

第一章 微中子物理簡介

無論是被物理學家稱為"小宇宙"的粒子物理學，或是"大宇宙"的天文物理學，微中子都扮演著不可或缺的角色。若依照目前研究的領域來畫分，大致上可分為太陽微中子及大氣微中子兩類。但近年來也有物理學家開始利用微中子來探測地核的密度¹。本文所介紹的便是這種技術的基礎。簡單地說，它與研究其他領域的微中子並無不同，說穿了便是"微中子振盪(Neutrino Oscillation)"的應用。但在此之前，我們必需先認識何謂微中子，以及它們是如何被發現出來的。

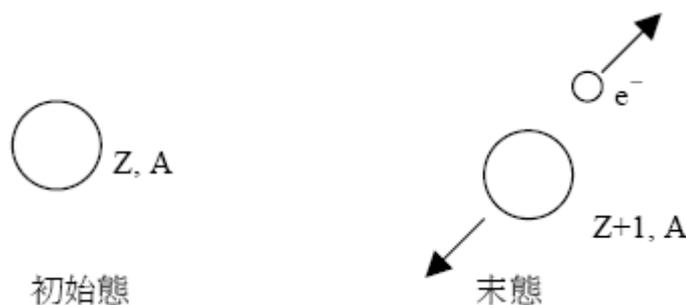
1.1 微中子的基本認識

西元1930年，物理學家Pauli為了解釋 β 衰變的實驗結果，而提出了微中子。根據當時的知識，原本物理學家以為 β 衰變的反應式應該為：



(1-1)

以及它的反應示意圖如下：



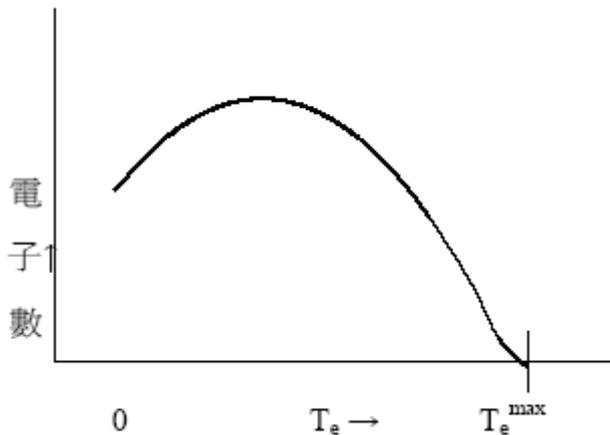
圖一： β 衰變的反應示意圖

上圖表示一個原子序為 Z ，原子量為 A 的原子核，衰變為原子序為 $Z+1$ ，原子量為 A 的原子核，並且釋放出一個電子。依據這個理論，以及能量及動量守恆的計算，那麼末態電子的動能應該只有一種結果。然而，實驗的結果並非如此單純。真正所測量到的是，末態電子的能譜為一連續變化的曲線(如圖二)。這表示原始的理论並不正確，需要修正。也因為這個實驗上的意外發現，隔年(1931

¹ 參閱台北市立天文教育科學館網頁：<http://www.tam.gov.tw/news/2005/200502/05021802.htm> 或其原文網頁：<http://physicsweb.org/articles/news/9/2/9>.

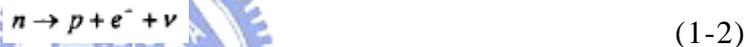
年)Pauli 正式提出了微中子的概念，並開啓了未來七十多年間物理學家對微中子的著迷。

然而，Pauli 一開始對微中子的認知，經過後來的驗證，並非完全吻合。



圖二： β 衰變的電子動能能譜

首先，Pauli 當時假設 β 衰變的反應式其末態應該還有一個基本粒子，當時就稱作"微中子"。意即他認為反應式應該是如下：



式中 ν 就是微中子。但後來經證實，其反應式內的微中子項應改為 $\bar{\nu}_e$ ：它是 ν_e 這個微中子的反物質，一般稱之為"反微中子"。另外它還多了一個"e"的下標，此乃表示它是"電子微中子(electron neutrino, e neutrino)"，顧名思義便是反應中跟隨電子而被產生出來的。爾後等到1962年，Lederman, Schwartz, Steinberger, 以及他們的合作者發現了第二種類型的微中子： ν_μ ，稱為"繆子微中子(muon neutrino, μ neutrino)"。當然它便是跟著 μ 介子而產生出來的。最後一種類型的微中子則是西元2000年於美國費米實驗室觀測到的： ν_τ ，稱為"濤子微中子(tau neutrino, τ neutrino)"²[1]。

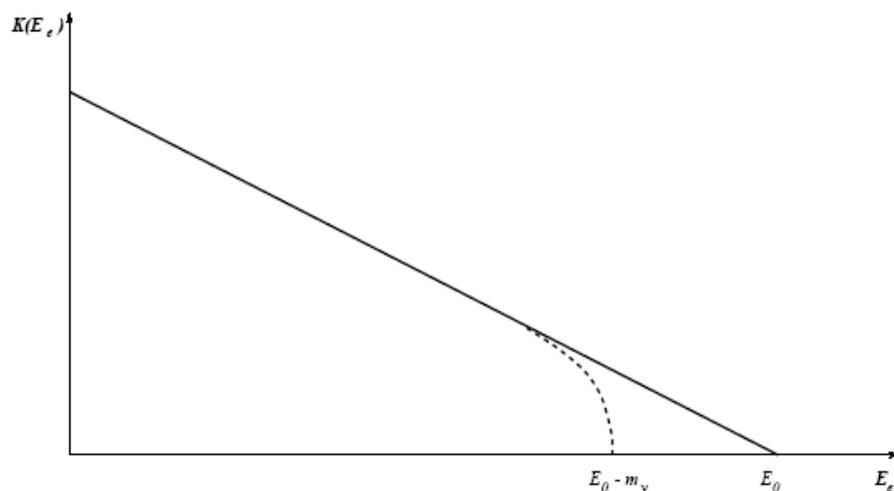
另外一個問題是，Pauli一開始假設微中子本身為電中性，無質量且自旋1/2的費米粒子(fermion)，屬於輕子家族的一員(Lepton family)，具有輕子數"1"(Lepton number)。其中電中性的假設是為了維持電荷守恆，自旋1/2則是保證角動量的守恆。至於無質量的假定，當初是由於電子能譜的頂點 T_e^{\max} 已經和核子能量差相同，沒有多餘的能量給微中子帶走。

²有部分文獻([2, 3])會提及第四種微中子： ν_s (sterile neutrino, s neutrino)。它也能參與微中子混合(振盪)，所以有些物理學家會用它來解釋部分實驗裡微中子數量減少的理由。但從統計分析上，由於其存在證據薄弱，故在此我們不予討論。

這樣的假定本身看似非常合理，但後來證實微中子並非無質量(但也是近十年內才被證實的事)。這並不表示我們前段的解釋是錯誤的。只能說，以當時的實驗技術無法觀察到如此微小的差距。也就是說微中子的質量是很小的(比電子小很多)。其實，粒子物理從Pauli以後至今幾十年來，並也沒有任何的證據顯示微中子是無質量的粒子。相反的是，微中子是否真的沒有質量卻開始受到質疑。

這些都僅是初步的理論估測。爾後幾十年，陸續且零星地有不少實驗，直接或間接地顯示出微中子是有質量的。只是它們都無法測量出微中子的質量到底有多大，只能測出一個約略的範圍而已。它們大抵上都是改良測量 β 衰變中反彈核子的動量及能量的方法，但由於相互間的誤差過大而無法取信於人。真正比較有影響力的主要有兩個實驗。其一為利用較精密的磁譜儀或靜電譜儀來測量 β 衰變的"能譜"，然後利用這個"能譜"來定義出一個"區里函數 $K(E)$ (Kurie function)"(如圖三)，而將"區里函數"對能量 E 作圖[16]，根據測量能譜曲線的偏差就可以找出微中子的質量。這種方式所找出來的電子微中子的質量上限大概是3.9eV。然而這個實驗基本上還是脫離不了測量上的誤差，包括分子之間的效應或是儀器本身的不準確度(參看[4, 5]及其參考文獻)。

至於另一個更具關鍵性的，則是1998年於日本進行的Super-Kamiokande實驗。由於這個實驗規模較大且所測得的數據可以很明顯地區別出微中子有無質量，故當它的結果一發表，物理學家便普遍相信微中子是有質量的。不過這一部分牽涉到我們等一會要談的微中子振盪現象，故我們將其留待下一節再討論³。



圖三：區里函數 $K(E)$

³有關Super-Kamiokande實驗的資料：<http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/index1.html>.

1.2 微中子振盪的基本原理

微中子振盪(Neutrino Oscillation)的概念最早是由B.Pontecorvo⁴提出來的[4,65]。雖然他一開始的想法與目前的認知有些出入。他原先提出的是關於微中子及其反微中子的振盪，但後來由於實驗的證實，便發展為我們現在所公認的這個原理。總括來說它主要是描述微中子有兩種本徵態：弱作用本徵態⁵(flavor eigenstates)及質量本徵態(mass eigenstates)。弱作用本徵態是指我們之前所說的微中子的三種類型，質量本徵態則是指微中子有三個質量本徵值。這樣的說法乃是根據其物理意義：一般來說微中子是經由弱作用過程被製造出來的，其產生及偵測都是屬於弱作用的反應(即參加反應者均為輕子(Lepton)的反應[6])，所以稱為"弱作用本徵態";而微中子傳播時卻是一般的量子力學效應，此時我們將它當成普通的粒子，具有質量、動量與能量等物理量，故此時我們稱其位在"質量本徵態"上。需要注意的是這兩種本徵態本質上並非為簡單的線性比例關係;或改以量子力學的語言來說，微中子並非同時位於這兩種本徵態上。這樣一來，由於微中子一般在自然界中被偵測到時是位於某一個弱作用本徵態上，所以其質量就無法準確地被測量到。不過，基本上我們可以假設兩種本徵態間是屬於"歸一化轉換(Unitary Transformation)"的關係[8, 12]，意即兩種本徵態間的歸一性質在轉換前後不受影響(這在之後的機率計算很重要)。如此一來，雖然無法測量到另一本徵態的準確值，但卻可以測量它的期望值—即平均值，也就是"機率"。根據量子力學，因為薛丁格爾方程式(Schrödinger Equation)是運算在質量本徵態上[10, 11]，經過一段時間後就會改變，再做一次歸一化轉換時已非原先的弱作用本徵態。如此，弱作用本徵態也跟著改變，於是我們便測量到與先前不同比例的微中子類型。這就是微中子類型的"轉換"，或一般通稱為"振盪"。而傳播前後不同的弱作用本徵態間的轉換關係量化後便是一種"機率"。至於詳細的數學運算，便是我們下兩章要介紹的;現在我們只談為何微中子振盪會這麼重要?

這表面上看似簡單的量子力學問題，卻是困擾了物理學家三十多年的難解之謎。太陽是地球上主要的自然微中子來源，也是自然界的核融合反應爐，它釋放出來的能量越多，製造出來的微中子也就越多。而太陽能量的來源是物理學

⁴對於某些不常見到中文翻譯的英文人名或專有名詞，為保持其完整性，本文不主動譯成中文，或是譯成中文但保留原文於其後。

⁵此乃作者本人的翻譯，若依字意"flavor"本應為"口味"，但實在未見過任何中文文獻翻譯成"口味本徵態"!

家與生物學家同時關心的問題。1960 年代美國普林斯頓大學的 J.Bahcall 教授經過多年的努力，他成功地建構了一個我們現在所知道的標準太陽模型。根據這個模型，可以預測太陽製造出來的微中子能譜以及數量(如圖四)。因此，若要驗證此模型是否正確，便要實際測量太陽微中子。1964 年起，美國賓州大學的 Davis 開始與 Bahcall 合作設計一個以化學反應來度量太陽微中子的方法。意外的是，Davis 偵測到的微中子數目只有太陽模型預測的三分之一。這就是困擾物理學家三十多年的"太陽微中子之謎"。

之後陸續有不同的物理學家安排不同的實驗，也得到了同樣的結果。1986 年，一個由日本及美國物理學家所組成的團隊，在小柴昌俊 (M. Koshiba, 後來因此獲得 2002 年諾貝爾物理獎) 的領導下，開始在日本神岡(Kamioka)的一個地底礦坑，設計一個規模龐大的實驗計畫。這個計畫原本是用來測量質子衰變，但並沒有成功。不過隔年(1987 年)他們卻很意外地因為率先看到一顆超新星(supernova)爆炸產生的微中子而開始受到矚目。也因此他們改變實驗方向，往微中子天文物理發展。對於這個改良版本的實驗稱為"超級神岡(Super-Kamiokande, 簡稱 Super-K)"實驗。

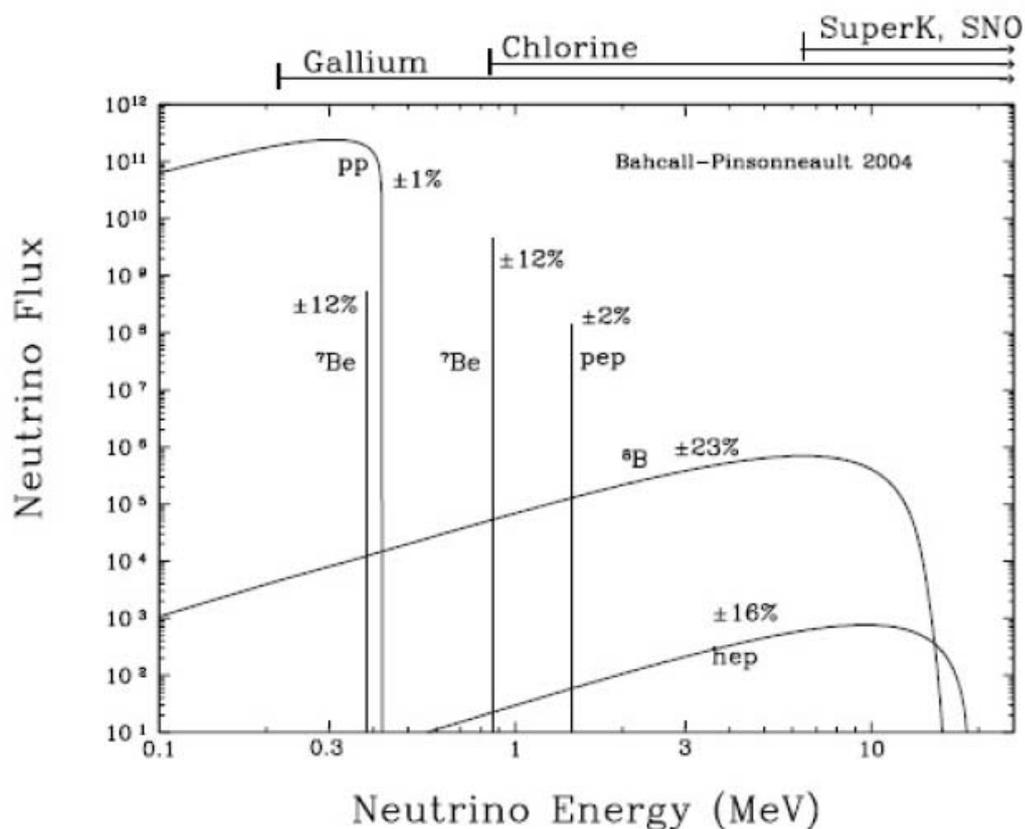
實驗的原理及裝置在此不詳細說明(可參閱附註的網址)，主要是應用微中子與水的碰撞來測量微中子，如此不但可以看到太陽微中子中能量較高的部份，也可以觀測大氣微中子的性質。Super-K 所看到的微中子數量與用其他化學方法所看到的是相符合的——也就是說，太陽來的微中子比理論模型預測的少了約一半。如果太陽模型沒錯的話，這些電子微中子從太陽核心跑到地球上來的路程中，因為某種原因消失了;或者也可以說"轉變"成另外一種粒子。

Super-K 同時也做了對大氣微中子的觀測。一般宇宙射線打在大氣層上，會製造出許多渺子微中子與電子微中子。但理論上不管宇宙射線的強弱，這兩種微中子數量的比應該是固定的。可是 Super-K 卻發現這個比會隨著大氣層製造出來的微中子傳遞到 Super-K 的距離不同而有所改變。更仔細的分析發現，可能是渺子微中子在穿過地球時，因為某種原因消失了; 或者也可以說"轉變"成另外一種粒子。

相信每個人都會認為，同樣的事情一再地發生，便不能當成是一種巧合。我們已經有充足的理由相信微中子是會振盪的。但是前面提過，微中子要振盪必須有質量本徵態及本徵值; 換句話說，我們不能再將微中子當成是無質量的粒子。此外，微中子的各種性質還會影響我們對宇宙論以及天文現象的了解。有鑒於此，為了更加瞭解微中子的各種層面，在過去幾年，許多新的微中子實驗

誕生，世界各地的科學家都爲了更進一步地發現新的進展而努力。這其中包括了從 1997 年起由中央研究院微中子研究小組所主導的"台灣微中子實驗 (TEXONO)⁶"。在此我們也不詳細說明其組織與工作內容，有興趣者可參觀附註的網址及附錄文獻中 TEXONO 主持人王子敬博士所著的文章 [13, 15] (另有關於更多微中子偵測的技術及組織也可參閱 [14])。

本文的主題便是微中子振盪，目標則是利用量子力學原理計算出微中子穿過整個地球內部後的轉換(振盪)機率。我們由 Super-K 的實驗切入主題，接著的兩個章節爲微中子振盪在真空及物質內的詳細計算，然後開始討論我們要求的地球微中子問題。



圖四：太陽微中子能譜。取自 J.N. Bahcall 個人網頁：

<http://www.sns.ias.edu/~jnb/Snviewgraphs/>

⁶台灣微中子實驗網頁：<http://hepmail.phys.sinica.edu.tw/~texono/>.