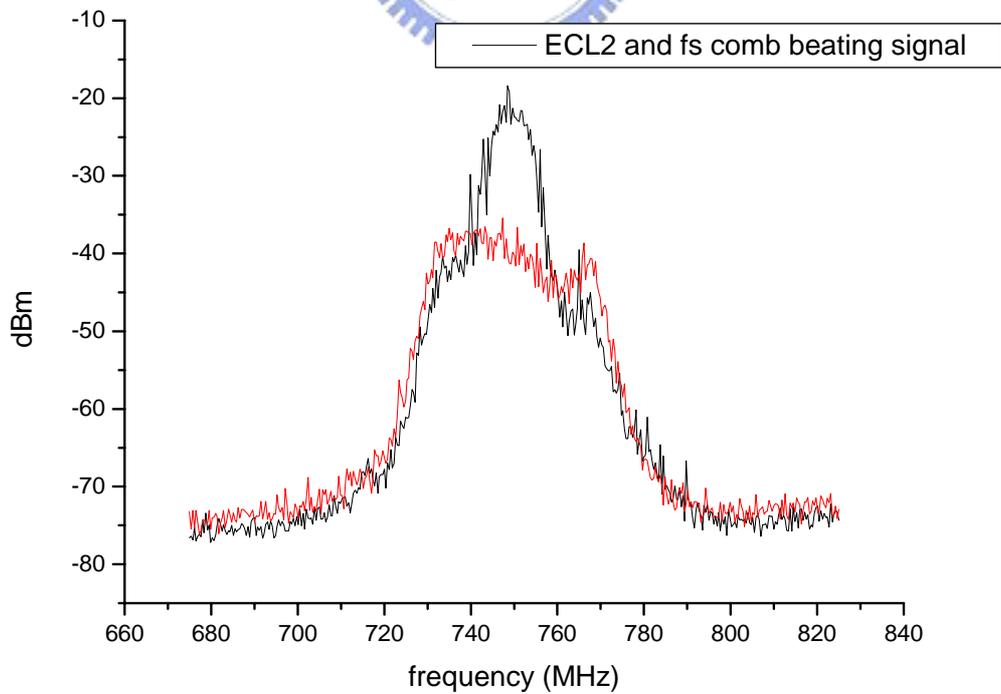


圖5-9 (a) 互鎖時，ECL2與飛秒光梳拍頻訊號圖

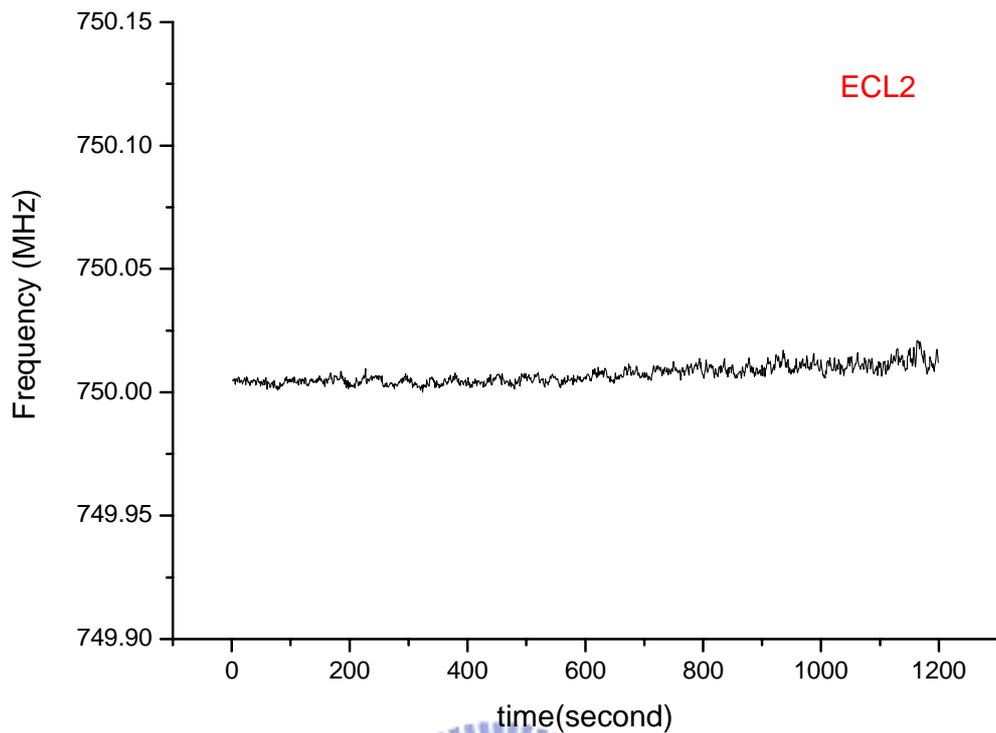


圖5-9 (b) 互鎖時 ECL2 頻率漂移與時間對應圖

5-4 雙波長半導體雷射與飛秒鎖模雷射的互鎖與頻率量測

我們利用商用的波長儀 (wave meter) Burleigh WA-1500 來測頻，而其解析度為 0.0001 nm，我們只要先知道連續波雷射頻率靠近哪一支光梳，接著就可以直接量測外腔半導體雷射和飛秒光梳的拍頻訊號 (f_{beat1})，藉由拍頻量測即可得到未知雷射的頻率。我們同時將外腔式半導體雷射一、二號與飛秒光梳互鎖，並且量測二個外腔雷射的頻率。我們做了兩組數據，第一組將 f_{ECL1} 鎖在 357296.700 GHz 而且將 f_{ECL2} 鎖在 358009.800 GHz，其頻率差為 0.71310 THz。第二組則將 f_{ECL1} 鎖在 357426.700 GHz 而且將 f_{ECL2} 鎖在 357883.800

GHz，其頻率差為 0.45710 THz。我們可以藉由改變外腔雷射的波長，使得二個外腔雷射的頻率差改變，以達到可調的效果。表 5-2 則為外腔式半導體雷射頻率量測的結果。

	f_{ECL1}	f_{ECL2}	$f_{ECL2} - f_{ECL1}$
1	357296.700GHz	358009.800GHz	0.71310 THz
2	357426.700GHz	357883.800GHz	0.45710 THz

表 5-2 外腔式半導體雷射頻率量測



第六章 總結與未來展望

我們將整個外腔雷射架設在一個特定基板上，使雷射頻率自由漂移量更少，則頻率穩定度相對的亦將提高。並將主要系統架設在一個光學麵包板上，光學麵包板下加了四個防震墊，使得系統較不會受到其他外界的干擾而導致頻率的擾動。

就波長穩頻而言，我們成功的把誤差訊號回授至半導體雷射電流驅動器與PZT，使得頻率漂移量由約幾百 MHz 降至小於 50 kHz。並將兩個獨立的外腔半導體雷射，成功的同時鎖在飛秒光梳上，並可準確的量測其頻率，使其兩個外腔半導體雷射的頻率差可以至 0.7131000 THz與 0.4571000 THz，並且可以藉由改變外腔雷射的波長，達到可調的效果。



然而做這一個雷射互鎖實驗中所遇到的問題與困難最主要的有兩項：第一項是飛秒鎖模雷射在波長 840 nm 左右部分的光強度較弱，使得與半導體雷射拍頻的訊號不強、訊噪比較低，也使得在對光時難度增加以及在互鎖時的效果沒有很好。因此，若能改用半導體雷射中心波長在 800 nm左右，使得拍頻的訊號增強，便使穩頻的時間可以加長，將頻率穩定度提高。第二項是外腔雷射所用的雷射二極體本身就具有小的共振腔，所以當我們架設外腔時要使外腔的光強度高於內腔的光強度，這使得調整的難度加大，若沒有調整好，在互鎖時

兩個腔的模態會有彼此互相搶奪增益的情況發生讓輸出光不穩，造成拍頻訊號被雜訊淹沒，而使互鎖失敗。

然實際上我們應可將頻率漂移量再降低，但受限於多外在的問題，例如也許是PZT與半導體雷射電流驅動器反應時間太慢追不上光頻率的變化。若能採用將相位檢測器輸出的誤差訊號經高頻濾波器直接注入至雷射二極體中應該可以更高速度地控制雷射的頻率^[31]，再配合PZT與半導體雷射電流驅動器來迴授控制雷射頻率使穩頻的時間可以加長，相信應可將頻率穩定度提高。



參考資料

- [1] Herman A. Haus , “ Mode-Locking of Lasers” IEEE, Quantum Electronics , vol.6, No.6,pp.1173-1185,(2000)
- [2] Seong Tae Park, Eok Bong Kim, Jin Yong Yeom and Tai Hyun Yoon, “Optical frequency synthesizer with femtosecond mode-locked laser with zero carrier-offset frequency” Journal of Korean Physical Society, Vol. 42,No. 5 , pp. 622~626 , (2003) .
- [3] Dan H. Wolaver Worcester Polytechnic institute “ Phase-Locked Loop Circuit Design “
- [4] E. Gelmini, U. Minoni, and F. Docchio, “Tunable, double-wavelength heterodyne-detection interferometer for absolute-distance measurements” , Opt.Lett.,vol.19,pp.213-215,(1994)
- [5] Ch. Kouch and H. R. ,” Briding THz-frequency gaps in the near ir by coherent four-wave mixing in GaAlAs laser diode “,J. Opt. Commun.,vol.91,pp.371-376 , (1992)
- [6] S. V. Chernikov, J. R. Taylor, P. V. Mamyshev, and E. M. Dianov, “Generation of soliton pulse train in optical fiber using 2cw singlemode diode-laser” ,Electro. Lett., vol.28, pp.931-932,(1992)
- [7] A. S. Weling, B.B. Hu, N. M. Friberg, and D. H. Auston, ” Generation of tunable narrow-band from large-aperture photoconducting antennas” , Appl. Phys. Lett.,vol.64,pp.137-139,(1994)
- [8] J. D. Ralston,S. Weisser,I.Esquivias, E.C. Larkins, P.J.Tasker, J. Rosenzweig , and J. Fleissner, “ Control of differential gain, nonlinear gain ,and damping factor for high-speed application of GaAs-based MGW lasers” , IEEE J. Quantum Electron. , vol.29 ,pp.1648-1659, (1993)
- [9] K. Noguchi, O. Mitomi, K. Kawano, M. Yanagibashi, ” Highly efficient 40GHz bandwidth Ti:LiNbO₃ modulator employing ridge structure” , IEEE Photon. Technol. Lett , vol.5, pp.52 ,(1993)
- [10] D. V. Plant, D. C. Scott, H. R. Fetterman , “Generation of millimeter-wave radiation by optical mixing in FET ‘s integrated with printed circuit antennas “ , IEEE Microwave and Guided Wave Lett.,vol.1,pp.132-134,(1991)
- [11] O. Solgaard, J. Park, J. B. Ceorges, P.K. Pepeljugoski, and K. Y. Lau, “Millimeter-wave phase noise compensation of a beat note generated by photomixing of a 2 laser diodes “ , IEEE Photon. Technol. Lett.,vol.5, pp.574-577,(1993)
- [12] D. Novak and R. S. Tucker, ” Millimeter-wave signal generation using pulsed semiconductor-lasers ” , Electron Lett. , vol.30, pp.1430-1431, (1994)

- [13]Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, " Optical frequency metrology " Nature ,Vol. 416 , p233 , (2002)
- [14]Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth and T.W. Hänsch, " Absolute Optical Frequency Measurement of the Cesium D1 Line with a Mode-Locked Laser" Phys. Rev. Lett. ,vol.82, pp.3568 (1999)
- [15]J. N. Ekstein, A. I. Ferguson, and T.W. Hänsch, " High-Resolution Two-Photon Spectroscopy with Picosecond Light Pulses" Phys. Rev. Lett. ,Vol.40, pp847 (1978)
- [16]J.K. Ranka, R.S. Windeler and A.J. Stenz, " Visible continuum generation in air silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800nm" Opt. Lett, Vol 25, pp.25-27 , (2000)
- [17]D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall and S. T. Cundiff " Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis. " , Science Vol. 288 , p635, (2000)
- [18] Jin-Long Peng, Hyeyoung Ahn, and Robert S. Windeler, "Construction of a frequency-stabilized mode-locked femtosecond laser for optical frequency metrology" , OPT2003 Proceedings II , pp.381, (2003) .
- [19] S. Coen, A. H. L. Chau, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russel, "Supercontinuum generation by stimulated Raman scattering and parametric four-wave mixing in photonic crystal fibers" J. Opt. Soc. Am. B19, Vol 19, pp.753-764753 (2002)
- [20] A. V. Husakou and J. Herrmann, "Supercontinuum generation, four-wave mixing, and fission of higher-order solitons in photonic-crystal fibers" J. Opt. Soc. Am. B19, Vol 19, pp.2171-2182 (2002)
- [21] Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler, Andrew J. Stentz, "Visible continuum generation in air silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800nm" , Optics Letters., Vol. 25 Issue 1, pp. 25, (2000)
- [22] M.W.Maeda,J.S.Patel,D.A.Smith,C.Lin,M.A.Saifi,and A.Von Lenhman, " An electronically tunable fiber laser with a liquid-crystal etalon filter as the wavelength-tuning element" , IEEE Photon.Technol. Lett., vol.2, pp.787-789,1990.
- [23] J.R.Andrews," Low-voltage wavelength tuning of an external cavity diode-laser using a nematic liquid crystal-containing birefringent filter" , IEEE IEEE Photon.Technol.Lett., vol.2,pp.334-336, (1990)
- [24] F.Favre and D.Le Guen, "820nm of continuous tenability for an external cavity semiconductor laser" ,Electron.Lett., vol.27,pp.183-184, (1991)
- [25] Paul Zorabedian, " Characteristics of an grating-external-cavity semiconductor laser containing intracavity orison bean expanders " ,J. Lightware Technol.Lett.,vol.10,pp.330-334, (1992)

- [26] R Wyatt, "Spectral linewidth of external cavity semiconductor laser with strong , frequency-selective feedback ",Electron.Lett., vol.21,pp.658-659 , (1985)
- [27] K.C.Harvey and C.J.Wayatt, "External-cavity dilde-laser using a grazing incidence diffraction grating " ,Opt,Lett., vol.16,pp.910-912, (1991)
- [28] P.de Groot, "Use of a multimode short-external-cavity laser diode for absolute-distance interferometry " , Appl.Opt.,vol.32,pp.4193-4198, (1993) .
- [29] H.Lotern, Z. Pan. And M. Dagenaus, "Tunable dual-wavelength continuous wave diode laser operated at 830nm" , Appl. Opt., vol.32,pp.5270-5273, (1993)
- [30] N. Gade and J. H. Osmundsen , "Gain measurements on semiconductor lasers by optical feedback from an external grating cavity" , IEEE J. of Quantum Electron. Vol. QE-19, pp.1238-1242, (1983)
- [31] A. Schoof, J. Grnert, S. Ritter, A. Hemmerich, "Reducing the linewidth of a diode laser below 30Hz by stabilization to a reference cavity with a finesse above 10^5 " , Optics Letters., Vol. 26 Issue 20, pp. 1562, (2001)
- [A] Motoichi Ohtsu , " Coherent quantum optics and technology" , Kluwer Academic Publishers, (1992)
- [B] Analog Devices, "Ultrahigh speed Phase/Frequency Discriminator AD9901 data sheet" .

