

國立交通大學
工業工程與管理學系

碩 士 論 文

預約產能定價之研究

Pricing the Booking Fees for Reserving Capacity



研究生：謝岳霖
指導教授：巫木誠 博士

中華民國九十四年一月

預約產能定價之研究

Pricing the Booking Fees for Reserving Capacity

研究生：謝岳霖

Student : Yueh-Lin Hsieh

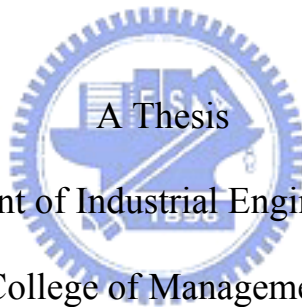
指導教授：巫木誠 博士

Advisor : Dr. Muh-Cherng Wu

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文



Submitted to Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

In

Industrial Engineering

January 2005

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年一月

預約產能定價之研究

研究生：謝岳霖

指導教授：巫木誠 博士

國立交通大學工業工程與管理研究所

中文摘要

本論文替一個擁有多客戶、資本密集的半導體代工廠，建立一預約產能問題的模型並解決預約產能定價之決策。為了使產能利用滿載，同時適當地分配產能予客戶，代工廠會要求客戶為預備產能付預約金。預約金定價是一個取捨平衡的問題，太高的預約金會造成客戶傾向保守而導致較少的預約量，相反地，太低的預約金則引發較多的預約量。然而，在決定預約量的當下，未來發生的需求數量卻是未知的隨機變數。本研究發展了兩個決策模型，一個是買方的決策，另一個則是賣方的決策。在某個特定的預約價格之下，買方的決策模型會為他決定一個最佳的預約數量，預約價格與預約數量之間的功能性關聯可因而決定。利用這樣的功能性關聯，賣方的決策模型即可以得到一個使得賣方利潤最佳化的預約產能價格。

關鍵字：預約，產能，半導體

Pricing the Booking Fees for Reserving Capacity

Student : Yueh-Lin Hsieh

Advisor : Dr. Muh-Cherng Wu

**Department of Industrial Engineering and Management
National Chiao Tung University**

Abstract

This thesis formulates and solves a pricing decision for booking the capacity of an IC foundry. IC foundry, a capital-intensive factory, has many customers. In order to fully utilize capacity and appropriately allocate capacity to customers, IC foundries may ask customers to pay a booking fee for reserving capacity. Pricing the booking fee is a trade-off issue. Higher booking fee would make customers more conservative and induce a lower booking quantity. Conversely, lower booking fee would induce a higher booking capacity. However, the future demand quantity, at the time point of making booking decision, is a random variable. This research develops two decision models, one for capacity buyers and the other for the capacity seller. For a particular booking price, the first decision model can be used to determine the booking quantity which optimal for buyer. The functional relationship between booking price and booking quantity can therefore be determined. Using such a functional relationship, the second decision model can compute the booking price that is optimal for the capacity seller.

Keywords: booking, capacity, semiconductor

誌謝

本論文得以完成，首先要感謝恩師巫木誠教授。謝謝巫老師能以無比的熱誠指導學生，使學生認識到做學問應該具有的態度、為人處事應該具備的正直誠信、以及面對挫折的堅忍毅力。能成為巫老師的研究生，確實是學生在研究所生涯中最幸運的一件事。

同時，學生也十分感謝論文口試委員許錫美教授、彭德保教授、謝立德助理教授在最後的論文口試時，給予學生寶貴的建議與指正，使學生的論文更臻完善。

此外，感謝同門林雅娟、陳尚宏、王君豪、蔡正航、林聲宇與洪挺耀對我的諸多幫忙與鼓勵，其次要感謝博士班學長蘇泰盛、施昌甫平日對我的諸多照顧，還有同儕郭勃顯、郭昭志、林琮發、錢韋安、陳啟宗、廖建閔、吳宜穆、蘇瑋婷、蔡宜娟等曾經幫忙過我的人，我由衷感謝！你們為我的研究生活帶來無比的樂趣與求知的動力，謝謝。

感謝一直默默支持我的家人，謝謝我最親愛的母親，謝謝岳勳，希望能藉本論文的完成，稍微聊表我的感激之情，謹以此篇論文獻給我最親愛的家人。

謝岳霖 于 新竹·交大

2005.1.21

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	v
圖目錄.....	vi
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 論文章節安排.....	3
第二章 文獻回顧.....	4
2.1 航空業的產能預約問題.....	4
2.2 旅館業的產能預約問題.....	4
2.3 過去文獻的分析與比較.....	5
第三章 研究模型與方法.....	6
3.1 問題說明.....	6
3.2 問題分析.....	6
3.3 決策模型.....	7
3.3.1 符號定義.....	7
3.3.2 買方的預約量決策.....	8
3.3.3 半導體代工廠的決策.....	10
第四章 數值案例求解.....	12
4.1 情境假設.....	12
4.2 三角分配的情形.....	12
4.3 修正常態分配的情形.....	15
4.4 敏感度分析.....	17
第五章 結論與未來研究方向.....	22
5.1 結論.....	22
5.2 後續研究.....	22
參考文獻.....	23

表目錄

表 4.1	製造商與所有買家的成本參數.....	12
表 4.2	不同產品售價之下的結果.....	17
表 4.3	不同變動成本之下的結果.....	17
表 4.4	不同固定成本之下的結果.....	18
表 4.5	修正後常態分配不同標準差之下的結果.....	18



圖目錄

圖 3.1	IC 設計公司與代工廠的互動圖示.....	7
圖 4.1	三角分配下 Q 與 B 之間的關係.....	15
圖 4.2	三角分配下 π_M 與 B 之間的關係.....	15
圖 4.3	修正常態分配下 Q 與 B 之間的關係.....	16
圖 4.4	修正常態分配下 π_M 與 B 之間的關係.....	16
圖 4.5	製造商的產品售價與預約價格的關係.....	19
圖 4.6	製造商的變動成本與預約價格的關係.....	20
圖 4.7	製造商的固定成本與預約價格的關係.....	20
圖 4.8	不同標準差與預約價格的關係.....	20
圖 4.9	不同標準差與預約產能的關係.....	21
圖 4.10	不同標準差下半導體代工廠與其客戶的期望利潤之關係.....	21

第一章 緒論

1.1 研究動機

積體電路(IC , integrated circuits)產品要經過設計、製造、封裝、測試等四個階段來完成，其中製造的投資金額最大，一個八吋晶圓製造廠，投資金額約達 10 億美元。由於投資金額高、風險大，遂有晶圓代工廠(IC foundry)的創立。此類公司專門負責代工製造客戶設計出來的 IC，不設計 IC 也無自有產品。反之，IC 設計公司則不設晶圓廠，專門負責設計 IC，將其製造全部委外代工。因此晶圓代工公司本質上是出售產能的行業，如何將其產能適當的分配給眾多的 IC 設計公司，以兼顧公司與客戶群的利益，實在非常重要。

晶圓代工製造的生產週期時間很長，製造一個產品約需 30-50 天。晶圓代工廠為了提高產能利用率，並且有效分配產能給客戶，晶圓代工廠通常會要求客戶在正式下訂單的 3-6 個月前提供其需求預測，以作為其分配產能的參考。過去有些研究假設客戶的需求是正確的，並據以發展分配產能的方法，以最大化晶圓廠的利潤[5, 11, 12]。

然而客戶的需求預測通常是不正確的。原因有二，其一是客戶的能力限制，未來的需求本質上具有不確定性，客戶即使竭盡所能，未必能準確知道未來，吾人可由預測股票價格之難度可見一斑。其二是客戶刻意扭曲資訊，由於代工廠產能有限，IC 設計公司為了確保其未來的需求可以滿足，通常會刻意高估其預測值。因此客戶的需求預測總額，經常會高於代工廠可提供的產能。需求資訊刻意扭曲對供應需雙方長期而言都很不利[4, 14, 18, 21]。

為克服刻意扭曲需求預測資訊的問題，Hsu and Wang (2000)提出用客戶過去預測的準確度來調整客戶的預測值，並提出調整預測的方法。Cachon and Lariviere (1999)建議設立紅利機制來鼓勵客戶說實話，以避免扭曲需求預測。Mallik and Harker (2004)進而利用賽局理論提出如何正確計算紅利，以讓客戶誠實的告知其預測的平均值，如果未來的實際需求與預測平均值靠近，則給予紅利。


然而，以紅利機制鼓勵說實話，可能會有「誠實不獎勵，不誠實卻受獎」的缺點。因為未來的實際需求本質上是一個機率分配，即使客戶說實話，其預測值

也不能確保與未來實際需求相符，因此說實話的客戶未必每次都能拿到紅利。反之，不說實話的客戶，也可能因為機率分佈的原因，意外拿到紅利。此種紅利發放不確定的現象，可能會使客戶說實話的意願降低。

Cvsa and Gilbert (2002)提出製造商以價格折扣(price discount)的方式，鼓勵客戶做出提前訂購的承諾(early purchase commitment)，譬如，客戶可以九成的價格先預購產能。此種方法可能較適用於「賣方強勢」的市場，對晶圓代工廠業未必適用，因為「預購產能」的代價太高，客戶誤判需求的處罰成本很高，因此客戶在預購產能時會趨於保守，以確保所預購的產能可以消化掉，又同時取得價格折扣，結果晶圓代工廠只是平白損失價格折扣。

綜上所述，如何發展一機制來有效分配晶圓代工廠的產能給客戶，仍然有相當的研究空間。

1.2 研究目的



本研究提出「預約產能」的機制來解決晶圓代工廠分配產能的問題。亦即，晶圓代工廠事先訂定一預約價格(booking price)，讓客戶根據其需求預測，來預約未來產能。如果客戶未來實際需求低於預約量，則沒收其預約金。對晶圓代工廠而言，如果預約價格訂太高，客戶會趨於降低預約量；反之，如果預約價格訂太低，客戶會趨於提高預約量。因此如何訂定代工產能的預約價格，實在非常重要。本研究發展一數量性模型的定價方法，以分析最有利於晶圓代工廠之產能預約價格。

本研究對需求預測的假設與過去文獻不同，過去文獻對需求資訊刻意扭曲的問題，通常有一個隱含的假設，即客戶知道未來的需求，但是為了自身的利益刻意扭曲資訊。本研究認為客戶無法確知未來的需求，客戶的需求預測只是客戶對未來的判斷。此種判斷不確定性很高，是一個機率分配，不是一個特定值。本研究假設買賣雙方共同面臨一個「已知但是不確定」的需求預測情境，雙方都是「理性決策者」，彼此都會做出「最大化本身利益」的決策，據此來分析最有利於晶圓代工廠的產能價格。

1.3 論文章節安排

本論文其他章節安排如下：第二章是文獻回顧，主要是探討服務業有關「預約產能」的研究；第三章描述本研究的問題情境與數學模型，第四章是實例驗證，第五章是結論與建議。



第二章 文獻回顧

產能預約的決策問題，過去的文獻很少針對製造業討論，主要是針對服務業譬如航空業和旅館業，以下分別討論此兩行業的產能預約相關文獻。

2.1 航空業的產能預約問題

過去可見到前人 Gallego and Ryzin (1994)對於「易腐性(perishable)」商品的存貨定價模式，並引伸到「航空業」的產能預約問題。進行這方面的研究有學者尚有 Belobaba (1989)、Brumelle et al. (1990)、Brumelle and McGill (1993)、Curry (1990)、Weatherford and Bodily (1992)與 Kasilingam (1996)等人。這些研究大多討論「超訂(overbooking)」情境下的機位定價(seat pricing)決策，或者是求解「機位配置(airline seats allocation)」問題，在機位產能固定的條件下進行利益最大化配置[1~3, 6, 9, 10, 15, 16]。

近期則有 Li (2001)提出一個最佳定價策略的線性規劃(Linear Programming)模型，並應用到航空業中，解釋「趕時間的人(business traveler)」會比起「有空閒的人(leisure traveler)」較有價格彈性[19]。

前述文章多數是討論航空業的機位預約問題，並且以「收益管理(revenue management)」的觀點，對於不同的顧客需求進行不同的計價，期望使收益最大化。但是，這些研究鮮少討論「機位預約」計價問題，主要的原因是因為航空業的機位預約通常不收取訂金，因此常要以超訂(overbooking)的方式滿足顧客需求，然後針對不同的需求設定出不同的商品定價，使得機位產能可以儘可能用完。

2.2 旅館業的產能預約問題

產能預約問題亦可以在旅館飯店業看到相關的研究文獻，例如 Kimes (1989)、Hanks et al. (1992)、Dube and Renaghan (2000)與 Weatherford and Kimes (2003)等人的研究[8, 13, 17, 20]。

這些研究的決策變數和航空業一樣，多是決定房間的「定價策略(pricing strategy)」，讓飯店的收益最大化，並使得房間的空房率可以降到最小。由於旅館

的訂房多半是採取訂房後保留數天的制度，故在預訂房間時，並不必要先預付訂金，問題的情境和航空業十分相似。

2.3 過去文獻的分析與比較

在半導體製造業中，過去沒有人針對產能預約定價的議題進行研究，因此本研究擬對這一個題目進行探討。由於半導體代工製造的特性，客戶必須向代工廠預約產能以確保產品可以獲得生產，但是半導體製造業的產能預約問題不像航空業或旅館業一般，可以隨客戶意願保留產能或是任意取消預約產能，這是因為當代工廠一但決定未來一至二季的產能後，客戶再增加產能需求會使得代工廠的生產前置時間過長，而減少產能則會增加代工廠每單位產出的成本。

因此，本研究的預約產能計價問題，其本質特性與航空業、旅館業是迥然不同，就代工廠而言，其決策變數是產能預約價格，IC 設計公司的決策變數則是產能預約數量，這兩個決策變數也和傳統產能預約問題的變數不一樣。



第三章 研究模型與方法

3.1 問題說明

本研究的問題說明如下，假設一晶圓代工廠(wafer fab)有許多的客戶，每個客戶都會向代工廠預約未來一季或兩季的產能，代工廠根據預約量向客戶收取一筆預約金。當客戶履約時，代工廠會退回預約金；若客戶無法履約，則按違約程度沒收預約金。本研究擬探討的問題是：「晶圓代工廠該如何制定產能預約金的價格，才可以使其利潤最大化？」

針對上述研究問題，本研究有兩個主要假設。第一、代工廠和其客戶對未來的需求預測有共識。每個客戶所作的需求預測是一個機率分配，所有客戶的需求預測加總之後的機率分配稱為「總需求預測」，所有客戶可加總當成一「總客戶」(aggregate customer)，本研究假設晶圓代工廠和其總客戶都知道總需求預測的機率分配。

第二、代工廠的預備產能等於客戶的預約產能。晶圓代工廠是屬於信守承諾、保守的製造商，因此代工廠的產能擴充量是根據客戶的預約量而來，既不準備多餘產能，也不誇大自己的產能，意即製造商的預備產能會等於客戶的「預約量」。

3.2 問題分析

上述的「預約金定價」問題，最終目標是最大化晶圓代工廠的利潤。此問題是一個具有「互動特性」的決策問題，亦即當晶圓代工廠做成一定價決策之後，其客戶會根據此定價，決定對其最有利的預約量；如果晶圓代工廠改變其定價，客戶會因為自利的原因改變其預約量。因此晶圓代工廠不可只從本身角度作決策，必須考慮客戶預期的反應作決策。

為求解此互動性決策的問題，本研究的基本構想是先給定 i 個預約價格，計算在每一預約價格下，客戶最大化其利潤的預約量；根據此預約量，晶圓代工廠可計算其利潤。代工廠可從此 i 個預約價格選項中，找出利潤最大的預約價格。

此構想簡單易瞭解，但是預約價格是分離變數(discrete variable)，吾人將此構想擴充至連續變數(continuous variables)的作法說明如下。

圖 3.1 是代工廠和客戶互動的模式，代工廠需作定價決策，客戶需作預約量決策。預約價格對晶圓代工廠而言是一決策變數(decision variable)，但是對客戶的預約量決策而言是一參數(parameter)。反之，客戶的預約量對客戶是一個決策變數(decision variables)，對晶圓代工廠卻是一個參數(parameter)。

本研究據此建立兩個決策模型，第一個模型是客戶的預約量決策模型，目的是求既定預約價格下最有利於客戶的預約量，預約量和預約價格因此可以一函數關係表達。第二個模型是代工廠的預約價格決策模型，利用第一個模型求得的函數關係，可求得最有利於代工廠的預約價格。



圖 3.1 IC 設計公司與代工廠的互動圖示

3.3 決策模型(Modeling)

3.3.1 符號定義

B ：每片晶圓的預約保證金 (booking price per wafer)。

Q ：買方預約的產能數量。

Y ：總需求數量，為一連續型隨機變數。

$f(y)$ ：總需求數量 Y 的機率密度函數(probability density function)。

$F(y) = \int_{-\infty}^y f(t)dt$ ：總需求數量 Y 的累積機率密度函數(cumulative density

function)。

π_M : 製造商的總利潤。

p_M : 製造商每單位售價。

v_M : 製造商每單位的變動生產成本。

c_M : 製造商每單位的固定生產成本。

π_B : 買方的總利潤。

p_B : 買方每單位產品的售價。

s_B : 買方每單位產品的缺貨成本。

$(x)^+ = \max(0, x)$

3.3.2 買方的預約量決策

對於 IC 設計公司來說，在一預約價格 B 下，會在最大化其利潤的目標下，對代工廠提出一個預約產能數量 Q ，其總利潤函數(profit function) π_B 可以表示成下式。

$$\pi_B(Q) = (p_B - p_M) \cdot \text{Min}(Y, Q) - B \cdot (Q - Y)^+ - s_B \cdot (Y - Q)^+ \quad (1)$$

上式中第一項為客戶因出售產品所得的利潤；第二項表示對於產能預約量高於需求量時，因預約金被沒收造成的損失，第三項表示需求量大於預約量所造成的缺貨成本。在此決策模式，預約價格 B 是已知的參數，同時 p_B, p_M, Y 皆為已知，因此利潤模式 $\pi_B(Q)$ 只有一個變數 Q 。

因為總需求 Y 是一個隨機變數，當總需求分配已知時， $Y=y, f(y)$ 也視為已知機率分配。假設決策者以最大化預期利潤為經營目標，因此 IC 設計公司的目標函數(objective function)可表達為下式：

$$E[\pi_B(Q)] = \int_0^{\infty} \pi_B(y, Q) f(y) dy \quad (2)$$

目標函數 $E[\pi_B(Q)]$ 可以展開成下列數學式。

$$\begin{aligned} E[\pi_B(Q)] &= \int_0^{\infty} \pi_B(y, Q) f(y) dy \\ &= (p_B - p_M) \cdot \left(\int_0^Q y \cdot f(y) dy + \int_Q^{\infty} Q \cdot f(y) dy \right) - B \cdot \int_0^Q (Q - y) \cdot f(y) dy - s_B \cdot \int_Q^{\infty} (y - Q) \cdot f(y) dy. \end{aligned}$$

為最大化期望利潤 $E[\pi_B]$ ，吾人將對目標函數取一階導數並令其為零，可以得到

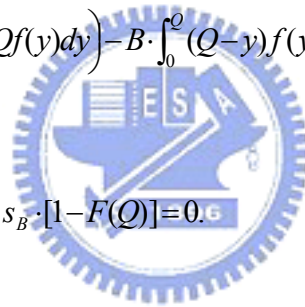
$$\frac{dE[\pi_B]}{dQ} = \frac{dE[\pi_B(Q)]}{dQ} = \frac{d}{dQ} \int_0^{\infty} \pi_B(y, Q) f(y) dy = 0.$$

展開之後可得

$$\frac{d}{dQ} \left\{ (p_B - p_M) \cdot \left(\int_0^Q y f(y) dy + \int_Q^{\infty} Q f(y) dy \right) - B \cdot \int_0^Q (Q - y) f(y) dy - s_B \cdot \int_Q^{\infty} (y - Q) f(y) dy \right\} = 0.$$

整理上式之後可得到

$$(p_B - p_M) \cdot [1 - F(Q)] - B \cdot F(Q) + s_B \cdot [1 - F(Q)] = 0.$$



最後可求得 Q 和 B 的關係式如式(3)

$$F(Q) = \frac{p_B - p_M + s_B}{B + p_B - p_M + s_B}. \quad (3)$$

式(3)表示在一給定之 B 值，吾人可用解出 Q 值。吾人從此式可知，當 $B = 0$ ， $F(Q) = 1$ ，亦即若預約價格為 0，則客戶會大幅高估其預約量。當 $B = \infty$ ， $F(Q) = 0$ ，亦即若預約價格太高，則客戶不會預約產能。

吾人亦可將 Q 與 B 的關係表達成下式。

$$Q = F^{-1} \left(\frac{p_B - p_M + s_B}{B + p_B - p_M + s_B} \right) = g(B). \quad (4)$$

再將期望利潤 $E[\pi_B]$ 對產能預約量 Q 取二階導數，可以得到

$$\begin{aligned}\frac{d^2 E[\pi_B]}{dQ^2} &= \frac{d}{dQ} \{(p_B - p_M) \cdot [1 - F(Q)] - B \cdot F(Q) + s_B \cdot [1 - F(Q)]\} \\ &= -(p_B - p_M)f(Q) - Bf(Q) - s_B f(Q) \\ &= (p_M - s_B - p_B - B) \cdot f(Q).\end{aligned}$$

因為 $(p_M - s_B - p_B - B) < 0$ ，所以 $\frac{d^2 E[\pi_B]}{dQ^2} < 0$ ，因此 IC 設計公司的最大利潤一定會發生。

3.3.3 半導體代工廠的決策

如前所述，本研究假設代工廠的產能預備量等於客戶的預約量，因此，代工廠的利潤函數(profit function) π_M 可以表示成下列數學式。

$$\pi_M(B) = (p_M - v_M) \cdot \text{Min}(Q, Y) - c_M \cdot Q + B \cdot (Q - Y)^+ \quad (5)$$

上式第一項表示晶圓代工廠出售產能的邊際貢獻，第二項表示預備產能的固定成本，第三項表示因沒收產能預約保證金所造成的利得。

因為客戶的預約決策可以 $Q = g(B)$ 來表達，而且 $Y = y, f(y), p_M, v_M$ 皆為已知。因此代工廠的利潤函數 $\pi_M(B)$ 只有單一決策變數 B 。代工廠的目標函數可進而表達如下式：

$$\text{Max } E[\pi_M(B)] = \int_0^\infty \pi_M(y, B) f(y) dy \quad (6)$$

此目標函數可展開如下。

$$\begin{aligned}E[\pi_M(B)] &= \int_0^\infty \pi_M(y, B) f(y) dy \\ &= (p_M - v_M) \cdot \left(\int_0^Q y f(y) dy + \int_Q^\infty Q f(y) dy \right) - c_M \int_0^\infty Q f(y) dy + B \int_0^Q (Q - y) f(y) dy.\end{aligned}$$

為最大化製造商的期望利潤，吾人將 $E[\pi_M]$ 取一階導數並令其為零，可以得

到

$$\frac{dE[\pi_M]}{dB} = \frac{dE[\pi_M(B)]}{dB} = \frac{d}{dB} \int_0^\infty \pi_M(y, B) f(y) dy = 0.$$

展開之後可得

$$\frac{d}{dB} \left\{ (p_M - v_M) \cdot \left(\int_0^Q y f(y) dy + \int_0^\infty Q f(y) dy \right) - c_M \int_0^\infty Q f(y) dy + B \int_0^Q (Q - y) f(y) dy \right\} = 0.$$

因為 $Q = g(B)$ ，整理上式後可得到

$$\frac{d}{dB} \left\{ (p_M - v_M) \left(\int_0^{g(B)} y f(y) dy + \int_{g(B)}^\infty g(B) f(y) dy \right) - c_M \int_0^\infty g(B) f(y) dy + B \int_0^{g(B)} (g(B) - y) f(y) dy \right\} = 0. \quad (7)$$

求解上述方程式即可得到 B 值。

但是式(7)展開後極為複雜，不易直接由數學方法推導出來，故要求助於 Wolfram 公司所開發的電腦輔助軟體 Mathematica[22]，以數值分析方法找出使製造商利潤最大化的 B 值。一般說來，產能預約價格不會超出產能的售價，故可以將產能預約價格的範圍表示為 $0 < B < p_M$ ，以利於幫助電腦輔助工具的求解。

第四章 實例驗證

4.1 情境假設

本章以一個例子來說明前述的「預約價格」決策模式。假設一晶圓代工公司有許多 IC 設計公司客戶，這些 IC 設計公司會根據需求預測向代工廠預約產能。代工廠與其客戶的成本參數如表 4.1 所示。如前所述，所有顧客的需求可以整合成一個需求分配，本章考慮三角分配(triangular distribution)和修正常態分配(trimmed normal distribution) 兩個情境求解。

表 4.1 製造商與所有買家的成本參數(單位：元)

半導體製造商			IC 設計公司		
每片銷售價格	p_M	1300	每片銷售價格	p_B	2000
每片變動成本	v_M	180	每片購買成本	p_M	1300
每片固定成本	c_M	450	每片缺貨成本	s_B	100

4.2 三角分配的情形(Triangular Distribution)

假設整合後的 IC 設計公司之需求服從下列三角分配，機率密度函數如下所示(單位：片)。

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{900000000} (y - 70000) & , 70000 \leq y < 100000 \\ \frac{1}{900000000} (130000 - y) & , 100000 \leq y \leq 130000. \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$$

則其累積機率函數可寫為下式。

$$F(y) = \begin{cases} 0 & , y < 70000 \\ \frac{1}{1800000000} (y^2 - 140000y + 4900000000) & , 70000 \leq y < 100000 \\ \frac{1}{1800000000} (-y^2 + 260000y - 15100000000) & , 100000 \leq y \leq 130000 \\ 1 & , y > 130000 \end{cases}$$

在此想要求解 IC 設計公司與半導體製造商皆滿意之「產能預約量」與「產能預約價格」，以 Mathematica 商用軟體求解之。

首先求解買方的預約量決策模式，可以得到預約量(Q)與預約價格(B)之間的關係式，結果如圖 4.1 所示，(Q)與(B)之有一反向的遞減關係。

再求解製造商的預約價格決策模式，可得知在決定每千片「產能預約價格(B)」等於 851,014 元時，製造商有最大期望利潤為 65,405,400 元，製造商在不同預約價格下的利潤表現，如圖 4.2 所示。此時買方會決定「產能預約量(Q)」為 99,540 片，其期望利潤為 61,747,886 元。

在本三角分配的情境中，吾人可知在 $(Q^*, B^*) = (99,540, \$851,014)$ 時，製造商與 IC 設計公司有最大期望利潤 $E(\pi_M^*, \pi_B^*) = (\$65,405,400, \$61,747,886)$ 。

4.3 修正常態分配的情形(Trimmed Normal Distribution)

假設整合後的 IC 設計公司之需求服從下列常態分配(單位：片)。

$$f(y, \mu = 100000, \sigma = 10000) = \frac{1}{10000\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-100000}{10000}\right)^2}, -\infty < y < \infty.$$

但是由於需求發生的範圍不可能由負無窮大到無窮大，故要修正此一分配。則修正後常態分配如下：

$$\frac{1}{1-\alpha} \cdot f(y) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{10000\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-100000}{10000}\right)^2}, y_{\min} < y < y_{\max}.$$

其中 $\int_{f^{-1}y_{\min}}^{f^{-1}y_{\max}} f(y) = 1 - \alpha$, 取 $y_{\max} = 130000$, $y_{\min} = 70000$, $1 - \alpha = 0.9973$ 。

則其累積機率函數可寫為：

$$F(y) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{y_{\min}}^y f(t) dt .$$

經由 Mathematica 求解買方的預約量模式, 可以得到預約量(Q)與預約價格(B)之間的關係式如圖 4.3 所示。

而製造商利潤式為 $E[\pi_M(B)] = E[(p_M - v_M) \cdot \text{Min}(Q, Y) - c_M \cdot Q + B \cdot (Q - Y)^+]$
 $= (p_M - v_M) \cdot \left(\int_{y_{\min}}^Q yf(y)dy + \int_Q^{y_{\max}} Qf(y)dy \right) - c_M \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} Qf(y)dy + B \int_{y_{\min}}^Q (Q - y)f(y)dy$ 。其中,
 $F(y)$ 、 p_M 、 v_M 、 c_M 、 s_B 、 c_B 與 p_B 視為已知參數。

該利潤式之圖形如圖 4.4 所示。最後可得知在決定每千片「產能預約價格(B)」等於 772,651 元時, 製造商有最大期望利潤為 66,949,898 元; 此時買方會決定「產能預約量(Q)」為 99,962 片, 其期望利潤為 65,083,579 元。

也就是說, 修正常態分配的情境中, 當 $(Q^*, B^*) = (99,962, \$772,651)$ 時, 製造商與 IC 設計公司有最大期望利潤 $E(\pi_M^*, \pi_B^*) = (\$66,949,898, \$65,083,579)$ 。

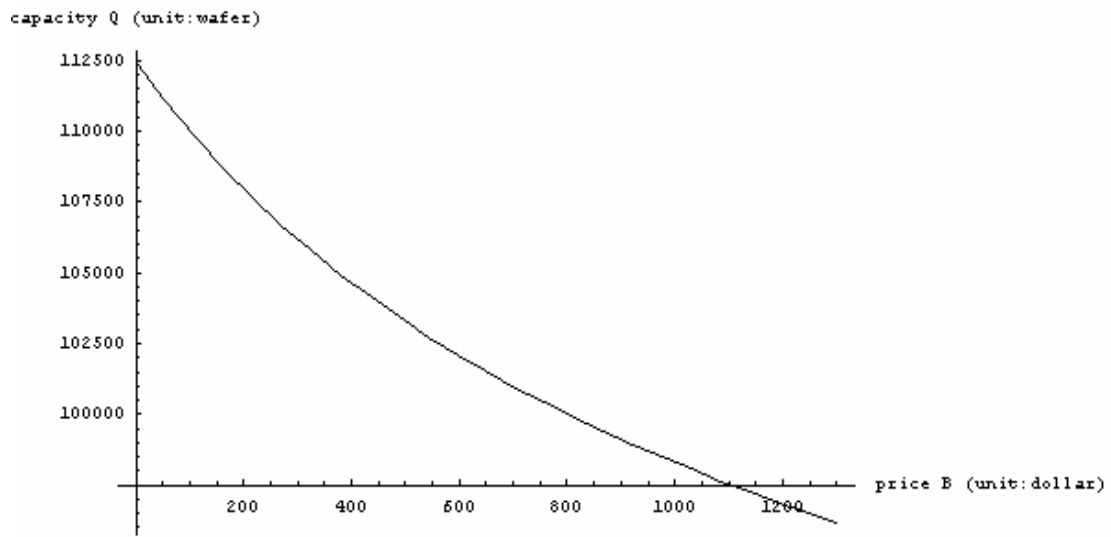


圖 4.1 三角分配下 Q 與 B 之間的關係

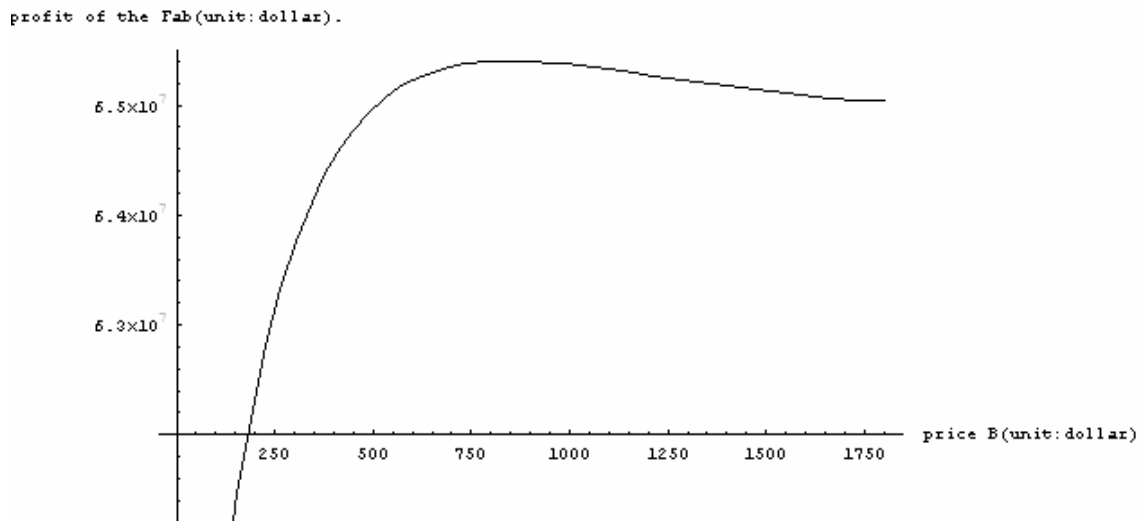


圖 4.2 三角分配下 π_M 與 B 之間的關係

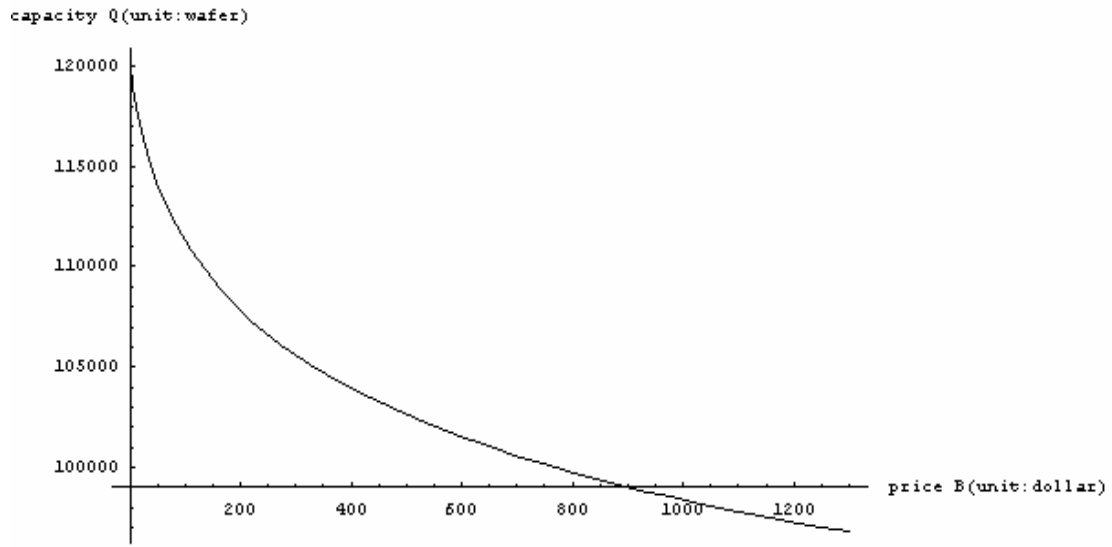


圖 4.3 修正常態分配下 Q 與 B 之間的關係

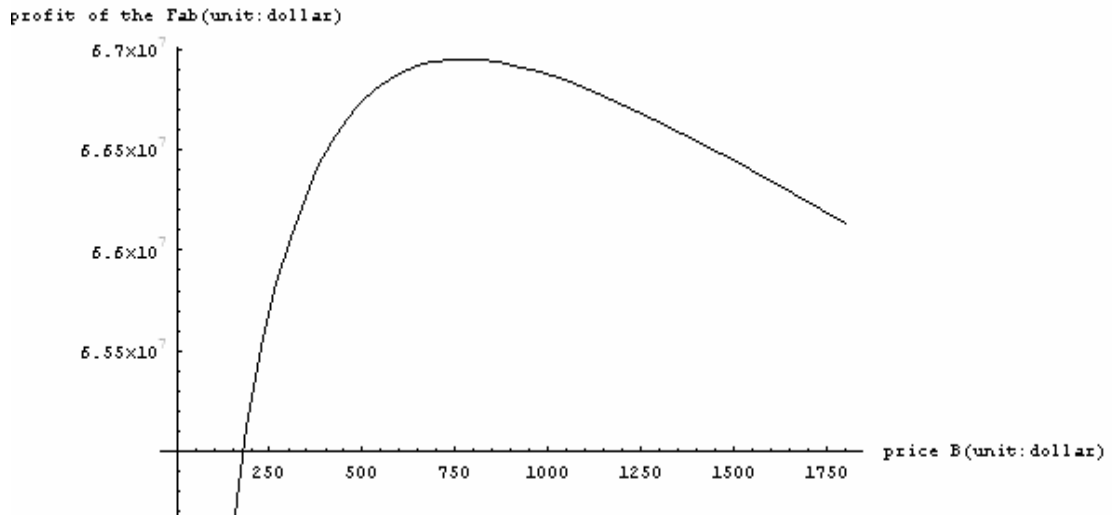


圖 4.4 修正常態分配下 π_M 與 B 之間的關係

4.4 敏感度分析

根據前一節的結果比較後可知，三角分配與修正常態分配的求解結果十分相似。本節承續上述修正常態分配，繼續比較製造商在不同的產品售價(p_M)、不同的變動成本(v_M)、不同的固定成本(c_M)之下，預約價格會隨這些參數變化而有何種改變。而不同參數變化的結果如表 4.2~ 4.4 所示。

表 4.2 不同產品售價之下的結果(單位：元)

Trimmed Normal distribution with $\mu=100,000$ 、 $\sigma=10,000$				
p_M	B	Q	$E[\pi_M]$	$E[\pi_B]$
1,300	\$772.651	99,962 片	\$66,949,898	\$65,083,579
1,400	\$570.277	101,002 片	\$76,394,819	\$56,140,422
1,500	\$415.037	101,994 片	\$85,903,869	\$47,031,887
1,600	\$295.157	102,947 片	\$95,472,096	\$37,776,823
1,700	\$202.222	103,866 片	\$105,095,057	\$28,391,603
1,800	\$130.391	104,749 片	\$114,768,688	\$18,888,425
1,900	\$74.908	105,603 片	\$124,489,207	\$9,280,853

表 4.3 不同變動成本之下的結果(單位：元)

Trimmed Normal distribution with $\mu=100,000$ 、 $\sigma=10,000$				
v_M	B	Q	$E[\pi_M]$	$E[\pi_B]$
180	\$772.651	99,962 片	\$66,949,898	\$65,083,579
230	\$828.749	99,533 片	\$62,055,875	\$64,857,300
280	\$893.110	99,074 片	\$57,173,600	\$64,612,279
330	\$967.406	98,584 片	\$52,304,313	\$64,346,724
380	\$1,054.359	98,057 片	\$47,449,466	\$64,056,699
430	\$1,158.023	97,483 片	\$42,610,772	\$63,736,447
480	\$1,281.221	96,867 片	\$37,790,276	\$63,386,864

表 4.4 不同固定成本之下的結果(單位：元)

Trimmed Normal distribution with $\mu=100,000$ 、 $\sigma=10,000$				
c_M	B	Q	$E[\pi_M]$	$E[\pi_B]$
450	\$772.651	99,962 片	\$66,949,898	\$65,083,579
475	\$826.661	99,548 片	\$64,404,985	\$64,865,501
500	\$884.276	99,135 片	\$61,870,618	\$64,645,048
525	\$945.692	98,724 片	\$59,346,765	\$64,422,546
550	\$1,011.372	98,312 片	\$56,833,415	\$64,197,453
575	\$1,081.857	97,899 片	\$54,330,579	\$63,969,199
600	\$1,158.441	97,481 片	\$51,838,290	\$63,735,208

最後，固定修正常態分配的平均數，求解在不同的標準差之下，產能預約數量與預約價格的變化，結果整理如表 4.5。

表 4.5 修正後常態分配不同標準差之下的結果(單位：元)

Trimmed Normal distribution with $\mu=100,000$					
σ	α	B	Q	$E[\pi_M]$	$E[\pi_B]$
10	0.9773	\$772.651	99,962 片	\$66,949,898	\$65,083,579
15	0.9545	\$747.783	100,606 片	\$65,273,342	\$61,617,477
20	0.8664	\$706.851	101,344 片	\$65,043,535	\$60,658,393
25	0.7699	\$682.687	101,912 片	\$64,935,235	\$60,194,344
30	0.6827	\$668.537	102,301 片	\$64,883,638	\$59,944,765
35	0.6086	\$659.765	102,565 片	\$64,857,788	\$59,797,700
40	0.5467	\$654.019	102,752 片	\$64,841,373	\$59,701,294
45	0.4952	\$650.520	102,891 片	\$64,806,092	\$59,603,034

根據分析結果可以發現，在此案例所假設的利潤和成本參數下，製造商的產品售價(p_M)上升時，產能預約進價格會隨之遞減。而製造商的變動成本(v_M)與

固定成本(c_M)上升時，產能預約進價格會隨之遞增。製造商成本參數與預約產能價格的關係，可以見圖 4.5、圖 4.6、圖 4.7。

當需求分配的變異程度越高時，預約產能的數量就會增加。這是因為在變異增大的條件之下，IC 設計公司為了應付增加的需求不確定性，故會提高其預約產能的數量。而預約產能價格會隨需求變異增大而減少，這說明了代工廠在需求變異大時，會收取較低的預約價格以換取較多的生產承諾。需求變異與預約產能數量、預約產能價格的關係，可以見圖 4.8、圖 4.9。

而隨著需求分配的變異程度提高，代工廠的最適期望利潤也會隨之增高，但是 IC 設計公司的利潤卻會之遞減。這樣的結果顯示在需求變異大的條件下，製造商可以藉由預約產能定價的交易機制，改善承擔產能損失風險的成本。不同需求變異下，半導體代工廠與其客戶的期望利潤之間的關係，可以見圖 4.10。

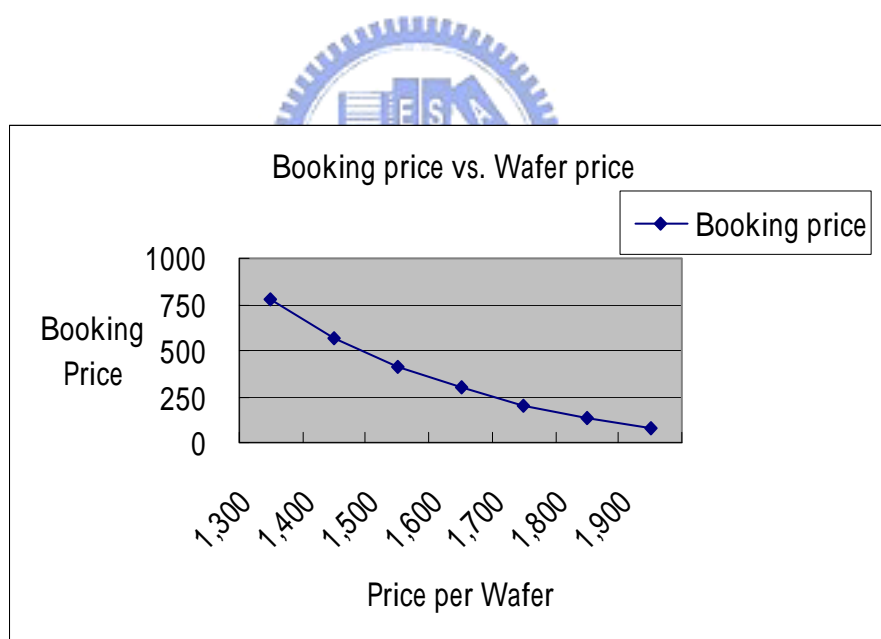


圖 4.5 製造商的產品售價與預約價格的關係

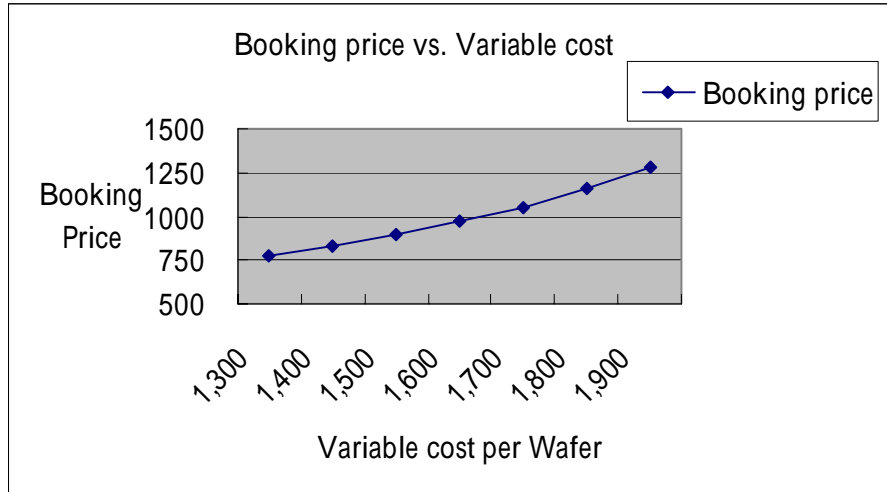


圖 4.6 製造商的變動成本與預約價格的關係

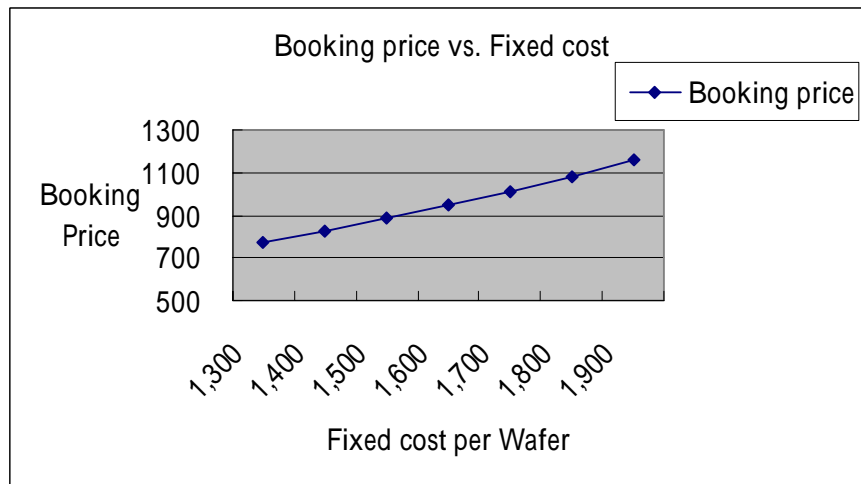


圖 4.7 製造商的固定成本與預約價格的關係

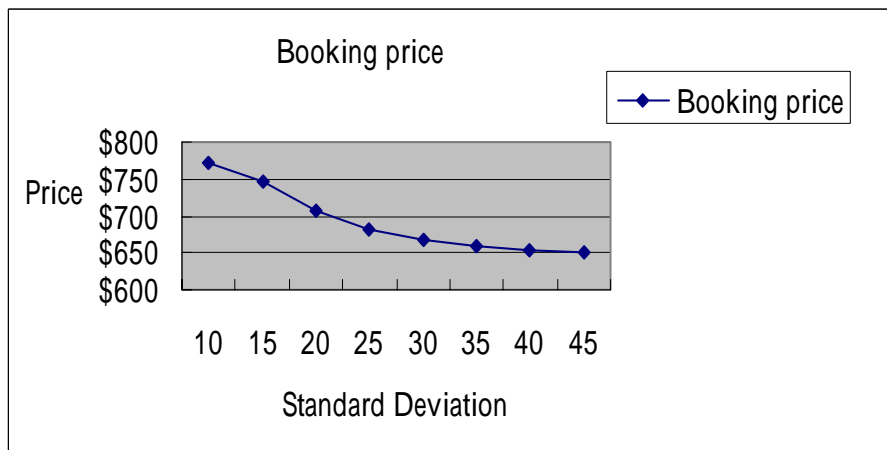


圖 4.8 不同標準差與預約價格的關係

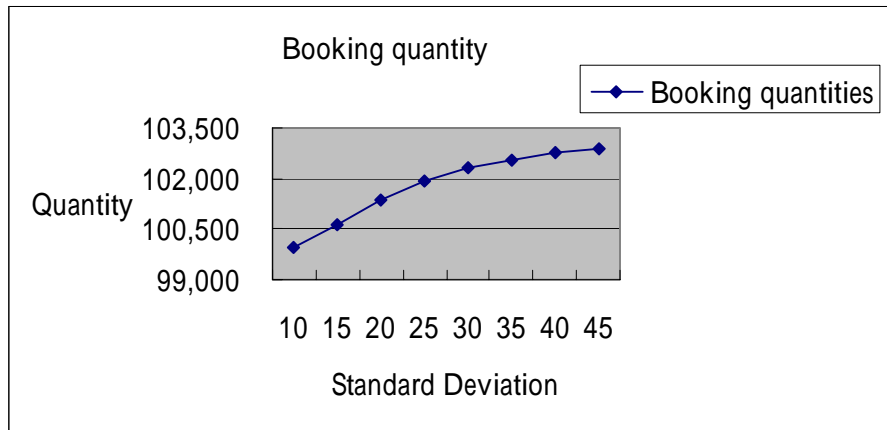


圖 4.9 不同標準差與預約產能的關係

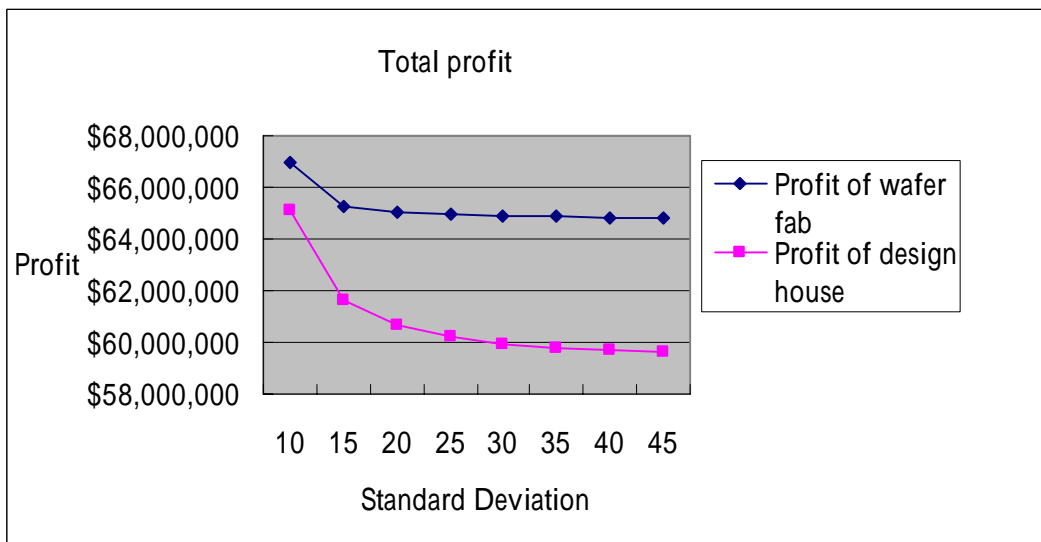


圖 4.10 不同標準差下半導體代工廠與其客戶的期望利潤之關係

第五章 結論與未來研究方向

5.1 結論

本研究分析晶圓代工的產業特性，發展出一個解決晶圓代工廠產能預約問題的交易機制，使得晶圓代工廠可以在考慮客戶的預期反應下，決定出其期望利潤最大的預約產能價格。此模式假設客戶是在該預約價格下，決定出對其利潤最大的預約數量。預約產能問題過去多半出現在航空業、旅館業等服務業，甚少在製造業討論，就吾人所知，本論文是「製造業產能預約定價」的先驅者。

5.2 後續研究

目前本研究考慮的產能預約模式是假設代工廠保守而且信守承諾，因此產能準備量基本上會等於產能預約量的情境，除非景氣不好，才會使產能預約量小於產能的初始量。因此未來可以考慮晶圓代工廠會刻意進行「產能超額預約(over booking)」或是「產能不足預約(under booking)」的情境進行研究。



參考文獻

- [1]. Belobaba, P.P., (1989). Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory. *Operations Research* 37, 183-197.
- [2]. Brumelle, S.L., McGill, J.I., Oum, T.H., Sawaki, K., and Tretheway, M.W., (1990). Allocation of airline seat between stochastically dependent demands. *Transportation Science* 24, 183-192.
- [3]. Brumelle, S.L., and McGill, J.I., (1993). Airline seat allocation with multiple nested fare classes. *Operations Research* 41, 127-137.
- [4]. Cachon, G.P., and Lariviere, M.A., (1999). Capacity choice and allocation: Strategic behavior and supply chain performance. *Management Science* 45 (8), 1091–1108.
- [5]. Chou, Y.C., and Hong, I.H., (2000). A Methodology for Product Mix Planning in Semiconductor Foundry Manufacturing. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, Vol. 13, No. 3, 278-285.
- [6]. Curry, R.E., (1990). Optimal airline seat allocation with fare classes nested by origins and destinations. *Transportation Science* 24, 193-204.
- [7]. Cvsa, V., and Gilbert, S.M., (2002). Strategic commitment versus postponement in a two-tiers supply chain. *European Journal of Operational Research*, 526–543.
- [8]. Dube, L., and Renaghan, L.M., (2000). Marketing your hotel to and through intermediaries. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, 73-83.
- [9]. Gallego, G., and van Ryzin, G., (1994). Optimal dynamic pricing of goods with stochastic demand over finite horizon. *Management Science* 40, 999-1020.
- [10]. Gallego, G., and van Ryzin, G., (1997). A multi-product dynamic pricing problem and its applications to network yield management. *Operations Research* 45, 24-42.

- [11]. Harris, F.H., and Pinder, J.P., (1995). A revenue management approach to demand management and order booking in assemble-to-order manufacturing. *Journal of Operations Management* 13, 299-309.
- [12]. Hood, S.J., Bermon, S., and Barahona, F., (2003). Capacity Planning Under Demand Uncertainty for Semiconductor Manufacturing. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, Vol. 16, No. 2, 273-280.
- [13]. Hanks, R.D., Cross, R.G., and Noland, R.P., (1992). Discounting in the Hotel Industry: A New Approach. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, 15-23.
- [14]. Hsu, H.M. and Wang, W.P., (2000). Modeling demand Driven with Forecasting Regulation Safety Stock Setting and Capacity Analysis. *International Journal of Industrial Engineering-Theory, Applications, and Practice* Vol.7 No.3, 195-201.
- [15]. Li, M.Z.F., (2001). Pricing non-storable perishable goods by using a purchase restriction with an application to airline fare pricing. *European Journal of Operational Research* 134, 631-647.
- [16]. Kasilingam, R.G., (1996). Air cargo revenue management: Characters and complexities. *European Journal of Operational Research* 96, 36-44.
- [17]. Kimes, S.E., (1989). The basics of yield management. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, 14-19.
- [18]. Mallik, S., and Harker, P.T., (2004). Coordinating supply chains with competition: Capacity allocation in semiconductor manufacturing. *European Journal of Operational Research*, 330-347.
- [19]. Weatherford, L.R., and Bodily, S.E., (1992). A taxonomy and research overview of perishable-asset revenue management: Yield management, overbooking, and pricing. *Operations Research* 40, 831-844.
- [20]. Weatherford, L.R., and Kimes, S.E., (2003). A comparison of forecasting

methods for hotel revenue management. *International Journal of Forecasting* 19, 401–415.

[21]. Wu, M.C., Hsiung, Y., and Hsu, H.M., (2004). A tool planning approach considering cycle time constraints and demand uncertainty. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. DOI : 10.1007/s00170-003-2030-2

[22]. <http://www.wolfram.com/>

