

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

鮑爾透鏡之鏡頭設計與物理光學之詮釋

**Lens design of Powell lens and its wave-optics  
interpretation**

研究生：劉家佑

指導教授：陳志隆 教授

中華民國九十四年六月

鮑爾透鏡之鏡頭設計與物理光學之詮釋

**Lens design of Powell lens and its wave-optics interpretation**

研究生：劉家佑

Student: Chia-Yu Liu

指導教授：陳志隆

Advisor: Jyh-Long Chern

國立交通大學  
光電工程研究所  
碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Electro-Optical Engineering  
National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electro-Optical Engineering

June 2005

Hsinchu, Taiwan

中華民國九十四年六月

## 誌謝

論文即將完成之際，心中百感交集，回想四年來的中央生活與兩年的交大點滴，許多貴人的相助，迫使我不斷的往前進，我確是由衷感謝。

首先，最是要非常感謝耐心指導我的指導教授 陳志隆老師，在考上交大之時，能夠願意指導成績普通的我，教導我做事前都必須要先有計畫，一件事一件事按部就班，並且今日事今日畢，讓我能夠順利的畢業，並提供良好的實驗室環境，讓我能夠充分的學習。此外，我也從老師身上學到許多專業上的知識與模擬上的技巧，奠定了日後發展的基底。也很感謝老師時常關心我的日常生活，提供寶貴的意見，並且讓我的生活不虞匱乏。感謝交大光電所的教授們，提供了優良的教學品質以及知識傳遞。很幸運能和工研院量測中心王浩偉、楊富翔先生合作學習並感謝提供論文指導。

感謝我的父母親，在我十年多來的求學生涯的支持與幫助，總能讓我能夠專心在課業上，並能勇敢面對困難。感謝辰昀在四年多來的陪伴，讓我的生活更多加了歡樂，在我疲累灰心之際，適時的鼓勵我，重新讓我精神抖擻，時時保有愉悅的心情。感謝辰昀的爸媽，總是能夠時時照顧與鼓勵我。

感謝實驗室的慈方學姊引領我做實驗的方法與邏輯，兆璽學長引發我的思考與生活上的互動，並感謝伊凱、介任、淑君學長姐們兩年來的大力相助。感謝我的同學們在兩年中的陪伴：清祥、森年、晟傑、慧文，讓我在實驗室的日子裡有許多的歡笑與回憶。感謝實驗室的學弟妹們，因為有你們才有了實驗室的團購，畢業之後有好東西也要記得我唷。

感謝我的摯友們：家興、世昌、照中、正宏、春巖、小莊、祐賢、彧輝、仕銘等等，感謝你們一路上在生活與課業上的支持與幫助。

感謝再感謝

2005.6 風城交大


# 鮑爾透鏡之鏡頭設計與物理光學之詮釋

學生 劉家佑

指導教授 陳志隆

國立交通大學光電工程研究所碩士班

## 摘要

The logo of National Central University (NCU) is a circular emblem with a gear-like border. Inside the circle, there is a stylized representation of a building or a bridge, and the year '1896' is inscribed at the bottom. The logo is positioned behind the abstract text of the abstract.

本篇論文主要的目的在於研究鮑爾透鏡作為雷射整型元件的特性，並提出新的設計以及由波光學出發詮釋其可作為雷射整型元件之原因。整型目的在於將雷射光之高斯強度分佈整型為高均勻性之強度分佈，並把圓形對稱之形狀改變為具有邊界定義之線形。我們設計了針對高功率雷射應用的單透鏡，並提供更佳的均勻性以及明確之邊界定義。實驗上，我們驗證了商用的鮑爾透鏡與模擬之可靠度，用以說明設計之透鏡具有實現性。除了用幾何光學的概念說明整型之原理外，我們也分析雷射光源入射至透鏡內的物理光學，說明了透鏡提供邊界定義及均勻性之原因，並用模擬軟體驗證。

# Lens design of Powell lens and its wave-optics

Student : Chia-Yu Liu    Advisor : Dr. Jyh-Long Chern

Institute of Electro-Optics Engineering

National Chiao Tung University

## Abstract

The major concern of this thesis is to explore the Powell lens in application to laser beam shaping, its design and wave-optical interpretation. The objective of beam shaping is to reshape the Gaussian distribution into a uniform distribution, where the circular shape of laser beam is changed to linear shape with well-defined boundary. We consider a lens design in providing better uniformity and clear boundary. Furthermore, we experimentally verify commercially available Powell lens with simulation to which ensure the reliability of the ASAP. We also provide an interpretation of wave optics to show how the lens with excellent uniformity as well as well-defined boundary.

# 目 錄

誌謝	I
中文摘要	II
Abstract	III
目錄	IV
圖表目錄	VII
表格目錄	XII
第一章 緒論	1
1-1 光束整型的簡介與歷史	1
1-2 本論文之目的與雷射光束整型的方法	5
1-3 本論文的架構簡介	10
第二章 雷射整型的幾何方法理論	11
2-1 能量平衡理論推導	11
2-1.1 光通量守恆定理	11
2-1.2 光追跡方程式	14
2-1.3 等光程差限制	16
2-1.4 能量平衡方法的求解	17
2-2 能量平衡方法求解流程	20
2-3 小結	21
第三章 傳統單透鏡的雷射整型方法	22
3-1 柱透鏡與模擬分析驗證	23

3-1.1 利用柱透鏡整形雷射光束的概念	23
3-1.2 柱透鏡的理論分析	23
3-1.3 小結	28
3-2 鮑爾透鏡的簡介與模擬分析	30
3-2.1 鮑爾透鏡工作原理	30
3-2.2 鮑爾透鏡的模擬分析	32
3-2.3 鮑爾透鏡之光束光學詮釋	34
3-3 鮑爾透鏡的實驗與模擬之比較	35
3-4 鮑爾透鏡容忍度分析	40
3-5 小結	44
<b>第四章 新元件概念與設計</b>	<b>46</b>
4-1 柱面鮑爾透鏡之概念與模擬	47
4-1.1 幾何光學設計概念	47
4-1.2 模擬與結果	50
4-1.3 小結	52
4-2 柱面鮑爾透鏡之延伸研究與設計	52
4-2.1 彎角柱面鮑爾透鏡之說明	53
4-2.2 模型建立之模擬	54
4-2.3 九十度彎角柱面鮑爾透鏡之模擬結果	55
4-2.4 其他彎角度柱面鮑爾透鏡之模擬結果	56
4-3 柱面鮑爾透鏡之容忍度模擬分析	58
4-3.1 透鏡參數的容忍度分析	58
4-3.2 透鏡錯位的容忍度分析	60
4-4 小結	61
<b>第五章 柱面鮑爾透鏡內的波光學探討</b>	<b>63</b>



5-1 柱面鮑爾透鏡在焦點上的光場強度分佈分析	64
5-1.1 焦點附近的光場強度分佈	67
5-1.2 模擬在焦點上的光場強度分佈	68
5-2 柱面鮑爾透鏡在焦點附近的相位變化分析	73
5-2.1 ASAP 模擬之驗證	79
5-3 小結	81
<b>第六章 總結</b>	<b>83</b>
6-1 工作回顧	83
6-2 未完成的工作及繼續發展的可能性	84
<b>參考文獻</b>	<b>85</b>
附錄 A CVI 柱面透鏡規格表	87
附錄 B 柱透鏡之 ASAP 模擬程式碼	88
附錄 C 鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼	90
附錄 D 柱面鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼	93
附錄 E 九十度彎角柱面鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼	95
附錄 F 其他彎角柱面鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼	98
附錄 G 柱面鮑爾透鏡光強度及相位分佈之 ASAP 模擬程式	101
作者簡歷	103





## 圖表目錄

圖1-1:(a)Fresnel透鏡結構示意圖	2
(b)用於燈塔之實際Fresnel透鏡探照燈	2
圖1-2:用在固態雷射整形透鏡示意圖	2
圖1-3:環形雷射整形透鏡示意圖	3
圖1-4:2D高斯分佈的雷射光源	5
圖1-5:光束整形概念	5
圖1-6:光束均勻性定義示意圖	6
圖1-7:遮擋式光束整形示意圖	7
圖1-8:反射式光束整形示意圖	7
圖1-9:折射式光束整形示意圖	8
圖1-10:繞射式光束整形示意圖	8
圖2-1:光通量守恆	13
圖2-2:透鏡系統參數標示圖	13
圖2-3:不同出射雷射整形與入射光雷射的強度	14
圖2-4:光束介面折射參數示意圖	15
圖2-5:不同錐形係數的鏡面	19
圖3-1:入射光源及設計出射光源說明	22
圖3-2:(a)圓形雷射光通過柱透鏡在X-Z平面的截面示意圖	23
(b)圓形雷射光通過柱透鏡在Y-Z平面的截面示意圖	23
圖3-3:雷射經薄透鏡的計算參數標示圖	25
圖3-4:(a)柱透鏡的程式碼	26
(b)入射雷射光源的程式碼	26
圖3-5:柱透鏡曲率半徑對焦距的作圖	27
圖3-6:最小線形寬度對柱透鏡曲率半徑的作圖	27

圖3-7：柱透鏡曲率半徑為38.1mm的線形光強度分佈	28
圖3-8：鮑爾透鏡的截面圖	30
圖3-9：第二面為球面鏡的鮑爾透鏡截面圖	31
圖3-10：鮑爾透鏡在像平面 $Z=1\text{m}$ 處線形長度的光強度分佈示意圖	32
圖3-11：第一面光焦度為負的鮑爾透鏡在像平面 $Z=1\text{m}$ 處的線形長度之強度分佈	32
圖3-12：ASAP模擬雷射光半徑為5mm通過鮑爾透鏡在像平面 $Z=1\text{m}$ 處的線形長度之光強度分佈圖	33
圖3-13：ASAP模擬雷射光源之示意圖	33
圖3-14：光束在鮑爾透鏡內之情況	34
圖3-15：鮑爾透鏡	35
圖3-16：30度發散角鮑爾透鏡在 $Z=1\text{m}$ 處的有效長度分布	35
圖3-17：30度發散角鮑爾透鏡在 $Z=1\text{m}$ 處的場型分佈	36
圖3-18：氬氬雷射整型實驗系統	36
圖3-19：(a) 屏幕距離透鏡224mm的線形情況	37
(b) 屏幕距離透鏡1140mm的線形情況	37
圖3-20：鮑爾透鏡實驗裝置	38
圖3-21：實驗及模擬在出射雷射線形方向強度分布的比較	38
圖3-22：有效長度為5cm的出射線形分佈	39
圖3-23：半導體雷射的入射光場之形狀	40
圖3-24：量測鮑爾透鏡功率容忍度實驗裝置	40
圖3-25：鮑爾透鏡對808nm雷射的穿透率	41
圖3-26：出射雷射在偵測器之線形示意	41
圖3-27：測量鮑爾透鏡對氬氬雷射穿透率的實驗裝置圖	42
圖3-28：鮑爾透鏡對氬氬雷射的穿透率	42
圖3-29：鮑爾透鏡對偏移光軸的容忍度數據	43

圖3-30:鮑爾透鏡對旋轉軸心的容忍度數據	43
圖3-31:鮑爾透鏡在OSLO的設定	44
圖3-32:鮑爾透鏡的像差分析	45
圖4-1:3D物體檢測	46
圖4-2:柱面鮑爾透鏡示意圖	47
圖4-3:(a)利用薄透鏡計算出所欲設計的柱面曲率	48
(b)鮑爾透鏡(第二面為平面)的模擬示意圖	48
(c)利用(b)的透鏡在 $z=100\text{mm}$ 處的場形	48
圖4-4:(a)雷射光半徑等於透鏡之曲率半徑示意圖	49
(b)雷射光半徑等於透鏡之曲率半徑示意圖	49
圖4-5:(a) $z=90\text{mm}$ 的光強度分佈	49
(b) $z=100\text{mm}$ 的光強度分佈	49
圖4-6:柱面鮑爾透鏡的程式碼	50
圖4-7:(a)線形出射雷射在長度方向上的光強度分佈	51
(b)線形出射雷射在寬度方向上的光強度分佈	51
圖4-8:檢測系統示意圖	53
圖4-9:九十度彎角柱面鮑爾透鏡	54
圖4-10:其他角度彎角柱面鮑爾透鏡示意圖	54
圖4-11:九十度彎角柱面鮑爾透鏡的程式碼	55
圖4-12:其他角度彎角柱面鮑爾透鏡的程式碼	55
圖4-13:30度彎角柱面鮑爾透鏡在像平面的線形分佈	57
圖4-14:柱面鮑爾透鏡之曲率半徑與錐形係數的容忍度	59
圖4-15:柱面鮑爾透鏡之厚度容忍度	59
圖4-16:(a)以 $x$ 軸為旋轉軸的容忍度分析	60
(b)以 $y$ 軸為旋轉軸的容忍度分析	60
圖4-17:柱面鮑爾透鏡對於 $X$ 及 $Y$ 軸旋轉之厚度容忍度	60

圖4-18：柱面鮑爾透鏡相對於Y軸偏心之厚度容忍度	61
圖5-1：聚焦的波前示意圖	64
圖5-2：聚焦球面波之系統參數示意圖	64
圖5-3：P、Q點的座標轉換標示圖	65
圖5-4：理論上焦點附近之光強度分佈	68
圖5-5：不同錐面係數之焦距	69
圖5-6：透鏡前未加孔徑光欄在焦點前後之三維光強度分佈	69
圖5-7：透鏡前未加孔徑光欄在焦點前後之二維光強度分佈	70
圖5-8：焦點位置之光強度分佈	70
圖5-9：焦點位置之光強度分佈	71
圖5-10：鮑爾透鏡及球面鏡之差異	71
圖5-11：(a) 孔徑光欄半徑為1cm的焦點位置光強度	72
(b)孔徑光欄半徑為0.5cm的焦點位置光強度	72
(c)孔徑光欄半徑為0.25cm的焦點位置光強度	72
(d)孔徑光欄半徑為0.1cm的焦點位置光強度	72
圖5-12：(a)雷射光源未入射透鏡前之相位分佈	73
(b)焦點位置前後沿Y軸之三維相位分佈	73
(c)雷射光源剛出射透鏡沿Y軸之相位分佈	73
圖5-13：焦點位置前後之二維相位分佈	74
圖5-14：焦點位置沿Z方向之光場相位分佈	75
圖5-15：(a)雷射光源未入射透鏡前之相位分佈	76
(b)焦點位置前後沿x軸之三維相位分佈	76
(c)雷射光源剛出射透鏡沿x軸之相位分佈	76
圖5-16：(a)像平面在z=90mm處之光強度	77
(b)像平面在z=90mm處之相位分佈	77
圖5-17：負透鏡示意圖	77

圖5-18 : (a)入射雷射光之相位分佈.....	78
(b)在負透鏡中的相位分佈.....	78
(c)在負透鏡內未經處理之相位分佈.....	78
圖5-19 : (a)第一面為凹面鏡的強度分佈(像平面置於 $z=7\text{mm}$ 處).....	79
(b)第一面為凹面鏡的相位分佈.....	79
圖5-20 : ASAP模擬雷射光源之示意圖.....	79
圖5-21 : (a)雷射光束圍繞數為4, 光線數量為1萬條 .....	80
(b)雷射光束圍繞數為4, 光線數量為9萬條 .....	80
(c)雷射光束圍繞數為4, 光線數量為90萬條.....	80
(d)雷射光束圍繞數為8, 光線數量為1萬條 .....	80
(e)雷射光束圍繞數為8, 光線數量為9萬條 .....	80
(f)雷射光束圍繞數為8, 光線數量為90萬條.....	80
(g)雷射光束圍繞數為12, 光線數量為1萬條.....	80
(h)雷射光束圍繞數為12, 光線數量為9萬條.....	80
(i)雷射光束圍繞數為12, 光線數量為90萬條 .....	80

## 表格目錄

表1-1:線型雷射整型之歷史簡介.....	4
表1-2:本論文所使用的雷射光源特性整理.....	6
表 1-3:雷射整型方法的比較 .....	9
表3-1:柱透鏡的模擬分析整理表 .....	28
表3-2:鮑爾透鏡的其他形狀 .....	31
表4-1:柱面鮑爾透鏡的模擬結果分析 .....	51
表4-2:九十度彎角柱面鮑爾透鏡的模擬結果分析 .....	56
表4-3:其他彎角柱面鮑爾透鏡的模擬結果分析 .....	56
表 4-4:柱面鮑爾透鏡的容忍度整理表 .....	61



# 第一章 緒論

光束整型(Beam shaping)之光學設計在於改變光源的照度分佈，設計之光學系統可廣泛應用在照明、面板、物體量測等。雷射光源的發明，提供了更多的學術及工業上的研究。雷射具有高功率(High power)、單頻(Monochromatic)、同調(Coherent)、指向性高(High directional)的獨特性質，雷射的強度分佈是中間往周圍遞減之高斯分佈(Gaussian distribution)，強度為圓形分佈。正因為雷射的發明，使得雷射光束整型(Laser beam shaping)是光束整型中的一種新穎技術，提供了許多學術上與工業上的新應用。

雷射整型的目的在於改變雷射的兩個性質，說明如下：

- [1] 雷射光束的形狀：一般的雷射光束形狀為圓形，針對不同的應用，所需要雷射光束的形狀會有所不同。例如線形可應用在量測物體建築物高度或雷射切割，十字型可應用在對位等等。
- [2] 雷射光束的場分佈(強度分佈)：雷射光的強度分佈為高斯分佈。在精密的量測技術中，需要均勻性高的雷射強度。

## 1-1 光束整型的簡介與歷史

在最早之西方歷史記載中，光束整型技術是應用在西元前213至211年的希臘與羅馬的西拉鳩斯市(Syracuse)戰役中，阿基米德(Archimedes)命令數百名希臘軍人利用鏡子系統反射太陽光燃燒羅馬人的船隻。這是史上第一個使用多面(multi-faceted)光束整型技術，根據Edge-ray原理[3]，可利用數個小面的光學系統將光源投射至一小區域，此方法也在現代被實驗驗證。第一個實際應用的光束整型技術是Fresnel為減輕放置在燈塔上的探照燈鏡組的重量，保持傳統的透鏡的曲率，於是把透鏡的厚度縮小。如圖1-1，此透鏡可將原本發散的燈泡光源整型為一方向性高的光束，此透鏡也因此命名為Fresnel透鏡[3]。沿用至今仍然有



許多相關的應用與研究。

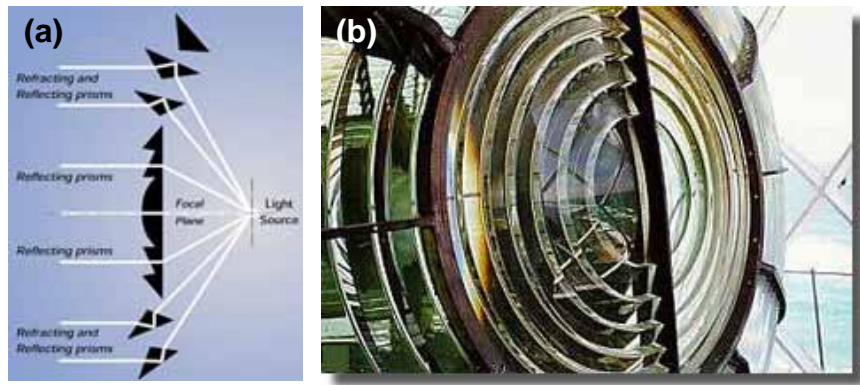


圖1-1：(a) Fresnel透鏡結構示意圖  
(b)用於燈塔之實際Fresnel透鏡探照燈

在雷射整形技術方面，1965年，Fridden發表了第一篇無損耗雷射整形技術[4]，其利用幾何的方法將單模的高斯光束整形為均勻光束。近年來，線形雷射光束整形的文獻日益增多。1986年，日本人Nakamura使用複雜的旋轉反射面機構使出射光束為線形分佈[5]。1989年，Powell設計了一個單透鏡[2]，藉由控制曲率半徑及錐形係數(Conic constant)，可以使圓形的雷射光束整形為均勻的線形光束。此後，Powell在1996年發表了可以將雷射光束整形為D型光束的光學元件[6]。1994年，Frady由Powell的概念，發覺Powell透鏡難以使用在固態雷射上，設計了非對稱的單透鏡元件[7]，見圖1-2，在兩垂直軸的曲率半徑及錐形係數不相同，此元件可用在非圓形入射的雷射光源，將光源整形為均勻線形光源，但缺點為在不易對位(Alignment)且製作複雜。

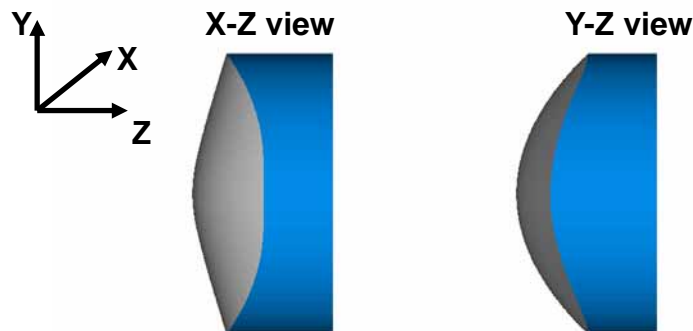


圖1-2：用在固態雷射整形透鏡示意圖



2000年，Bietry設計第一面為環形面(Toroidal surface)透鏡[8]，其形狀見圖1-3，將光源置於固定位置後，可以在像平面得到均勻性佳的線形出射光束，但缺點一樣為製作相當困難。2004年，Thibault設計線形整形雷射光源的繞射元件[9]，在繞射元件前要加上擴束透鏡組，藉由繞射元件的出射光源階數(Order)互相重疊(Overlay)，達成均勻性的要求。但目前繞射元件的問題就在於難以提供較佳的均勻性及製作困難。

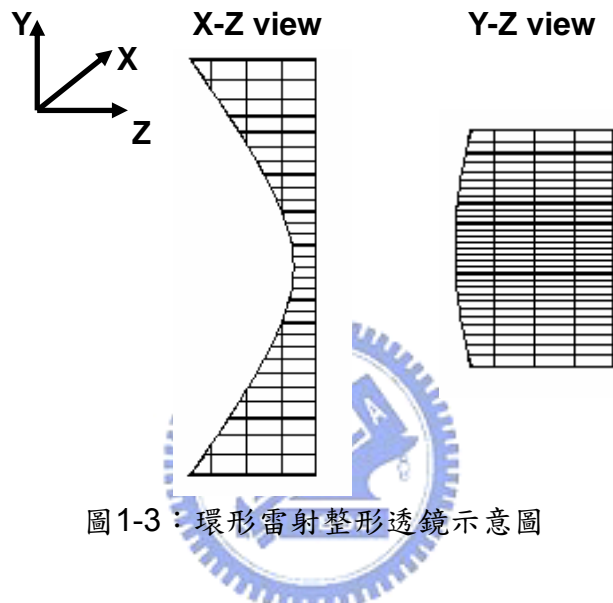


圖1-3：環形雷射整形透鏡示意圖

近年因提高發光二極體(Light Emitting Diode, LED)的亮度及其有節省能源的概念，所提供之LED光源整型課題也愈加頻繁。

以上線型雷射整型方法整如表1-1：

時間/ 發明人	方 法	優 點	缺 點
1986/ Nakamura	<ol style="list-style-type: none"> <li>名稱：Optical type measuring scanner</li> <li>為透鏡及鏡子系統</li> <li>說明： 將雷射光束投射至多邊形的旋轉反射鏡上，藉由反射鏡的快速旋轉再將出射光束導至目標物上呈線形的雷射出射光束。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>良好的線形出射光束形狀</li> <li>均勻性高</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>系統複雜</li> <li>系統龐大</li> <li>價格高</li> </ol>
1989/ Powell	<ol style="list-style-type: none"> <li>名稱：Linear divergence lens</li> <li>為透鏡系統</li> <li>說明： 藉由控制透鏡的一維表面曲率，達到發射出射線形光束的方法。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>良好的線形出射光束形狀</li> <li>製作較簡易</li> <li>體積小</li> <li>效率高</li> <li>均勻性高</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>僅適用在源對稱的雷射光束</li> <li>線形寬度無法小於入射光束直徑</li> </ol>
1994/ Fraday	<ol style="list-style-type: none"> <li>名稱：Line projection lens</li> <li>為透鏡系統</li> <li>說明： 藉由控制透鏡的二維表面曲率，即透鏡相對於光軸為非對稱，達到發射出射線形光束的方法。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>體積小</li> <li>效率高</li> <li>適用於非圓形光之入射光束</li> <li>均勻性高</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>製作複雜</li> <li>入射光相對於透鏡之對位困難</li> </ol>
2000/ Bietry	<ol style="list-style-type: none"> <li>名稱：Laser line generator system</li> <li>為透鏡系統</li> <li>說明： 使用環形面的透鏡方法。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>體積小</li> <li>效率高</li> <li>均勻性高</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>製作複雜</li> <li>入射光相對於透鏡之對位困難</li> </ol>
2004/ Thibault	<ol style="list-style-type: none"> <li>名稱：Line generator optical apparatus</li> <li>繞射元件系統</li> <li>說明： 使用擴束光學系統及繞射元件做置線形雷射，藉由繞射元件階數的互相重疊呈線形光束。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>體積小</li> <li>適用於非圓形對稱光束</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>製作複雜</li> <li>效率低</li> <li>均勻性低</li> </ol>

表1-1：線型雷射整型之歷史簡介

## 1-2 本論文之目的與雷射光束整型的方法

本篇論文在於研究雷射整型的方法，調整其與生俱來的高斯強度分佈，以光學設計方式，結合光耦合、光能量傳遞、光能量重新分布、光聚焦功能，建立修正圓對稱高斯分布(Gaussian distribution)雷射光束，見圖 1-4，成為線形(Line shape)光源的方法，並以此發展線光源光學模組的製作方式，除此之外，定義模組參數對線光源光束品質的影響。

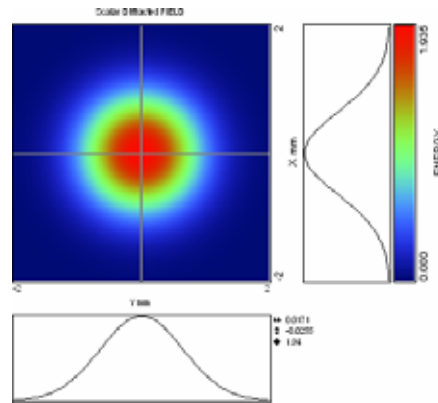


圖1-4：2D高斯分佈的雷射光源

在思考我們設計時，我們是依實體，由左到右分別為入射光源空間、光學系統空間、出射光源空間，如圖 1-5。

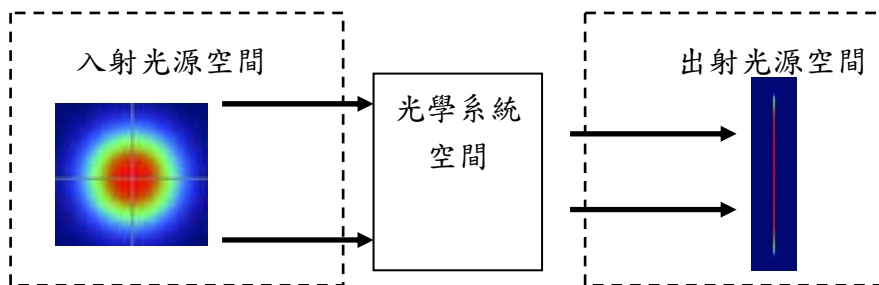


圖1-5：光束整型概念

三個空間之中，尤已知條件給定入射光源空間及出射光源空間的特性或要求。入射光源空間要由使用何種雷射所決定。不同的雷射具有不同的強度分佈及光束形狀。本論文所提供之雷射以波長為 633nm 之氦氖雷射及波長為 532nm 的雷射

為主，規格分別整理如表 1-2。此二種雷射的光束形狀均為圓形，且強度分佈為高斯分佈，如圖 1-4 所示：

名稱	波長	光束半徑	強度分佈	功率
氬氦雷射	632.8nm	0.4cm	高斯分佈	5mW
高功率雷射	532nm	1.15cm	高斯分佈	2W

表 1-2：本論文所使用的雷射光源特性整理

在出射光源空間，我們希望將圓形高斯射光束整型為線型均勻性光束。所謂的均勻性(Uniformity)是本論文用來定義出射光束品質的重要參數。如圖 1-6，我們先要知道欲設計的光場形的邊長〔 $X_{\max}$ ， $X_{\min}$ 〕，藉由定義出在邊界之間所得的功率最小值與最大值〔 $P_{\min}$ ， $P_{\max}$ 〕的相除值，便可以得到均勻性，物理意義是要定義出射光束均勻的參數，均勻性的值會介於 0 到 100 之間，單位為 %。若  $U$  越大，則表示出射光束的均勻性越佳，數學表示可以寫為：

$$U = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \quad (1-1)$$

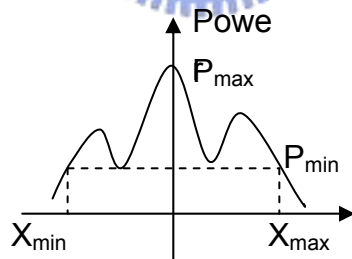


圖 1-6：光束均勻性定義示意圖

此均勻性之定義雖然簡單，但對我們目前的應用已經足夠說明雷射整型元件的品質。

介於入射光源空間及出射光源空間的是光學系統空間，我們必須設計此空間的光學元件將入射光源空間分佈整型為出射光源分佈。雷射整型的困難在於要把原來的高斯分佈整型為均勻分佈，且要把形狀改變成線形的出射雷射。對此規格

設計的光學系統通常體積大且效率低，我們的研究希望設計輕薄短小的光學元件，並且能提供較高的均勻性。

在光學系統空間，雷射光束整形的光學方法可以概括下列四種：

(1) **遮擋式**[10]：此方式製作周圍不透光之孔徑(Aperture)，只要光源的面積大於孔徑之尺寸，便可達到光束整形的目的。工作示意圖 1-7，其中最好的方式是在孔徑前加上擴束光源系統，如此在像面可得到較佳的光源均勻性。此方式的優點為方法容易及可以將光源的形狀整形為任意形狀，但缺點是大部分的光源能量都被孔徑所阻擋，造成效率極低。此外，此方式也不適用於雷射光源。

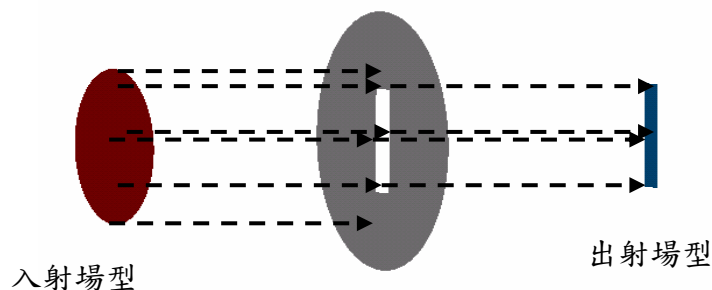


圖1-7：遮擋式光束整形示意圖

(2) **反射式**[11-12]：系統是由多面鏡子所組成，如圖 1-8。設計參數為鏡面曲率半徑(Radius of curvature)、非球面係數(Aspheric constant)及錐面係數(Conic constant)、鏡子間的位移及偏斜等。最有名的方法為利用快速旋轉的多邊形鏡子，將光束反射至所設定的區域[9]。此方法的優點為高效率、出射的光束均勻性高，缺點為系統體積大、複雜度高及價格亦高。

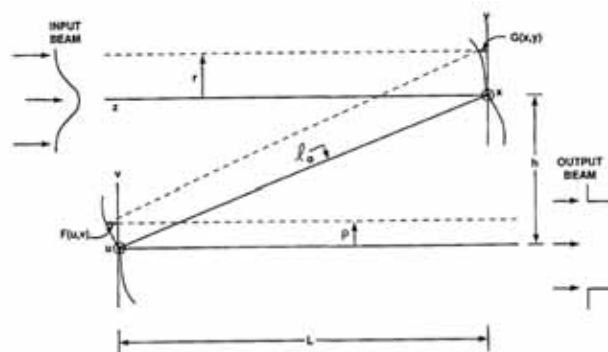


圖1-8：反射式光束整形示意圖[12]

(3) **折射式**[13-14]：折射式系統主要由透鏡系統構成，其示意如圖 1-9。設計參數為鏡面曲率半徑(Radius of curvature)、非球面係數(Aspheric constant)及錐面係數(Conic constant)、透鏡間的位移及偏斜等。此方式的優點為系統體積小及輕易的模組化、高效率、出射光束均勻性高。但缺點為設計困難，尤其是針對非對稱的出射光源形狀，設計的系統複雜度較高並需要製造上的配合。

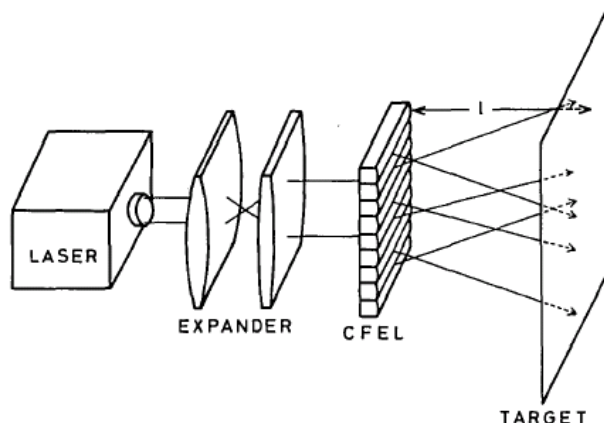


圖1-9：折射式光束整形示意圖[13]

(4) **繞射式**[15-16]：近年來此方式常被研究。藉由入射光源經由繞射元件後每個光波階數間的重疊，達到雷射整形的目的，示意如圖 1-10。優點為體積小。但缺點為製造困難、效率低、不適合用在高功率雷射上。此外，由於繞射元件對於波長非常敏感，因此也不適用非單頻的光源。

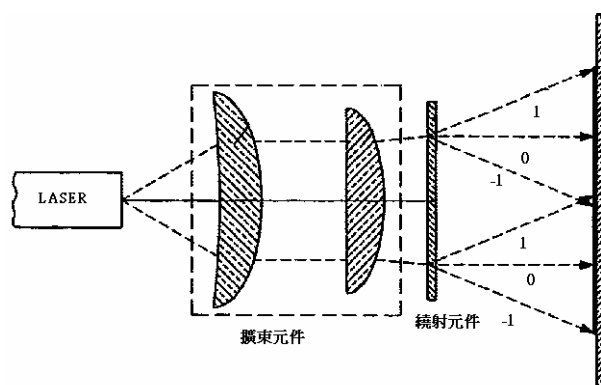


圖1-10：繞射式光束整形示意圖[15]

綜括以上四種方式，每種方法都有其優缺點，整理如下頁表 1-3。本篇論文考慮設計輕薄短小及耐高功率的元件下，主要採用折射式的系統。

雷射整型方式	體積	效率	均勻性	製作難易	補充
遮擋式	☆☆☆	☆	☆	最簡單	大部分的光被阻擋，製作容易但效率差。
反射式	☆	☆☆☆☆	☆☆☆	次簡單	若要求均勻性高，系統設計需要偏心 (Decenter) 及旋轉。對位複雜度高。
折射式	☆☆☆☆	☆☆☆	☆☆☆☆	複雜	易將系統與雷射系統整合模組化。
繞射式	☆☆	☆☆	☆☆	最複雜	製作過程相當複雜，微結構易因高功率雷射破壞。

表 1-3：雷射整型方法的比較



### 1-3 本論文的架構簡介

本篇論文的架構整理如下，第二章的 2-1 節在介紹使用光學幾何之方法[1]推導雷射整型的初步設計與分析，全文由麥克斯威爾方程式(Maxwell's equation)出發，根據能量守恆，等光程、光束傳輸定理，此三幾何光學的原理，可得關於透鏡形狀的微分方程，解出微分方程，此方法基本上可提供簡單雷射整型元件的初階設計。

在第三章，我們將介紹傳統上用在線形雷射整型的柱透鏡，並使用 ASAP 軟體模擬，分析優點與缺點，並和理論比較模擬的準確性；商用的鮑爾透鏡[2]之特性分析會在 3-2 章節討論，我們將驗證文獻[2]提供鮑爾透鏡的參數，模擬確認鮑爾透鏡可達雷射整型的效果；在 3-3 節之後，我們將針對鮑爾透鏡做實驗驗證，分析模擬軟體之驗證與實際情況的差別，用以鑑別模擬軟體之準確性；在 3-4 章節，我們亦實驗說明鮑爾透鏡對於旋轉及偏移後的容忍度分析，提供鮑爾透鏡在實驗架設上的所需之準確度。

在第四章，我們將改進傳統透鏡的缺點與不足之處，並根據我們的光源雷射需求設計柱面鮑爾透鏡，來增加鮑爾透鏡在不同情況下的實用性。文中的理論計算是以幾何光學作為基礎，模擬則是根據光學軟體 ASAP 來做分析；設計完成之後，我們將在 4-3 節討論柱面鮑爾透鏡的製造或對位誤差所造成的容忍度分析。

在第五章，我們將說明光場強度分佈及相位在透鏡中的情況，分析柱面鮑爾透鏡作到雷射整型的原因。

第六章將對於先前的範例與實驗做出總結，說明其他可以延伸的工作。



## 第二章 雷射整型的幾何方法理論

幾何方法是建立於光束之概念，包含以下四個基本條件，分別為反射定律(入射角等於反射角)、折射定律(Snell's law)、光通量守恆條件、等光程差條件。本章的計算可應用在反射式系統(鏡子系統)或是折射式系統(透鏡系統及 GRIN 系統)。在此本論文主要以折射式系統為主軸，利用四個定理可得到一個透鏡相對位置之微分方程。解微分方程後，將方程對非球面方程式做擬合求出球面曲率及非球面係數，可以得到雷射整型元件之初階解。

### 2-1 能量平衡理論推導

#### 2-1.1、光通量守恆定理：

由麥克斯威爾方程式(Maxwell's equation)出發：

$$\nabla \cdot \vec{E}(r, t) = 0, \quad (2-1)$$

$$\nabla \cdot \vec{H}(r, t) = 0, \quad (2-2)$$

$$\nabla \times \vec{E}(r, t) = -\mu \frac{\partial \vec{H}(r, t)}{\partial t}, \quad (2-3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(r, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(r, t)}{\partial t}, \quad (2-4)$$

其中  $r$  為電磁波傳播的距離， $t$  為時間， $\varepsilon$ 、 $\mu$  分別為介電常數(Electric permittivity)及導磁係數(Magnetic permeability)。將(2-3)式左右乘上 $(\nabla \times)$ ，等式左方可得：

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla \cdot \nabla \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$$

等式右方可得：

$$-\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H}) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

等式左右相等可得

$$\nabla^2 \bar{E}(\mathbf{r}, t) = -n^2 \frac{\partial^2 E(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2-5)$$

假設電場  $E$  為時間簡諧(Time harmonic)波，則可將其表示為：

$$\bar{E}(\mathbf{r}, t) = u(\bar{\mathbf{r}})\exp(j\omega t) \quad (2-6)$$

將(2-6)式代入(2-5)可得：

$$(\nabla^2 + \omega^2 \epsilon \mu)u(\bar{\mathbf{r}}) = (\nabla^2 + n^2 k_0^2)u(\bar{\mathbf{r}}) = 0 \quad (2-7)$$

(2-7)式中使用分別將  $v = \frac{v_0}{n}$ ,  $v = \sqrt{\epsilon \mu}$ ,  $k_0 = \frac{\omega}{v_0}$  替代  $\omega^2 \epsilon \mu$  可得最後之結果，其中  $n$  為材料之折射率， $v$  為電磁波在材料中之速度， $k_0$  為波數(Wave number)。

幾何光學之概念是使用光束來代表電磁波，可將(2-7)中的  $u(\bar{\mathbf{r}})$  表示為：

$$u(\bar{\mathbf{r}}) = u_0(\bar{\mathbf{r}})\exp[ik_0 S(\bar{\mathbf{r}})] \quad (2-8)$$

$u_0(\mathbf{r})$  為電場在任意位置  $\mathbf{r}$  之振幅， $S(\bar{\mathbf{r}})$  表示為波前，為光束之等相位面( $S(\bar{\mathbf{r}}) = \text{常數}$ )。對於一等向性(Isotropic)介質，光束方向可以表示為垂直波前的方向，可寫

為  $\bar{\mathbf{a}}(\mathbf{r}) = \frac{\nabla S(\bar{\mathbf{r}})}{|\nabla S(\bar{\mathbf{r}})|} = \frac{\nabla S(\bar{\mathbf{r}})}{n(\bar{\mathbf{r}})}$ 。將(2-8)式代入(2-7)式得：

$$(\nabla S)^2 = n^2 \quad (2-9)$$

$$2u_0 \nabla S \cdot \nabla u_0 + u_0^2 \nabla^2 S = 0 \quad (2-10)$$

方程式(2-9)即為已知的eikonal方程，(2-10)式之物理意義為能量守恆之敘述式。

等式左邊為：

$$\begin{aligned} 2u_0 (\nabla S \cdot \nabla u_0) + u_0^2 \nabla^2 S &= u_0^2 (\nabla \cdot \nabla S) + \nabla S \cdot \nabla (u_0^2) = \nabla \cdot (u_0^2 \nabla S) = \nabla \cdot (u_0^2 n \bar{\mathbf{a}}) \\ &= \nabla \cdot (I \bar{\mathbf{a}}), \end{aligned}$$

加上等式左邊等於零，於是可得  $\nabla \cdot (I \bar{\mathbf{a}}) = 0$  將高斯理論(Gauss' theorem)應用在等式兩端對光束通過之面積積分，如圖2-1，得

$$I_1 \cdot A_1 = I_2 \cdot A_2 \quad (2-11)$$

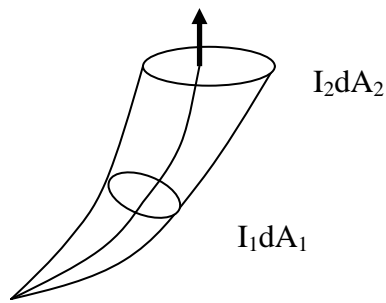


圖2-1：光通量守恆

$A_1$ 為通過 $l_1$ 面積之光束流量，同理 $A_2$ 為通過 $l_2$ 面積光束流量，此方程式驗證了光通量守恆，提供之後雷射光束整型設計的基本方程式。

現考慮一高斯強度分佈的雷射光源入射至雷射光束整型系統。系統如圖 2-2 所示：

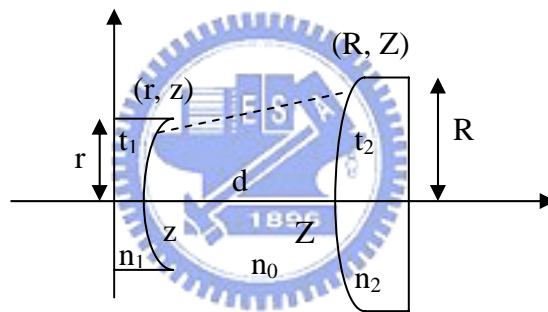


圖2-2：透鏡系統參數標示圖

其強度分佈可以描述為  $\sigma(r) = \exp[-2(r/r_0)^2]$ 。  $r_0$ 為光束光腰，假設雷射光束離開光學系統後的半徑為  $R$ ，且強度分布為  $\Sigma(R)$  為常數(將雷射光束強度整型為均勻強度分布)。由光通量守恆(2-11)式(在此不考慮界面的部份反射和材料吸收)得：

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r \sigma(r) r dr = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \Sigma(R) R dR \quad (2-12)$$

藉由設計射雷射光束在半徑  $R$  內為均勻強度分布，則可將  $\Sigma(R)$  在半徑  $R$  的區域內設為常數。換句話說， $\Sigma(R)$  可以表示為階梯函數，加上(2-12)式，可整理為

$$R = \sqrt{\frac{r_0^2}{2\Sigma} [1 - \exp(-2r^2/r_0^2)]} \quad (2-13)$$

其中

$$\Sigma = \frac{r_0^2}{2R_{\max}^2} [1 - \exp(-2r_{\max}^2/r_0^2)] \quad (2-14)$$

$r_{\max}$ 表示為第一個透鏡的孔徑光欄半徑； $R_{\max}$ 為光束在第二個透鏡最外圍的半徑，也可以說是雷射光束的出射半徑。

在圖 2-3 裡，我們給出根據(2-13)及(2-14)式計算的結果。入射空間為強度是 5mW 的氦氖雷射，由於光通量守恆情形，當所欲設計的出射光束半徑越大，則強度就會越低。

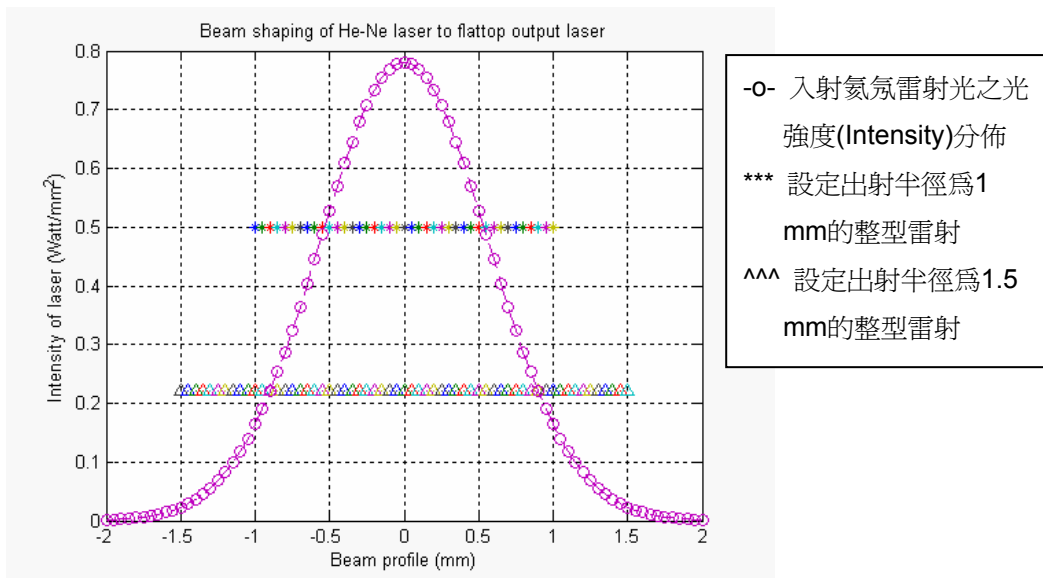


圖2-3：不同出射雷射整型與入射光雷射的強度

### 2-1.2、光束追跡方程式：

根據幾何光學的概念，光的振幅和相位是分開計算。首先計算出光學系統的光束路徑，藉此可得相位相對光程在系統中的變化；振幅是由每條光束的強度變化決定。接下來推導光束追跡提供之後的設計，由司乃耳定律：

$$n(\vec{a} \times \hat{n}) = n'(\vec{A} \times \hat{n}) \quad (2-15)$$

$\vec{a}$ 、 $\vec{A}$ ：為入射光束與出射光束向量； $\hat{n}$ ：為界面的法向量。示意則見圖 2-4：

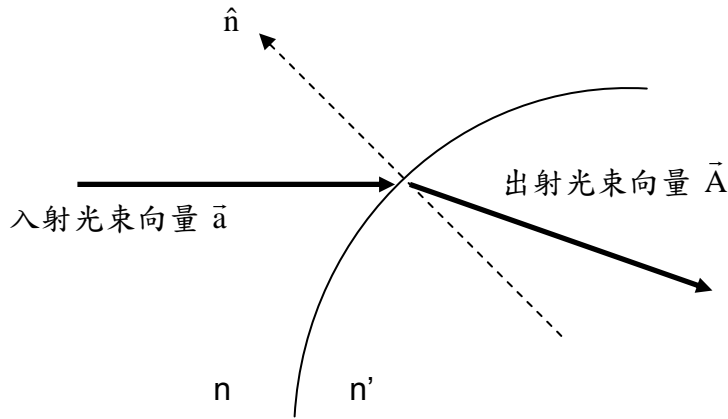


圖2-4：光束介面折射參數示意圖

將(2-15)式左右乘以向量  $\hat{n}$  並簡化，得

$$n' \vec{A} = n \vec{a} + [n' \cos i' - n \cos i] \hat{n} \quad (2-16)$$

其中  $\cos i' = \vec{A} \cdot \hat{n}$ ， $\cos i = \vec{a} \cdot \hat{n}$ ， $i$  及  $i'$  為入射角及折射角；此方程提供光束在光學系統中的光束路徑。

根據費馬定律(Fermat's principle)，若光束由起點 P 至終點 Q，則光束在 PQ 之間的路徑必為極值，且光程為  $OPL(C) = \int_C n(x, y, z) ds$ ，光束路徑 C 可以用

微分變數(Variation of calculus)決定[17]，當  $n(\vec{r})$  為平滑(Smooth)方程式，則光束路徑 C 可以滿足  $\frac{d}{ds} (n(\vec{r}) \frac{d\vec{r}}{ds}) = \nabla n(\vec{r})$ ，若材料為同質性(Homogeneous)，則光束的路徑方程式為直線，可以表示為：

$$\vec{r}(s) = \vec{a}s + \vec{b} \quad (2-17)$$

其中  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  為常數向量，由設計的觀點出發，第一個透鏡的形狀必須將入射光束折射至第二面透鏡位於 R 之位置，再經由第二個透鏡整型為平行的均勻性雷射光，故在此設計之光學系統是由兩個透鏡組所構成。光束折射是由司乃耳定律所決定，其從第一個元件位置(r,z)至第二個元件位置(R,Z)之向量是由式(2-16)所決定，而雷射光假設為平行光軸入射，則  $\vec{a} = \hat{k}$ ，可解出：

$$\vec{A} = \gamma \hat{k} + \Omega \hat{n} , \quad (2-18)$$

$$\text{其中 } \Omega = \frac{-\gamma + \sqrt{1 + (z')^2(1 - \gamma^2)}}{\sqrt{1 + (z')^2}}, \quad \hat{n} = \frac{-z' \hat{r} + \hat{k}}{\sqrt{1 + (z')^2}}, \quad \gamma = \frac{n}{n_0} ,$$

$$\text{且 } z' = \frac{dz(r)}{dr} .$$

由式(2-17)可得知光束從第一個元件至第二個元件間的光程路徑為直線，故可表示為：

$$(R - r)A_z = (Z - z)A_r , \quad (2-19)$$

其中  $A_r$ 、 $A_z$ ：為  $\vec{A}$  對於  $r$  及  $z$  的分量。結合(2-18)及(2-19)式，整理後可得：

$$(z')^4[\gamma^2(R - r)^2 + (\gamma^2 - 1)(Z - z)^2] - (z')^3(R - r)(Z - z) - (z')^2(1 - \gamma^2)[(R - r)^2 + (Z - z)^2] -$$

$$2z'(R - r)(Z - z) - (R - r)^2 = 0$$

經簡化處理得：

$$[(1 - \gamma^2)(Z - z)^2 - \gamma^2(R - r)^2](z')^2 + 2(R - r)(Z - z)z' + (R - r)^2 = 0 , \quad (2-20)$$

$$\text{即 } z' = \frac{-(R - r)(Z - z) \pm n(R - r)\sqrt{(Z - z)^2 - (R - r)^2}}{(1 - n^2)(Z - z)^2 - n^2(R - r)^2} \quad (2-21)$$

(2-21)式中的  $R=R(r)$ 可由式(2-13)所決定。由上述之結果得知(2-21)式為包含 $(z,r)$ 之微分方程，其中  $Z$  為未知，但因為面  $S$  是由 $(Z,R)$ 所描述，故  $Z$  可表示為  $Z=Z(R)$ 。如此由 $(z,r)$ 所表示的面  $s$  方程式可藉由解出微分方程而得；另一方面，光束整型的設計亦著重於出射光束的波形輪廓，由此則需要等光程差的條件限制，換言之，可得  $Z$  與  $z$  之關係式再加上解出的微分方程式，則面  $S$  的數學方程式可被算出。

### 2-1.3、等光程差限制：

為了避免出射光束間因為光程之不同造成干涉，使得均勻性降低，每條光束在系統中的光程必須相同。光程等於光束在系統中的所行走之幾何長度乘以該系

統的折射率，所以平行於光軸之光束的光程可以表示為：

$$(OPL)_0 = nt_1 + n_0d + nt_2 \quad (2-22)$$

任意高度  $r$  的光束光程為：

$$(OPL)_r = nz + n_0\sqrt{(R-r)^2 + (Z-z)^2} + n(t_1 + d + t_2 - Z) \quad (2-23)$$

在此二光束光程相等的限制下，可得：

$$n_0\sqrt{(R-r)^2 - (Z-z)^2} = n(Z-z) - d(n - n_0) \quad (2-24)$$

$$\text{即 } (Z-z) = \frac{n(n - n_0)d + \sqrt{n_0^2(n-1)^2d^2 + (n^2 - n_0^2)(R-r)^2}}{n^2 - n_0^2} \quad (2-25)$$

#### 2-1.4、能量平衡方法的求解：

決定系統的折射率  $n$ 、兩透鏡間的距離  $d$ 、第一面透鏡厚度  $t_1$  與第二面透鏡的厚度  $t_2$  後，透過(2-13)、(2-14)、(2-21)、(2-25)式， $R(r)$ 、 $Z(r)$ 、 $z(r)$  均可利用數值解求出。由(2-21)式可以有兩個解，若  $Z'$  小於零則表示第一面透鏡為負透鏡，反之若  $Z'$  大於零則表示第一面透鏡為正透鏡；將(2-13)和(2-25)式合併，則可積分解出  $z(r)$ ，接下來由(2-25)式可得面  $S_2$  的形狀。Cornwell[18]及Malyak[12]提供了一個解決的簡單方法，第一個元件的形狀可以表示為：

$$z(r) = \int f(r)dr + C \quad (2-26)$$

第二個元件的形狀可寫為：

$$Z(r) = z(r) + g(r) \quad (2-27)$$

其中  $f(r)$  及  $g(r)$  均為已知方程， $C$  為常數。

由(2-13)及(2-25)式可得：

$$Z = z + \frac{n(n - n_0)d + \sqrt{[n_0^2(n-1)^2d^2 + (n^2 - n_0^2)] \times \left\{ \sqrt{\frac{r_0^2}{2\Sigma} [1 - \exp(-2\frac{r^2}{r_0^2})]} - r \right\}}}{n^2 - n_0^2} \quad (2-28)$$

和(2-26)式相比，可得：

$$g(r) = \frac{n(n - n_0)d + \sqrt{[n_0^2(n-1)^2 d^2 + (n^2 - n_0^2)] \times \left\{ \sqrt{\frac{r_0^2}{2\Sigma} [1 - \exp(-2\frac{r^2}{r_0^2})] - r} \right\}}}{n^2 - n_0^2} \quad (2-29)$$

相同地，(2-20)式可以寫為：

$$a(r)(z')^2 + b(r)z' + c^2(r) = 0 \quad (2-30)$$

其中

$$c(r) = (R - r) = \sqrt{\frac{r_0^2}{2\Sigma} [1 - \exp(-2\frac{r^2}{r_0^2})] - r} \quad (2-31)$$

$$b(r) = 2c(r)g(r) \quad (2-32)$$

$$a(r) = (1 - \gamma^2)g^2(r) - \gamma^2 c^2(r) \quad (2-33)$$

$$\text{亦即 } z' = f(r) = \frac{-b(r) \pm \sqrt{b^2(r) - 4a(r)c(r)}}{2a(r)} \quad (2-34)$$

將微分方程(2-21)式解出之後，透鏡的非球面可以由數個(r,z)及(R,Z)所表示，接下來的工作就在於把數值解換成已熟悉的光學參數，以供製造及分析，換句話說，必須把(r,z)及(R,Z)數值代入光學表面方程式(Optical surface equation)做擬合(Fitting)分析：

$$z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa)c^2 r^2}} + \sum_{i=1}^N A_{2i} r^{2i} \quad (2-35)$$

其中c為曲率(Curvature)，κ為錐形係數(Conic constant)，A<sub>2i</sub>為多項式非球面係數；若A<sub>2i</sub>=0，但κ≠0，光學表面則為錐形面(Conic surface)，當κ>1 或-1<κ<0，透鏡面為橢圓面；當κ=-1 則為拋物面；當κ<-1 則為雙曲面。示意見圖 2-5。



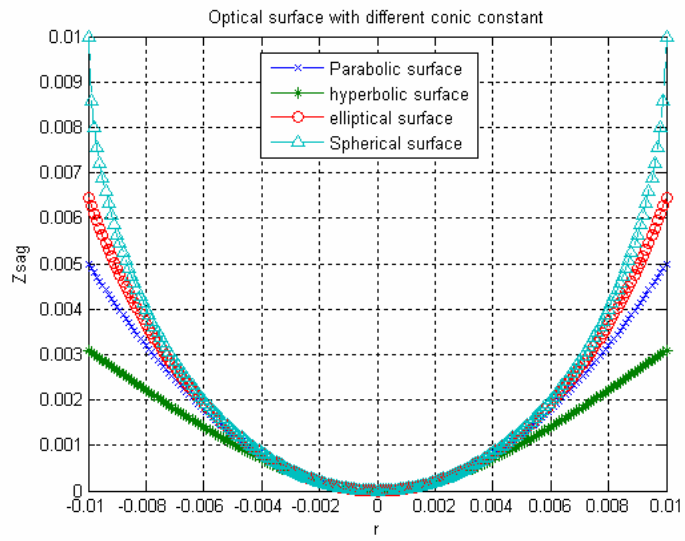
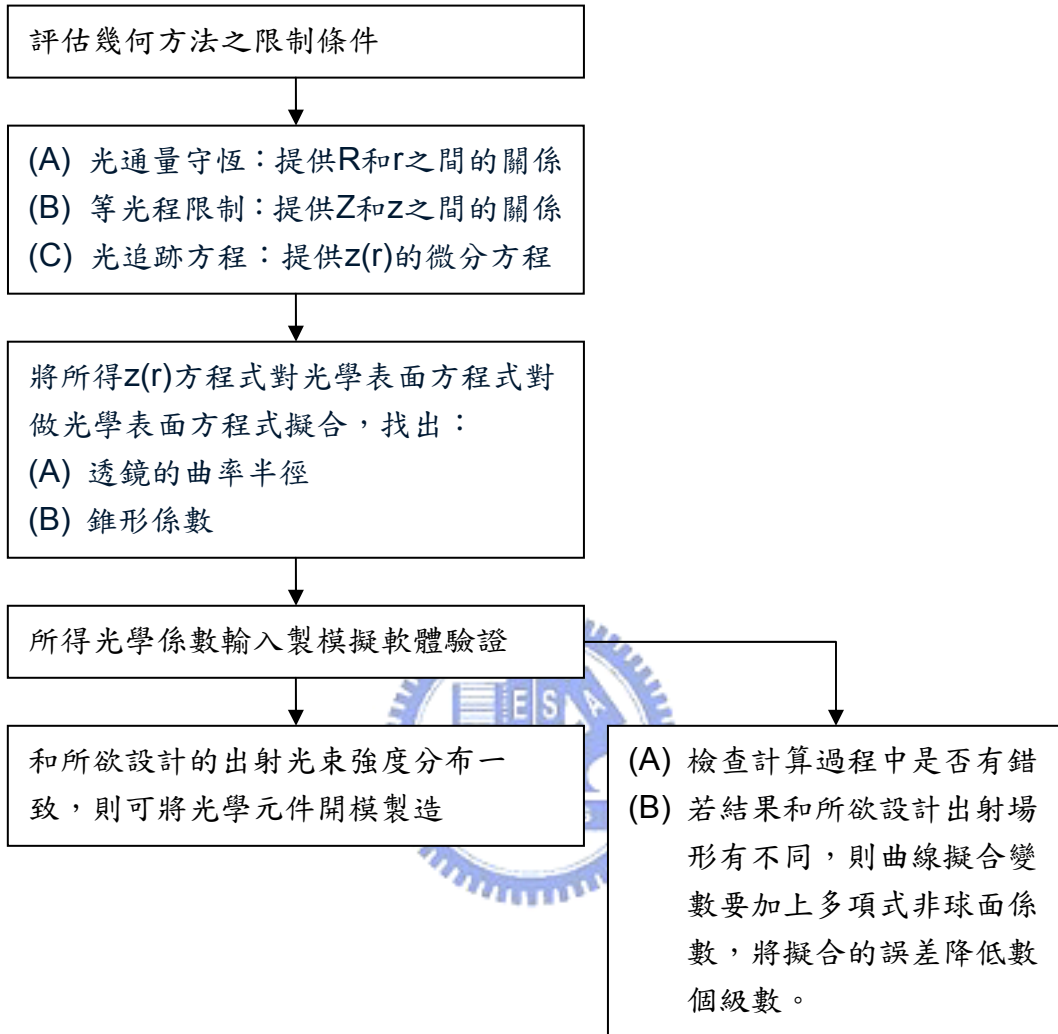


圖2-5：不同錐形係數的鏡面



## 2-2 能量平衡方法求解流程

我們將求解與驗證的流程整理如下：



## 2-3 小結

設計前，可以利用繞射理論的參數估算幾何光學的可行性，其參數為[1]：

$$\beta = \frac{2\pi_0 D}{f\lambda} \quad (2-36)$$

其中 $r_0$ 為入射光束的光腰， $D$ 為所欲設計出射光束的半徑， $f$ 為光學系統的焦距或是到目標平面的距離。當 $\beta < 4$ 時，幾何方法所得之設計會和原來所預期有很大的落差；當 $4 < \beta < 32$ 時，繞射的影響應該要被考慮在設計過程中；當 $\beta > 32$ ，其光學系統可以使用幾何方法設計，在一般的情況下，使用幾何方法的設計可以達到很好的效果。

在本論文中，我們所設定的物空間光源為中心波長為 532nm、光腰為 2.3cm 且強度為高斯分布。在我們的設計中， $\beta = 33.93$ ，雖然可以使用幾何方法提供初階設計。但是像空間之設計要把高斯分布的雷射光源整型為均勻出射光束，並且形狀為線形分布。對於物空間及像空間之對稱系統，集合能量守恆、等光程差、光追跡方程式條件，所得之微分方程已經非常複雜，難以用普通積分計算。而在我們設計出射光束為長度為 50mm、寬度為 0.5mm 的線形分布，形狀並非以光軸為中心旋轉對稱，更造成積分的困難度。

本章所介紹的幾何方法是藉由光束之幾何原理所建立，由以上的敘述可得知其方法雖然本質上可提供強而有利的設計，但是在實用上仍有些限制，我們可以總結幾何方法的適用範圍：

- (1) 當  $\beta$  值大於 32；
- (2) 當出射設計光束的形狀分布為以光軸為中心旋轉對稱；
- (3) 設計容許大的透鏡系統體積。

在我們的案例中，由於我們欲設計的出射雷射形狀不具有中心旋轉對稱，較不適合用此方法求解，加上我們希望設計體積較小的透鏡，在第三章提供了一個新的雷射整型方法。

### 第三章 傳統單透鏡的雷射整型方法

本論文第二章說明了一個強而有力的雷射整型設計方法，雖然其方法概念簡單，但計算過程中受限解微積分的困難度，若要設計非圓形的出射光束形狀，會使計算相當複雜，且有一定的困難度。

在本章，我們將討論傳統雷射整型的方法，分析討論其優缺點。所用的入射雷射光源空間要求如下：

- (1) 入射光源中心波長：633nm之氦氖雷射；
- (2) 光能量及其分布：5mW，高斯分布；

出射光源空間的設計要求如下：

- (1) 工作距離： $>50\text{mm}$ ；
- (2) 形狀：有效寬度為0.5mm，有效長度為50mm，見圖3-1；
- (3) 線光源光強均勻性： $>60\%$ 。

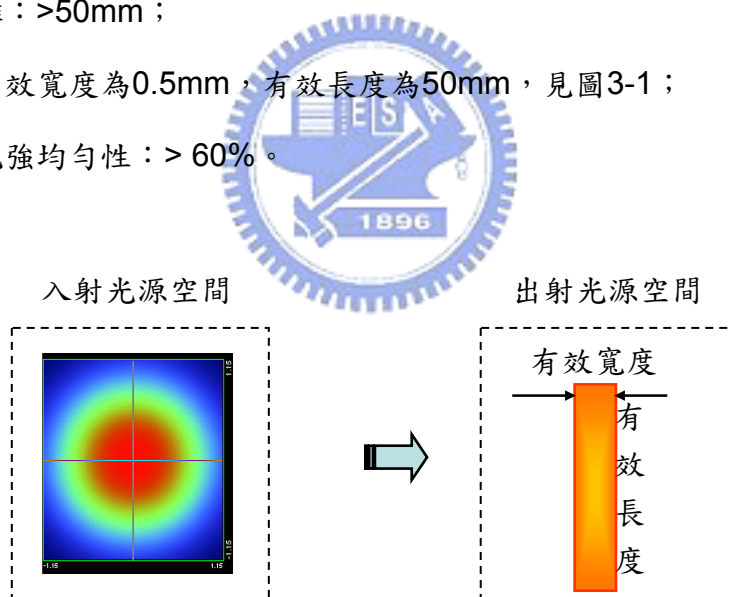


圖3-1：入射光源及設計出射光源說明

### 3-1 柱透鏡與模擬分析驗證

#### 3-1.1、利用柱透鏡整形雷射光束的概念

實施線形雷射的方法首先採用柱透鏡(Cylindrical lens，見圖3-2)。其原理就在於因為柱透鏡只在一個方向具有光焦度(Optical power，垂直柱軸的方向)，於是入射雷射光束強度就會只在一個方向上會被透鏡聚焦，可以將圓形的入射雷射光束整形為線形。

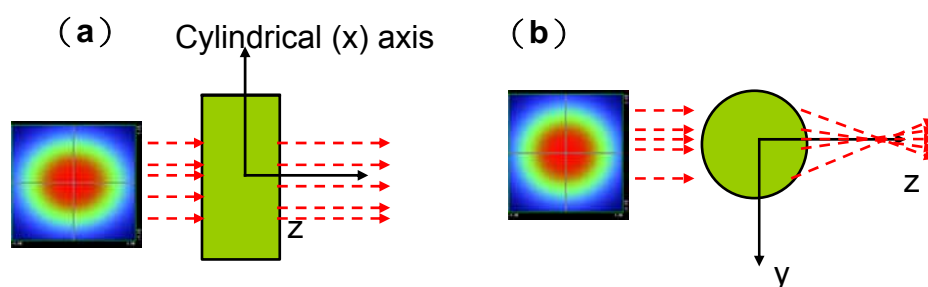


圖3-2：(a) 圓形雷射光通過柱透鏡在X-Z平面的截面示意圖  
(b) 圓形雷射光通過柱透鏡在Y-Z平面的截面示意圖

#### 3-1.2、柱透鏡的理論分析：

雷射光束通常具有良好之準直性，可被視為近軸波(Paraxial waves)。假設光軸為Z方向，則近軸波之方程式可寫為平面波方程式  $A \cdot e^{-jkz}$  的變形，把常數A改成和位置相關的函數A(r)[19]，且A(r)相對於位置的變動量很小，則近軸波方程式可寫為：

$$U(r) = A(r)\exp(-jkz) \quad (3-1)$$

將(3-1)代入麥克斯威爾微分(2-7)式，可得：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)A(r) + j2k \frac{\partial A(r)}{\partial z} = 0 \quad (3-2)$$

(3-2)稱為近軸漢姆霍茲方程式(Helmholtz equation)。此微分方程可得兩解，一為拋物波(Paraboloidal wave)：

$$A(r) = \frac{A_1}{z} \exp(-jk \frac{r^2}{2z}) \quad (3-3)$$

另一解則為高斯光束(Gaussian beam)，表示為：

$$A(r) = \frac{A_1}{q(z)} \exp[-jk \frac{r^2}{2q(z)}] , \quad (3-4)$$

其中 $q(z)=z-\xi$ ，稱為 $q$ 參數，且 $\xi$ 為常實數或是虛數。當 $\xi$ 為虛數時，(3-4)式仍為近軸漢姆霍茲方程式之解，則 $A(r)$ 可表示為高斯光束的封包(Envelope)，將 $q$ 參數改寫為 $q(z)=z+jz_0$ ，則：

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi W^2(z)} , \quad (3-5)$$

將(3-5)及(3-4)代入(3-1)，近軸波方程式可改寫為：

$$U(r) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}] \exp[-jkz - jk \frac{\rho^2}{2R(z)} + j\zeta(z)] , \quad (3-6)$$

其中

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + (\frac{z}{z_0})^2} , \quad (3-7)$$

$$R(z) = z [1 + (\frac{z_0}{z})^2] , \quad (3-8)$$

$$\zeta(z) = \tan^{-1} \frac{z_0}{z} , \quad (3-9)$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} , \quad (3-10)$$

$$A_0 = \frac{A_1}{jz_0} . \quad (3-11)$$

圖3-3為標號說明圖。可(3-7)式是用來說明光束半徑(Beam radius)， $W_0$ 為光束光腰(Beam waist)。入射光源之光腰假設在 $z=0$ 的位置，而從光腰位置至光束寬度為 $\sqrt{2}W_0$ 之距離定義為 $z_0$ 。在此位置時，光束強度亦降至一半時的位置，兩倍 $z_0$ 的距離長度稱為焦深(Depth of focus)。(3-8)說明高斯光束波前的曲率相對於光軸位置之關係。當高斯光束通過薄透鏡後，則波前的曲率在通過透鏡後，會受透鏡的曲率因而改變。

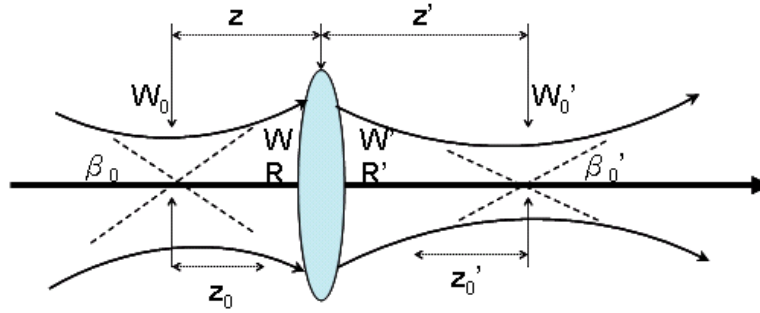


圖3-3：雷射經薄透鏡的計算參數標示圖[19]

因為通過透鏡，在透鏡第二面的(3-6)式的相位要加上因為透鏡造成的相位增加量  $\exp(\frac{jk\rho^2}{2f})$  [20]，如此在第二面前後可提供相位匹配：

$$kz + k\frac{\rho^2}{2R} - \zeta - k\frac{\rho^2}{2f} = kz + k\frac{\rho^2}{2R'} - \zeta, \quad (3-12)$$

即 
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}. \quad (3-13)$$

其中薄透鏡的焦距公式可以近似為[21]：

$$\frac{1}{f} = (n-1)(C_1 - C_2 + \frac{d(n-1)C_1C_2}{n}), \quad (3-14)$$

其中  $C_1$  及  $C_2$  分別為透鏡第一面與第二面的曲率。

由(3-5)式整理可得：

$$-z_0' = \frac{R'}{1 + (\frac{\lambda R'}{\pi W^2})^2}, \quad (3-15)$$

$$W_0' = \frac{W}{\sqrt{1 + (\frac{\pi W^2}{\lambda R'})^2}}, \quad (3-16)$$

(3-15)式表示入射高斯光束經透鏡後光腰的新位置。(3-16)式顯示入射高斯光束經過透鏡後的最小出射光束光腰，其分別可藉由(3-7)、(3-8)、(3-13)、(3-14)計算；實作上我們必需考量可行性。在底下的分析裡我們會由CVI公司[22]所提供的透鏡參數求焦距並摹擬檢驗是否可行。

藉由理論計算就可以得到最小的有效寬度  $W_0'$ ，於是可得理論值。接著利用 ASAP 模擬軟體，將 CVI 公司的透鏡參數(請見附錄 A)輸入之後模擬以檢驗其可行

性，並和理論值相互對照，檢驗ASAP的準確性；ASAP模擬程式碼如圖3-4(a)及圖3-4(b)，分別為柱透鏡及雷射光源的程式碼，詳細請見附錄B。

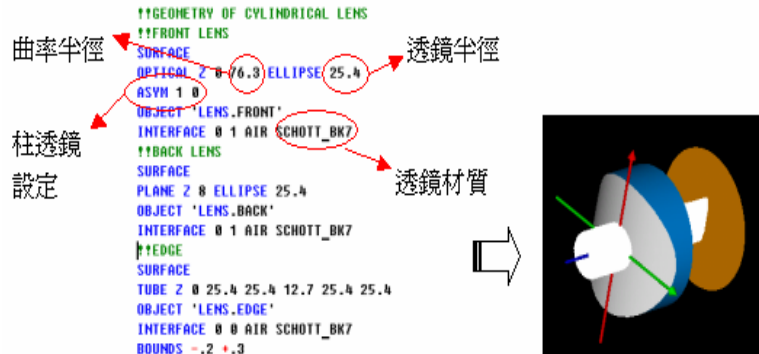


圖3-4(a)：柱透鏡的程式碼

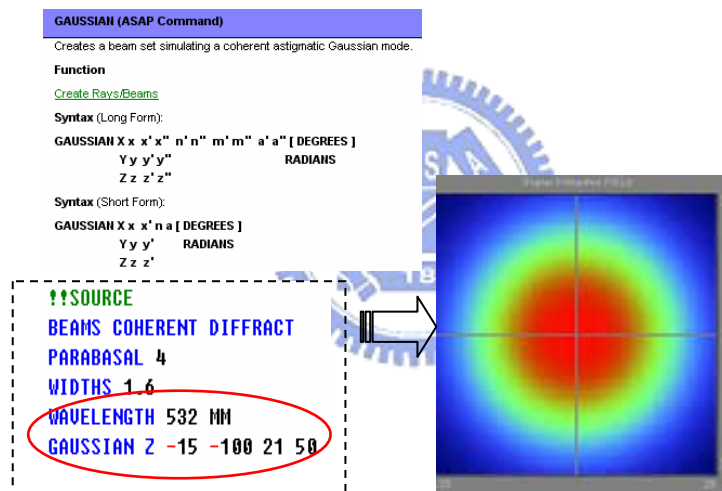


圖3-4(b)：入射雷射光源的程式碼

圖3-5為模擬厚度為12.7mm之不同曲率半徑之柱透鏡對最佳焦距(最小光束寬度位置)的作圖。由圖可發現隨著曲率半徑的增加，則會增加薄透鏡計算之不準確性。由此我們可知薄透鏡之計算只適用在厚度和曲率半徑接近或是小於曲率半徑之情形下。



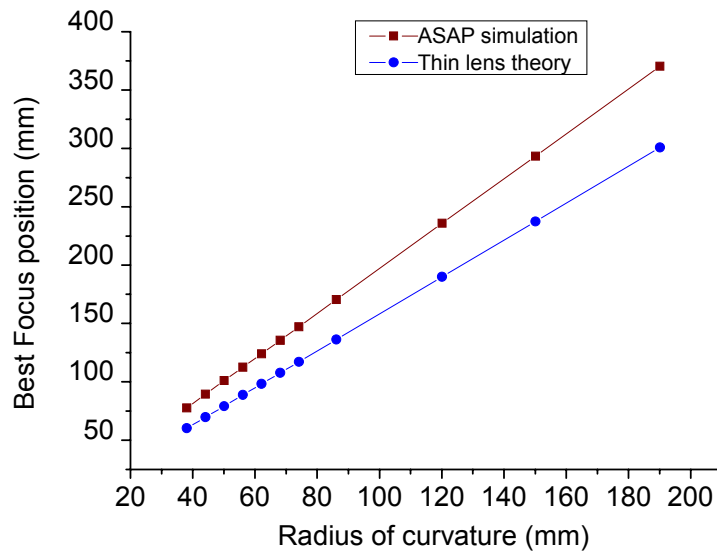


圖3-5：柱透鏡曲率半徑對焦距的作圖

圖3-6是柱透鏡曲率半徑對最小有效寬度的分析，可以看到CVI公司所提供的柱透鏡都可使得有效寬度在0.5mm之下，但和薄透鏡理論有所差異，原因在於在我的案例透鏡並不能被視為薄透鏡，造成光束聚焦無法達到理論值。

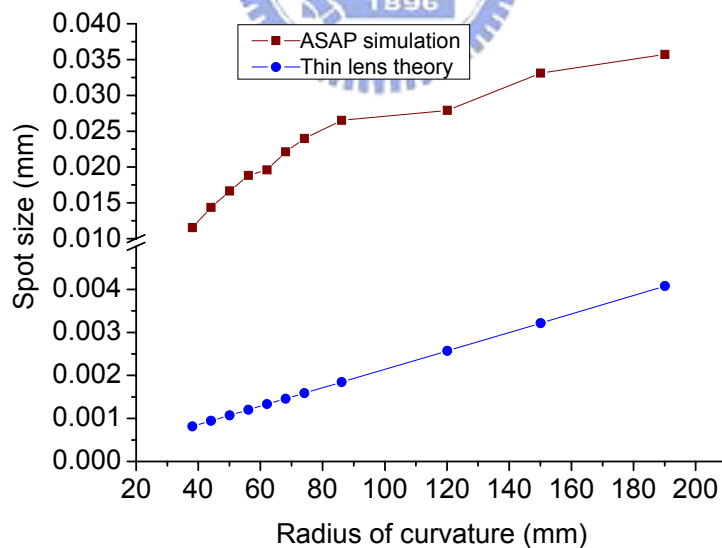


圖3-6：最小線形寬度對柱透鏡曲率半徑的作圖

圖3-7是柱透鏡為曲率半徑為38.1mm的情況下，在最佳焦距所得的線形雷射的強度分佈與輪廓形狀。

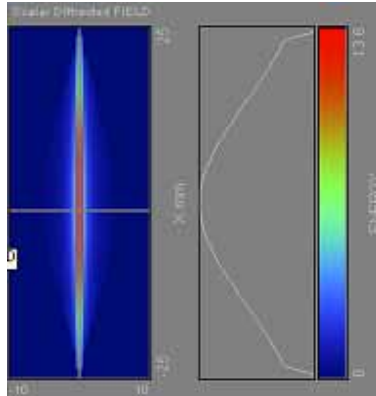


圖3-7：柱透鏡曲率半徑為38.1mm的線形光強度分佈

### 3-1.3、小結：

由圖3-8可以察覺柱透鏡的均勻度不佳，我們就CVI公司的柱透鏡作一檢查。部份結果列表至3-1所示：

CVI公司提供柱透鏡的規格	(a)最佳焦距(mm) (b)像平面位置(mm)	在最佳焦距的結果 (a)寬度(mm) (b)長度(mm) (c)長度方向均勻性(%)	在像平面位置的結果 (a)寬度(mm) (b)長度(mm) (c)長度方向均勻性(%) (d)寬度方向均勻性(%)
1 CLCX-50.8-38.1-C: f=75毫米; X=50.8毫米; R=38.1毫米; TC=12.7毫米	(a)77.89 (b)87.89	(a)0.01152 (b)50.6888 (c)9.82	(a)0.5 (b)50.807 (c)10.06 (d)92.3
2 CLCX-50.8-50.9-C: f=100毫米; X=50.8毫米; R=50.9毫米; TC=10毫米	(a)101.5 (b)113.5	(a)0.017 (b)50.814 (c)11.67	(a)0.5 (b)50.807 (c)9.60 (d)90.6
3 CLCX-50.8-76.3-C: f=150毫米; X=50.8毫米; R=76.3毫米; TC=8毫米	(a)149.75 (b)163.75	(a)0.02376 (b)50.814 (c)11.55	(a)0.5 (b)50.807 (c)9.38 (d) 88.6

表3-1：ASAP對柱透鏡的模擬分析整理表

由表3-1可以發現CVI所提供的柱透鏡皆可以達到有效寬度0.5mm，甚至所得的結果可以使有效寬度在0.5mm之下，但是在均勻性方面就沒辦法符合設計目標的60%，原因就在於所得的出射光強度分佈仍然是高斯分佈，造成光強度分佈在中心最強，並且往邊緣迅速遞減，使得均勻性都只有在10%之間。表示柱透鏡雖然可以將圓形的雷射光源整形為長寬分別為 $50*0.5\text{mm}^2$ 的線形形狀，但是對於光強度分佈之整型卻無能為力，出射光強度分佈仍為高斯分佈。



## 3-2 鮑爾透鏡的簡介與模擬

### 3-2.1、鮑爾透鏡工作原理：

實施線形雷射的第二個方法是採用StockerYale公司的SLH-50TL-30透鏡(亦稱為鮑爾透鏡(Powell lens)，見圖3-8)。鮑爾透鏡是以發明人Ian Powell為名，其想法發表在1986年的美國專利(專利號4826299)[2]。透鏡的最大優點在於經透鏡整形的雷射光束具有出色的均勻性，並可以達到線形雷射整形的目標。

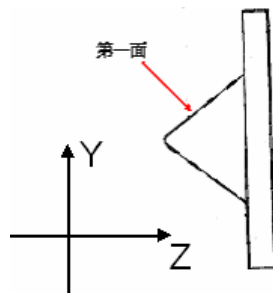


圖3-8：鮑爾透鏡的截面圖[2]

鮑爾透鏡的工作原理如下：利用一個單透鏡的設計達到上述的兩個設計目標(見圖3-9)，第一面的形狀類似三角稜鏡，由非球面函數描述：

$$z = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (1+Q)c^2y^2}} \quad (3-17)$$

其中Q為錐形係數(Conic constant)，值介於-4.5~-1.6之間；c為鏡面曲率。事實上它是一個非球面鏡(Aspheric surface)。當入射光接觸到第一面後會在透鏡內快速的聚焦，造成光束發散的發散角非常大，造成在像平面會有線形的效果；而由於第一面只有在一個方向具有非球面曲率，而在此方向上的出射光束直徑，就會等於在像平面的有效寬度。此外，鮑爾亦提出其他形狀的鮑爾透鏡，見表3-2，表中的發散角表示入射光經過不同曲率半徑及錐形係數之鮑爾透鏡後，出射光束在線形方向上的光束發散程度，發散角越大，在越近的工作距離內可得到越長的線形有效長度。








發散角(度)	第一面曲率半徑(mm)	第一面錐形係數	透鏡形狀	透鏡材料
15°	0.8	-10.0		BK7
30°	0.4	-3.2		BK7
60°	0.2	-1.6		BK7
90°	0.12	-1.2		BK7
60°	0.12	-1.6		BK7
30°	0.4	-4.5		BK7
60°	0.2	-2.5		BK7
60°	0.32	-2.5		BK7
80°	0.18	-1.6		BK7
70°	0.18	-1.6		BK7

表3-2：鮑爾透鏡的其他形狀[2]

除了在第一面有不同的曲率及錐形係數之外，在第二面也可作成有曲率，就功能而言，第一面的目的就在於使光束在像平面會具有好的均勻性，而第二面的作用就是在增加光束的發散角，如圖3-9所示。

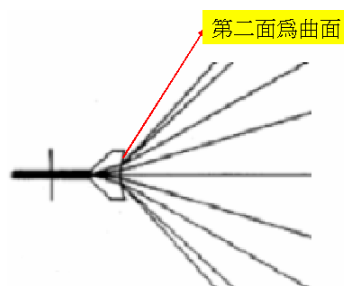


圖3-9：第二面為球面鏡的鮑爾透鏡截面圖[2]

在文獻[2]中提及鮑爾透鏡只適用在波長為632nm(He-Ne雷射光源)之圓形雷射

光，並說明發散角為60度的鮑爾透鏡對雷射光整形模擬結果(如圖3-10)，可以看到在離透鏡第一面頂點 $z=1\text{m}$ 的像平面處，其有效長度可達1.2m，引用的專利文獻中說明其均勻性可達80%：

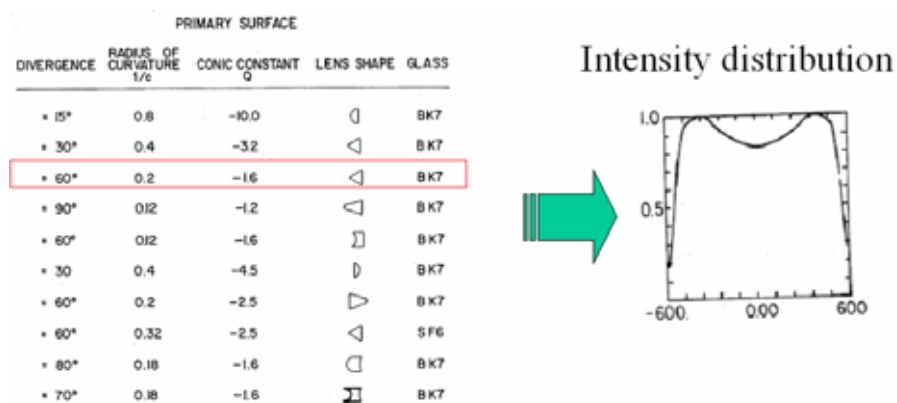


圖3-10：鮑爾透鏡在像平面 $Z=1\text{m}$ 處線形長度的光強度分佈示意圖[2]

另一型式的鮑爾透鏡(曲率為 $-0.12\text{mm}$ ，錐形係數為 $-1.2$ 的負透鏡)的模擬結果如圖3-11，可以看到在像平面 $z=1\text{m}$ 處，有效長度可達1.2m，且引用之專利文獻說明其均勻性可達80%。

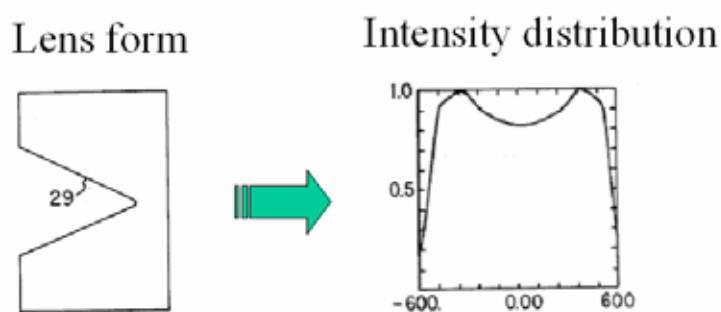


圖3-11：第一面光焦度為負的鮑爾透鏡在像平面 $Z=1\text{m}$ 處的線形長度之光強度分佈[2]

### 3-2.2、鮑爾透鏡的模擬分析：

我們在輸入參數並嘗試將透鏡厚度設為變數，經過優化之後，結果如圖3-12，所得均勻性才近70%，程式碼請見附錄C。

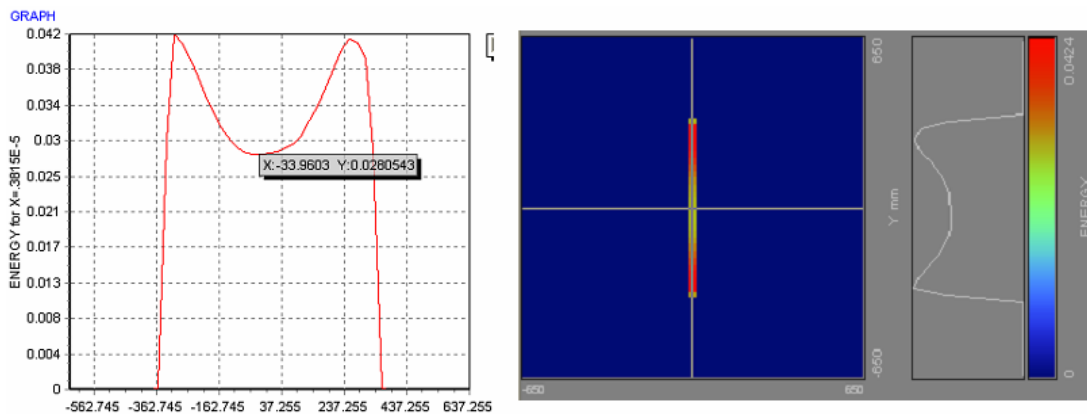


圖3-12：ASAP模擬雷射光半徑為5mm通過鮑爾透鏡在像平面Z=1m處的線形長度之光強度分佈圖

由結果可發現均勻性離專利中的80%還有相當大的距離，所造成誤差的原因有下列幾項：

- (1) ASAP對於高斯光束之模擬方法是假設中心光束圍繞了四條至八條或十二條的光束去模擬雷射光源的波列(Wavelet)，如圖3-13。此模擬之方法是在1966年的論文期刊中被發表[23]，表示ASAP對於高斯光束的模擬具有準確性。但在光線追跡過程中，常會因為周圍光束已經發散遠離中心光束，使得在計算過程中出現誤差；

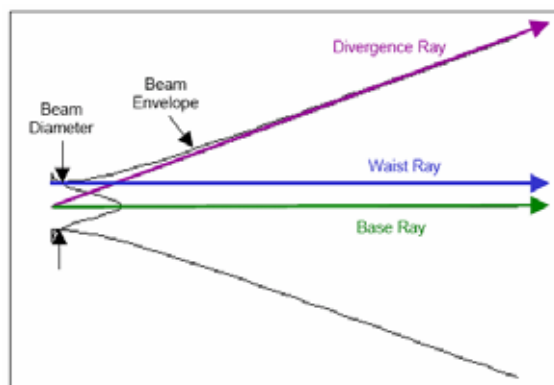


圖3-13：ASAP模擬雷射光源之示意圖[24]

- (2) 另一個原因在於因ASAP沒有Important sampling的功能，所以對於高斯光束的模擬亦會有些誤差。我們已嘗試用百萬條光束覓跡處理，平均每平方毫米的像平面空間上有10條之光束線，但仍無法作到專利所揭示結果；

(3) 最後一個可能性是連專利中已釋出的參數都要加入優化，或是文獻中所提及的均勻性為近似值，或是在過程中做了一些近似的動作。

### 3-2.3、鮑爾透鏡之光束光學詮釋：

由上小節之模擬結果，得知鮑爾透鏡可以將原來高斯強度分佈之雷射整型為較均勻型之出射雷射，我們由光束光學之概念來檢查其整型的原因。如圖3-14所顯示，原來靠近中心強度較強相對於兩旁能量較弱之光束，焦點位置較靠近透鏡頂點處，經過焦點後迅速發散，形成出射雷射之有效長度。藉由近軸與離軸光束之焦距不同，將光源之能量重新分佈，而提升出射雷射之均勻性。由於雷射光源具有同調性，僅由光束光學說明是不能足以說明鮑爾透鏡如何達到良好之均勻性，在第五章我們將討論包含光強度及相位的物理光學現象。

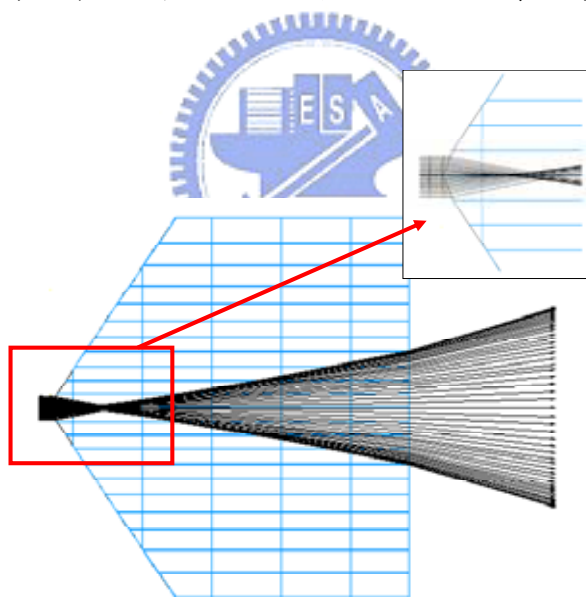


圖3-14：光束在鮑爾透鏡內之情況



### 3-3 鮑爾透鏡的實驗與模擬之比較

我們購入商用鮑爾透鏡(見圖 3-15)，由圖可看出第一面是有如稜鏡面的非球面，第二面為平面。我們所購買的鮑爾透鏡在線形方向上之發散角為 30 度，透鏡的直徑約 1.1cm，透鏡的厚度約為 1.2cm，其值和我們在 3-2 節所最佳化的厚度相當一致。



圖3-15：鮑爾透鏡

在第三章的模擬模型是針對發散角為 60 度的鮑爾透鏡，因此我們必須針對表 3-2 的第二個模型重新驗證，結果如圖 3-16。其顯示在透鏡距離屏幕 1 米情況下，線形的有效長度為 0.4m，可看出場分布在中間已被切平，具極佳的均勻性。

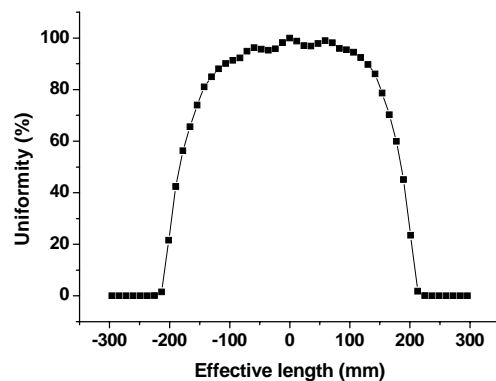


圖3-16：30度發散角鮑爾透鏡在Z=1m處的有效長度分布

圖 3-17 為屏幕上的線形形狀與強度分佈。

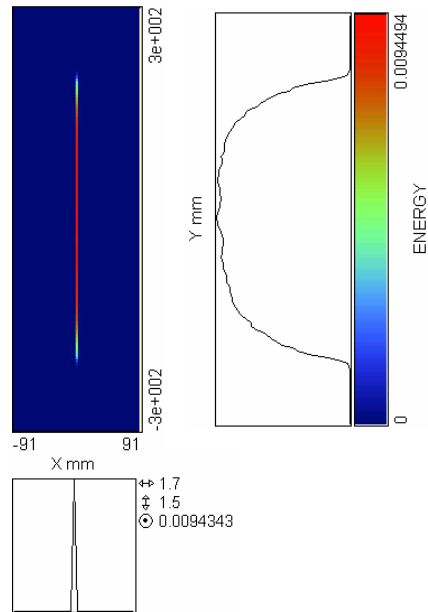


圖3-17：30度發散角鮑爾透鏡在Z=1m處的場型分佈

接下來我們將對發散角為 30 度之鮑爾透鏡設計實驗系統，用以驗證模擬的準確性。圖 3-18 為簡單的鮑爾透鏡實驗系統驗證，由於氦氖雷射具有很高之準直性，所以透鏡位置擺放參數已非緊要。但在考慮實驗系統的校直下，透鏡與雷射的距離約為 5cm。

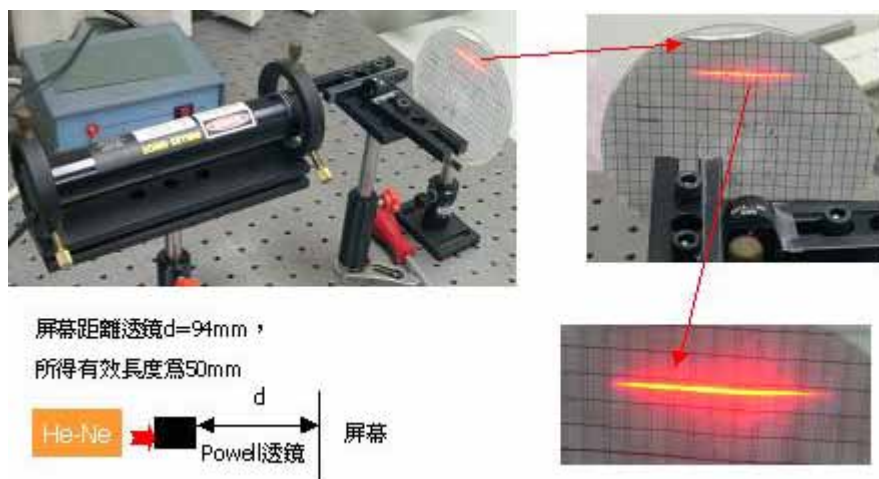


圖3-18：氦氖雷射整型實驗系統

實驗裝置的鮑爾透鏡擺設方面，其非球面適合當作整型元件的第一面。原因在於可以容易判斷雷射是否對稱且垂直入射。另外，若將此面當作第二面，則出射線形雷射光場會碰觸到透鏡邊緣的框架。接著利用氦氖雷射對鮑爾透鏡做一些簡單的實驗驗證，由粗略的結果可看出圓形的氦氖雷射已經被整型為線形雷射，並擁有良好之均勻性。

我們接下來討論鮑爾透鏡對於將圓形入射雷射整形為線形的結果。圖3-19為以屏幕與透鏡距離為變數，在屏幕上所得線形出射雷射光，圖3-19(a)條件為屏幕距離透鏡224mm，用肉眼粗略量測，所得有效長度為115mm。而圖3-19(b)條件為屏幕距離透鏡1140mm，用肉眼粗略量測，所得有效長度為460mm。

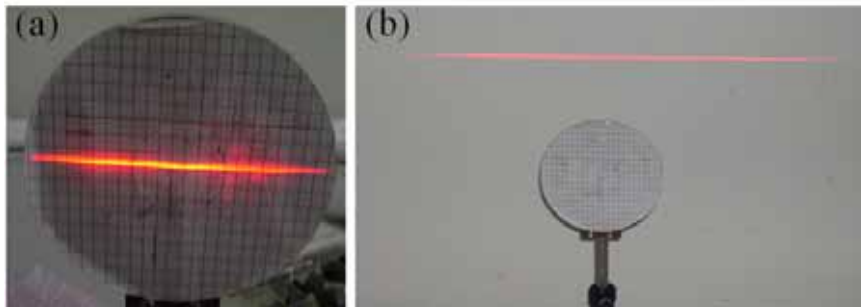


圖3-19：(a) 屏幕距離透鏡224mm的線形情況  
(b) 屏幕距離透鏡1140mm的線形情況

由結果可以發現線形長度和模擬結果幾乎相同，模擬之有效長度約為 400mm，而實際量測情況為 460mm。

除了線形形狀和實際相符合之外，我們必須針對均勻性比較模擬及實驗上鮑爾透鏡對於氦氖雷射整形的結果。實驗裝置如圖3-20，氦氖雷射入射至鮑爾透鏡，並將開口約1mm的孔徑光欄置於偵測器(Newport 1830C)前，使用LabVIEW自動控制偵測器及孔徑在垂直光軸的方向移動，並自動擷取量測訊號存檔至電腦。在鮑爾透鏡的固定架下加上可旋轉及可移動的平台，可以做鮑爾透鏡的容忍度分析，此分析將在下一節討論。

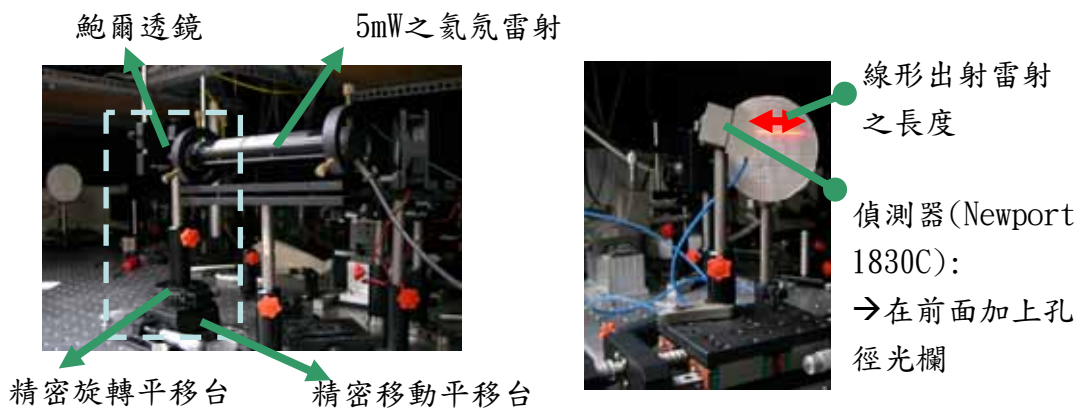


圖3-20：鮑爾透鏡實驗裝置

首先將偵測器置於距離透鏡頂端100cm處，實驗所得的結果如圖3-21。由圖可知在線形方向具有良好的均勻性，在均勻性方面，強度輪廓仍近似高斯分佈，和模擬之結果近似階梯方程有些差距。但實驗數據顯示出在接近峰頂位置有三個峰值，此在模擬上的結果中有相似的结果。綜合起來，ASAP對於雷射光束之模擬具有可靠度；在形狀方面，出射的線形光束有效長度與寬度和模擬結果相當一致；在應用方面，若量測系統需要較高的均勻性，則可在目標物之前應再加上線形孔徑，可在線形方向上定義出高於80%的均勻性，但相對損失的能量亦較多。

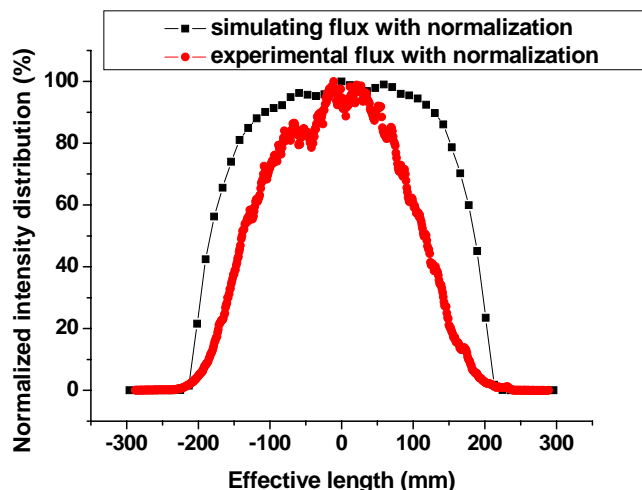


圖3-21：實驗及模擬在出射雷射線形方向強度分布的比較

模擬中若將屏幕放置距離透鏡頂點10cm處，所得之線形長度約5cm，此長度和實驗結果的結果相當一致(見圖3-22)。數據顯示線形長度的強度已非原來的

高斯分佈，在兩邊的邊緣強度迅速減弱，形成良好均勻性的線形出射雷射光束，但可用的線形長度約為4cm。若要得5cm的線形長度，與透鏡的距離必須再增加。

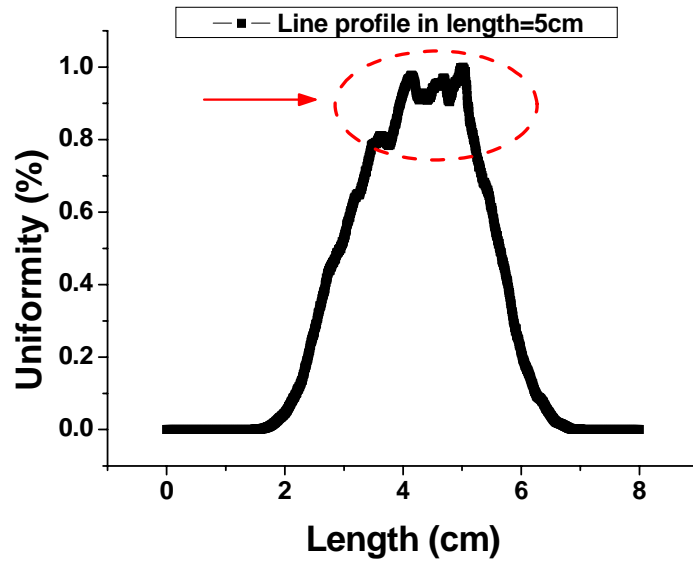


圖3-22：有效長度為5cm的出射線形分佈



### 3-4 鮑爾透鏡容忍度分析

在本節，我們將討論鮑爾透鏡的容忍度，提供使用上的準則。主題可分為：

1. 元件對於雷射功率的容忍度；
2. 透鏡對於位置對位(Alignment)的分析：我們將討論偏心及透鏡旋轉之後的表現。

首先利用波長為808nm的高功率半導體雷射檢驗其耐功率的能力。半導體雷射的光腰為1.1cm，如圖3-23，功率可達2W。



圖3-23：半導體雷射的入射光照度

實驗裝置如圖3-24，我們將調整入射雷射的功率，並使準直入射至鮑爾透鏡，假設雷射穩定情況下，在偵測器接收到穿透的雷射功率，經由LabVIEW程式及數據擷取卡存檔至電腦，如此可計算出穿透率。藉由長時間觀察穿透率，若透鏡無法承受2W的雷射功率，則穿透率會有突然的遽變。



圖3-24：量測鮑爾透鏡功率容忍度實驗裝置



透鏡對功率容忍度實驗結果如圖3-25，當入射功率為1瓦時，穿透率維持在56%，增加入射功率至2W後，穿透率亦保持在約55%，在過程中都沒有劇烈之變化，證明此商用鮑爾鏡片可以承受至少2W的雷射功率。

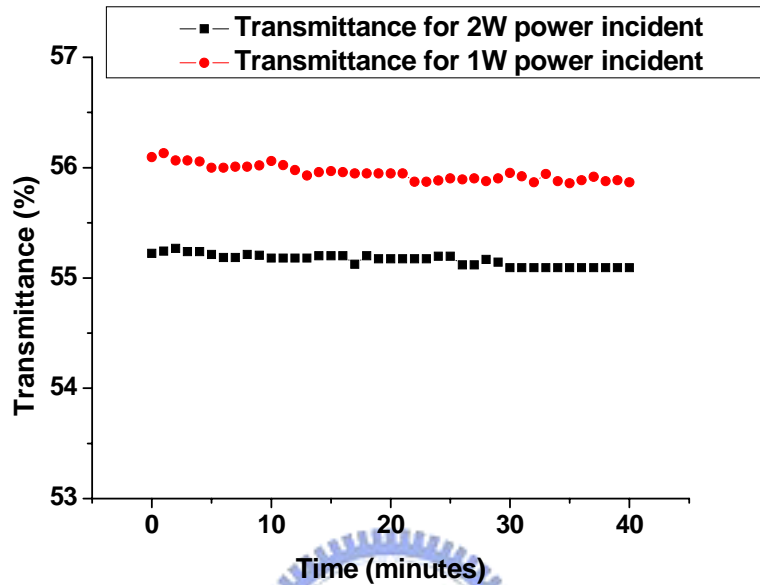


圖3-25：鮑爾透鏡對808雷射的穿透率

而穿透率之所以只有55%的原因在於出射之雷射光為發散之線形，迅速發散的結果造成被偵測的能量僅為線形之部分。見圖3-26之示意圖。

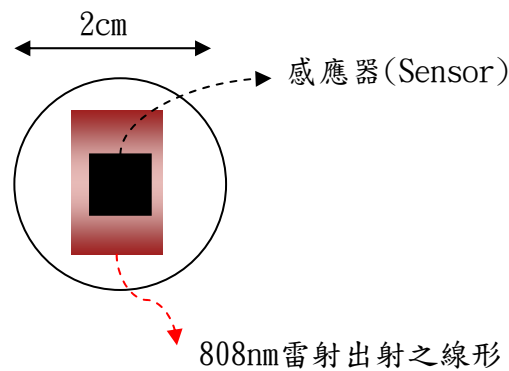


圖3-26：出射雷射在偵測器之線形示意

除此，我們也研究鮑爾透鏡對氦氖雷射的穿透率，裝置如圖3-27。與之前之比較，裝置僅將雷射換成氦氖雷射。

Newport 1830C  
光偵測器

鮑爾透鏡



氬氬雷射

圖3-27：測量鮑爾透鏡對氬氬雷射穿透率的實驗裝置圖

結果如圖3-28結果發現穿透率遠較波長為808nm之半導體雷射要來得高，表示鮑爾透鏡有針對氬氬雷射作AR(Anti-Reflection)鍍膜，穿透率大約在70%，過程中穿透率的變化原因在於氬氬雷射的功率不穩定所致。而穿透率僅有70%的原因也在於偵測器無法完全接收全部的光通量所造成。

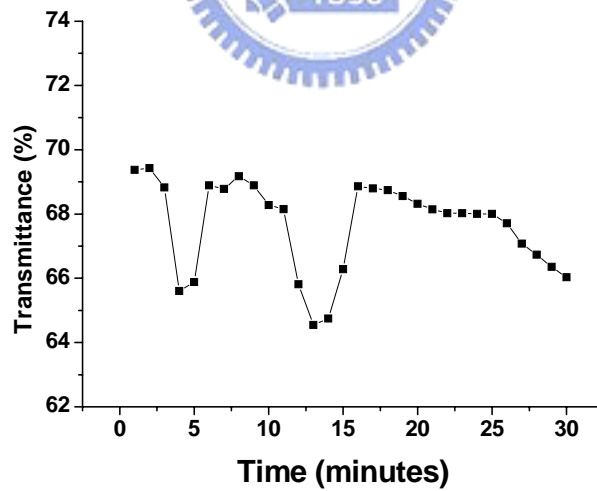


圖3-28：鮑爾透鏡對氬氬雷射的穿透率

接下來將分析透鏡相對於光源位置有旋轉或平移之情況下，整型元件在有效長度上均勻性的改變，圖3-29為透鏡偏離光軸的實驗數據。



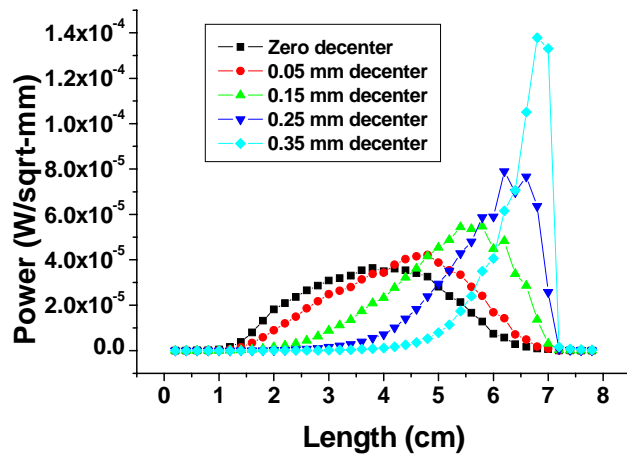


圖3-29： 鮑爾透鏡對偏移光軸的容忍度數據

結果顯示鮑爾透鏡對於偏移光軸的容忍度相當小，偏移量僅為0.35mm的情況下，均勻性及有效長度均都未能符合設計目標。表示鮑爾透鏡需要精準的校直以達到設計目標。

圖3-30為透鏡相對於光源旋轉的實驗結果，轉動的角度由1度至6度，其中可以顯示在轉角小於三度的情況下，均能符合設計的規格，但超過五度之後，線形的強度分佈已經偏向一邊，造成較差的均勻性。原因在於雷射光元為對稱形狀，以致若光源偏離透鏡中心，則會使原本設計透鏡的曲率半徑及非球面係數喪失均勻性整型的效果。整體而言，旋轉的容忍度優於偏移光軸之容忍度，表示光源的中心只要接觸到透鏡之尖點，則能達到可接受的整型效果。

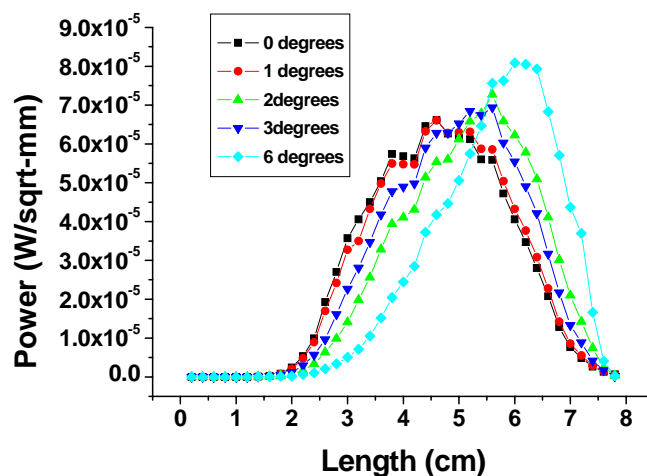


圖3-30： 鮑爾透鏡對旋轉軸心的容忍度數據

### 3-5 小結

在本章，我們分析兩個傳統上用來將雷射光整形為線型的單透鏡，分別為柱透鏡及鮑爾透鏡。由分析可知柱透鏡可定義出良好的線形之長度與寬度，但對於雷射光源的強度分佈無法有效控制，出射雷射光束強度分佈仍為高斯分佈，造成極差的均勻性。

另外的鮑爾透鏡可以將圓形光源整形為線形光束，而其最大的優點為強度分佈在線形長度方向具有優良的均勻性，徹底將原來的高斯分佈重新整形，足以提供線形雷射的應用。但此文獻所提及的光源是氦氖雷射，為低功率雷射，提供的應用有限，我們也嘗試將光源換成具有較高功率且波長532nm的雷射光源，經過替換光源之後，其均勻性降低了許多。

根據以上的研究，我們可以有以下結論，透鏡的曲率半徑會造就線形有效長度的發散程度，而均勻性主要是由錐形係數所掌控，此概念可以由成像光學所解釋，愈偏離光軸的光束入射至球面透鏡，則會在離透鏡面愈近之處與光軸相交，形成所謂之球差。為了消除球差，透鏡面必須引入非球面參數如非球面係數或錐形係數，在我們的案例中，我們利用錐形係數增大球差。我們可用 OSLO 模擬軟體求出像差的分布情況。透鏡設定及結構如圖 3-31：

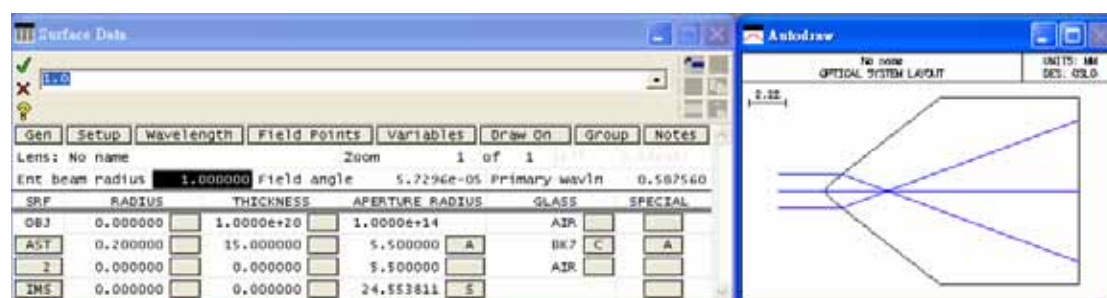


圖3-31： 鮑爾透鏡在OSLO的設定

像差的分析結果如圖3-32所示，結果顯示出球差要比其他像差要來的大。將原來中間強、周圍弱的雷射光束強度重新分布，藉此調整雷射出射光束的均勻性。

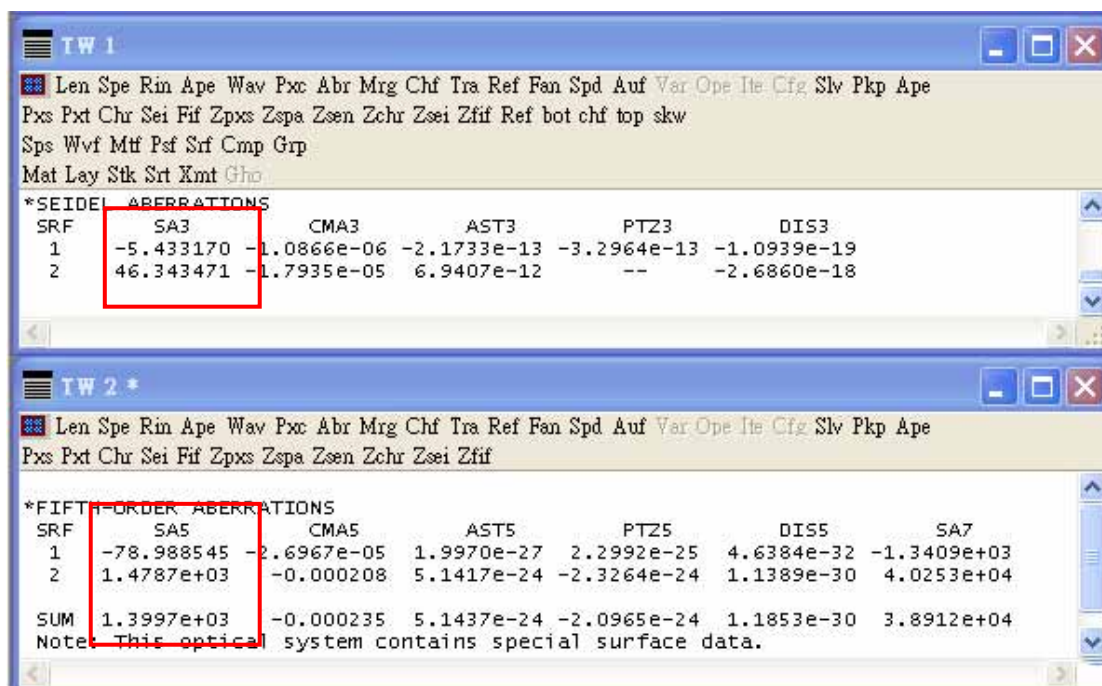


圖3-32：鮑爾透鏡的像差分析

鮑爾透鏡可以改變線形形狀之長度，但由於其面為非球柱面，曲率半徑只在一維方向具有變化，造成出射光束的寬度相等於入射雷射光束之直徑，表示鮑爾透鏡無法改變線形形狀的有效寬度。接下來，我們將設計雷射整形元件，其可用在532nm波長的高功率雷射，不但提供良好的均勻性，且可改變線形形狀的有效寬度小於入射光雷射的直徑。如此不僅可用在將形狀整形為線形，亦提供矩形形狀的出射雷射光源。

## 第四章 新元件概念與設計

在本論文中,我們著重於設計高功率線形的雷射整形元件。在本章,我們將針對前一章傳統雷射整形元件不足之處加以改善,入射光源空間及出射光源空間的條件再次說明如下:

入射雷射光源空間:

- (3) 入射光源中心波長: 523nm之氦氖雷射;
- (4) 光束半徑: 1.15cm;
- (5) 光能量及其光強度分布: 2W, 高斯分布;

出射光源空間的設計要求如下:

- (1) 工作距離: >50mm;
- (2) 形狀: 有效寬度為0.5mm, 有效長度為50mm;
- (3) 線光源光強均勻性: > 60%。

線形雷射提供許多應用,如3D物體檢測(見圖4-1),低溫多晶矽的退火處理、建築物的對準、及雷射切割技術等。在這些應用中,不僅要把圓形雷射整形為可定義長度與寬度之線形,也要求線形雷射在長度方向要具有優良的均勻性,如3D檢測,如果線形雷射光之強度分佈仍為高斯分佈,則回傳到偵測器的訊號亦會成中間強度較強,且往周圍遞減,造成在周圍的物訊號可能失真或是被忽略,使得檢測上的錯誤。所以在設計雷射整形的光學元件的同時,我們必須要時時檢查均勻性。

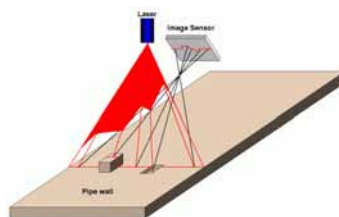


圖4-1: 3D物體檢測

## 4-1 柱面鮑爾透鏡之概念與模擬

由前章柱透鏡和鮑爾透鏡的研究及分析，發現兩者都可以達到線形雷射整形的目標。但是在有效寬度方面，柱透鏡可以達到較小的有效寬度。而鮑爾透鏡除非入射光直徑小於0.5mm，否則鮑爾透鏡則沒有辦法達到有效寬度為0.5mm。但是在均勻性方面，鮑爾透鏡可達近70%，遠較柱透鏡的效果好。

我們針對此二透鏡的互補特性結合，可做一個單透鏡(見圖4-2)。第一面是類似鮑爾透鏡的錐形面，具有相當大的彎曲度，目的在於使入射光束在透鏡內就聚焦，然後快速發散。與之前鮑爾透鏡最大之不同之處，在於將第二面設計為柱面，並且柱軸方向和第一面互相垂直，可用來壓縮有效寬度，藉由幾何光學設計柱面的曲率半徑，將聚焦位置設定為工作距離，就可以達到所欲設計的有效寬度，如此可以兩項優點都可以存在此單一透鏡之中，此一構想在目前已知的相關文獻與專利中未見提及，接下來的工作在於分析其實現的可能性。

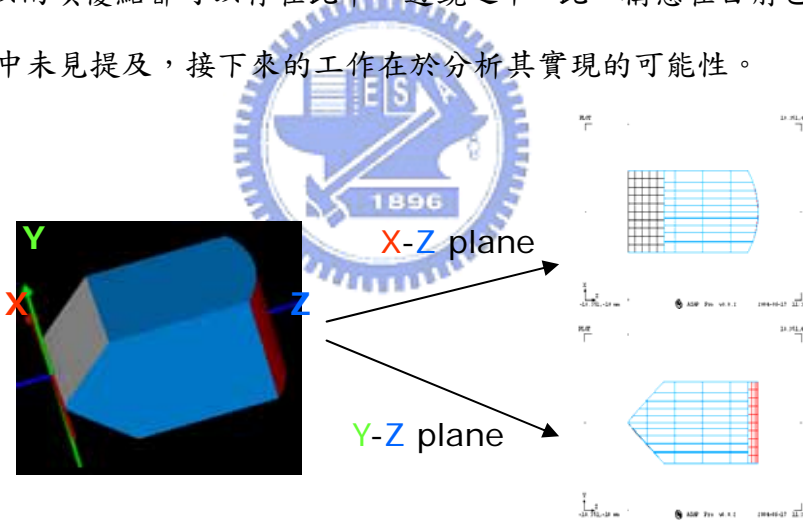


圖4-2：柱面鮑爾透鏡示意圖

### 4-1.1、幾何光學設計概念：

以下介紹柱面鮑爾透鏡的設計過程，內容包括如何將原來適用於氦氖雷射的鮑爾透鏡轉換成波長為532nm的高功率雷射，並增加均勻性。此外介紹柱面的曲率半徑設計過程，目的為在工作距離大於50mm處，可得有效長度及寬度分別為



50\*0.5mm<sup>2</sup>的線形，其有效寬度已經小於入射光雷射半徑，如圖4-3(a)：

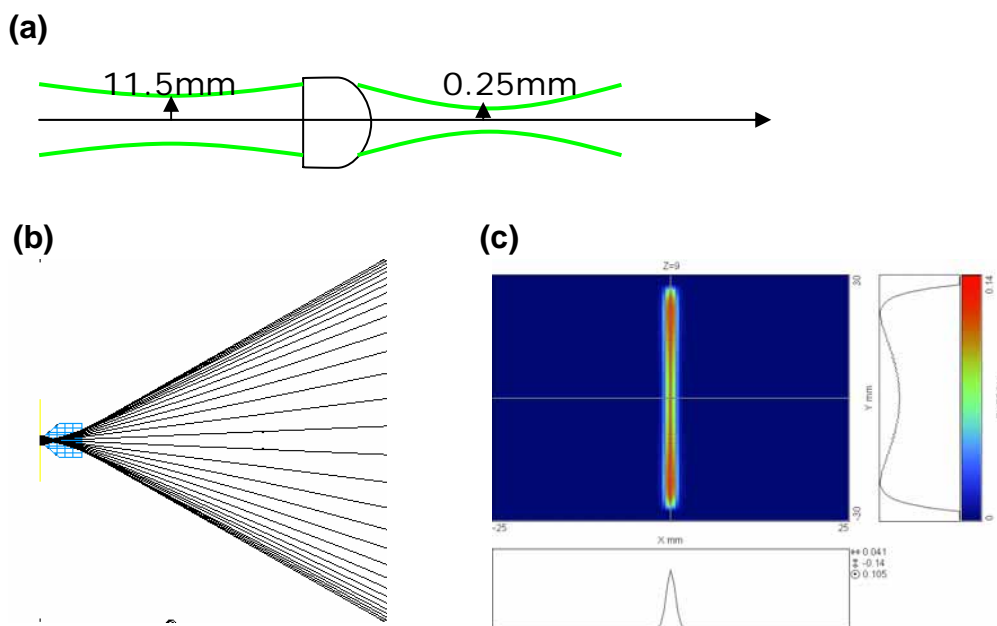
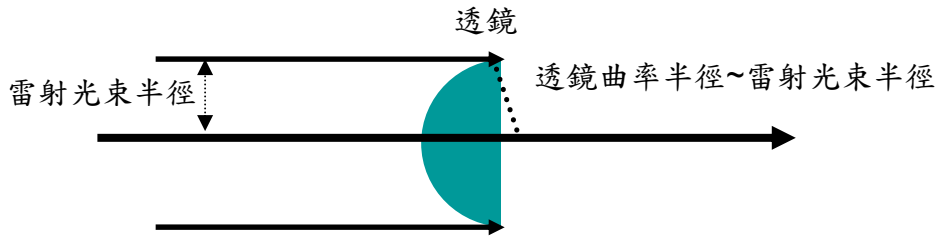


圖4-3：(a)：利用薄透鏡計算出所欲設計的柱面曲率  
(b)：鮑爾透鏡(第二面為平面)的模擬示意圖  
(c)：利用(b)的透鏡在z=100mm處的場形

步驟如下：

- (1) 決定對於入射雷射光束半徑為1.15cm且波長為532nm情況下的透鏡最佳曲率半徑：經過前一章鮑爾透鏡之模擬的參數設定，我們根據經驗可得知曲率半徑之值會接近入射雷射光束之半徑。因為雷射具有準直之特性，若所設計透鏡之曲率半徑約等於雷射之半徑時，雷射則可以涵蓋到整個彎曲球面的範圍(如圖4-4(a)所示)。加上錐面係數之修改，可達較好的能量重新分配。若是曲率半徑大於入射雷射之光束半徑，則多餘的曲面即使再使用錐面係數修改，入射雷射光束也無法碰觸到透鏡離軸曲面較彎曲處。

(a)



(b)

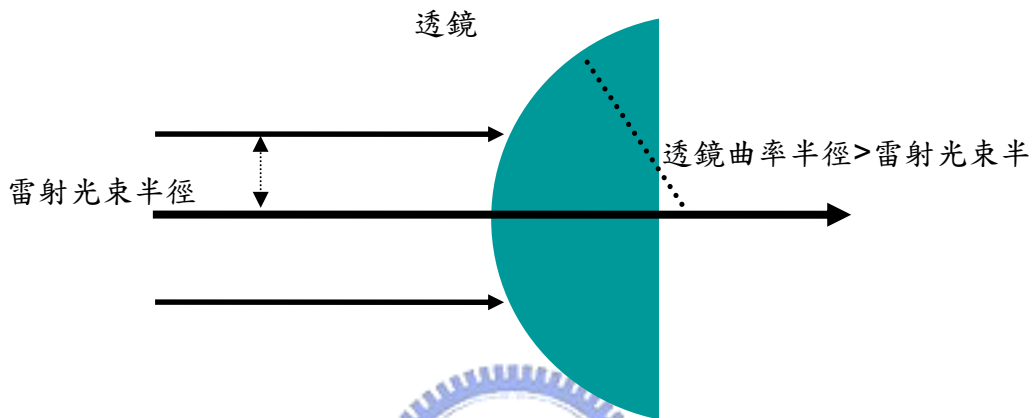


圖4-4：(a)雷射光半徑等於透鏡之曲率半徑示意圖  
(b)雷射光半徑等於透鏡之曲率半徑示意圖

故我們設定曲率半徑介於0.8mm至1.4mm之間。其第二面設定為平面，如圖4-3(b)。藉由調整透鏡的半徑曲率及錐形係數，控制出射光的均勻性。在我們的案例中，透鏡之最佳化參數為：曲率半徑為1.2mm且錐形係數為-2.8。在此條件下，出射光束可有出色的均勻性，如圖4-3(c)；

(2) 由(1)之透鏡參數找出有效長度為50mm的像平面位置：經過模擬結果像平面位置是在Z=90~100mm處，如圖4-5(a)，(b)；

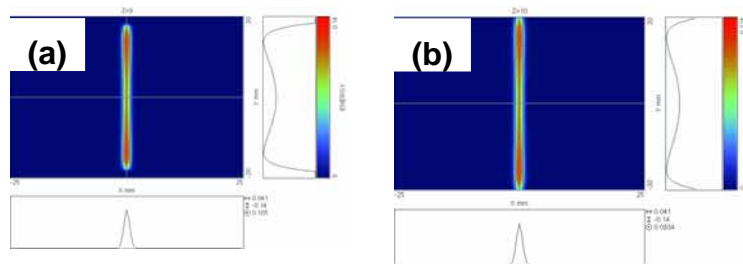


圖4-5：(a) z=90mm的光強度分佈  
(b) z=100mm的光強度分佈

(3) 決定柱面的曲率半徑：

- 假設像平面是在Z=90mm處，則像距為90-15=75mm(扣除透鏡厚度)；
- 放大率=像高除以物高=0.25/1.15=0.217=像距除以物距(得物距)；
- 由1/物距+1/像距=1/焦距(焦距=71.48mm)；
- 由薄透鏡理論：

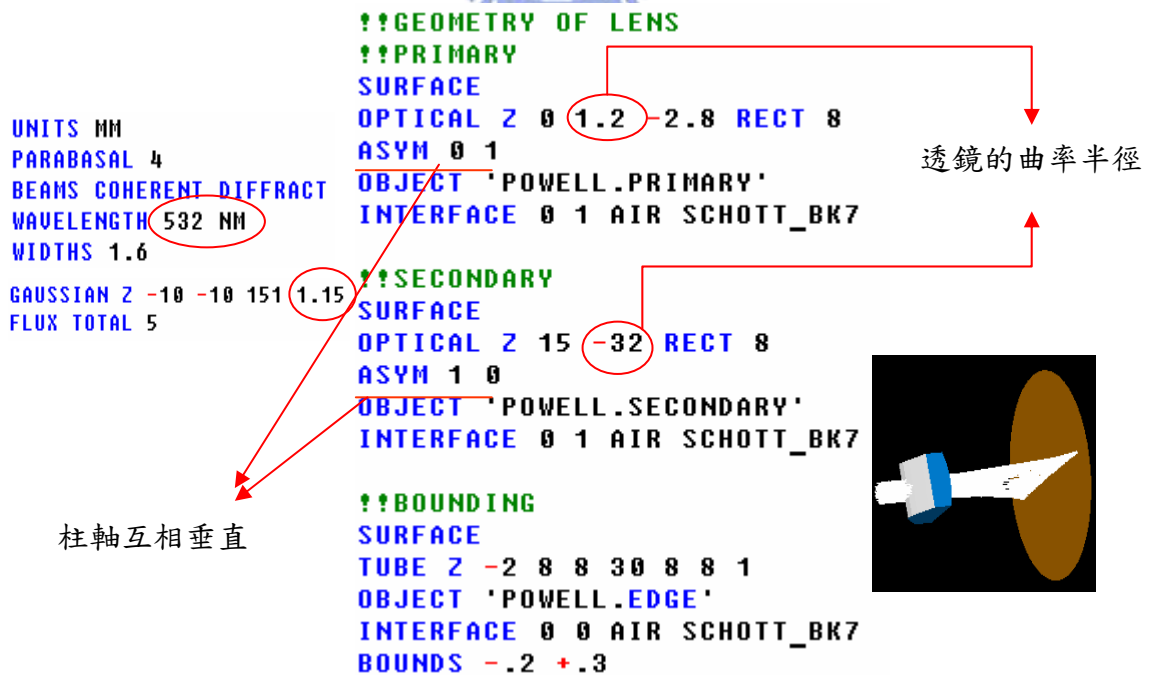
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4-1)$$

其中f為透鏡焦距，n為材料之折射率，R1、R2分別為透鏡第一面及第二面之曲率半徑。假設R1為平面，可得R2=-40mm。

- 為應用在高功率雷射，玻璃的材質定為fused silica。
- 將所得設計參數輸入模擬驗證，並稍微調整參數優化得R2=-32mm。

#### 4-1.2、ASAP的模擬與結果：

圖4-6為模擬柱面鮑爾透鏡的程式碼(亦見附錄D)：



```

!!GEOMETRY OF LENS
!!PRIMARY
SURFACE
OPTICAL 2 0 1.2 -2.8 RECT 8
ASYM 0 1
OBJECT 'POWELL.PRIMARY'
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT_BK7

!!SECONDARY
SURFACE
OPTICAL 2 15 -32 RECT 8
ASYM 1 0
OBJECT 'POWELL.SECONDARY'
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT_BK7

!!BOUNDING
SURFACE
TUBE 2 -2 8 8 30 8 8 1
OBJECT 'POWELL.EDGE'
INTERFACE 0 0 AIR SCHOTT_BK7
BOUNDS -.2 +.3

UNITS MM
PARABASAL 4
BEAMS COHERENT DIFFRACT
WAVELENGTH 532 NM
WIDTHS 1.6
GAUSSIAN Z -10 -10 151
FLUX TOTAL 5
    
```

柱軸互相垂直

透鏡的曲率半徑

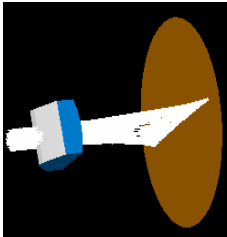


圖4-6：柱面鮑爾透鏡的程式碼



我們的設計希望將圓形雷射光束在光軸離透鏡頂點90mm處，可得 $50 \times 0.5 \text{mm}^2$ 的線形雷射光束分佈。模擬的結果如圖4-7(a)及(b)所示，由4-7(a)可發現在線形長度為50mm，且強度分佈已經由原來的高斯分佈重新整型為均勻的光束，均勻性可達90%，遠比鮑爾透鏡所提之均勻性要來的高。

由圖4-7(b)顯示出射雷射光寬度已經小於入射光直徑(2.3cm)，當強度達最大值一半時，其有效寬度為0.5mm，與設計的有效寬度將當接近。由此亦可得知由幾何光學出發的初階設計，可以藉由初階設計出發經過微調後，確實可以達到設計要求。

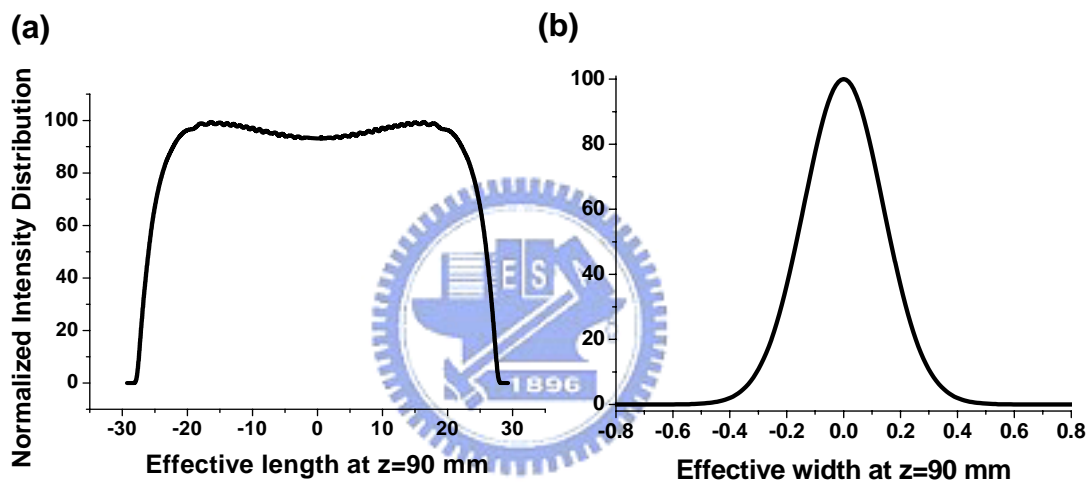


圖4-7：(a) 線形出射雷射在長度方向上的光強度分布  
(b) 線形出射雷射在寬度方向上的光強度分布

模擬的結果整理在表4-1，其中第一面之頂點設在原點(0,0,0)，光軸為Z方向，第一面的柱軸為沿Y軸，第二面的柱軸則是沿X軸方向。

像平面位置 (mm)	當均勻性達60%處的有效寬度(mm)	有效長度(mm)	有效長度方向上的均勻性(%)
Z=90	0.32	小於 50	70
Z=95	0.44	50	84
Z=100	0.56	50	88
Z=105	0.65	50	86
Z=110	0.76	50	86

表4-1：柱面鮑爾透鏡的模擬結果分析

#### 4-1.3、小結：

透鏡結構如上所說明的確可以達到設計規格的要求，其整理如下：

- (1) 有效長度達50mm以及均勻性大於60%之特性，可經由第一面完成良好的定義，有效寬度可經由第二面的效果達到0.5mm；
- (2) 因為在 $Z=90\text{mm}$ 處，有效長度約為50mm，造成均勻性較差；
- (3) 若要求在有效寬度的均勻性達60%以上，則工作距離最好距離透鏡頂點95~100mm；若不要求在有效寬度的均勻性達60%以上，則工作距離可以選在距離透鏡頂點90~95mm。



## 4-2 柱面鮑爾透鏡之延伸研究與設計

由4-1節之研究發現新設計的柱面鮑爾透鏡，不僅可將波長為532nm高功率圓形雷射光束整形為線形。在繞射極限的前提下，藉由控制第二面柱面之曲率半徑，可得比入射光束直徑小的線形光束。此外，在研究中的柱面鮑爾透鏡的均勻性甚至比鮑爾透鏡來得要高。由於所設計之柱面鮑爾透鏡適合用在高功率雷射整形元件，接下來我們嘗試改變柱面鮑爾透鏡的基本形狀，把第一面和第二面的對稱軸轉角，如此可適用在產線的工作，其中我們將討論九十度轉角的柱面鮑爾透鏡以及其他角度的柱面鮑爾透鏡，研究對於高功率雷射整形之影響。

### 4-2.1、彎角柱面鮑爾透鏡之說明：

在發展晶圓成份缺陷與雜質光學檢測技術中，為發展快速線掃描光致發光 (Photoluminescence, PL) 光譜影像檢測設備，需要設計及建立一高功率線型激發光源模組，使能夠以長線型雷射光源激發晶圓產生PL光譜信號。或是雷射切割產線中，由於使用之雷射源未必輕便，則我們需要修改之前所設計的雷射整形元件的出射光束方向。解決的一種方法是將雷射系統設置於產線的上方(如圖4-8)，將入射雷射光源導出與原來垂直九十度之方向，如此可以方便雷射儀器的設置。

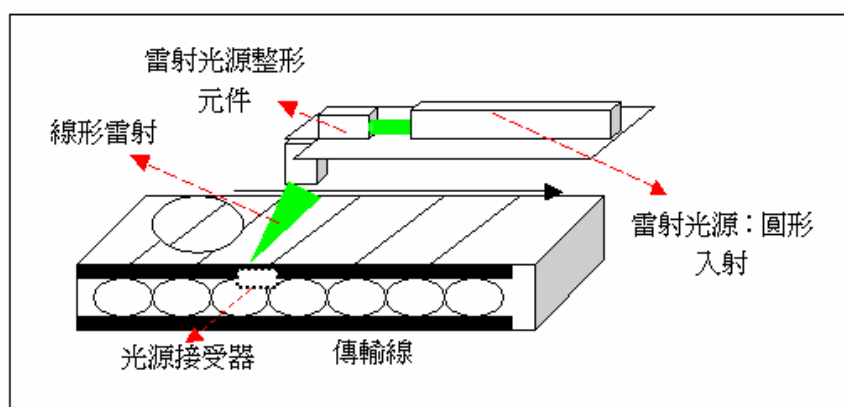


圖4-8：檢測系統示意圖

透鏡的第一面設計為錐形面(Conic section)，第二面則為壓縮有效寬度的球面或柱面(見圖4-9)，此方式適合穿透式的偵測，也就是把光源接收器置於晶圓的正下方直接接收穿透光的訊號進行分析。第二型的方式適合反射式的偵測。如圖4-10，設計是將入射雷射光的光行進方向轉角度，經晶圓反射之後，藉由光源接收器接收訊號進行分析(程式碼請見附件E)。

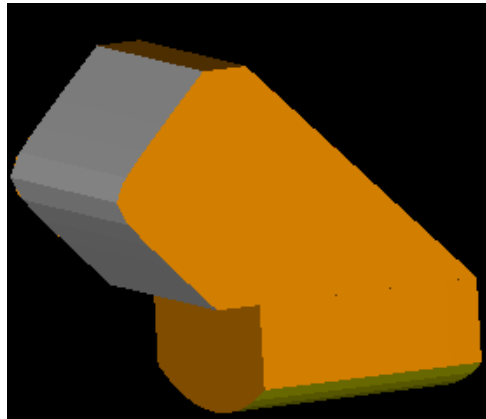


圖4-9：九十度彎角柱面鮑爾透鏡

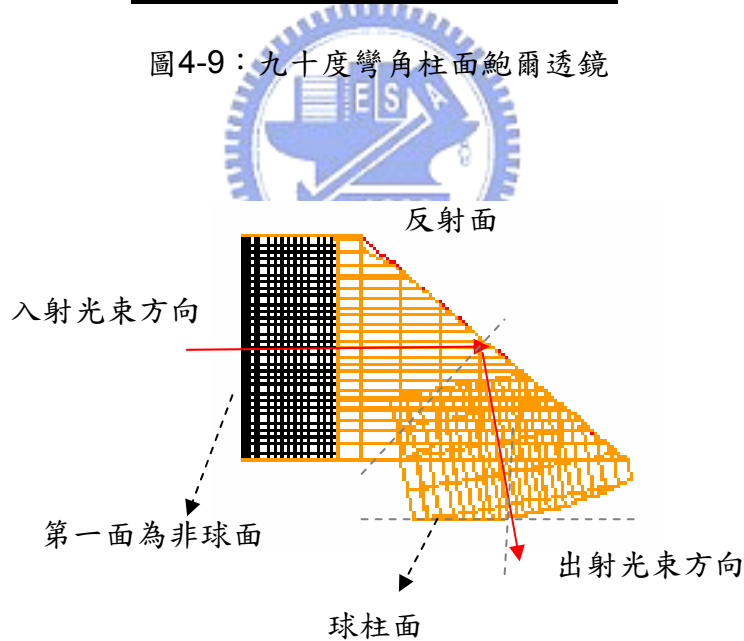


圖4-10：其他角度彎角柱面鮑爾透鏡示意圖

#### 4-2.2、模型建立之模擬：

接著將上述的透鏡參數輸入至ASAP並做初階的最佳化，程式碼請見附錄E，圖4-11及4-12分別為九十度彎角柱面鮑爾透鏡及其他轉角柱面鮑爾透鏡的模擬程式碼：

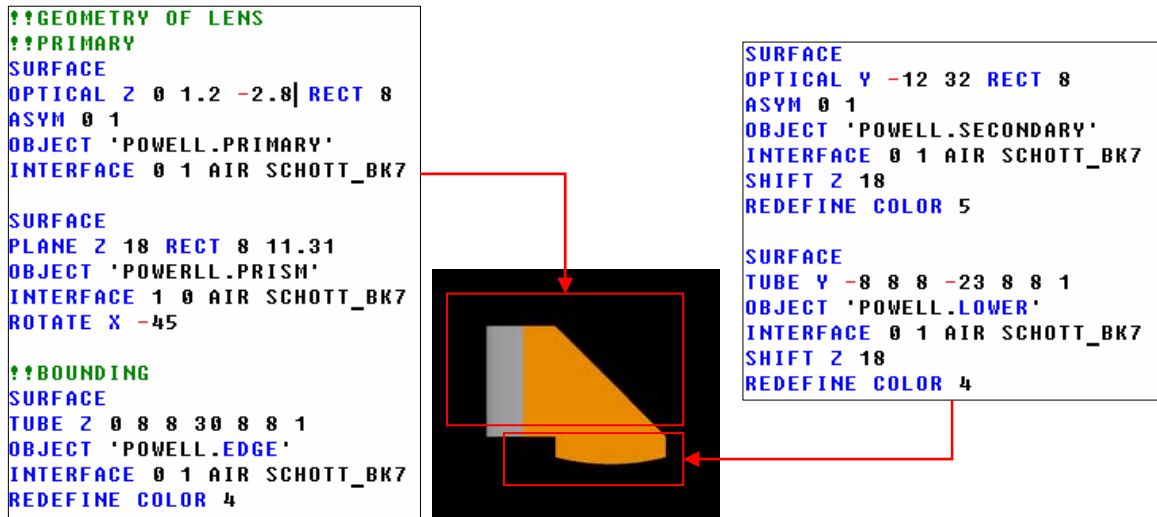


圖4-11：九十度彎角柱面鮑爾透鏡的程式碼

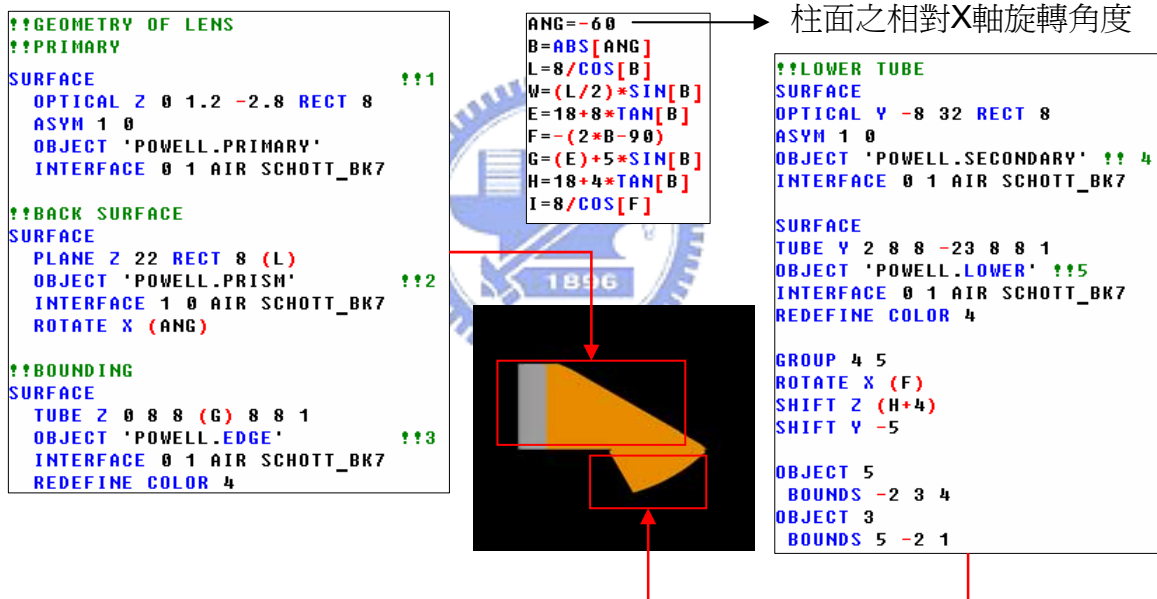


圖4-12：其他角度彎角柱面鮑爾透鏡的程式碼

#### 4-2.3、九十度彎角柱面鮑爾透鏡之模擬結果：

模型建立後，我們仍然使用波長為532nm且光腰為2.3cm的高功率雷射作為光源。由於彎角柱面鮑爾透鏡的主要目的在改變光束的出射方向，現在像平面已和原來之光軸相差九十度，為在Y軸方向。模擬結果如表4-2：

像平面位置 (mm)	當均勻性達60%處 的有效寬度(mm)	有效長度(mm)	有效長度方向上 的均勻性(%)
Y=-80	0.16	~48	忽略
Y=-85	0.28	50	85
Y=-90	0.4	50	87
Y=-95	0.5	50	85
Y=-100	0.60	50	84
Y=-105	0.70	50	83
Y=-110	0.79	50	82

表4-2：九十度彎角柱面鮑爾透鏡的模擬結果分析

由數據可以得到以下結論：

- (1) 入射雷射經過與原來傳播方向90度的改變後，在像平面上Y=-80mm處可以達到所需的線形要求；
- (2) 所設計的透鏡均可使出射光束的均勻性達85%；
- (3) 若要求在有效寬度的均勻性達60%以上，則工作距離可以設定距離在Y=-95毫米至Y=-100mm處，在超過Y=-100mm處，必需在像平面前加上一明確定義出 $50*0.5\text{mm}^2$ 的孔徑光欄。

#### 4-2.4、其他彎角度柱面鮑爾透鏡之模擬結果：

模擬之結果如表4-3，其中環境設定參數仍然和先前完全相同：

彎角 角度	像平面位置 (mm)	當均勻性達60%處 的有效寬度(mm)	有效長度 (mm)	有效長度方向上 的均勻性(%)
40°	Y=-90	0.34	50	88
	Y=-100	0.56	50	84
	Y=-110	0.75	50	82
	Y=-120	1	50	81
30°	Y=-80	0.42	50	72
	Y=-90	0.69	50	74
	Y=-100	0.98	50	77

表4-3：其他彎角柱面鮑爾透鏡的模擬結果分析

由數據可以得以下結論：

- (1) 入射雷射經過與原來傳播方向40度與30度的改變後，像平面均在小於Y=-90mm處的位置時便可達到所需的線形要求；
- (2) 若要求在有效寬度的均勻性達60%以上，則工作距離可以設定距離在Y=-80與Y=-90mm處，其在有效長度的均勻性亦可達72%以上；
- (3) 30度彎角的透鏡，由於光束經過彎角之後，改變線形的分布，如圖4-13，造成均勻性較差，在此結構最好在像平面前加上定義良好邊界的線形孔徑；
- (4) 在轉角小於20度之後，發散的雷射光會接觸到透鏡的邊緣，不但使均勻性降低，更直接的造成出射線形雷射光的功率變低，故彎角的適用範圍是在90度至20度。

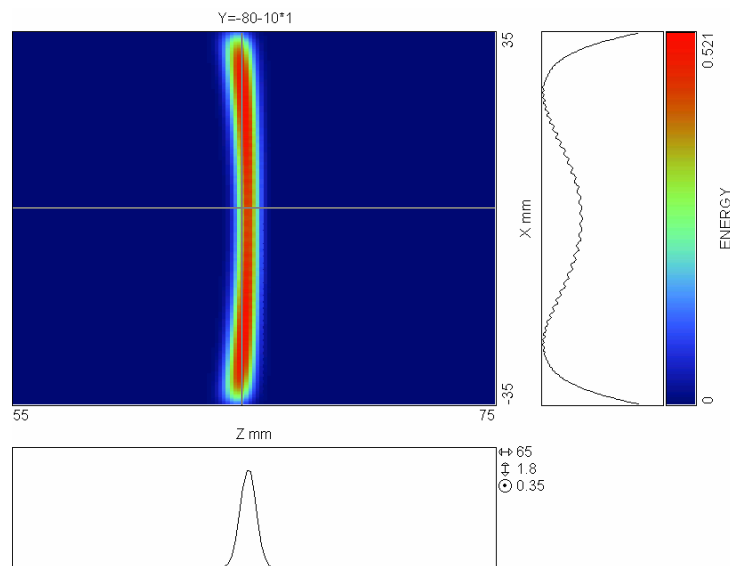


圖4-13：30度彎角柱面鮑爾透鏡在像平面的線形分佈

### 4-3 柱面鮑爾透鏡之容忍度模擬分析

接續以上的透鏡設計分析之後，設計的透鏡確可實現在像空間的線型雷射光源之出射光束。接下來，我們將研究新設計透鏡的容忍度分析，內容包括以下兩類：

- (1) 透鏡參數的容忍度分析：包括曲率半徑、錐形係數、厚度，討論在製造過程中的誤差對於透鏡表現影響的程度，或者說，我們藉由分析透鏡的參數容忍度，可以規範透鏡參數的製造誤差條件；
- (2) 透鏡錯位的容忍度分析：項目包括透鏡的旋轉及偏心，目的在於分析透鏡經過對位(Alignment)後，影響像空間雷射均勻性的程度，結果可以顯示出透鏡在擺置時要注意的重要因素。

#### 4-3.1、透鏡參數的容忍度分析：

##### (1) 透鏡的曲率半徑及錐形係數之容忍度：

- 曲率半徑：調整曲率半徑由 0.9 至 1.4mm，每隔 0.05mm 分析透鏡的均勻性，結果如圖 4-14 之右方，顯示曲率半徑在 0.95 至 1.35 之間の出射雷射均勻性均大於 60%，在 1.1 至 1.25 之間時，均勻性亦可達 80%。
- 錐形係數：錐形係數的改變範圍是由 -3.4 至 -1.4，間隔為 0.1，結果如圖 4-14 之左方，結果顯示錐形係數在 -1.4 到 -2.8 之間時，均勻性為等差增加，但在 -2.8 到 -3.5 之間卻是快速下降，原因在於錐形係數小於 -2.8 之後，透鏡對於整型的能力已經下降，出射光束的形狀隨著係數減小而接近高斯強度，所以錐形係數之製造範圍最好是在 -2.4 至 -2.8 之間。



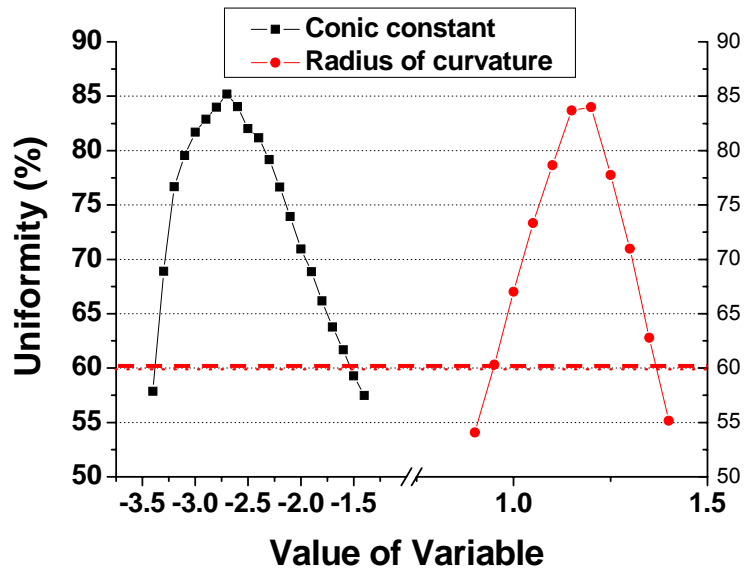


圖4-14：柱面鮑爾透鏡之曲率半徑與錐形係數的容忍度

- (2) 透鏡的厚度容忍度：將透鏡厚度設為 8 至 29mm，間隔為 1mm，結果如圖 4-15，發現透鏡厚度對於均勻性的影響甚小，在 15mm 後迅速下降的原因在於經過透鏡第一面發散之線形有效長度，已經碰觸到透鏡的邊緣並提早出射，導致均勻性迅速降低。

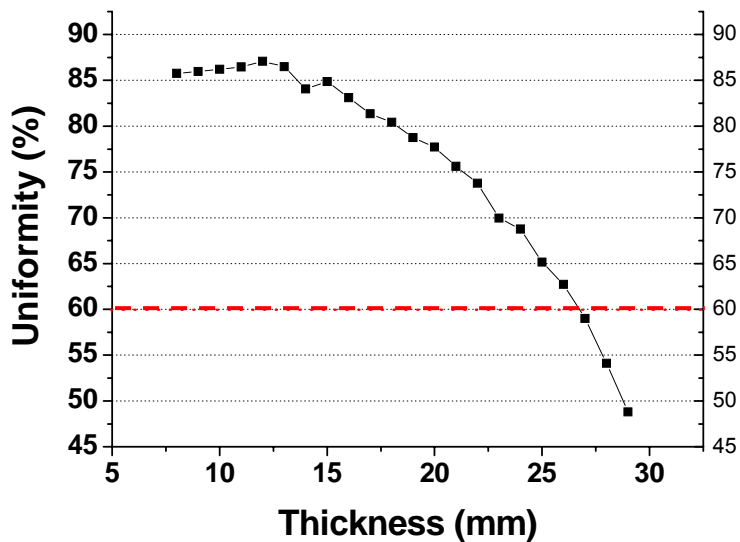


圖4-15：柱面鮑爾透鏡之厚度容忍度

### 4-3.2、透鏡錯位的容忍度分析：

(1) 透鏡旋轉容忍度分析：透鏡的旋轉軸可分為 x 軸及 y 軸，如圖 4-16(a)及(b)所示。分析結果如圖 4-17，顯示透鏡相對於 x 軸旋轉的容忍度較高，旋轉至 25 度之後仍能保持近 70%的均勻性，遠較相對 y 軸旋轉的容忍度高出一倍以上。

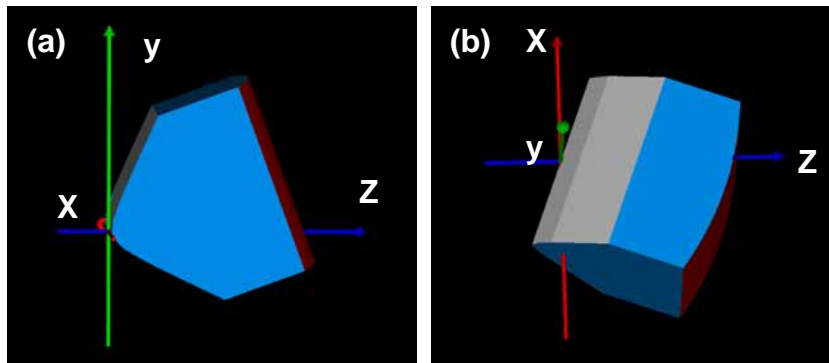


圖4-16：(a) 以x軸為旋轉軸的容忍度分析  
(b) 以y軸為旋轉軸的容忍度分析

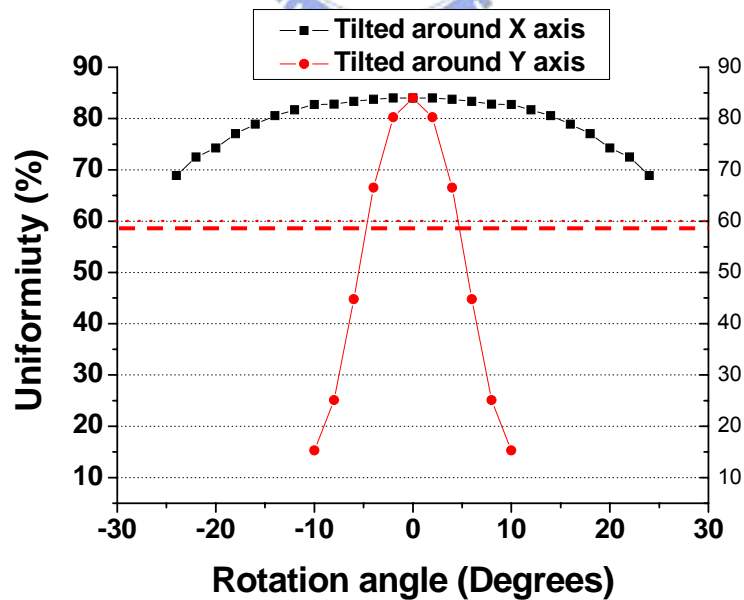


圖4-17：柱面鮑爾透鏡對於X及Y軸旋轉之厚度容忍度

(2) 透鏡偏心容忍度分析：偏心的設定主要將透鏡沿 y 軸移動，結果如圖 4-18 所示，顯示透鏡的偏心容忍度很差，可接受容忍度為 0.125mm，說明了透鏡在擺位時，偏心的影響大於旋轉，需要特別的注意。

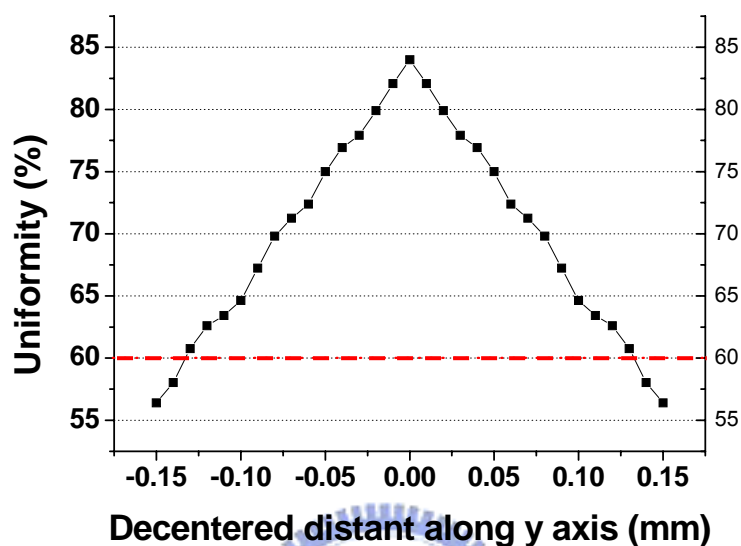


圖4-18：柱面鮑爾透鏡相對於Y軸偏心之厚度容忍度

以上的分析可了解柱面鮑爾透鏡的容忍度範圍，重新整理如表 4-4，結果也可發現柱面鮑爾透鏡的容忍度高於鮑爾透鏡，以目前製造的技術，可提供的容忍度已經相當足夠，但透鏡擺置的偏心容忍度條件是相當嚴苛。

項目	名稱	最佳值	容忍度	備註
透鏡 參數	曲率半徑(mm)	1.2	±1.5	
	錐形係數	-2.8	+1.4~-0.2	
	厚度(mm)	15	±7	
透鏡 對位	X 軸旋轉(Degrees)	0	±25	
	Y 軸旋轉(Degrees)	0	±5	
	Y 軸偏心(mm)	0	±0.12	

表 4-4：柱面鮑爾透鏡的容忍度整理表

#### 4-4 小結

在本章，我們根據之前的研究，分別結合柱面鏡以及鮑爾透鏡的優點，設計了柱面鮑爾透鏡。透鏡的第一面針對波長為 532nm 高功率的雷射，優化鮑爾透鏡的參數，第一面的非球面作用在於重新將高斯強度分佈的雷射光源打散，重新整型為均勻強度分佈並提供有效長度之出射線形雷射；第二面的柱面，其柱軸和第一面的柱軸互相垂直，藉由近軸計算可設計符合不同工作距離及有效寬度的線形出射雷射。此外由於另外優化透鏡的厚度，也增加了透鏡整型雷射的均勻性。

此外，我們也提供了針對不同功用的彎角型透鏡，並擁有良好的均勻性及邊界定義。柱面鮑爾透鏡的容忍度分析說明了透鏡對位的重要性在於透鏡對於光源偏心，而柱面鮑爾透鏡對於旋轉錯位的容忍性較大。



## 第五章 柱面鮑爾透鏡內的波光學探討

由幾何光學之概念來說明柱面鮑爾透鏡，入射光束會在透鏡內聚焦之後發散，發散光束形成線形之有效長度。此外，近軸光束會在較靠近透鏡頂點處聚焦，較離軸的光束會在離透鏡頂點較遠處聚焦，光束在聚焦後迅速發散，此現象造就了出射線形有效長度的良好均勻性，但是在此僅用光束光學說明，未涉及相位的討論。

雷射光源具有同調性的特性，相位是個很重要的因素。在通過介質之後，波前會因光程之不同因而變形，在出射雷射空間最後之成像面上，要有均勻分佈之雷射光，相位的一致性是必須的。換言之，我們需要一個平坦且夠大的等相位面。在我們所設計的柱面鮑爾透鏡中，物空間的雷射光源會在透鏡中聚焦。由於光程之不同，在焦點附近，會因為相位的不同造成建設性干涉或是破壞性干涉。經過之前的幾何光學討論之後，我們亦關心在透鏡內的波光學之探討，藉由光強度及相位討論均勻性及線形分布的原因。



$$s - f = -\vec{q} \cdot \vec{R}, \quad (5-2)$$

$$dS = f^2 d\Omega, \quad (5-3)$$

其中  $\vec{q}$  為  $OQ$  方向的單位向量， $d\Omega$  為由  $O$  點至波前  $dS$  所張開的立體角，結合(5-2)及(5-3)式，可將(5-1)式表示為：

$$U(P) = -\frac{i}{\lambda} A \iint_{\Omega} e^{-ik\vec{q} \cdot \vec{R}} d\Omega. \quad (5-4)$$

重新將  $P$  點座標定義為  $(x, y, z)$  及  $Q$  點座標為  $(\xi, \eta, \zeta)$ ，如圖 5-3，並可寫為：

$$\begin{aligned} \xi &= a\rho \sin\theta, \quad \eta = a\rho \cos\theta, \\ x &= r \sin\psi, \quad y = r \cos\psi, \end{aligned} \quad (5-5)$$

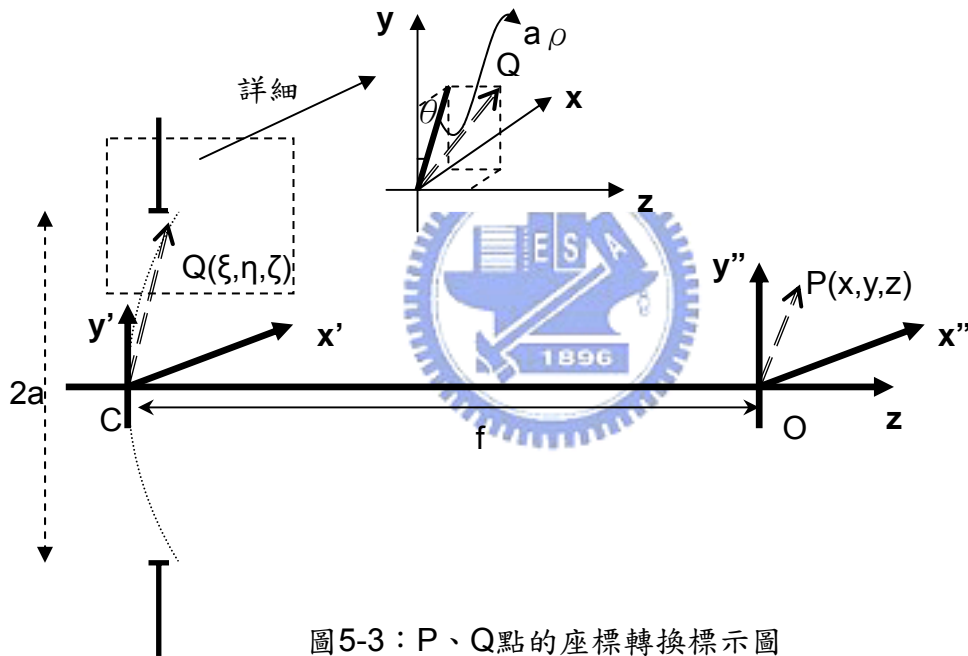


圖5-3：P、Q點的座標轉換標示圖

則：

$$\zeta = -\sqrt{f^2 - a^2 \rho^2} = -f \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{a^2 \rho^2}{f^2} + \dots \right], \quad (5-6)$$

$$\vec{q} \cdot \vec{R} = \frac{x\xi + y\eta + z\zeta}{f} = \frac{a\rho \cos(\theta - \psi)}{f} - z \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{a^2 \rho^2}{f^2} + \dots \right], \quad (5-7)$$

為了簡化(5-7)式，引入  $u, v$  做變數變換：



$$\begin{cases} u = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{f}\right)^2 z \\ v = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{f}\right) r = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a}{f} \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases} \quad (5-8)$$

由(5-8)可替換(5-7)和(5-3)式，其中  $u$  可代表柱座標之  $z$  方向，而  $v$  可用於表示柱座標的徑向方向大小，亦即  $\sqrt{x^2 + y^2}$ ：

$$\mathbf{k}\bar{\mathbf{q}} \cdot \bar{\mathbf{R}} = v\rho\cos(\theta - \psi) - \left(\frac{f}{a}\right)^2 u + \frac{1}{2} u\rho^2, \quad (5-9)$$

$$d\Omega = \frac{dS}{f^2} = \frac{a^2 \rho d\rho d\theta}{f^2}. \quad (5-10)$$

將(5-9)、(5-10)式代入(5-4)式可得：

$$\begin{aligned} U(P) &= -\frac{i}{\lambda} \frac{a^2 A}{f^2} e^{i\left(\frac{f}{a}\right)^2 u} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \exp\{-i[v\rho\cos(\theta - \psi) + \frac{1}{2} u\rho^2]\} \rho d\rho d\theta \\ &= -\frac{2\pi i a^2 A}{\lambda f^2} e^{i\left(\frac{f}{a}\right)^2 u} \int_0^1 J_0(v\rho) e^{-\frac{1}{2} u\rho^2} \rho d\rho \end{aligned} \quad (5-11)$$

$J_0(v\rho)$  為零階的 Bessel 方程，說明了光強度在焦點位置之  $XY$  平面的分佈。而指數項為沿光軸方向上的光強度分佈。

對(5-11)的積分項將指數項再分解為  $\cos\left(\frac{1}{2} u\rho^2\right) - i\sin\left(\frac{1}{2} u\rho^2\right)$  後，可得：

$$2 \int_0^1 J_0(v\rho) e^{-\frac{1}{2} iu\rho^2} \rho d\rho = C(u, v) - iS(u, v) \quad (5-12)$$

其中：

$$\begin{aligned} C(u, v) &= 2 \int_0^1 J_0(v\rho) \cos\left(\frac{1}{2} u\rho^2\right) \rho d\rho \\ S(u, v) &= 2 \int_0^1 J_0(v\rho) \sin\left(\frac{1}{2} u\rho^2\right) \rho d\rho \end{aligned} \quad (5-13)$$

考慮在焦點前後位置之  $XY$  平面上，則  $\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \ll 1$  (由(5-8)可換算為  $\left|\frac{u}{v}\right| < 1$  的

條件下)，加上 Bessel 方程的關係式： $\frac{d}{dx} [x^{n+1} J_{n+1}(x)] = x^{n+1} J_n(x)$  和部份積分，

可將(5-13)整理成：

$$\begin{aligned}
C(u, v) &= \frac{2}{v} \int_0^1 \frac{d}{d\rho} [\rho J_1(v\rho)] \cos\left(\frac{1}{2}u\rho^2\right) d\rho = \frac{2}{v} [J_1(v) \cos\frac{1}{2}u + \int_0^1 \rho^2 J_1(v\rho) \sin\left(\frac{1}{2}u\rho^2\right) d\rho] \\
&= \frac{\cos\frac{1}{2}u}{\frac{1}{2}u} \left[ \left(\frac{u}{v}\right) J_1(v) - \left(\frac{u}{v}\right)^3 J_3(v) + \dots \right] + \frac{\sin\frac{1}{2}u}{\frac{1}{2}u} \left[ \left(\frac{u}{v}\right)^2 J_2(v) - \left(\frac{u}{v}\right)^4 J_4(v) + \dots \right] \\
&= \frac{\cos\frac{1}{2}u}{\frac{1}{2}u} U_1(u, v) + \frac{\sin\frac{1}{2}u}{\frac{1}{2}u} U_2(u, v) \tag{5-14}
\end{aligned}$$

同理：

$$S(u, v) = \frac{\sin\frac{1}{2}u}{\frac{1}{2}u} V_1(u, v) - \frac{\cos\frac{1}{2}u}{\frac{1}{2}u} V_2(u, v) \tag{5-15}$$

在(5-14)及(5-15)式之中，已用 Lommel 多項式(5-16)式來簡化表示式。

$$\begin{aligned}
U_n(u, v) &= \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{u}{v}\right)^{n+2s} J_{n+2s}(v) \\
V_n(u, v) &= \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{v}{u}\right)^{n+2s} J_{n+2s}(v)
\end{aligned} \tag{5-16}$$

### 5-1.1、焦點附近的光強度(Intensity)分佈：

光強度分佈為振幅的平方，表示為  $I = |U|^2$ ，光強度分佈可由(5-14)表示為：

$$I(u, v) = \left(\frac{2}{u}\right)^2 [U_1^2(u, v) + U_2^2(u, v)] I_0 \tag{5-17}$$

其中  $I_0 = \left(\frac{\pi a^2 |A|}{\lambda f^2}\right)^2$ 。由(5-16)可知  $U_1(-u, v) = -U_1(u, v)$ ， $U_2(-u, v) = U_2(u, v)$ 。換言之，在焦平面前後的光強度分佈為對稱於焦平面。亦即光強度分佈對稱於光

軸。而在焦點位置上  $z=0=u$  之情況下：

$$I(0, v) = 4 \lim_{u \rightarrow 0} \left[ \frac{U_1^2(u, v) + U_2^2(u, v)}{u^2} \right] I_0 \tag{5-18}$$

加上 Lommel 多項式的條件：

$$\lim_{u \rightarrow 0} \left[ \frac{U_1(u, v)}{u} \right] = \frac{J_1(v)}{v}, \quad \lim_{u \rightarrow 0} \left[ \frac{U_2(u, v)}{u} \right] = 0. \quad (5-19)$$

(5-18)式可表示為：

$$I(0, v) = \left[ \frac{2J_1(v)}{v} \right]^2 I_0. \quad (5-20)$$

推導出的(5-20)式和圓形孔徑光欄的 Fraunhofer 繞射結果相同，其繪出的圖形見圖 5-4。

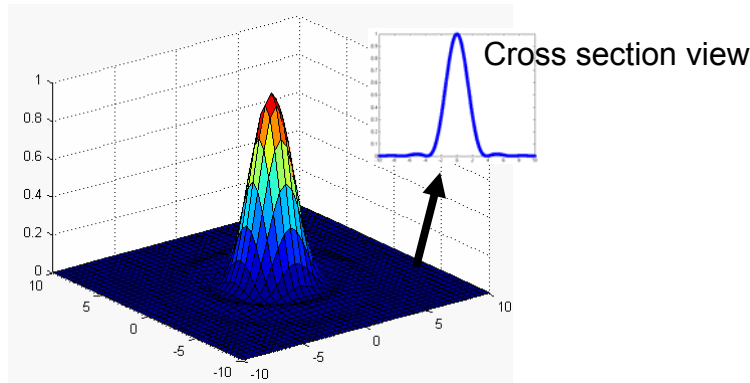


圖5-4：理論上焦點附近之光強度分佈

### 5-1.2、模擬在焦點上的光強度(Intensity)分佈：

#### (1) 不同錐面係數焦點位置之討論：

針對前面的解析討論，我們以ASAP模擬驗證。我們取 $C_1=1.2$ ， $C_2=0$ 之球面透鏡，透鏡的焦點位置可由幾何光學的近軸成像公式(3-14)式計算：

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( C_1 - C_2 + \frac{d(n-1)C_1C_2}{n} \right) = (1.516-1) \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{\infty} \right) = 0.43$$

亦即焦距 $f$ 為2.33mm。

考慮近軸的情況下，接下來我們將針對不同錐面係數之正透鏡對於雷射光源及普通平行光源的焦點位置模擬。如圖 5-5 所示，當光源為平行光源且錐面係數等於零時，焦距為 2.7mm，接近於理論值。當光源為雷射光源且錐面係數等於零時，其焦距為 3.47mm，其值和理論值有些差距。原因在於理論之計算為考慮平行光，但現在所使用的光源為雷射光，具有發散之特性，造成焦距會離理論值要來得遠。兩者相同的地方在於，當錐面係數越小時，焦點位置也就越靠近透

鏡之第一面。

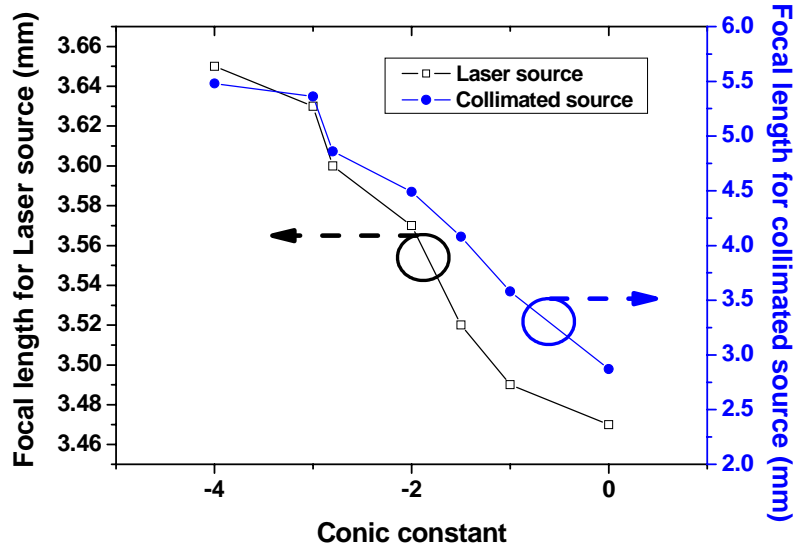


圖5-5：不同錐面係數之焦距

(2) 柱面鮑爾透鏡在焦點位置之光強度：

回到前章所設計之柱面鮑爾透鏡之分析，其曲率半徑為 1.2mm，錐面係數為-2.8，發現焦點位置是在離透鏡頂點 3.6mm 之處。見圖 5-6 及 5-7，當越靠近焦點處，則零階之光強度也就越高，且光束半徑也就隨之縮小，經過焦點後可發現光束半徑發散程度較焦點前的來得大，形成線形之有效長度。

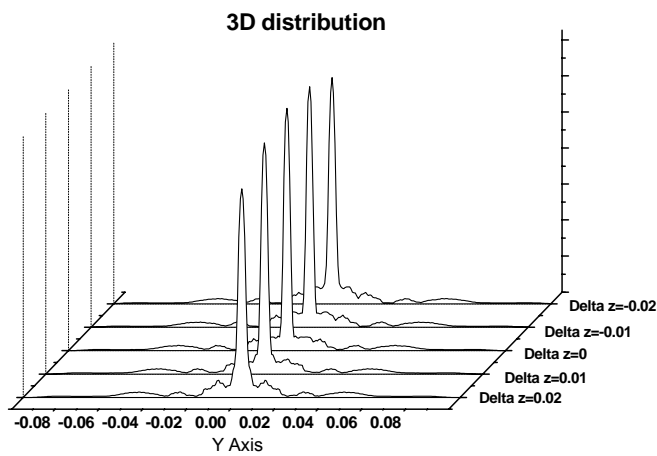


圖5-6：透鏡前未加孔徑光欄在焦點前後之三維光強度分佈

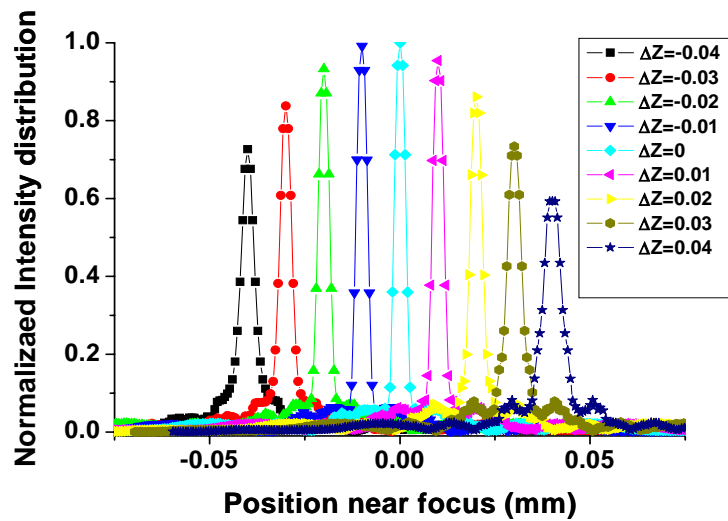


圖5-7：透鏡前未加孔徑光欄在焦點前後之二維光強度分佈

焦距之位置和由幾何光學公式結果之不同。造成的原因在於雷射光束到透鏡頂點的光源並非完全為準直平行光，且雷射光具有發散性質，造成焦點位置會較普通平行入射光束來的遠。

在未加上孔徑的情況下，我們分析在焦點位置的光強度分佈情況。由(5-20)式可得理論在柱面鮑爾透鏡焦點位置的光強度分佈(見圖 5-8)，其中也包括模擬的結果。

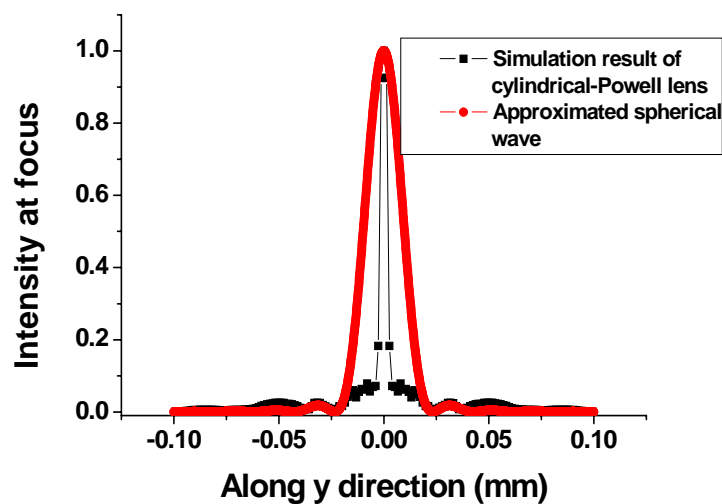


圖5-8：焦點位置之光強度分佈

由圖 5-8 結果發現光強度在第一階零點位置及強度分佈相當一致，在模擬的

情況下，所得的焦點大小要比理論上要來的小，但是在模擬上第零階亮點的兩旁仍有微弱強度分佈，加上此寬度，會和理論上的第零階亮點的寬度相同。

模擬及理論上第零階亮點分佈不同的主要原因在於柱面鮑爾透鏡的第一面為非球面，僅具有一個方向的光焦度。理論推導是針對球面透鏡，差異由此產生。所造成的焦點成為線狀(如圖 5-9 所示)。

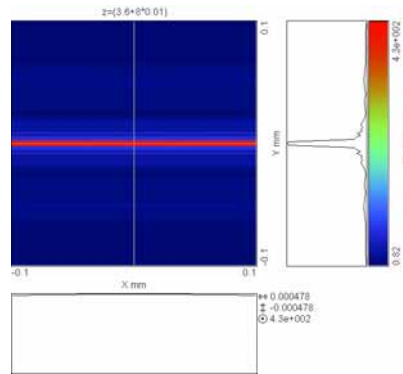


圖5-9：焦點位置之光強度分佈

### (3) 柱面鮑爾透鏡前加上孔徑光欄之光強度：

雖然鮑爾透鏡為柱非球面透鏡，但在近軸的條件下，其非球透面可以視為球面，於是我們嘗試在透鏡前加上一個孔徑光欄(如圖 5-10 所示)，目的在阻擋非近軸之光源，我們預期前述理論可用來驗證一維方向上的強度分布情況。

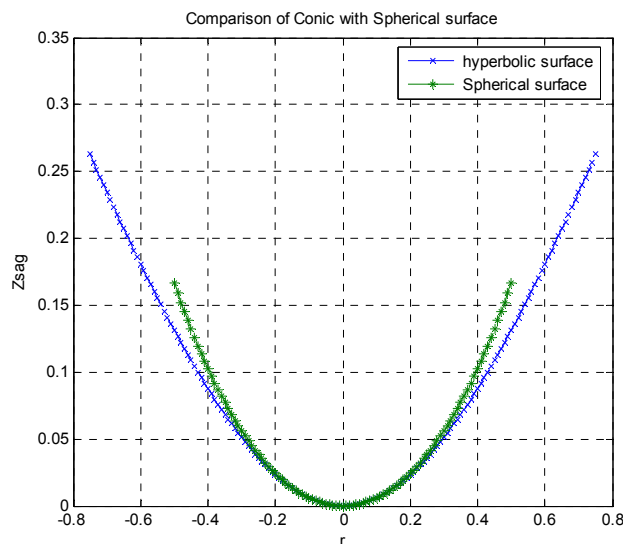


圖5-10：鮑爾透鏡及球面鏡之差異

底下我們分別討論孔徑光欄的半徑為 1cm、0.5cm、0.25cm 以及 0.1cm 之結果。如圖 5-11 所示。當加上半徑為 1cm 及 0.5cm 之孔徑光欄後，其光強度分佈和球面波在焦點位置之分佈會有差異。但當孔徑光欄半徑為 0.25cm 以及 0.1cm 時，模擬的結果與球面波傳播之焦點位置之結果相同。表示圖 5-8 所表示第零階亮點寬度之差異是由於非球面所引起。

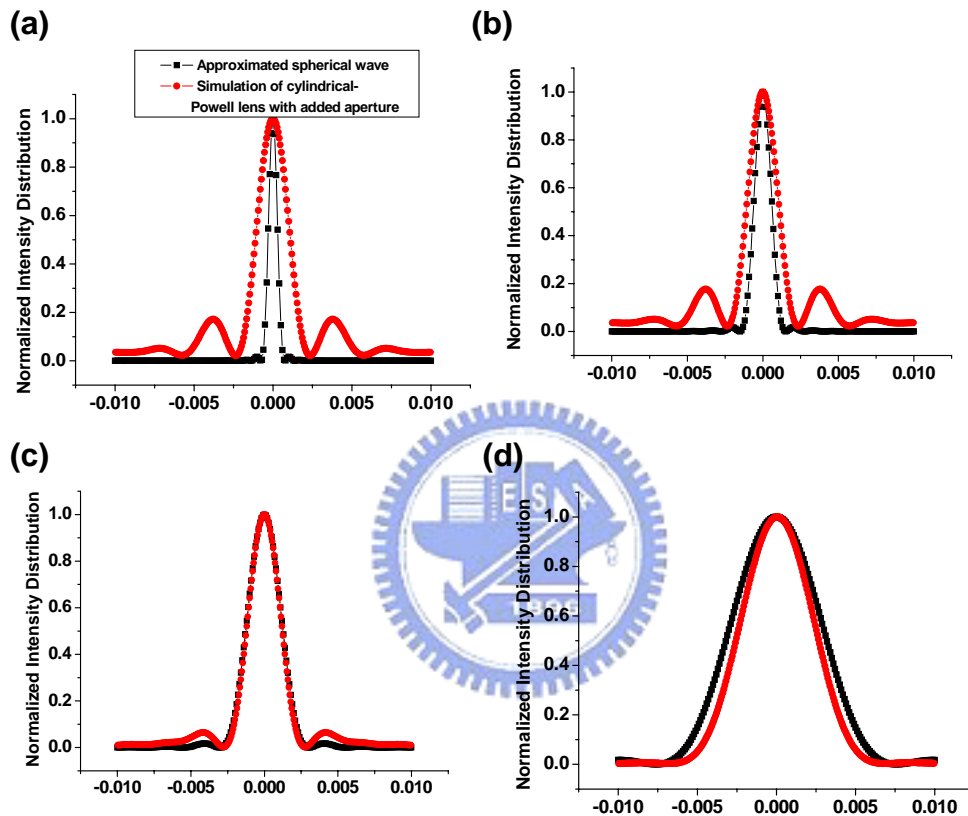


圖5-11：(a)孔徑光欄半徑為1cm的焦點位置光強度  
 (b)孔徑光欄半徑為0.5cm的焦點位置光強度  
 (c)孔徑光欄半徑為0.25cm的焦點位置光強度  
 (d)孔徑光欄半徑為0.1cm的焦點位置光強度



## 5-2 柱面鮑爾透鏡在焦點前後的相位變化分析

在相位方面，我們模擬在焦點(離透鏡頂點 3.6mm)前後的位置的情況。模擬結果如圖 5-12 及 5-13 所示。圖 5-12(a)為雷射光源進入到透鏡前( $\Delta z=-3.61\text{mm}$ )的相位分佈。可以明顯看到因雷射光源具有同調性，使得光源的相位呈階梯函數分佈。5-12(b)說明在透鏡內焦點附近之相位分佈。5-13(c)為雷射光源剛離開透鏡( $\Delta z=11.9\text{mm}$ )之情形。圖 5-13 為圖 5-12(b)之二維空間的分佈圖。

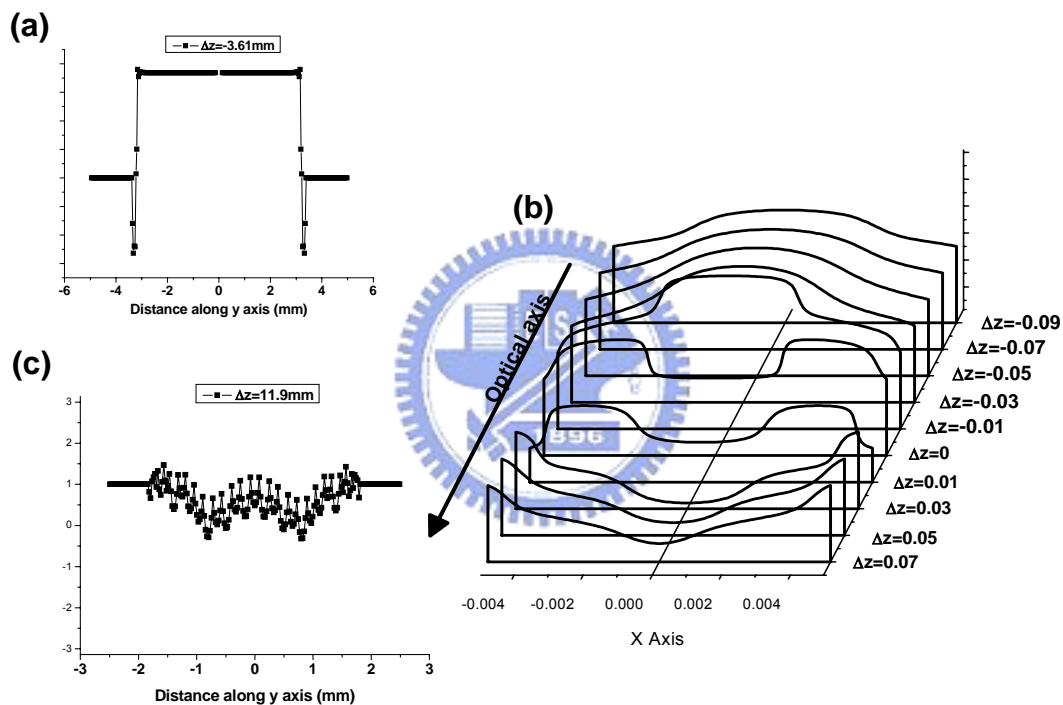


圖5-12：(a) 雷射光源未入射透鏡前之相位分佈  
(b) 焦點位置前後沿Y軸之三維相位分佈  
(c) 雷射光源剛出射透鏡沿Y軸之相位分佈

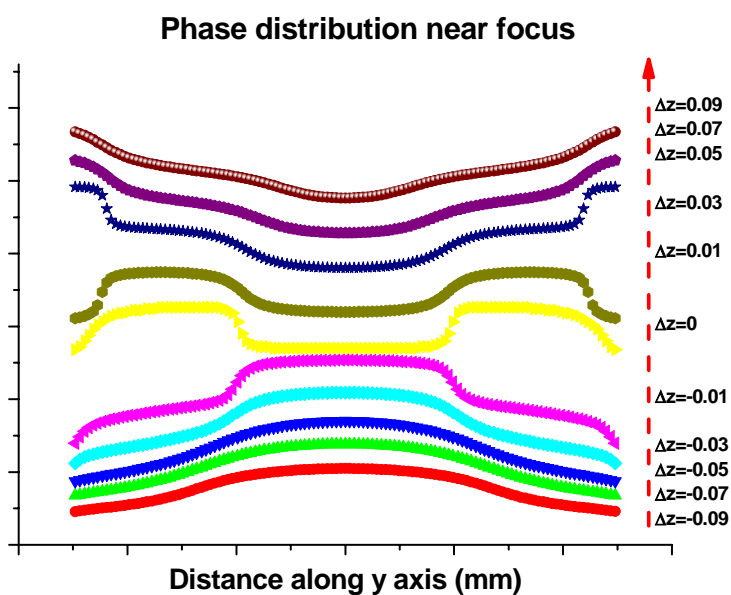


圖5-13：焦點位置前後之二維相位分佈

如圖 5-13 所示，發現偵測面位置位於焦距前-0.09 至 0.09 位置時，等相位面逐漸縮小，表示了靠近軸的光束所走的光程較短，而較離軸的光束行走了較長的光程。當越靠近焦點位置時，越靠中間光束的相位就愈領先兩旁光束的相位。但重點在偵測面置於離透鏡頂點 3.59mm( $\Delta z=-0.01$ )處，相位分佈和之前的結果截然不同，當在焦點處(距離透鏡 3.6mm，即  $\Delta z=-0.01$ )，發現中間光束的相位突然落後了較兩旁光束的相位。

經過焦點處之後，明顯可看到中間光束的相位已和焦點前的相位有了翻轉的現象，經過越長的光程距離，數據顯示兩旁的光束相位已經慢慢趕上了中間光束的相位，說明中間光束聚焦之後開始發散，所行走的光程也會較兩旁之光束長。此外，由圖發現在離焦點越遠之處，雷射光源光束的相位也愈一致，此結果可造成在像平面的線型雷射可達良好的均勻性。若無相位翻轉之現象，則等相位面會越來越小，造成出射雷射會因相位之不同造成破壞性干涉，降低均勻性。

此現象可以由球面鏡推導之(5-11)式近似說明，在焦點附近的相位表示為：

$$\phi(u, v) = \left(\frac{f}{a}\right)^2 u - \chi(u, v) - \frac{\pi}{2}, \quad (5-21)$$

其中

$$\cos\chi = \frac{C(u, v)}{\sqrt{C^2(u, v) + S^2(u, v)}}, \quad \sin\chi = \frac{S(u, v)}{\sqrt{C^2(u, v) + S^2(u, v)}} \quad (5-22)$$

(5-21)式可表示當在焦點處( $u=v=0$ )時，相位為 $\phi(0,0) = -\frac{\pi}{2}$ 。

(1) 在焦點前後的光場相位分布：

由(5-22)和(5-13)式可得 $\chi(-u, v) = -\chi(u, v)$ ，代入(5-21)式：

$$\phi(-u, v) + \phi(u, v) = -\pi \quad (5-24)$$

表示了相位經過焦點處會有劇烈但連續的 $\pi$ 值改變，如圖 5-14 所示，其中焦點位於零點處， $\theta$  為光束與光軸之角度。這現象在西元 1891 年，由德國科學家 Gouy 所提出[26, 27]，稱為 Gouy 相位偏移(Phase shift)。它亦被實驗驗證[28, 29]。

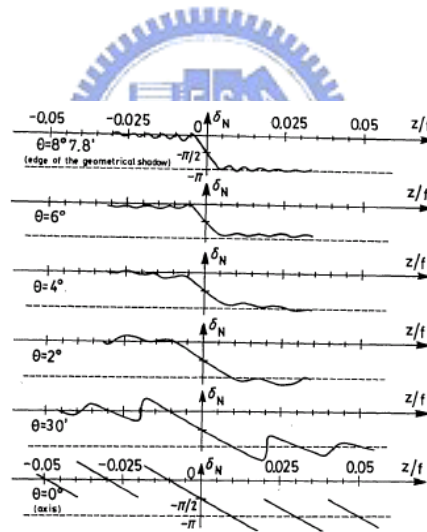


圖5-14：焦點位置沿Z方向之光場相位分佈[30]

圖 5-12(c)中，相位呈震盪分佈，很有可能是 ASAP 之中的光束數量不夠或是雷射光束之圍繞光束不足，我們將在下一節說明其可靠性。

在沿 X 方向上的相位分佈模擬結果(如圖 5-15)。圖 5-15(b)說明由於柱面鮑爾透鏡僅有在 Y 方向上具有光焦度(如圖 4-2)，雷射光源在經過透鏡後，光源仍然保持等相位，其相位的分佈也就以 X 軸對稱分佈，等相位面亦為柱面分佈。

圖 5-15(c)的相位因為柱面鮑爾透鏡第二面為球面，使得相位並非為原來的均勻

分佈。

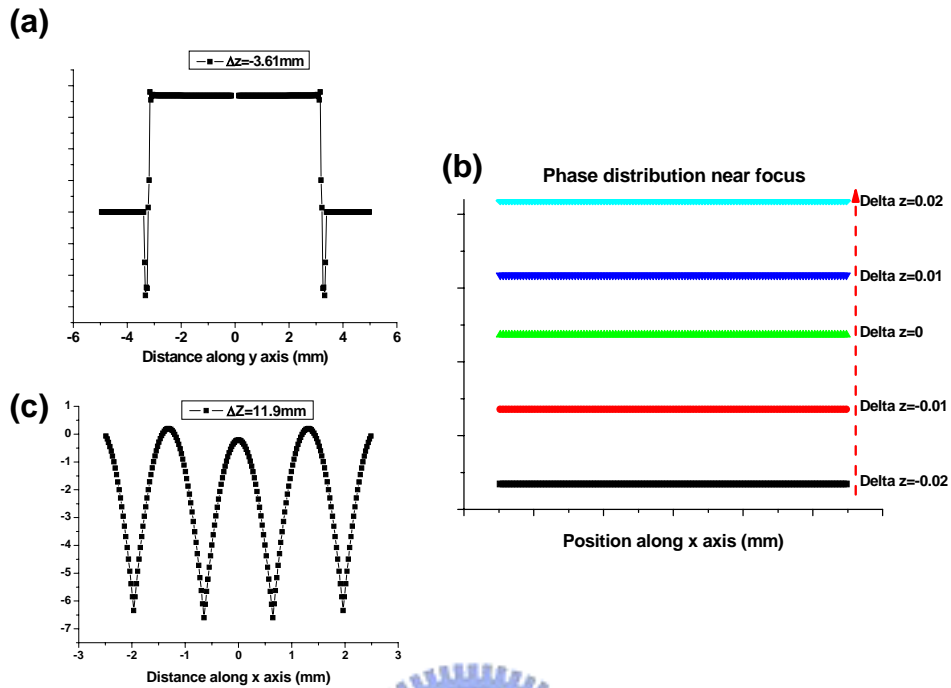


圖5-15：(a) 雷射光源未入射透鏡前之相位分佈  
(b) 焦點位置前後沿X軸之三維相位分佈  
(c) 雷射光源剛出射透鏡沿X軸之相位分佈

圖 5-16(a)及(b)分別為模擬在出射雷射在像平面  $z=90\text{mm}$  處之光強度及相位分佈。設定 ASAP 之圍繞光束數為 12 且雷射光束射設定為九萬條，由(a)可發現出射雷射具有良好的均勻性，但在上仍有小鋸齒分佈。由(b)可知雖然等相位面平均來說已經夠大，但是在上的相位具有微幅震盪，造成在像平面上之均勻性亦有微幅的擺盪。

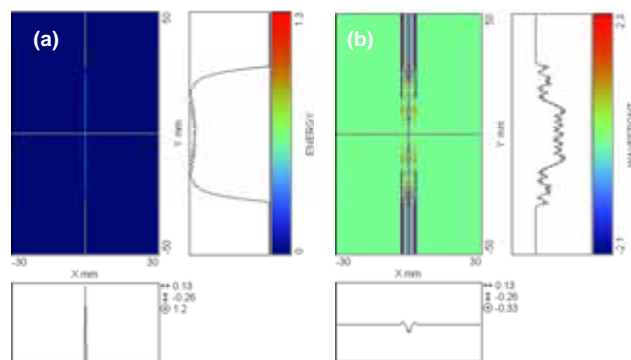


圖5-16：(a)像平面在 $z=90\text{mm}$ 處之光強度  
(b)像平面在 $z=90\text{mm}$ 處之相位分佈

由本節之敘述，我們清楚了解到要達成均勻性出射雷射，相位必須經過翻轉的 Gouy 偏移現象，使等相位面在焦距後能隨光程之增加而增大。但在第三章所敘述的鮑爾透鏡型式中，其中一種為第一面曲率半徑為負之透鏡，見圖 5-17，在此情況下，雷射光源經過透鏡第一面之後必不會有聚焦之情形，也因此相位不會發生翻轉之現象，應該會造成出射光束之低均勻性，接下來我們將驗證其結果。

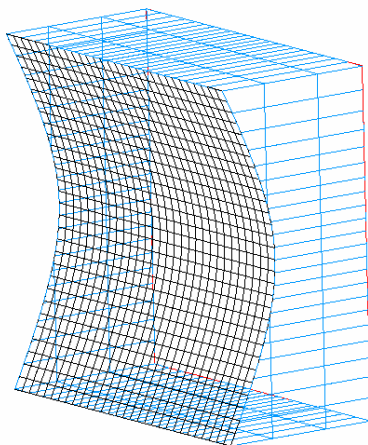


圖5-17：負透鏡示意圖

將透鏡參數設定(曲率半徑為 $-1.2\text{mm}$ ，錐面係數為 $-2.8$ )之後，在透鏡中的相位分佈結果如圖 5-18。圖(a)為雷射光源進入透鏡前的相位分佈，為均勻分佈。圖(b)為距離透鏡頂點  $0.1(\Delta z=0.1)$  至  $0.9(\Delta z=0.9)\text{mm}$  之相位分佈，可發現越遠離透鏡頂點，則相位呈發散之現象。由於相位應介於 $-\pi$  至  $\pi$  之間，故相位原

來之分佈會是如圖(c)之震盪分佈。圖(b)是把圖(c)之不連續點作平移後所得知結果。

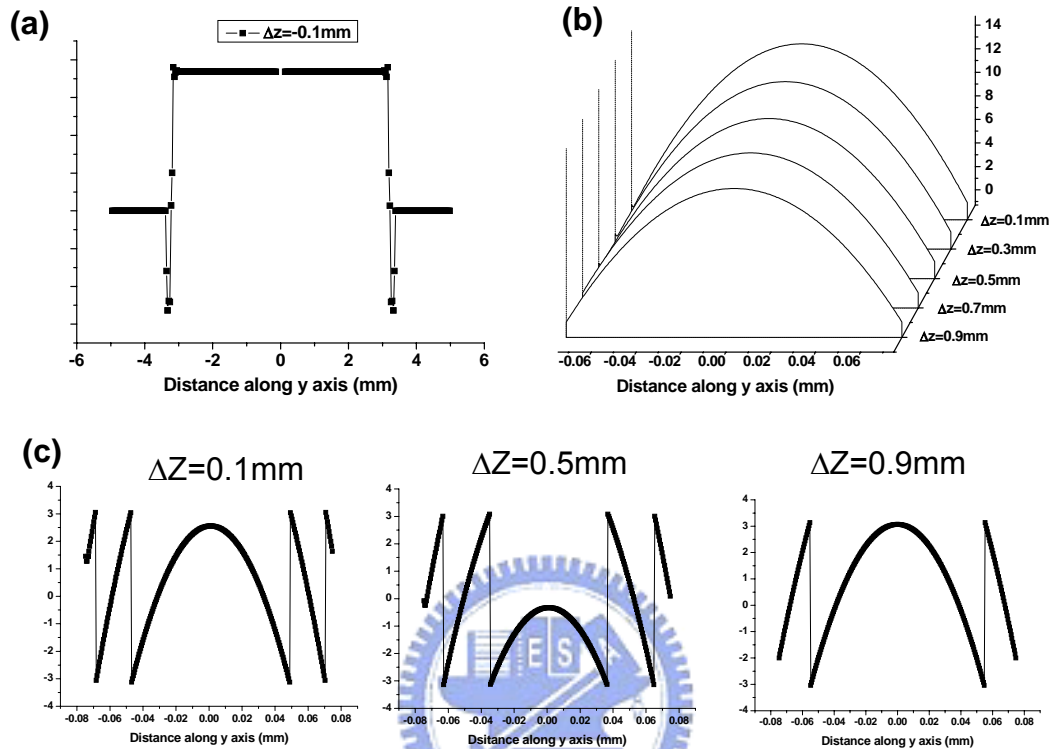


圖5-18：(a) 入射雷射光之相位分佈  
 (b) 在負透鏡中的相位分佈  
 (c) 在負透鏡內未經處理之相位分佈

模擬的光場強度結果如圖 5-18(a)所示，大致上可看出如圖 5-16(a)的輪廓，但是具有強烈震盪的鋸齒狀強度分佈。由 5-18(b)可說明因為相位之大幅震盪導致均勻性降低，說明了負透鏡對於整型元件的能力不如正透鏡來的好。

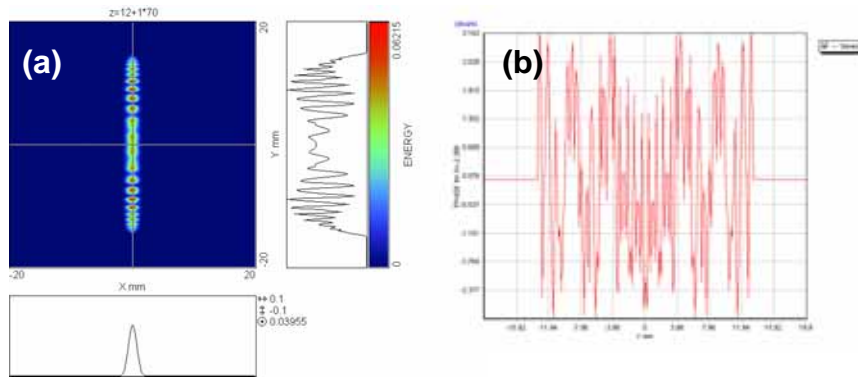


圖5-19：(a)第一面為凹面鏡的光強度分佈(像平面置於 $z=70\text{mm}$ 處)  
(b)第一面為凹面鏡的相位分佈

### 5-2.1、ASAP 模擬之驗證：

我們對於不同的圍繞光束及光數量(如圖 5-20)模擬出射雷射之相位分佈之可靠性。

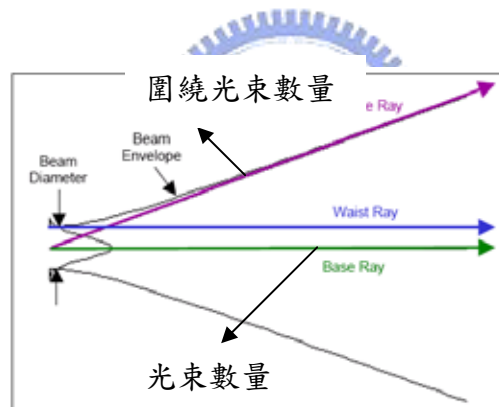


圖5-20：ASAP模擬雷射光源之示意圖

模擬之結果如圖 5-21。結果發現不論調高圍繞光束數或是雷射光束數量，其震盪的空間頻率為每厘米具有 7.5 個峰值。當雷射光束數量為 90 萬條時，在模擬時並設定在像平面上每平方厘米具有 6400 個畫素，平均每平方毫米之面積可有  $1.44 \times 10^5$  條光束線到達。亦即每個畫素會有 225 條光束線到達，如此，ASAP 模擬之結果已具有可靠性。由於 90 萬條光束追跡需要花上 1 小時以上之時間，其結果接近於設定 9 萬條光束之模擬，表示設定光束圍繞數量為 8 及雷射光束數量為 9 萬條已經是足夠。

由以上之說明表示模擬所得之相位分佈為正確的，但還是需要藉由實驗驗



證真實性。

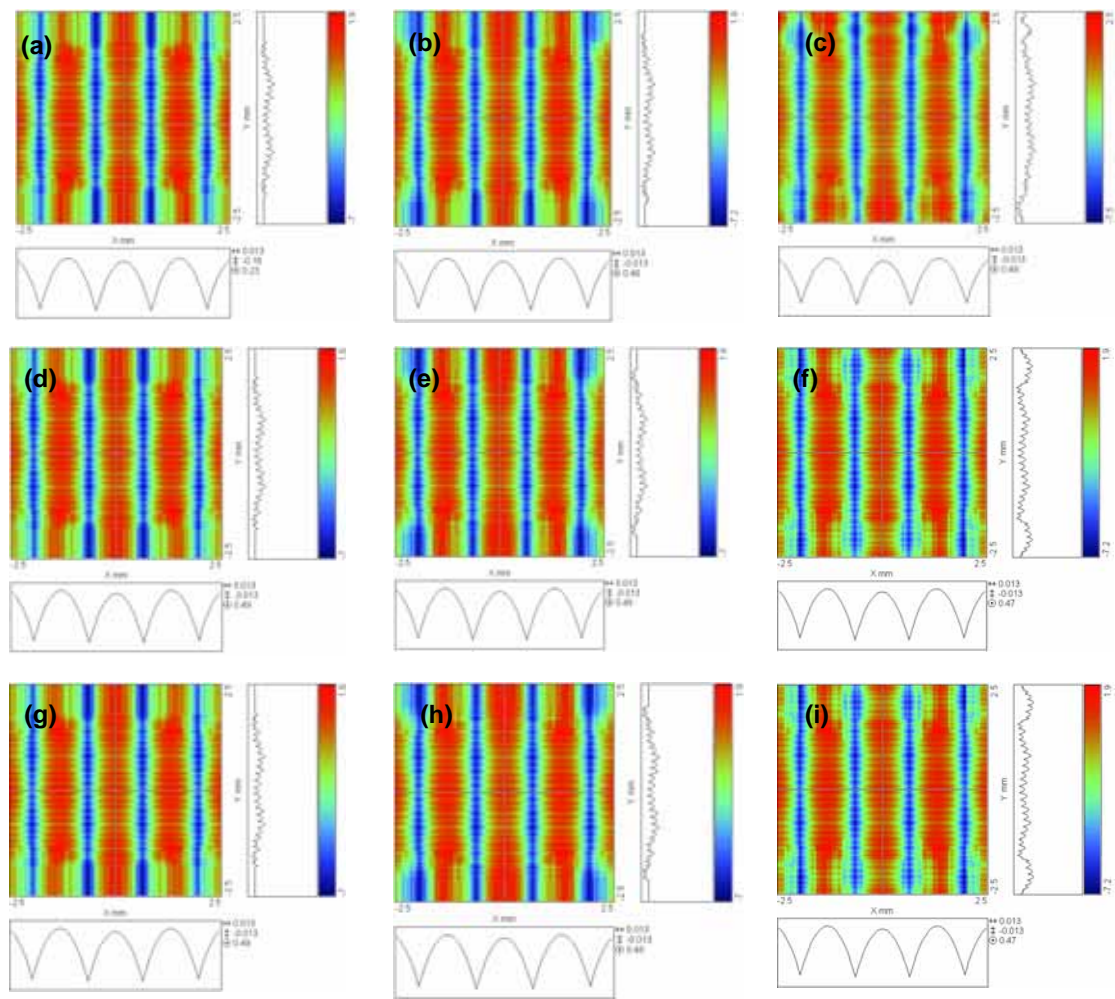


圖5-21：(a)雷射光束圍繞數為4，光線數量為1萬條  
(b)雷射光束圍繞數為4，光線數量為9萬條  
(c)雷射光束圍繞數為4，光線數量為90萬條  
(d)雷射光束圍繞數為8，光線數量為1萬條  
(e)雷射光束圍繞數為8，光線數量為9萬條  
(f)雷射光束圍繞數為8，光線數量為90萬條  
(g)雷射光束圍繞數為12，光線數量為1萬條  
(h)雷射光束圍繞數為12，光線數量為9萬條  
(i)雷射光束圍繞數為12，光線數量為90萬條

### 5-3 小結

本章我們使用波前繞射理論推導在焦點位置的光強度分佈及前後的相位變化，而 ASAP 模擬柱面鮑爾透鏡內的波光學情況仍是用八條光束模擬高斯波前 [24]，實際計算每條光束所走的光程，計算的方法和理論上有所差異，所得的結果再次整理如下：

- (1) 光強度：繞射理論所計算焦點位置的光強度分佈為已熟知的 Airy 環，而 ASAP 模擬的結果在第一階亮點的邊緣位置強度迅速遞減，為非球面之影響，較邊緣的入射雷射在經過透鏡內的光程之後，相位和較中間之入射雷射形成破壞，縮減了第一階亮點的寬度。
- (2) 相位：在焦點前，中間光束之相位原本領先較兩旁的相位，但在焦點處，相位分佈已經突然變形，經過焦點之後，中間光束之相位已經反轉落後兩旁光束的相位，此現象即為 Gouy 相位偏移。在離焦點越遠之處，整個近軸光束漸漸形成等相位面，如此的結果使出射的整型雷射不會有鋸齒狀的強度分佈，達成良好的均勻性。

從幾何光學之概念分析柱面鮑爾透鏡，光束在鏡內會迅速聚焦，在經過焦點之後，發散之光束提供有效長度，藉由非球面破壞原來的高斯強度分佈，將強度整型為均勻的出射雷射光。由於雷射光源具有同調性，我們分析了雷射光在透鏡內的強度及相位情況。雷射在鏡內聚焦之後，發散的速率增大，提供有效長度。相位在接近焦距時，等相位面逐漸縮小，但在焦點處，相位突然有了翻轉，隨著光程增大，並使等相位面亦逐漸增大，提供了出射雷射在有效長度方向上的良好均勻性，因此，要設計單一透鏡的均勻性雷射整型元件，首要的目的必須考慮光束聚焦的位置，造成相位翻轉後增加等相位面的面積，透鏡的厚度會決定雷射光光程，亦會對均勻性有決定性的影響。

為達設計出線形的出射雷射，我們必須使破壞原來準直性極佳的雷射光源，而方法可以用凸面透鏡及凹面透鏡。若使用凸面透鏡的設計方法，則 Gouy 相位

偏移可以將來等相位面越來越小的現象，而在焦點處相位會突然翻轉，使光源在經過透鏡焦點之後，等相位面又再逐漸增加，形成均勻性出射雷射。在使用凹面鏡的情況下，較靠近中間光束之相位會隨光程之距離增大而愈領先兩旁光束的相位，如此將無法使出射雷射光具有夠大的等相位面，造成出射雷射的低均勻性。由此看來，Gouy 相位翻轉對於均勻性高的雷射整型元件具有決定性的因素。



## 第六章 總結

### 6-1.1 工作回顧：

在本論文第二章，我們了解使用幾何的方法設計兩片透鏡的雷射整型系統，在計算過程中，雖然我們已經使用階梯函數來表示出射光束，且出射光數仍為圓對稱。在此最單純的實際情形下，在解方程式或是在數值分析方面都需要花費很大的力氣，不過此方法的確提供了強而有力的初階設計。

為達輕薄短小且符合我們實際所需要的出射線形雷射在，第三章我們討論並模擬了商用的柱透鏡及鮑爾透鏡的可行性。雖然我們將兩片透鏡的系統置換成只有一片的光學元件，但所必須付出的代價是會使得出射的光束隨距離的增加而發散。不過只要控制工作距離，即可設計出所需線形出射雷射。而結果也證明鮑爾透鏡適用於雷射整型元件。為了實際驗證我們設計透鏡之可行性，在第三章的後半段我們提供鮑爾透鏡實驗和模擬的特性比較分析，結果說明了 ASAP 對於模擬雷射光源的準確性具有一定可靠度，這也就間接表示我們稍後所設計的新透鏡確實可以實際應用。

在第四章，我們設計了柱面鮑爾透鏡，以及適合應用在產線上的轉角鮑爾透鏡，不但增加了均勻性，對於線形的邊界亦有更好的定義。其特性整理如下：

- (1) 提供良好均勻性，可達 84%，較鮑爾透鏡的近 70% 要來的高；
- (2) 可應用在高功率雷射，針對不同波長的入射雷射只要稍加修改曲率半徑及錐形係數即可；
- (3) 在像平面可提供線型雷射，除了在不同工作距離可得所需的有效長度外，利用設計第二面的曲率半徑，在設計的像平面位置，可使線形的有效寬度較入射雷射光束的直徑要小，達到更多的應用範例。

第五章，我們驗證了柱面鮑爾透鏡內焦點位置的光場強度與 Guoy 相位偏移的現象。在焦點位置的光場強度分佈為 Airy 環，而相位在焦點前後會有遽變的

情形，說明了聚焦之後的雷射光束迅速發散達線形的形狀，經過焦點後光束之間的相位分佈成為等相位面，達成較好的均勻性。

從幾何光學之概念分析柱面鮑爾透鏡，光束在鏡內會迅速聚焦，在經過焦點之後，發散之光束提供有效長度，藉由非球面破壞原來的高斯強度分佈，將強度整型為均勻的出射雷射光。由於雷射光源具有同調性，相位的變化關係到最後像平面的強度分佈，我們在第五章分析雷射光在透鏡內的強度及相位情況，雷射在鏡內聚焦之後，發現發散的速率增大，提供有效長度；相位在接近焦距時，等相位面逐漸縮小，但在焦點處，相位突然有了翻轉，隨著光程增大，等相位面亦逐漸增大，提供了出射雷射在有效長度方向上的良好均勻性。因此，要設計單一透鏡的均勻性雷射整型元件，首要的目的必須考慮光束聚焦的位置，造成相位翻轉後增加等相位面的面積，透鏡的厚度會決定雷射光光程，亦會對均勻性有決定性的影響。



### 6-1.2 未完成的工作及繼續發展的可能性：

雖然我們研究了均勻性雷射整型元件的許多方法，並提供了實驗與模擬的驗證，用以說明模擬的準確性，然而仍然有許多延伸工作有待進一步研究。

在理論方面，幾何方法雖然提供了有力的初階設計，礙於積分困難，造成設計過程的困難，若能將積分簡化則會有利於設計過程。鮑爾透鏡之波光學理論，傳波之相位分佈需要將球波的繞射理論換成柱面波之傳波，驗證模擬結果。出射雷射空間方面，仍有許多不同出射雷射形狀也可提供多元的研究。模擬方面，均勻性優化方法也會是熱門的題目。許許多多難題仍然需要人們的努力，可使雷射整型技術更加的成熟，提供更廣泛的應用。



## 參考文獻

- [1]D. Holswade, *Laser Beam Shaping* ,(Marcel Dekker) ,2000, Ch1 、Ch4.
- [2]I. Powell, “*Linear diverging lens*,” U.S. Patent #4826299, 1989.
- [3]R. Leutz and A. Suzuki, *Non-imaging Fresnel lens*, (Springer), 2001, Ch4.
- [4]B. R. Frieden, “*Lossless conversion of a plane laser wave to a plane wave of uniform irradiance*,” Appl. Opt., 4, 1400,1965.
- [5]T. Nakamura, “*Optical type measuring scanner*,” U.S. Patent #4692629, 1987.
- [6]I. Powell, “*D-shape laser beam projector*,” U.S. Patent #5629808, 1996.
- [7]R. A. Frady, “*Line projection lens*,” U.S. Patent #5283694 ,1994.
- [8]J. R. Bietry, “*Laser line generator system*,” U.S. Patent #6069748, 2000.
- [9]S. Thibault, “*Line generator optical apparatus*,” U.S. Patent #6688758, 2004.
- [10]W. W Simons, G. W. Leppelmeir, and B. C. Johnson, “*Optical beam shaping devices using polarization effects*,” Appl. Opt., 13, 1629, 1974.
- [11]Y. Ozaki, “*Apparatus for projecting a laser beam in a linear pattern*,” U.S. Patent #4589738, 1986
- [12]P. W. Malyak, “*Two mirror unobscured optical system for reshaping the irradiance distribution of laser beam*,” Appl. Opt., 31, 4377, 1992.
- [13]Y. Ozaki and K. Takamoto, “*Cylindrical fly’s eye lens for intensity redistribution of an excimer laser beam*,” Appl. Opt., 28, 106,1989.
- [14]J. A. Hoffnagle and C. M. Jefferson. “*Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian beam to a flattop beam*,” Appl. Opt., 39, 5488, 2000.
- [15]C. E. Bleil and P. J. Epton, “*Laser line of light generator*,” U.S. Patent #4321551, 1982.
- [16]C. C. Aleksoff, K. K. Ellis, and B. D. Neagle, “*Holographic conversion of a Gaussian beam to a near-field uniform beam*”, Opt. Eng. , 30, 537,1991.
- [17]O. N. Stavroudis, *The Optics of Rays, Wavefronts and Caustics*, (Academic press), 1972., Ch2.
- [18]D. F. Cornwell, “*Non-projective transformations in optics*,” Ph.D. dissertation, University of Miami, Coral Gables, FL, 1980.
- [19]B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamental of photonics* ,(Wiley Interscience), 1991,Ch3.
- [20]J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, (McGraw-Hill), 2002, Ch5.
- [21]W. J. Smith, *Modern optical engineering*, (McGraw-Hill), 1991, Ch2.
- [22]CVI公司資料：  
<http://www.cvilaser.com/Catalog.asp?filename=/optics/bil-lsroptc-936.asp>
- [23]H. Kogelnik and T. Li, “*Laser beams and resonators*,” Appl. Opt., 5, 1550, 1966.

- [24]ASAP Technical Guides, “0919 Introduction to wave optics,” 2001.
- [25]M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, (Cambridge), 2001, Ch8.
- [26]L. G. Gouy, “*Sur une propriete nouvelle des ondes lumineuses*,” Compt. Rendue Acad. Sci. Paris, 110, 1251, 1890.
- [27]L. G. Gouy, “*Sur la propagation anomale des ondes*,” Compt. Rendue Acad. Sci. Paris, 111, 33, 1890.
- [28]R. W. McGowan, R .A. Cheville ,and D. Grischkowsky, “*Direct observation of the Gouy phase shift in THz impulse ranging*,” Appl. Phys. Lett., 76, 670, 2000.
- [29]T. Feurer, S. Stoyanov, W. Ward, and A. Nelson, “*Direct visualization of the Gouy phase by focusing photon polaritons*,” Phys. Rev. Lett., 88, 2002.
- [30]Y. Li, “*Phase distribution near the focus in systems of different Fresnel numbers*,” J. Opt. Soc. Am. A, 2, 1677, 1985.



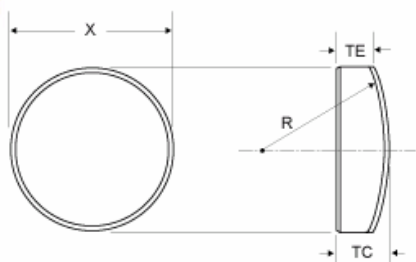


## 附錄 A CVI 柱面透鏡規格表

### CLCX-C • BK7 Cylindrical Plano-Convex Round Lenses

Questions? Call Us!  
[Click Here For Phone List](#)

- Very simple to mount, especially when cylindrical axis must be rotated
- Smaller and larger sizes available
- Anamorphic beam shaping and laser projection
- Illumination of detector arrays
- Convex cylindrical mirror substrate for diverging mirror



Specifications	
Substrate Material	BK7 glass
Surface Figure	$\lambda/2$ along curved axis, $\lambda/4$ per cm along X dimension at 633nm typical
Surface Quality	20-10 laser quality
Dimensional Tolerance	+ 0.00mm, - 0.25mm
Thickness Tolerance	$\pm 0.25$ mm
Chamfer	0.35mm at 45° typical
Wedge	$\leq 3$ minutes
Focal Length Tolerance	$\pm 0.5\%$ typical
Antireflection Coating	Wavelength user specified, $R \leq 0.25\%$ for V-type AR coating, $R \leq 0.5\%$ for BBAR coating, per surface
Clear Aperture	Exceeds central 85% of dimension
Damage Threshold	10J/cm <sup>2</sup> , 8nsec pulse at 1064nm typical

[Print Page from Catalog](#)

Lens Part Number	Nominal f	Diameter X	Radius R	TC	TE
CLCX-15.0-10.2-C	20	15	10.2	6	2.7
CLCX-15.0-12.7-C	25	15	12.7	6.5	4
CLCX-20.0-12.7-C	25	20	12.7	8	3.1
CLCX-15.0-15.3-C	30	15	15.3	5	3
CLCX-20.0-15.3-C	30	20	15.3	7	3.3
CLCX-25.4-15.3-C	30	25.4	15.3	11	4.2
CLCX-15.0-20.3-C	40	15	20.3	5	3.6
CLCX-20.0-20.3-C	40	20	20.3	6	3.4
CLCX-25.4-20.3-C	40	25.4	20.3	9	4.5
CLCX-20.0-25.4-C	50	20	25.4	6	3.9
CLCX-25.4-25.4-C	50	25.4	25.4	7.4	4
CLCX-30.0-25.4-C	50	30	25.4	9	4.1
CLCX-20.0-30.5-C	60	20	30.5	5	3.3
CLCX-25.4-30.5-C	60	25.4	30.5	7	4.2
CLCX-30.0-30.5-C	60	30	30.5	8	4.1
CLCX-20.0-38.1-C	75	20	38.1	5	3.7
CLCX-25.4-38.1-C	75	25.4	38.1	6.2	4
CLCX-30.0-38.1-C	75	30	38.1	7	3.9
CLCX-50.8-38.1-C	75	50.8	38.1	12.7	3
CLCX-20.0-50.9-C	100	20	50.9	5	4
CLCX-25.4-50.9-C	100	25.4	50.9	5.6	4
CLCX-30.0-50.9-C	100	30	50.9	6	3.7
CLCX-50.8-50.9-C	100	50.8	50.9	10	3.2
CLCX-20.0-76.3-C	150	20	76.3	5	4.3
CLCX-25.4-76.3-C	150	25.4	76.3	5.1	4
CLCX-30.0-76.3-C	150	30	76.3	6	4.5
CLCX-50.8-76.3-C	150	50.8	76.3	8	3.6

<http://www.cvilaser.com/Catalog.asp?filename=/optics/bil-lsroptc-936.asp>

## 附錄 B 柱透鏡之 ASAP 模擬程式碼

!!工作版本：ASAP 8.0.6  
!!作者：劉家佑  
!!目的：驗證柱透鏡之模擬  
!!波長條件：氬氫雷射光束半徑為 0.5 釐米  
!!使用章節：第三章

SYSTEM NEW  
RESET

UNITS MM  
PARABASAL 8  
BEAMS COHERENT DIFFRACT  
WAVELENGTH 632.8 NM  
WIDTHS 1.6

!!INTERFACE  
COATING PROPERTIES  
0 0 'ABSORB'  
1 0 'REFLECT'  
0 1 'TRANSMIT'



ROC=27.1     !!設定透鏡之曲率半徑  
RADIUS=25.5   !!設定透鏡之半徑  
TH=15         !!設定透鏡之厚度

!!GEOMETRY OF CYLINDRICAL LENS  
!!FRONT SURFACE  
SURFACE  
OPTICAL Z 0 (ROC) ELLIPSE (RADIUS)  
ASYM 0 1       !!柱透鏡之設定  
OBJECT 'FRONT'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!BACK SURFACE  
SURFACE

PLANE Z (TH) ELLIPSE (RADIUS)  
OBJECT 'BACK'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!EDGE  
SURFACE  
TUBE Z 0 2@(RADIUS) (TH) (RADIUS)  
OBJECT 'SIDE'  
INTERFACE 0 0 AIR SCHOTT\_BK7  
BOUNDS -.2 +.3

!!DETECTOR  
SURFACE  
PLANE Z 100 ELLIPSE 30  
OBJECT 'DETECTOR'

!!SOURCE  
GAUSSIAN Z -15 -10 300 25  
TRACE

CONSIDER ONLY DETECTOR

FOCUS MOVE  
WINDOW X -2@2 Y -2@2

PIXELS 71  
FIELD ENERGY  
DISPLAY

PICTURE  
RETURN



!!顯示最佳焦距之位置

## 附錄 C 鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼

!!工作版本：ASAP 8.0.6  
!!作者：劉家佑  
!!目的：驗證鮑爾透鏡 4826299 表中的發散角為 30 度之模型  
!!波長條件：氦氖雷射光束半徑為 0.5 釐米  
!!使用章節：第三章

SYSTEM NEW  
RESET

UNITS MM  
PARABASAL 8  
BEAMS COHERENT DIFFRACT  
WAVELENGTH 632.8 NM  
WIDTHS 1.6

ROC=0.4      !!設定透鏡之曲率半徑  
CC=-3.2      !!設定透鏡之錐面係數  
RADIUS=8     !!設定透鏡之半徑  
TH=11        !!設定透鏡之厚度



!!GEOMETRY OF LENS  
!!PRIMARY  
SURFACE  
OPTICAL Z 0 (RADIUS) (CC) RECT (RADIUS)  
ASYM 0 1  
OBJECT ' POWELL. PRIMARY'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!SECONDARY  
SURFACE  
PLANE Z (TH) RECT (RADIUS)  
OBJECT ' POWELL. SECONDARY'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!BOUNDING

SURFACE  
TUBE Z -2 2@(RADIUS) 20 2@(RADIUS) 1  
OBJECT ' POWELL. EDGE'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7  
BOUNDS -. 2 +. 3

!!DETECTOR  
SURFACE  
PLANE Z 1000 ELLIPSE 400  
OBJECT ' DETECTOR'

!!TO SOLVE "DEPARTURE" PROBLEM  
SURFACE  
PLANE Z -0. 025 ELLIPSE 5  
OBJECT ' DUMMY1'  
INTERFACE 0 1 AIR AIR

!!SOURCE  
GAUSSIAN Z -10 -10 10 0. 5  
FLUX TOTAL 0. 5



CONSIDER ALL  
TRACE 0 DUMMY1  
CONSIDER ONLY DUMMY1  
WINDOW X -2@0. 5 Y -2@0. 5  
PIXELS 171  
HALT 0. 03  
FIELD ENERGY -0. 525  
RAYS 0  
DECOMPOSE +POSITION  
FIELD ENERGY -0. 525  
CONSIDER ALL

TRACE  
CONSIDER ONLY DETECTOR  
WINDOW Y X  
PIXELS 101  
FIELD ENERGY 1000

DISPLAY  
PICTURE 'Z=1000'

RETURN



## 附錄 D 柱面鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼

!!工作版本：ASAP 8.0.6

!!作者：劉家佑

!!目的：驗證新設計之柱面鮑爾透鏡之表現

!!波長條件：波長為 532 奈米之雷射光束，半徑為 1.15 釐米

!!使用章節：第四章

SYSTEM NEW

RESET

UNITS MM

PARABASAL 8

BEAMS COHERENT DIFFRACT

WAVELENGTH 532 NM

WIDTHS 1.6

ROC1=1.2     !!設定透鏡第一面之曲率半徑

ROC2=-32     !!設定透鏡第二面之曲率半徑

CC=-2.8     !!設定透鏡之錐面係數

RADIUS=8     !!設定透鏡之半徑

TH=11     !!設定透鏡之厚度



!!GEOMETRY OF LENS

!!PRIMARY

SURFACE

OPTICAL Z 0 (ROC1) (CC) RECT (RADIUS)

ASYM 0 1

OBJECT ' POWELL. PRIMARY'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!SECONDARY

SURFACE

OPTICAL Z (TH) (ROC2) RECT (RADIUS)

ASYM 1 0

OBJECT ' POWELL. SECONDARY'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7



```
!!BOUNDING
SURFACE
TUBE Z 0 2@(RADIUS) 30 2@(RADIUS) 1
OBJECT ' POWELL. EDGE'
INTERFACE 0 0 AIR SCHOTT_BK7
BOUNDS -. 2 +. 3
```

```
!!DETECTOR
SURFACE
PLANE Z 60 ELLIPSE 30
OBJECT ' DETECTOR'
```

```
GAUSSIAN Z -10 -10 301 1.15
```

```
TRACE
CONSIDER ONLY DETECTOR
WINDOW Y -2@25 X -2@25
PIXELS 71
FIELD ENERGY 90
DISPLAY
PICTURE
```



```
RETURN
```

## 附錄 E 九十度彎角柱面鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼

!!工作版本：ASAP 8.0.6

!!作者：劉家佑

!!目的：驗證新設計之彎角柱面鮑爾透鏡之表現

!!波長條件：波長為 532 奈米之雷射光束，半徑為 1.15 釐米

!!使用章節：第四章

SYSTEM NEW

RESET

UNITS MM

PARABASAL 8

BEAMS COHERENT DIFFRACT

WAVELENGTH 532 NM

WIDTHS 1.6

ROC1=1.2     !!設定透鏡第一面之曲率半徑  
WIDTH=8       !!第二面之面寬度  
LENGTH=11.31 !!第二面之面長度  
ROC2=-32     !!設定透鏡第三面之曲率半徑  
CC=-2.8       !!設定透鏡之錐面係數  
RADIUS=8       !!設定透鏡之半徑  
TH1=18        !!設定透鏡第一面至第二面之厚度



!!GEOMETRY OF LENS

!!PRIMARY

SURFACE

OPTICAL Z 0 (ROC1) (CC) RECT (RADIUS)

ASYM 1 0

OBJECT ' POWELL.PRIMARY'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

SURFACE

PLANE Z (TH) RECT (WIDTH) (LENGTH)

OBJECT ' POWERLL.PRISM'

INTERFACE 1 0 AIR SCHOTT\_BK7

ROTATE X -45

!!BOUNDING

SURFACE

TUBE Z 0 2@(RADIUS) 30 2@(RADIUS) 1

OBJECT ' POWELL. EDGE'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

BOUNDS -. 2 +. 3

REDEFINE COLOR 4

!!LOWER TUBE

SURFACE

PLANE Y -7 RECT (RADIUS)

OBJECT ' POWELL. LOWERTUBE'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

SHIFT Z 18

SURFACE

OPTICAL Y -10 (ROC) RECT (RADIUS)

ASYM 1 0

OBJECT ' POWELL. SECONDARY'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

SHIFT Z 18



SURFACE

TUBE Y -8 2@(RADIUS) -23 2@(RADIUS) 1

OBJECT ' POWELL. LOWER'

INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

SHIFT Z 18

BOUNDS 0. 2

REDEFINE COLOR 4

GROUP 1 2 3 4 5 6

!!DETECTOR

SURFACE

PLANE Y -100 ELLIP 30

OBJECT ' DETECTOR'

SHIFT Z 20

GAUSSIAN Z -10 -10 301 1.15

TRACE

CONSIDER ONLY DETECTOR

!! -----

!! 有效寬度的觀察視窗

!! WINDOW Z 17 19 X -2@1

!! -----

!! 有效寬度的觀察視窗

WINDOW X -2@35 Z 15 21

PIXELS 71

FIELD ENERGY 90

DISPLAY

PICTURE

RETURN



## 附錄 F 其他彎角柱面鮑爾透鏡之 ASAP 模擬程式碼

!!工作版本：ASAP 8.0.6

!!作者：劉家佑

!!目的：驗證新設計之彎角柱面鮑爾透鏡之表現

!!波長條件：波長為 532 奈米之雷射光束，半徑為 1.15 釐米

!!使用章節：第四章

SYSTEM NEW

RESET

UNITS MM W

PARABASAL 8

BEAMS COHERENT DIFFRACT

WAVELENGTH 532 NM

WIDTHS 1.6

ROC1=1.2           !!設定透鏡第一面之曲率半徑  
WIDTH=8           !!第二面之面寬度  
LENGTH=11.31      !!第二面之面長度  
ROC2=-32           !!設定透鏡第三面之曲率半徑  
CC=-2.8           !!設定透鏡之錐面係數  
RADIUS=8           !!設定透鏡之半徑  
TH1=18            !!設定透鏡第一面至第二面之厚度

ANG=-50           !!設定彎角之角度  
B=ABS[ANG]        !!把角度換為度(degrees)  
L=8/COS[B]        !!透鏡第二面之面長度  
W=(L/2)\*SIN[B]   !!透鏡第二面之面寬度

!!以下為調整每個面之幾何位置

E=18+8\*TAN[B]

F=-(2\*B-90)

G=(E)+5\*SIN[B]

H=18+4\*TAN[B]

I=8/COS[F]

```
!!GEOMETRY OF LENS
!!PRIMARY
SURFACE
  OPTICAL Z 0 (ROC1) (CC) RECT (RADIUS)
  ASYM 1 0
  OBJECT ' POWELL.PRIMARY'
  INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT_BK7
```

```
!!BACK SURFACE
SURFACE
  PLANE Z (TH1) RECT (RADIUS) (L)
  OBJECT ' POWELLREFLECTOR'
  INTERFACE 1 0 AIR SCHOTT_BK7
  ROTATE X (ANG)
```

```
!!LOWER TUBE
SURFACE
  OPTICAL Y -10 (ROC2) RECT (RADIUS)
  ASYM 1 0
  OBJECT ' POWELL.SECONDARY'
  INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT_BK7
```



```
OBJECT 3 !!5
ROTATE X (F)
SHIFT Z (H-2.5)
SHIFT Y -4
```

```
!!DETECTOR
SURFACE
  PLANE Y -60 ELLIPSE 100
  OBJECT ' DETECTOR'
  SHIFT Z 50
```

```
GAUSSIAN Z -10 -10 301 1.15
FLUX TOTAL 5
TRACE
```

```
CONSIDER ONLY DETECTOR
```

!! -----  
!! 有效寬度的觀察視窗  
!! WINDOW Z 32 40 X -2@4  
!! PIXELS 71  
!!-----

!! 有效寬度的觀察視窗  
WINDOW X -2@35 Z 30 42  
PIXELS 71  
FIELD ENERGY (-80-10\*?)  
DISPLAY  
PICTURE

RETURN+





## 附錄 G 柱面鮑爾透鏡光場強度及相位分佈之 ASAP 模擬程式

!!工作版本：ASAP 8.0.6

!!作者：劉家佑

!!目的：模擬雷射光源在柱面鮑爾透鏡內之表現

!!波長條件：波長為 532 奈米之雷射光束，半徑為 1.15 釐米

!!使用章節：第五章

SYSTEM NEW

RESET

UNITS MM W

PARABASAL 8

BEAMS COHERENT DIFFRACT

WAVELENGTH 532 NM

WIDTHS 1.6

SYSTEM NEW

RESET

UNITS MM

PARABASAL 8

BEAMS COHERENT DIFFRACT

WAVELENGTH 532 NM

WIDTHS 1.6

ROC1=1.2      !!設定透鏡第一面之曲率半徑

ROC2=-32      !!設定透鏡第二面之曲率半徑

CC=-2.8      !!設定透鏡之錐面係數

RADIUS=8      !!設定透鏡之半徑

TH=11      !!設定透鏡之厚度

!!GEOMETRY OF LENS

!!PRIMARY

SURFACE

OPTICAL Z 0 (ROC1) (CC) RECT (RADIUS)

ASYM 0 1



OBJECT ' POWELL.PRIMARY'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!SECONDARY  
SURFACE  
OPTICAL Z (TH) (ROC2) RECT (RADIUS)  
ASYM 1 0  
OBJECT ' POWELL.SECONDARY'  
INTERFACE 0 1 AIR SCHOTT\_BK7

!!BOUNDING  
SURFACE  
TUBE Z 0 2@(RADIUS) 30 2@(RADIUS) 1  
OBJECT ' POWELL.EDGE'  
INTERFACE 0 0 AIR SCHOTT\_BK7  
BOUNDS -.2 +.3

!!DETECTOR INSIDE THE LENS  
SURFACE  
PLANE Z 2 RECT 2  
OBJECT ' DETECTOR\_INSIDE'



GAUSSIAN Z -10 -10 301 1.15  
FLUX TOTAL 5

TRACE  
CONSIDER ONLY DETECTOR\_INSIDE

WINDOW X -2@2.5 Y -2@2.5 !!Y -2@0.01 X -2@0.01  
PIXELS 101  
FIELD ENERGY 3.6  
DISPLAY  
PICTURE

DISPLAY 29 PHASE  
PICTURE  
RETURN

## 作者簡歷

本論文作者：劉家佑 (Chia-Yu Liu)



台灣省苗栗人，生於西元 1981 年 7 月 24 日。1999 年畢業於苗栗高中。2003 年取得中央大學物理系學士學位。2005 年於交通大學光電所取得碩士學位。

研究專長為光學設計及雷射整型，發表文章：

期刊：

- (1) Chia-Yu Liu, Jyh-Long Chern, Hau-Wei Wang, and Fu-Shang Yang, “A Cylindrical-Powell lens for generating linear beam profile,” Proceeding of OPT(Optics and Photonics Taiwan), PE-SA2-85, 12/18/2004.

美國專利：

- (2) Jyh-Long Chern, Chia-Yu Liu, Hau-Wei Wang, and Fu-Shang Yang, “**Beam Shaping Apparatus,**” U. S. Patent in.application.