

國立交通大學

物理研究所

碩士論文

利用 MOND 理論來擬合星系的光譜分布和星系的旋轉曲線

The simulation of MOND theorem



研究生： 陳偉軒
指導教授： 高文芳 教授

中華民國九十四年七月

Abstract

According to the MOND (Modified Newtonian Dynamics) theorem, we calculate the rotation curve of galaxies.

Because of the discrepancy of the rotation curve and luminosity profile in the Newtonian method, the astronomer develop the "dark-matter". But the existance of darkmatter had never been discovered. So, we try to explane this discrepancy by the MOND method.

This method is about the gravitation transformation in large distance will differ from the classical Newtonian tranfermation.

After finding a reasonable M/L, we may use it to predict the galaxy distance, and verify the distance calculated by other method.



摘要

在這篇論文中，我們根據 MOND (Modified Newtonian Dynamics) 理論對於重力傳播的推算，利用調整星系 (galaxy) 的『質量』跟『亮度』的比值 (M/L) 跟星系跟我們的『距離』，來計算旋轉曲線 (Rotation Curve)，然後跟用光譜測量出來的旋轉曲線比對，希望可以得到星系距離的一種新的測量方式，對於天文物理領域裡面，這是一個嶄新的想法跟方法。

由於星系的旋轉曲線跟所測量到的光度分佈 (Luminosity Profile) 在傳統牛頓力學的估算之下，有著極大的差異，以至於有了運用暗物質理論去解釋這個現象的方法，但是對於暗物質的存在，一直沒有找到確切的證據。

於是乎，我們尋找到 MOND 理論去解釋這個現象。此理論是根據假設大尺度的重力傳播模式的改變，來找到一個經過變換的牛頓動力學公式，經由這個理論，可以合理地解釋旋轉曲線跟光度分佈的差異，希望經由估計合理的 M/L 數值，進而從星系的光度分佈跟旋轉曲線的擬合，去推算星系的距離。

這個方法可以和推算星系距離的方法其他方法相互參照、驗證，由此來得到更加可信的星系距離。

致謝

首先，感謝父母生我、養我、教育我，讓我在衣食無缺的環境下，不只擁有健康的身體，並且還得以一路順利求學，學識不斷增長，可以一窺學術殿堂的風采；再來感謝所有我求學生涯中，每一位引領我的師長，因為你們，我才會不斷得到知識的啟發、得到許多心中疑惑的解答；在研究過程中，最最感謝的就是高文芳老師不厭其煩、耐心的指導，仰賴很多高老師的概念發想、重要公式的推演運算，這才得以有這篇論文的產生；對於容震軒學長在程式方面的鼎力相助，更是這篇論文重要的催生者，真的十分感謝；我的研究夥伴，謝玉真在研究過程中的資料蒐集、數據處理、程式規劃都有許許多多的貢獻，一切都因為有她的協助，得以順利推展，也因為我們之間互相的討論、互相鼓勵，對於領域浩瀚的天文物理知識，著實又加深了許多。因為和研究夥伴的討論，加速了論文的進度，也學到了不少人際間的相處之道，這種和人互助合作、深入討論一個重要學術議題的體驗，讓我更加認識了學術領域的精妙之處。

在交大物理研究所兩年的求學生涯，得到的不只是物理上面的諸多知識，更重要的則是結交到許多身處在物理研究領域尖端的老師、學長姐、同學、學弟妹，因為這些人的督促跟砥礪，我深刻的了解到物理最重要跟精華的部份，因為有這個環境，不只是人類對於物理領域的探索方法會更進步，身處其中的我更是得到心靈上面深刻的啟發。班上的同學在生活上跟課業上的幫助，讓忙碌的研究生生活可以按部就班地順利展開，因為這些好同學、好朋友，在這裡的一切都這麼的美好，不管是哪一次的聚餐，總是十分美好的心靈交會。當然還有許許多多在各個層面跟角度幫助我的所有朋友，因為你們大大小小的幫助，我有了這麼美好的兩年研究生涯，謝謝你們！總之，這兩年的回憶，永遠都會留在記憶中。

Contents

1	序論	6
1.1	亮度分佈的取得	8
1.2	旋轉曲線的取得跟原理	9
2	基礎理論介紹	12
2.1	MOND理論推導	13
2.2	程式方法的基本原理	15
3	數據與結果	18
3.1	『亮度資料』的處理步驟	18
3.2	『氣體質量』資料的處理步驟	19
3.3	『旋轉曲線』資料的處理步驟	20
3.4	程式運算過程	21
3.5	結果分析	22
3.5.1	NGC2403	22
3.5.2	NGC3198	26
4	結論	29



5	附錄	32
5.1	程式用到的物理量轉換	32
5.2	一些基本的天文物理量	32
5.3	氫21公分譜線的計算 (Hyperfine Structure)	32
5.4	傳統的天文距離測量方法簡述	33
5.4.1	恆星視差法	33
5.4.2	光譜視差法	33
5.4.3	造父變星	33
5.4.4	超新星	33
5.4.5	雷達遙測	34
5.4.6	哈柏定律	34
5.4.7	其他	34



Chapter 1

序論

漫天的星星是從古到今，就是那些晚上睡不著覺的人們，最好的觀察對象。然而，一直以來，天文學的發展可以說是人類對於自然運作規則最難以理解跟驗證的一門學問。

那些一到了夜晚一定會照著季節跟時間遞擅移動的漫天光點，一直就是人類對於自然規律的第一個深刻認識，再經過了幾千年來的觀察跟理論的發展，我們揭露了許許多多原本難以了解的天文現象，例如四季的遞擅跟天象的關係、方位跟天象的關係、太陽跟地球的關係、地球在宇宙中的地位，這些問題的解釋，不只是在實用性的方面，也一點一滴地揭露出人類跟宇宙的互動，更促成了我們更深刻的思考。每一個天文上的發現，都在告訴世人：人類的渺小、人類的特殊、人類跟自然存在的偶然性，每個創新的理論跟知識，都撼動著每個前去深入認識的心靈。

牛頓力學的建設跟底定，就是因為天文學上著名的行星克普勒第三運動定律，為了解釋這些經過數十年觀測的行星運動規律，牛頓推演出運動定律公式，而奠定了近代的物理學基礎。

在近代天文學的研究之中，因為望遠鏡解像能力的發展，我們觀察到更多的現象，解釋跟驗證了之前的疑惑，卻也帶出了更多的問題。在這之中，有個很大卻一直難以解答的問題，那就是暗物質 (Dark Matter) 的存在與否。

自從望遠鏡可以取得清晰的星系光譜，天文學家就努力從這些我們唯一可以認識星系的方法去著手，從光譜之中，去分析出質量的分佈、亮度的分佈、光子頻率的分佈，從這些數據資料來建立模型，得到我們對於星系的基礎認識：質量、大小、距離、溫度... 但是一直以來，質量分佈的模型一直無法得到可以互相驗證的答案。

我們第一個對於光譜的想法就是去看亮度的分佈情形，根據直覺的，有多少光子被我們接收到，就可以利用恆星的模型往回去推算出星系的質量分佈。或者再加上星系中某些氣體分佈的情形，例如 HI 譜線所揭示的氫原子質量，然而其中根據了許多對於星系距離的推定、恆星發光模型的建立，有很多的數據對於這個方法的運用有很大的影響。

第二個利用光譜推算星系質量分佈的方法，就是所謂的旋轉曲線（Rotation Curve） [2] [3]。我們可以將光譜分光，統計出星系光譜的紅偏移、藍偏移的大小，根據都卜勒效應的解釋，光頻率偏移的大小就可以得到星系圖樣中光點跟地球在視線方向的相對速度，利用這個方法，可以得到星系中各個點相對於星系中心的旋轉速度，從這個旋轉速度跟牛頓力學方程，我們一樣可以得到星系的質量分佈。

然而對於這兩種方法所得到的星系質量分佈，一直以來就是天文學家最頭痛的問題，這兩者從來就沒有互相符合過！旋轉曲線所測量到的質量遠遠超過了可偵測得的質量的大小，甚至到達了百分之九十的差距。這麼大的差距，就是現今仍然不斷困擾所有天文學家的暗物質。

於是有些天文理論學家不同的思維，重新去思考這兩個基本推論方法的理論基礎，尋找解釋暗物質這個現象的產生，因此有了 Milgrom 所提出的 MOND 理論 [6] [7] [8] [9] [10] [11]。

在 MOND 理論的看法之中，就如同量子力學中，小尺度的觀察導致更多維度被人類所揭示，大尺度的宇宙現象是否也因此隱藏了某些維度，使得人類觀察到某些不同於正常維度的現象 [5]。在這樣的思維之下，牛頓力學的推演需要有根本上的改變，這樣的改變竟也符合了很多原本難以

理解的天文現象。而且除了在星系大小的作用範圍可以成功解釋之外，而且還成功地模擬出宇宙的圖像 [1]。

所以我們就嘗試利用這個理論，經由估算星系的光度分佈跟旋轉曲線的關係，希望進而去推算星系的距離 [5]，然後和其他方法所得到的星系距離相互參照、驗證，由此來得到更加可信的星系距離。

在接下來的1.1節中，我們將簡短地解釋一下亮度分佈的取得；在1.2節中，解釋旋轉曲線的取得跟原理；第二章中，會有關於我們所使用的MOND理論；2.1節中，是有關於基礎理論的推導；2.2節中，說明程式所使用的各種方法；第三章中，說明數據的處理步驟跟結果分析；3.1節介紹亮度資料的取得跟處理步驟；3.2節介紹旋轉曲線資料的處理步驟；3.3節是有關運算的過程；3.4節則是結果分析。最後，在第四章則給予結論。

1.1 亮度分佈的取得

我們所使用的數據是由 Kent 所取下來的 [22]，他的作法是將螺旋星系利用橢圓形去對應星系照片的等亮度區域 [20]，然後利用這些個同心的橢圓去計算每個不同半徑的亮度平均值，再紀錄下每個不同半徑的同心橢圓所對應的亮度，如此，就可以把螺旋星系的半徑和亮度的關係量化，用來作為我們的螺旋星系亮度分佈圖。

此時得到的是星系半徑的視角、和每平方單位視角的光通量關係，由於我們所需要計算的是星系的半徑大小、每平方單位距離的光通量，而這兩者是和星系跟我們觀測者的距離是有關係的，如果距離越遠、相同大小的星系會有越小的視角，相同的平方單位視角亮度會有越小的每平方單位距離的光通量。

而且光通量和星系的發光強度也是和距離有關係的，如果距離越遠，相同大小的平方單位距離的光通量所代表的發光強度也就越大。

所以我們必須引入星系的距離大小，先將視星等換算成絕對星等，此時我們是得到了某個波段範圍之內、星系的發光強度，需要再經由估計，

來得到星系在所有波段的發光強度，根據這個方法，再轉換成星系亮度分佈對半徑的關係。

1.2 旋轉曲線的取得跟原理

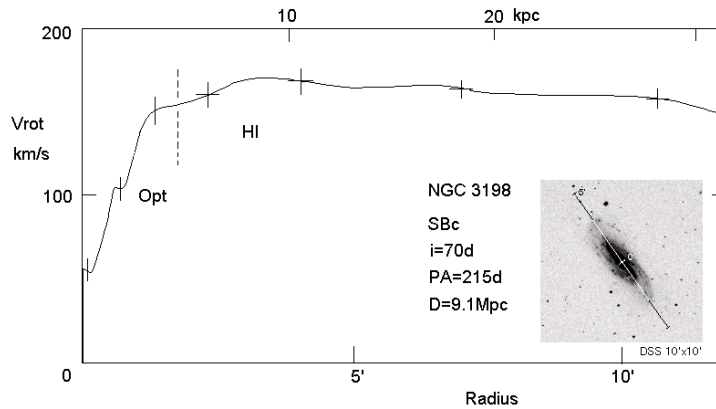


Figure 1.1: 旋轉曲線 (Y. SOFUE THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 523: 136E 146, 1999 September 20) [4]

根據都卜勒效應，運動的物體所發出的光波頻率，會因為觀察者跟物體之間視線方向的相對運動而改變，但其與光波波長的乘積（光的速率），恆保持一定；向著觀察者運動的物體，所發出的頻率會增加，也就是光譜有藍移的現象；遠離的運動則會使得觀察者接收到的頻率降低，也就是有紅移的現象。

由於相對論原理，我們是無法分辨何者是相對於傳光介質運動，所以和一般聲波傳遞的都卜勒效應公式是不相同的。

光之都卜勒效應公式：

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{u}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \quad (1.1)$$

ν' 為觀察者觀測到的頻率、 ν 為發光物體發出的光波頻率、 u 是觀察者和

波源分離的速度、 c 是光速，若以 $-u$ 代替 u ，則得波源與觀察者彼此接近時的適當方程式。

根據這個原理，當一個星系的盤面法線和地球不是一直線的時候，盤面上星球的運動就會和地球有相對運動，有一部份會是遠離的、有一部份會是接近的，因此在同一個星系上面，我們可以看到有一部份有藍移的現象，有一部份有紅移的現象。

當然此時會因為宇宙膨脹的影響，星系整體會有遠離地球的現象，但是我們可以經由減去星系半徑中心跟地球的相對速度，而得到對稱的紅移、藍移現象。

由此，我們可以倒推回原本星系盤面上星球的旋轉速率，這個旋轉速率的分佈，就是星系旋轉曲線（Rotation Curve）的由來。

由於氫氣是組成星系的主要成份，分佈也最廣，所以運用氫原子的 21 公分譜線來量測速度是最直接的方法。不過後來也有發展用其他氣體的光譜來分析旋轉曲線的技術，因為星系的組成中，在核心部份的氫原子就比較稀少，若是用別的原子來測量可以獲得比較好的解析度 [4]。

中性氫原子之電子與氫核皆擁有自旋這個內稟性質，當兩者各別產生的磁矩因彼此間方向的變換（即由高能躍遷至低能），會發出頻率為 1420.406 兆赫（MHz）的光子，這就是波長為 21 公分的氫譜線輻射，由於此種譜線是星際空間中低溫低密度之氫原子所發出，而其波長比光的波長長了許多，故不會被星際物質如塵埃等吸收，通過對 21 公分譜線強度的觀測，可以得到銀河系各處氫雲的密度、溫度及視向速度等資料 [2] [3]。

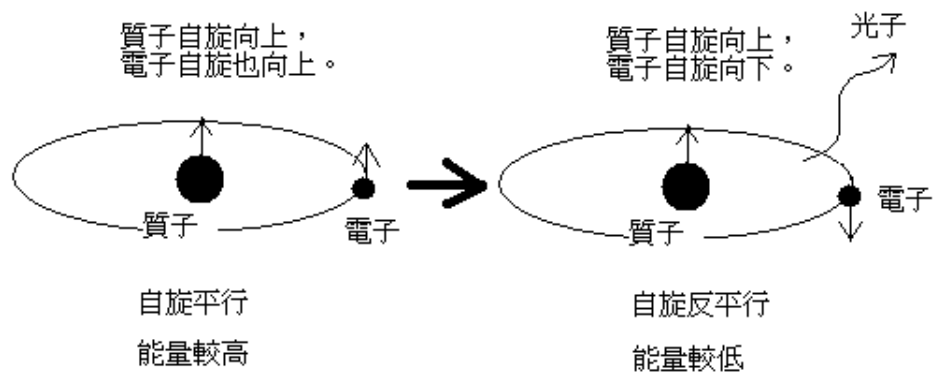


Figure 1.2: 氫原子的21公分譜線

Chapter 2

基礎理論介紹

一直以來，天文物理有個很基本的問題等待解決，那就是我們可以觀察到的發光物質質量和星系的旋轉曲線總是不匹配，也就是形成星系旋轉曲線所需要的質量總是遠遠大於我們可以看到的發光物質所推論出來的質量，甚至加上了一些可以偵測到的氣體的質量，仍然無法符合。也就是因為這個原因，也就有了暗物質理論的產生。然而，天文學家對於暗物質的尋找，在經歷了數十年的努力，卻還是沒有找到這種不和任何光子發生反應的神秘物質，直到現在，仍然沒有一個可以成功解釋這種物質的模型，當然，在太陽系的範圍之內幾乎可以說是沒有找到任何暗物質存在的證據。

但是除了暗物質理論，我們還發現了 MOND (Modified Newtonian dynamics) 理論。MOND 理論利用重新建立大尺度的牛頓力學模型，來尋找對於星系發光質量和旋轉曲線不匹配的解釋，從1986年 Milgrom 發表 MOND 理論 [6] 以來，Kent 曾經嘗試將『MOND』和『暗物質理論』對星系旋轉曲線的擬合做比較 [22]，Sanders 也一直發表了許多的天文數據分析 [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19]，在支持跟證明著 MOND 理論。

最基本的構想就在於因為星系的尺度和我們太陽系的尺度有極大的差距，那麼就如同量子力學對於小尺度可以觀察到更多維度的物理現象，大尺度是否就會讓某些維度消失了呢 [5]？

根據 Milgron 理論推演 [6]和 Sanders 實驗數據推論 [14] [19]，得到了一個加速度的臨界值，

$$a_0 = 0.9 \times 10^{-8} \text{ cm s}^{-2} \quad (2.1)$$

當加速度小於這個值之後，牛頓力學的加速度就會產生基本上的變化，從距離的平方反比慢慢漸進成距離的一次方反比。

因為星系的距離跟亮度、質量、星系大小有直接的關係，是個很基本的重要物理量，然而測量的方法各自有不同的優缺點，不同方法所產生的距離更有大小不等的差距（如附錄）。

所以我們嘗試使用 MOND 的理論，從星系的亮度分佈和旋轉曲線出發，希望從這兩個觀測到的數據來推算星系跟地球之間的距離，並且跟其他測量星系距離的方法做比較，希望可以得到另外一種測量星系距離的新方法。

2.1 MOND理論推導

根據 MOND 的理論，加速度 a 在遠小於 a_0 的情況下，會展現出和距離的一次方成反比的現象；而在遠大於 a_0 的情況下，則是維持和距離平方成反比。

$$\begin{cases} a = \frac{Gm}{r^2} & a \gg a_0 \\ \frac{a^2}{a_0} = \frac{Gm}{r^2} & a \ll a_0 \end{cases}$$

所以此時我們定義一個函數 $u(x)$ ：

$$u\left(\frac{a}{a_0}\right)a = \frac{Gm}{r^2}$$

此函數的兩個極限情形如下：

$$u(x) \approx 1, \quad x \gg 1$$

$$u(x) \approx x, \quad x \ll 1$$

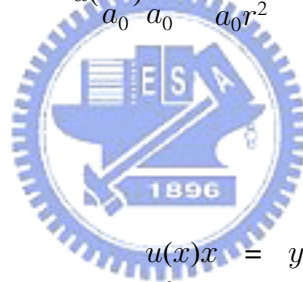
根據這個定義，我們尋找到一個函數形式：

$$u(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (2.2)$$

所以，

$$u\left(\frac{a}{a_0}\right) \frac{a}{a_0} = \frac{Gm}{a_0 r^2}$$

$$\text{令 } \frac{a}{a_0} = x, \quad \frac{Gm}{a_0 r^2} = y$$



$$\frac{u(x)x}{x^2} = y$$

$$\frac{x^4}{1+x^2} = y^2$$

$$\frac{x^4}{1+x^2} = y^2$$

$$x^4 - y^2 x^2 - y^2 = 0$$

利用二項式公式解：

$$x^2 = \frac{y^2 + \sqrt{y^4 + 4y^2}}{2}$$

將 $\frac{a}{a_0} = x$, $\frac{Gm}{a_0 r^2} = y$ 代回上式：

$$\frac{a^2}{a_0^2} = \frac{\frac{G^2 m^2}{a_0^2 r^4} + \sqrt{\frac{G^4 m^4}{a_0^4 r^8} + 4 \frac{G^2 m^2}{a_0^2 r^4}}}{2} \quad (2.3)$$

$$a^2 = \frac{\frac{G^2 m^2}{r^4} + \sqrt{\frac{G^4 m^4}{r^8} + 4 \frac{G^2 m^2 a_0^2}{r^4}}}{2} \quad (2.4)$$

這裡的 m 代表每個單位質量； a 是星體在半徑 r 的位置上所受到的加速度。

我們可以看到，在 $\frac{Gm}{r^2}$ 很小很小的時候， a 是和距離 (r) 成一次方反比的。

2.2 程式方法的基本原理

因為我們假設沒有暗物質的存在，也就是說，有多少的亮度就代表了多少質量的存在。所以我們首先從亮度分佈把質量密度 (σ) 換算出來：

$$L(r) \frac{M}{L}(r) = \sigma(r) \quad (2.5)$$

(這裡的 $L(r)$ 是取下來的亮度分佈、 $\frac{M}{L}(r)$ 是每單位亮度所對應的質量、 $\sigma(r)$ 則表示了質量密度沿著半徑分佈的情形。)

因為我們計算的是包含一個球狀核心和一個圓盤的星系結構，所以使用這個球體的萬有引力公式來計算核心部份的引力：

$$g = \frac{Mv^2}{r} \quad (2.6)$$

因為這個公式的假設是根據球體的萬有引力公式，球體所需要計算的只有內部所包含的質量。

至於圓盤狀的星系部份以及氣體質量的分佈，除了半徑 r 之內的質量會造成萬有引力之外，半徑 r 之外的質量所造成的重力場並不會互相抵銷為零，需要加入這部份的計算。

我們先將位能 ($U(r)$) 計算出來：

$$U(r) = - \int \frac{G\sigma dA}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.7)$$

然後：

$$g(r) = -\vec{\nabla}U = \int_0^{2\pi} \int_{r'_1}^{r'_2} \vec{\nabla} \frac{\sigma r' dr' d\theta}{|\vec{r}' - \vec{r}|} \quad (2.8)$$

這裡所用的氣體質量，是從 Sanders 2002 [19]的氣體速度分佈推算得到的。

最後將核心的球體和圓盤的質量、以及氣體質量所造成的加速度加總起來，代入：



$$au = g \quad (2.9)$$

求得在半徑 r 所受到的加速度 a 。

再利用物體進行圓周運動時，加速度、半徑、速率，之間的關係式：

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (2.10)$$

$$v_{MOND} = \sqrt{ar} \quad (2.11)$$

此時就得到了星系盤面上星球運動速度沿著半徑的分佈。

我們另外還計算了利用傳統牛頓定理所計算出來的旋轉曲線：

$$v_{Newton} = \sqrt{gr} \quad (2.12)$$

用來比較 MOND 方法和牛頓方法之間，兩者的不同。



Chapter 3

數據與結果

在這裡，我們說明所使用的『亮度』資料、『氣體質量』、以及『旋轉曲線』資料的來源跟處理步驟。最後討論所擬合出來的結果。

3.1 『亮度資料』的處理步驟

我們首先取用 Kent 1987 [22] 的資料，根據他的描述，這裡的資料是使用 F 和 J 的 filter，然後再轉換成 r-band (668nm) 的視星等數值。由於這裡所給的資料已經將星系的視角利用星系和我們之間的距離轉換成真正的星系大小，所以我們需要根據這裡面所描述的星系距離再換算回我們所需要的視角大小才行。

另外，因為通常旋轉曲線可以取到比較外圍的部份，但是星系的亮度分佈並沒有辦法取得這麼大的半徑（因為鏡頭的偵測能力有限，亮度太低的時候，訊號是沒有辦法跟背景雜訊分辨的，這時候取數據的意義就不大了。），根據 Kent 1987 [22] 的作法，我們根據星系盤面上偵測得到的亮度去外插可以偵測到的發光盤面以外的亮度，直到和旋轉曲線的長度相符，就可以利用 MOND 方法去模擬沒有亮度的位置的旋轉曲線。

此刻我們再將得到的視星等，引入我們所設定的『距離』，經由絕對星

等和視星等的換算公式：

$$D = 10\text{pc} \quad (3.1)$$

$$M_v = m_v - 5 \log_{10}\left(\frac{d}{D}\right) \quad (3.2)$$

因為這裡所說的星等是只有測量某一個頻段的電磁波強度，我們還要再利用公式來估計：

$$L = 2.512^{4.83 - M_v} \quad (3.3)$$

求得星系在所有頻譜裡面總共的發光強度，4.83 是根據 Kent 1986 [22] 所給的太陽在 r-band 的發光強度。這裡我們的單位是以太陽的發光強度為單位。

有了發光強度，再加上『亮度-質量』的比值 (ML) 這個參數，我們就可以經由計算得到星系的質量分佈。

由於我們是盡量找核心比較不明顯的星系，而且為了單純化擬合的參數，所以我們在建立亮度-質量模型的時候，就用了最為直觀的一比一，也就是有多少亮度就正比於多少質量，不管是在星系盤面的哪一點，亮度就直接代表著相同大小的質量，這樣子可以說是最符合直覺的想法了，也去掉掉其他種類模型的盲點。

3.2 『氣體質量』資料的處理步驟

由於 Begeman 1990 [12] 的建議，我們是需要加入星系之中氣體的質量，這些氣體是不會發光的，所以並不能從亮度的分佈去得到氣體的質量分佈情形，不過我們可以由氫原子的 21 公分譜線來偵測到這些質量。

由氫原子的 21 公分譜線偵測到的譜線強度換算為星系之中氫氣的質量，然後乘上 1.3 倍用以表示氫原子和氫原子的質量分佈，當然還有其他不發光的氣體分子，不過根據 Young 1987 [23] 的建議，這些分子型態的氣體分子的分佈，是和發光質量的分佈是相同的，所以這一部份的質量就不需要再另外計算了。

這裡我們是由 Sanders 2002 所給的氣體在牛頓力學之下所形成的旋轉曲線去換算回氣體的質量分佈。

3.3 『旋轉曲線』資料的處理步驟

至於『旋轉曲線』的資料則是由

<http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/~sofue/RC99/rc99.htm>

取得，這裡提供了許多星系的旋轉曲線資料。為了有比較精確的旋轉曲線，Sofue 在這些資料中，是利用了幾種原子的光譜分析，才得到這些數據的。

不過程式裡面所使用的長度單位是 arcsec，可是由此取得的資料上面卻是以 kpc 作為長度單位，所以就再利用星系跟我們之間的距離（一樣由這裡提供），換算回 arcsec，換算的公式為：

$$R' = \frac{R}{\text{dist}} * \frac{180}{\pi} * 3600 \quad (3.4)$$

（R是以 kpc 為單位、R' 是以 arcsec 為單位、dist 是星系和地球的距離，以 kpc 為單位）這樣子處理了之後，原本第一欄的數字是用 kpc 作單位，就換成了以 arcsec 做單位，完全去掉距離的影響，可以放到程式裡面去做計算。

3.4 程式運算過程

現在整個程式所需要的幾個參數有：星系的亮度分佈、氣體質量分佈、距離、旋轉曲線，還需要輸入『質量 - 亮度』的比值。

首先將亮度的分佈從 Kent 1987 [22] 取下來，這裡所用的資料是已經換算成 r-band 的數值了，詳細的換算可以參考 Kent 1987 [22] 對於資料運算的說明。

接下來就代入 M/L 的數值，乘上亮度的分佈，得到每個單位面積（因為基本假設星系的結構為圓盤）的質量密度，之後開始運算所造成的位能、進而得到加速度，然後加上氣體質量所造成的加速度，計算出 MOND 理論所預測的旋轉曲線。

這裡比較重要的地方就是：因為假設了星系的形狀不為球體，所以在半徑 r 內外部份的質量，都會在半徑 r 的地方造成加速度，因此對於整個盤面都需要計算。



3.5 結果分析

這裡包含了 NGC2403 、 NGC3198 的引用資料、計算結果圖表。

Table 3.1: 星系資料

Galaxy	distance(Mpc)	M/L
NGC2403	3.2 ± 0.2	2
NGC3198	13.8 ± 0.5	1.4 ± 0.1

3.5.1 NGC2403

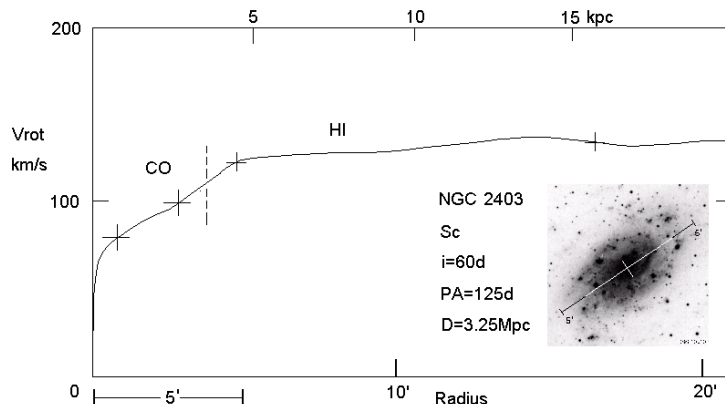


Figure 3.1: NGC2403 的旋轉曲線資料 (Y. SOFUE THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 523: 136E 146, 1999 September 20)

利用亮度、氣體質量分佈、旋轉曲線，根據 Sanders 2002 的距離，我分別換了三個距離（3.18Mpc、3.2Mpc、3.22Mpc）去計算不同的距離所計算出來的亮度分佈圖、MOND 旋轉曲線。

首先我們可以看到，估計出來的發光強度是不會跟著距離的變動而改變的，因為當星系的距離設定得比較大的時候，單位視角所代表的單位距離也大了，然後推算星系中星球發光的強度也大了。這兩者的變化剛好會互相會抵銷掉。

從 NGC 2403 這個星系旋轉曲線的擬合結果我們可以發現，我們所設定

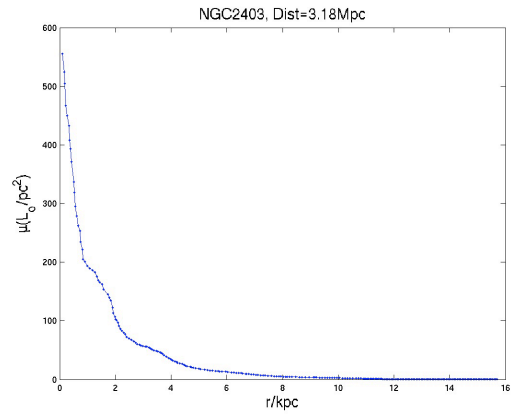


Figure 3.2: NGC2403 設定距離為 3.18Mpc 的亮度分佈圖

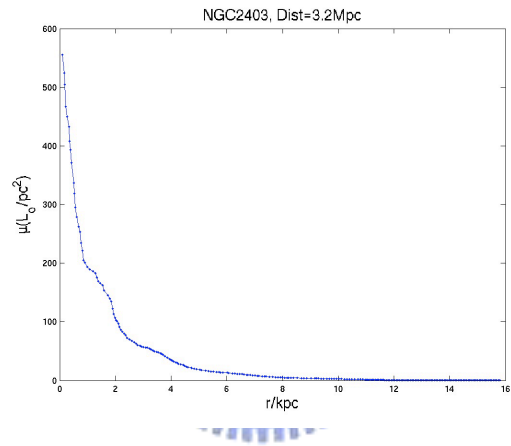


Figure 3.3: NGC2403 設定距離為 3.2Mpc 的亮度分佈圖

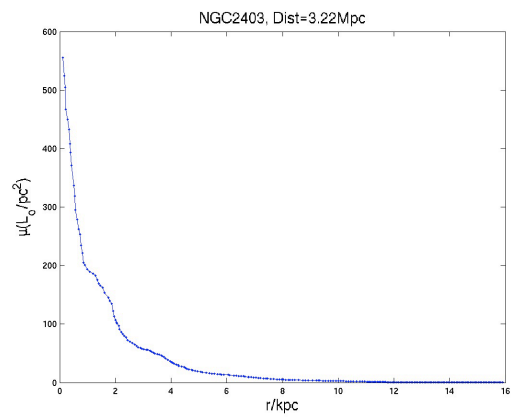


Figure 3.4: NGC2403 設定距離為 3.22Mpc 的亮度分佈圖

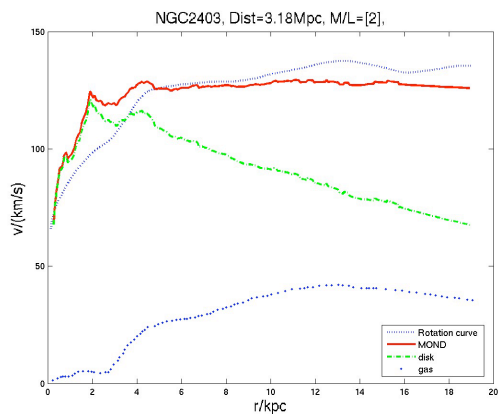


Figure 3.5: NGC2403 設定距離為 3.18Mpc 的旋轉曲線圖

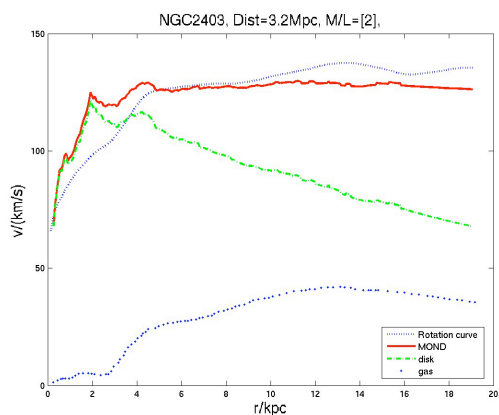


Figure 3.6: NGC2403 設定距離為 3.2Mpc 的旋轉曲線圖

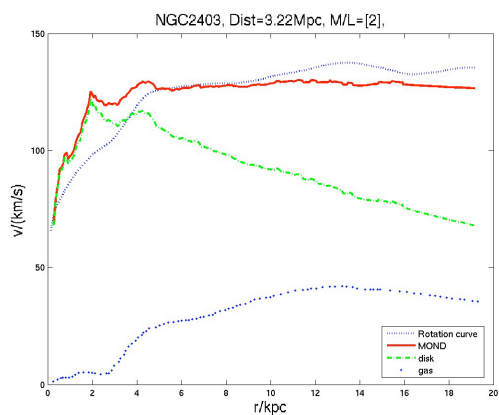


Figure 3.7: NGC2403 設定距離為 3.22Mpc 的旋轉曲線圖

的距離對於結果沒有多大的影響，所以如果這裡去變動 M/L 值，反而會使得擬合的結果變差。可能就是因為這個星系和我們之間的距離比較接近，測量星系和我們之間距離的不確定小了，我們所應該變動的 M/L 值也應該相對地小，但是此時眼睛所能觀察到的變化就小了。



3.5.2 NGC3198

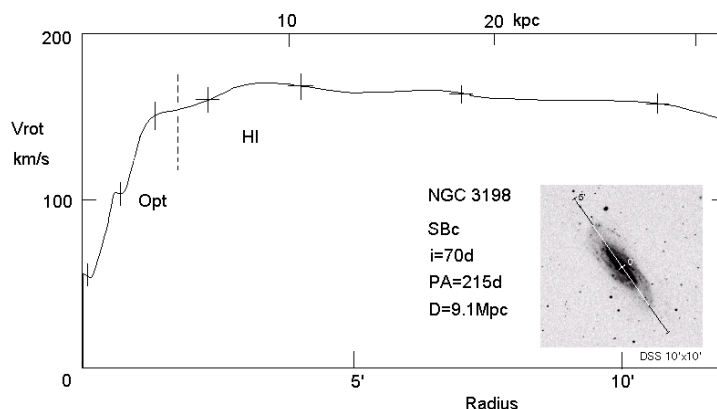


Figure 3.8: NGC3198 的旋轉曲線資料 (Y. SOFUE THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 523: 136E 146, 1999 September 20)

利用亮度、氣體質量分佈、旋轉曲線，根據 Sanders 2002 的距離，我分別換了三個距離（13.3Mpc、13.8Mpc、14.3Mpc）去計算不同的距離所計算出來的亮度分佈圖、MOND 旋轉曲線。

從這一個星系的擬合結果，我們可以發現當距離設定得大了，M/L 的值就要設定得小些。因為星系盤面大小的計算和星系跟地球之間的距離有關係（距離*角度），當對星系設定的距離增加時，盤面的大小也就跟著改變。

如果三個距離都是使用同一個 M/L 值，當距離增加的時候，輸入相同的亮度，計算出來的質量密度會增加，所形成的重力位能增大，加速度增大，以致於旋轉曲線會很平均地上昇。所以為了把旋轉曲線調整回來，就需要把 M/L 值調小，才會得到比較符合的樣子。

至於很明顯的，傳統的牛頓方法和使用的 MOND 方法擬合的曲線在接近星系盤面中心的時候，並沒有多大的差異；不過在盤面外圍，旋轉曲線比較平坦的部份，就可以看到牛頓方法計算出來的曲線是下降得比 MOND 方法快了很多。

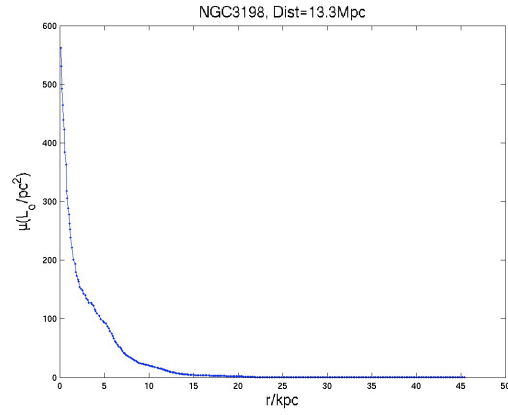


Figure 3.9: NGC3198 設定距離為 13.3Mpc 的亮度分佈圖

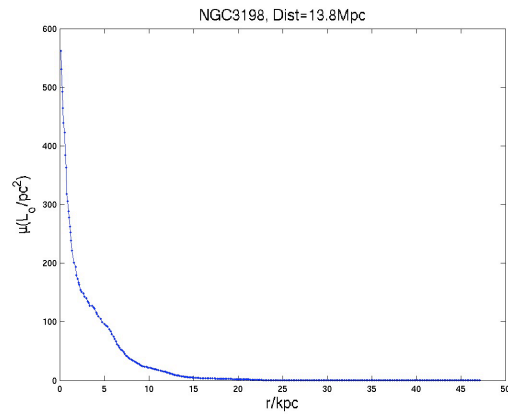


Figure 3.10: NGC3198 設定距離為 13.8Mpc 的亮度分佈圖

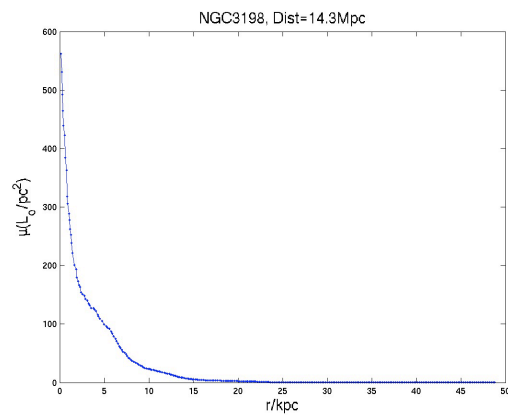


Figure 3.11: NGC3198 設定距離為 14.3Mpc 的亮度分佈圖

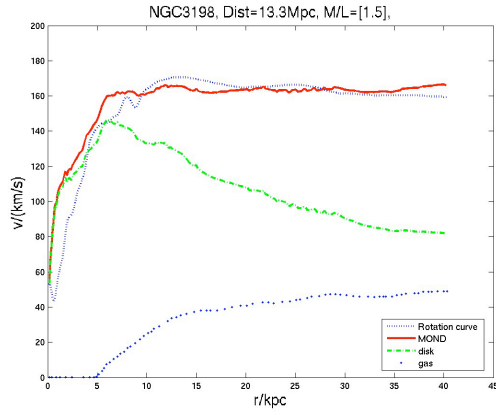


Figure 3.12: NGC3198 設定距離為 13.3Mpc 的旋轉曲線圖

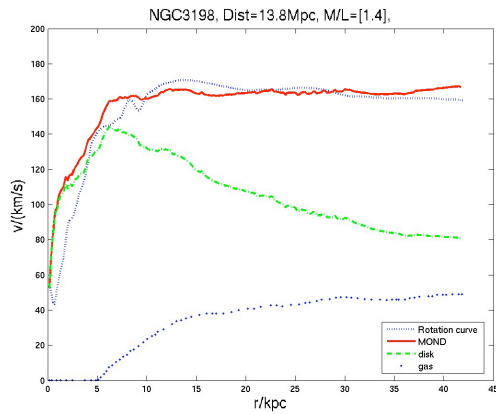


Figure 3.13: NGC3198 設定距離為 13.8Mpc 的旋轉曲線圖

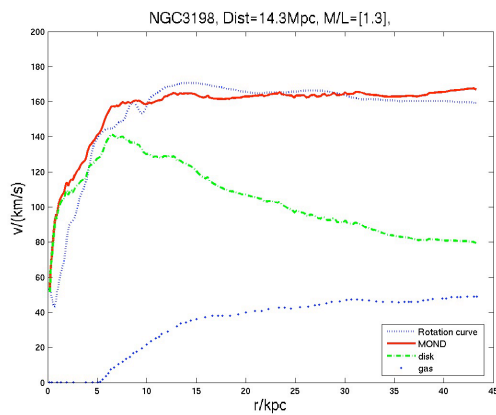


Figure 3.14: NGC3198 設定距離為 14.3Mpc 的旋轉曲線圖

Chapter 4

結論

這裡我們利用調整『星系跟我們之間的距離』、『質量-亮度的比值』，希望可以獲得比較好的旋轉曲線。由於和傳統牛頓方法比較，會有比較大差異的地方會是在盤面半徑比較大的地方，所以盡量把亮度的資料取得越遠離盤面中心的話，就越可以擬合出比較接近的結果。

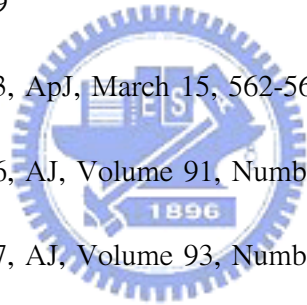
接下來還可以更進一步，如果我們定義某個數值來代表 MOND 方法模擬出來的旋轉曲線和利用一般方法測量出來的旋轉曲線的差值，並且調整距離和 M/L 來求得誤差最小的地方，就可以更廣泛地討論擬合曲線所需要的這兩個參數交互作用的情形。

經由這三個數值，我們可以找出擬合得最好的距離跟 M/L 數值，如果可以多取得更多的星系資料，也許可以找到一個對於所有星系都通用的 M/L 數值，那麼我們就可以利用這個值去擬合任意的星系，然後去預測跟校正星系的距離。

Bibliography

- [1] <http://astronomy.swin.edu.au/MOND/>
- [2] 氫 21 公分譜線
([http:// www.phys.ncku.edu.tw/~astrolab/ e_book/ star_birth/ captions/ H_21_cm.html](http://www.phys.ncku.edu.tw/~astrolab/e_book/star_birth/captions/H_21_cm.html))
- [3] 何謂 21公分譜線？有何用途？
(<http://e-service.cwb.gov.tw/docs/V3.0/knowledge/astron/star/023.htm>)
- [4] Y. SOFUE, Y. TUTUI, M. HONMA, A. TOMITA, T. TAKAMIYA, J. KODA, AND Y. TAKEDA, THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 523: 136E146, 1999 September 20
- [5] W. F. Kao, astro-ph/0504009 v1 1 Apr 2005
- [6] Milgrom, M. 1983a, ApJ, 270, 365
- [7] Milgrom, M. 1983b, ApJ, 270, 371
- [8] Milgrom, M. 1983c, ApJ, 270, 384
- [9] Milgrom, M. 1984 ApJ, 287, 571
- [10] Milgrom, M. 1994, Ann.Phys, 229, 384
- [11] Milgrom, M. 1999, Physics Letters A, 253, 273

- [12] K.G. Begeman, A.H. Broeils and R.H. Sanders, Mon. Not. R. astr. Soc. 1991, 523-537
- [13] Sanders, R.H. 1997, ApJ, 480, 492
- [14] Sanders, R.H. 1998, MNRAS, 296, 1009
- [15] Sanders, R.H. 1999, ApJ, 512, L23
- [16] Sanders, R.H. 2000, MNRAS, 313, 767
- [17] Sanders, R.H. 2001, ApJ (in press), astro-ph/0011439
- [18] Sanders, R.H., Verheijen M.A.W. 1998 ApJ, 503, 97
- [19] Roelof Bottema, Jose L. G. Pestana, Barry Rothberg, and Robert H. Sanders, 2002, astro-ph/0207469
- [20] Stephen M. Kent, 1983, ApJ, March 15, 562-567
- [21] Stephen M. Kent, 1986, AJ, Volume 91, Number 6
- [22] Stephen M. Kent, 1987, AJ, Volume 93, Number 4
- [23] Young, J. S., 1987. In: Star Forming Regions, IAU Symp. No. 115, p.557, eds Piembert, M. & Jugaku, J., Reidel, Dordrecht.



Chapter 5

附錄

5.1 程式用到的物理量轉換

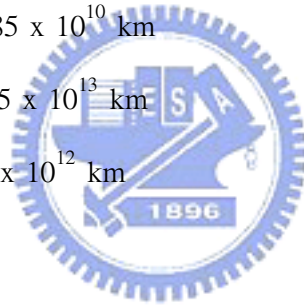
$$1 \text{ arcsec} = \frac{1}{60} \text{ arcmin} = \frac{1}{3600} \text{ 經度}$$

$$1 \text{ 秒差距} = 1 \text{ pc} = 3.085 \times 10^{10} \text{ km}$$

$$1 \text{ kpc} = 1000 \text{ pc} = 3.085 \times 10^{13} \text{ km}$$

$$1 \text{ 光年} = 1 \text{ l.y.} = 9.46 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ l.y.}$$



5.2 一些基本的天文物理量

$$\text{銀河系半徑} \simeq 5 \times 10^4 \text{ 光年} = 15.33 \text{ kpc} = 4.729305 \times 10^{14} \text{ km}$$

$$1 \text{ 天文單位} = 1 \text{ A.U.} = 1.49598 \times 10^{11} \text{ km}$$

5.3 氫21公分譜線的計算 (Hyperfine Structure)

氫原子是由一個質子、一個電子所組成，兩者的自旋 (spin) 的交互作用，就造成了超精細結構 (Hyperfine Structure) 的形成。對於氫原子來

說，『自旋平行』和『自旋反平行』的能量差為：

$$\Delta E = \frac{4}{3} g_N \frac{m_e}{M_N} \alpha^4 m_e c^2 \quad (5.1)$$

5.4 傳統的天文距離測量方法簡述

以下是常用的天文距離的測定方法

5.4.1 恆星視差法

以地球和太陽間的平均距離為底線，觀測恆星在六個月間隔，相對於遙遠背景恆星的視差。恆星的距離 d 。

5.4.2 光譜視差法

看出星體的視星等，再由其光譜以赫羅圖判斷出其絕對星等，然後再代入公式，最後可換算出我們所以星體間的距離。



5.4.3 造父變星

變星是位在不穩定帶的後主序帶恆星，其亮度有週期性的變化(週光曲線)，而綜合許多變星的週光關係，可以發現變星亮度變化週期與恆星的光度成正比。用來做距離指標的變星種類主要有造父變星(I型與II型)與天琴座變星。

5.4.4 超新星

大部份的超新星(I型與II型)的最大亮度大多數都很相近，天文學家常假設它們一樣，並以它們做為大距離的指標。以造父變星校準超新星的距離，以找出I型與II型星分別的平均最大亮度。由超新星的光度曲線，可以決定它的歸類。

5.4.5 雷達遙測

用雷達來測量其宇宙距離，在我們印象中的雷達是用來測量目標位置的無線電裝置或系統，人們利用雷達發射出無線電波來測定遠距離或看不見的目標。運用同樣的原理，我們也可應用到宇宙距離的測量方面。利用雷達發射和接收來判斷其距離的長短，但其缺點是宇宙是無遠弗屆的，雷達遙測只能用來測量小於1AU的目標，否則則會產生極大的誤差。

5.4.6 哈柏定律

因為幾乎所有星系相對於本銀河系都是遠離的，其遠離的徑向速度可用都卜勒效應來測量星系的紅位移，進而找出星系遠離的速度。

5.4.7 其他

- 紅超巨星

假設各星系最亮的紅超巨星絕對亮度都是 $M_V = -8$ ，受解析極限的限制，適用範圍與光譜視差法相同。

測距適用範圍：~7Mpc。

- 新星

假設各星系最亮的新星，絕對亮度都是 $M_V = -8$ 。

測距適用範圍：~20 Mpc。

- HII區

假設其他星系最亮的HII區之大小，和本銀河系相當。(定HII區的邊界困難，不準度很高)

- 行星狀星雲



假設星系行星狀星雲，光度分佈的峰值在 $M_V = -4.48$ 。

測距適用範圍： ~ 30 Mpc。

- 球狀星團

假設星系週圍的球狀星團，光度分佈的峰值在 $M_V = -6.5$ 。

測距適用範圍： ~ 50 Mpc。

- Tulley-Fisher 關係

漩渦星系的氫21 公分線，因星系自轉而有都卜勒加寬。由譜線加寬的程度，可以找出譜線的位移量 $\Delta \lambda$ ，並求出星系的漩渦臂在視線方向的速度 V_r ， $\Delta \lambda / \lambda_0 = V_r / c = V \sin i / c$ ， i 為觀測者視線與星系盤面法線的夾角，由此可以推出漩渦星系的旋轉速率。Tulley 與 Fisher 發現，漩渦星系的光度與自轉速率成正比，現在稱為 Tulley-Fisher 關係。量漩渦星系的旋轉速率，可以知道漩渦星系的光度，用距離模數公式，就可以找出漩渦星系的距離。Tulley-Fisher 關係找出的距離，大致與 I 型超新星同級，可互為對照。

註：現常觀測紅外線區譜線，以避免吸收。

測距適用範圍： > 100 Mpc。

- Faber-Jackson 關係、 $D-\sigma$ 關係

Faber-Jackson 關係與 Tulley-Fisher 關係類似，適用於橢圓星系。Faber-Jackson 關係：橢圓星系邊緣速率分佈寬度 σ 的四次方與星系的光度成正比。

$D-\sigma$ 關係：橢圓星系邊緣速率分佈寬度 σ 與星系的大小 D 成正比。

測距適用範圍： > 100 Mpc。²

- 星系

假設其他更遠的星系團，與室女星系團中最亮的星系都具有相同的光度

$$M_V = -22.83。$$

測距適用範圍： $\sim 4,000$ Mpc。

