

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

光彈調變式影像橢圓偏光儀

Photoelastic modulated imaging ellipsometry

研究生：李嘉倫

指導教授：趙于飛

中華民國九十四年七月

光彈調變式影像橢圓偏光儀

Photoelastic modulated imaging ellipsometry

研究生：李嘉倫

Student : Chia-Luen Lee

指導教授：趙于飛

Adviser : Dr. Yu-Faye Chao

國立交通大學

光電工程研究所



Submitted to Institute of Electro-Optical
Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
For the Degree of
Master
On
Electro-Optical Engineering
July 2005
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

光彈調變式影像橢圓偏光儀

學生：李嘉倫

指導教授：趙于飛

國立交通大學

光電工程研究所

摘要

本文介紹一利用光彈調變器的快速相位調變機制來量測二維橢圓偏極參數之影像式橢圓偏光儀。本文量測一樣品厚度的二維分佈，並與單點量測的結果比較。由於光彈調變器之調變速度遠快於二維偵測之電荷耦合元件(CCD)之影像傳輸速度，所以我們利用光彈調變器之方波參考訊號為時間對準的基礎，進而利用觸發脈波產生器(pulse generator)來對雷射二極體光源進行時間相位的調變，此系統需將時間相位確實調為 0° , 30° , 90° 以及 210° ；故至少須取四張像方能換算二維橢圓偏光參數。本系統的曝光時間則視亮度須要幾個脈衝波而決定。我們利用鉑(Pt)試片來確認時間相位起始點，並且將脈波量測結果與其檢波波型比較以校正此系統之架構。最後利用兩已知薄膜的厚度來驗證此系統二維量測之正確性。

Photoelastic modulated imaging ellipsometry

Student : Chia-Luen Lee

Advisors : Dr.Y.F.Chao

Institute of Electro-Optical Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

A short pulse illumination method is proposed to measure the two-dimensional ellipsometric parameters by using CCD as the detector in a PEM ellipsometry. The time reference of the system is provided by the photoelastic modulator. The laser diode ($\lambda=660$ nm) is modulated by a programmable pulse generator, the width of the pulse is 85 ns, and is generated exactly at the temporal phase angle is 0° , 30° , 90° , and 210° , respectively. Therefore, at least four image frames have to be recorded for ellipsometric parameters deduction in the modulation period ($\sim 20\mu\text{s}$) of PEM. The exposure time of each CCD image is chosen for how many pulses are needed for its integrated flux. We use the platinum thin film to determine the temporal phase shift; and calibrate the system by comparing its oscilloscope waveform to the intensity measured through the modulated laser pulse. Finally, two optical thin films with different thickness were measured to demonstrate the results of two-dimensional ellipsometric parameters.

誌謝

漫長的求學生涯告一段落，首先得感謝我的父親與母親，對我的栽培與付出，並且給我一個無後顧之憂的環境，讓我一路順利地完成學業，也感謝弟弟的關心，謝謝我的家人，謝謝你們在這段時間對我的關心與體諒。

本論文的完成，特別要感謝我的指導教授趙于飛老師以及建遠學長，謝謝趙于飛老師給予我指導並且給我在研究過程中有正確的方向，謝謝建遠學長在這兩年的研究過程中帶領我做實驗，並隨時提供我許多建議及幫助，在每一次的討論過程中都能有新的收穫，謝謝建遠學長給我的指導。另外，也謝謝康源學長在實驗過程中給予我意見和幫忙，以及此過程中的協助；還有謝謝修銘學長在進來實驗室的這一年裡，給予我們壓力比較大的碩二生平常所不會發現的趣事；也感謝實驗室的夢偉學長，以及其他學長們。

另外還要感謝實驗室的同學們，育承、俊逸、君愷、奕德在這研究所兩年的時間裡，因為有你們的幫助和解悶才不會讓我的研究所生活那麼枯燥，這段時間是我值得懷念也珍貴的回憶。

此外也要感謝遠在各地的大學好友們，在台南的政家、台北的建德、台中的志榮以及其他好友們，在假日時偶而有你們的到來，讓我在研究所這段時間也可以回味在大學時期的瘋狂與歡樂，謝謝你們。



目 錄

第一章 序論.....	1
第二章 原理	
2.1 光波的電場理論與橢圓偏極態理論.....	3
2.2 史脫克參數 (Stokes Parameter) 與穆勒矩陣 (Mueller Matrix).....	6
2.3 光彈調變器.....	6
2.4 橢圓特性參數 (Ψ, Δ) 之定義.....	8
2.5 反射光之史脫克參數 (Stokes Parameter)與穆勒矩陣 (Mueller Matrix)...	12
2.6 光彈調變式影像橢圓儀.....	14
第三章 實驗步驟	
3.1 實驗器材及規格.....	24
3.2 擴束系統.....	25
3.3 電荷耦合元件(CCD)取像清晰度.....	26
3.4 掃描波形.....	28
3.5 量測入射角及樣品厚度.....	33
3.6 起始點的確認.....	35
第四章 實驗結果	
4.1 實驗之樣品.....	40
4.2 實驗流程.....	40
4.3 標準片四號區域.....	41
4.3.1 理論波形.....	41
4.3.2 實驗波形.....	41
4.3.2 電荷耦合元件(CCD)量測二維橢圓參數之分佈.....	43
4.4 標準片五號區域.....	46
4.4.1 理論波形.....	46
4.4.2 電荷耦合元件(CCD)量測二維橢圓參數之分佈.....	46
第五章 結論.....	50
參考文獻.....	53



圖目錄

圖 2-1：橢圓偏振光	4
圖 2-2：線性偏振光	5
圖 2-3：圓偏振光	5
圖 2-4：橢圓偏振光	9
圖 2-5：PEM 外觀及功能介紹	9
圖 2-6：PEM 調變振幅為 $\frac{\lambda}{2}$	9
圖 2-7：單次反射	9
圖 2-8：多次反射	15
圖 2-9：光程一	23
圖 2-10：光程二	23
圖 2-11：光彈調變式影像橢圓偏光儀之架構	23
圖 2-12：量測方法說明式意圖	23
圖 2-13：樣品為空氣之穿透式量測架構	24
圖 2-14：樣品為空氣之理論波形及各相位強度值	30
圖 3-1：擴束系統	30
圖 3-2：樣品為空氣之理論波形	31
圖 3-3：樣品為空氣之實驗波形	31
圖 3-4：樣品為空氣之示波器波形	31
圖 3-5：輸入電壓對半導體雷射光強度值之作圖	31
圖 3-6：樣品為空氣之各相位相對強度比值	31
圖 3-7：穿透式之波形與實驗之起始點(空氣)	31
圖 3-8：穿透式之理論波形與理論起始點(空氣)	34
圖 3-9：反射式樣品之波形(pt)	34
圖 3-10：反射式樣品之量測結果	34
圖 3-11：反射式量測之起始點確認	35
圖 3-12：實驗波形的對照起始點	35
圖 3-13：理論波形與示波器波形比較圖	35
圖 4-1：四號區域之理論波形與示波器觀察的波形	30

圖 4-2：四號區域實驗波形·····	31
圖 4-3：四號區域之理論波形與各相位之相對位置·····	31
圖 4-4：四號區域的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ ·····	31
圖 4-5：實驗反算之四號的厚度與入射角·····	31
圖 4-6：五號區域之理論波形與示波器觀察的波形·····	31
圖 4-7：五號區域之理論波形與各相位之相對位置·····	31
圖 4-8：五號區域的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ ·····	34
圖 4-9：實驗反算之五號的厚度與入射角·····	34



表 目 錄

表 2-1：常引用的偏極態·····	26
表 3-1：掃描波形之光強度紀錄·····	26
表 3-2：不同輸入電壓的雷射光強度值·····	27
表 3-3：不同相位的光強度值·····	27
表 3-4：相位為 30 度與 90 度的實際比例與理論比例·····	29
表 4-1：樣品為四號區的掃描波形之光強度紀錄·····	29
表 4-2：樣品為四號區之各相位的實際祥度與相對強度·····	33
表 4-3：樣品為五號區之各相位的實際祥度與相對強度·····	33



第一章 緒論

光的偏振特性在由丹麥科學家 Bartholinus 於 1669 年發現方解石晶體(Calcite)的雙折射特性之後，就開始被發現並陸續研究。直到 20 世紀初期因為鍍膜技術的需求，光的偏極性才比較受到重視並受到更多更廣泛的研究以及應用。

當一偏振光(polarized light)入射至物質表面時，其反射光與透射光的偏振態(polarized state)會因物質的光學特性而有所改變[1][2]。此種藉由量測偏極特性的改變來推測物質光學參數(如折射率、吸收率、厚度等)之方法稱為橢圓偏光術(ellipsometry)，運用此技術所發展出來的儀器就是橢圓偏光儀。

橢圓偏光儀依照其量測的方法可歸類為幾種不同架構:(1)歸零式橢圓儀，(2)元件旋轉式橢圓儀，(3)干涉式橢圓儀，(4)調變式橢圓儀。由於歸零式橢圓儀架構 (null type ellipsometry) 中需旋轉補波片，而機械的轉動速度有限，量測速度較慢且會有機械轉動造成的寄生誤差 [3]，所以有被調變式橢圓儀的光彈調變器(Photoelastic Modulator -PEM)取代的趨勢[4]，而發展出光彈調變式橢圓偏光儀 (P-PEM-S-A) 架構。光彈調變器是利用光學材料受應力而產生 X，Y 方向的折射率有週期性變化來調變光的相位延遲[3]，可即時得到不同的偏光狀態資訊而對樣本進行解析，其為一固定頻率的使晶體受力而產生 X，Y

方向的折射率有週期性變化而非機械的轉動所以具有高速解析樣品變動的特性。

光彈調變式橢圓偏光儀具有較高量測速度的特性，其不僅可以靜態地用在量測樣品的性質，也可以動態地量測樣品的變化狀況。前述的方法皆對於單點量測為主[5]。而關於影像式方面，目前由旋轉元件式橢圓儀為基礎設計而成的二維影像掃描式橢圓偏光儀則已可以用於靜態量測[6]，此篇文章將對光彈調變式影像橢圓偏光儀作一連串的探討，然而對於此系統的穩定性或準確性是先藉由靜態樣品來做驗證，所以大部分的篇幅將對於系統的方法、架構、以及條件做較多的討論，以已知光學參數的樣品來對此系統之準確性進行驗證。

本論文對光彈調變式影像橢圓偏光儀系統的量測方法做初步的探討，主要的重點有四：

第一部分 光彈調變式影像橢圓儀之原理說明

此部分先敘述光彈調變器之光學特性，進而闡明光彈調變器利用在二維橢圓參數量測的工作原理，並且推導此量測系統之理論。

第二部分 光彈調變式影像橢圓儀的架構說明

此部分敘述本光彈調變式影像橢圓儀的實驗架構，解釋如何利用光彈調變器控制器所產生之參考方波訊號為時間基準，進而觸發脈波

產生器來對雷射二極體光源進行時間相位的調變，並配合電荷耦合元件(CCD)進行光強度的偵測以求出二維橢圓偏極參數。

第三部分 光彈調變式影像橢圓儀的系統校正方法

此部分敘述系統之校正方法。解釋實際光學系統中因光彈調變器之時間相位與與理論相位間有所誤差，而使得系統的時間相位須做補償。此部分敘述如何找出補償時間相位的方法與所需補償值的校正。

第四部分 標準片之靜態量測

最後則是對於此架構作一靜態的量測，而待測物是已知厚度的樣品，可驗證此系統之可行性與正確性。



第二章 原理

2.1 光波的電場理論與橢圓偏極態理論

光波實質上就是電磁波，完整描述光波要用到四個基本的場向量。而我們通常以光波電場的時變分布來定義光波之偏振狀。假設光波沿 z 軸方向前進，則電場之振動方向將位於 x - y 平面上，而電場可表示為

$$\bar{E}(z,t) = E_x(z,t)\hat{i} + E_y(z,t)\hat{j} \quad (2.1)$$

其中

$$E_x(z,t) = E_{ox} \cos(\omega t - \kappa z + \delta_x) \quad (2.2a)$$

$$E_y(z,t) = E_{oy} \cos(\omega t - \kappa z + \delta_y) \quad (2.2b)$$

κ : 波數 (wave number)

ω : 角頻率 (angular frequency)

δ_x : x 方向的相位

δ_y : y 方向的相位

將 (2.2a) 及 (2.2b) 兩式的三角函數展開可得

$$\frac{E_x(z,t)}{E_{ox}} = \cos(\omega t - \kappa z) \cos(\delta_x) - \sin(\omega t - \kappa z) \sin(\delta_x) \quad (2.3a)$$

$$\frac{E_y(z,t)}{E_{oy}} = \cos(\omega t - \kappa z) \cos(\delta_y) - \sin(\omega t - \kappa z) \sin(\delta_y) \quad (2.3b)$$

將 (2.3a) 及 (2.3b) 合併計算可得

$$\frac{E_x(z,t)}{E_{ox}} \sin(\delta_y) - \frac{E_y(z,t)}{E_{oy}} \sin(\delta_x) = \cos(\omega t - \kappa z) \sin(\delta_y - \delta_x) \quad (2.4a)$$

$$\frac{E_x(z,t)}{E_{ox}} \cos(\delta_y) - \frac{E_y(z,t)}{E_{oy}} \cos(\delta_x) = \sin(\omega t - \kappa z) \sin(\delta_y - \delta_x) \quad (2.4b)$$

將 (2.4a) 及 (2.4b) 式合併可得

$$\left(\frac{E_x(z,t)}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y(z,t)}{E_{oy}}\right)^2 - 2\frac{E_x(z,t)}{E_{ox}}\frac{E_y(z,t)}{E_{oy}}\cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (2.5)$$

其中

$$\delta = \delta_x - \delta_y$$

方程式 (2.5) 為橢圓方程式，也就是說在任何時間點電場的傳播軌跡為橢圓形。

一般來說，橢圓的長軸和短軸並不是在 x 軸和 y 軸上；所以必須藉由座標轉換才可將 (2.5) 式化成標準的橢圓方程式。如圖 2-1 所示，將座標 (x,y) 旋轉 θ 角，則新座標 (x',y') 為

$$E_x = E'_x \cos \theta - E'_y \sin \theta \quad (2.6a)$$

$$E_y = E'_x \sin \theta + E'_y \cos \theta \quad (2.6b)$$

將 (2.6a) 和 (2.6b) 代入 (2.5) 式中計算可得[1]

$$\frac{E_x'^2}{a^2} + \frac{E_y'^2}{b^2} = 1 \quad (2.7)$$

$$a^2 = E_{ox}^2 \cos^2 \theta + E_{oy}^2 \sin^2 \theta + 2E_{ox}E_{oy} \cos \delta \cos \theta \sin \theta \equiv L \quad (2.8a)$$

$$b^2 = E_{ox}^2 \sin^2 \theta + E_{oy}^2 \cos^2 \theta - 2E_{ox}E_{oy} \cos \delta \cos \theta \sin \theta \equiv T \quad (2.8b)$$

$$\tan 2\theta = \frac{2E_{ox}E_{oy} \cos \delta}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2} \quad (2.9c)$$

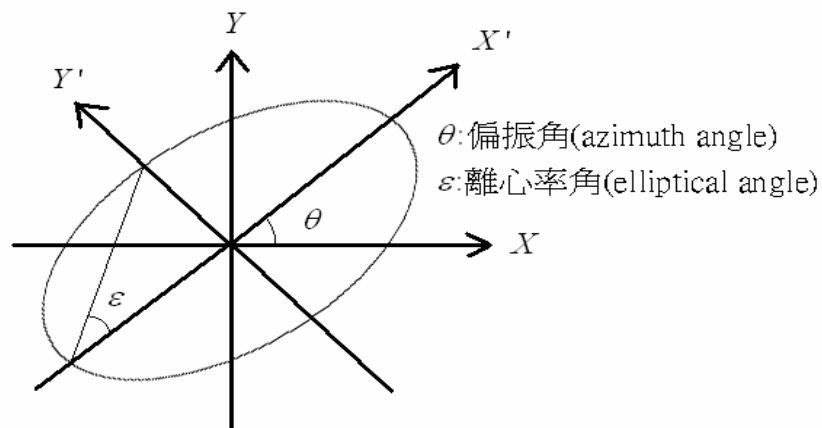


圖 2-1 橢圓偏振光

因光波在任一點之電場分布為橢圓形故稱橢圓偏振形式，接下來介紹幾種橢圓偏極的特例：

- (1) 當 $\delta = 0$ 或 $\delta = \pm\pi$ 時，電場為沿著固定方向振動，稱為線性偏振光 (圖 2-2)。
- (2) 當 $\delta = \frac{\pi}{2}$ 並且 x 與 y 方向之振幅相等時，電場在 x-y 平面的振幅永遠相同，稱為圓偏振光 (圖 2-3)。
- (3) 當 $\delta \neq 0, \delta \neq \pm\pi$ 時，電場之振動方向投影於平面為橢圓，稱為橢圓偏振光(圖 2-4)

線性偏振光 $\delta = 0, \delta = \pm\pi$

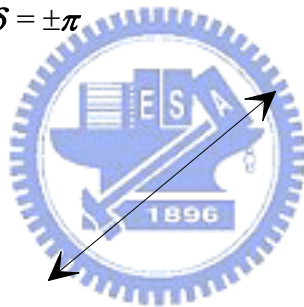


圖 2-2 線性偏振光

圓偏振光 $\delta = \frac{\pi}{2},$

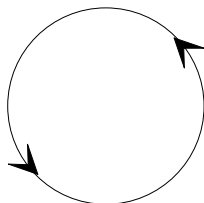


圖 2-3 圓偏振光

橢圓偏振光 $\delta \neq 0, \delta \neq \pm\pi$

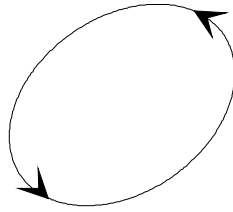


圖 2-4 橢圓偏振光

為了方便描述電場之偏振狀態，通常以 2 乘 1 階矩陣表示電場，此 2 乘 1 階矩陣稱為瓊斯向量 (Jones vector)。

$$|E\rangle = \begin{bmatrix} E_{ox}e^{i\delta_x} \\ E_{oy}e^{i\delta_y} \end{bmatrix} e^{i(\omega t - \kappa z)} \quad (2.9)$$

一般而言瓊斯向量只能表示純偏振光(pure polarized light)，不能表示純非偏振光 (unpolarized light) 或部份偏振光(partially polarized light)，但光波大部份均為部份偏振光，故須用史托克參數來代表。

2.2 史托克參數 (Stokes Parameter) 與穆勒矩陣 (Mueller Matrix)

Stokes Vector 為 4×1 階矩陣

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

其中

$$S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2$$

$$S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2$$

$$S_2 = 2E_{0x}E_{0y} \cos(\delta_y - \delta_x)$$

$$S_3 = 2E_{0x}E_{0y} \sin(\delta_y - \delta_x)$$

將定義代入可得

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ p \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 2\varepsilon \\ p \cdot \sin 2\theta \cdot \cos 2\varepsilon \\ p \cdot \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}$$



其中

p : 偏極度 (degrees of polarization)

I_0 : 入射光強度 (Intensity)

$$p = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{\frac{1}{2}}}{S_0}, \quad p=1 \text{ 時為 pure polarized light}$$

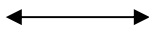


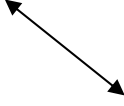
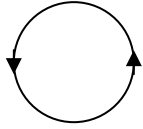
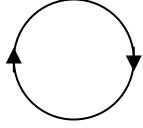
	Jones vector	Stokes parameter	圖示
X 方向線偏振	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Y 方向線偏振	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
正 45 度線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
負 45 度線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
左旋圓偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	
右旋圓偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	

表 2-1 常引用的偏極態

Mueller matrix 則是一個 4×4 階的矩陣，用來表示光學元件的傳導矩

陣，主要架構建立在 Stokes Parameters 上，如以下的出射光

$$S_0' = m_{00}S_0 + m_{01}S_1 + m_{02}S_2 + m_{03}S_3$$

$$S_1' = m_{10}S_0 + m_{11}S_1 + m_{12}S_2 + m_{13}S_3$$

$$S_2' = m_{20}S_0 + m_{21}S_1 + m_{22}S_2 + m_{23}S_3$$

$$S_3' = m_{30}S_0 + m_{31}S_1 + m_{32}S_2 + m_{33}S_3$$

可表示成

$$\begin{bmatrix} S_0' \\ S_1' \\ S_2' \\ S_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

簡化為

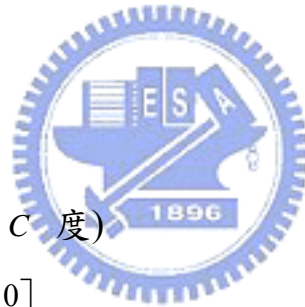
$$S' = M \cdot S$$

M 即為 Mueller matrix

$$\text{其中 } S_0' = E_{0x}^2 + E_{0y}^2$$

即為光偵測器所接收到光訊號強度。

以下列舉常用到的矩陣



(1) 旋轉矩陣 (假設旋轉 C 度)

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2C & \sin 2C & 0 \\ 0 & -\sin 2C & \cos 2C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

(2) 偏光片的方位角為 P 度時

$$M_{\text{polarizer}}(P) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2P & -\sin 2P & 0 \\ 0 & \sin 2P & \cos 2P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2P & \sin 2P & 0 \\ 0 & -\sin 2P & \cos 2P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_{\text{polarizer}}(P) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2P & \sin 2P & 0 \\ \cos 2P & \cos^2 2P & \sin 2P \cos 2P & 0 \\ \sin 2P & \sin 2P \cos 2P & \sin^2 2P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

(3) 補波片

$$M_{\text{compensator}}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos \phi \sin^2 2\theta & (1 - \cos \phi) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin \phi \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \phi) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \cos \phi \cos^2 2\theta & -\sin \phi \cos 2\theta \\ 0 & -\sin \phi \sin 2\theta & \sin \phi \cos 2\theta & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

θ 為光軸方位角， ϕ 為相位延遲

當光路徑中有數個偏光元件，則出射光的 Stokes vector 為

$$S_{\text{out}} = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdots S_{\text{in}}$$

其中

S_{in} : 入射光的 Stokes vector， S_{out} : 入射光的 Stokes vector

M_1 ， M_2 ， M_3 為各偏光元件的 Mueller matrix



2.3 光彈調變器

光彈調變器(PhotoElastic Modulator—PEM)是一種以特定頻率調變入射光偏振態的儀器(如圖 2-5)，其原理是使用一壓電材料的晶體，以 20kHz~60kHz 的頻率(當 PEM 出廠後此頻率便已固定)，擠壓另一個與它黏著在一起的材料，此材料的特性為具有穿透性，並會等比例隨外在的應力改變雙折射效應(如圖 2-6)。

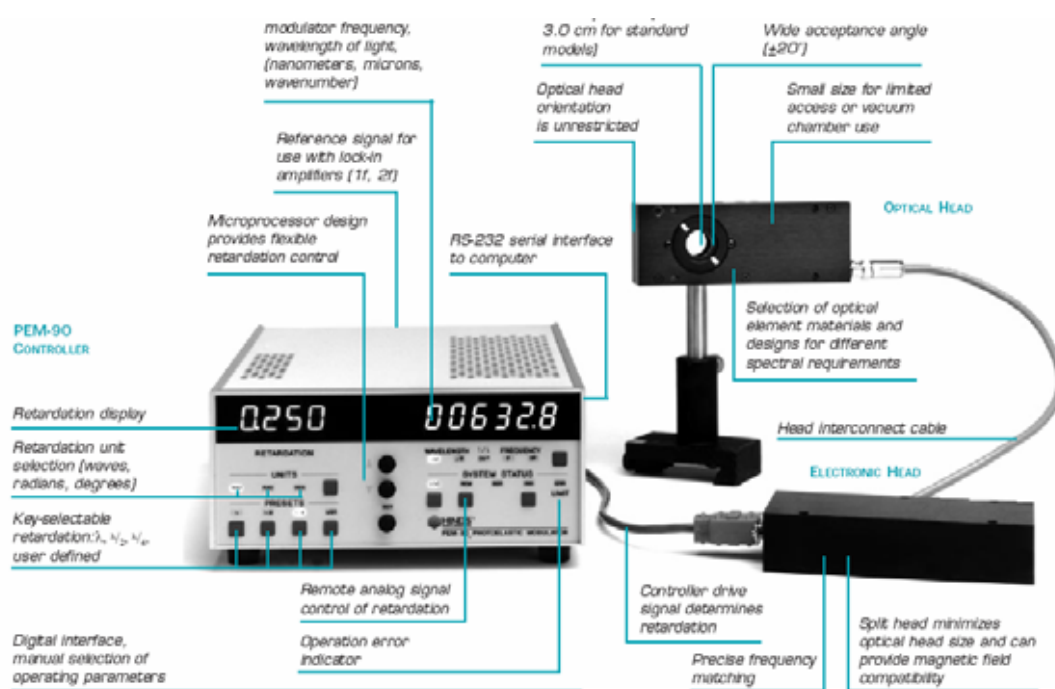


圖 2.5 PEM 外觀及功能介紹

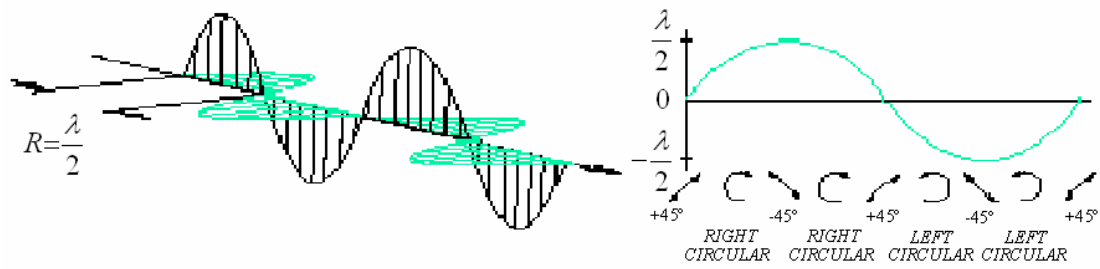


圖 2-6 PEM 調變振幅為 $\frac{\lambda}{2}$

PEM 的 Mueller matrix 如下(光軸位於 0 度)

$$M_{PEM} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & \sin \Delta_p \\ 0 & 0 & -\sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix}$$

PEM 所提供的相位延遲 Δ_p 為一個角頻率為 ω 的時間函數，一般可表示為 $\Delta_p = \delta_0 \sin \omega t$ ，其中 $\delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$ ， Δ_0 為光彈調變器的相位調變振幅， ω 為調變頻率。

2.4 反射光與橢圓特性參數 (Ψ, Δ) 之定義

根據馬克斯威爾方程式 (Maxwell equations) 和介面條件 (Boundary conditions) 可導出介質表面的反射係數及穿透係數。

$$r_p = \frac{n_1 \cos \theta_0 - n_0 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_0 + n_0 \cos \theta_1} \quad (2.13a)$$

$$r_s = \frac{n_0 \cos \theta_0 - n_1 \cos \theta_1}{n_0 \cos \theta_0 + n_1 \cos \theta_1} \quad (2.13b)$$

$$t_p = \frac{2n_0 \cos \theta_0}{n_1 \cos \theta_0 + n_0 \cos \theta_1} \quad (2.13c)$$

$$t_s = \frac{2n_0 \cos \theta_0}{n_0 \cos \theta_0 + n_1 \cos \theta_1} \quad (2.13d)$$

其中

r_p : 平行入射面方向之反射係數

r_s : 垂直入射面方向之反射係數

t_p : 平行入射面方向之穿透係數

t_s : 垂直入射面方向之穿透係數

n_0 : 入射前介質之折射率

n_1 : 待測物之折射率

θ_0 : 入射角

θ_1 : 折射角

定義

$$\tan \Psi e^{i\Delta} = \frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i(\delta_p - \delta_s)} \quad (2.14)$$

$$r_p = |r_p| e^{i\delta_p}, \quad r_s = |r_s| e^{i\delta_s}$$

由前式可得：

$$\tan \Psi = \frac{|r_p|}{|r_s|}, \quad \Delta = \delta_p - \delta_s$$

$\tan \Psi$ 為反射光在平行入射面與垂直入射面之振幅比值

Δ 為反射光在平行入射面與垂直入射面之相位差

這兩參數被命名為橢圓偏極參數 (ellipsometric parameters)，橢圓儀所能測得的即為此參數，如何藉此參數得到樣品的光學常數則須了解各個光學常數 (例如：入射角、樣品的折射率、樣品的厚度...等等) 對於參數的影響，接下來介紹兩種模式：

(1)塊狀物 (bulk medium)：單次反射型態 (如圖 2-7)

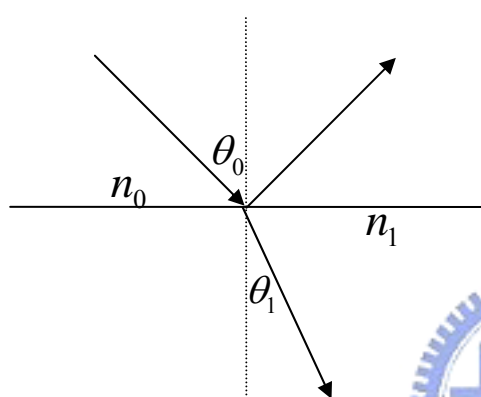


圖 2-7



由方程式 (2.13a)、(2.13b)、(2.14) 可以知道橢圓偏極參數 (Ψ, Δ) 與物理參數 (n_0, n_1, θ_0) 之函數關係。

(2)薄膜型式 (thin film)：多次反射型態 (如圖 2-8)

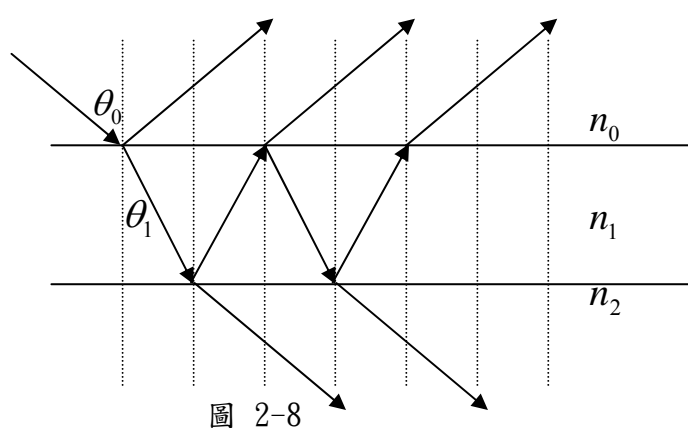


圖 2-8

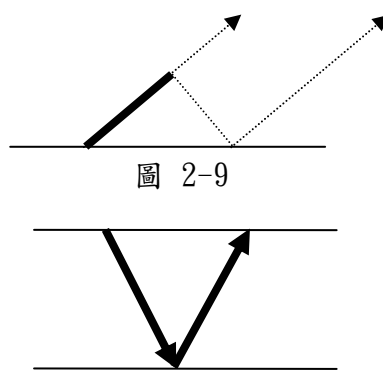


圖 2-9

圖 2-10

由圖 2-8 可以了解反射光是由很多光干涉出來的，假設第一道反射光和第二道反射光的相位差為 2γ ，同理第二道反射光和第三道

反射光的相位差也為 2γ ，所以第 n 道反射光和第 $n+1$ 道反射光的相位差都為 2γ 。則反射係數為：

$$r_p = r_{01p} + t_{01p}t_{10p}r_{12p}e^{-i2\gamma} + t_{01p}t_{10p}r_{10p}r_{12p}^2e^{-i4\gamma} + t_{01p}t_{10p}r_{10p}^2r_{12p}^3e^{-i6\gamma} + \dots \quad (2.15a)$$

$$r_s = r_{01s} + t_{01s}t_{10s}r_{12s}e^{-i2\gamma} + t_{01s}t_{10s}r_{10s}r_{12s}^2e^{-i4\gamma} + t_{01s}t_{10s}r_{10s}^2r_{12s}^3e^{-i6\gamma} + \dots \quad (2.15b)$$

其中

$$r_{ijp} = \frac{n_j \cos \theta_i - n_i \cos \theta_j}{n_j \cos \theta_i + n_i \cos \theta_j}$$

$$r_{ijs} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_j \cos \theta_j}{n_i \cos \theta_i + n_j \cos \theta_j}$$

$$t_{ijp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_j \cos \theta_i + n_i \cos \theta_j}$$

$$t_{ijs} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_j \cos \theta_j}$$

$$\gamma = \frac{1}{2}[(\text{圖2-9的光程}) - (\text{圖2-10的光程})]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{2dn_1}{\cos \theta_1} \frac{2\pi}{\lambda} - \frac{2dn_0 \sin \theta_1 \sin \theta_0}{\cos \theta_1} \frac{2\pi}{\lambda} \right) = \frac{d2\pi}{\cos \theta_1 \lambda} (n_1 - \sin \theta_1 \sin \theta_0 n_0) \\ &= \frac{d2\pi}{\cos \theta_1 \lambda} (n_1 - n_1 \sin^2 \theta_1) = \frac{2d\pi n_1}{\lambda} \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

d ：待測物厚度

λ ：雷射光的波長

r_{ijp} ：光線從介質 i 入射到介質 j 並且平行入射面方向之反射係數

r_{ijs} ：光線從介質 i 入射到介質 j 並且垂直入射面方向之反射係數

t_{ijp} ：光線從介質 i 入射到介質 j 並且平行入射面方向之穿透係數

t_{ijs} ：光線從介質 i 入射到介質 j 並且垂直入射面方向之穿透係數

方程式 (2.15a) 和 (2.15b) 是等比級數和，所以可簡化為

$$r_p = r_{01p} + \frac{t_{01p}t_{10p}r_{12p}e^{-i2\gamma}}{1 - r_{10p}r_{12p}e^{-i2\gamma}}$$

$$r_s = r_{01s} + \frac{t_{01s}t_{10s}r_{12s}e^{-i2\gamma}}{1 - r_{10s}r_{12s}e^{-i2\gamma}}$$

又因

$$r_{10} = -r_{10} \quad , \quad t_{01}t_{10} = 1 - r_{01}^2$$

所以

$$\tan \Psi e^{i\Delta} = \frac{r_p}{r_s} = \frac{r_{01p} + r_{12p}e^{-i2\gamma}}{1 + r_{01p}r_{12p}e^{-i2\gamma}} \frac{1 + r_{01s}r_{12s}e^{-i2\gamma}}{r_{01s} + r_{12s}e^{-i2\gamma}} \quad (2.17)$$

由方程式 (2.16)、(2.17) 可知橢圓偏極參數 (Ψ, Δ) 與物理參數 $(n_0, n_1, n_2, \theta_0, d)$ 之函數關係。所以由實驗值 (Ψ, Δ) 和已知值 (n_0, n_1, n_2) 可求出入射角和待測物的厚度。

2.5 反射光之史托克參數 (Stokes Parameter) 與穆勒矩陣 (Mueller Matrix)

在反射式的架構下，x 軸是平行入射面方向，y 軸是平行入射面方向。

入射光的史托克參數 (Stokes Parameter)

$$\begin{aligned}
 S_0 &= E_p E_p^* + E_s E_s^* \\
 S_1 &= E_p E_p^* - E_s E_s^* \\
 S_2 &= E_p E_s^* + E_s E_p^* \\
 S_3 &= i(E_p E_s^* - E_s E_p^*)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

反射光的史托克參數 (Stokes Parameter)

$$\begin{aligned}
 S'_0 &= R_p R_p^* + R_s R_s^* \\
 S'_1 &= R_p R_p^* - R_s R_s^* \\
 S'_2 &= R_p R_s^* + R_s R_p^* \\
 S'_3 &= i(R_p R_s^* - R_s R_p^*)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$



又因

$$R_s = r_s E_s, \quad R_p = r_p E_p$$

所以方程式 (2.18) 和 (2.19) 可寫成矩陣模式

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_p r_p^* + r_s r_s^* & r_p r_p^* - r_s r_s^* & 0 & 0 \\ r_p r_p^* - r_s r_s^* & r_p r_p^* + r_s r_s^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_p r_s^* + r_s r_p^* & -i(r_p r_s^* - r_s r_p^*) \\ 0 & 0 & i(r_p r_s^* - r_s r_p^*) & r_p r_s^* + r_s r_p^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

由定義 $\tan \Psi e^{i\Delta} = \frac{r_p}{r_s}$ 方程式 (2.20) 可改寫成

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \frac{r_p r_s^*}{2} \begin{bmatrix} 1 + \tan^2 \Psi & -1 + \tan^2 \Psi & 0 & 0 \\ -1 + \tan^2 \Psi & 1 + \tan^2 \Psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \tan \Psi \cos \Delta & 2 \tan \Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -2 \tan \Psi \sin \Delta & 2 \tan \Psi \cos \Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

將(2.21)式簡化為

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \frac{r_s r_s^*}{2 \cos^2 \Psi} \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & \sin 2\Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & \sin 2\Psi \cos \Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

所以一無向性待測物 (isotropic sample) 之穆勒矩陣 (Mueller Matrix)

可表示為

$$M_{sample} = \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & \sin 2\Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & \sin 2\Psi \cos \Delta \end{bmatrix} \quad (2.22)$$



2.6 光彈調變式影像橢圓偏光儀

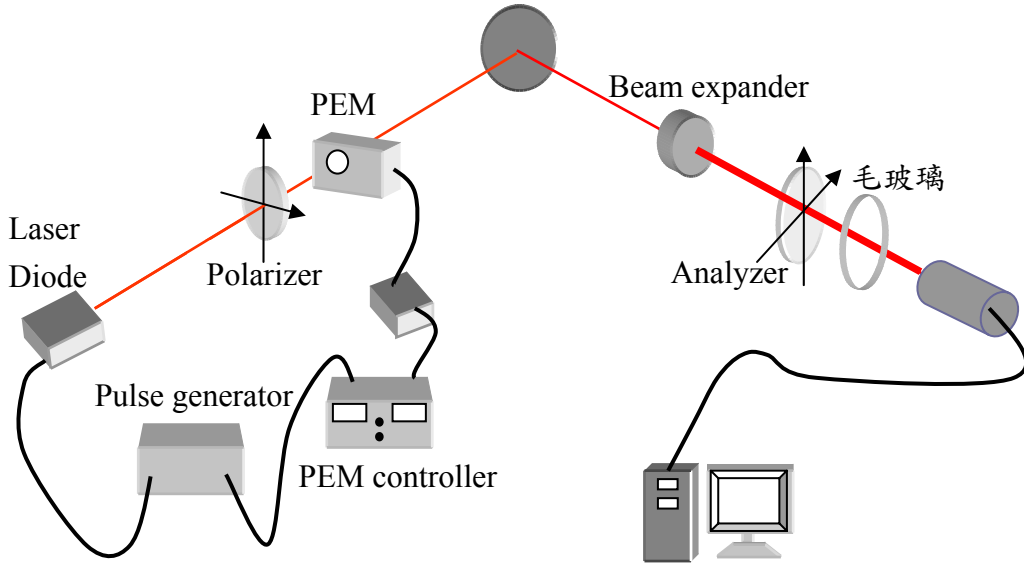


圖 2-11 光彈調變式影像橢圓偏光儀之架構

如圖 2-11 的架構圖，雷射經過偏光片之後的(Stokes vector)為 S_p ，入射的偏極態通過光彈調變器 $M_{pem}(\theta, \Delta_p)$ ，並射入待測物 $R_{SAM}(\Psi, \Delta)$ ，反射後再經過析光片 $M_A(a)$ ，出射的偏極態 S_f 的數學模式我們可以表示為 $S_f = M_A(a) \cdot R_{SAM}(\Psi, \Delta) \cdot M_{pem}(\theta, \Delta_p) \cdot S_p$

$$S_f = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ \cos 2a & \cos^2 2a & \cos 2a \cdot \sin 2a & 0 \\ \sin 2a & \cos 2a \cdot \sin 2a & \sin^2 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & \sin 2\Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & \sin 2\Psi \cos \Delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2c & \sin 2c & 0 \\ 0 & \sin 2c & \cos 2c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & -\sin \Delta_p \\ 0 & 0 & \sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2p & \sin 2p & 0 \\ 0 & \sin 2p & \cos 2p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

將偏光片的方位角置於-45度($p = -45^\circ$)，校正光彈調變器的光軸在0度($C = 0^\circ$)，而析光片的方位角在45度($a = 45^\circ$)，可以得到光強度的

表示式為

$$I = \frac{I_0}{2}(1 + \sin 2\Psi \cdot \cos(\Delta - \Delta_p))$$

假設光彈調變器為理想

$$\text{其中 } \Delta_p = \delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

δ_0 為相位調變振幅

$$\text{而 } \delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$$

則光強度的表示式為

$$I = \frac{I_0}{2}(1 + \sin 2\Psi \cdot \cos(\Delta - \delta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t))) \quad (2.24)$$

此令 $\omega \cdot t$ 為 θ ， $\delta_0 = \pi$ ，故

$$I = \frac{I_0}{2}(1 + \sin 2\Psi \cdot \cos(\Delta - \pi \cdot \sin \theta)) \quad (2.25)$$

$$\theta = 0^\circ \quad I_{0^\circ} = \frac{I_0}{2}[1 - \sin 2\Psi \cos \Delta]$$

$$\theta = 90^\circ \quad I_{90^\circ} = \frac{I_0}{2}[1 - \sin 2\Psi \cos(\Delta - \pi)] = \frac{I_0}{2}[1 + \sin 2\Psi \cos \Delta]$$

$$I' = \frac{I_{90^\circ} - I_{0^\circ}}{I_{90^\circ} + I_{0^\circ}} = \sin 2\Psi \cos \Delta \quad (2.26)$$

$$\theta = 30^\circ \quad I_{30^\circ} = \frac{I_0}{2}[1 - \sin 2\Psi \cos(\Delta - \frac{\pi}{2})] = \frac{I_0}{2}[1 - \sin 2\Psi \sin \Delta]$$

$$\theta = 210^\circ \quad I_{210^\circ} = \frac{I_0}{2}[1 - \sin 2\Psi \cos(\Delta + \frac{\pi}{2})] = \frac{I_0}{2}[1 + \sin 2\Psi \sin \Delta]$$

$$I'' = \frac{I_{210^\circ} - I_{30^\circ}}{I_{210^\circ} + I_{30^\circ}} = \sin 2\Psi \sin \Delta \quad (2.27)$$

由(2.26)與(2.27)

$$\tan \Delta = \frac{I''}{I'} = \frac{\sin 2\Psi \sin \Delta}{\sin 2\Psi \cos \Delta} \quad (2.28)$$

$$\sin 2\Psi = \sqrt{I'^2 + I''^2} = \sqrt{(\sin 2\Psi \cos \Delta)^2 + (\sin 2\Psi \sin \Delta)^2} \quad (2.29)$$

由(2.28)得

$$\Delta = \tan^{-1}\left(\frac{I''}{I'}\right) \quad (2.30)$$

由(2.29)可得

$$\Psi = \frac{1}{2} \sin^{-1}(\sqrt{I'^2 + I''^2}) \quad (2.31)$$

由式(2.25)可知，不同的待測物有不同的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ 時，則我們可以從示波器上得到不同的實驗波形，再由上面的推導可知，當我們能取得光彈調變器時間相位分別為 0° 、 30° 、 90° 與 210° 之光強度值，其運算後則可得到橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ 。

但是我們該如何鎖住快速調變的光彈調變器中時間相位分別為 0° 、 30° 、 90° 與 210° 之光強度值呢？我們藉由下圖(2-12)加以說明。在傳統的光彈調變橢圓儀中，我們藉由光彈調變器控制器所輸出的一方波訊號(square wave)來當參考訊號，將其送入鎖相放大器中才可將各倍頻的訊號解析出來。而本實驗架構則以此方波訊號輸入可程式化脈衝延遲產生器(Programmable delay/pulse generator)當作觸發訊號(trigger signal)來驅動半導體雷射激發，如此一來則半導體雷射之激發時間則與光彈調變器建立了同步的時間關係，此技術稱為同步照射(synchronous illumination)[7]，而我們偵測時所需要的時間相位改變則

可藉由改變可程式化脈衝延遲產生器中延遲脈衝激發的時間功能來達成。經由本方法光彈調變訊號的時間相位則被鎖定，除非改變脈衝激發的時間，系統所偵測光強度的大小不因光彈調變器是時變的訊號而有所改變，由此可知系統中偵測速度則決定在光偵測器上。如以電荷耦合元件(CCD)為例，其曝光時間為 0.5 秒時，所偵測到的光強度大小是 25000(=50kHz/2)次雷射脈衝強度之合，我們控制每次曝光時間相同並配合不同的脈衝激發時間，則可以藉由偵測到四個時間相位的光強度大小而得到二維的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ 。

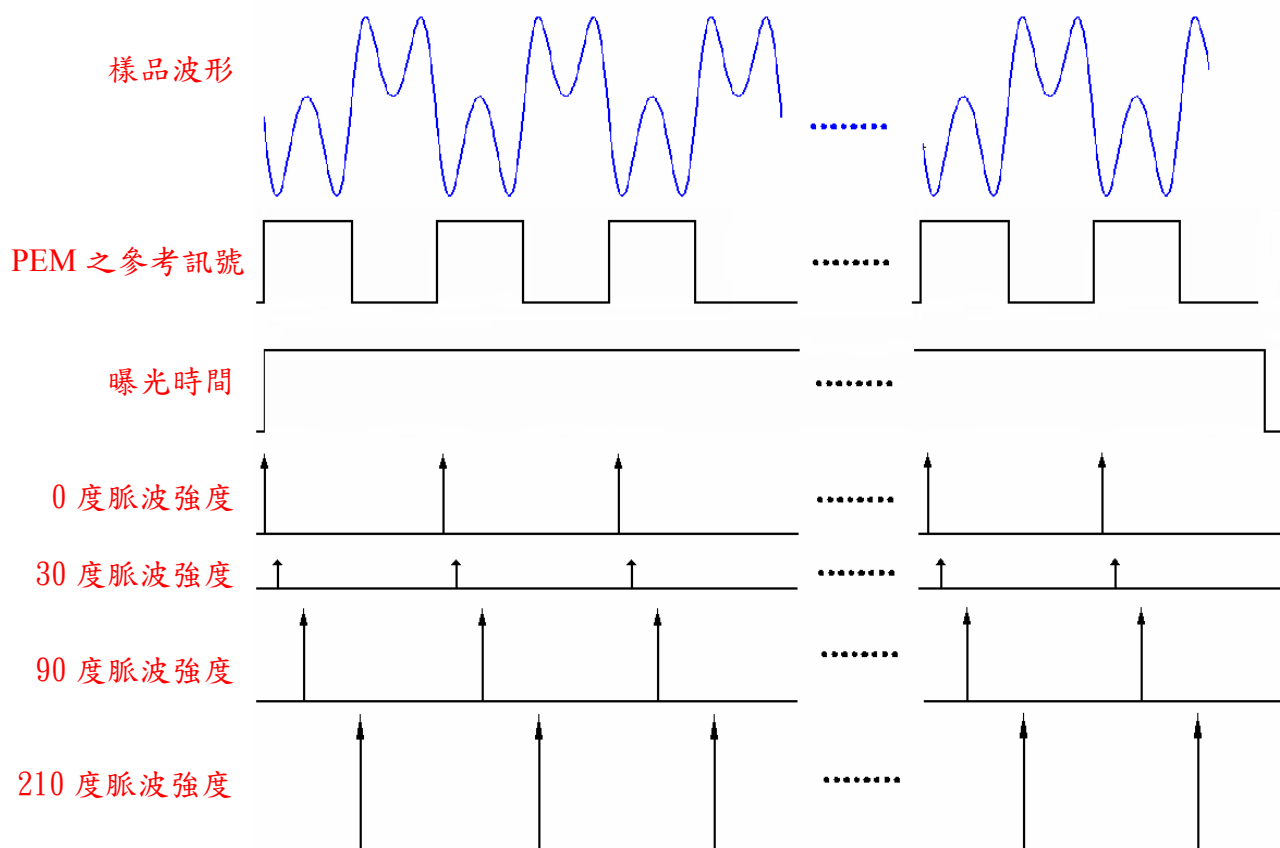


圖 2-12 量測方法說明示意圖

以下舉一個穿透式光彈調變橢圓偏光儀的例子，先不加入擴束器 (Beam Expander) 並且把電荷耦合元件 (Charged-couple device) 換成光偵測器 (Detector)，架構如圖 2-13。如此可以以方便觀察其波形，若只經過空氣而不經任何待測物，將穿透式的光彈調變式橢圓儀偵測到的光訊號直接連接至示波器，在理想的情況下可以得到 $\Psi = 45^\circ$ 、 $\Delta = 0^\circ$ ，以此組數值代入上述理論式中(式 2.25)，而式中 I_0 為一固定數，故假設為 1 來觀察其波形，見圖 2-11

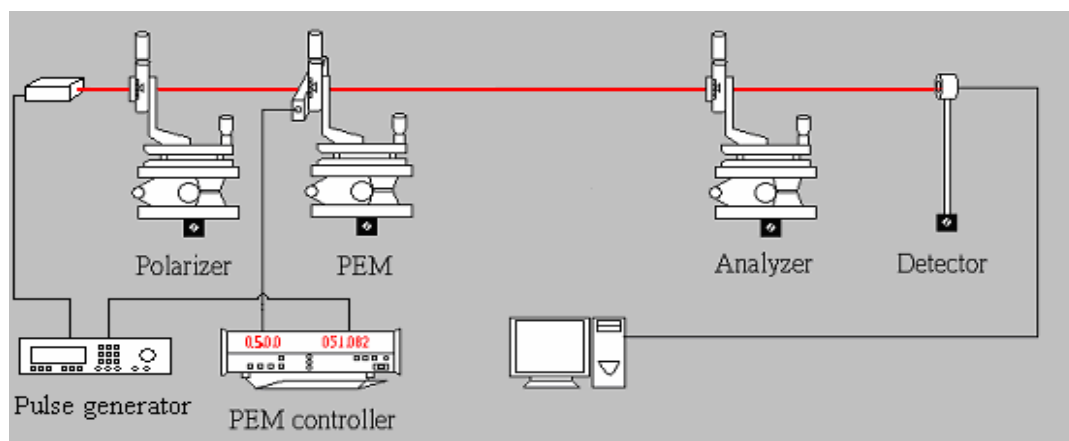


圖 2-13 樣品為空氣之穿透式量測架構

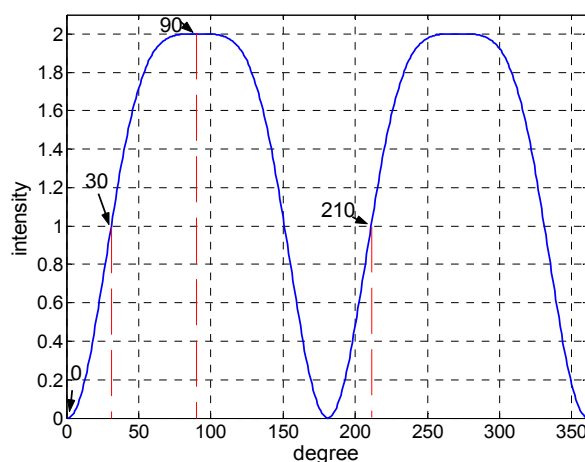


圖 2-14 樣品為空氣之理論波形及各相位強度值

在上圖 2-14 中，已經以虛線標示的所在位置是此光彈調變影像式橢圓偏光儀爲了求得橢圓偏極參數的四個相位，而縱軸則為這四個相位 (0° 、 30° 、 90° 與 210°) 的相對光強度值。若是改由電荷耦合元件 (CCD) 照相得到的光強度值，則四個相位 (0° 、 30° 、 90° 與 210°) 所照得的光強度相對值須與理論值一樣。



第三章 實驗步驟

3.1 實驗器材及規格

雷射：功率：波長：660nm

光偵測器：廠商：Newport；Model：818-SL；S/N：2449

電荷耦合元件 CCD(Charge-Coupled Device)：廠商：Starlight Xpress；

Model：MX516 16 bit CCD

脈波產生器(pulse generator)：HP，8110A

光彈調變器(Photoelastic Modulator)：Hinds instruments, PEM-90

3.2 擴束系統

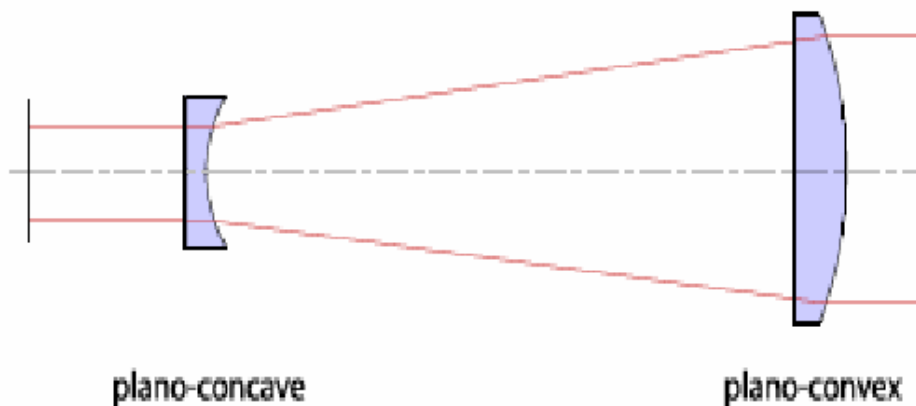


圖 3-1 擴束系統

雷射光先經過平凹透鏡再用一平凸透鏡形成一擴束平行光，不同的透鏡可產生不同的放大倍率，此擴束系統放大率為 7 倍。

3.3 電荷耦合元件(CCD)取像清晰度

CCD 的外接鏡頭焦距(f)為 100mm，取像前可先用成像公式粗略估計物距(p)與像距(q)的相對位置。

3.4 掃描波形

欲使用此方法前，必須先確定是否能利用脈波產生器使相位固定，由電荷耦合元件(CCD)讀取其固定相位時的光強度值，進而可以掃描出吾人在示波器上所看到之波形。首先，在穿透的架構下不加任何樣品，也就是只經過空氣的狀況下，我們可以知道其理論值橢圓偏極參數 Ψ 為 45 度， Δ 為 0 度，其波型為下圖(圖 3-2)。

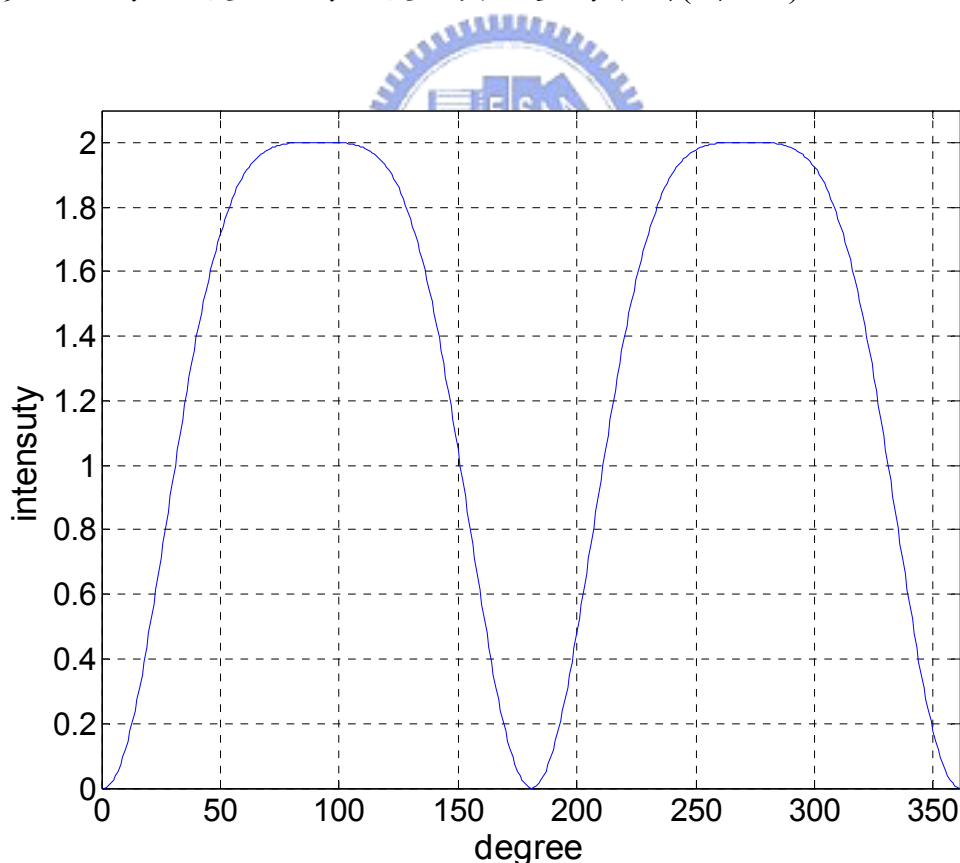


圖 3-2 樣品為空氣之理論波形

此次驗證的條件與狀況是在光彈調變器的波長條件設定為 660nm，相位調變振幅(δ_0)設定在 $0.5*2\pi$ ，其頻率則為 51.078kHz，脈波產生器給的電壓值為 5 伏特，而 CCD 的曝光時間則為 0.1 秒。我們是以每十度量測一次強度值，總共做了一個週期，也就是 36 個點。其時間延遲為 0.76 μ s 開始，每十度為 0.54 μ s，到 19.8 μ s 結束。由 CCD 所量測到的每十度間隔光強度值，下表(表 3-1)為量測得到之光強度值，下圖則為所量測到之波形。

delay time (μ s)	最大光強 度值	最大強度位置	delay time (μ s)	最大光強 度值	最大強度位置
0.76	60827	(293,90)	10.6	60631	(293,89)
1.31	61387	(293,90)	11.1	61396	(293,89)
1.85	61474	(293,90)	11.6	61539	(293,89)
2.39	61522	(293,90)	12.2	61592	(293,89)
2.94	61586	(293,90)	12.7	61564	(293,89)
3.48	61485	(293,90)	13.3	61411	(293,89)
4.02	60744	(293,90)	13.8	60351	(292,89)
4.57	58038	(293,90)	14.6	56328	(292,88)
5.11	50659	(292,89)	14.9	48514	(292,88)
5.66	38182	(292,89)	15.4	34456	(292,88)
6.2	25405	(292,89)	16	22745	(292,88)
6.74	15540	(293,89)	16.5	13613	(292,88)
7.29	12293	(293,89)	17.1	12454	(292,88)
7.83	17119	(292,89)	17.6	20115	(292,88)
8.37	27524	(292,89)	18.2	30353	(292,88)
8.92	40629	(292,89)	18.7	42253	(292,88)
9.46	51647	(292,89)	19.3	53955	(292,88)
10	58167	(293,89)	19.8	58601	(292,88)

表 3-1 掃描波形之光強度紀錄

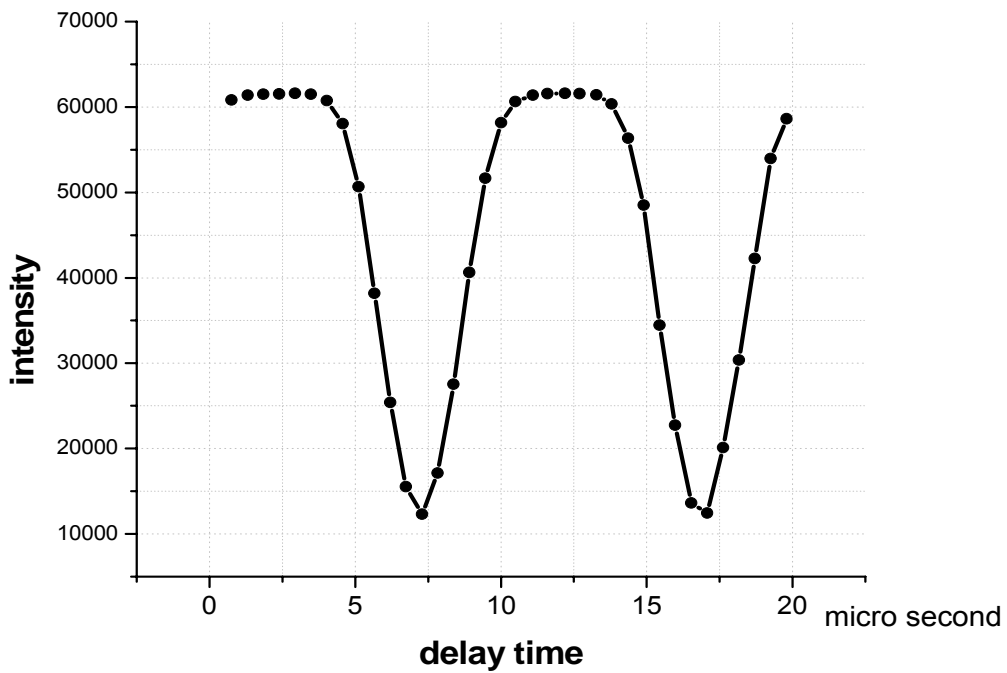


圖 3-3 樣品為空氣之實驗波形

由上圖可知，當脈波產生器固定某相位所得到的光強度值是可以掃描出波型。也就是說可以利用此架構下與前述的方法來量測樣品。

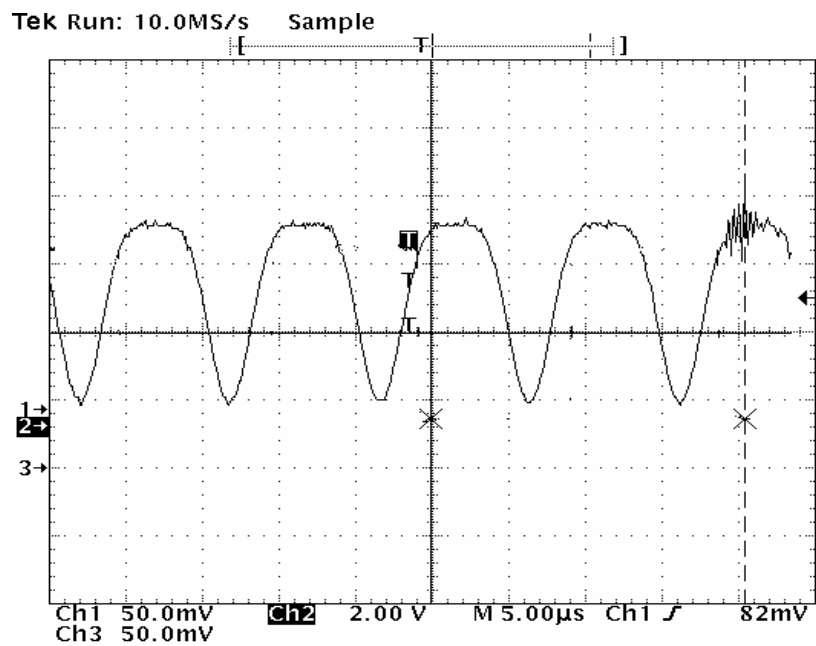


圖 3-4 樣品為空氣之示波器波形

3.5 臨界電壓的確認

半導體雷射的特色之一是能直接從電流調制其輸出光的強弱，且其輸出光功率與輸入電流之間多為線性關係，所以雷射二極體可以採用類比或數位電流直接調制輸出光的強弱，省掉昂貴的調制器，為本實驗使用使用半導體雷射當光源的原因。

由脈衝訊號控制來控制半導體雷射的開或關時，其工作點是偏壓在臨界電流(I_{th})附近，在高於臨界電流時半導體雷射才為真正的激發(lasing)，所輸出的光強才會與輸入電流成正比，在低於臨界電流時則為自發放射(spontaneous emission)，而此自發放射會影響到偵測時的光強度值，所以我們把自發放射的光子當作電荷耦合元件偵測的自然背景光子處理。如依序增加微小的電流時，我們可以發現半導體雷射的臨界電流並不是一個特定的值，而是一個區域。但本實驗所用的電荷耦合元件為具有電熱制冷(thermo-electric cooling)的裝置，可以大幅降低偵測時的熱雜訊使其灰階可以達到 16bit，所以微量的光強大小皆可以偵測出來，如此一來因微小電流所造成的光強度變化皆會影響偵測值，進而使的橢圓參數的運算出現誤差。以下我們將用電荷耦合元件當光偵測器，來了解此半導體雷射的 I-V 特性，進而找出適合本實驗系統的精確臨界電流。

表(3-2)是由電荷耦合元件直接量測到雷射二極體隨著改變電流

大小而得到的光強度值，其中間不加任何樣品、偏光片或析光片及光彈調變器。由於是直接由電荷耦合元件(CCD)量測雷射二極體發光強度，故將曝光時間調為最小，為 0.001 秒，由於我們實驗室的電源供應器電流大小只能顯示到小數點第二位，而電流大小的改變須小至小數點第三位變化(mA)才可做精確量測，而當半導體雷射之內阻為定值時，我們增加電流大小也等於增加電壓大小，所以我們使用增加電壓大小來與光強度變化值做圖。

輸入電壓 (V)	最大光強度	最大強度位置	輸入電壓 (V)	最大光強度	最大強度位置
19	3627	(253,158)	22.5	9528	(254,162)
19.5	3834	(254,159)	22.6	10217	(254,162)
20	4126	(254,159)	22.7	12269	(254,162)
20.5	4502	(254,160)	22.8	14077	(254,162)
21	4988	(254,160)	22.9	15610	(254,162)
21.5	5703	(254,160)	23	19067	(254,162)
22	6874	(254,160)	23.1	24945	(254,162)
22.1	7376	(254,160)	23.2	30288	(254,163)
22.2	7755	(254,161)	23.3	37965	(254,163)
22.3	8078	(254,161)	23.4	44928	(254,162)
22.4	8668	(254,161)	23.5	50661	(254,162)

表 3-2 不同輸入電壓的雷射光強度值

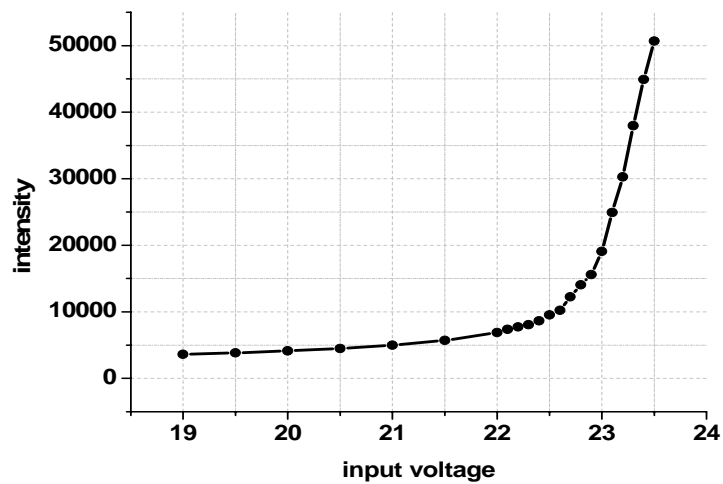


圖 3-5 輸入電壓對半導體雷射光強度值之作圖

上圖中可以看出，當輸入電壓在 22.5 伏特之後，光強度值迅速升高。但是由圖中並不容易看出真正的臨界電壓為何，所以再由空氣的實驗中來驗證其臨界電壓的正確性。

當橢圓偏光儀在量測空氣時，其理論值我們可以知道 ψ 為 45 度， Δ 為 0 度，而其理論波型為下圖。

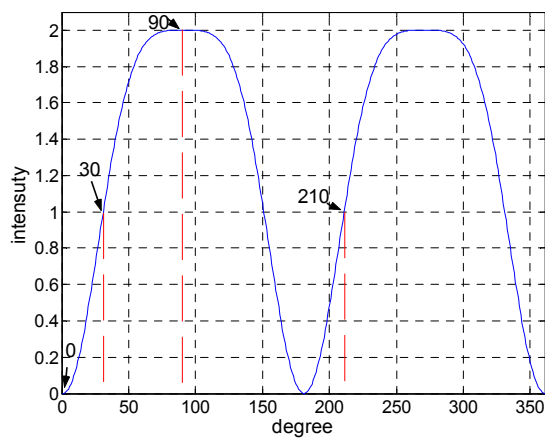


圖 3-6 樣品為空氣之各相位相對強度比值

由圖形可以明顯地知道當時間相位在 0 度時光強度為 0，而當時間相位在 30 度、90 度時，其光強度的比例為 1：2，我們則以此作為依據來校正精確的臨界電流大小。

當我們以電源供應器輸入電壓為 22.5 伏特且脈波產生器的輸出電壓值則為 5 伏特時，CCD 曝光時間為 0.06 秒，當時間相位為 0 度，30 度以及 90 度所量測到的光強度值如下表(表 3-3)。

phase	0	30	90
intensity	12203	33449	53493

表 3-3 不同相位的光強度值

當脈波產生器不輸入脈衝電壓時，也就是只有輸入電源供應器所提供 22.5 伏特的電壓時，CCD 所量得之強度值為 12168。

當相位為 0 度時得到的強度值減掉輸入電壓為 22.5 的強度值接近於零。而 30 度以及 90 度減掉輸入電壓為 22.5 伏特的光強度值在下表(表 3-4)。

phase	30	90
intensity	21281	41325
實際比例	1	1.94
理論比例	1	2

表 3-4 相位為 30 度與 90 度的實際比例與理論比例

上表中的數據為最接近的比值。是當輸入電壓為 22.5 伏特時所得到的數據，是相對於其他電壓所得最接近比例值，我們則以此點當作半導體雷射的臨界電壓值。

所以在此架構下，若要量測樣品，則之前必須先把供應雷射之供應電壓調為 22.5 伏特而不加脈波產生器的電壓，這時半導體雷射因自發放射使的電荷耦合元件(CCD)偵測到光強度值我們可以當作是背景光強，爾後在照各個相位(0° 、 30° 、 90° 與 210°)的光強度值後必須減去先前(供應電壓為 22.5 伏特、不加脈波電壓)的光強度值才可以利用此數據來計算我們所需要的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ ，再計算欲知的光學參數。



3.6 時間相位起始點的確認

先觀察 3-6 或 3-8 之圖，當理論偏光參數 Ψ 為 45 度， Δ 為 0 度時的圖為上述之波形，而當我們用示波器或是由電荷耦合元件(CCD)觀察其強度時，明顯地，其理論圖形一個週期的波形與示波器所見之起點是不同的。也就是光彈調變器的參考訊號之起始點與理論波形的起點是不一樣的。所以要在此架構下量測樣品的偏光參數必須先校正其起點的位置。

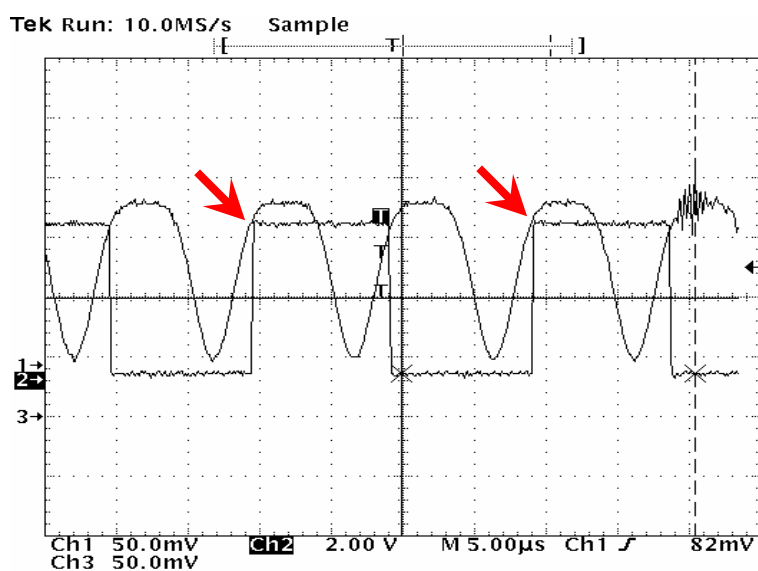


圖 3-7 穿透式之波形與實驗之起始點(空氣)

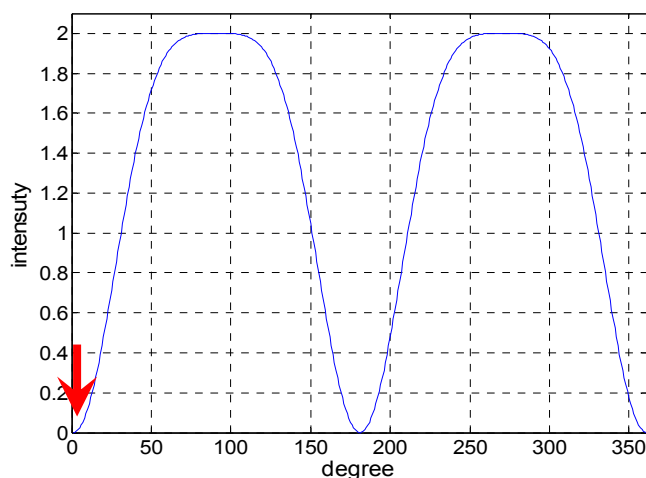


圖 3-8 穿透式之理論波形與理論起始點(空氣)

由於上圖的整個波形中，光彈調變器的參考訊號起點並不是位於波形中的極點，所以並不容易判斷出正確的起點位置，所以我們利用厚度為 600nm 的鉑(Pt)試片來確定其位置。下圖中包含經試片反射後的波形與光彈調變器的參考訊號。正可以容易且清楚的判斷出來。以下先把架構中的 CCD 換成光偵測器，先看其波形。

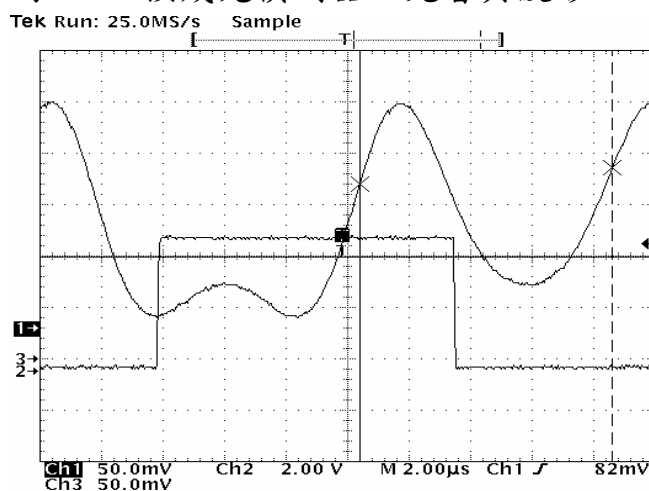


圖 3-9 反射式樣品之波形(pt)

再利用半導體雷射連續激發的模式用傳統倍頻量測法量測樣品的橢圓偏光參數 Ψ 與 Δ 。量測的結果 Ψ 為 29.63 度， Δ 為 230.84 度(圖 3-10)。

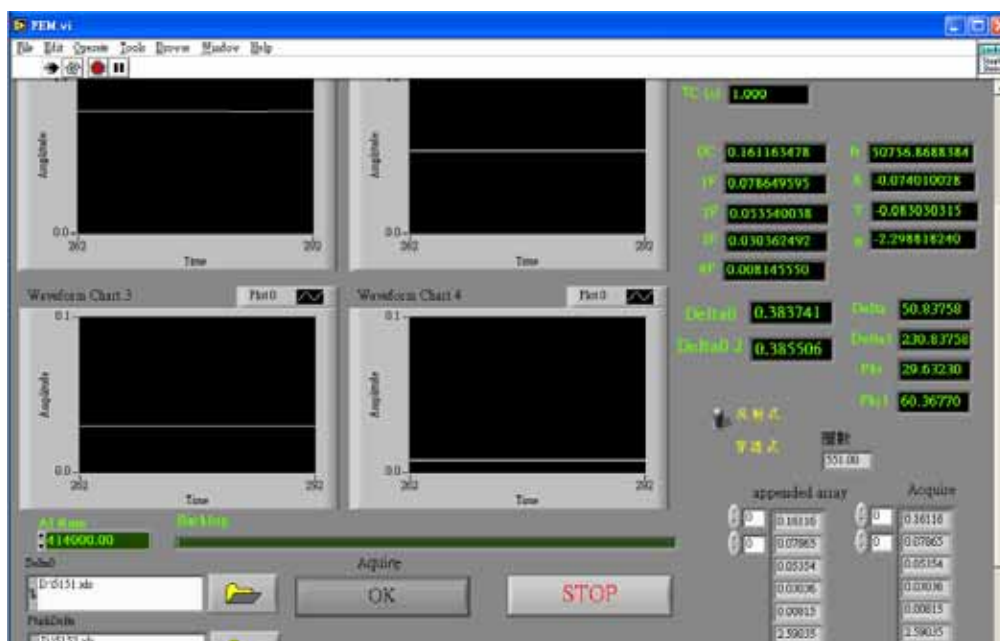


圖 3-10 反射式樣品之量測結果

依此結果(Ψ 為 29.63 度, Δ 為 230.84 度)代入式(2-25)中則可畫出理論波形如下圖(圖 3-11)。

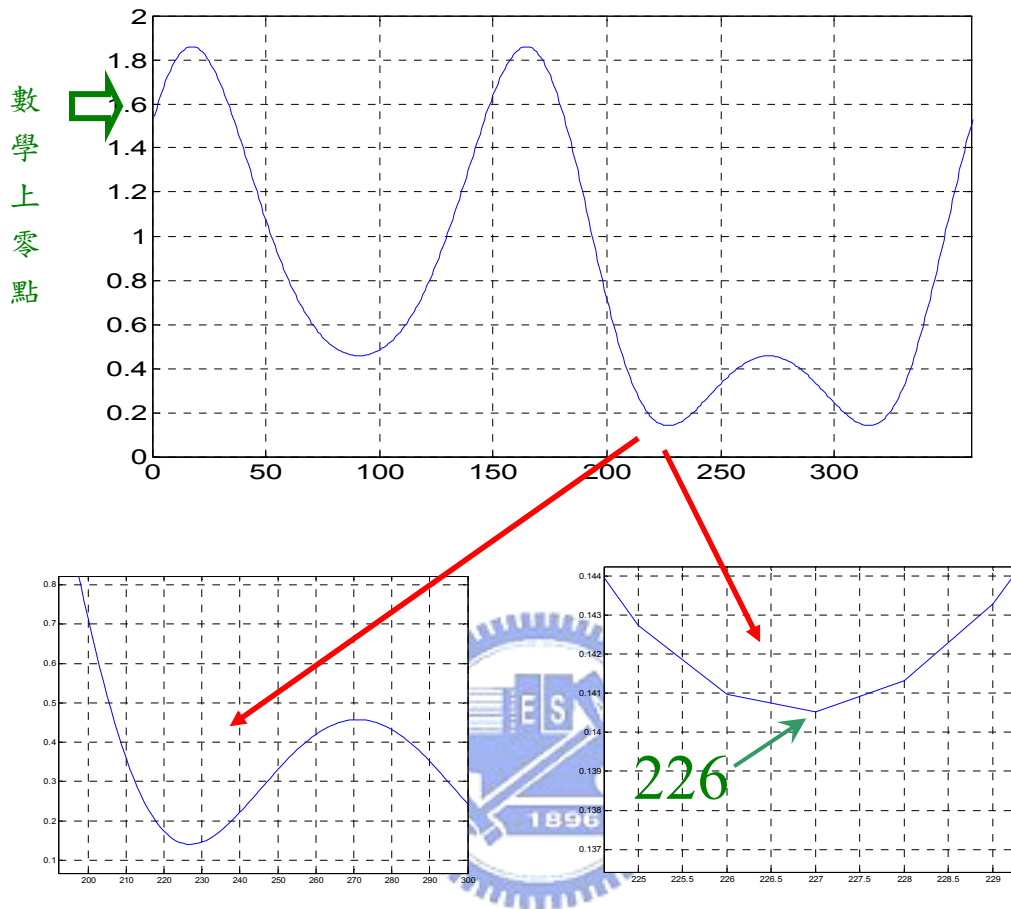


圖 3-11 反射式量測之起始點確認

由上圖(圖 3-10)可以看出光彈調變器的參考訊號之起始點是位於理論圖上的 226 度的位置。由此可知，脈波產生器的時間相位若在不移動的情況下，就是在其數學理論圖上的 226 度。因此，若量測值欲要與理論值相等，則必須將時間相位提前 226 度或是延遲 134 度，因為時間位置一開始就是在 226 度脈波產生器無法如此操作，故只能將時間相位延遲 134 度。

以上的敘述可由前面已知的數據來驗證其是否正確。之前所作之穿透式光彈調變橢圓偏光儀的空氣實驗，其光彈調變器的相位調變振幅(δ_0)調整為 $0.5 \cdot 2\pi$ ，頻率在 51.078kHz 的情況下，若脈波產生器的時間位置往後調整 134 度，其時間間隔 $(1/51078 \cdot 360) \cdot 134 = 7.287\mu\text{s}$ ，其位置大約為數據中的第 13 個點，如下圖(圖 3-12)。

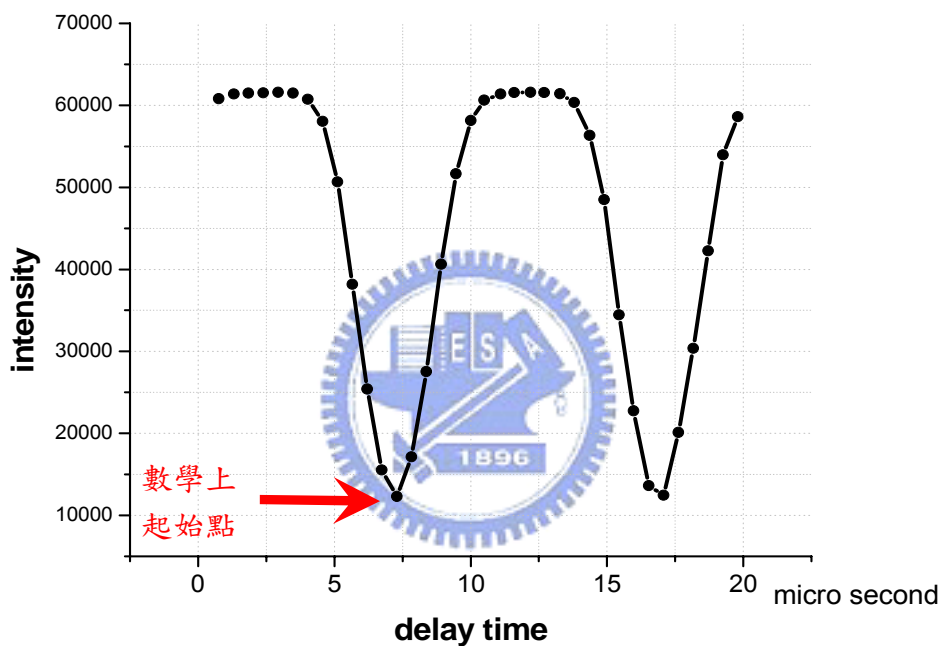


圖 3-12 實驗波形的對照起始點

由上圖(圖 3-12)可以明顯的看出第 13 個點正好是在其波谷的位置，對照理論波形(圖 3-13)之起始點是吻合的。若以光彈調變器與脈波產生器的起始時間點對照示波器所看到的波形，可以知道我們推算的起始點與理論波形的起始點也是吻合的。

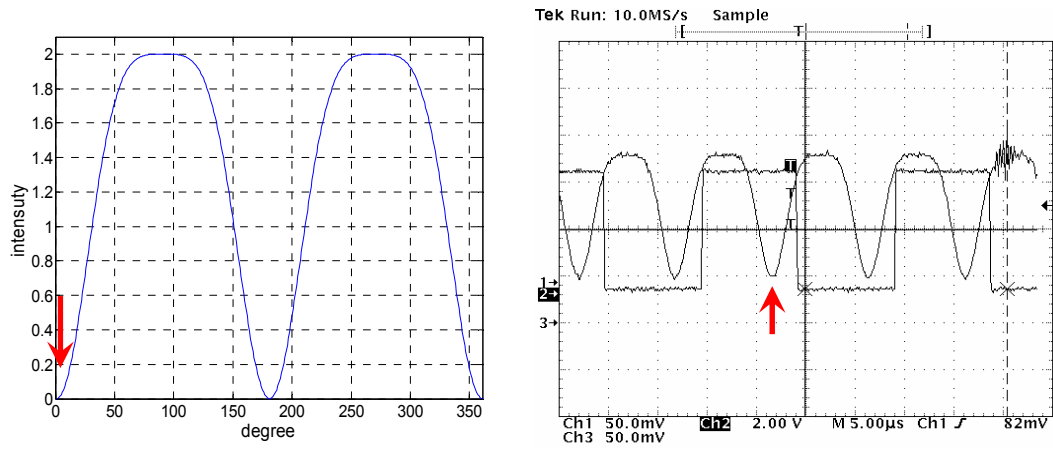


圖 3-13 理論波形與示波器波形比較圖



第四章 實驗結果

4.1 實驗之樣品

對於實驗的樣品有標準片的四號區域與五號區域

4.2 實驗流程

1.先利用光偵測器取代 CCD 量測橢圓偏極參數，入射角為 70 度，光彈調變器的控制面板之波長調整為 660nm，相位調變振幅(δ_0)調整為 $0.383*2\pi$ ，利用程式算出此偏光參數讀出的值帶回相位調變振幅(δ_0)為 $0.5*2\pi$ 的理論式中得到其光強度值以及波形。這一步驟可以作為對照波形使用。

2.再把光彈調變器之相位調變振幅(δ_0)調整為 $0.5*2\pi$ ，觀察其波形，與前一步驟所畫出的波形比較是否正確。

3.再把光偵測器的部分換為 CCD，並且在樣品後的反射光路上放入一為七倍數放大的擴束器(beam expander)，其後再放一片毛玻璃，並且調整 CCD 之焦距在毛玻璃上以利觀察與運算。

4.架構完成後，先拍一張當電源供應之供應電壓為 22.5 伏特的圖，接著用脈波產生器陸續微調相位在 0 度、30 度、90 度、210 度的延遲時間，且在每一相位時用 CCD 各拍一張照片。

5.每一張照片在拍完之後必須先減去當供應電壓為 22.5 伏特而且同時不加脈波電壓的光強度，總共有各個不同分佈之光強度的四張照片。

6.再以前面所述之算法計算其樣品二維的橢圓偏極參數。

4.3 標準片四號區域

4.3.1 理論波形

我們利用商用橢圓儀公司(Nanometrics)所生產的標準測試片為量測基準，其中第四塊區域為厚度 1293\AA 之 SiO_2 ，當入射角為 70 度其橢圓參數 Ψ 與 Δ 的值分別為 60.9 度和 85.3 度。接著以此算出的理論值代入式(2.25)中，可得到下方左邊圖形，而下方右邊的圖形則為由量測時示波器所得到之波形。可以觀察出兩圖非常接近。

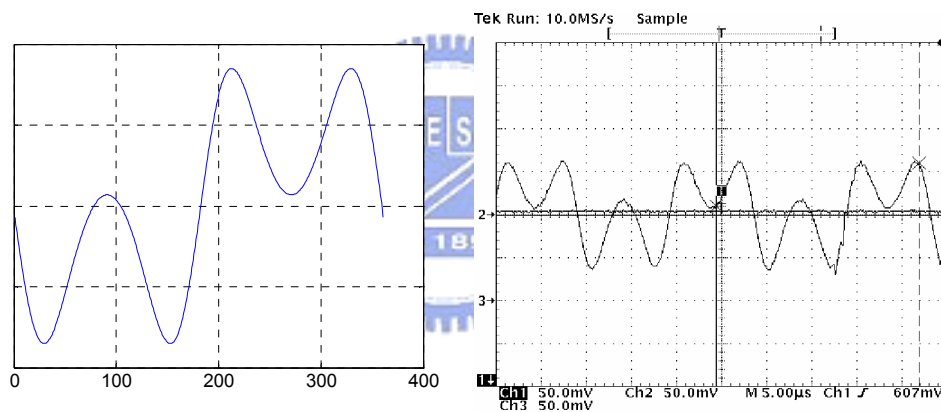


圖 4-1 四號區域之理論波形與示波器觀察的波形

(圖 4-1) 左為理論波形，(圖 4-1)右則為由示波器所看到之波形。

4.3.2 實驗波形

因為先前並未真正計算過樣品之偏光參數，為保險起見所以先再利用光偵測器掃一次波形，下圖(圖 4-2)為實驗之波形。

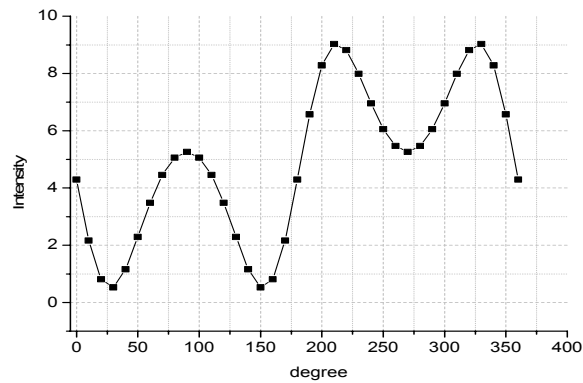


圖 4-2 四號區域實驗波形

與前一節之理論波形和示波器的波形比較，其結果也是非常接近。

下表(表 4-1)則為所偵測到的光強度值

delay time(μ s)	光強度值	delay time(μ s)	光強度值
7.3	4.296168	17.1	4.296168
7.8	2.16295	17.6	6.569632
8.4	0.815372	18.2	8.28374
8.9	0.5335	18.7	9.026552
9.5	1.163404	19.3	8.816232
10.0	2.291245	19.8	7.986426
10.6	3.48658	20.3	6.956812
11.1	4.455438	20.9	6.054826
11.6	5.060586	21.4	5.46593
12.2	5.263736	22.0	5.263736
12.7	5.060586	22.5	5.46593
13.3	4.455438	23.1	6.054826
13.8	3.48658	23.6	6.956812
14.4	2.291245	24.1	7.986424
14.9	1.163404	24.7	8.816232
15.4	0.5334	25.2	9.026552
16.0	0.815372	25.8	8.28374
16.5	2.16295	26.3	6.569632

表 4-1 樣品為四號區的掃描波形之光強度紀錄

4.3.3 電荷耦合元件(CCD)量測二維橢圓參數之分佈

之前有提到必須先延遲脈波產生的時間使的時間相位延遲至 0 度的位置。首先我們利用本實驗室之前發展的光彈調變器校正方法[7]將相位調變振幅(δ_0)調為 $0.5 \times 2\pi$ ，然後記下當時光彈調變器之頻率，本調變器之調變頻率約為 51.080kHz，如前面說明將時間相位調至零度必須延遲 134 度，則延遲至下一週期零度時所需延遲時間為 $7.3\mu\text{s}$ ，而 30 度、90 度以及 210 度分別為 $8.9\mu\text{s}$ 、 $12.2\mu\text{s}$ 和 $18.7\mu\text{s}$ ，當調整脈波產生器的延遲時間至各個時間點時再用 CCD 拍下其光強度，其後每一張照片先使用影像處理優化功能處理，再利用 Matlab 程式計算出樣品之橢圓偏光參數。下圖為理論波形與各個像位之標示。

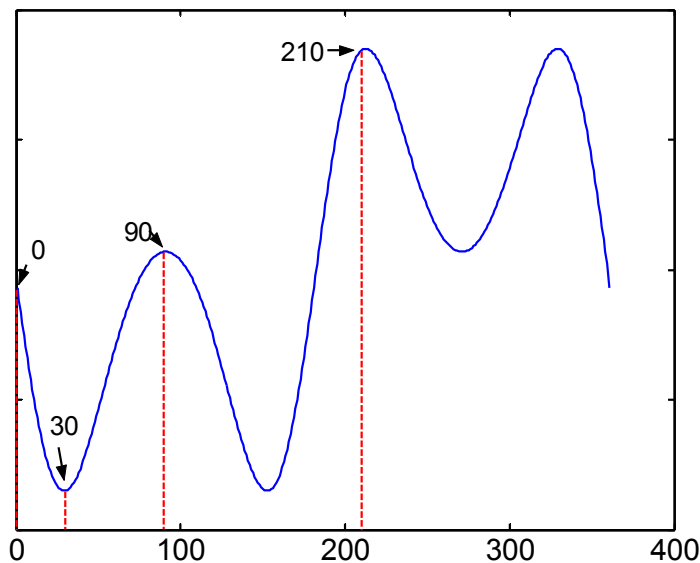


圖 4-3 四號區域之理論波形與各相位之相對位置

下面表格為每個相位之最強光強度值與 pixel 位置以及理論式所算出相對強度值。

	公式之相對強度	由 CCD 得最大光強度	最大光強度之位置
0	0.9304	28795	(231, 148)
30	0.1530	3807	(232, 149)
90	1.0696	26121	(230, 147)
210	1.8470	41538	(228, 145)

表 4-2 樣品為四號區之各相位之實際強度與理論相對強度

下圖是經由 Matlab 程式計算出的二維之偏光參數 Ψ, Δ 。

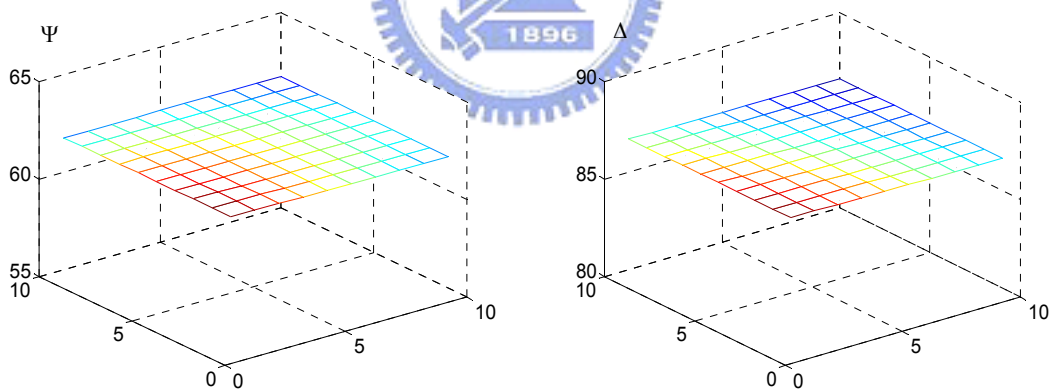


圖 4-4 四號區域的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ

由以上計算出的偏光參數 Ψ 為 61.73 度到 61.83 度，其最大的大小差距大約為 0.1 度，而 Δ 算出後在 86.63 度到 86.78 度，其大小差距為 0.15 度。其理論算出為 Ψ 為 60.9 度， Δ 為 85.3 度。 Ψ 的理論

值與實驗值誤差大約為 0.9 度，而 Δ 之理論值與實驗值誤差為 1.5 度。

現在可以利用算出的偏光參數反算其厚度，與入射角之誤差。

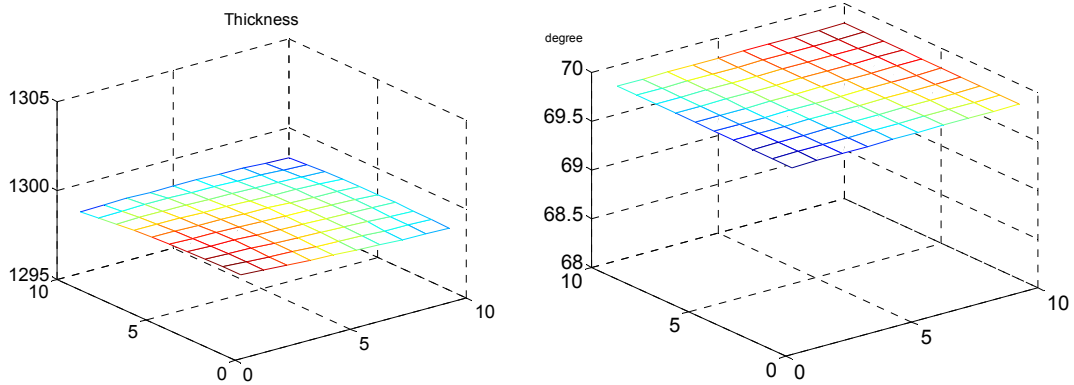


圖 4-5 實驗反算之四號的厚度與入射角

上圖左為反算之厚度，為 1298.4Å 到 1299Å，其大小差距約為 0.6Å。

而入射角誤差大約為 0.2 度，算出之角度從 69.78 度到 69.8 度其大小

差距約為 0.02 度。

4.4 標準片五號區域

4.4.1 理論波形

標準測試片第五塊區域為厚度 5100\AA 之 SiO_2 ，當入射角為 70 度其橢圓參數 Ψ 與 Δ 的值分別為 32.2 度和 -81.7 度。接著以此算出的理論值代入(式 2.25)中，可得到以下波形。

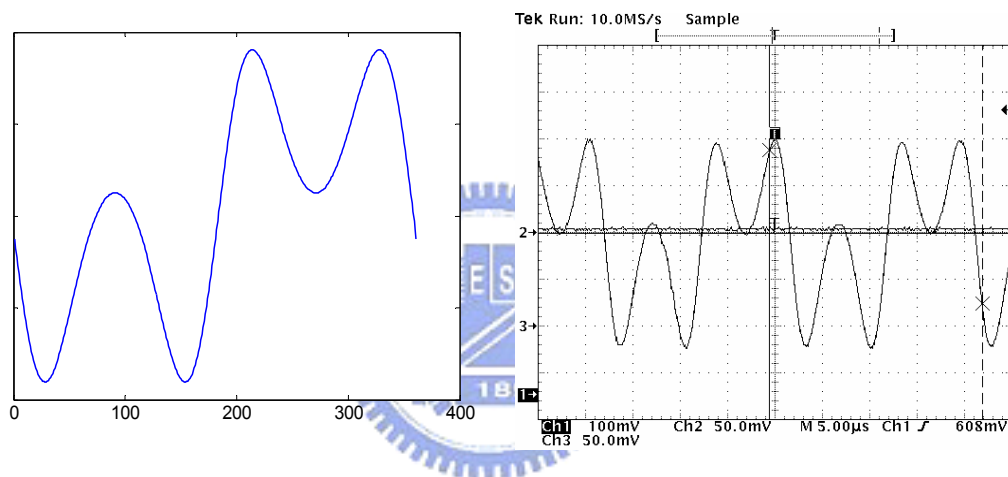


圖 4-6 五號區域之理論波形與示波器觀察的波形

上圖左為理論波形，上圖右則為由示波器所看到之波形。可以觀察出兩圖非常接近。

4.4.2 電荷耦合元件(CCD)量測二維橢圓參數之分佈

在前面章節 4.3.3 中，已經提到如何量測其二維橢圓參數分佈。首先還是利用本實驗室之前發展的光彈調變器校正方法[7]將相位調變振幅(δ_0)調為 $0.5*2\pi$ ，然後記下當時光彈調變器之頻率，本調變器之

調變頻率約為 51.080kHz，所以相位零度必須延遲 134 度，則延遲至下一週期零度時所需延遲時間一樣為 $7.3\mu\text{s}$ ，而 30 度、90 度以及 210 度分別為 $8.9\mu\text{s}$ 、 $12.2\mu\text{s}$ 和 $18.7\mu\text{s}$ ，當調整脈波產生器的延遲時間至各個時間點時再用 CCD 拍下其光強度，其後每一張照片先使用影像處理優化功能處理，再利用 Matlab 程式計算出樣品之橢圓偏光參數。下圖為理論波形與各個相位之標示。

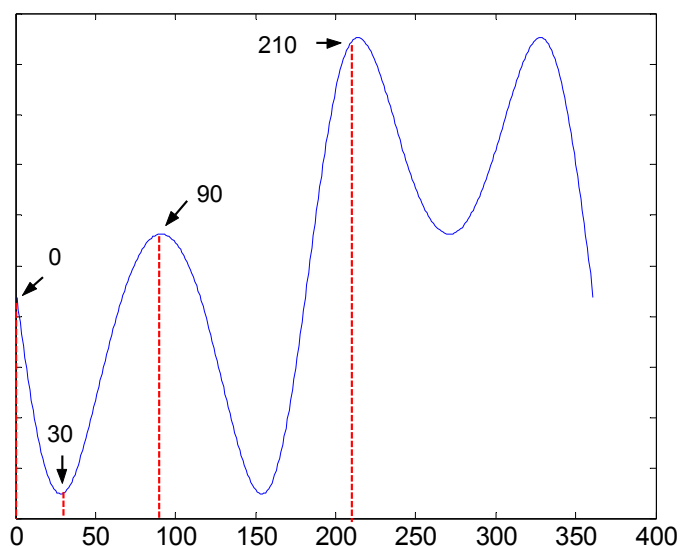


圖 4-7 五號區域之理論波形與各相位之相對位置

下面表格為每個相位之最強光強度值與 pixel 位置以及理論式所算出相對強度值。

	公式之相對強度	由 CCD 得最大光強度	最大光強度之位置
0	0.8698	25204	(282, 142)
30	0.1076	2714	(284, 142)
90	1.1302	30797	(281, 142)
210	1.8924	49546	(282, 140)

表 4-3 樣品為五號區之各相位的實際強度與理論相對強度

下圖是經由 Matlab 程式計算出的二維之偏光參數 Ψ , Δ 。

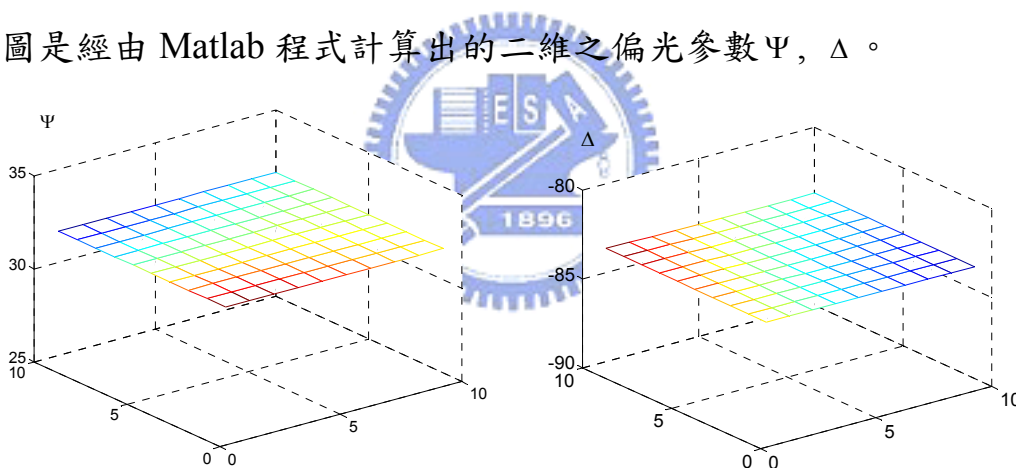


圖 4-8 五號區域的橢圓偏極參數 Ψ 與 Δ

由以上計算出的偏光參數 Ψ 為 31.66 度到 31.72 度，其大小差距大約為 0.06 度，而 Δ 算出後在 -83.72 度到 -83.65 度，其大小差距為 0.07 度。其理論算出為 Ψ 為 32.2 度， Δ 為 -81.7 度。 Ψ 的理論值與實驗值誤差大約為 0.5 度，而 Δ 之理論值與實驗值誤差為 1.9 度。

現在可以利用算出的偏光參數反算其厚度，與入射角之誤差。

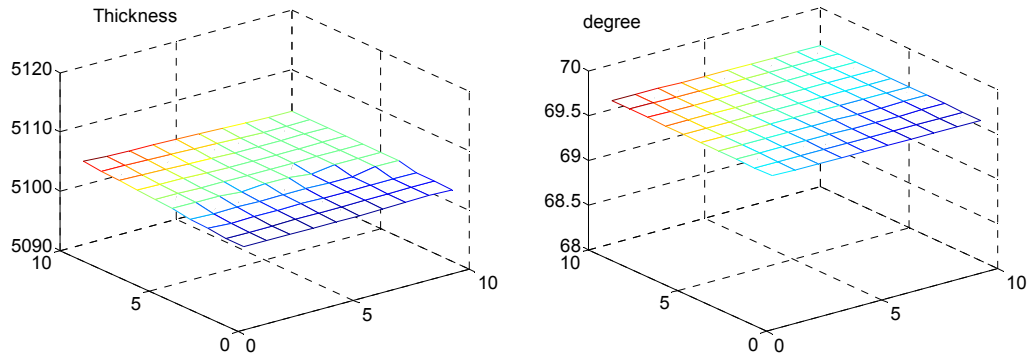


圖 4-9 實驗反算之五號的厚度與入射角

上圖左為反算之厚度，為 5102Å 到 5104Å，其大小差距約為 2Å。而入射角誤差大約為 0.4 度，算出之角度從 69.57 度到 69.6 度其大小差距約為 0.03 度。



下表(表 4-4)把此架構下量測之結果與元件旋轉式影像橢圓偏光儀和商用橢圓儀之量測結果作一個比較

	四號區域(SiO ₂) 厚度	四號區域(SiO ₂) 折射率	五號區域(SiO ₂) 厚度	五號區域(SiO ₂) 折射率
商用橢圓儀 (單點)	1293.788Å	1.461(632.8nm)	5149.994 Å	1.454(632.8nm)
元件旋轉式橢圓 偏光儀(影像)	1290.3±0.9Å	1.461(632.8nm)	5135.76 Å	1.454(632.8nm)
			5090.76 Å	1.461(632.8nm)
光彈調變式橢圓 偏光儀(影像)	1298.7±0.3Å	1.456(660nm)	5103±1Å	1.456(660nm)

表 4-4 量測結果之比較

第五章 結論

本實驗改變光彈調變式橢圓儀利用倍頻訊號求出橢圓偏極參數的方法，採用可程式化脈衝延遲產生器(Programmable delay/pulse generator)，將半導體雷射光源與光彈調變器進行同步的調制，而形成同步照射(synchronous illumination)的模式，來達成鎖定光學調變訊號中特定時間相位的目的，並利用延遲脈衝時間的方法來改變光學調變訊號時間的相位，運用此技術我們才能克服因為調變速度遠快於偵測速度的實驗架構缺點，而利用電荷耦合元件(CCD)來進行二維橢圓偏極參數的量測。



在此實驗中我們先推導了利用此方法以求出橢圓參數的數學模式，而後驗證的利用程式化脈衝延遲產生器，將半導體雷射光源與光彈調變器進行同步的調制的可行性。而後發現光彈調變器調制時的時間相位與所需計算的理論值上有所誤差，我們利用鉑(Pt)為材料配合傳統光彈調變式橢圓儀量測法求出橢圓參數(Ψ , Δ)，藉由此橢圓參數反算出當相位調變振幅(δ_0)為 0.5λ 時之理論波形，並與示波器上之圖形進行比較而找出光學調變器與理論計算值之時間相位差226度，此一時間相位差在實驗中也利用延遲脈衝時間的方法來做補償。而利用半導體雷射作為光源在注入電流在臨界電流密度以下時，發光機制主要是自發放射(spontaneous emission)，與在臨界電流上操作時輸出光

功率與輸入電流之間為線性關係之特性不同，此一特性使的半導體雷射無法當作一理想的光開關，我們先找出此半導體雷射的臨界電流值區域，配合空氣當介質來找出適合本實驗臨界電流值大小為(55mA)。利用以前本實驗室發展的光彈調變器校正方法配合以上兩種光源校正方法來量測標準測試片的二維橢圓偏極參數，實驗結果顯示利用本方法之二維量測值與商用橢圓儀的單點量測比較，在量測兩種不同厚度之SiO₂差值分別為0.5與3nm，所以證實此實驗架構已可精確的量測二維的橢圓參數變化。

本實驗採用調制電子訊號方式鎖定特定光學調制相位的方法，與傳統須轉動補波片(wave plate)來進行光學相位調制的方法最大不同是利用電子訊號調制方法的速度將遠快於機械轉動補波片的速度，如此可以大大的增加量測二維橢圓參數速度。在傳統機械元件旋轉式橢圓儀之量測速度是被限制在轉動速度，而本實驗架構之量測速度是被限制在電荷耦合元件的畫面(frame)傳輸速度，目前本實驗是用天文觀測的電荷耦合元件，類比/數位(A-D)轉換速度與傳輸速度較慢，所需量測一組二維橢圓偏極參數的時間約8~10秒，如使用更為專業的電荷耦合元件，則量測一組二維橢圓參數的時間可快至2秒左右，如此使的在全部反應在分鐘級的二維動態反應量測目標得以實現，與機械轉動方法只能量測全部反應在小時級的二維動態反應將有

很大的進步。利用此方法將可利用在生物晶片的二維動態反應偵測，可以大量篩選不同結合係數的生物分子，或是利用在有圖形化的蝕刻反應中。

利用架構不需要轉動偏光片或析光片，不易造成轉元件時的光路偏差，減少了實驗的誤差，但是本實驗目前忽略了光彈調變器的內稟雙折射誤差，本誤差可能會隨著溫度或波長而有所改變，雖然經由以前實驗證明此內稟雙折射值約為一度以內，但仍須再經過精密的校正，可以減少量測的誤差。本實驗的半導體雷射光源並無電熱制冷 (Thermal electric cooling) 裝置，使的高頻率雜訊較大且輸出功率較不穩定，如改用有電熱制冷的半導體雷射裝置，則可大幅增加系統之穩定性。



參考文獻

- [1] Edward Collett , “ POLARIZED LIGHT “ , cpt1 and pp21-89
- [2] Edward Collett , “ POLARIZED LIGHT “ , cpt1 and pp546-554
- [3] J. C. Kemp, “Piezo-Optical Birefringence Modulators:New Use for a Long-Known Effect” , *J. Opt. Soc. Am.* 8 (1969) 950.
- [4] S.N. Jasperson and S. E. Schnatterly, “An Improved Method for High Reflectivity Ellipsometry Based on a New Polarization Modulation Technique” , *Rev. Sci. Instrum.* **40** (1969) 761.
- [5] 柯凱元, “雙波長光彈調變式橢圓偏光儀及波形量測法”, 國立交通大學光電工程研究所九十二年碩士論文, 2003
- [6] 陳居仁, “二維影像掃描式橢圓儀” 國立交通大學光電工程研究所九十一年碩士論文, 2002
- [7] Dubois A, “High-resolution full-field optical coherence tomography with a Linnik microscope” , *Appl. opt.* 41 (2002) 805.