

分層隨機抽樣下母體平均數推論之研究

研究生：李琇玉

指導教授：丁 承 教授

國立交通大學經營管理研究所博士班

中文摘要

分層隨機抽樣法在抽樣調查實務應用上很普遍，但對該調查資料母體平均數做進一步相關之估計或檢定，則甚少見到較嚴謹的作法。究其原因，分層抽樣母體平均數可視為單變量變異數分析線性比較（linear contrast）之特例，雖可採用正確 t （exact t ）檢定法（以 t_{exact} 表之），惟該法須滿足各層變異數一致的要求，此一條件十分嚴苛，導致實務應用相當受限。Satterthwaite 雖已提出一近似 t （approximate t ）檢定法（以 t_{appr} 表之），但公式較繁複，故實證上較少採用。實務上，或有為求操作便利，勉強採用簡單隨機抽樣所對應的 t 檢定法為之，惟此係錯誤之作法。

為使分層抽樣的統計推論更為簡化，更利於應用，本研究透過模擬研究，探討在分層隨機抽樣架構下，是否可放寬各層變異數一致之限制，以及放寬此一限制後仍可採用 t_{exact} 的條件。所採方法係以蒙地卡羅模擬法，就各種不同的分層數、各層所占母體比例 p_i 、樣本數以及層內變異數 σ_i^2 之設計組合，每一組合均進行 1000 次之模擬後，再計算並比較 t_{exact} 與 t_{appr} 之模擬檢定力大小。模擬結果顯示放寬上述限制條件確屬可行；亦即以 t_{exact} 檢定法進行統計推論時，各分層之層內變異數 σ_i^2 均相等的假設並非必要。經歸納研究結果， t_{exact}

與 t_{appr} 二者適用之條件如下：(1) 在分層抽樣設計下，當各層所占母體比例相等時，可直接用 t_{exact} 進行推論。(2) 當樣本數大於50時，可直接使用 t_{exact} 進行推論。(3) 樣本數小於50，則使用 t_{appr} 進行推論。

欲以 t_{exact} 進行統計推論，必須先滿足各分層均符合常態性且所占母體比例 p_i 已知之條件。在實證方面，本研究分別以 2001 年 5 月香港來台旅客及 2001 年第 1、2 季來台觀光旅客消費調查之樣本資料進行實例分析。本研究所提出之檢定建議，可適用於任何期間、任何型態的觀光、休閒消費支出之統計推論。此一成果，亦可再擴大其應用層面，提供旅遊者、觀光政策的主管當局以及旅遊產業經營者的參考資訊，協助制定有效之經營管理策略。

關鍵詞：蒙地卡羅模擬、分層隨機抽樣、 t 統計量



On the Inference about the Mean under Stratified Random Sampling

Student : Hsiu-Yu Lee

Advisor : Dr. Cherng G. Ding

Institute of Business and Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

It is of interest to make inference about the mean for a population consisting of different strata. Assuming that prior probabilities of strata and normality of the measure are given, traditional methods require that the equality of within-stratum variances be first examined. If the variances are equal, then use the exact t statistic; otherwise use the approximate t statistic. In this study, we have investigated the necessity of the equal-variance assumption for the exact t statistic by comparing the power of the two t tests. Based on extensive Monte Carlo simulation, it has been found that the equal-variance assumption can be ignored if prior probabilities are equal. In addition, the sample size of 50 is large enough to make the exact t test effective for the problem of inference about the population mean, regardless of the equality of within-stratum variances. A simple procedure has been recommended to facilitate statistical inference. The procedure, illustrated with Taiwan's inbound tourism expenditure data, is particularly useful for the studies where stratified random sampling is conducted and inference for the mean daily expenditure is desirable. The procedure applies for any type of tourism expenditure during any time period. The resulting information is useful for tourism policy makers, the tourism industry, and tourists.

Keywords: Monte Carlo simulation, stratified random sampling, t statistic

誌 謝

本論文得以順利完成，首先衷心感謝恩師丁承教授。從碩士班開始，十多年來受業於恩師門下，在這漫長的學習過程中，老師嚴謹的治學態度與對人尊重的人格風範，一直是我學習效法的典範。而老師以無比的耐心與關懷對我的指導與鼓勵，每每讓我如沐春風，得以突破種種學習瓶頸，終能順利完成學業，浩浩師恩，難以為報，謹致以最深之謝意。

研究指導委員會毛治國教授學養專精，視野宏觀，張保隆教授豐沛的研究成果，及黃仁宏教授的縝密思維，都是我敬佩與學習的目標。非常感謝他們在我的學習過程中給予的指導與鼓勵，讓我受益良多，將永銘於心。感謝論文口試委員黃登源教授、李隆安教授、邱志聖教授及曹勝雄教授，對本論文提出諸多寶貴意見，使本論文內容更臻周延。此外，學習過程中尚有許多關心、愛護我的良師，包括：趙民德教授、韋伯韜教授、陳光華教授、林國雄教授、藍武王教授、汪前主計長錕之先生、張哲琛副秘書長，不時的關懷與勉勵，在此一併申謝。

在學期間，張國忠學長、張經緯學長、鍾燕宜學姐的勉勵，同班同學們的相互砥礪，也是我能堅持完成學業的重要動力來源。特別要感謝的是博委會蕭慧娟小姐各方面的提醒、幫忙與協助。而來自於交通部、台灣鐵路管理局及考試院公務人員保障及培訓委員會諸多長官與同仁的關懷，也讓我在繁忙的工作與學業交織過程中，倍覺溫馨。

最後要感謝我摯愛的家人。感謝明燦、明謙弟的關心，尤其是金滿妹不時的支持鼓勵及協助，甚為感激。因修讀學位而常無法周全照顧家人，心中深感歉意。感謝外子紘原及明緒兒至為體諒，在我學習過程中持續地支持，讓我能學術研究領域中進一步充實，並完成此一學位，一圓人生之夢。

謹將此一喜悅獻給 最親愛的家人及所有關心我的人！

李琇玉 謹誌

2006年7月

目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	iii
誌謝.....	iv
目錄.....	v
表目錄.....	vii
圖目錄.....	ix
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究目的.....	4
第二章 文獻回顧與探討.....	5
2.1 兩母體平均數相等之檢定.....	5
2.2 分層抽樣架構下母體平均數之推論.....	8
第三章 研究方法與步驟.....	13
3.1 蒙地卡羅模擬設計.....	13
3.2 模擬步驟.....	16
第四章 結果與討論.....	22
4.1 名目水準 $\delta = 0.05$ 模擬結果比較.....	22
4.1.1 模擬顯著水準比較	22
4.1.2 模擬檢定力比較	23
4.2 名目水準 $\delta = 0.01$ 模擬結果比較.....	33
4.2.1 模擬顯著水準比較	33
4.2.2 模擬檢定力比較	34
4.3 彙整與結論.....	35

第五章 實例分析—以來台觀光客平均每人每日消費金額為例.....	75
5.1 實例背景說明.....	75
5.2 實例分析.....	77
5.2.1 實例 1：依旅遊目的分層.....	78
5.2.2 實例 2：依居住地分層.....	80
5.3 小結.....	84
第六章 結論與建議.....	86
6.1 結論.....	86
6.2 建議.....	87
6.2.1 管理上的建議.....	87
6.2.2 後續研究建議.....	88
參考文獻.....	89
附錄：SAS 程式.....	92



表 目 錄

表 1. 模擬設計	17
表 2. t_{exact} 與 t_{appr} 在不同模擬設計下之實際顯著水準 (名目水準 $\delta = 0.05$)	45
表 3. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 2, $p_1 = 0.5, p_2 = 0.5$)	47
表 4. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 2, $p_1 = 0.7, p_2 = 0.3$)	48
表 5. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 2, $p_1 = 0.9, p_2 = 0.1$)	50
表 6. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 3, $p_1 = 1/3, p_2 = 1/3, p_3 = 1/3$)	52
表 7. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 3, $p_1 = 0.5, p_2 = 0.25, p_3 = 0.25$)	53
表 8. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 3, $p_1 = 0.6, p_2 = 0.3, p_3 = 0.1$)	54
表 9. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 4, $p_1 = 0.25, p_2 = 0.25, p_3 = 0.25, p_4 = 0.25$)	55
表 10. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 4, $p_1 = 0.4, p_2 = 0.3, p_3 = 0.2, p_4 = 0.1$)	56
表 11. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 4, $p_1 = 0.6, p_2 = 0.2, p_3 = 0.1, p_4 = 0.1$)	57
表 12. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 5, $p_1 = 0.2, p_2 = 0.2, p_3 = 0.2, p_4 = 0.2, p_5 = 0.2$)	58
表 13. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 5, $p_1 = 0.5, p_2 = 0.2, p_3 = 0.1, p_4 = 0.1, p_5 = 0.1$)	59

表 14. t_{exact} 與 t_{appr} 在不同模擬設計下之實際顯著水準 (名目水準 $\delta = 0.01$)	60
表 15. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 2, $p_1 = 0.5, p_2 = 0.5$)	62
表 16. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 2, $p_1 = 0.7, p_2 = 0.3$)	63
表 17. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.05$, 分層數為 2, $p_1 = 0.9, p_2 = 0.1$)	65
表 18. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 3, $p_1 = 1/3, p_2 = 1/3, p_3 = 1/3$)	67
表 19. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 3, $p_1 = 0.5, p_2 = 0.25, p_3 = 0.25$)	68
表 20. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 3, $p_1 = 0.6, p_2 = 0.3, p_3 = 0.1$)	69
表 21. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 4, $p_1 = 0.25, p_2 = 0.25, p_3 = 0.25, p_4 = 0.25$)	70
表 22. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 4, $p_1 = 0.4, p_2 = 0.3, p_3 = 0.2, p_4 = 0.1$)	71
表 23. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 4, $p_1 = 0.6, p_2 = 0.2, p_3 = 0.1, p_4 = 0.1$)	72
表 24. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 5, $p_1 = 0.2, p_2 = 0.2, p_3 = 0.2, p_4 = 0.2, p_5 = 0.2$)	73
表 25. t_{exact} 與 t_{appr} 檢定力模擬結果($\delta = 0.01$, 分層數為 5, $p_1 = 0.5, p_2 = 0.2, p_3 = 0.1, p_4 = 0.1, p_5 = 0.1$)	74
表 26. 實例 1 檢定結果彙總表—香港 (2001 年 5 月)	79
表 27. 實例 2 檢定結果彙總表—整體 (2001 年第 1 季)	82
表 28. 實例 2 檢定結果彙總表—整體 (2001 年第 2 季)	82

圖 目 錄

圖 1.	t_{exact} 與 t_{appr} 敏感度分析圖.....	18
圖 2.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ σ_i^2 相等, p_i 相等 ($\delta=0.05$)	26
圖 3.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ σ_i^2 相等, p_i 不相等 ($\delta=0.05$) ...	27
圖 4.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ p_i 相等, σ_i^2 不相等 ($\delta=0.05$) ...	28
圖 5.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ p_i 不相等, σ_i^2 不相等 (正相關) ($\delta=0.05$)	29
圖 6.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ p_i 不相等, σ_i^2 不相等 (負相關) ($\delta=0.05$)	31
圖 7.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ σ_i^2 相等, p_i 相等 ($\delta=0.01$)	36
圖 8.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ σ_i^2 相等, p_i 不相等 ($\delta=0.01$) ...	37
圖 9.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ p_i 相等, σ_i^2 不相等 ($\delta=0.01$) ...	38
圖 10.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ p_i 不相等, σ_i^2 不相等 (正相關) ($\delta=0.01$)	39
圖 11.	t_{exact} 與 t_{appr} 模擬檢定力比較圖－ p_i 不相等, σ_i^2 不相等 (負相關) ($\delta=0.01$)	41
圖 12.	以 t_{exact} 、 t_{appr} 與 t_1 估算之信賴區間比較圖－實例 1.....	79
圖 13.	以 t_{exact} 與 t_1 估算之信賴區間比較圖－實例 2 (1)	82
圖 14.	以 t_{exact} 與 t_1 估算之信賴區間比較圖－實例 2 (2)	82