# 國立交通大學

# 光電工程研究所

# 碩士論文初稿

光彈調變式橢圓偏光儀對扭轉式液晶的研究 Study the twist nematic liquid crystal by photoelastic modulated ellipsometry

# 碩士生:張君愷指導教授:趙于飛教授

## 光彈調變式橢圓偏光儀對扭轉式液晶的研究

Study the twist nematic liquid crystal by

## photoelastic modulated ellipsometry

研 究 生:張君	研	究	生	:	張君	愷
----------	---	---	---	---	----	---

Student : Chun-Kai Chang

指導教授:趙于飛

Advisor : Dr. Yu-Faye Chao



A Thesis

Submitted to Institute of Electro-Optical Engineering College of Electrical Engineering and Computer Science National Chiao Tung University In Partial Fulfillment of the Requirements For the Degree of Master in

> Electro-Optical Engineering July 2005 Hsin-chu, Taiwan, Republic of China

光彈調變式橢圓偏光儀對扭轉式液晶的研究

學生:張君愷

指導教授:趙于飛

### 國立交通大學

### 光電工程研究所



利用光彈調變式橢圓偏光儀在不須轉動任何元件的情況下,量測 扭轉式液晶 (TN-LC) 的光學參數,如扭轉角及相位延遲。經校正液 晶第一層的錨定方位角後,本系統可以即時量測橢圓偏光參數  $\Psi$  和  $\Delta$ 。為了瞭解 TN-LC 的異向特性 (anisotropic properties),我們轉動 液晶樣本,由於觀察到  $\Psi$  和  $\Delta$  在各角度分佈圖形並不對稱,故可 推斷液晶應同時具有線性及圓的異向特性 (即 LB、CB 及 LD、 CD)。將 TN-LC 所量出的光學參數轉換成橢圓偏光參數,其結果與 實驗量測值相當吻合。由於可以即時量測橢圓偏光參數,故可以研究 TN-LC 在不同電壓下的動態反應;由  $\Psi$  和  $\Delta$  所推出的穿透率可 求出 TN-LC 的反應時間。最後,我們並將所量得的  $\Psi$  和  $\Delta$  轉成 偏振態 (Stokes Parameters) 同時繪出在邦加球 (Poincare Sphere) 上 的改變軌跡。

# Study the twist nematic liquid crystal by photoelastic modulated ellipsometry

Student:Chun-Kai Chang

Advisor:Dr. Yu-Faye Chao

## Institude of Electro-Optical Engineering

## National Chiao Tung University



We can measure the twist nematic liquid crystal (TN-LC) parameters, such as twist angle and phase retardation by the photoelestic modulated ellipsometry without rotating any component in the system. After adjusting the rubbing direction of TN-LC, we can measure the ellipsometric parameters  $\Psi$  and  $\Delta$  in real time. For understanding the anisotropic properties of TN-LC, we rotated TN-LC and observe the unsymmetrical phenomenon in  $\Psi$  and  $\Delta$ . By careful analyzing the model, we can judge that TN-LC contains both linear and circular anisotropic properties. We also transform the measured TN-LC parameters into its corresponding ellipsometric parameters, which consist with our ellipsometric measured values. Because of the real time measurements, we can study the dynamic phenomenon of TN-LC under applied voltage; we further derive the transmission from  $\Psi \cdot \Delta$ , and measure the response time of TN-LC. In this study, we proved that the response time is longer in low applied voltage than it is in higher applied voltage. Finally we transform  $\Psi$  and  $\Delta$  into Stokes Parameters, and trace out its polarization state on Poincare Sphere.

# 誌謝

碩士班生活即將隨著論文的完成劃上句點,感謝我的指導教授趙 于飛老師無論在學術研究和生活言行上的指導與教誨,對我的人生經 驗有很大的影響。在這兩年老師耐心的指導下,使得我的研究生活充 實而愉快,並順利完成本論文,其間過程受益良多。

另外感謝夢偉、康元、建遠、柏儒學長在研究以及實驗上的提供 建議以及幫忙,還有育承、奕德、俊逸、嘉倫同學們在平常生活上以 及研究上相互討論以及協助。

最後感謝我的父母對我的的栽培和鼓勵,讓我順利地完成研究所 的學業。



中文摘要	I
英文摘要	II
誌 謝	
章節目錄	• • • • •
圖表目錄	• • • • •
第一章 緒論	1
第二章 基本原理	4
2.1 偏振光的型態與表示法	4
2.2 史托克參數(Stokes Parameters)和穆勒矩陣(Mueller Matri	ix)6
2.3 邦加球(Poincare Sphere)	8
2.4 光彈調變器(PEM)	9
2.5 光彈調變式橢圓偏光儀	11
2.6 橢圓偏光參數和史托克參數的換轉	14
2.7 扭轉式液晶模型推導	15
2.8 含吸收項扭轉式液晶模型推導	18
2.9 扭轉式液晶光學參數和橢圓偏光參數的轉換	19
第三章 扭轉式液晶靜態量測	21
3.1 實驗架構	21
3.2 實驗目的	22
3.3 實驗方法	22
3.4 實驗結果	22
3.4.1 轉動扭轉式液晶方位角	22
3.4.2 計算扭轉式液晶光學參數	23
3.4.3 由圖形直接求得扭轉式液晶光學參數	28
第四章 扭轉式液晶動態量測	34
4.1 實驗架構	34
4.2 實驗目的	35
4.3 實驗方法	35

4.4 實驗結果	
4.4.1 以不同的外加電壓觀察扭轉式液晶Ψ和Δ的變化35	
4.4.2 在邦加球上觀察扭轉式液晶在不同電壓下的反應42	
五章 結論	第
考文獻	參



# 圖表目錄

啚	2-1:	横向傳播光場	4
圖	2-2:	旋轉的橢圓偏振光	5
圖	2-3:	邦加球 (Poincare Sphere)	8
圖	2-4:	光彈調變器構造示意圖	.9
圖	2-5:	光彈調變式橢圓偏光儀量測系統架構圖	11
圖	2-6:	扭轉式液晶的工作原理	16
圖	3-1:	扭轉式液晶靜態量測架構圖	21
圖	3-2:	靜態量測扭轉式液晶Ψ和Δ	.22
圖	3-3:	靜態量測扭轉式液晶Ψ和Δ	23
圖	3-4:	靜態量測扭轉式液晶Ψ和Δ	24
圖	3-5:	靜態量測扭轉式液晶及由液晶光學參數反求的Ψ和Δ	25
圖	3-6:	靜態量測扭轉式液晶及由液晶光學參數反求的Ψ和Δ	26
圖	3-7:	靜態量測扭轉式液晶的邦加球	27
圖	3-8:	靜態量測扭轉式液晶及改變Γ反求的Ψ	28
圖	3-9:	靜態量測扭轉式液晶及改變Γ反求的Δ	29
圖	3-10:	靜態量測扭轉式液晶及改變Φ反求的Ψ	29
圖	3-11:	靜態量測扭轉式液晶及改變 $\Phi$ 反求的 $\Delta$	30
圖	3-12:	靜態量測扭轉式液晶及改變Φ和Γ反求的Δ	31
圖	3-13:	靜態量測扭轉式液晶及改變Φ和Γ反求的Ψ	31
圖	3-14:	靜態量測扭轉式液晶及改變 $\Phi$ 和 $\Gamma$ 並加入LD反求的 $\Delta$	32
圖	3-15:	靜態量測扭轉式液晶及改變 $\Phi$ 和 $\Gamma$ 並加入LD反求的 $\Psi$	.33
圖	4-1:	扭轉式液晶動態量測架構圖	34
圖	4-2:	外加電壓為 5V 動態量測扭轉式液晶的各倍頻訊號	36
圖	4-3:	外加電壓為 5V 動態量測扭轉式液晶的 $\delta_0$	36
圖	4-4:	外加電壓為 5V 動態量測扭轉式液晶的Ψ和Δ	37
圖	4-5:	外加電壓為 5V 計算光穿透率	38

圖	4-6:	外加電壓為 5V 扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率	9
圖	4-7:	外加電壓為4V扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率	39
圖	4-8:	外加電壓為3.5V扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率	40
圖	4-9:	外加電壓為 3V 扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率	40
圖	4-10:	外加電壓為2.5Ⅴ扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率	40
圖	4-11:	外加電壓為 5V, $lpha$ 為-47.77°的 $\Psi$ 和 $\Delta$ 及光穿透率	41
圖	4-12:	外加電壓為 5V 扭轉式液晶的邦加球	42
圖	4-13:	外加電壓為 4V 扭轉式液晶的邦加球	43
圖	4-14:	外加電壓為 3.5V 扭轉式液晶的邦加球	14
圖	4-15:	外加電壓為 3V 扭轉式液晶的邦加球	45
圖	4-16:	外加電壓為 5V,α為-47.77°扭轉式液晶的邦加球	17

表 3-1:	計算扭轉式液晶的各參數值	
表 3-2:	計算扭轉式液晶的光學參數	



# 第一章 緒論

光波具有很多有趣的特性,包括光的波長,光的強度,光的同調性,以及光的偏振性。光的偏振特性在由丹麥科學家 Bartholinus 於 1669年發現方解石晶體 (Calcite) 的雙折射特性之後,就開始被發現 並陸續研究。直到 20 世紀初期因為鍍膜技術的需求,光的偏振性才 比較受到重視並受到更多更廣泛的研究以及應用。

在光電量測的眾多技術中,若提到材料光學參數(如薄膜厚度、 折射率等)之量測,則首推橢圓術 (Ellipsometry)。橢圓術的原理是 利用一已知其偏振態之偏極光,入射一待測物質,經由量測出射光與 原先入射光間的偏振態變化,反推此待測物質之光學特性 [1]。應用 橢圓術設計發展的儀器則稱為橢圓儀 (Ellipsometer),橢圓儀中的主 要光學元件有:偏光片 (polarizer)、補波片(compensator)、待測物 (sample)及析光片 (analyzer),上述系統中補波片現已有被光彈調變 器 (Photoelastic Modulator—PEM) 逐漸取代的趨勢 [2]。光彈調變器 是利用光彈效應來調變相位延遲[3],因此它可以處理各波長,故可 擴展成偏光光譜儀,此外應用光彈調變之量測系統不須轉動光學元 件,可避免因機械轉動而造成寄生誤差 (parasitic error) [4],而因為調 變器製作技術大幅提昇,更增加其穩定性,所以光彈調變器已廣泛地 被採用在偏光量測上。

本實驗室發展了以光彈調變器作為相位調變的 P.PEM.S.A.型式 的橢圓儀,並以用穿透方式成功地校準了各元件的相對偏振角 (azimuthal angle) [4] 及光彈調變器的相位調變振幅 [5],搭配數據擷 取卡 (DAQ Card) 可即時量測橢圓偏光參數(Ψ,Δ) [6]。

光彈調變式橢圓偏光儀不僅可以靜態地量測樣品的性質,也可以 動態地觀察樣品的變化狀況。兩者皆以鎖相放大器來抓取光強度的倍 頻訊號。雖然鎖相放大器在準度可以提供量測的重要依據,但在速度 方面卻限制住了 PEM 的高速量測特性。目前光彈調變式橢圓偏光儀 用鎖相放大器監控電漿蝕刻系統的速度是一秒鐘至少 10 個點的資

1

訊,足夠即時解析蝕刻的需求。但是對於更快速變化的樣本,鎖相放 大器就不能發揮 PEM 的高速量測特性,因為 PEM 的調變頻率是 50 KHz。

2001 年林肇廉 [7]以光彈調變式橢圓偏光儀量測出了扭轉式液 晶 (TN-LC) [8]的扭轉角及相位延遲。2003 年林柏儒 [9]利用三亮度 方式測量 TN-LC 的扭轉角、相位延遲及錨定方位角(以下簡稱錨定 角),他為了證明所量出確實是錨定角,故意旋轉 TN-LC 一特定角 度再量測其錨定角發現其結果正如旋轉角度。2004 年柯凱元利用數 據擷取卡將光彈調變式橢圓偏光儀的波形量化並記錄之,以事後分析 法對訊號做解析,並對 TN-LC 加電壓當作動態樣本,驗證了此方法 對動態樣本量測的可行性。

本論文以光彈調變式橢圓偏光儀對 TN-LC 進行量測,所闡述的 重點有四:

440000

第一部分 建構扭轉式液晶偏光參數和光學參數

以往本實驗室橢圓偏光儀只揭限於量測等向性 (isotropic) 材 料,現將異向性的 TN-LC 放置於 PEM 橢圓偏光儀的前面則可建構 出量測任何性質材料的技術。如能搭配數據擷取卡和 LabVIEW 程式 可即時量測橢圓偏光參數 (Ψ 和 Δ)。我們不但校正了 TN-LC 的光 學參數 (扭轉角、相位延遲及錨定角),並研導偏光參數及 TN-LC 光 學參數的相互關係,藉以瞭解 TN-LC 的偏極態。

第二部分 旋轉扭轉式液晶量测其偏光参数和光学参数

固定入射光的偏振態通過 TN-LC 後, 經光彈調變器及析光片分析, 藉以量測 TN-LC 的光學參數和偏光參數。在不轉動任何光學元件的情況下, 我們理論上可以計算其橢圓偏光參數, 亦可求得 TN-LC

的扭轉角、相位延遲,並且可校正 TN-LC 的錨定方位角。為了瞭解 TN-LC 的異向特性 (anisotropic properties),我們轉動液晶樣本,由於 觀察到  $\Psi$  和  $\Delta$  在各角度分佈圖形並不對稱,故可推斷液晶應同時 具有線性及圓的異向特性 (即 LB、CB)。並且利用  $\Psi$  和  $\Delta$ 對 TN-LC 光學參數的靈敏度不同,可以直接由圖形推測出 TN-LC 的光 學參數和線性吸收 (LD);此外將 TN-LC 的光學參數轉換成  $\Psi$  和  $\Delta$ ,發現和實驗值相當吻合。

第三部分 扭轉式液晶加電壓後的動態研究

由於 PEM 有很高的調變頻率,如果利用高速取樣數據擷取卡 (DAQ Card),可紀錄 TN-LC 在加電壓後因分子排列變化所造成的波 形,經事後分析波形即可求得 Ψ 和 Δ,如此便可利用 Ψ 和 Δ 觀 察 TN-LC 對不同電壓的動態反應。並且可由 Ψ 和 Δ 求出 TN-LC 的穿透率,其結果與穿透實驗值相當符合,故可量出反應時間 (response time)。

40000

第四部分 在邦加球上觀察扭轉式液晶偏振狀態的改變

由於偏極態 (Stokes Parameters) 可由  $\Psi$  和  $\Delta$  求得,因此在 邦加球上可繪出旋轉 TN-LC 或加電壓的 TN-LC 所行走的軌跡。

# 第二章 基本原理

## 2.1 光的偏振態與表示法

我們通常以電場的時變分布來定義光波之偏振狀態。假設一光波 之傳播方向為 Z 方向,其電場之振動方向將位於 X-y 平面上 ,以 *Ē*(z,t)表示空間中光波某一點之電場時變關係式可以表示為



圖 2-1 橫向傳播光場

$$\vec{E}(r,t) = \operatorname{Re}(E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta)}) = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$
$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$
$$E_x = E_{\alpha x} \cos(kz - \omega t - \delta_x)$$

其中

$$E_{x} = E_{ox} \cos(kz - \omega t - \delta_{x})$$

$$E_{y} = E_{oy} \cos(kz - \omega t - \delta_{y})$$

*k*:波數 (wave number)

*ω*:角頻率 (angular frequency)

 $\delta_x$ 、 $\delta_y$ : x 及 y 方向電場之相位 (phase)

當 Z=0 時,電場之分布可寫成以下橢圓方程式:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\delta = \sin^2\delta$$
(2-1)

 $\delta = \delta_y - \delta_x$ :為 y 方向與 x 方向電場的相位差

我們再將x, y座標旋轉一角度 $\theta$ ,座標轉換成x', y'座標。



a:橢圓長軸 b:橢圓短軸
θ:橢圓傾角(Orientation angle)
:離心率角(elliptical angle)

圖 2-2 旋轉的橢圓偏振光

 $a^{2} = E_{ox}^{2} \cos^{2} \theta + E_{oy}^{2} \sin^{2} \theta + 2E_{ox} E_{oy} \sin \theta \cos \theta \cos \delta$ 

 $b^{2} = E_{ox}^{2} \sin^{2} \theta + E_{oy}^{2} \cos^{2} \theta - 2E_{ox}E_{oy} \sin \theta \cos \theta \cos \delta$ 

(2.1) 式可簡化成:



故光波在某一點之電場分布為橢圓型故稱橢圓偏振。不同的相位 差電場就會有不同的橢圓偏振,以下討論幾種特例:

- (1) 當  $\delta = 0$ ,  $\delta = \pi$  時, 電場為沿著固定方向振動, 稱為線性偏振光。
- (2) 當  $\delta = \pm \pi/2$ , 且 $E_{ox} = E_{oy}$ 時, 電場向量為順或逆時針圓形偏振, 稱為右, 左旋圓偏振光。
- (3) 當 δ≠0, δ≠±π,δ≠±π/2 時,電場之振動方向為橢圓,稱為橢圓 偏振光。

為方便描述光波之偏振狀態,通常以一2×1行向量表示電場振動 情形,表示光波在空間中的瞬時偏振狀態,此矩陣稱為瓊斯向量 (Jones vector) [10]。

$$E \rangle = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{i \, \delta x} \\ E_{oy} e^{i \, \delta y} \end{bmatrix} e^{i(kz - \omega t)}$$

一般而言 Jones Vector 只能形容純偏振 (pure polarized) 光,不 能形容非偏振 (unpolarized) 光或部份偏振 (partially polarized) 光, 但一般光波大部份均為非偏振或部份偏振光,故須用史托克向量 (Stokes Vector) 來代表,才能更完整描述光波的偏振狀態。

# 2.2 史托克參數 (Stokes Parameters) 和穆勒矩陣

(Mueller Matrix)

Stokes Vector 為一4×1階矩陣 [10]

$$S(Stokes - Vector) = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

$$S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^*$$

$$S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^*$$

$$S_3 = 2E_x E_y Cos \delta = E_x E_y^* + E_x^* E_y$$

$$S_3 = 2E_x E_y Sin \delta = i \left( E_x E_y^* - E_x^* E_y \right)$$

其中 $S_0$ 代表著此光線的總強度; $S_1 = \pm 1$ 代表偏振狀態為水平(+) 或鉛直(-)方向; $S_2 = \pm 1$ 代表偏振狀態為 $45^{\circ}(+)$ 或 $-45^{\circ}(-)$ 方 向; $S_2 = \pm 1$ 代表偏振狀態為右旋(+)或左旋(-)方向。 一個橢圓率  $\varepsilon$  之正橢圓偏極光的 Jones Vector 可表示為

$$\begin{pmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{pmatrix}$$

一個方位角改變之橢圓偏極光的 Jones Vector 可表示為

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = R(-\theta) \cdot \begin{pmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varepsilon - j \sin \theta \sin \varepsilon \\ \sin \theta \cos \varepsilon + j \cos \theta \sin \varepsilon \end{pmatrix}$$

今將上式轉成 Stokes vector ,考慮一般的部分偏極光的偏光率 P,則廣義的橢圓偏極光可用 Stokes Vector 表示:

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ P \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 2\varepsilon \\ P \cdot \sin 2\theta \cdot \cos 2\varepsilon \\ P \cdot \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}$$
  
其中 I\_0 : 光波的總亮度 (Intensity)  
P : 偏光率 (Degree of Polarization)  
 $\theta$  : 橢圓傾角 (Orientation angle)  
 $\varepsilon$  : 橢圓率 (Ellipticity Angle)

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} , P = \begin{cases} 0 , unpolarized \\ 1 , purepolarized \\ 0 < P < 1 , partially polarized \end{cases}$$

由上式可知 
$$\tan 2\theta = \frac{S_2}{S_1}$$
  $\sin 2\varepsilon = \frac{S_3}{S_0}$ 

所以橢圓偏振光的方位角和橢圓率可以直接由 Stokes Parameters 來表示。

## 2.3 邦加球 (Poincare Sphere) [1]

以史托克參數 (S<sub>1</sub>、S<sub>2</sub>、S<sub>3</sub>) 為軸可以繪出邦加球,如圖 2-3 所 示,在此球中可標示出所有的偏光狀態,此圓的半徑和偏光率有關。 任一點偏光狀態 (P點) 和 S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> 平面所夾角度為 2ε,對 S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> 平面 的投影和軸 S<sub>1</sub> 所夾角度為 2θ。然而在 S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> 平面上的所有偏光狀 態均為線偏振光,只是每一點的方位角不同,在邦加球的兩極分別是 右旋和左旋偏振光,其它部份都是橢圓偏振光。



圖 2-3 邦加球 (Poincare Sphere)

## 2.4 光彈調變器 (PEM)

調變光訊號可以經由聲光調變和電光調變兩種方法調製。電光調 變可以經由外加電壓訊號來調整,由電訊號就可以簡單且快速地調變 光訊號。

光彈調變器相似於電光調變器,其構造如圖 2-4 所示,由控制器 (controller),信號高壓驅動器 (driver) 以及光學頭 (optical head) 所組 成,藉由控制器改變驅動器的電壓進而調變與光學頭相黏的石英晶體 的振動頻率而帶動光學頭的共振。對整個光彈調變器而言,光學頭是 最重要的組件。



圖 2-4 光彈調變器構造示意圖

當光學頭共振時,光學材料在 x 及 y 方向產生不同的折射率, 因此 x 與 y 方向偏振會產生一個相位差變化為  $\Delta_p = \Delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ 。

光彈調變器可視為一個隨時間改變的線性雙折射晶體 (Linear Birefringence Crystal),所以 PEM 的 Jones Matrix 和 Mueller Matrix 可表示如下:

$$M_{pem} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{p}/2 + i \cdot \cos 2C \sin \Delta_{p}/2 & i \cdot \sin 2C \sin \Delta_{p}/2 \\ i \cdot \sin 2C \sin \Delta_{p}/2 & \cos \Delta_{p}/2 - i \cdot \cos 2C \sin \Delta_{p}/2 \end{bmatrix}$$
$$M_{pem} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_{p} & -\sin \Delta_{p} \\ 0 & 0 & \sin \Delta_{p} & \cos \Delta_{p} \end{bmatrix}$$

其中  $\Delta_p = \Delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ,  $\Delta_0$  為相位調變振幅,相位調變振幅可表 示為  $\Delta_0 = 2\pi \cdot \delta_0$ ,  $\delta_0$  表示異常光 (extra-ordinary ray) 與尋常光 (ordinary ray) 在一週期相位差中所佔的比例。將 PEM 的光軸校正在 0°,入射光的 x 分量相位和 y 分量相位受到 PEM 不同程度地調 變,因此可以達到調制入射光的偏振態。



## 2.5 光彈調變式橢圓偏光儀



圖 2-5 光彈調變式橢圓偏光儀量測系統架構圖

如圖 2-5 的架構圖, He-Ne 雷射經過偏光片後光的偏振態為 $E_p$ ,經過液晶樣本  $LC(\Psi, \Delta)$ ,再通過光彈調變器  $M_{pem}(C, \Delta_p)$ ,穿透後再經過析光片  $M_A(A)$ ,出射的偏極態  $E_f$  的數學模式我們可以表示為 $E_f = M_A(A) \cdot M_{pem}(C, \Delta_p) \cdot LC(\Psi, \Delta) \cdot E_p$ 。

液晶的 Jones Matrix 定義為  $LC(\Psi, \Delta) = \begin{bmatrix} \rho_{pp} & \rho_{sp} \\ \rho_{ps} & \rho_{ss} \end{bmatrix}$ 令出射偏光片的 Jones Vector 為  $\begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$ ,而出射液晶樣本的 Jones Vector 為  $\begin{bmatrix} E_{\alpha x} \\ E_{\alpha y} \end{bmatrix}$ ,兩者的關係為  $\begin{bmatrix} E_{\alpha x} \\ E_{\alpha y} \end{bmatrix} = LC \cdot \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{pp} & \rho_{sp} \\ \rho_{ps} & \rho_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$  偏光參數 (Ψ,Δ) 定義為

$$\tan(\Psi)\exp(i\Delta) \equiv \frac{\zeta}{\chi} , \quad \notin \Psi \ \chi = E_{ix}/E_{iy} , \quad \zeta = E_{ox}/E_{oy}$$

所以 
$$\tan(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\zeta}{\chi} = \frac{\rho_{pp} + \rho_{sp}\chi^{-1}}{\rho_{ss} + \rho_{ps}\chi^{-1}}$$

$$\tan(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\rho_{pp} + \rho_{sp}\chi^{-1}}{\rho_{ss} + \rho_{ps}\chi} = \frac{\rho_{pp} + \rho_{sp}\tan(P)}{\rho_{ss} + \rho_{ps}\cot(P)}$$

其中P代表偏振片的方位角,而實驗中P為-45°,所以上式可化簡為

$$\tan(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\rho_{pp} + \rho_{sp}\chi^{-1}}{\rho_{ss} + \rho_{ps}\chi} = \frac{\rho_{pp} - \rho_{sp}}{\rho_{ss} - \rho_{ps}} \equiv \frac{\rho_{p}}{\rho_{s}}$$

其中定義 
$$\rho_p \equiv \rho_{pp} - \rho_{sp}$$
,  $\rho_s \equiv \rho_{ss} - \rho_{ps}$ , 整理後  $\rho_p = \tan(\Psi)e^{i\Delta} \cdot \rho_s$   
析光片出射光的偏振態為  
 $E_f = I_0 \begin{bmatrix} \cos^2 A & \sin A \cos A \\ \sin A \cos A & \cos^2 A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \Delta_p / 2 + i \cdot \cos 2C \sin \Delta_p / 2 & i \cdot \sin 2C \sin \Delta_p / 2 \\ i \cdot \sin 2C \sin \Delta_p / 2 & \cos \Delta_p / 2 - i \cdot \cos 2C \sin \Delta_p / 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho_{pp} & \rho_{sp} \\ \rho_{ps} & \rho_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos P \\ \sin P \end{bmatrix}$ 

將偏光片的方位角置於 -45° (P=-45°),校正光彈調變器的光軸在 0 度 (C=0°),而析光片的方位角在 45°(A=45°),可以得到光強 度的表示式為

$$I = \frac{1}{8}\sec^2\Psi \cdot (2 + \sin(\Delta + \Delta_p - 2\Psi) - \sin(\Delta + \Delta_p + 2\Psi)).\rho_s^2 \cdot I_0$$
 (2-2)

其中 
$$\Delta_p = \Delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$
  
 $\Delta_0$  為相位調變振幅,而  $\Delta_0 = 2\pi \cdot \delta_0$   
針對  $\Delta_p$  做傅立葉貝索 (Fourier Bessel Expansion) 展開,我們可以得  
到以下的關係式為

 $\cos(\sin \Delta_{p}) = J_{0}(\Delta_{0}) + 2J_{2}(\Delta_{0}) \cdot \cos 2 \cdot 2\pi f_{0}t + 2J_{4}(\Delta_{0}) \cdot \cos 4 \cdot 2\pi f_{0}t + ...$   $\sin(\sin \Delta_{p}) = 2J_{1}(\Delta_{0}) \cdot \sin 2\pi f_{0}t + 2J_{3}(\Delta_{0}) \cdot \sin 3 \cdot 2\pi f_{0}t + ...$ 代入 (2.2) 式可以整理出各倍頻訊號強度為

$$I_{dc} = \frac{1}{4}\sec^2\Psi \cdot (1 - J_0(\Delta_0) \cdot \cos\Delta \cdot \sin 2\Psi)\rho_s^2 \cdot I_0$$
(2-3)

$$I_{1f} = J_1(\Delta_0) \cdot \sin \Delta \cdot \tan \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$$
(2-4)

$$I_{2f} = J_2(\Delta_0) \cdot \cos \Delta \cdot \tan \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$$
(2-5)

$$I_{3f} = J_3(\Delta_0) \cdot \sin \Delta \cdot \tan \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$$
(2-6)

$$I_{4f} = J_4(\Delta_0) \cdot \cos \Delta \cdot \tan \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$$
(2-7)

由 (2.4)、(2.5)、(2.6) 及 (2.7) 式  $\frac{I_{1f}}{I_{3f}} = \frac{J_1(\Delta_0)}{J_3(\Delta_0)}, \frac{I_{2f}}{I_{4f}} = \frac{J_2(\Delta_0)}{J_4(\Delta_0)}$ (2-8) 其中  $\Delta_0 = 2\pi \cdot \delta_0$ ,即可求出  $\Delta_0$ 、在量測之前,我們必須先要校正相 位調變振幅調在  $J_0(\Delta_0) = 0$  的地方,才可開始做量測 [5]。 $\Delta_0$ 校正之 後, $J_0(\Delta_0) = 0$ ,因此由 (2.3)、(2.4)、(2.5)分別可得到 $I_{dc}$ 、 $I_{1f}$ 、 $I_{2f}$ 為  $I_{dc} = \frac{1}{4}\sec^2 \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$   $I_{1f} = J_1(\Delta_0) \cdot \sin \Delta \cdot \tan \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$  (2-9)  $I_{2f} = J_2(\Delta_0) \cdot \cos \Delta \cdot \tan \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$  (2-10)

將 (2.9) 與 (2.10) 式相除

$$\frac{I_{1f}}{I_{2f}} = \tan\Delta \cdot \frac{J_1(\Delta_0)}{J_2(\Delta_0)}$$
(2-11)

$$\Delta = \tan^{-1} \left( \frac{I_{1f}}{I_{2f}} \times \frac{J_2(\Delta_0)}{J_1(\Delta_0)} \right)$$
(2-12)

$$\pm \sin(\Delta) = \frac{I_{1f}}{I_0 \rho_s^2 \tan \Psi J_1(\Delta_0)} 
\cos(\Delta) = \frac{I_{2f}}{I_0 \rho_s^2 \tan \Psi J_2(\Delta_0)}$$
(2-13)

#### 將 (2.13) 式平方相加會得到

$$1 = \left(\frac{I_{1f}}{I_0 \rho_s^2 \tan \Psi J_1(\Delta_0)}\right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{I_0 \rho_s^2 \tan \Psi J_2(\Delta_0)}\right)^2$$
(2-14)  
$$I_{dc} = \frac{1}{4} \sec^2 \Psi \cdot \rho_s^2 \cdot I_0$$

$$I_0 = \frac{4 \cdot I_{dc}}{\sec^2 \Psi \cdot \rho_s^2}$$
(2-15)

代回 (2.14) 式可得  $1 = \left(\frac{I_{1f}}{2I_{dc}\sin 2\Psi J_{1}(\Delta_{0})}\right)^{2} + \left(\frac{I_{2f}}{2I_{dc}\sin 2\Psi J_{2}(\Delta_{0})}\right)^{2}$   $\Psi = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\sqrt{\left(\frac{I_{1f}}{2I_{dc}J_{1}(\Delta_{0})}\right)^{2} + \left(\frac{I_{2f}}{2I_{dc}J_{2}(\Delta_{0})}\right)^{2}\right)} = (2-16)$ 

藉由 (2.12) 以及 (2.16) 我們就可以即時推算出橢圓偏光參數。

## 2.6 橢圓偏光參數和史托克參數的轉換

偏光參數定義如下

$$\tan(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\zeta}{\chi} = \frac{E_{ox}/E_{oy}}{E_{ix}/E_{iy}}$$

偏光片方位角為-45° ( $P = -45^{\circ}$ ),所以 $E_{ix}/E_{iy} = -1$ ,而 $E_{ox} = -\tan(\Psi)e^{i\Delta}E_{oy}$ 。 如此可將偏光參數和史托克參數相連結

$$S_{0} = E_{x}E_{x}^{*} + E_{y}E_{y}^{*} = (\tan^{2}\Psi + 1)E_{oy}^{2}$$

$$S_{1} = E_{x}E_{x}^{*} - E_{y}E_{y}^{*} = (\tan^{2}\Psi - 1)E_{oy}^{2}$$

$$S_{2} = 2E_{x}E_{y}Cos\delta = -2\tan\Psi\cos\Delta E_{oy}^{2}$$

$$S_{3} = 2E_{x}E_{y}Sin\delta = 2\tan\Psi\sin\Delta E_{oy}^{2}$$

將  $S_1 S_2 S_3 分別對 S_0 歸一化。$ 

$$\frac{S_{1}}{S_{0}} = \frac{\tan^{2} \Psi - 1}{\tan^{2} \Psi + 1}$$
(2-17)  
$$\frac{S_{2}}{S_{0}} = \frac{-2 \tan \Psi \cos \Delta}{\tan^{2} \Psi + 1}$$
(2-18)  
$$\frac{S_{3}}{S_{0}} = \frac{2 \tan \Psi \sin \Delta}{\tan^{2} \Psi + 1}$$
(2-19)

如此只要知道橢圓偏光參數就可立即得知史托克參數。



## 2.7 扭轉式液晶模型推導

扭轉式液晶的工作原理如圖 2-6 所示,其中偏振片和析光片的方 位角相差 90°。當入射光經過偏振片後,出射光偏振方向和偏振片的 方位角一致,再經過液晶樣本,由於扭轉式液晶的扭轉角約為 90°, 因此液晶樣本的入射光會受到液晶分子影響而使得偏振方向偏轉 90°,此時出射光偏振方向和析光片平行,因此可通過析光片,為亮 態。當對液晶樣本加電壓,此時液晶分子會順著電場排列,所以液晶 分子幾乎不會改變入射光的偏振狀態,因此會被第二片偏振片所擋 住,為暗態。



圖 2-6 扭轉式液晶的工作原理

根據 Yeh [8] 對於扭轉型液晶 (TN-LC) 的計算,是以多層的線 性雙折射效應 (LB) 結構疊加而成。首先,需定義 TN-LC 的光學參 數如下:

STILLER,

令 Φ 為液晶樣本的扭轉角, α 為液晶分子扭轉角度的變化斜率, d 為液晶樣品的總厚度。

 $\Phi = \alpha \cdot d$ 

 $\Gamma$  為液晶樣品無扭轉行為時的總相位變化, $\lambda$  表示入射光的波長,且  $\Delta n = n_e - n_o$ 。

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot d$$

因為考慮多層 LB 的結合,每層的相位延遲為  $\frac{\Gamma}{N}$ ,而每一層的 扭轉角度為  $\rho \sim 2\rho \sim 3\rho \cdots (N-1) \cdot \rho$ ,且  $\rho = \frac{\Phi}{N}$ ,則總合的 TN-LC 模型可以如下式 *M* 所示:

 $M = W_N \cdot W_{N-1} \cdots W_3 \cdot W_2 \cdot W_1 = \prod_{m=1}^N W_m = \prod_{m=1}^N R(-m\rho) \cdot W_0 \cdot R(m\rho)$ 

$$W_0 = \begin{bmatrix} e^{-i\Gamma/2N} & 0\\ 0 & e^{i\Gamma/2N} \end{bmatrix}$$

#### M 可以簡化如下:

$$M = R(-\Phi) \cdot \left[ W_0 \cdot R(\frac{\Phi}{N}) \right]^N = R(-\Phi) \begin{bmatrix} \cos\frac{\Phi}{N} \cdot e^{-i\Gamma/2N} & \sin\frac{\Phi}{N} \cdot e^{-i\Gamma/2N} \\ -\sin\frac{\Phi}{N} \cdot e^{i\Gamma/2N} & \cos\frac{\Phi}{N} \cdot e^{-i\Gamma/2N} \end{bmatrix}^N$$
(2-20)

當 N 趨近無窮大,則 (2-20) 式可以表示如下:



然而上述的推導已將液晶樣本的第一層錨定方向假設為零度,但 實際上此錨定方向並未必和實驗室的座標軸平行,而是存在一特定角 度,因此必須增加一參數(α)來代表第一層液晶分子的錨定方向, 而最後的液晶矩陣以 LC 表示。

$$LC = \begin{bmatrix} \rho_{\mu\nu} & \rho_{\mu\nu} \\ \rho_{\mu\nu} & \rho_{\mu\nu} \end{bmatrix} = R \ (-\alpha) \cdot \begin{bmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi \\ \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \chi - i \frac{\Gamma \sin \chi}{2\chi} & \Phi \frac{\sin \chi}{\chi} \\ -\Phi \frac{\sin \chi}{\chi} & \cos \chi + i \frac{\Gamma \sin \chi}{2\chi} \end{bmatrix} \cdot R \ (\alpha)$$

其中  $R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ 

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ 0 & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}$$

$$m_{22} = \frac{\cos 2\Phi(\Gamma^2 + 4\Phi^2 \cos 2\chi)}{4\chi^2} + \frac{\Phi \sin 2\Phi \sin 2\chi}{\chi}$$

$$m_{23} = -\frac{\sin 2\Phi \cos 2\chi(\Gamma^2 + 4\Phi^2)}{4\chi^2} + \frac{\Phi \cos 2\Phi \sin 2\chi}{\chi}$$

$$m_{24} = -\frac{\Gamma\Phi \cos 2\Phi \sin^2 \chi}{\chi^2} + \frac{\Gamma \sin 2\Phi \sin 2\chi}{2\chi}$$

$$m_{32} = \frac{\sin 2\Phi(\Gamma^2 + 4\Phi^2 \cos 2\chi)}{4\chi^2} - \frac{\Phi \cos 2\Phi \sin 2\chi}{\chi}$$

$$m_{33} = \frac{\cos 2\Phi \cos 2\chi(\Gamma^2 + 4\Phi^2)}{4\chi^2} + \frac{\Phi \sin 2\Phi \sin 2\chi}{\chi}$$

$$m_{34} = -\frac{\Gamma\Phi \sin 2\Phi \sin^2 \chi}{\chi^2} - \frac{\Gamma \cos 2\Phi \sin 2\chi}{\chi^2}$$

$$m_{43} = \frac{\Gamma \sin 2\chi}{2\chi}$$

$$m_{44} = \frac{4\Phi^2 + \Gamma^2 \cos 2\chi}{4\chi^2}$$

## 2.8 含吸收項扭轉式液晶模型推導

在 Yeh 的液晶矩陣只考慮液晶的線性雙折射效應 (LB),而未 考慮線性吸收 (LD)。在 Yeh 的推導過程將液晶視為多層 LB 的疊 加,同樣地,而我嘗試將液晶視為多層 LB 和 LD 的疊加。

因為考慮多層 LB 和 LD 的結合,每層的相位延遲為  $\frac{\Gamma}{N}$ ,線 性吸收為  $\frac{\text{LD}}{N}$ ,而每一層的扭轉角度為  $\rho \cdot 2\rho \cdot 3\rho \cdots (N-1) \cdot \rho$ ,

且 
$$\rho = \frac{\Phi}{N}$$
, 則總合的 TN-LC 模型可以如下式  $M'$  所示:  
 $M' = W_N \cdot W_{N-1} \cdots W_3 \cdot W_2 \cdot W_1 = \prod_{m=1}^N W_m = \prod_{m=1}^N R(-m\rho) \cdot W'_0 \cdot R(m\rho)$   
 $W'_0 = \begin{bmatrix} e^{-i\Gamma/2N} & 0\\ 0 & e^{i\Gamma/2N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{-LD/2N} & 0\\ 0 & e^{LD/2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-(i\Gamma+LD)/2N} & 0\\ 0 & e^{i\Gamma+LD/2N} \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} e^{-i\Gamma'/2N} & 0\\ 0 & e^{i\Gamma'/2N} \end{bmatrix}$ 

其中 Γ'=Γ-iLD 由上式可以看出在液晶的模型中加入 LD 效應,只需將原本的 Γ 加入虛部即可。



# 2.9 扭轉式液晶光學參數和橢圓偏光參數的轉換

液晶的 Jones Matrix 如下所示

$$LC = \begin{bmatrix} \rho_{pp} & \rho_{pr} \\ \rho_{ps} & \rho_{ss} \end{bmatrix} = R(-\alpha) \cdot \begin{bmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi \\ \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \chi - i \frac{\Gamma \sin \chi}{2\chi} & \Phi \frac{\sin \chi}{\chi} \\ -\Phi \frac{\sin \chi}{\chi} & \cos \chi + i \frac{\Gamma \sin \chi}{2\chi} \end{bmatrix} \cdot R(\alpha)$$

其中  $R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ 

經整理後

$$\rho_{pp} = \cos \Phi \cos \chi + \frac{\sin \chi (2\Phi \sin \Phi - i\Gamma \cos(2\alpha + \Phi))}{2\chi}$$
$$\rho_{sp} = -\sin \Phi \cos \chi + \frac{\sin \chi (2\Phi \cos \Phi - i\Gamma \sin(2\alpha + \Phi))}{2\chi}$$
$$\rho_{ps} = \sin \Phi \cos \chi - \frac{\sin \chi (2\Phi \cos \Phi + i\Gamma \sin(2\alpha + \Phi))}{2\chi}$$

$$\rho_{pp} = \cos\Phi\cos\chi + \frac{\sin\chi(2\Phi\sin\Phi + i\Gamma\cos(2\alpha + \Phi))}{2\chi}$$

$$\mathcal{K} \qquad \tan(\Psi)e^{i\Delta} = \frac{\rho_{pp} + \rho_{sp}\chi^{-1}}{\rho_{ss} + \rho_{ps}\chi} = \frac{\rho_{pp} - \rho_{sp}}{\rho_{ss} - \rho_{ps}}$$

$$\Psi = \tan^{-1}\left(\frac{\rho_{pp} - \rho_{sp}}{\rho_{ss} - \rho_{ps}}\right) \qquad \Delta = \arg\left(\frac{\rho_{pp} - \rho_{sp}}{\rho_{ss} - \rho_{ps}}\right)$$

所以

$$\Psi = \tan^{-1} \left( \frac{2\chi \cos \chi (\cos \Phi + \sin \Phi) - \sin \chi (2\Phi \cos \Phi - 2\Phi \sin \Phi + i\Gamma (\cos(2\alpha + \Phi) - \sin(2\alpha + \Phi))))}{2\chi \cos \chi (\cos \Phi - \sin \Phi) + \sin \chi (2\Phi \cos \Phi + 2\Phi \sin \Phi + i\Gamma (\cos(2\alpha + \Phi) + \sin(2\alpha + \Phi))))} \right)$$

$$(2-21)$$

 $\Delta = \arg\left(\frac{2\chi\cos\chi(\cos\Phi + \sin\Phi) - \sin\chi(2\Phi\cos\Phi - 2\Phi\sin\Phi + i\Gamma(\cos(2\alpha + \Phi) - \sin(2\alpha + \Phi)))}{2\chi\cos\chi(\cos\Phi - \sin\Phi) + \sin\chi(2\Phi\cos\Phi + 2\Phi\sin\Phi + i\Gamma(\cos(2\alpha + \Phi) + \sin(2\alpha + \Phi)))}\right)$ 



藉由 (2-17)、(2-18)、(2-19)、(2-21)、(2-22) 式可以將 TN-LC 的光學參數和 Stokes Parameters 相連結,如此利用三個 Stokes Parameters 在不需轉動任何元件下就可求得三個 TN-LC 的光學參數。

# 第三章 扭轉式液晶靜態量測

3.1 實驗架構



- 1. He-Ne Laser: Melles Griot laser 10 mw
- 2. Polarizer, Analyizer : Melles Griot 03FPG015 sheet polarizer of extinction ratio 10<sup>-4</sup>
- 3. PEM (Photoelastic Modulator) : Hinds instruments, PEM-90
- 4. Twisted Nematic Liquid Crystal:林肇廉學長所提供的奇美 TN-LC
- 5. Detector : Thorlabs PDA55 silicon pin diode

Spectral Range : 400-1000 nm

- 9. DAQ card (Data Acquisition) : NI PCI-6115
- 10. LabVIEW
- 11. NI Lock-In StartUp kit Amplifier

### 3.2 實驗目的

在不需轉動任何元件的情況下,光彈調變式橢圓偏光儀搭配 DAQ Card,能夠即時獲得偏光參數 Ψ 和 Δ,利用換算出的 Stokes Parameters 可求得 TN-LC 的光學參數。然而為了瞭解 TN-LC 的異向 特性 (anisotropic properties) 可轉動液晶樣本。

#### 3.3 實驗方法

偏光片的方位角置於 -45°,將 PEM 光軸校正在 0°, $\delta_0$  為 0.383, 析光片方位角位於 45°。固定入射光的偏振態通過 TN-LC 後,經光 彈調變器及析光片分析,由 DAQ Card 將接收到的光強度即時利用 LabVIEW 程式求得  $\Psi$  和  $\Delta$ 。逆時鐘方向轉動 TN-LC 方位角一 週,每兩度取值,觀察  $\Psi$  和  $\Delta$  的變化。

### 3.4 實驗結果

3.4.1 轉動扭轉式液晶方位角

下圖為轉動 TN-LC 方位角, Ψ 和 Δ 對轉動角度的關係圖,其 中方位角 0°代表 TN-LC 上所標記錨定方向為 -45°,即和偏光片平行。





由圖中可觀察出 Ψ 和 Δ 對轉動角度會成週期性的變化。Δ 在 180°附近會出現不連續點,此因為 Δ 的理論式 (2-12)中只考慮了 倍頻項的強度值,而忽略了相位。觀察一、二倍頻訊號的相位,發現 Δ 在 180°前後一倍頻訊相位會改變 180°,二倍頻訊號相位幾乎不 變。所以 Δ 經過這四點時,圖形要翻轉,如圖 3-3 所示。



圖 3-3 靜態量測扭轉式液晶Ψ和Δ

3.4.2 計算扭轉式液晶光學參數

由之前的討論可知,可由 Ψ 和 Δ 求得 TN-LC 出射光的 Stokes Parameters ,並且可由  $S_1/S_0$ ,  $S_2/S_0$ ,  $S_3/S_0$  可得 TN-LC 的光 學參數。此外 Ψ 的理論式 (2-16)並不能分辨 Ψ和 90°-Ψ。而利 用 TN-LC 的光學參數和出射光的 Stokes Parameters 可以判斷Ψ的正 確值。

為了降低轉動上的機械誤差,計算 TN-LC 光學參數時,將TN-LC 方位角相差 180°的  $\Psi$  和  $\Delta$  平均。將 TN-LC 上所標記的錨定方向 放置在 -45°。 $\Psi$  和  $\Delta$  實驗值, S<sub>1</sub>/S<sub>0</sub>, S<sub>2</sub>/S<sub>0</sub>, S<sub>3</sub>/S<sub>0</sub>, 及液晶光學 參數計算值如下表所示。

Ψ	Δ	$S_1/S_0$	$S_2/S_0$	$S_3/S_0$	Γ	Φ	α
29.04°	150.80°	-0.529	0.741	0.414	3.989	90.83°	39.82°

Ψ	Δ	$S_1/S_0$	$S_2/S_0$	$S_3/S_0$	Г	Φ	α
60.96°	150.80°	0.529	0.741	0.414	3.986	-90.80°	-39.80°

表 3-1 計算扭轉式液晶的各參數值

因為放置液晶時,第一層錨定方向為 -45°時,所以  $\alpha$ =-39.80°、  $\Phi$ =-90.80°、 $\Psi$ =60.96° 的這組解合理,所以  $\Psi$  和  $\Delta$  對轉動角度 的關係圖應如圖 3-4 所示。此時可求得液晶第一層錨定的實際方向為  $\alpha$ =-39.80°,而不是原本預期的 -45°,有著 5.2°的差異。此外還可判 別扭轉角的正負號為  $\Phi$ = -90.80°。由圖 3-4 的不對稱可觀察出液晶 同時具有線性,圓的雙折射 (LB 及 CB) 特性。





圖 3-4 靜態量測扭轉式液晶Ψ和Δ

為了驗證計算方法的正確性。分別計算液晶方位角轉動 0°、2°、 4°、6°、8°、10°的 TN-LC 光學參數如下表所示。

轉動角度	預期角度	α	α-預期角度	Г	Φ
0°	-45°	-39.80°	5.20°	3.986	-90.80°
2°	-47°	-41.77°	5.23°	3.987	-90.77°
4°	-49°	-43.83°	5.17°	3.986	-90.79°
6°	-51°	-45.73°	5.27°	3.987	-90.76°
8°	-53°	-47.77°	5.23°	3.986	-90.77°
10°	-55°	-49.73°	5.27°	3.987	-90.81°
平均值			5.23°	3.987	-90.78°
標準差			0.04°	0.0005	0.02°

表 3-2 計算扭轉式液晶的光學參數

可以發現在改變 TN-LC 方位角時  $\Gamma$  和  $\Phi$  幾乎維持定值,平均值為  $\Gamma=3.987$ ,  $\Phi=-90.78^{\circ}$ 。計算出的  $\alpha$  和原本預期的錨定方向 有著 5.23°的差異。

將所求得的液晶光學參數 (**Γ=3.987**, **Φ=-90.783°**, **α=-45°**)代 回 (2-21)、(2-22) 式可反求得 Ψ 和 Δ 對轉動角度的變化關係。如 下圖所示。



圖 3-5 靜態量測扭轉式液晶及由液晶光學參數反求的Ψ和Δ

圖中的圓圈代表 Ψ 和 Δ 的實驗值,實線為液晶光學參數代回 理論式所求得的計算值,可以發現計算值和實驗值有著一顯著的偏 移。然而將求得的液晶實際的錨定方向 α=-39.77°代回理論式,如 下圖所示。



圖 3-6 靜態量測扭轉式液晶及由液晶光學參數反求的Ψ和Δ

由圖 3-6 可觀察出將 α 修正為 -39.77°, 實驗值和理論值較吻 合,證明了 TN-LC 樣本上所標記的第一層錨定方向和實際的錨定方 向有著 5.23°的差異。

將 Ψ 和 Δ 利用 (2-17)、(2-18)、(2-19) 式轉為 Stokes
Parameters,進而可在 Poincare Sphere 上觀察在轉動液晶樣本時出射
光的偏振狀態的改變,如圖 3-7 所示。

26



圖 3-7 靜態量測液晶樣品的邦加球

觀察圖 3-7 可以發現在 Poincare Sphere 上出射光偏振狀態改變 的軌跡也具有週期性,且 S<sub>3</sub>/S<sub>0</sub> 的變化比 S<sub>1</sub>/S<sub>0</sub> 和 S<sub>2</sub>/S<sub>0</sub> 劇烈。轉動 TN-LC 時可以發現 S<sub>1</sub>/S<sub>0</sub>、S<sub>2</sub>/S<sub>0</sub>、S<sub>3</sub>/S<sub>0</sub> 均有值,代表 TN-LC 的出射 光幾乎都為橢圓偏振光,最後通過析光片會產生漏光現象。而對 Normally Black TN display 而言穿透率第一最小值發生在  $\Gamma$  約為 5.44 [4],而本 TN-LC 的  $\Gamma$  為 3.987 有著不小的差距,所以導致 TN-LC 的出射光仍可通過析光片。



分別觀察圖 3-6 中的  $\Psi$  和  $\Delta$ ,如下圖所示。



可以發現在  $\Delta$  圖中實驗值和理論線相當吻合,但在  $\Psi$  圖中實驗值和理論線在最大和最小值附近有著較大的誤差並且有不對稱的現象,而在兩個實驗最小值有著將近一度的差異。為了探究此不對稱的原因,我嘗試著在理論式中代入不同的  $\Phi$  和  $\Gamma$ ,觀察在不同的  $\Phi$  和  $\Gamma$  下  $\Psi$  和  $\Delta$  的反應為何。改變  $\Gamma$  為 3.9、3.987、4.1,  $\Phi$  為 -89°、-90.78°、-93°。





圖 3-10 靜態量測扭轉式液晶及改變Φ反求的Ψ



由圖 3-8 和圖 3-9 可發現當改變 Г 為 3.9、3.987、4.1 時,  $\Psi$ 和  $\Delta$  都會有很大的變化。但當改變  $\Phi$  為-89°、-90.78°、 -93°時, 如圖 3-10、3-11 所示,  $\Delta$  的變化很小, 但  $\Psi$  的變化卻很大, 代 表  $\Psi$  對  $\Phi$  的靈敏度遠大於  $\Delta$ , 此外  $\Psi$  在兩個最小值附近,  $\Psi$ 對  $\Phi$  的靈敏度為最大, 所以當  $\Phi$  有些微的變異時,  $\Psi$  值就會產 生明顯的變化。由圖 3-8 到圖 3-11 可以得到一個簡單的結論, 由轉 動液晶樣本所得的  $\Psi$  和  $\Delta$  圖形, 首先由  $\Delta$  圖可調整出合適的  $\Gamma$ , 再利用  $\Psi$  對  $\Phi$  的靈敏度遠大於  $\Delta$  的特性, 可由  $\Psi$  圖調整 出合適的  $\Phi$ , 然而調整  $\Psi$  和  $\Delta$  整個圖形的左右位移就可求得  $\alpha$ 值, 如此完全不需計算就可求得液晶的光學參數。

利用上述的結論求得的液晶光學參數為 Γ=4.022, Φ=-92.1°。 如圖 3-12、3-13 所示。



圖 3-13 靜態量測扭轉式液晶及改變Φ和Γ反求的Ψ

由圖 3-12、3-13 可以發現 Δ 實驗值和理論線相當吻合,但 Ψ 實驗值的最大和最小值依然有著不對稱的現象,但只調整 Γ 和 Φ 值並無法修正這種不對稱情形。我嘗試在 Γ 中加入一虛數項,而此 虛數項的物理意義代表著液晶樣本的光線性吸收項 (LD)。加入此參 數後就可改變 Ψ 理論線中最大和最小值的不對稱,而此參數值為 0.028,約為 Γ 的 0.69%。加入此參數後圖形如下圖所示。



圖 3-14 靜態量測扭轉式液晶及改變Φ和Γ並加入 LD 反求的Δ



# 第四章 扭轉式液晶動態量測

4.1 實驗架構



#### 4.2 實驗目的

利用函數產生器 (Function generator) 對 TN-LC 液晶樣本加電 壓,當有外加電壓存在時,液晶分子會順著電場排列,外加電壓消除 時,液晶分子會由於分子間的內聚力驅使液晶分子恢復成未加電壓時 的排列方式。液晶分子會因為外加電壓產生很劇烈地排列變化,因此 可推測液晶樣本的出射光的偏振狀態也會由於外加電壓的存在而有 大幅度的改變,同樣地,偏光參數  $\Psi$  和  $\Delta$  也會有相同的反應。利 用 PEM 的快速調變和 DAQ 的快速截取特性,可求出偏光參數  $\Psi$ 和  $\Delta$  的動態反應,進而觀察出射光偏振狀態的變化。

#### 4.3 實驗方法

偏光片的方位角為 -45°, PEM 光軸校正在 0°,  $\delta_0$  為 0.383, 析 光片方位角位於 45°。 Function generator 產生一頻率為 5 Hz, 振幅 3~5 V 的方波, 載波頻率為 1 KHz, 驅動液晶做開關動作。設定 DAQ Card 的取樣頻率為 5 MHz, 擷取時間為 0.2 秒。然而利用 PEM 的 快速調變和 DAQ 的快速截取特性,可紀錄 TN-LC 在加電壓後因分 子排列變化所造成的波形,經事後分析波形即可求得  $\Psi$  和  $\Delta$ , 進 而觀察出射光偏振狀態的變化。

#### 4.4 實驗結果

4.4.1 以不同的外加電壓觀察扭轉式液晶  $\Psi$  和  $\Delta$  的變化

(a) 外加電壓為 5 V

外加電壓為 5 V, TN-LC 液晶樣本的第一層錨定方向  $\alpha$  經前 一章所修正為 -39.772°, 利用偏光參數  $\Psi$  和  $\Delta$  來觀察 TN-LC 對 外加電壓的反應。



圖 4-3 外加電壓為 5V 動態量測扭轉式液晶的 $\delta_0$ 

圖 4-3 是各倍頻訊號強度,圖 4-3 是計算出的  $\delta_0$ 。由圖 4-3 中可 以發現  $\delta_0$  幾乎維持在 0.383,但大約在 0.03 秒和 0.14 秒時會有很大 的跳動,此因為  $\delta_0$  的理論式 (2-8 式)須二倍頻光強度除以四倍頻光 強度,而由圖 4-2 可以看出在這兩點時,二、四倍頻光強度幾乎為零, 所以相除會使  $\delta_0$  有著很大的變化。



圖 4-4 外加電壓為 5V 動態量測扭轉式液晶的Ψ和Δ

由圖 4-4 可觀察出  $\Psi$  和  $\Delta$  的變化相當劇烈,  $\Delta$  從 151°很快 地下降到接近 0°, 而  $\Psi$  從 61.5°下降到接近 45°。圖形中標記的 0.1 秒代表是有外加電壓存在,此時大部份液晶分子隨著電場排列, p- 電 場和 s- 電場的相位及振幅受到液晶分子相同的調變,因此圖中  $\Delta$ 會趨近 0°,  $\Psi$  趨近 45°相當合理。其中  $\Psi$  在 0.03 秒和 0.14 秒時 也有較大的跳動,由 2-16 式可知此時因為  $\delta_0$  有著很大變化,所以 使得  $\Psi$  有較大的跳動,如圖 4-3 所示。而因為二倍頻光強度為零, 一倍頻光強度除以二倍頻光強度幾乎為無窮大,經由 2-12 式計算後  $\Delta$  值為 90°。



圖 4-5 外加電壓為 5V 時計算光穿透率

此外經由 Ψ 和 Δ 可由 2-2、2-15 式可反求得出射光光強度, 進而可求得出射光的穿透率,為圖 4-5 中的理論線,其中實驗值是將 PEM 移去,只用 PSA 架構量測有外加電壓時液晶樣本的穿透率變 化,可以發現兩者相當吻合,而由圖形估計液晶加電壓時的反應時間 (rising time *m* falling time) 約為 26.9 ms。

(b) 改變外加電壓

由前一部份討論可知當外加電壓為 5V 時,液晶分子會完全被 外加電場拉平,因此可以定義出 TN-LC 對電壓的反應時間。然而 在外加電壓小於某個特定值時,液晶分子並不會完全沿著電場排 列,而是有著一特定角度存在,因此此時液晶的出射光穿透率不會 為零。此外因為改變外加電壓,可以預期在外加電壓降低時,液晶 分子的 rising time 會隨之增加,而 falling time 是由於液晶分子間 的內聚力所致,和外加電壓無關,所以在外加電壓降低時 falling time 並不會變化。同樣地在偏光參數 Ψ 和 Δ 下也可觀察液晶分子對 外加電壓的變化。

(1) 外加電壓為5V



圖 4-7 外加電壓為 4V 扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率

(3) 外加電壓為 3.5 V



圖 4-8 外加電壓為 3.5V 扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率

(4) 外加電壓為 3 V



圖 4-9 外加電壓為 3V 扭轉式液晶的Ψ和Δ及光穿透率

(5) 外加電壓為 2.5 V



圖 4-10 外加電壓為 2.5V 扭轉式液晶的 ¥和△及光穿透率

(6) 外加電壓為 5 V, 第一層錨定方向 (α) 旋轉 8°



圖 4-11 外加電壓為 5V α為-47.77°的Ψ和Δ及光穿透率

可以發現當外加電壓為 5V 時 ,  $\Delta$  最小值約為 5.5° ,  $\Psi$  最小 值約為 47°; 而外加電壓為 4V,  $\Delta$  最小值約為 13.5°,  $\Psi$  最小值 約為  $49.5^{\circ}$ ,可知當外加電壓增加時,  $\Psi$  和  $\Delta$  最小值會增加,而 且當剛加電壓時, △ 的變化比較緩和,同樣地在穿透率的圖中也可 看到在外加電壓為 4V 時,穿透率的最小值較大,並且在加電壓時, 穿透率的變化也比較緩和。然而持續地下降外加電壓, 電壓為 3.5V 時, △ 最小值約為 24.7°, Ψ 最小值約為 52°;在電壓為 3V 時, Δ 最小值約為45.2°, Ψ 最小值約為57.8°;在電壓為2.5V 時, Δ 最小值約為83.5°, Ψ 最小值約為64°。可以發現在外加電壓小於 3V 時 ,  $\Psi$  和  $\Delta$  的最小值並不會下降到一個穩定值就上昇了 , 同 樣的情形也在穿透率圖上也可看到,代表此時液晶分子還沒有到達一 個穩定狀態外加電壓就移除了,才導致Ψ和Δ及穿透率沒有到達最小 值就上昇。此外觀察第6部份和第1部份,其中第6部份將液晶分子 轉動了約 $8^{\circ}$  (經計算得知  $\alpha$  為-47.77°), 而這兩部份的外加電壓均 為 5V。其中兩者的穿透率圖幾乎相同,但  $\Delta$  有著約 12°的差異, $\Psi$ 有著約4°的差異。這代表如果只用穿透率來觀察液晶分子對外加電壓 的變化是不夠完備的,相反地,利用偏光參數  $\Psi$  和  $\Delta$  不僅很容易 地觀察到液晶的動態反應,同時也反應了當時的靜態條件。由上述的 討論可知利用偏光參數 Ψ 和 Δ 來觀察液晶對外加電壓的反應是

相當合適地。此外觀察外加電壓為 2.5V~3.5V 時, Ψ 在有外加電壓 存在時曲線相當平滑,在外加電壓大於 3.5V 時, Ψ 在有外加電壓 存在時曲線有些微地飄動,此乃由於在 4V 和 5V 時, Ψ 很接近 45°, 而導致計算會有較大的誤差產生。

4.4.2 在邦加球上觀察扭轉式液晶在不同電壓下的反應

將 Ψ 和 Δ 利用 2-17、2-18、2-19 式轉為 Stokes Parameters, 進而可以在 Poincare Sphere 上觀察出在改變外加電壓 TN-LC 出射 光偏振狀態改變軌跡,如下列圖形所示。



外加電壓為5V

圖 4-12 外加電壓為 5V 扭轉式液晶的邦加球

可以發現在 Poincare Sphere 中有著兩條路徑,一條是加電壓時, 另一條是電壓去除時,而這兩條路徑的端點分別是未加電壓和有加電 壓時的穩定態,可以發現有加電壓的穩態時 s3/s0 幾乎為零, s2/s0 幾乎為 -1, s1/s0 也幾乎為零,這代表著此時液晶樣本的出射光偏 振方向幾乎為 -45°,因為在有外加電壓存在下,大部份液晶分子隨 著電場排列, p- 電場和 s- 電場的相位及振幅受到液晶分子相同的 調變,而入射液晶樣本為 -45°的偏振光,所以此時出射液晶分子也 幾乎為 -45°。



外加電壓為4V

圖 4-13 外加電壓為 4V 扭轉式液晶的邦加球

外加電壓為 3.5V



圖 4-14 外加電壓為 3.5V 扭轉式液晶的邦加球

外加電壓為 3V



圖 4-15 外加電壓為 3V 扭轉式液晶的邦加球

圖 4-12~4-15 分別是以不同外加電壓 (5V、4V、3.5V、3V),當 降低外加電壓時, Poincare Sphere 上的路徑長度也跟著縮短。可以 發現在 3.5V 和 3V 時 s3/s0 和 s1/s0 已經不為零,而 s2/s0 也不為 -1,這也代表了此時因為外加電壓太小所以液晶分子並沒有完全平行 電場排列,也沒有達到一個穩定狀態。 外加電壓為5V,α 旋轉8°

外加電壓為 5V













圖 4-16 外加電壓為 5V α為 -47.77°扭轉式液晶的邦加球

同樣地外加電壓為 5V,但將液晶樣本逆時針旋轉約 8°(經計算 得知 α 為-47.77°),觀察在 Poincare sphere 上偏振狀態的改變。由 圖 4-16 可以看出兩者的起始點不同,而且加電壓和放電壓的路徑也 不同,不過終點卻為同一點,此時 s3/s0 幾乎為零,s2/s0 幾乎為 -1, s1/s0 也幾乎為零,這是相當合理地。因為兩者的錨定方向相差 8°, 所以在未加電壓時的偏振狀態一定不同,所以起始點會不同,然而在 有外加電壓存在時,因為液晶分子已幾乎完全和電場平行,和液晶樣 本的第一層錨定方向無關,所以兩者在有外加電壓存在時的偏振狀是 相同的。

# 第五章 結論

本文利用光彈調變式橢圓偏光儀對扭轉式液晶(TN-LC)進行 靜態和動態的量測,靜態量測時不須轉動任何元件可量測 TN-LC 橢 圓偏光參數 Ψ、 Δ 和其光學參數(扭轉角、相位延遲),並可校 正 TN-LC 的錨定方位角。我們經由理論模型導出橢圓偏光參數和 TN-LC 的光學參數互相轉換關係,藉以加深對 TN-LC 偏極態的瞭 解。為了研究 TN-LC 的異向特性 (anisotropic properties) 我們旋轉液 晶樣本,在不同錨定方位角下測量 TN-LC 的光學參數,發現扭轉角 和相位延遲幾乎不變,計算出的錨定方位角差正如所旋轉角度。由於 Ψ 和 Δ 在各角度分佈圖形並不對稱,故可推斷液晶應同時具有線 性及圓的異向特性 (即 LB、CB)。利用 Ψ 和 Δ 對扭轉角和相位 延遲靈敏度的不同,可以直接由圖形推測出 TN-LC 的光學參數,經 由參數匹配可算出 TN-LC 的線性吸收 (LD) 特性,約為相位延遲的 0.69%。

利用 PEM 的快速調變和 DAQ 的快速截取特性,我們研究 TN-LC 在不同電壓下的動態反應:由事後波形的分析,我們除了可 以求得  $\Psi$  和  $\Delta$  並可以計算出 PEM 的光彈調變振幅,證實了其振 幅並不隨著時間改變,且與當時 PEM 所設的  $\delta_0$  值吻合。由  $\Psi$  和  $\Delta$  可計算出 TN-LC 在不同電壓下的穿透率,其結果和穿透實驗值 相當吻合,而推測出的反應時間也與一般文獻相同。

利用  $\Psi$  和  $\Delta$  可求出相對的偏振態 (Stokes Parameters),因此 旋轉 TN-LC 或對 TN-LC 加電壓都可在邦加球 (Poincare Sphere)上很 清楚地描繪 TN-LC 偏振狀態變化的軌跡。傳統量測 Stokes Parameters 必須轉動析光片和加入一個  $\lambda/4$ 補波片,但如利用光彈調變式橢圓 偏光儀則不用轉動或加入任何元件,即可即時量測樣本出射光的 Stokes Parameters,如此大幅地增加了實驗的便利性和準確性。

由上述討論可知利用光彈調變式橢圓偏光儀量測 TN-LC 的光學

48

參數和動態反應是相當準確的。橢圓術的原理是利用一已知偏振態之 偏極光,入射於待測物,經由量測出射與入射光之間偏振態的變化來 反推此待測物質之光學特性;因此  $\Psi$  和  $\Delta$  的量測方法和觀念是對 任何材料均適用的,並可以將之轉換成偏振態以邦加球觀察材料的動 態變化情形。未來希望能搭配 CCD 來量測二維 TN-LC 的光學參 數,觀察 TN-LC 的各光學參數在空間上的變化情形。在動態方面, 目前只利用  $\Psi$  和  $\Delta$  觀察 TN-LC 的反應,希望未來能夠量測 TN-LC 在外加電壓下光學參數的變化。目前只有正向入射 TN-LC, 未來希望能夠改變入射角,以  $\Psi$  和  $\Delta$  及邦加球來觀察 TN-LC 的 視角問題,不過若要測量參數,此時理論模型必須使用廣義瓊斯矩陣 (Extend Jones Matrix) 才能解釋非正向入射的情形。因為對 PEM 的 物理機制尚未十分了解,本實驗中並未考慮內稟相位延遲 ( $\Delta_1$ ),未 來希望能量測出內稟相位延遲的大小和光軸方向,以增進光彈調變式 橢圓偏光儀實驗的準確性。



# 參考文獻

- [1] E. Collet: Polarized Light (Marcel Dekker, New York, 1992).
- [2] S.N. Jasperson and S. E. Schnatterly, "An Improved Method for High Reflectivity Ellipsometry Based on a New Polarization Modulation Technique", Rev. Sci. Instrum. ,vol.40,pp.761, (1969)
- [3] J. C. Kemp, "Piezo-Optical Birefringence Modulators:New Use for a Long-Known Effect", J. Opt. Soc. Am. ,vol.8,pp.950, (1969)
- [4] Yu-Faye Chao and Cham-Kuo Wang, "Direct Determination of Azimuth Angles in Photoelastic Modulator System", Jpn. J. Appl. Phys., vol. 37, pp. 3558-3562, (1998)
- [5] M. W, Wang, F. H. Tsai, and Y. F. Chao, "In situ calibration technique for photoelastic modulator in ellipsometry", Thin Solid Films, 455-456, pp.78-83, (2004)
- [6] 蔡裴欣, "光彈調變器線上校正及橢圓偏光參數量測",國立交通大學光電研究所碩士論文, 2003.
- [7] 林肇廉,"光彈調變式偏光儀對線偏及圓偏之測量",國立交通大 學光電工程研究所碩士論文,2001.
- [8] P. Yeh and C. Gu, "Optics of Liquid Crystal Displays", John Wiley & Sons, 1999

- [9] 林伯儒,"扭轉向列型液晶盒相對橢圓延遲片之等效",國立交通 大學光電工程研究所碩士論文,2003.
- [10] M. Azzam, and N. M. Bashara, "Ellipsometry and Polarized Light," (North- Holland, Amsterdam, 1980), cpt1 & pp491.

