

國立交通大學
工業工程與管理學系

碩士論文

未來代工價格具隨機特性之
產能預約定價

Determining Capacity-Booking Fees in a Stochastic Price
Scenario

研究生：陳尚宏

指導教授：巫木誠 博士

中華民國九十四年六月

未來代工價格具隨機特性之產能預約定價

Determining Capacity-Booking Fees in a Stochastic Price Scenario

研究生：陳尚宏

Student：Shang-Hung Chen

指導教授：巫木誠 博士

Advisor：Dr. Muh-Cherng Wu

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文



Submitted to Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

In

Industrial Engineering

June 2005

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

未來代工價格具隨機特性之 產能預約定價

研究生：陳尚宏

指導教授：巫木誠 博士

國立交通大學工業工程與管理研究所

中文摘要

客戶的需求預測通常都會被扭曲，過去許多的研究皆著重在如何鼓勵客戶說實話，本研究認為客戶可能無法完全的掌握需求預測。對於客戶而言，未來需求本質上為一隨機變數，所以客戶預測此一隨機變數的平均值未必能代表據實的告知實際需求。本研究假設產能購買者和產能出售者對於未來市場的總合需求有一致的共識，並提出一方法來重新解決客戶需求預測的問題。產能購買者欲預約未來產能，需支付產能預約金。產能預約金的定價，對於顧客透過預約做出合理的需求預測扮演著相當重要的角色。產能出售者可以透過合宜的定價決策，使得本身的利益最大化。本研究以半導體代工廠為例，來說明所提出的產能預約金定價方法。

關鍵字：預約，產能預約，半導體，需求預測

Determining Capacity-Booking Fees in a Stochastic Price Scenario

Student : Shang-Hung Chen

Advisor : Dr. Muh-Cherng Wu

Department of Industrial Engineering and Management
National Chiao Tung University

Abstract

Demand forecast from customers are usually boosted. Most previous research focused on how to encourage customers to “tell the truth”. This paper argues that customers may not fully “know the truth”. The future demand to customer is generally modeled as a random variable. Telling the mean of the random variable does not imply the truth (the realized demand) has been declared. This paper presents an approach to resolve the “truth-telling” issue of demand forecast. We assume that the capacity-buyers and capacity-sellers have a consensus about aggregate future demand, which is a random variable. This approach suggests that customers pay a booking fee to reserve future capacity. Pricing the booking fee plays a role to motivate customers to make rational demand forecast through booking. Capacity-sellers can thus optimize their profits by make an appropriate pricing decision. This research presents a method for pricing the capacity-booking fee, which is illustrated by a case in semiconductor foundry industry.

Keywords: booking, capacity reservation, semiconductor, demand forecast

誌謝

本論文得以完成，首先要感謝恩師巫木誠教授，感謝巫老師在學生研究所兩年的生涯裡對學生論文的指導，讓學生得以一窺學術研究的殿堂，除此之外亦分享了許多待人處世的道理與做事經驗，使學生獲益良多，在此致上最崇高的敬意。同時，學生也十分感謝論文的口試委員許錫美教授、彭德保教授、陳文智教授在學生最後論文口試時，給予諸多寶貴的建議與指正，使學生的論文得以更臻完善。

研究所兩年裡，非常榮幸與同門的謝岳霖、王君豪、蔡正航、洪挺耀、林聲宇、林雅娟一起學習，不管是生活上或是研究過程的相互砥礪，感謝你們這兩年的陪伴。此外，感謝同研究室的蘇泰盛學長、施昌甫學長、廖建閔、吳宜穆、蘇瑋婷、蔡宜娟、張貽朝，還有其他研究室的同學郭昭志、郭勃顯、錢韋安、林琮發，因為你們的出現讓我的研究生活更加多采多姿，並帶給我無限的回憶。

最後感謝一直默默支持我的家人，感謝爸媽在經濟上的供應，讓我的求學生涯無後顧之憂，感謝大哥、小妹及女友在我做論文遇到挫折時，給我的支持與鼓勵，讓我得以順利取得學位，願將此刻的喜悅與榮耀和你們一起分享，最後謹以此論文獻給我最親愛的家人及這段時間支持我的朋友們。

尚宏 于風成交大

2005.6.6

目錄

| | |
|---------------------|-----|
| 中文摘要..... | i |
| 英文摘要..... | ii |
| 誌謝..... | iii |
| 目錄..... | iv |
| 表目錄..... | vi |
| 圖目錄..... | vii |
| 第一章 緒論..... | 1 |
| 1.1 研究背景與動機..... | 1 |
| 1.2 論文章節安排..... | 3 |
| 第二章 文獻回顧..... | 4 |
| 2.1 製造業的產能規劃問題..... | 4 |
| 2.2 服務業的產能預約問題..... | 4 |
| 第三章 問題情境假設..... | 6 |
| 第四章 研究模型與方法..... | 8 |
| 4.1 符號定義..... | 9 |
| 4.2 客戶的決策模式..... | 10 |
| 4.3 代工廠的決策模式..... | 12 |
| 第五章 實例驗證..... | 15 |
| 5.1 說明..... | 15 |
| 5.2 修正常態分配下的案例..... | 16 |
| 5.3 驗證分析..... | 18 |
| 第六章 結論與建議..... | 21 |
| 6.1 結論..... | 21 |
| 6.2 後續研究..... | 21 |



表目錄

| | | |
|-------|--------------------------|----|
| 表 5.1 | 代工廠與客戶的成本參數..... | 15 |
| 表 5.2 | μ 改變下的相關決策數據..... | 18 |
| 表 5.3 | 不同 σ 值相關決策數據..... | 18 |
| 表 5.4 | 不同產品售價之下的結果..... | 19 |
| 表 5.5 | 工廠具不同初始產能的結果..... | 19 |
| 表 5.6 | 不同 β 值下的結果..... | 20 |



圖目錄

| | | |
|-------|----------------------------------|----|
| 圖 4.1 | 代工廠與客戶的互動示圖示..... | 8 |
| 圖 5.1 | 修正常態分配下 Q 與 B 之間的關係..... | 16 |
| 圖 5.2 | 修正常態分配下 π_M 與 B 之間的關係..... | 17 |



第一章 緒論

1.1 研究背景與動機

工廠在進行產能規劃時，從客戶端或是行銷部門獲取需求預測的資訊是不可或缺的。然而，實際需求與需求預測間通常會有落差存在，其理由有二。第一，客戶對於預測未來需求的能力是有限的；亦即，要對未來需求進行預測本質上是相當困難的，縱使客戶盡其最大能力來預測需求，還是有可能跟實際需求有所落差。第二，客戶可能基於本身利益的考量而誇大其對需求預測的看法，其目的是為了確保可滿足未來額外的市場需求。

對工廠而言，客戶需求預測的誇大會對其造成相當大的負面影響。誇大的需求預測可能會觸發供給短缺的訊息，進而導致產品價格的攀升，同時會讓工廠誤判市場需求，進而做出擴充產能的決策。等到產能擴充完成之後，發現市場需求不如預期，反而造成供過於求的情形，使得產能閒置，產品價格也將隨之迅速下跌。因此如何解決「誇大需求預測」的問題，實在非常重要。

對於模稜兩可的需求預測，許多產能規劃的研究都假設客戶的需求預測是正確的，且主要著重發展複雜的演算法來產能分配。Hood et al. (2003)利用隨機整數規劃 (stochastic integer programming)的方法，找出對於變動需求具有穩健反應的機台群。Barahona et al. (2001)利用隨機規劃，找出一可以滿足各種不同需求情境的機台群組合。另外，有些研究則解決資訊扭曲的問題，Hsu and Wang (2000)建議採用「主動調整」(active adjusting)的方式，亦即根據客戶過去預測的準確度來調整客戶的預測值，並提出調整預測的方法。然而，此方法是由代工廠以客戶過去的預測績效為調整基準，來「主動調整」客戶所呈報的需求預測，因此未必能適切反應其未來的需求。

Cachon and Lariviere (1999)建議設立「紅利機制」(bonus mechanism)以誘使客戶「說實話」，避免扭曲需求預測。Mallik and Harker (2004)提出如何正確計算紅利的方法。紅利機制是鼓勵客戶據實告知其預測的平均值；亦即，若未來的

實際需求與告知的平均值相近，則給予紅利。然而此種機制可能產生「誠實不獎勵，不誠實卻受獎」的缺點。因為未來需求本質上為一機率分配，具有隨機性，客戶即使說實話，也無法肯定其預測值與未來實際需求一致，因此說實話的客戶也未必每次都拿的到紅利；反之，不說實話的客戶也可能因機率的原因而意外獲取紅利。由於，此機制的紅利發放不確定，所以未必能有效的讓客戶說實話。

Cvsa and Gilbert (2002)則建議以價格折扣(price discount)的方式，鼓勵客戶做出「提前訂購」的承諾(early purchase commitment)。舉例來說，客戶如果提前訂購，則可獲得 5%的折扣。此機制在賣方具有優勢的談判條件上是相當可行的。但在其他情形，此種機制就無法鼓勵客戶提前訂購，因為客戶需付出很高的代價（約 90%正常價格）來確保產能。如果客戶按其需求預測來提前訂購，萬一需求預測有誤，其損失將會非常龐大，所以為了降低損失的風險，客戶在提前訂購的決策會傾向保守，以確保預購的產能可以被市場消化。因此，此機制亦無法有效鼓勵客戶在需求預測上「說實話」。

謝岳霖(2005)建議晶圓廠要求客戶「繳納訂金」來預約產能。亦即，晶圓代工廠事先訂定一預約價格(booking price)，若客戶要預約未來產能，則需按其預約數量繳納預約金。繳納預約金的策略與提前訂購的方式有些許的類似。亦即，若採用繳納預約金的方式，客戶違反先前預約的承諾時，則當初所繳納的預約金將被沒收，而採用提前訂購的方式，客戶如果違約，則當初所付的金額將全數損失。在此需注意的是，預約金僅為正常價格的一部份，而價格折扣法則否。因此，此兩種策略實質上最大的不同點在於影響客戶處理需求預測的決策。與前述「折扣法」相比，「預約法」的優點有二。第一，由於客戶取得產能的代價較低，所以比較願意根據需求預測來預約產能。第二，在需求旺季時，因為整體產能不足，晶圓廠可藉由彈性調整預約價格的方式來進行產能分配；反之，「折扣法」則並無此價格調整的彈性。

謝岳霖(2005)假設客戶購買產能只能透過預約，如果沒有事先預約，就無法取得產能而且代工的價格是固定的。然而，實務上客戶取得產能有兩種方式，在

需求尚未確定時，先預約一部份的數量；等需求確定後，再即時下單超額的需求。由於需求有淡旺季之分，在需求淡季時，代工廠為了充分利用產能，則超額需求部份的代工價格會較原先的代工價格為低；反之，在需求旺季時，由於代工廠產能滿載，則超額需求部份的代工價格將會隨著需求數量的增加而遞增。

有鑑於此，本研究假設代工廠提供產能可以透過「預約」和「即時下單」兩種方式，即時下單的代工價格與需求淡旺季有關，在旺季時超額需求越高，代工價格越高，反之淡季時，代工價格會較原先的代工價格為低。針對此情境，本研究發展一決策方法來決定產能的「預約價格」，使晶圓代工廠的利潤最大化。

1.2 論文章節安排

本論文其他章節安排如下：第二章回顧 產能規劃與「預約產能」的相關文獻，第三章詳述研究問題情境及假設，第四章建立兩個決策模型及求解方法，第五章數值實例驗證，第六章結論與建議。



第二章 文獻回顧

2.1 製造業的產能規劃問題

在製造業方面，過去文獻多數討論在需求不確定下，如何對產能進行最適規劃。Christie and Wu (2002)提出一隨機規劃模型來進行產能規劃，此模型的目的是希望最小化實際產品需求與各產品所分到之產能間的落差。Chen et al. (2002)考慮產品技術的快速進步及產品數量激增的環境下，發展一隨機規劃模型來決定技術的選擇及產能規劃。Çatay et al. (2003)假設在產品需求預測已知的情況下，討論取得新設備的投資策略及總體的產能規劃。Swaminathan (2000)指出由於半導體廠機台設備特殊的關係，所以取得設備的前置時間相當的長，因此提出一數學模型來找出擴充產能最有效率的計劃。

2.2 服務業的產能預約問題

在服務業方面關於產能預約的研究可說是相當的多，本研究在此整理航空業及旅館業研究預約問題的相關文獻。在航空業方面，航班機位具有時效性，飛機起飛後，在成本的考量下，沒有售出的機位是一種產能的浪費，所以如何在飛機起飛前，對機位進行最適的配置，提升飛機的載客率，增加航空公司的收益，是一個非常重要的問題。

過去在航空業中關於產能(機位)預約的問題有諸多研究：Ringbom and Shy (2001)的研究發展一預約政策，可求出航空公司的最大利潤，並決定經濟艙及商務艙所能接受的機位預約數。You (2001)討論顧客會升級機位的情況下，求解機位可接受預約的上限值及拒絕預約的決策時點。Coughlan (1999)討論在多種艙位的情況下，機位超額預約的法則。Robinson (1995)的研究考慮未來可能出現更具價格競爭力之顧客的情形下，訂定一分配機位的預約上限值。Belobaba (1989)的研究指出相同的班機對不同定價的機位採取預約限制，可以增加班機的收益。Wollmer (1992)研究在艙位價格較低者先預約的情況下，發展一演算法來計算各艙位的可預約數，使得航空公司平均收益最大化。Brumelle and McGill (1993)討

論在低價者先預約的情況下，決定同一艙位不同價格機位的最適預約政策。

以上的研究大多討論如何訂定合適的機位預約政策，使得機位能有最佳的配置，並最大化航空公司的收益。然而這些研究僅討論如何制定最適的機位預約政策，並無討論如何對預約機位進行計價的問題。

除了航空業有產能預約問題外，旅館業亦有類似於航空業的產能預約問題。相關的學術研究文獻有：Bitran and Gilbert (1996)討論客戶在不同時間到達飯店的情況下，房間如何分配給有預約者及未預約者。Toh and DeDay (2002)討論未準時退房及提早退房的房客對預約政策的影響。而這些研究所要解決的問題類似於航空業機位預約問題，即對房間做最合適的配置，使飯店的空房率最小，收益可以最大化。

本研究與前人的產能預約研究主要的不同點有二。第一，本研究主要聚焦在資本密集的製造業，如半導體製造業。第二，對客戶預約代工廠產能進行收費的概念是本研究的主要核心，而這樣的概念在服務業中並未討論。



第三章 問題情境假設

本研究所探討的預約產能計價問題，其情境的相關假設共有五個，茲分別說明如下。雖然本研究是以晶圓代工廠為例來說明，但是任何產能預約的定價問題，只要符合下列假設，都可用本研究所發展的方法來求解。

假設 1：預約交易的合約。客戶向代工廠預約產能需事先繳交預約金。預約金的收費是以每單位產能為計價單位。若客戶履行預約的承諾，則可拿回預約金；反之，客戶的預約金會被沒收。

假設 2：產能準備與接受預約政策。本研究假設代工廠採取保守的產能擴充政策，而且信守對客戶履約的承諾。亦即，在此決策的時距(time horizon)內，代工廠的產能不擴充；如果客戶的預約量超過產能，則以產能為預約上限。因為代工廠採取此種預約策略，所以對於所有的預約承諾皆可履行。

假設 3：總體需求預測。本研究假設整個市場的產能總體需求具有不確定性，可以一隨機變數來表達；經由充分的溝通，代工廠與客戶對於此總體需求的預測可達成共識。由於此需求預測是針對整個市場的需求，而非針對個別客戶，因此避免了與客戶的直接利益衝突，所以比較容易讓客戶「說實話」。此總體需求預測的過程是彙總所有客戶的意見，因此可將所有客戶當成一個客戶來看，本研究稱此客戶為「總客戶」(aggregate customer)。

假設 4：客戶取得產能的方式。客戶向代工廠取得產能的方式有兩種。第一種是在需求尚未確定時，先透過預約取得產能，這種方式的代工價格是「固定的」。第二種是在需求比較確定之後，發現實際需求超過預約量，產生「超額需

求」時，才即時向代工廠訂購產能；此種「即時訂購」的方式，代工價格是「浮動的」，代工價格會隨需求淡旺季而有所不同。

假設 5：理性決策。代工廠及客戶雙方都是理性決策者，代工廠在訂定預約價格或客戶在做預約量的決策時，皆以追求各自利潤最大化為目標。



第四章 研究模型與方法

本研究將預約產能的定價視為一個「互動性決策」。亦即，代工廠的決策會影響客戶的決策，反之亦然。如圖 4.1 所示，代工廠給定一預約價格後，在追求利潤最大化的目標下，客戶會據此決定其最適的預約數量；根據此預約價格與客戶決定的預約量，代工廠就可估算出其利潤。若代工廠調整預約價格，客戶的預約數量也會跟著改變，代工廠的利潤也因此有所不同。本研究的目的是希望找出使代工廠利潤最大化的預約價格。

上述的「互動性決策」可以兩個數學模型來描述。第一個模型是用來描述客戶的決策行為，此模型會發展出一預約量與預約價格的函數關係。第二個模型則用來描述代工廠的決策行為，其基本構想是利用第一個模型所求得的函數關係，來算出代工廠最佳的產能預約價格。以下先定義相關符號，然後分別敘述此兩個數學模型。

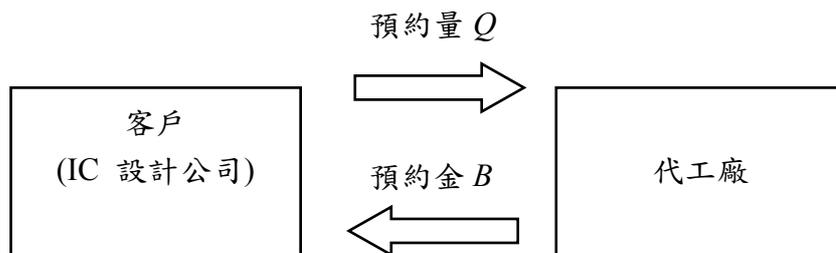


圖 4.1 代工廠與客戶互動示意圖

4.1 符號定義(Notation)

π_M : 代工廠的總利潤 (\$)

π_B : 客戶的總利潤 (\$)

Y : 總需求預測, 為一連續型隨機變數

$f(y)$: 總需求預測 Y 的機率密度函數(probability density function)

$F(y) = \int_{-\infty}^y f(t)dt$: 總需求預測 Y 的累積機率密度函數(Cumulative Density Function)

$p_{M2}(y)$: 客戶即時下單取得產能的價格, 為一隨機變數, i.e.,

$$p_{M2}(y) = p_{M1} \left(\alpha + \beta \cdot \frac{y - x_0}{x_0} \right), (\$/wafer), 1 \leq \alpha \leq \frac{p_{M1}}{1000}, 0 \leq \beta \leq 1$$

參數:

x_0 : 代工廠所擁有的初始產能 (wafers)

v_M : 代工廠每單位產能的變動生產成本 (\$/wafer)

c_M : 代工廠固定生產成本 (\$)

p_{M1} : 客戶以預約方式取得產能的價格 (\$/wafer)

p_B : 客戶每單位產品的售價 (\$/wafer)

s_B : 客戶每單位產品的缺貨成本 (\$/wafer)

$$(x)^+ = \max(0, x)$$

決策變數:

B : 代工廠向客戶收取的每單位產能預約金 (\$/wafer)

Q : 客戶預約產能的數量 (wafers)

4.2 客戶的決策模式

對於客戶(IC 設計公司)來說，取得產能的方式有兩種，第一，透過預約方式取得，在一預約價格下，其會根據需求預測，向代工廠提出一個預約產能。第二，當實際需求發生時，若有超過預約產能的需求（以下簡稱超額需求），則可透過即時下單方式來取得產能。客戶的總利潤函數 π_B 可以表示如下式：

$$\begin{aligned} \pi_B(Q) = & (p_B - p_{M1}) \cdot \text{Min}(y, Q) - B \cdot (Q - y)^+ \\ & + (p_B - p_{M2}(y)) \cdot \text{Min}((y - Q)^+, x_0 - Q) - s_B \cdot (y - x_0)^+ \end{aligned} \quad (1)$$

公式(1)的第一項代表透過「預約方式」取得產能所產生的利潤；第二項代表預約保證金被沒收的損失；第三項表示透過「即時下單」方式取得產能以滿足超額需求所獲得之利潤；第四項表示客戶的缺貨成本。在公式(1)中，產能預約量 Q 是客戶的決策變數(decision variable)，預約價格 B 是參數(parameter)；亦即在代工廠給定預約價格 B 下，客戶該如何決定最適產能預約量 Q 。

假設客戶的經營目標是最大化「期望利潤」(expected profit)，則客戶的目標函數(objective function)可表示如下：

$$E[\pi_B] = \int_0^{\infty} \pi_B \cdot f(y) dy$$

此式可以展開如公式(2)。

$$\begin{aligned} E[\pi_B(Q)] &= (p_B - p_{M1}) \cdot \left(\int_0^Q y \cdot f(y) dy + \int_Q^{\infty} Q \cdot f(y) dy \right) - B \cdot \int_0^Q (Q - y) \cdot f(y) dy \\ &+ \int_Q^{x_0} \left[p_B - \left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) \right] \cdot (y - Q) \cdot f(y) dy + \int_{x_0}^{\infty} \left[p_B - \left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) \right] \cdot (x_0 - Q) \cdot f(y) dy \\ &- s_B \cdot \int_{x_0}^{\infty} (y - x_0) \cdot f(y) dy \end{aligned} \quad (2)$$

為最大化期望利潤 $E[\pi_B]$ ，吾人將對目標函數取一階導數並令其為零，可以得到：

$$\frac{dE[\pi_B]}{dQ} = \frac{dE[\pi_B(Q)]}{dQ} = \frac{d}{dQ} \int_0^{\infty} \pi_B(y, Q) \cdot f(y) dy = 0.$$

展開之後可得

$$\begin{aligned} \frac{dE[\pi_B(Q)]}{dQ} &= (p_B - p_{M1}) \cdot \int_Q^{\infty} f(y) dy - (p_B - \alpha \cdot p_{M1}) \cdot \int_Q^{\infty} f(y) dy - B \cdot \int_0^Q f(y) dy \\ &+ \int_Q^{\infty} \frac{\beta \cdot (y - x_0) \cdot p_{M1}}{x_0} \cdot f(y) dy = 0 \end{aligned}$$

整理上式之後可得到

$$-B \cdot F(Q) + \int_Q^{\infty} \frac{\beta \cdot (y - x_0) \cdot p_{M1}}{x_0} \cdot f(y) dy - p_{M1} \cdot (1 - \alpha) + p_{M1} \cdot F(Q) \cdot (1 - \alpha) = 0$$

最後可求得 Q 與 B 的關係式如公式(3)

$$F(Q) = \frac{\int_Q^{\infty} \frac{\beta \cdot (y - x_0) \cdot p_{M1}}{x_0} \cdot f(y) dy - p_{M1} \cdot (1 - \alpha)}{B - p_{M1} \cdot (1 - \alpha)} \quad (3)$$

公式(3)表示，在已知所有成本參數的情況下，給定一 B 值，吾人可以求解出 Q 值。吾人亦可將 Q 與 B 的關係表達成公式(4)。

$$Q = \left(\frac{\int_Q^{\infty} \frac{\beta \cdot (y - x_0) \cdot p_{M1}}{x_0} \cdot f(y) dy - p_{M1} \cdot (1 - \alpha)}{B - p_{M1} \cdot (1 - \alpha)} \right)^{-1} = g(B) \quad (4)$$

再將期望利潤 $E[\pi_B]$ 對產能預約量 Q 取二階導數，可以得到下式：

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 E[\pi_B]}{dQ^2} &= \frac{d}{dQ} \left\{ (p_B - p_{M1}) \cdot \int_Q^\infty f(y) dy - (p_B - \alpha \cdot p_{M1}) \cdot \int_Q^\infty f(y) dy \right. \\
&\quad \left. + \int_Q^\infty \frac{\beta \cdot (y - x_0) \cdot p_{M1}}{x_0} \cdot f(y) dy - B \cdot \int_0^Q f(y) dy \right\} \\
&= \left\{ -B \cdot f(Q) - (p_B - p_{M1}) \cdot f(Q) - \frac{\beta \cdot (x_0 - Q) \cdot p_{M1}}{x_0} \cdot f(Q) + (p_B - \alpha \cdot p_{M1}) \cdot f(Q) \right\} \\
&= [-B + (1 - \frac{\beta \cdot (x_0 - Q)}{x_0} - \alpha) \cdot p_{M1}] \cdot f(Q)
\end{aligned}$$

因為 $0 \leq Q \leq x_0$ 且 $1 \leq \alpha \leq \frac{p_{M1}}{1000}$ ，所以 $\frac{d^2 E[\pi_B]}{dQ^2} < 0$ ，故客戶的最佳預約量必定發生。

4.3 代工廠的決策模式

如前所述，代工廠的產能固定，在此決策時距內不考慮擴充產能。當客戶的預約量大於產能時，僅就現有產能給予客戶；若預約量小於現有產能時，所剩餘產能在未來有超額需求時，得以「即時下單」方式賣出。

代工廠的利潤函數 π_M 可以表示如下：

$$\begin{aligned}
\pi_M(B) &= (p_{M1} - v_M) \cdot \text{Min}(Q, y) - c_M + B \cdot (Q - y)^+ \\
&\quad + (p_{M2}(y) - v_M) \cdot \text{Min}((y - Q)^+, x_0 - Q)
\end{aligned} \tag{5}$$

公式(5)第一項表示代工廠以「預約方式」出售產能的邊際貢獻；第二項表示代工廠生產的固定成本；第三項表示因客戶違約所賺取之預約保證金；第四項表示以「即時下單」方式出售產能的邊際貢獻。由公式(4)可知產能預約 $Q = g(B)$ ，而且 $Y, p_{M1}, v_M, x_0, p_{M2}(y)$ 皆為已知。因此代工廠的利潤函數 $\pi_M(B)$ 只有單一決策變數 B 。

代工廠是理性決策者，其目標是最大化「期望利潤」，因此目標函數可表達如公式(6)。

$$E[\pi_M] = \int_0^{\infty} \pi_M \cdot f(y) dy \quad (6)$$

公式(6)展開後如下所示。

$$\begin{aligned} E[\pi_M(B)] &= \int_0^{\infty} \pi_M(y, B) \cdot f(y) dy \\ &= (p_{M1} - v_M) \cdot \left(\int_0^Q y \cdot f(y) dy + \int_Q^{\infty} Q \cdot f(y) dy \right) - c_M + B \cdot \int_0^Q (Q - y) \cdot f(y) dy \\ &\quad + \int_Q^{x_0} \left[\left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) - v_M \right] \cdot (y - Q) \cdot f(y) dy + \int_{x_0}^{\infty} \left[\left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) - v_M \right] \cdot (x_0 - Q) \cdot f(y) dy \end{aligned}$$

為最大化代工廠的期望利潤，吾人將 $E[\pi_M]$ 取一階導數並令其為零，可以得到

$$\frac{dE[\pi_M]}{dB} = \frac{dE[\pi_M(B)]}{dB} = \frac{d}{dB} \int_0^{\infty} \pi_M(y, B) \cdot f(y) dy = 0$$

展開之後可得

$$\frac{d}{dB} \left\{ \begin{aligned} &(p_{M1} - v_M) \cdot \left(\int_0^Q y \cdot f(y) dy + \int_Q^{\infty} Q \cdot f(y) dy \right) - c_M + B \cdot \int_0^Q (Q - y) \cdot f(y) dy \\ &+ \int_Q^{x_0} \left[\left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) - v_M \right] \cdot (y - Q) \cdot f(y) dy + \int_{x_0}^{\infty} \left[\left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) - v_M \right] \cdot (x_0 - Q) \cdot f(y) dy \end{aligned} \right\} = 0$$

因為 $Q = g(B)$ ，代入上式可得到

$$\frac{d}{dB} \left\{ \begin{aligned} &(p_{M1} - v_M) \cdot \left(\int_0^{g(B)} y \cdot f(y) dy + \int_{g(B)}^{\infty} g(B) \cdot f(y) dy \right) - c_M \\ &+ B \cdot \int_0^{g(B)} (g(B) - y) \cdot f(y) dy + \int_{g(B)}^{x_0} \left[\left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) - v_M \right] \cdot (y - g(B)) \cdot f(y) dy \\ &+ \int_{x_0}^{\infty} \left[\left(p_{M1} \left(\alpha + \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \right) \right) - v_M \right] \cdot (x_0 - g(B)) \cdot f(y) dy \end{aligned} \right\} = 0 \quad (7)$$

求解上式即可得到 B 值。

由於公式(7)展開後相當複雜，不易直接計算出來，故利用 Wolfram 公司所開發的電腦輔助軟體 MathematicaTM，以數值分析方法找出使代工廠利潤最大化的 B 值。一般來說，產能預約價格不能超出產能的售價，故將產能預約價格的範圍限制為 $0 < B < p_{M1}$ ，以方便數學軟體進行求解。



第五章 實例驗證

5.1 說明

為了描述前章代工廠的預約價格及客戶的預約量決策模式，本章利用一個數值案例來說明。代工廠有許多客戶，每個客戶都有自己的需求預測，將這些需求預測加總後，可將需求預測視為一隨機變數。在此我們考慮修正常態分配。代工廠與客戶的成本參數如表 5.1 所示。

表 5.1 代工廠與客戶的成本參數(單位：元)

| 代工廠 | | | 客戶 | | |
|--------|----------|--|--------|----------|-------|
| 每片銷售價格 | p_{M1} | 1,000 | 每片銷售價格 | p_B | 1,300 |
| 每片變動成本 | v_M | 280 | 每片購買成本 | p_{M1} | 1,000 |
| 固定成本 | c_M | 4.62×10^7 | 每片缺貨成本 | s_B | 300 |
| 即時下單價格 | p_{M2} | $p_{M1} \left(\alpha + \beta \cdot \frac{(y - x_0)}{x_0} \right)$ $\alpha = 1, \beta = 0.3$ | | | |
| 初始產能 | x_0 | 110,000 | | | |

5.2 修正常態分配下的案例

假設整合後的客戶需求服從常態分配且產能單位為千片晶圓(k-wafers)。但是由於需求發生的範圍不可能由負無窮大到無窮大，故要修正此一分配，使其界限落在可以討論的範圍內。修正後常態分配如下：

$$f(y, \mu = 110, \sigma = 10) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-110}{10}\right)^2}, y_{\min} < y < y_{\max}$$

其中 $\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f(y) = 1-\alpha$ ，取 $y_{\min} = 80$ ， $y_{\max} = 140$ ， $1-\alpha = 0.9973$ 。

經由 Mathematica 求解，可得到 Q 與 B 之間的關係式如圖 5.1 所示。(橫軸： B ，縱軸： Q 。)

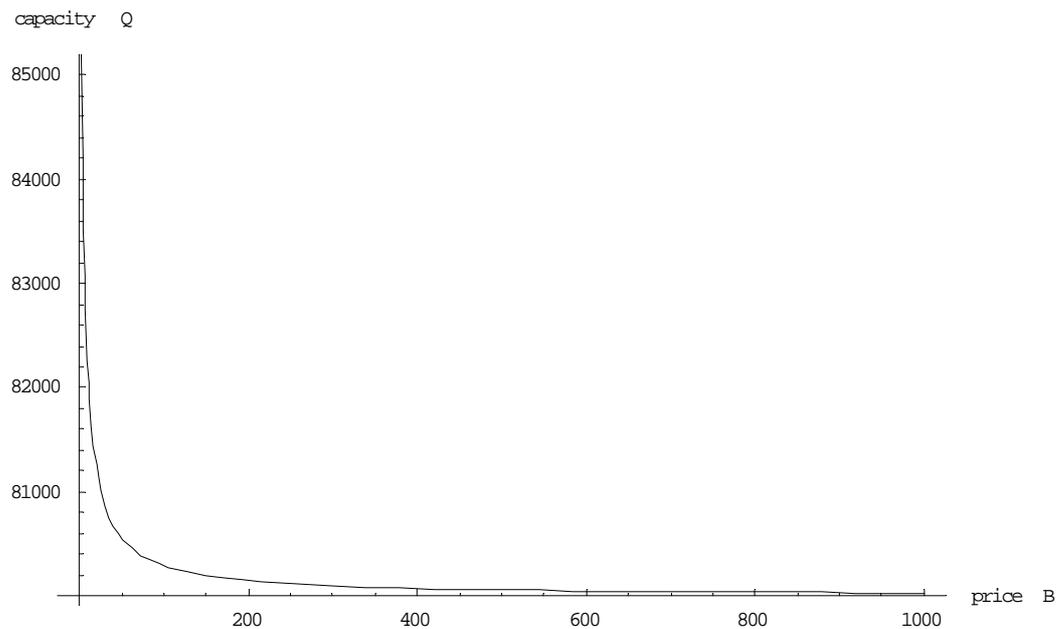


圖 5.1 在修正常態分配下 Q 與 B 之間的關係

由圖 5.1 可以看出公式(3)的反比函數關係。當代工廠預約金訂的較低時，則客戶預約量會增加；反之，當預約金訂的較高時，則預約量將會減少。而帶入 Q 與 B 關係式所求解出的代工廠利潤式之圖形如圖 5.2 所示，同時亦可求解出相關的決策值。

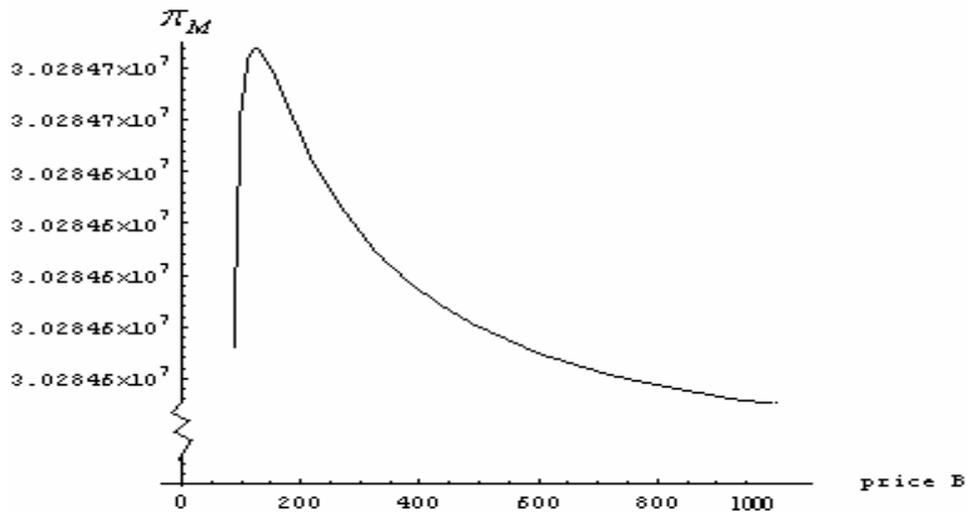


圖 5.2 在修正常態分配下 π_M 與 B 之間的關係

經由 Mathematica 數學軟體計算，可求解出當代工廠預約價格 B 訂為 124.7 元時，客戶決策預約數量 Q 為 76.3，客戶期望利潤為 30.5 百萬元，代工廠期望利潤為 30.3 百萬元。

利用上述求解過程，且在 $0 \leq B \leq p_{M1}$ 及 $0 \leq Q \leq x_0$ 的條件下，本研究可求解未來代工價格具隨機特性下，客戶預約數量 Q 與代工廠預約價格 B 的決策問題。接下來設定不同的需求環境，以及改變相關參數進行模式驗證。除了相關的參數變化外，其他未特別提及的參數皆固定不變，以上述既有參數設定進行求解。

5.3 驗證分析

在 $\sigma=10$ ， $1-\alpha=0.9973$ 不變的情況下，不同 μ 值的需求分配求解結果：

表 5.2 μ 改變下的相關決策數據

| μ (k-wafers) | B (dollars) | Q (k-wafers) | $E[\pi_M]$ (millions) | $E[\pi_B]$ (millions) |
|---------------------|------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| 70 | 0 | 100.0 | 4.2 | 21.0 |
| 100 | 2.6 | 110.0 | 25.3 | 29.5 |
| 110 | 124.7 | 76.3 | 30.3 | 30.5 |
| 115 | 1,000 | 93.4 | 31.9 | 30.0 |
| 120 | 1,000 | 101.1 | 32.8 | 29.2 |

由表 5.2 可知，當整體市場處於需求淡季的情況下，代工廠會將預約價格訂的較低甚至不收預約金，促使客戶多預約產能，來提升工廠產能利用率；反之，整體市場處於需求旺季的情況下，為了有效控制客戶預約量，代工廠會把預約價格提高，以進行最佳的產能分配，獲取最大收益。

在 $\mu=110$ ， $1-\alpha=0.9973$ 不變的情況下，不同 σ 值的需求分配求解結果：

表 5.3 不同 σ 值相關決策數據

| σ (k-wafers) | B (dollars) | Q (k-wafers) | $E[\pi_M]$ (millions) | $E[\pi_B]$ (millions) |
|------------------------|------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| 10 | 124.71 | 76.3 | 30.3 | 30.5 |
| 15 | 129.76 | 72.1 | 29.3 | 29.5 |

由表 5.3 可知需求變異增加時，代工廠會提高產能預約的價格。因此可以推論在需求高度不確定的環境下，代工廠會變的較為保守，為了避免客戶扭曲需求預測，所以代工廠會將產能預約金提高。

接下來驗證代工廠在不同產品售價(p_{M1})、不同初始產能(x_0)及不同價格調整參數(β)之下，預約金與預約量會隨這些參數變化而有何種改變。

表 5.4 不同產品售價之下的結果

| P_{M1} (dollars) | B (dollars) | Q (k-wafers) | $E[\pi_M]$ (millions) | $E[\pi_B]$ (millions) |
|-----------------------|------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| 900 | 112.1 | 76.3 | 19.7 | 41.1 |
| 950 | 118.2 | 76.3 | 25.0 | 35.8 |
| 1000 | 124.7 | 76.3 | 30.3 | 30.5 |
| 1050 | 130.9 | 76.3 | 35.6 | 25.2 |
| 1100 | 137.1 | 76.3 | 40.9 | 19.9 |

表 5.5 工廠具不同初始產能的結果

| x_0 (k-wafers) | B (dollars) | Q (k-wafers) | $E[\pi_M]$ (millions) | $E[\pi_B]$ (millions) |
|---------------------|------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| 100.0 | 1000.0 | 91.5 | 29.8 | 26.1 |
| 110.0 | 124.7 | 76.3 | 30.3 | 30.5 |
| 120.0 | 2.4 | 120.0 | 28.2 | 32.5 |
| 130.0 | 0.2 | 130.0 | 24.6 | 33.0 |

分析表 5.4 的結果可以發現，在此案例所假設的需求函數和成本參數下，代工廠的產品售價(p_{M1})上升時，產能預約金會隨之遞增。在 $\alpha = 1$ 時公式(3)可簡化為 $F(Q) = \left(\frac{p_{M1}}{B}\right) \cdot \int_Q^{\infty} \frac{\beta \cdot (y - x_0)}{x_0} \cdot f(y) dy$ ，由此可發現在一特定供需情況下，不同售價的情形下， B/p_{M1} 與 Q 會趨於穩定，這與公式(3)所推導出之結果一致。若將 B/p_{M1} 視為“常態化的產能預約金”，可將公式(3)視為由 B/p_{M1} 與 Q 兩個變數所組成的模型，經由這個模型我們可以找出使得代工廠利潤最大化的 B/p_{M1} 比。而由表 5.5 可知，在需求不變的情況下，當代工廠產能擴充時，可以發現預約價格將迅速下跌，而客戶的預約量將隨之增加。

表 5.6 不同 β 值下的結果

| β | B (dollars) | Q (k-wafers) | $E[\pi_M]$ (millions) | $E[\pi_B]$ (millions) |
|---------|------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0.25 | 103.9 | 76.3 | 30.3 | 30.5 |
| 0.3 | 124.7 | 76.3 | 30.3 | 30.5 |
| 0.4 | 165.7 | 76.3 | 30.3 | 30.4 |
| 0.5 | 207.5 | 76.3 | 30.4 | 30.4 |

由表 5.6 可知在需求分配 $\mu=110$ 且 $\sigma=10$ 不變的情況下，不同的 β 會產生不同的預約金。當 β 愈高時預約金則會越高。



第六章 結論與建議

6.1 結論

在過去產能預約問題的研究中，假設客戶僅能透過預約的方式來取得產能且代工價格是固定的。然而，在實務上，客戶除了透過「預約」方式來取得產能外，亦可透過「即時下單」方式來取得產能，同時代工價格也會隨需求淡旺季的變動而有所不同。本研究除了考慮「預約」及「即時下單」兩種取得產能的方式外，亦將代工價格會隨需求淡旺季的不同而有所波動一併納入考量，並據此提出兩個數學模型：第一個模型分析客戶(IC設計公司)的預約量決策行為，同時求得一函數關係 $Q = g(B)$ ，第二個模型是分析代工廠的預約金決策行為，其利用 $Q = g(B)$ 來算出最適預約金定價，以達到代工廠利潤最大化的目標。

6.2 後續研究

本研究是假設代工廠產能為固定且不可擴充，來討論代工廠及客戶的互動決策行為。在實務上，代工廠是可擴充產能，因此未來可予以修改此假設，來討論相關的決策行為。此外，代工廠採行接受客戶超額預約亦是另一可行研究方向。

參考文獻

- [1] Barahona, F., S. Bermon, O. Günlük, and S. Hood, “Robust Capacity Planning in Semiconductor Manufacturing,” IBM Res. Division, Res. Rep. RC22196, (2001).
- [2] Belobaba, P. P., “Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory,” *Operations Research*, 37 (1989), 183-197.
- [3] Bitran, G. R. and S. M. Gilbert, “Managing Hotel Reservations with Uncertain Arrivals,” MIT Sloan School Working Paper (1992).
- [4] Brumelle, S. L. and J. I. McGill, “Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes,” *Operations Research*, 41, 1 (1993), 127-137.
- [5] Cachon, G. P. and M. A. Lariviere, “Capacity Choice and Allocation: Strategic Behavior and Supply Chain Performance,” *Management Science*, 45, 8 (1999), 1091–1108.
- [6] Çatay, B., Ş. S. Erengüç, and A. J. Vakharia, “Tool Capacity Planning in Semiconductor Manufacturing,” *Computers & Operations Research*, 30 (2003), 1349-1366.
- [7] Chen, L. Z., S. Li, and D. Tirupati, “A Scenario-Based Stochastic Programming Approach for Technology and Capacity Planning,” *Computer & Operation Research*, 29 (2002), 781-806.
- [8] Christie, M. E. and S. Wu, “Semiconductor Capacity Planning: Stochastic Modeling and Computational Studies,” *IIE Transactions*, 34 (2002), 131-143.
- [9] Coughlan, J., “Airline Overbooking in The Multi-Class Case,” *Journal of the Operational Research Society*, 50 (1999), 1098-1103.
- [10] Cvsa, V. and S. M. Gilbert, “Strategic Commitment versus Postponement in A Two-Tiers Supply Chain,” *European Journal of Operational Research*, (2002), 526–543.
- [11] Hood, S. J., S. Bermon, and F. Barahona, “Capacity Planning Under Demand Uncertainty for Semiconductor Manufacturing,” *IEEE Transactions on*

Semiconductor Manufacturing, Vol. 16, No.2 (2003), 273-280.

- [12] Hsu, H. M. and W. P. Wang, "Modeling Demand Driven with Forecasting Regulation Safety Stock Setting and Capacity Analysis," *International Journal of Industrial Engineering-Theory, Applications, and Practice*, 7, 3 (2000), 195-201.
- [13] Mallik, S. and P. T. Harker, "Coordinating Supply Chains with Competition: Capacity Allocation in Semiconductor Manufacturing," *European Journal of Operational Research*, (2004), 330–347.
- [14] Wollmer, R. D., "An Airline Seat Management Model for A Single Leg Route When Lower Fare Classes Book First," *Operations Research*, 40, 1 (1992), 26-38.
- [15] Ringbom, S. and O. Shy, "The "Adjustable-curtain" Strategy: Overbooking of Multiclass Service," *Journal of Economics*, 77, 1 (2002), 73-90.
- [16] Robinson, L. W., "Optimal and Approximate Control Policies for Airline Booking with Sequential Nonmonotonic Fare Classes," *Operations Research*, 43, 2 (1995), 252-264.
- [17] Swaminathan, J. M., "Tool Capacity Planning for Semiconductor Fabrication Facilities under Demand Uncertainty," *European Journal of Operational Research*, 120 (2000), 545–558.
- [18] Toh, R. S. and F. DeKay, "Hotel Room-Inventory Management: An Overbooking Model," *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, 43, 4 (2002), 79-91.
- [19] You, P. S., "Airline Seat Management with Rejection-for-possible-upgrade Decision," *Transportation Research Part B*, 35 (2001), 507-524.
- [20] 謝岳霖，「預約產能定價之研究」，國立交通大學工業工程與管理所碩士論文，2005年三月
- [21] Mathematica™, mathematical software. Available: <http://www.wolfram.com/>