

# 國立交通大學

機械工程系

碩士論文



玻璃火焰拋光中  
應力的產生與破裂預防

Existence of Stresses and Prevention of Rupture  
during Glass Fire-Polishing

研究生：張國賢

指導教授：洪錫源 教授

中華民國九十四年七月

玻璃火焰拋光中 - 應力的產生與破裂預防

Existence of Stresses and Prevention of Rupture during Glass  
Fire-Polishing

研究生：張國賢

Student : Guo-xian Zhang

指導教授：洪錫源

Advisor : Shane Y. Hong

國立交通大學



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Mechanical Engineering

June 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年七月

# 玻璃火焰拋光中 - 應力的產生與破裂預防

學生：張國賢

指導教授：洪錫源

國立交通大學機械工程學系（研究所）碩士班

## 摘 要

本論文為探討玻璃在熱加工過程中的變化以及研究鈉鈣玻璃 (soda-lime glass) 在火焰拋光過程因溫度分佈不均所產生的熱應力現象。並利用 ANSYS 軟體模擬鈉鈣玻璃在火焰拋光過程之各種物理現象，利用觀察、實驗、分析的方式求得較合適之火焰拋光參數。使鈉鈣玻璃在火焰拋光過程中不會因局部溫度梯度過大而產生熱應力之破壞現象。

本實驗所使用的玻璃為浮式平板玻璃，此製程是 Alastair Pilkington 於西元 1959 年所發明。台灣地區浮式平板玻璃的主要製造商為台灣玻璃工業公司。本文首先說明玻璃刮痕消除之必要性，及介紹目前所使用之第一代火焰拋光機的構造與工作原理。第二章介紹一般玻璃的力學特性及在工程應用上較特別的一些溫度區域中之性質。第三章說明玻璃性質隨溫度變化的趨勢與火焰拋光溫度範圍選擇之對策。第四章為利用 ANSYS 軟體分析玻璃在拋光中之應力分佈。第五章介紹玻璃表面應力量測儀，與玻璃邊緣應力量測過程。最後一章則是將模擬、量測與拋光實驗實際結果作比較，並歸納出下一代新型火焰拋光機之改良建議。

# Existence of Stresses and Prevention of Rupture during Glass Fire-Polishing

Student : Guo-xian Zhang

Advisors : Shane Y. Hong

Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

This thesis discusses how glass change during fire-polishing processing and research the thermal stress induced by non-uniform temperature distribution. Using ANSYS software simulate physical phenomenon of soda-lime glass and measure the stress distribution of glass after fire-polishing so as to get a set of suitable fire-polishing parameters. these parameters can help us to get a minimum stress distribution and avoid the rupture of glass.

The type of glass in our fire-polishing is floating glass , Mr. Alastair Pilkington invente this process in 1959. In Taiwan, most of float glass is manufacture from Taiwan Glass Ind Corp. In the first of this thesis, we introduce the essentiality of fire-polishing processing. In Chapter 2, we introduce the mechanical properties and the temperature region, which are important to fire-polishing processing. In Chapter 3, we illustrate the properties of glass vary with temperature, and the strategy of choosing fire-polishing temperature region. In Chapter 4, we using ANSYS software to simulate the stress distribution of glass. In Chapter 5, we measure the edge stress of glass with discuss residual stress. In Chapter 6, we compare the result of simulation and measurement to conclude the suggestion of the new fire-polishing machine of next generation.

## 誌 謝

一件事的完成單靠個人的努力必定是無法達成。對我來說，在這一年的研究過程中也是如此。首先要感謝我的家人體諒我在研究工作忙錄時經常不經意地忽略了他們。也要感謝洪錫源教授給我機會加入他的研究團隊，以及他這一年來對我的信任以及指導。實驗室的同學：聖展、中翰、秉衍以及學弟妹：建庸、湧朝、靜翔、楠庭，在這一年的研究生涯中給我鼓勵以及幫助，在研究之餘也為我的生活帶來許多樂趣。尤其是中翰、湧朝和靜翔三位不辭辛勞地時常要陪我到台中作實驗。此外，還有協助本研究實驗設備的台灣玻璃工業公司台中廠的林保村副總，和台中廠中熱心助人的趙志賢師傅和其他所有幫助過我的人。沒有他們的幫助，我的研究工作不可能這麼順利。最後，我也要感謝我的女朋友妍儒，感謝她這些年來，不論我遭遇多大的困難與逆境。她總是一路陪著我解決所有的問題。如果沒有她的陪伴，我不會有這麼大的決心與毅力完成這些事。

# 目 錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	vi
圖目錄 .....	vii
一、諸論 .....	1
1.1 玻璃刮痕消除的必要性 .....	1
1.2 玻璃刮痕消除的內應力問題 .....	3
1.3 玻璃內應力問題的過去研究回顧 .....	4
1.4 本論文採用之方法 .....	6
二、玻璃的力學行為 .....	7
2.1 玻璃的通性 .....	7
2.1 鈉鈣玻璃之成份與基本性質 .....	9
2.3 隨溫度變化的物理、化學性質 .....	10
2.4 玻璃變形時的力學行為 .....	12
2.4.1 玻璃的彈性變形 .....	12
2.4.2 玻璃的黏性流動 .....	13
2.5 玻璃的內應力 .....	16
三、隨溫度變化的玻璃特性 .....	19
3.1 玻璃物理特性與火焰拋光之對策 .....	19
3.1.1 玻璃黏度與溫度關係 .....	19
3.1.2 玻璃彈性係數與溫度的關係 .....	20
3.1.3 玻璃強度與溫度的關係 .....	22

3.1.4	玻璃熱膨脹係數與溫度的關係述 .....	25
3.2	玻璃火焰拋光法溫度範圍選擇之對策 .....	28
3.3	黏彈性理論 .....	29
3.3.1	黏彈性材料的現象 .....	29
3.3.2	假溫度 .....	32
3.3.3	溫度的影響 .....	34
四、	玻璃應力之模擬 .....	35
4.1	應力分析的重要性與應力分析策略 .....	35
4.2	FEM Model 之建立 .....	38
4.2.1	控制方程式 .....	38
4.3.2	模擬條件的設定 .....	41
4.3	玻璃內應力分析個案 .....	46
五、	玻璃內部應力之量測 .....	57
5.1	玻璃應力量測的重要性 .....	57
5.2	玻璃應力量測原理 .....	58
5.3	邊緣應力量測儀器 .....	60
5.3.1	邊緣應力量測儀器構造 .....	60
5.3.2	邊緣應力量測步驟 .....	60
5.3.3	數據計算方式 .....	61
六、	結果與討論 .....	63
6.1	應力分析結果 .....	63
6.2	應力量測結果 .....	68
6.3	結論與建議 .....	72
	參考文獻 .....	73

# 表 目 錄

表 2.1 Properties of Soda-Lime-Silica Float Glass .....	9
表 3.1 不同組成玻璃的 $\gamma$ 值和 $K_{Ic}$ 值 .....	23
表 3.2 各種玻璃在不同環境下的 $\gamma$ 值 .....	24
表 4.1 玻璃於 ANSYS 分析時之黏彈性材料參數 .....	45
表 4.2 本論文分析之熱應力個案 .....	46
表 5.1: 常用玻璃之應力光學常數 .....	59
表 6.1 量測實驗前之玻璃拋光條件 .....	68



# 圖目錄

圖 1.1 玻璃刮痕消除機 .....	2
圖 2.1 玻璃性質隨溫度的變化 .....	10
圖 2.2 理想彈性體的變形 .....	12
圖 2.3 黏性流體的變形 .....	13
圖 2.4 暫時應力的形成與消除 .....	17
圖 2.5 永久應力的形成 .....	18
圖 3.1 鈉鈣玻璃溫度-黏度曲線 .....	19
圖 3.2 鈉鈣玻璃溫度-彈性係數曲線 .....	21
圖 3.3 鈉鈣玻璃溫度-E、G、 $\mu$ 曲線 .....	22
圖 3.4 溫度對玻璃 Break Stress 之影響 .....	25
圖 3.5 玻璃之膨脹(收縮)特性 .....	26
圖 3.6 鈉鈣玻璃熱膨脹係數 .....	27
圖 3.7 玻璃表面張力與溫度關係 .....	28
圖 3.8 定應變下的應力鬆弛現象 .....	30
圖 3.9 定應力下的潛變現象 .....	30
圖 3.10 黏彈性材料之機械模型 .....	31
圖 3.11 玻璃冷卻中之體積與溫度關係 .....	32
圖 4.1 分析處理流程圖 .....	36
圖 4.2 熱應力分析流程圖 .....	37
圖 4.3 Equilibrium Stress Components .....	38
圖 4.4 有限元素分析模型 .....	41
圖 4.5 Visco 89 Element .....	42
圖 4.6 孔列式噴嘴熱源形狀示意圖 .....	42
圖 4.7 孔列式噴嘴熱源與熱通量關係 .....	43

圖 4.8 單孔式噴嘴熱通量分佈 .....	43
圖 4.9 加入遮罩之噴嘴熱通量 .....	44
圖 4.10 個案 1 在第 20 秒之溫度與應力 .....	48
圖 4.11 個案 1 在第 40 秒之溫度與應力 .....	49
圖 4.12 個案 1 在第 110 秒之溫度與應力 .....	50
圖 4.13 個案 2 在第 30 秒之溫度與應力 .....	51
圖 4.14 個案 2 在第 40 秒之溫度與應力 .....	52
圖 4.15 個案 2 在第 110 秒之溫度與應力 .....	53
圖 4.16 個案 3 在第 20 秒之溫度與應力 .....	54
圖 4.17 個案 3 在第 30 秒之溫度與應力 .....	55
圖 4.18 個案 3 在第 110 秒之溫度與應力 .....	56
圖 5.1 玻璃內部應力與變形關係 .....	57
圖 5.2 邊緣應力量測系統 .....	59
圖 5.3 邊緣應力量測儀構造 .....	60
圖 5.4 MWA100 補償器 .....	61
圖 5.5 邊緣應力量測條紋 .....	62
圖 6.1 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 1 .....	64
圖 6.2 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 2 .....	64
圖 6.3 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 3 .....	65
圖 6.4 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 1 .....	65
圖 6.5 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 2 .....	66
圖 6.6 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 3 .....	66
圖 6.7 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 2 .....	67
圖 6.8 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 3 .....	67
圖 6.9 .....	68

圖 6.10 .....	68
圖 6.11 .....	69
圖 6.12 .....	69
圖 6.13 .....	69
圖 6.14 .....	69
圖 6.15 .....	69
圖 6.16 .....	70
圖 6.17 .....	70
圖 6.18 .....	70
圖 6.19 拋光參數與玻璃加熱狀況 .....	70



## 一、緒論

### 1.1 玻璃刮痕消除的必要性

玻璃具有良好的透光性，具有耐磨損、耐高溫、耐潮濕、抗靜電等優點，使得玻璃在生活及工業中的應用非常廣泛，不管是建築業、汽車業、傢俱業，到處都能看到以玻璃為材料的製品出現。然而，玻璃研磨費時、重量重、易破裂，使得玻璃在加工上具有一定的困難度。玻璃有良好的可回收性，例如無色玻璃回收後能 100% 的重新再製。使得一般玻璃工廠在處理有刮痕的玻璃時，通常是將玻璃打碎重製。即使在一大片的玻璃上只有一小部份有刮痕時仍將它打碎重製。這種方法雖然方便，但是重製時為達到與原物料混合均勻，需將整片玻璃加熱至 1500°C 以上 (~2300kJ/kg 玻璃)，以熱效率 50% 計算，熔融重製玻璃約需要 6000kJ/kg [1]，如此只為了處理一小片的刮痕，缺乏經濟效益。

一般處理玻璃小範圍刮痕的方法，是利用研磨的方式，將刮痕附近的玻璃磨耗，以求視覺上達到刮痕消除。但是研磨需在低速、低壓下接觸玻璃表面進行加工，不僅耗費時間，且磨耗部份的玻璃粉末在空氣中對人體的呼吸系統會產生危害。本實驗採用“火焰拋光”的新方法進行玻璃拋光。就成本而言，火焰拋光法只需要熔融玻璃表面達刮痕深度範圍的部份，耗費成本少，就經濟效益而言高於直接回收；在速度方面，只需一次加工，在時間上比研磨減少許多，且使用火焰加工玻璃表面，沒有研磨時器具需接觸試件表面時可能發生的問題。

玻璃火焰拋光術是一種利用玻璃表面升溫的方法，改變玻璃特性以達成刮痕消除的最終目的。刮痕消除之機制為使玻璃在此高溫狀況下因流動性的增加以及在表面張力的作用下，使玻璃產生足夠之流動性而將表面刮痕消除。在刮痕消除的過程中常因加熱不均勻而使玻璃產生熱應力而使玻璃發生破裂。本研究之目的即在探討如何減低火焰拋光玻璃時，發生破裂的可能性。以期日後對新一代火焰拋光機之研發有所裨益。在研究之前要先針對玻璃特性有通盤的了解，即在所欲操作之溫度範圍之內獲得最多的與應力相關之玻璃特性資訊。有了足夠的資訊之後，才能根據模擬或實驗等研究方法達到成功拋光的目標。

現行之玻璃刮痕消除機的裝置如圖 1.1 所示。使用預混火焰的方式，將丙烷與氧氣以適當的比例均勻混合後燃燒，並以此種火焰為熱源局部地加熱玻璃。而提供熱源的噴嘴活動的自由度則被限制在滑軌中，使噴嘴在其長度範圍內作線性移動，可以馬達帶動的方式，使用電腦程式控制噴嘴的行進速度。如此，便可以使一道火焰以固定的速度掠過玻璃表面，使玻璃達到升溫的要求。

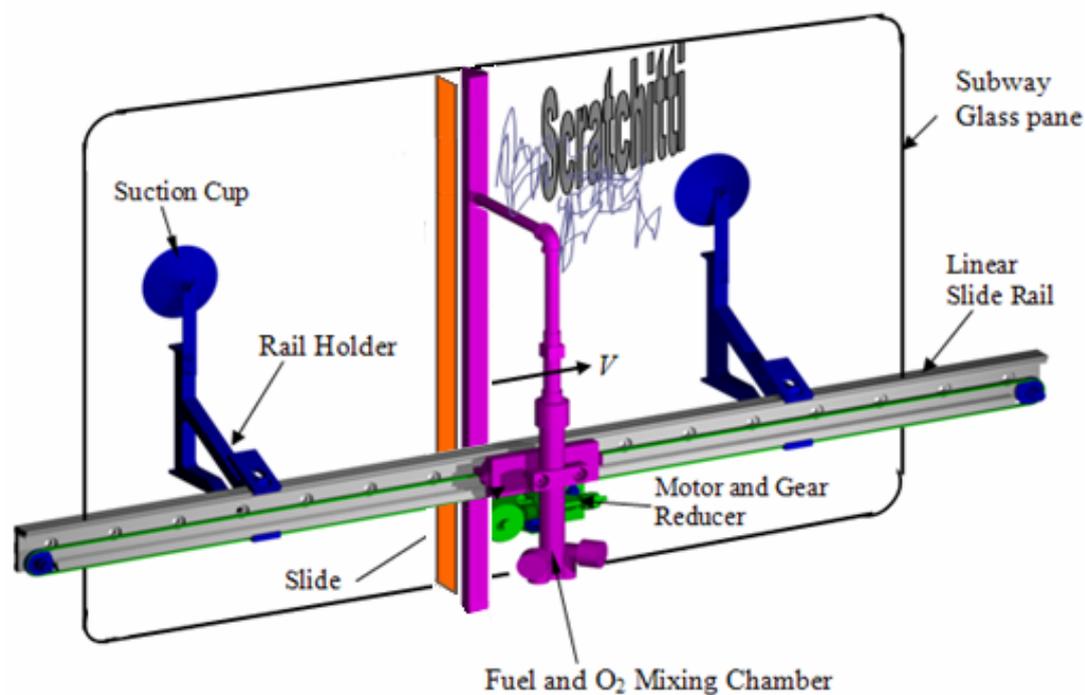


圖 1.1 玻璃刮痕消除機

在試片的尺寸選擇方面，由圖 1.1 可知，玻璃在噴嘴的長度方向需受到火焰的包覆，才能使玻璃在此方向上的受熱較為均勻。所以火焰拋光玻璃試片的寬度會被噴嘴的長度所限制。目前本研究所使用的噴嘴所能噴出火焰的最長可包覆之玻璃寬度為 4cm，故本研究之試片寬度有 3cm 以及 4cm 兩種。而試片之長度則需被限制為噴嘴在線性滑軌中可滑動的範圍為玻璃試片最大長度。厚度方面，則不受玻璃刮痕消除機限制。

## 1.2 玻璃刮痕消除的內應力問題

由於玻璃火焰拋光法為在短時間內，於玻璃表面上以丙烷-氧氣混合火焰施加熱通量，使得玻璃靠近表面的區域產生部份熔融，此熔融範圍需達到刮痕的深度使玻璃刮痕消除。由於只在玻璃部份區域加熱，所以試件內部將產生不均勻的溫度梯度；而不均勻的溫度梯度會造成玻璃各部份的熱應變不一而產生熱應力。如果此熱應力的大小超過玻璃所能承受的破裂強度，玻璃就會破裂，使火焰拋光失敗。為了增加火焰拋光玻璃的成功率，需對玻璃在火焰拋光加熱過程中之應力現象加以研究，了解拋光過程中溫度與熱應力的關係。

玻璃冷卻後來不及消除的熱應力會成為殘留應力。殘留應力對玻璃性能的影響很大，適當的殘留應力分佈能強化玻璃。玻璃內部適當的殘留應力分佈控制還能控制玻璃破裂後的破片大小，使玻璃破碎後不易產生刀口。如能了解如何控制玻璃拋光法之應力分佈，對未來火焰加工後玻璃強度的改變，將會有良好的影響，以避免玻璃因不當加工而降低其使用性能。



### 1.3 玻璃內應力問題的過去研究回顧

玻璃是一種很特別的物質，它是一種流體但以固體的形式展現。關於玻璃在常溫下因自身重量而產生的流動程度的相關討論，Zanotto & Gupta(1999) [02] 和 Stokes(1999-2000) [3,4] 分別用 Maxwell 黏彈性體和 Newtonian 黏性流體解釋窗玻璃在長時間下的流動行為。分別得到，如果要讓窗玻璃的厚度改變 5% 的時間為  $10^{23}$  年與  $10^7$  年。所以，在常溫下玻璃流動是很難被發現的。

Seong-chan Jun(2002) [5] 首先採用火焰拋光法消除玻璃表面刮痕。但在分析熱應力時，他假定玻璃為理想彈性體，未考慮玻璃在不同溫度範圍內的材料非線性行為，造成模擬應力與真實應力差距甚大。

玻璃由室溫加熱到高溫時黏性係數的變化量達到  $10^{18}$  [6]。R. V. Kumar and J. Buckett [7] 在考慮玻璃退火情況時，將玻璃在不同溫度下區分為彈性體、黏彈性體、黏性流體三個溫度區域。在轉移域內的黏彈性現象牽涉到玻璃當時的物理變化，例如：膨脹係數、熱傳導係數等…。在 1956 年時，Spinner [8] 曾對溫度與玻璃彈性係數的關係有過一番討論。

有不少的論文討論過玻璃在一定溫度範圍內所呈現的潛變(Creep)與應力鬆弛(Stress Relaxation)黏彈性現象。Tool [9] 在 1946 年時，首度以鬆弛的觀點探討玻璃的熱膨脹與溫度關係。到了 1970 年 O. S. Narayanaswamy [10, 11] 使用 Tool 的模型並在鬆弛現象中加入時間的效應，將溫度與時間關係導入應力鬆弛現象之中。在此之前，C. R. Kurkjian [12] (1963) 討論以鈉鈣玻璃為材料在轉移域時，受扭力時的鬆弛現象。

其他與玻璃應力鬆弛相關之研究，大多是探討玻璃受熱壓成形製造玻璃透鏡的論文。不論目的為何，只要是以加熱的方式降低玻璃黏性以達到改變玻璃原有外形的製程，一定都得將玻璃加熱至玻璃材料的軟化點之上。然後將玻璃退火以消除在成形過程中的殘留應力。

近年來利用有限元素法計算玻璃內部應力之文獻也越來越多。在 1987 年，Thomas F. Soules、Robert F. Busbey、Simon M. Rekhson、Alex Markovsky [13] 曾以有限元素法計算玻璃的黏性鬆弛現象。2002 年，M. Hyre [14] 利用 FEM 研究玻璃在成形時之黏性流動。在 2005 年 Allen Y. Yi 與 Anurag Jain [15, 16] 利用有限元素法計算玻璃鏡片在模具中，以壓應力成形之內應力。

在討論黏彈性現象時，一般通常會使用 Maxwell Model 或 Kelvin-Voigt Model。但玻璃的黏彈性現象較複雜，需要數個 Maxwell Model 或 Kelvin-Voigt

Model 建立數學模型，以串聯或並聯的不同組合方式模擬玻璃在不同溫度變化，及其受應力作用之結果。

本實驗所使用的玻璃試件種類，就製作方式而言，為西元 1959 年由 Sir Alastair Pilkington(1920-1995)發明之「浮式玻璃(Float Glass)」製程。利用比重不同，使玻璃熔融液體浮在錫槽之上形成平板狀。故以外形區分，稱為「板玻璃(Glass Plate)」。若就成份而言，因其 Na 與 Ca 含量比例僅次於主成份 Si 故稱為「鈉-鈣玻璃」(Soda-lime Glass)。



#### 1.4 本論文採用之研究方法

在研究應力之前，首先要了解玻璃在各溫度下之不同黏度參考點(如：應變點、緩冷點、軟化點、工作點、熔化點)之定義。並研究與力學相關之玻璃特性(如：彈性係數、熱膨脹係數、強度…等)隨溫度變化的關係。了解玻璃在拋光工作溫度範圍之特性後，便可將模型依照此材料特性進行分析。儘可能地對火焰拋光溫度範圍之玻璃性質有充份的了解，便能計算火焰拋光時玻璃的熱應力。

由於玻璃在冷卻後其厚度方向的應力需保持平衡才能維持玻璃原來的形狀。此種平衡關係若保持良好，可在玻璃內殘留很大之內應力，且此應力可增加玻璃的強度。為了解玻璃在拋光後之內應力分佈，本研究需測量玻璃在加工後的「冷應力」以探討玻璃因拋光而發生的變形現象。由於玻璃對於光有良好的穿透性，利用光彈法量測玻璃殘留應力時光線可直接穿過試件。在實驗上，本研究利用光彈法量測火焰拋光後玻璃試件的殘留應力分佈。並利用台灣玻璃工業公司所提供之「玻璃邊緣應力量測儀」測量玻璃在厚度方向的應力分佈，並探討玻璃在其厚度方向的應力變化與拋光參數之關係。



## 二、玻璃的力學行為

大多數的液體在冷卻時，到達一定的溫度就會凝固變成晶體。但是有某些液體在冷卻過程中卻不在固定溫度下凝固，而只是逐漸地增加粘性，最後無法形成結晶而成為固形物。這類的物質若再加熱後又會軟化變為液體，而不呈現一般物質的固定熔點。這種非結晶性的凝固物即所謂玻璃狀態(Glassy state)，具有此種狀態之物質即稱之為玻璃。

由於黏度的變化，玻璃流動性在低溫與高溫下有非常大的差異，受到外力表現的反應也不一樣。本章由玻璃的通性以及常在常溫中之特性開始介紹，並探討玻璃在不同溫度下變形時，其力學行為與研究方法。

### 2.1 玻璃的通性

玻璃材料具有透光率佳、寬波長穿透範圍、硬度高、耐磨損、耐高溫、耐潮濕、抗靜電等良好的優點，同時也有良好之生物相容性，可應用在許多領域之中。然而，玻璃加工不易、研磨費時、密度大、易碎裂等性質也使得玻璃在加工上具有一定的困難度。

玻璃在常溫下能保持一定的外型，但其硬度較高，脆性較大，破碎時破斷面往往為貝殼狀，它在特定波長範圍內透明性良好。從外觀特徵上來判斷，玻璃屬於固體。但從微觀結構來看，其特徵為“遠程無序”和“近程有序”，類似於液體的非結晶構造。一般來說，玻璃具有以下列特性〔1〕：

一個系統在某固定條件下可以長時間處在比穩定態能量高的狀態，就稱為能量的介穩狀態(Energy Metastability)。玻璃因過冷而在低溫下保留了高溫時的結構狀態，也就是說，玻璃熔體在冷卻過程中因黏性急遽增加，使內部質點來不及做遠程有序之排列就已被玻璃化，所以此時它所釋放的能量將較一般結晶過程中所釋放的潛熱小，即玻璃體比晶體含有較多過剩的能量。能量的穩定狀態不是指內能最低，而是指玻璃在該溫度之下具有最小的自由能。從熱力學觀點來看，既然玻璃體是能量的介穩狀態，應該具有自發放熱而轉變為晶體的內在條件，然而實際上很多玻璃之所以長久不析晶，是因為常溫下玻璃黏度過大，以致動力學條件不足改變其特性而阻礙了轉化為晶體的進行。雖然在長時間內，玻璃有可能達到析晶，但在一般可觀測的時間內，均質玻璃並不析晶而且可看作是穩定的。

當玻璃的熔融體向玻璃體轉變時，其凝固過程是逐漸且可逆的，這和熔融體的結晶過程有明顯的區別，也就是說結晶過程中系統必有新相出現，在結晶溫度

時許多性質也將發生突變（即結晶溫度對應性質的多值性）。可是當熔體向固體玻璃轉化時，凝固過程是在較寬廣的溫度範圍內完成的，其性質也是連續變化的（即溫度對應性質的單值性）。隨著溫度的下降，熔體黏度越來越大，最後形成固態玻璃，但始終沒有出現新相。同樣的，由固態玻璃加熱而變為熔體的過程也是漸變的，因而玻璃體沒有固定的熔點，而只有一個軟化溫度範圍。利用這一特性，工業上常常將玻璃在一定溫度下用吹製、拉製、壓製等方法來成形。

均質玻璃在各個方向上的性質，如彈性模數、折射率、導熱係數、熱膨脹係數及硬度、透光率都是相同的。但這不表示玻璃內部質點的排列就是非常規則的。事實上，玻璃內部質點的排列應為無序的，其外在表現是因內部排列在統計上呈現均質結構所產生的外在表現，這一點和液體類似。但若是玻璃中存在應力或為非均質玻璃時，則玻璃的性質會顯示出各向異性(Anisotropism)。例如玻璃內有殘留應力存在時，光線在玻璃中的傳遞速度會因其主應力的大小不同而改變而使光線產生偏振，則是利用此一特性量測應力，這點與液體又有很大的不同。



## 2.2 鈉鈣玻璃之成份與基本性質

按照 ASTM(1941 年)的解釋，玻璃是將熔融體冷卻，其間不會析出結晶而固化的無機物。若就成份而言，若主成份僅有  $\text{SiO}_2$  者稱為矽酸鹽玻璃；除  $\text{SiO}_2$  之外若含有  $\text{B}_2\text{O}_3$  之玻璃則稱為硼矽酸玻璃；磷矽酸鹽玻璃則是在中硼矽酸玻璃再導入  $\text{P}_2\text{O}_5$  的玻璃。若再細分下去，則以玻璃含量第二高之成份命名。一般常在建築及汽車使用的種類是矽酸鹽玻璃。由於玻璃刮痕常出現在火車車廂中，所以本研究便以此種玻璃為研究目標。此種玻璃為台灣玻璃工業公司所製造，其化學組成約為： $\text{SiO}_2$ , 72.6%、 $\text{Na}_2\text{O}$  13.9%、 $\text{CaO}$  8.4%、 $\text{MgO}$ , 3.9%、 $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 1.1%、 $\text{K}_2\text{O}$ , 0.6%、 $\text{SO}_3$ , 0.2%、 $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , 0.11%。依照前述之分類及命名關係得知此為「鈉鈣玻璃 (Soda-Lime-Silica Glass)」。鈉鈣玻璃在常溫下的一般特性則如表 2.1 所示。

表 2.1 Properties of Soda-Lime-Silica Float Glass

項目	數值
Mean Modulus of Rupture (50% Probability of breakage)	41 MPa(Annealed)
	83 MPa(Heat Strengthened)
	165 MPa(Tempered)
Specific Heat at 25°C	0.88 kJ/kg.°C
Thermal Conductivity at 25°C	0.937 W.m/m <sup>2</sup> .°C
Coefficient of Linear Expansion(25°C~300°C)	8.3×10 <sup>-6</sup> mm/mm.°C
Density	2530 kg/m <sup>3</sup>
耐壓強度	6000~12000 kg/cm <sup>2</sup>
平均破壞應力	500 kg/cm <sup>2</sup> (平均值)
Modulus of Elasticity(Young's)	72 GPa
Modulus of Rigidity(Shear)	30 GPa
Buck Modulus	43 GPa
Poisson's Ratio	0.23
Softening Point(ASTM C338)	715°C
Annealing Point(ASTM C336)	548°C
Strain Point(ASTM336)	511°C

資料來源：台灣玻璃公司

### 2.3 隨溫度變化的物理、化學性質

當玻璃體由熔融狀態開始冷卻轉變為固體或者加熱的相反轉變過程，其物理和化學性質的變化是連續的，圖2.1表示玻璃的物理與化學性質隨溫度變化常見的三種型態。

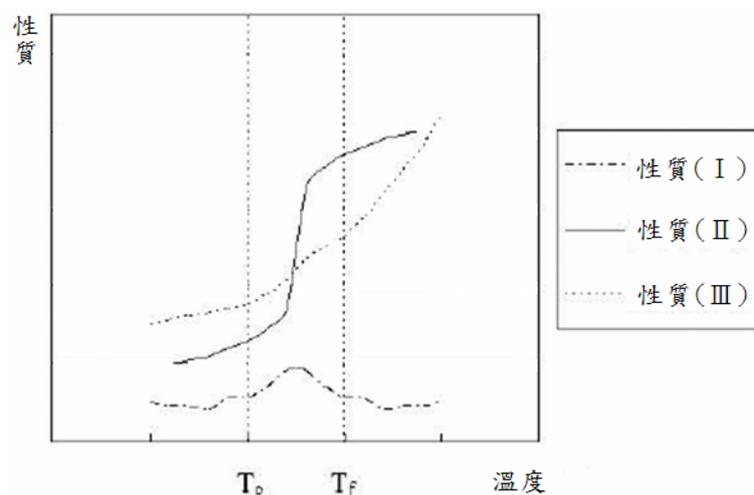


圖 2.1 玻璃性質隨溫度的變化 [1]

有些性質，例如熱焓  $H$ 、比容  $v$  和熵  $S$  等是按 I 型變化，即此性質在溫度增加的過程中也隨溫度漸增；另一些性質，例如熱容  $C$ 、熱膨脹係數  $\alpha$ 、壓縮係數  $\beta$  等是按 II 型變化的。這些性質在轉移溫度到軟化溫度之間的變化比前一類性質大的多而在  $T_g \sim T_f$  範圍外的變化則不大；III 型則是如導熱係數和彈性係數等機械性質隨溫度變化的曲線。這類曲線在  $T_g \sim T_f$  範圍內有極大的變化。

轉移溫度  $T_g$  是玻璃出現脆性的最高溫度，相當於黏度  $\eta$  為  $10^{12} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  的溫度。由於在這個溫度可以消除玻璃因不均勻冷卻而產生的內應力，所以也稱為退火溫度上限。軟化溫度  $T_f$  是玻璃開始出現液體狀態典型性質的溫度，相當於黏度  $10^{7.6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  時的溫度。也可以看成玻璃可以拉成絲的最低溫度。

由性質-溫度曲線可看出  $T_g$  以下的低溫區段和  $T_f$  以上的高溫區段其變化呈緩和的線性關係這是因為前者的玻璃為固體狀態，而後者則為熔體狀態，它們的結構隨溫度都是逐漸變化的。在  $T_g$  和  $T_f$  間的溫度範圍則有較為激烈的變化關係，其性質變化或多或少是突然的。這是因為此範圍內是固態玻璃向玻璃熔體轉變的區域，所以其結構隨溫度變化是急速的。

對於多元素系統之玻璃還有另外一個特性，即在一定溫度範圍內玻璃組成可以連續變化，同時與此相應的性質也隨之連續變化。利用此性質，可以計算不同組成玻璃的性質，例如光學玻璃中許多性質的計算就是以這種加成性為基礎

的。但與實際系統的性質也存在著不同程度的偏離，因此可以把常見的性質位其加成性，大致分為以下兩大類：

第一類性質稱為動態性質，例如黏度、電導、離子擴散速度以及化學穩定性等。動態性質在轉變區溫度範圍內是逐漸變化的，而在轉變區溫度以下主要決定於結構網路的鬆散程度和網路外離子的遷移性，因此它們會對溫度和其他外界條件比較敏感。由於這類性質一般是通過離子(主要是鹼金屬離子)的活動或遷移表現出來的。這類性質和玻璃組成往往缺乏簡單的加成關係。

第二類性質稱為靜態性質，例如密度、折射率、分子體積、色散、彈性係數、硬度、熱膨脹係數等。這類性質在轉變區域接近突變，而在轉變區溫度以下與溫度的關係成直線，並受外界的影響較小。它們受外來因素的影響不是通過某種離子的活動來作出反應，而是由玻璃網格或與網格外陽離子產生作用，即主要決定於構成玻璃各組成份的本性、堆積密度、配位狀態以及相鄰的作用力。這類性質的變化規律也可從各元素在週期表中的位置加以判斷。在常溫下這類性質與組成可用特定的加乘法則去進行推算。

由此可得知，欲了解玻璃在各溫度區域下受應力時的反應，需先知道玻璃轉移域溫度的範圍及大小，再以溫度區分玻璃各力學行為並加以分析。例如玻璃溫度低於應變點(Strain Point)時，此時黏性係數  $\mu=10^{13.5}\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。玻璃在此溫度範圍內，在降伏強度之下，玻璃能夠貯存能量，但是它卻不能耗散能量。因此可將玻璃視為彈性固體分析。當溫度繼續上到至軟化點(Softening Point)時，玻璃此時玻璃的黏性係數  $\mu=10^{6.6}\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。因此，從應變點到軟化點的溫度範圍可稱為玻璃的「轉移域(Transformation Range)」。

在彈性範圍中分析玻璃時，可將其性質區分為動態性質或靜態性質兩大類。由前述可知，機械性質一般為靜態性質，因其對溫度變化較不敏感，故可將玻璃在此區間的靜態性質簡化為不隨溫度改變的部份，以方便應力的計算。當溫度上升至轉移域時，玻璃所呈現的特性為介於彈性固體與黏性流體之間的”黏彈性體”。玻璃在此區間的應力變化不僅與溫度有關，也同時隨著時間而改變。所以火焰拋光玻璃時，玻璃在局部加熱的情況下，不僅涉及相變。玻璃內部應力更同時牽涉到溫度及時間兩個變數，更增加計算與模擬上的困難。因此如何有效地簡化模型，在分析上是個相當重要的課題。

## 2.4 玻璃變形時的力學行為

就現象論，玻璃在溫度變化時可區分為三個部份：彈性、黏彈性、黏性。黏彈性作用之下，玻璃在一定溫度與時間一起變化且其性質達到平衡值的現象即稱為轉移現象(Transformation)，產生轉移現象的溫度範圍稱為「轉移域」(Transformation Range)。玻璃狀態開始變化的起始溫度即稱為轉移溫度(Transformation Temperature)。當溫度低於轉移域，玻璃在其強度範圍的應力作用下，變形會儲存能量而不能耗散能量，待應力消失後，便可回復到原來的形狀。故在低溫時常以彈性體描述玻璃的力學行為。但在高溫時玻璃轉為黏性，此時之玻璃具有耗損能量的本領，然而卻又不能存儲能量。此時之變形不如彈性體般可回復。

### 2.4.1 玻璃的彈性變形

玻璃的溫度在轉移溫度以下時，由於黏性的增加，玻璃內的分子不產生重排而成為極脆的狀態。當變形量很小時，變形會按照虎克定律而成為接近於理想的彈性體固體。即應力與應變呈正比。此比值-應力/應變-稱為彈性模數(elastic modulus)。固狀之玻璃的應力變形，可視為等向性，而可用兩個獨立的彈性常數-彈性係數與泊松比(Poisson)來描述之。但嚴格來說，常溫下的玻璃尚有若干的流動性，但由於在轉移溫度以下之流動性相對於玻璃試件而言過小，所以我們考慮固狀玻璃時將之忽略。此時假設其為理想的彈性體。

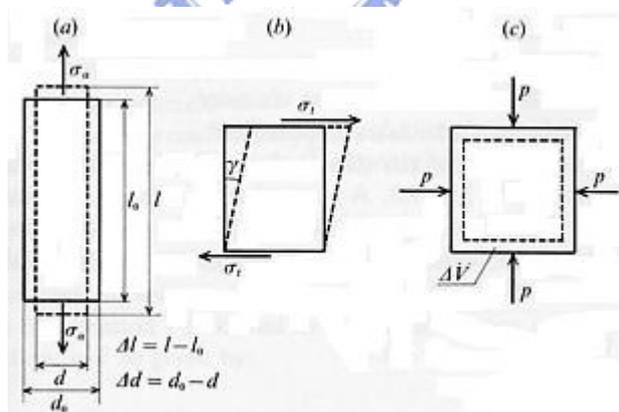


圖 2.2 理想彈性體的變形 [03]

#### 1. Longitudinal Stress(徑向負載)

當玻璃受到一軸向力  $\sigma_a = F/A$  作用時，所產生的應變  $\varepsilon = \Delta l/l_0$ 。此時玻璃的楊氏係數與應力  $\sigma_a$ 、應變  $\varepsilon$  間有以下的關係：

$$E = \sigma_a / \varepsilon \quad (2.1)$$

若此時側面無應力，此彈性體的橫向大小會在同一時間改變  $\Delta d/d_0$ 。且

$$\mu = \frac{\Delta d}{d_0} \bigg/ \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2.2)$$

此比值稱為波松比。1/E 稱為“Tensile Compliance”。

## 2. Tangential Loading(切線負載)

當此彈性固體受一切線負載  $\sigma_t = F/A$  時會產生一角變形量  $\tan \gamma \sim \gamma$  且正比於  $\sigma_t$ 。此剪力模數(shear modulus)G 可定義為有以下關係：

$$G = \sigma_t / \gamma \quad (2.3)$$

此時，1/G 稱為“Shear Compliance”。

## 3. Isotropic Pressure(等向壓力)

當此彈性固體受到等向壓力(isotropic pressure)  $p$  作用時，此固體會產生一相對的體積變化量  $-\Delta V/V$ 。此時體積模數(bulk modulus)K 定義為：

$$K = -p \bigg/ \frac{\Delta V}{V} \quad (2.4)$$

此時， $\beta = 1/K$  稱為“可壓縮性(Compressibility)”。

當滿足虎定律時，理想彈性固體的四個模數 E、G、K、 $\mu$  有以下關係：

$$E = 2(1 + \mu)G \quad \text{且} \quad E = 3(1 - 2\mu)K \quad (2.5)$$

只要有這四個模數之中的任意兩個，我們便可以定義出一等向性彈性固體。

### 2.4.2 玻璃的黏性流動

當玻璃的溫度超過轉移域之後，它所呈現的是黏性流體行為，此時玻璃內部的分子因溫度的提升得以快速地進行重排，所以此區域分子的流動是較自由的。如此時施與外力，則玻璃流動的速度較溫度低時快，觀察其流動速度時可以秒為單位來計算。

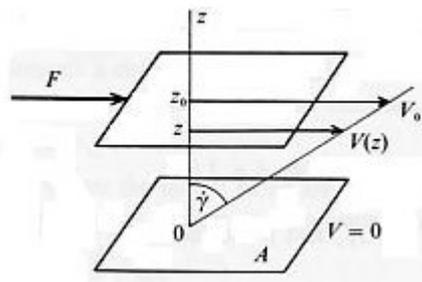


圖 2.3 黏性流體的變形 [03]

### 1. 剪力行為-理想黏性流體(Behavior in Shear. Ideal Viscous Fluid)

為研究理想黏性流動，我們假設在兩平板間存在著一層流體，如圖 2.3 所示。並在上層平板施加力量，然後觀察其形變率變化。當兩板間距很小時，我們可以得到下列關係：

$$\frac{V(z)}{V_0} = \frac{z}{z_0} \quad (2.6)$$

此速度可視為不同高度之間，各層之間速度的疊加。所以在  $z$  方向有速度梯度  $dV/dz$ ，因為速度在  $z$  方向上梯度變化為定值，所以各高度間的應變率 ( $\dot{\gamma} = d\gamma/dt$ ) 也為定值。為了維持上板的運動，需施加一力  $F$  於此系統中。於是上板所承受的剪應力  $\sigma_t = F/A$ ，而有下列關係：

$$\sigma_t = \eta \dot{\gamma} \quad (2.7)$$

此黏性係數  $\eta$  定義為剪應力  $\sigma_t$  與角變形率  $\dot{\gamma}$  之間的比例常數，代表流體在受到剪應力後變形(流動)的難易程度。因為玻璃的黏性係數  $\eta$  只和溫度有關而與  $\dot{\gamma}$  無關，所以有上述線性關係的流體即稱為牛頓流體(Newtonian Fluid)。

## 2. 拉伸行為(Behavior in Tension)

黏性係數  $\eta$  在黏性流體中扮演角色類似彈性變形時的剪力模數  $G$ 。如黏性流體在徑向上受力時，為求其等效楊氏係數。可假設其體積不可壓縮(體積為定值)。在此情形之下， $\mu=0.5$  且  $E=3G$ 。此時之軸向應變率  $\dot{\epsilon}$  與軸向應力  $\sigma_a$  之間有以下的關係：

$$\sigma_a = 3\eta \dot{\epsilon} \quad (2.8)$$

由上式可看出黏性流體在拉伸行為的黏性係數等於剪力行為下的三倍。此式決定在膨脹測試時之玻璃黏性係數。

此種線性黏性的特點是，它能使加熱軟化後的玻璃被均勻地拉長而不產生結構上的收縮。實際上，處於軟化狀態之長度  $L$ 、截面積  $A$  的玻璃棒，若其所受軸向外力  $F$ ，則軸向應力  $\sigma = F/A$ ，在總體積不變下產生變形：

$$\dot{\epsilon} = \dot{L}/L = -\dot{A}/A \quad (2.9)$$

由上式可發現：

$$\dot{A} = -\dot{\epsilon} A = -\frac{\sigma_a A}{3\eta} = -\frac{F}{3\eta} \quad (2.10)$$

因為沿著徑向的力  $F$  為定值，所以每個橫截面積的收縮率會相同，而與原來面積的大小無關。有這種特性的黏性流體就不會產生一般所謂「頸縮」(necking)的現象。



## 2.5 玻璃的內應力〔2〕

玻璃在火焰加工的過程中，由於急速加熱及冷卻所產生的溫度梯度而使玻璃內形成殘留應力。消除殘留應力可用退火的方式，將玻璃在一定溫度範圍(相當於在黏度  $10^{13} \sim 10^{14.6} \text{Pa} \cdot \text{s}$ )內，所進行的熱處理過程。玻璃不僅成形後需要徐冷，在火焰加工、焊接後也需要徐冷，以消除加熱過程所產生的永久應力，防止玻璃在使用時，因殘留應力所引起的炸裂。適當的退火條件，可以提高玻璃的強度，改善玻璃的物理化學性質。相反地若退火不當，則會對玻璃的性能造成不良的影響。

玻璃的退火卻係在於消除殘餘熱應力，其熱應力可分為暫時應力和永久應力兩種。暫時應力是指玻璃的溫度在轉移點( $T_g$ 點)以下，由於玻璃表面和內部存在之溫度梯度( $\Delta T$ )所產生的熱應力，當溫度梯度消失，此應力也隨即消失，因而將此熱應力稱為「暫時應力」。

暫時應力的產生和消失的過程，如圖 2.4 所示。將一塊一定厚度且沒有應力的玻璃板，加熱到  $T_g$  點以下，保溫一段時間，使其溫度均勻，沒有任何溫度梯度存在，而後再將其雙面均勻冷卻，由於玻璃的導熱性差，表面冷卻較快且溫度比較低，中間層冷卻慢且溫度較高，因而在玻璃表面和內部產生了溫度梯度，形成了如圖 2.4(a)所示之拋物型的溫度分佈：

$$\Delta T = \frac{1}{8} \frac{V}{\xi} (D^2 - d^2) \quad (2.11)$$

$\Delta T$ ：玻璃表面與內部之溫度差

$V$ ：固定不變的冷卻速率

$D$ ：玻璃板的厚度

$d$ ：內部某部份與表面的距離

$\xi$ ：導溫係數

玻璃表面冷卻快，收縮較大，但內部冷卻慢，收縮小，因而使表面欲收縮卻受到內部之阻礙，於是在表面形成拉應力，而在內部形成壓應力，如圖 2.4(b)，此應力之形成與溫度差有關係，即：

$$F = E\alpha\Delta T'(1 - \mu) \quad (2.12)$$

$F$ ：產生之應力

$E$ ：彈性模數

$\alpha$ ：膨脹係數

$\mu$ ：橫向收縮係數

$\Delta T'$ ：玻璃板平均溫度與某點的溫度差

平均溫度與板中心之溫度差： $\Delta T_1' = \frac{1}{3} \Delta T$

平均溫度與板中心之溫度差： $\Delta T_2' = \frac{2}{3} \Delta T$

因此得到玻璃表面的拉應力為：

$$F_z = \frac{E\alpha V D^2}{12(1-\mu)} \quad (2.13)$$

中心的壓應力為：

$$F_d = \frac{E\alpha V D^2}{24(1-\mu)} \quad (2.14)$$

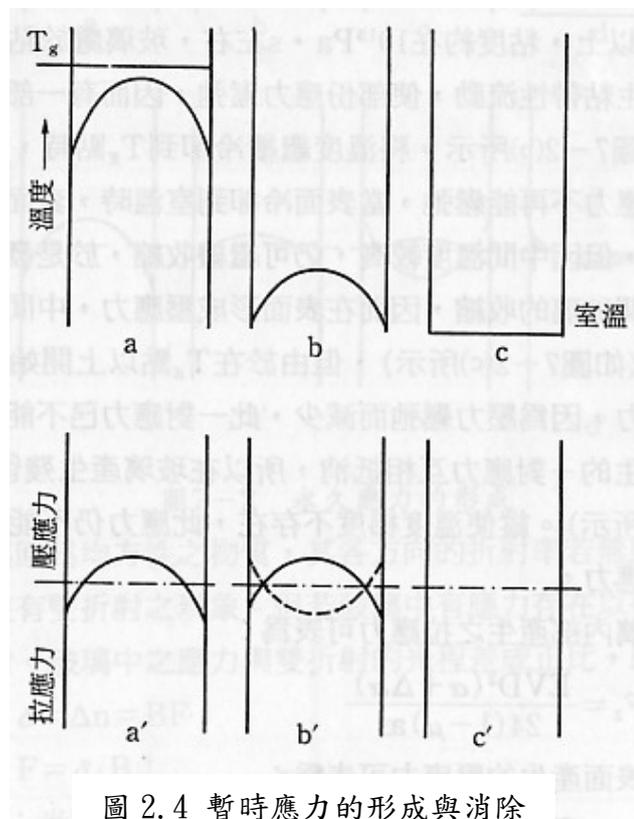


圖 2.4 暫時應力的形成與消除

由上式可知，當溫度均勻時， $\Delta T = 0$  或冷卻速率  $V=0$ ，暫時應力消失( $F=0$ )，亦即玻璃繼續冷卻，表面溫度接近外界環境溫度時，溫度不再降低，表面層停止收縮，但內層溫度仍然很高，內層玻璃繼續收縮，因而外層受到內層的壓縮而產生壓應力，內層受到外層拉伸產生拉應力。由於冷卻的溫度梯度維持不變，這一應力對與冷卻開始時所形成的應力方向相反而大小相等，因而互相抵消，在內外層溫度一致時即不再有應力存在。

當玻璃加熱到  $T_g$  點以上，再進行冷卻時，由於表面溫度比較低，玻璃收縮

大，而中心溫度高收縮小，於是在表面形成拉應力，而在中心形成壓應力，如圖 2.5(a)所示。但因此時的溫度在  $T_g$  點以上，黏度約在  $10^{13} \text{Pa} \cdot \text{s}$  左右，玻璃處於黏彈性階段，質點發生黏滯性流動，使得部份應力鬆弛，因而有一部份應力會消失，圖 2.5(b)所示。將溫度繼續冷卻到  $T_g$  點時，質點已經不能流動，應力不再能鬆弛，當表面冷卻至室溫時，表面玻璃雖已經停止收縮，但因中間溫度較高，仍可繼續收縮，於是發生表面玻璃阻礙中間玻璃的收縮，因而在表面形成壓應力，中間形成拉應力之情況圖 2.5(c)所示，但由於在  $T_g$  點以上開始冷卻時形成一對應力，因為應力鬆弛而減少，此一對應力已不能和冷卻結束時所產生的一對應力互相抵消，所以在玻璃產生殘餘應力圖 2.5(d)所示。縱使溫度梯度不存在，此應力仍不能消失，故稱為「永久應力」。

在玻璃內部產生之拉應力可表為：

$$F_z = \frac{EVD^2(\alpha + \Delta\alpha)}{24(1 - \mu)\xi} \quad (2.15)$$

在玻璃表面產生之壓應力可表為：

$$F_d = \frac{EVD^2(\alpha + \Delta\alpha)}{12(1 - \mu)\xi} \quad (2.16)$$

$\Delta\alpha$ ：表面與中間的膨脹係數之差值

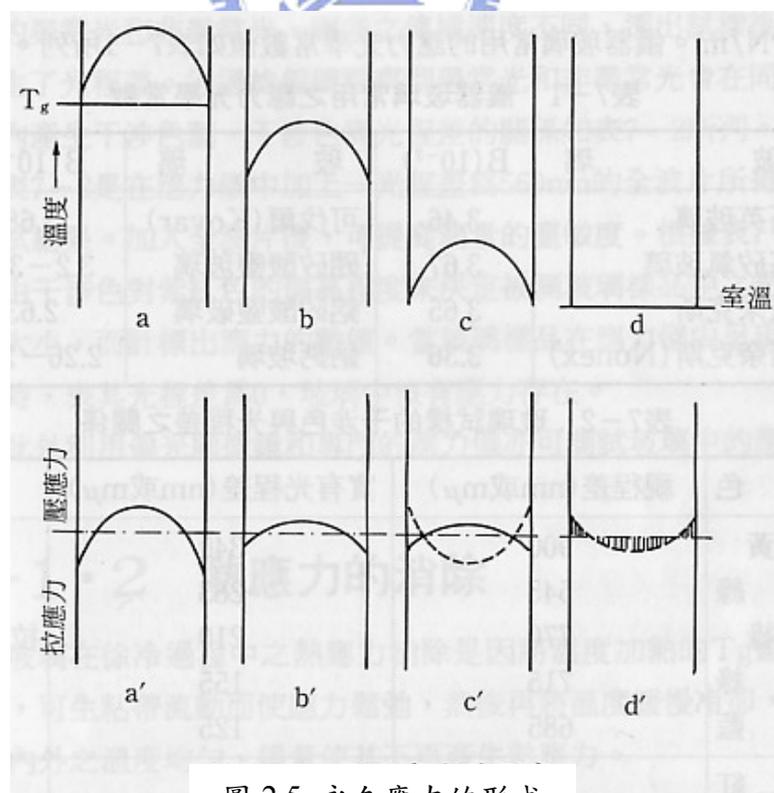


圖 2.5 永久應力的形成

### 三、隨溫度變化的玻璃特性

#### 3.1 玻璃物理特性與火焰拋光之對策

火焰拋光法拋光玻璃表面的原理是利用火焰加熱玻璃改變其特性進而使表面的刮痕得以弭平。本章之目的為了解玻璃特性隨溫度變化的關係。同時，參考不同的文獻並從中評估玻璃火焰拋光法之合適範圍。建立使火焰拋光成功之對策，以期在較佳之溫度範圍內進行火焰拋光增加成功率。

##### 3.1.1 玻璃黏度與溫度關係〔1-4〕

黏度特性隨溫度變化關係在火焰拋光過程中是相當重要的。玻璃的黏度可在製造玻璃的過程中利用混入原料的比例加以控制，不同種類、比例的原料就可以製造出各種不同溫度-黏度關係的玻璃。若玻璃的加工程序與玻璃的熔融、成形有關，就必需考慮玻璃的黏度特性。

由於火焰拋光玻璃法的程序需使玻璃產生黏性流動，所以玻璃黏度對溫度的關係是第一項需要研究的特性。首先我們需先找到最大的黏度值，也就是在最低的溫度之下，玻璃能夠因表面張力與重力作用下使表面的縫隙變得較平滑。此最小溫度值與刮痕的深度與形狀有關。圖 3.1 表示鈉鈣玻璃的黏度下降隨溫度上升的關係。

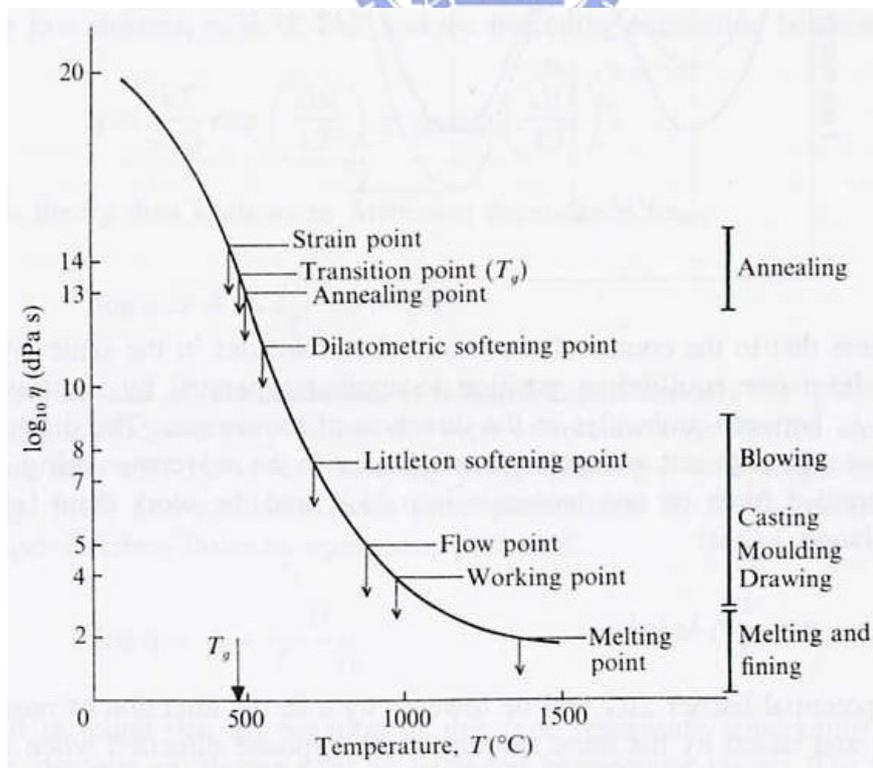


圖 3.1 鈉鈣玻璃溫度-黏度曲線(1 Pa·s=10 Poise=10 dPa·s)〔1〕

由圖 3.1 中可看出，玻璃的黏度為一隨溫度升高而下降的連續曲線。當溫度夠低時，玻璃便能保持其外形的穩定性。此時玻璃黏度大，較不容易產生剪切形變故呈彈性特性；而高溫下玻璃的黏度急劇下降，在外力作用下可產生流動，故隨著黏度的降低玻璃容易受剪切形變，所以高溫下的玻璃是呈黏性液狀。而玻璃的黏度在火焰拋光加工上具有相當重要的參考價值。其中最重要的幾個黏度參考點有應變點(Strain Point)、退火點(Annealing Point)、軟化點(Softening Point)、工作點(Working Point)、熔化點(Melting Point)。當玻璃試片施以熱通量時，玻璃的特性點會從應變點逐漸轉變至工作點甚至熔化點。

應變點(Strain Point)時玻璃的黏度  $\eta$  為  $10^{14.5}$  dPa·s (ASTM C336, ASTM C598)。當溫度保持在應變點時，玻璃內部應力在 4 小時內能實際除去。在此溫度時，玻璃不會引起黏性流動。退火點(Annealing Point)時玻璃的黏度  $\eta$  為  $10^{13}$  dPa·s (ASTM C336, ASTM C598)，當溫度保持在退火點時，玻璃內部應力可在 15 分鐘內除去原有殘留應力 95% 時為其退火點。為消除玻璃內的殘留應力，應變點與退火點可分別當作退火溫度下限與退火溫度上限。

軟化點(Softening Point)之玻璃黏度  $\eta$  為  $10^{7.6}$  dPa·s。其定義為在均勻直徑 0.55~0.75mm 長 235mm 之 Glass Fiber 上部 100mm 處，以 ASTM C338 的加熱方式，並以 5°C/min 之速度加溫時，能因自身重量以 1.0 mm/min 之速度伸長時之溫度。在一般在作熱膨脹係數測定之際呈現之屈伏點。

以台灣玻璃工業公司所提供之鈉鈣平板玻璃而言，其應變點為 511°C，退火點為 548°C，軟化點為 715°C。若要使玻璃加熱成形，則需使玻璃溫度高於工作點( $\eta=10^4$  dPa·s)之上。若刮痕深度愈深，則需要溫度愈高。當溫度到達熔化點(Melting Point)時，其黏度  $\eta$  為  $10^2$  dPa·s，可消除較深之刮痕。

玻璃在常溫狀態下的黏性係數為  $10^{19} \sim 10^{20}$  dPa·s。應變點(Strain Point)與退火點(Annealing Point)之間的溫度範圍稱為「退火域(Annealing Range)」，或稱為「工作域(Working Range)」。在退火域中玻璃內部應變可在商業考量下，以最適當的速度消除玻璃內部之應變。一般而言，為方便形容玻璃的力學行為表現，在高溫( $T > T_g + 200$ )時為牛頓流體，在低溫( $T < T_g - 30$ )時為彈性固體。若欲將玻璃熔融成液狀，則需將溫度升高使黏度  $\eta$  降至  $10^2$  dPa·s 以下，此時的溫度應為 1200°C 以上。

### 3.1.2 玻璃彈性係數與溫度的關係

玻璃在常溫下為脆性材料且具有相當高的彈性係數，使其剛性非常高，不易變形。所以當玻璃受到外力而產生應變時，容易因此產生很大的應力超過玻璃

的強度而發生破裂的現象。若外力不足以使玻璃破裂則當外力消失時，玻璃也同時回復其原形。在火焰拋光過程中，彈性係數是研究玻璃內部應力的重要參數指標，因為彈性係數除影響玻璃受應力大小外，也與玻璃的強度變化有關係。隨著溫度的上升，玻璃是和金屬同樣隨著溫度上升而就減少其彈性係數、剛性係數。此時玻璃分子間的結合力會變得愈來愈弱。這種結合力的下降關係使得玻璃的黏性係數  $\eta$  (viscosity)、楊氏係數  $E$  (elastic modulus)、剪力係數  $G$  (shear modulus) 隨著溫度的上升而下降。到達約  $300^{\circ}\text{C}$  的溫度之後，玻璃的彈性係數約會減少 0.3% [5]。當玻璃的溫度愈接近軟化點時，彈性係數減少的速度就會愈快。

圖 3.2 表示彈性係數隨溫度下降的趨勢。Spinner(1956) [6] 同時求出彈性係數  $E$ 、剪力係數  $G$  以及波松比  $\mu$  與溫度  $T$  的關係曲線。對大多數的玻璃而言，由於溫度上升過程中彈性係數的下降，會使波松比  $\mu$  (Poisson's ratio) 隨溫度上升而增加。當玻璃升溫至成為液狀，若此時體積幾乎不可壓縮，則波松比 (Poisson's ratio) 則可達到 0.5。

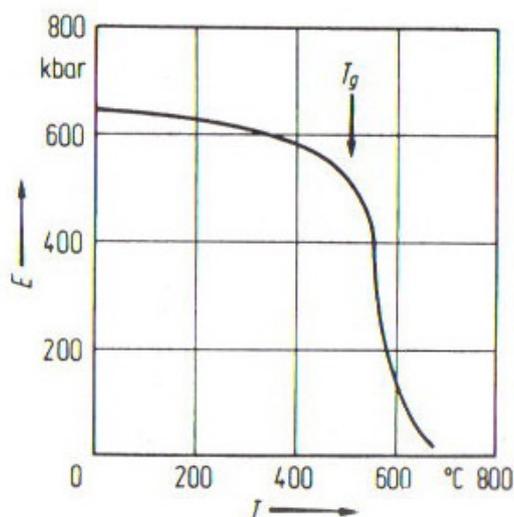


圖 3.2 鈉鈣玻璃溫度-彈性係數曲線 [07]

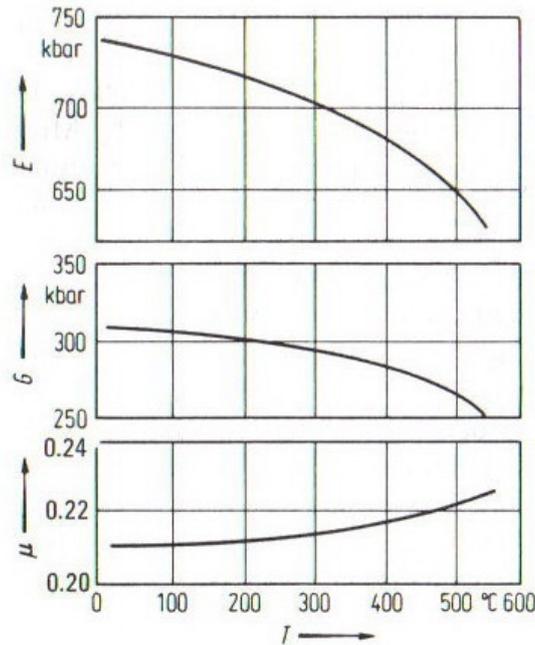


圖 3.3 鈉鈣玻璃溫度-E、G、 $\mu$  曲線 [08]

### 3.1.3 玻璃強度與溫度的關係

玻璃破裂時不像一般金屬般會先產生塑性變形。當玻璃受力到一定程度時會直接破碎，此即所謂的「脆性物質」。且玻璃之破裂起始位置幾乎皆由表面開始。玻璃的強度與玻璃的微裂縫、熱處理、貯藏條件以及測定條件(加重的速度與加重的時間以及大氣)等皆有關係。

玻璃的理論強度是指結構鍵的強度，如石英玻璃 Si-O 鍵的能量為  $8.9 \times 10^5$  J/mol，由此計算所得之鈉鈣玻璃理論強度為 10GPa。由於玻璃內部有微觀和巨觀之缺陷存在，導致玻璃的實際強度遠低於理論強度。在這些因素中以玻璃表面裂縫的影響最大。因其受力時會在裂縫尖端產生應力集中，破壞力學中將此稱為應力強度因子  $K_I$ ， $K_I$  可以下式示之：

$$K_I = \sigma \sqrt{C \pi f(w)} = \sigma Y \sqrt{C} \quad (3.1)$$

$\sigma$ ：使用應力

$C$ ：裂縫長度的一半，如果是表面裂縫，可用它代表其深度

$f(w)$ ：幾何形狀函數，與物體形狀、裂縫形狀、位置有關，可由力學分析計算求出。

$Y$ ： $\sqrt{f(w)}$  與  $\sqrt{\pi}$  之乘積，亦為一幾何形狀函數，若為簡單的單條裂紋，則上式可簡化為：

$$K_I = \sigma\sqrt{C\pi} \quad (3.2)$$

由上式可知，當應力增加， $K_I$  之值亦隨之增加，然而  $K_I$  並非無限增加，當達到極值  $K_{Ic}$  時，裂縫就會不穩定地擴展，此時即使不施加外力，裂紋也會自行擴展到斷裂。 $K_{Ic}$  稱為破壞韌性值， $K_{Ic}$  數值愈大，玻璃愈不容易破裂。 $K_{Ic}$  與玻璃組成及性質有關，如硼矽酸鹽玻璃的數值較鹼矽酸鹽玻璃為高。

裂縫在擴展時，必須吸收能量，此能量可由玻璃受外力後質點位移而釋出的變形能所提供。在外力不變、變形能固定時，裂縫擴展所需的能量愈大，則裂縫愈不易擴展，玻璃亦愈不容易斷裂。Irwin 將  $G_{Ic}$  稱為裂縫擴展的抵抗力，其與  $K_{Ic}$  有如下式之關係：

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (3.3)$$

E：彈性模數

玻璃的斷裂能  $\gamma$  也可用下式表示：

$$\gamma = \frac{K_{Ic}^2}{2E} \quad (3.4)$$

由上述兩式中可知  $G_{Ic} = 2\gamma$ 。 $K_{Ic}$ 、 $G_{Ic}$ 、 $\gamma$  值愈大，玻璃愈不容易斷裂。各種不同組成玻璃的  $K_{Ic}$  與  $\gamma$  值如表 3.1 所示：

表 3.1 不同組成玻璃的  $\gamma$  值和  $K_{Ic}$  值 [9]

玻璃種類	在乾燥 N <sub>2</sub> 中 25 °C 下的 $\gamma$ 值 ( $10^3 \text{ erg/cm}^2$ )	不同溫度下的 $\gamma$ 值 ( $J/m^2$ )			不同溫度下的 $K_{Ic}$ 值 ( $10^{12} N/m^{3/2}$ )		
		77K	196K	300K	77K	196K	300K
石英玻璃	4.32	4.56	4.83	4.37	0.811	0.839	0.794
96% 高矽氧玻璃	4.00	4.17	4.6	3.96	0.741	0.779	0.722
鋁矽酸鹽玻璃	1.65	5.21	-	4.65	0.963	-	0.910
硼矽酸鹽玻璃	4.75	4.70	-	4.63	0.774	-	0.768
鹼硼酸鹽玻璃		4.11	-	3.52	0.734	-	0.680

$\gamma$  值除與玻璃組成有關外，亦受環境因素之影響，如表 3.2 所示為同一組成的玻璃在不同環境下之  $\gamma$  值。

表 3.2 各種玻璃在不同環境下的 $\gamma$ 值〔9〕

玻璃	環境條件	$\gamma(J/m^2)$
派克來斯	空氣中，20°C，20%RH(相對濕度)	4.7
	空氣中，22°C，40%RH	4.0
	氮氣中，27°C，<0.1%RH	4.5~4.8
	液氮中，77K	4.7
	水中，20°C	3.9
鈉鈣玻璃	液氮中，77K	4.1*
	液氮中，77K	4.5~4.6**
	氮氣中，27°C，<0.1%RH	3.8~3.9
	空氣中，22°C，40%RH	3.5
	真空中， $10^{-4}$	5.0
石英玻璃	氮氣中，27°C，<1%RH	4.3~4.4
	液氮中，77°C	4.6
	空氣中，22°C，44%RH	3.7
鋁矽酸鹽玻璃	氮氣中，27°C，<1%RH	4.6~4.7
	液氮中，77K	5.2
	空氣中，22°C，40%RH	3.7

由 Linger 與 Holloway 所測定。\*\*由 Wiederhorn 所測定

由上述可知欲提高玻璃的抗斷裂強度，除須提高結構鍵的強度，斷裂能 $\gamma$ 及斷裂韌性 $K_{Ic}$ 外，尚須減少玻璃的微觀和巨觀缺陷，特別是表面裂縫的減少。結構鍵的強度、斷裂能與斷裂韌性皆與玻璃組成有關。微觀和巨觀缺陷除與組成有關外，更與熔融、成型及徐冷等操作因素有關。表面微裂縫的發生，除由玻璃結構中的缺陷有關外，另一方面則是由於在加工、徐冷等操作過程中的磨損以及水份等活性介質作用而引起。欲保持玻璃的強度，必須保持良好的表面狀態。

由於微裂縫的存在，使得玻璃對張應力相當地敏感，而壓應力反而能抵消微裂縫的效應。在壓應力及張應力的不同作用之下量測，玻璃的強度可相差高達十倍以上。所以單指玻璃的破壞強度時乃是指「拉應力強度」。在玻璃火焰拋光法實驗設計過程中，為達成防止玻璃破裂並減少玻璃在拋光後強度下降，應盡可能地將玻璃內的應力作適度地消除或減小，此處所稱之應力也應為「張應力」。

玻璃在軟化溫度之下若受力過大時將不經歷產生降伏或永久變形的過程而直接發生破裂。這種力學行為所呈現出來的是脆性的材料特性。若在加熱過程中玻璃內產生無法平衡的熱應力，也可能使玻璃發生破裂的現象。在一般狀況下，玻璃的壓應力強度比張應力強度要大上許多。所以，即使施加壓縮應力在玻璃上，最後造成玻璃破裂的主因還是因為張應力超過玻璃所能承受的張應力強度所

造成。一般從文獻中所得到的玻璃強度皆為在轉移溫度下之應力變化(如圖 3.4)。

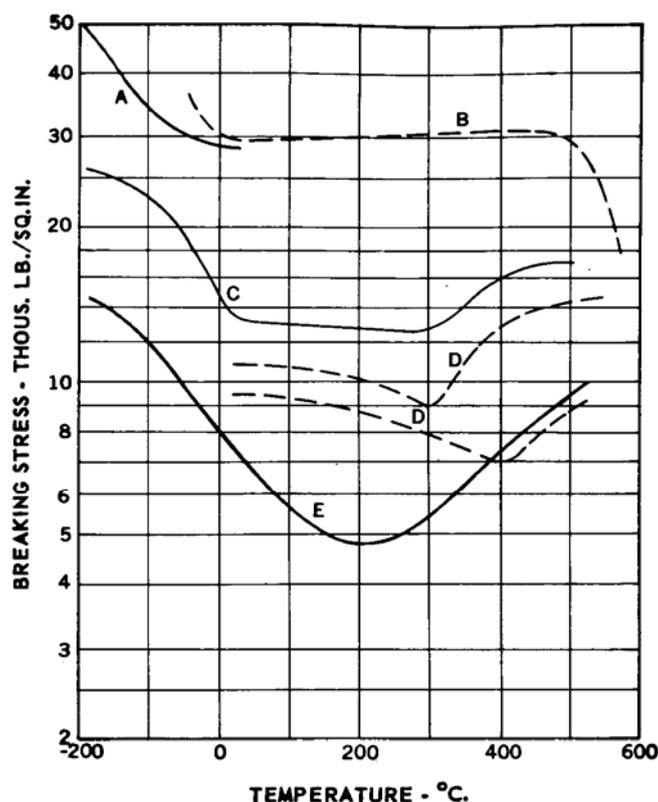


FIG. 2-17. Effect of temperature on the breaking stress of glass. A—Fibers, 0.008 in. diameter in tension (Onnes and Braak<sup>2-55</sup>). B—Bars, window glass in bending (Jones and Turner<sup>2-56</sup>, Holland<sup>2-57</sup>). C—Fibers, 0.052 in. diameter in tension (Smekal<sup>2-58</sup>). D—Strips, soda-lime glass in bending (Gregorius<sup>2-59</sup>). E—Rods, ¼-in.-diameter soda-lime glass in bending; load duration 10 sec (Vonnegut and Glathart<sup>2-50</sup>).

圖 3.4 溫度對玻璃 Break Stress 之影響 [10]

### 3.1.4 玻璃熱膨脹係數與溫度的關係

一般的玻璃熱伸長量和溫度之關係如下圖 3.5 所示。A 點相當於轉移域之上限溫度。曲線①~⑥表示試件之熱履歷在伸長法與收縮法之差異，如由 A 點以相當快的速度加以冷卻時也就順著 A→①→C→B 而收縮，若加熱時試件加熱速度比較大時，就會順著 B→C→②→A 之順序，加熱速度比較慢時就會以 B→C→③→A 的順序膨脹。如此時在比 C 點稍高之溫度退火，則試件就會順著 B→C→⑦→D 而收縮。如再由 D 點加熱且加熱速度較大時就依 D→④→A，較小時就依 D→⑤→A 而膨脹。如由 A 點慢慢地冷卻，則其收縮的情況就順著 A→⑥→E 的方式。也就表示分別由曲線④和曲線⑥所得到之轉移溫度( $T_g$ )及轉移域下限溫度( $T_h$ )，由 D 點出發者比由 E 點出發者所測得之溫度高，而  $T_{g4}$  和  $T_{g6}$  的高低關係則是由玻璃本身安定化的程度來決定的。但一般而言，無法決定由曲

線②及曲線③進行緩冷卻時的轉移溫度。

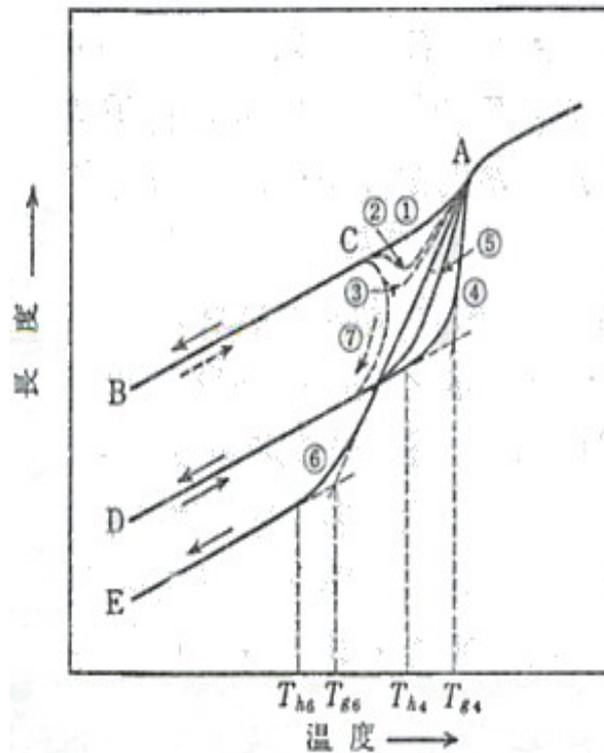


圖 3.5 玻璃之膨脹(收縮)特性 [11]

玻璃這種隨著加熱或冷卻而改變其膨脹、收縮曲線的特性就叫做「熱履歷」，這種特性則跟玻璃本身安定化的程度有關。若能讓玻璃有足夠的時間達到其內部結構的安定化，則其膨脹及收縮的曲線曲率變化也會變得比較小，如此便可使玻璃因驟熱而內部應力急劇增加的機會也會比較小。

火焰拋光玻璃的最高工作溫度為  $1200^{\circ}\text{C}$  左右，而由室溫至  $1200^{\circ}\text{C}$  之玻璃內部應力受玻璃隨溫度而變化的熱膨脹係數所影響，隨溫度增加而逐漸遞增。在彈性範圍內熱膨脹係數隨溫度上升的趨勢如圖 3.6 所示。此處的線膨脹係數定義為在該溫度之下每單位長度所產生的伸長量，與使用試件的長度無關。體膨脹係數為線膨脹係數的三倍。一般所得到的膨脹係數為取其溫度區間在  $0^{\circ}\text{C}\sim 300^{\circ}\text{C}$  之平均值。若以此標準計算，可得鈉鈣玻璃之線膨脹係數為  $8.3\times 10^{-6}(\text{mm}/\text{mm}\cdot^{\circ}\text{C})$  若以華氏溫度表示則為  $4.6\times 10^{-6}(\text{in}/\text{in}\cdot^{\circ}\text{F})$ 。

玻璃受熱時所產生的熱應力直接地受熱膨脹係數所影響。相較於玻璃的其他物理常數，熱膨脹係數在彈性範圍內大致上變動並不大所以一般可以定值表之。一般膨脹係數都是表示由  $0^{\circ}\text{C}\sim 300^{\circ}\text{C}$  的平均膨脹係數，且在溫度較低時，膨脹係數與溫度呈現較線性的關係。但當溫度慢慢地接近應變點(Strain Point)時，熱膨脹係數會隨溫度上升漸漸增加而不再呈一定值。甚至在溫度接近退火點

(Annealing Point)時的膨脹係數會上升至 0°C~300°C 平均膨脹係數的 2~3 倍。

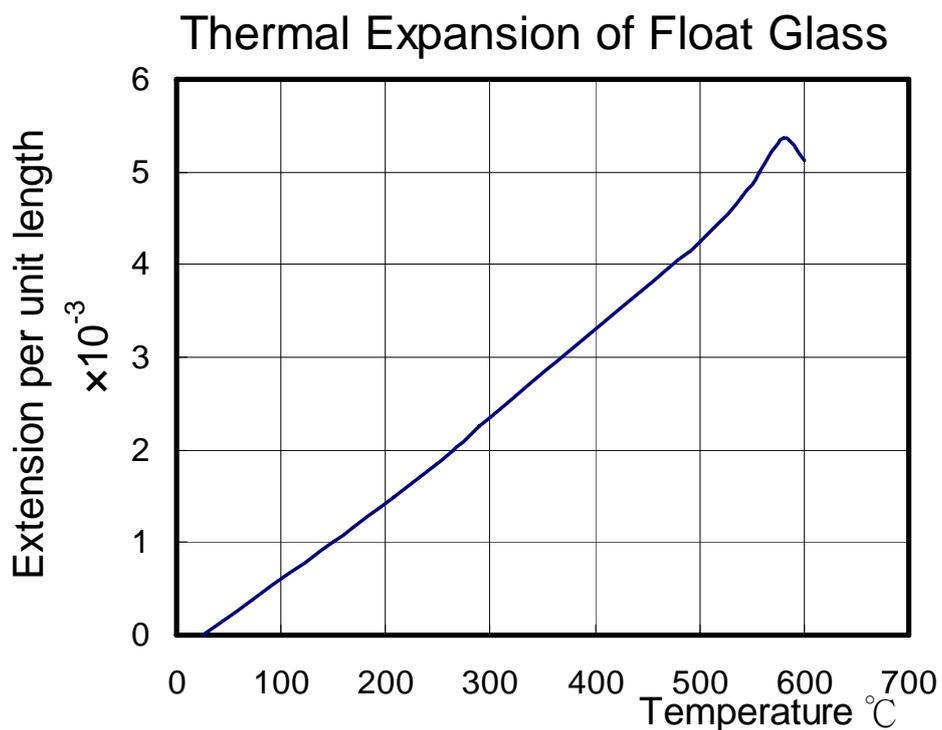


圖 3.6 鈉鈣玻璃熱膨脹係數

資料來源：台灣玻璃工業公司

熱應力的大小直接受到該溫度下之熱膨脹係數所影響。與其他玻璃特性比較，玻璃的熱膨脹係數呈現的量值較為固定，使用平均熱膨脹係數是可行的。若成份不同的玻璃，影響熱膨脹係數的程度較大，且溫度上升對膨脹係數的改變量也成為影響玻璃應力大小的最主要因素。

### 3.2 玻璃火焰拋光法溫度範圍選擇之對策

玻璃火焰拋光術之原理為使有刮痕玻璃之表面加熱以增加其流動性，使具有足夠流動性之玻璃液，以其固有之表面張力有使表面積縮小的趨勢而使刮痕消除。玻璃的黏度和表面張力隨溫度變化的現象乃火焰拋光玻璃的原理。

玻璃在高溫時具有黏性液體的性質，處於體積大致一定，但形狀不定的狀態，此時黏度在  $10^6 \text{Pa} \cdot \text{s}$  以上當溫度降低，玻璃黏度增加，在黏度為  $10^6 \text{Pa} \cdot \text{s} \sim 10^{15} \text{Pa} \cdot \text{s}$  時，玻璃為黏彈性體，在因流動而引起的變形(作為液體的性質)之時，尚具有彈性的性質(作為固體的性質)和觸變性，除彈性變形外，亦有蠕變(creep)現象。當溫度再降低，而使黏度增加到  $10^{15} \text{Pa} \cdot \text{s}$  以上時，玻璃就成為彈性固體，變形時所消耗之能量都全部貯存在固體中，應力除去後，此能量又可全部釋放出來，此變形稱為彈性變形。在室溫下，玻璃之度在  $10^{20} \text{Pa} \cdot \text{s}$  以上，具有脆性，斷裂面並無塑性變形或僅有很微小之塑性變形即導致斷裂之發生。

表面張力作用的時間和玻璃的黏度有關。在黏度  $10^5 \sim 10^6 \text{Pa} \cdot \text{s}$  時，表面張力作用之時間約為幾分鐘，而黏度  $10^8 \sim 10^{12} \text{Pa} \cdot \text{s}$  時，表面張力作用時間可長達幾個小時。在高溫時黏度較小的情況下，表面張力具有重要之作用。如黏度為  $10^9 \text{Pa} \cdot \text{s}$  時則需若干小時計，在  $10^5 \text{Pa} \cdot \text{s}$  時則是以若干分計，到了  $10^4 \text{Pa} \cdot \text{s}$  時，表面張力之作用時間是以若干秒計算。然而在火焰拋光過程中，玻璃表面的刮痕需火焰經過玻璃表面時即要完成，若火焰寬度愈窄則所需時間要愈短，即需要愈高的濕度，甚至要求在  $10^{-1}$  秒之計算單位內完成。由此可見，只有在高溫時，表面張力才可對火焰拋光過程產生足夠的影響力而使表面刮痕消除。若溫度不夠高，對火焰拋光最明顯的影響就是刮痕只能部份消除，甚至無法消除。由圖 3.7 中可知當溫度高於約  $1200^\circ\text{C}$  時，玻璃黏度隨溫度升高而下降的程度會因溫度的升高而變小，但表面張力(圖 3.7)在溫度超過  $1200^\circ\text{C}$  減小的速度卻愈來愈快。由表面張力、黏度與溫度的關係便可以知道，若火焰拋光玻璃溫度控制在  $1200^\circ\text{C}$  左右時，可以在足夠的時間內得到最大的表面張力以及最小的玻璃黏度。

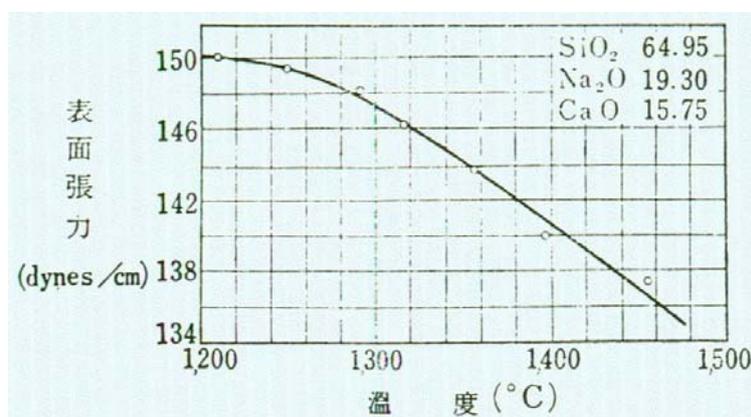


圖 3.7 玻璃表面張力與溫度關係 [12]

### 3.3 黏彈性理論

玻璃的力學行為表現在高溫下為牛頓黏性流體，在低溫時則為彈性固體。而在黏性(高溫)及彈性(常溫)中間的溫度區域很容易就能推斷應有黏彈性之存在。「黏彈性」係為一種現象論的名稱。玻璃出現黏性、彈性間轉換的區域即稱為「轉移域」。此溫度範圍稱為玻璃的「轉移溫度」。

通常以機械模型來描述黏彈性質可用彈簧代表彈性，而阻尼代表黏性。黏彈性物體的力學行為可簡化為二種簡單的模型：Maxwell Model、Kelvin-Voigt Model。黏彈模式的動態響應，通常用兩種實驗來探討：(a)蠕變(creep)－係瞬間施加一力到物體，並觀察該物體長度的變化。(b)應力鬆弛(stress relaxation)－係瞬間將物體拉伸某長度時，而後觀察其力的變化。

由於玻璃在拋光中的溫度範圍相當大，且在加熱同時無法利用儀器量測其內部應力值。所以本研究選擇以有限元素法模擬的方式計算玻璃在加熱過程中的熱應力變化。也由於拋光中玻璃經歷了彈性、黏彈性與黏性三種物性的轉變。在無法以溫度精確區分此三種物理特性範圍的同時，可選用黏彈性體進行分析與模擬玻璃在拋光過程中之應力。在模擬上，利用有限元素法並使用 ANSYS 軟體，將玻璃特性與溫度關係套用到使用元素特性中。本研究中所使用的黏彈模型為 Maxwell Model，使用的 ANSYS 元素為編號為 Vicso89。再將先前所得玻璃各特性參數適當地應用有限元素法於 ANSYS 軟體中。最後，可從模擬結果了解玻璃內部應力與控制參數的關係，了解應力發展的趨勢後，便可對之後的玻璃火焰拋光進行評估以調整火焰拋光參數，增加刮痕消除的成功率。

#### 3.3.1 黏彈性材料的現象

對於一般小應變(small strain)的工程材料可用虎克定律(Hooke's law)描述其應力(stress) $\sigma$  正比於應變 $\varepsilon$ 的關係。在一維空間中可用下列方程式表示：

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.5)$$

$E$  為楊氏模數(Young's modulus)。而黏性流體(viscous fluid)則符合下式：

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3.6)$$

$\eta$  為黏度(viscosity)， $t$  為時間。黏彈性材料是同時具有彈性體與黏性體兩者特性之材料。

在觀察黏彈性材料時，常見的現象有下列兩種，一是在定應力(constant stress)下，應變隨時間增加而增加，此現象稱為潛變(Creep)，如圖 3.8。而另一種現象則是在定應變(constant strain)下，應力隨時間增加而減少的現象，稱為應力鬆弛

(Stress relaxation)，如圖 3.9。

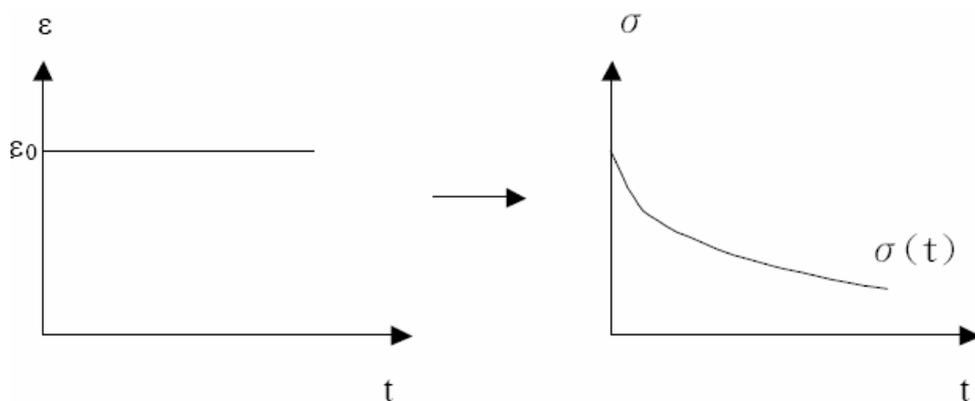


圖 3.8 定應變下的應力鬆弛現象(Stress Relaxation)

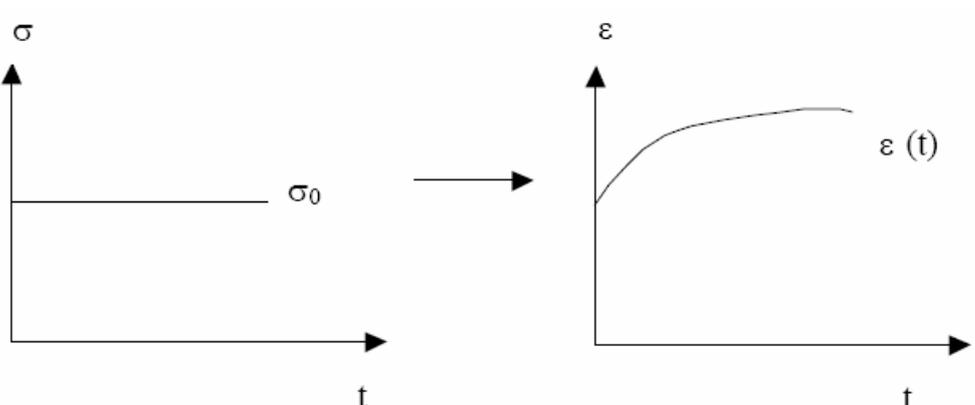


圖 3.9 定應力下的潛變現象(Creep)

若以力學模型來描述黏彈性材料行為，一般則是用彈簧(spring)與阻尼(dashpot)兩種元件表示：第一種模型是將彈簧和阻尼串聯的機械模型，稱為 Maxwell 模型 [1]，如圖 3.10(a)。若 Maxwell 模型在定應變下，應力的反應為： $\sigma = \sigma_0 \exp(-t/\tau)$ ，其中  $\sigma_0$  為初始應力， $\tau$  為鬆弛時間(relaxation time)。第二種模型是將彈簧和阻尼並聯的機械模型，稱為 Kelvin 模型，如圖 3.10(b)。若在定應力之下，Kelvin 模型的應變反應為  $\varepsilon = \varepsilon_0 [1 - \exp(-t/\tau)]$ ，其中  $\varepsilon_0$  為初始應變， $\tau$  為延遲時間(retardation time)。

後來 Boltzmann(1876)利用 Maxwell 的模型發展出與實驗結果更接近的 Boltzmann viscoelastic material。此模型可以下式表示：

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E(t)\varepsilon \\ &= E(0)[A_1 e^{-t/\tau_1} + A_2 e^{-t/\tau_2} + \dots + A_n e^{-t/\tau_n}] \varepsilon \end{aligned} \quad (3.7a)$$

此處之

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n = 1 \quad (3.7b)$$

且  $E(t)$  為與時間相關的彈性模數， $A_i$  為第  $i$  個鬆弛機制的強度， $\tau_i$  為第  $i$  個鬆弛時間。Migeotte 與 Vandecapelle(1953)的鈉鈣玻璃壓縮測試(compression test)、Kruithof 與 Zijlstra(1954)張應力測試、Kurkjian(1963)鈉鈣玻璃剪應力鬆弛實驗都証實了(3.3)式與實驗結果的一致性較高 [2]。

在本研究中是利用一般化的 Maxwell 模型，將串聯後的彈簧與阻尼再加以並聯，如圖 3.10(c)，其並聯的 Maxwell 模型個數則視玻璃材料本身的行為而定。利用並聯後的模型施以不同的溫度場以模擬玻璃在火焰拋光過程中的行為。

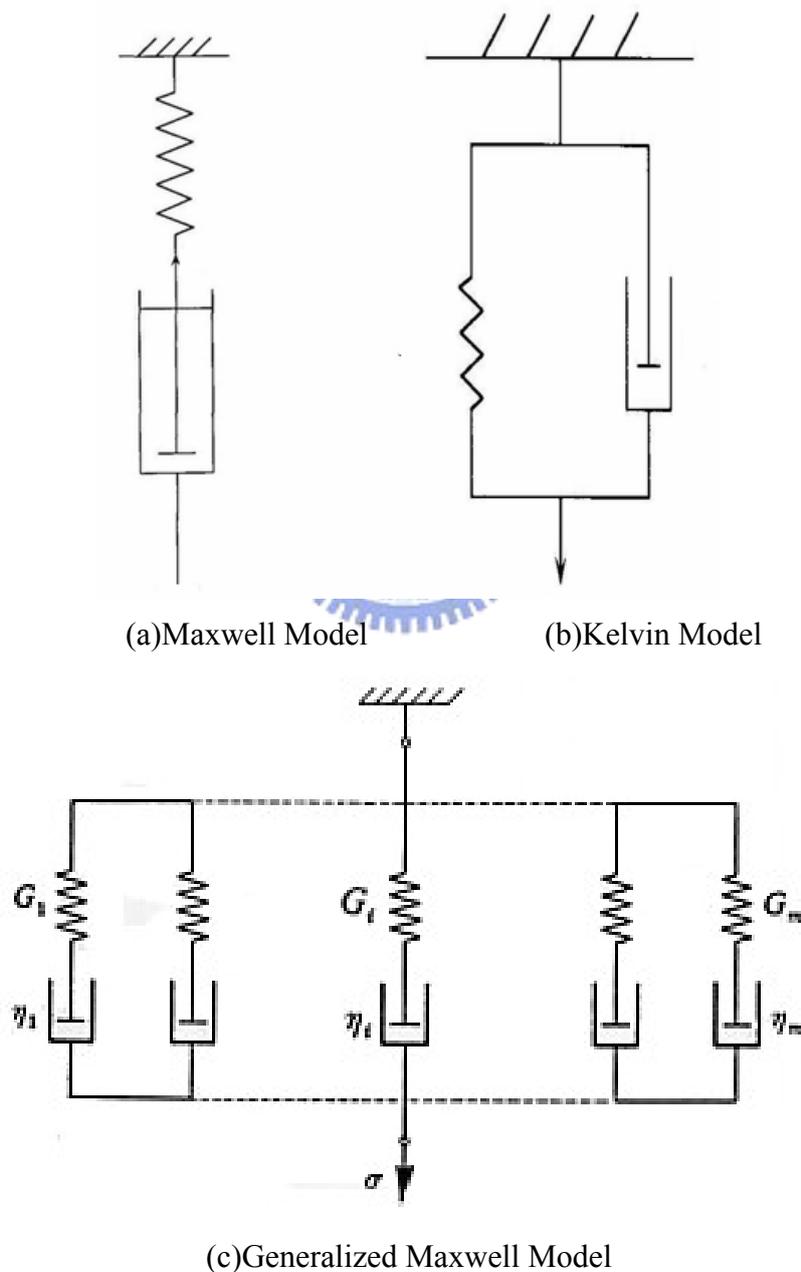


圖 3.10 黏彈性材料之機械模型

### 3.3.2 假溫度(fictive temperature)

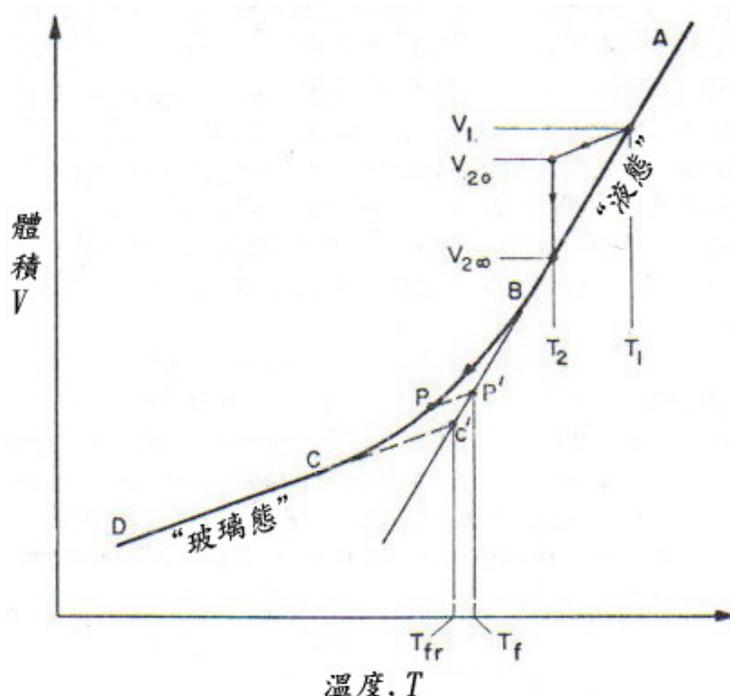


圖 3.11 玻璃冷卻中之體積與溫度關係

圖 3.11 表示材料由液體冷卻而變成玻璃，其性質與溫度關係曲線〔3〕。假溫度( $T_{fr}$ )是圖 3.11 中玻璃態線與液態線的交點(點  $C'$ )。然而假溫度在玻璃轉移區不僅與最終玻璃態有關 而且與通過玻璃轉移區的所有時間皆有關係。因此以類比假溫度的方式選取玻璃轉移區內的點  $P$ ，藉點  $P'$  定義一時間函數的瞬間假溫度( $T_f$ )，其中  $PP'$  平行於  $DCC'$ 。

在玻璃轉移區以上，瞬間假溫度等於平衡液體的實際溫度。當通過玻璃轉移區時瞬間假溫度開始落後實際溫度，直到玻璃轉移區以下時達到一最大值  $T_{fr}$ 。因此當玻璃冷卻通過玻璃轉移區時，其物理性質將會是瞬間假溫度與實際溫度的函數。Scherer〔4〕提出瞬間假溫度可用來表示材料經過玻璃轉移區時的鬆弛函數。在圖 3.11 中，當材料突然由  $T_1$  冷卻到  $T_2$  時，其物理性質  $p$  的鬆弛函數可寫成：

$$M_p(\xi) = \frac{p - p_{2,\infty}}{p_{2,0} - p_{2,\infty}} = \frac{T_f - T_2}{T_B - T_2} \quad (3.8)$$

$\xi$  是由下節所定義的縮減時間(reduced time)， $V_{2,0}$  為溫度  $T_2$ 、時間 0 時之體積，

$V_{2,\infty}$  是溫度  $T_2$ 、時間無窮大時之體積， $T_B$  為參考溫度， $M_p$  為 normalized 後的體積鬆弛函數。Narayanaswamy(1971)假設(3.8)式之物理性質的改變狀況是線性的，所以在任意的熱履歷(temperature history)下，利用 Boltzmann 重疊原理可求得物理性質  $p$  的一般形式：

$$p(t) = p(0)[1 + \alpha_{pl}(T - T_0) - \alpha_{ps} \int_0^\xi M_p(\xi - \xi') \frac{dT}{d\xi'} d\xi'] \quad (3.9)$$

此處， $\alpha_{pl}$  為液態熱膨脹係數， $\alpha_{pg}$  為玻璃態熱膨脹係數，且  $\alpha_{ps} = \alpha_{pl} - \alpha_{pg}$ 。而縮減時間  $\xi$  (reduced time)則可表示成：

$$\xi = \int_0^t \phi[T(t'), T_f(t')] dt' \quad (3.10)$$

接下來，便可以利用(3.10)式以及轉移函數(shift function)，在已知鬆弛函數  $M_p(\xi)$  與溫度變化率之情形之下計算求得假溫度  $T_f$ ：

$$T_f(t) = T(t) - \int_0^\xi M_p[\xi - \xi'] \frac{dT}{d\xi'} d\xi' \quad (3.11)$$



### 3.3.3 溫度的影響

材料的黏彈性函數可表示為溫度與時間的函數關係  $E(T, t)$ 。假想一黏彈性材料可在應力下進行原子重排或擴散的過程。這些過程之速度與原子的運動有關，而原子的運動亦與溫度息息相關。當溫度增加時，所有的過程之貢獻皆是增加趨勢時，其鬆弛函數可寫成：

$$E(T, t) = E(T_B, \xi) \quad (3.12)$$

$$\xi = \phi(T)t \quad (3.13a)$$

此處  $t$  為真實時間(real time)， $\xi$  為縮減時間(reduced time)， $T$  為溫度， $\phi(T)$  為加速或減速因子，取  $\phi(T)_B = 1.0$  取(3.13a)式的對數值可得：

$$\log \xi = \log \phi(T) + \log t \quad (3.9b)$$

$\xi$  是縮減時間(reduce time)， $T_B$  為參考溫度， $\phi(T)$  為轉移因子(shift factor)。對於此種材料因溫度的改變會在有效的時間比例內做延伸或收縮，此現象稱為熱流變簡化(thermorheologically simple) [5]。當符合熱流變簡化時其轉換因子可寫成：

$$\log \phi(T) = \frac{H}{2.3R} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T} \right) \quad (3.10)$$

此處  $H$  為活化能( $cal/mol$ )， $R$  為理想氣體常數( $=1.986 cal/mol$ )。

Narayanaswamy [6] 將它使用在玻璃的結構鬆弛時，將方程式改寫成：

$$\ln \phi(T, T_f) = \frac{H_g}{2.3R} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T} \right) + \frac{H_s}{2.3R} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_f} \right) \quad (3.11)$$

$$\xi = \int_0^t \phi(T, T_f) dt' \quad (3.12)$$

$H_g$  為玻璃改變的活化能(activation energy for glassy change in viscosity)， $H_s$  為結構改變的活化能(activation energy for structural change in viscosity)， $T_B$  為參考溫度， $T_f$  為假溫度， $\eta_B$  為參考黏度， $R=1.986 cal/mole. ^\circ C$  理想氣體常數。其中

$$H_{total} = 164(kcal/mol), H_s = 90(kcal/mol), H_g = H_{total} - H_s = 74(kcal/mol)。$$

## 四、玻璃應力之模擬

### 4.1 應力分析的重要性與應力分析策略

一個工程問題的解決，需先決定對這個問題所要分析的項目，再對此問題收集相關資料。對本論文而言，要分析的項目即是火焰拋光過程中之熱應力，所要研究的材料對象是玻璃。所以要先了解欲玻璃材料之性質後，以累積足夠的資訊進行軟體分析與模擬。圖 4.1 即為以有限元軟體分析時之處理流程。

如何了解玻璃內部應力的大小與其分佈對火焰拋光而言是非常重要的。由於殘留應力的存在與微裂縫之間的交互作用，而影響玻璃的強度。就算內部應力被控制在強度之下，但玻璃受熱的殘留應力若控制不當，會使試片發生翹曲、變形甚至破裂都有可能。因為，如果可以對玻璃火焰拋光中的應力生成有一基本的了解，便能對拋光參數加以控制，進而增加拋光的可靠度。

由於加熱時試件的溫度相當高，所以無法即時量測拋光中玻璃內部的應力。所以有必要利用模擬的方式計算玻璃在火焰拋光過程中由於溫度不均所產生的熱應力。玻璃由低溫升至高溫時其特性由彈性慢慢轉變為黏彈性，最後升溫至 1200°C 以上時成為黏性的流體物質。在這個過程中應力會因升溫所造成的黏度下降而慢慢釋放，應力鬆弛的結果使高溫區內的應力逐漸變小而同時造成流動而使玻璃表面的刮痕消除。玻璃內部應力鬆弛的原因為玻璃下轉變為黏彈性材料的結果，所以要了解計算拋光中玻璃內部的應力分佈，須先對黏彈性有充份的了解。接下來才能以有限元素法(Finite Element Method)分析拋光中的應力分佈，並加以討論其結果。

在火焰拋光的過程中，由於加熱不均勻，使得玻璃試片內部產生熱應力。熱應力的分佈以及玻璃強度隨溫度的改變使得玻璃可能因為不良的拋光參數而產生破裂。由於影響玻璃破裂的應力主要為張應力，所以模擬以討論試片在加熱中不同時間點之各個張應力最大值為主。討論拋光過程中可能發生破裂的區域，並提出改進參數的方法。

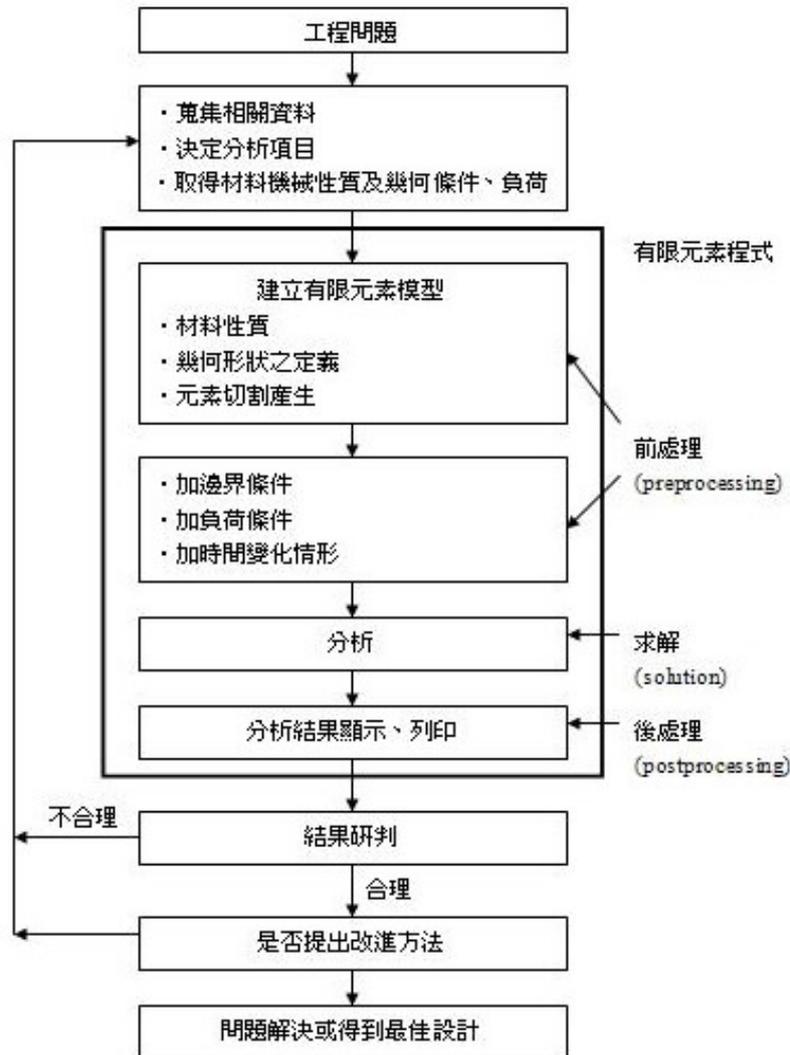


圖 4.1 分析處理流程圖

有限元素是一種以數值程序分析結構、熱傳、磁場等問題的方法。若問題太複雜而無法用傳統方法解決時，可選用此方法解決。當以有限元素法求解時可分為下列四大程序：物理問題的定義、建立有限元素模型、分析模型最後是檢視分析結果。

本研究所研究的物理問題是熱應力。由於熱應力分析需結合熱與結構兩種物理現象之分析，此稱為耦合場分析(Coupled Field Analysis)。耦合場的解法可分為兩種，一種稱為順序法(Sequential Method)，另一種稱為直接法(Direct Method)。順序法是先解出其中一種物理現象的分析當作另一種分析的邊界條件；直接法則是在同一次分析中就將各種不同物理現象一次解出，此種方法較適合用在兩物理現象間有交互作用影響時，但在運算時計算量會較大。由於不考慮黏性流體之內部磨擦，即假設黏彈性體受應力時不對其溫度造成影響。所以在此可使用順序法(Sequential Method)解熱應力問題。

圖 4.2 為順序法解熱應力的流程圖。由圖中可得知，在分析過程中需利用熱應變將溫度場轉換成應力場。在計算溫度場時要施加與溫度相關之邊界條件(熱通量、對流條件…等)；同樣地，計算應力場時也要在模型上施加合理的拘束條件。了解溫度與應力之間的關係之後，便能開始進行熱應力的分析。

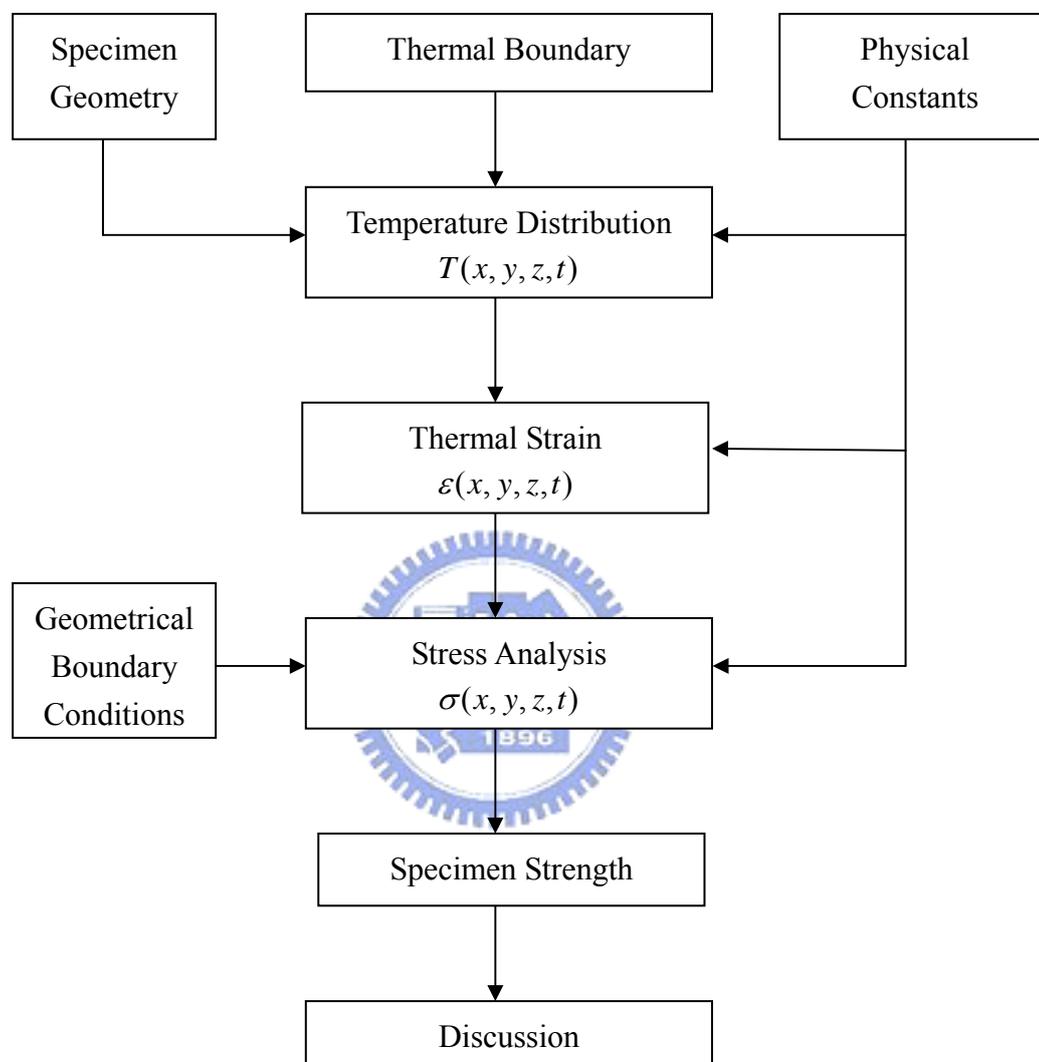


圖 4.2 熱應力分析流程圖(順序法)

## 4.2 FEM Model 的建立

### 4.2.1 控制方程式 (Governing Equation)

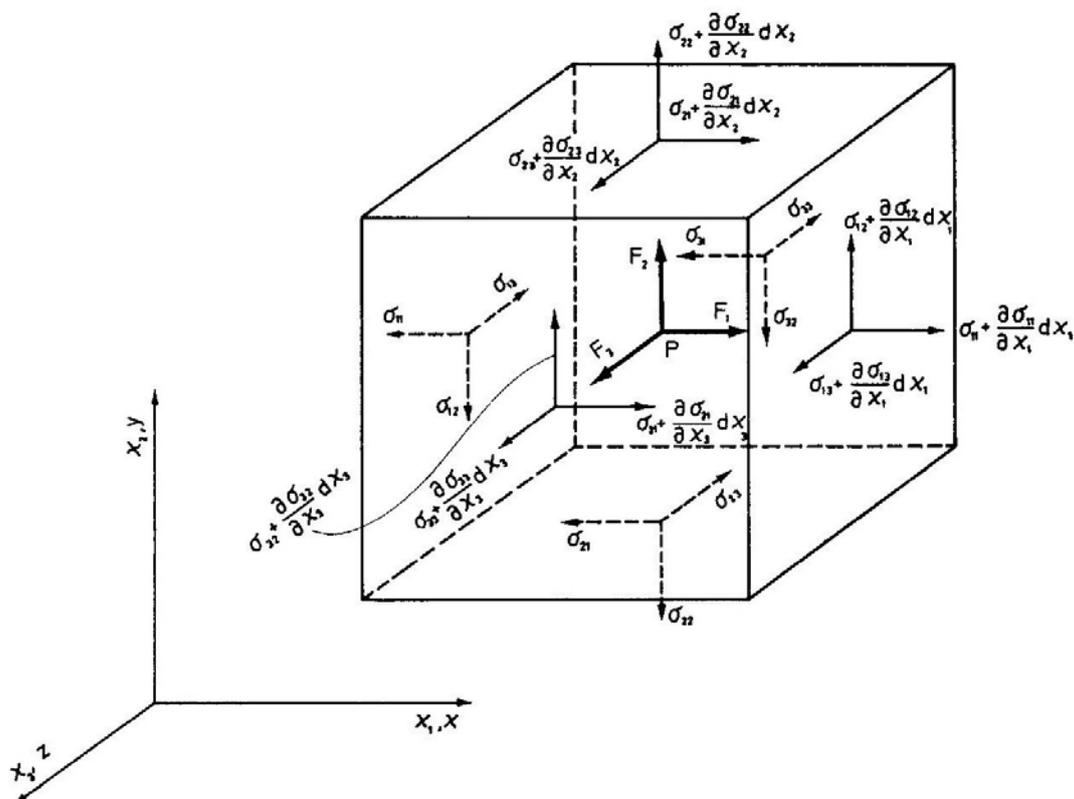


圖 4.3 Equilibrium Stress Components

任何連續性材料的機械行為皆受特定物理定律所控制。其中包含質量守恆、動量守恆、能量守恆等。當材料受到外力或位移時，材料內部每一點的應力和應變必須滿足下列三個基本方程式：

#### 1. 平衡方程式 (Equilibrium Equation)：

在靜力平衡時，材料中的每一點之外力總合必須為零，才能使材料保持在平衡狀態之下。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

#### 2. 諧合方程式 (Compatibility Equation)：

材料在受外力時，應保持原本的連續狀態，否則材料會產生孔洞、破壞，甚至斷裂，因此必須滿足諧合方程式。

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} \right)\end{aligned}\tag{4.14}$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2}$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2}$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2}$$

### 3. 構成方程式(Constitutive Equation)：

構成方程式可以用來描述材料的本質特性與其機械行為。黏彈性材料特性包含了彈性項與黏性項兩部份。當材料受負載時，彈性項能夠馬上發生應變以回應外界的負載；而黏性項的應變則與時間有關。

黏彈性問題可很容易地利用黏彈性類比(Viscoelastic Analogy)來分析〔7〕。

這是將黏彈性材料的構成方程式以彈性材料來類比。令  $\sigma_{ij}$  為應力張量(Stress

Tensor)， $\varepsilon_{ij}$  是應變張量(Strain Tensor)。此時，剪應力可表示成：

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma\tag{4.15}$$

剪應變表示成：

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3) \cdot \delta_{ij} \varepsilon\tag{4.16}$$

其中  $\sigma$  為平均或水壓應力(hydrostatic stress)

$$\sigma = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$

$\varepsilon$  為體應變(volumetric strain)

$$\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$$

$$\delta_{ij} = 1, \quad i = j$$

$$\delta_{ij} = 0, i \neq j$$

對彈性固體而言，剪應力可寫成：

$$S_{ij} = 2G_0 e_{ij} \quad (4.17)$$

其中  $G_0$  為彈性剪力模數

水壓應力  $\sigma$  與體應變  $\varepsilon$  的關係為：

$$\sigma = K_0 \varepsilon \quad (4.18)$$

其中  $K_0$  為彈性體積模數(bulk modulus)。

對於線黏彈性材料，其提供其形變的應力為：

$$S_{ij}(t) = \int_0^t 2G_1(t-t') \frac{\partial e_{ij}(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.19)$$

其中  $G_1(t)$  為在時間為  $t$  之剪鬆弛模數(shear relaxation modulus)。

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t K_1(t-t') \frac{\partial \varepsilon_{ij}(t')}{\partial t'} dt' \quad (4.20)$$

其中  $K_1(t)$  為在時間為  $t$  之體鬆弛模數(bulk relaxation modulus)。

一般而言，黏彈性的應力方程式常以積分型式表示。當變形很小時，等向性的黏彈材料其構成方程式可以寫成下列形式：

$$\sigma = \int_0^t 2G(t-t') \frac{de(t')}{dt'} dt' + I \int_0^t K(t-t') \frac{d\varepsilon(t')}{dt'} dt' \quad (4.21)$$

其中  $\sigma$  : Cauchy Stress

$e$  : deviatoric part of strain

$\varepsilon$  : volumetric part of strain

$G(t)$  : shear relaxation kernel function

$K(t)$  : bulk relaxation kernel function

$t$  : current time

$t'$  : pass time

$I$  : unit tensor

## 4.2.2 模擬條件的設定

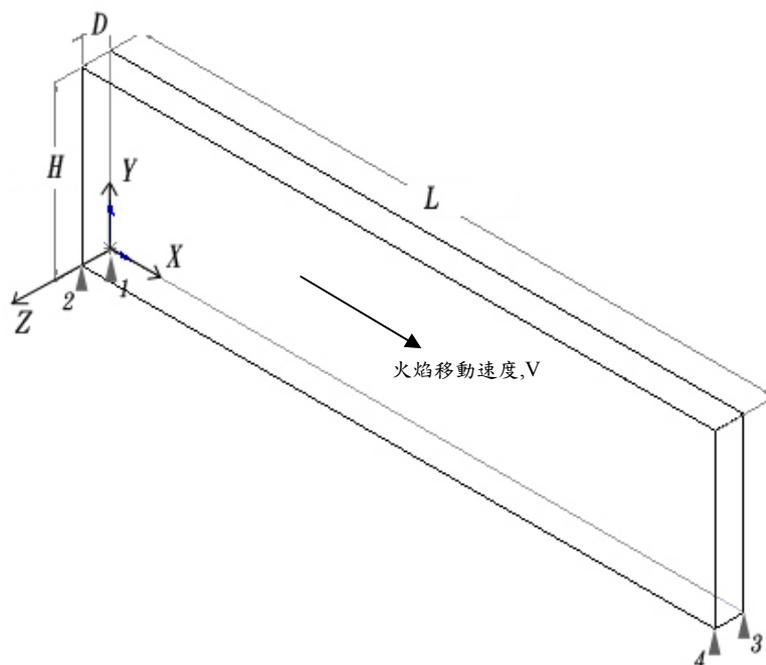


圖 4.4 有限元素分析模型

分析時模型之幾何形狀如圖 4.4 所示，一開始尺寸的設定為  $L=110\text{mm}$ 、 $H=30\text{mm}$ 、 $D=5\text{mm}$  與  $L=110\text{mm}$ 、 $H=40\text{mm}$ 、 $D=5\text{mm}$  兩種。拋光時玻璃以如圖 4.4 中的點 1、2、3、4 所圍成之底面與平台接觸。應力分析之邊界條件則是設定為點 1 固定，點 2、3、4 由於固定在平台上，其移動自由度在  $y$  方向是被限制住的。在熱分析時用直接負載法將熱通量施加在元素上，所以元素之網格尺寸(mesh size)決定需與火焰移動速度  $V$  mm/sec 相同，接下來便可以四邊形網格分割。網格尺寸與火焰移動速度的優點是可以利用調整網格尺寸的大小，改變模擬時火焰之熱通量在玻璃模型上的移動速度。以六面體網格分割的好處則是讓網格的位置及編號有規則，方便接下來撰寫 ANSYS 參數設計語言(APDL)。網格分割完成後便要選擇元素種類(Element Type)。在應力分析時，本研究選用有黏彈性特徵的 3-D 20-Node Visco 89 元素，此元素除了可以輸入黏彈性的特徵之外，也可以輸入溫度當作 Body Load，符合本論文以分析流程。Visco 89 元素之形式如圖 4.5 所示。

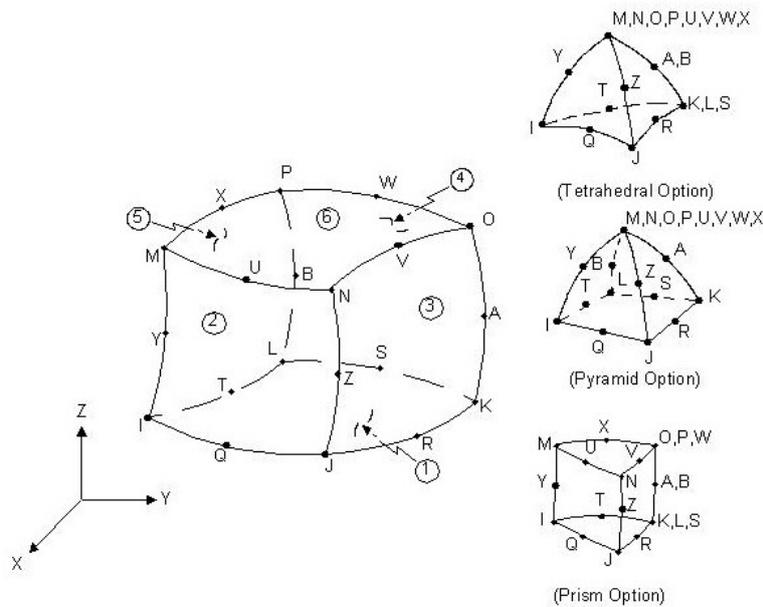


圖 4.5 Visco 89 Element [資料來源：Ansys Documentation]

由於本論文在分析時所施加在模型上施加的熱負載，是將實驗使用的火焰轉換成分析時的熱通量分佈。在火焰拋光時的孔列式噴嘴熱源火焰如圖 4.6 所示。由圖中可以看出，火焰直接打在玻璃的區域為一接近長方形的範圍，在此區域中之火焰為中央焰區。另外，除中央焰區之外，由於火焰打在玻璃之後，氣體仍有動量而使火焰會往兩旁擴散開，此區為側向焰區。此區之特徵為火焰之外形分佈呈現如倒三角形一般，且在出現在中央焰區的兩側，彼此對稱。針對此種熱源，本研究假設其熱通量分佈如圖 4.7 所示。先將玻璃受火焰加熱的區域作適當的劃分，並依每一區塊的溫度高低、火焰外形與對稱關係置入其熱通量的權重值。如此便可以將火焰轉換成分析時要施加的熱通量。

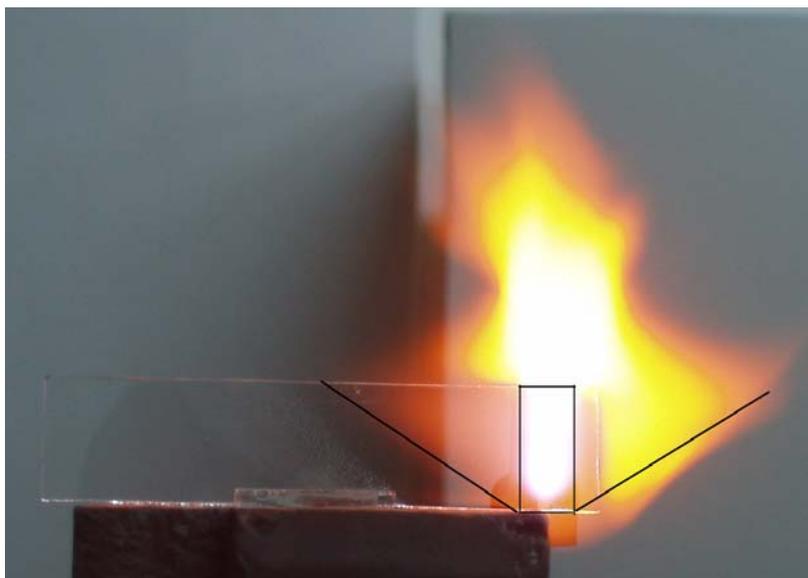


圖 4.6 孔列式噴嘴熱源形狀示意圖

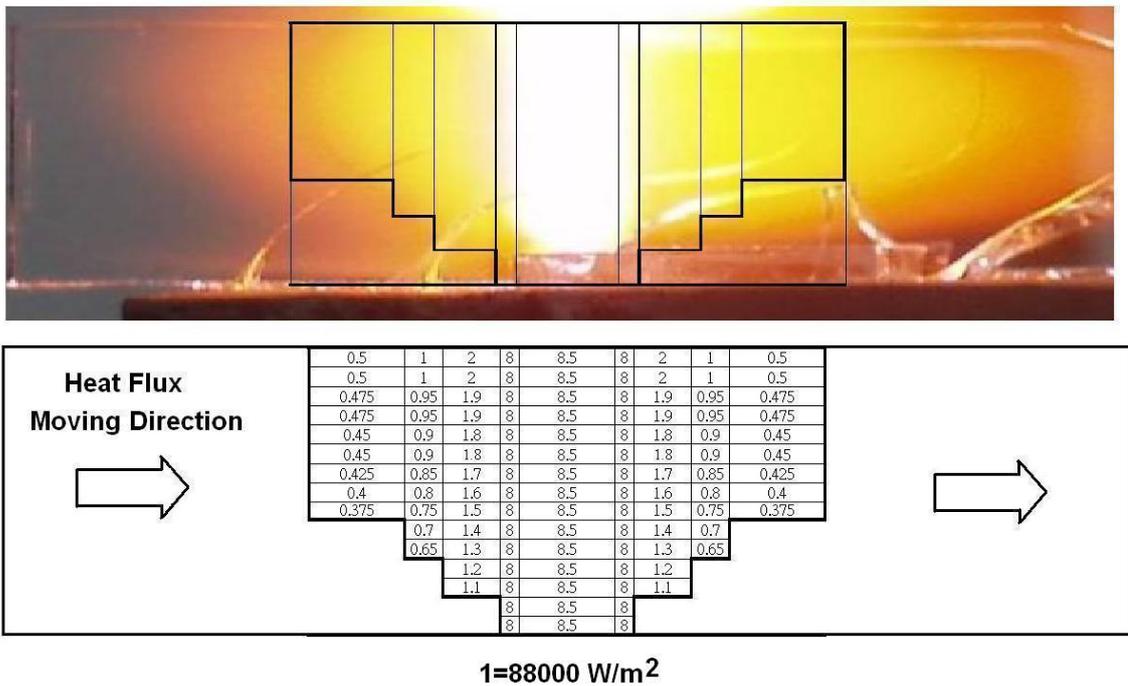


圖 4.7 孔列式噴嘴熱源與熱通量關係(Flame Type 2)

在拋光時，若針對孔列式噴嘴熱源可以作調整，便可以改變中央焰區或側向焰區之大小與比例。若僅以單孔將混合氣體噴出，就可以產生局部加熱的點熱源的效果。若以先前的形式推想，便可以將點熱源形式之熱通量分佈求出。點熱源的分佈如圖 4.8 所示。點熱源在模型的中央施加，火焰移動的方向如箭頭所示。

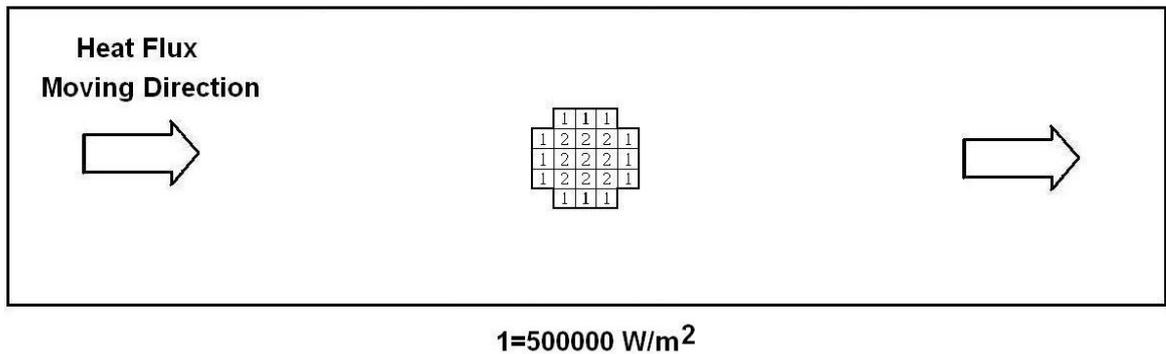


圖 4.8 單孔式噴嘴熱通量分佈(Flame Type 1)

此外，若在噴嘴與玻璃間加裝擋板，則可減小玻璃在加熱時，被火焰加熱的側向焰區。若在理想狀況下，則可將側向熱區整個遮住，只剩下中央焰區。由於中央焰區的熱通量很均勻，所以在模擬時將熱負載作如圖 4.9 之比例，將僅有中央焰區之火焰轉換成分析時的熱通量。

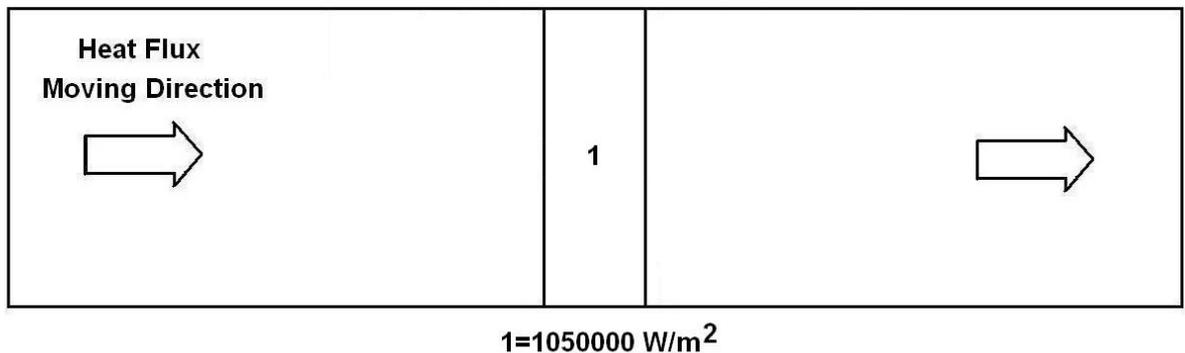


圖 4.9 加入遮罩之噴嘴熱通量(Flame Type 3)

接下來便可輸入材料特性。在進行分析之前需先對欲求解之物理問題作一些假設，本研究以有限元素法分析火焰拋光時，對玻璃的特性作了如下列之假設：

1. 玻璃是均質性(Homogenous)的材料。
2. 玻璃是等向性(Isotropic)的材料。
3. 應力分析時不考慮材料本身的重量。
4. 在拋光過程中，玻璃不產生破裂、氣泡等缺陷。
5. 假設玻璃在加熱時不產生流動。
6. 不考慮黏彈性體之內部磨擦。

玻璃的特性如第二章中表 2.1 所示。玻璃之黏彈性參數參考文獻〔8〕中之 G-11 玻璃的黏彈性係數，並以現有之資料(表 2.1)加以修正。其中  $C_1$ 、 $C_2$  可由第 3.3.3 節內所述之步驟求出。鈉鈣玻璃的假溫度值假設為轉移域(475~535°C)之平均溫度。綜合以上之結果可得黏彈性材料參數如表 4.1。

表 4.1 玻璃於 ANSYS 分析時之黏彈性材料參數

ANSYS 黏彈性材料參數	參數序號	數值
$C_1$	1	3.59E4
$C_2$	2	0.45
模擬材料體積鬆弛模數之麥斯威爾元素個數	3	6
選用何種平移函數	5	0
Coefficients of volume decay function $C_{fi}$	6-11	0.108
		0.443
		0.166
		0.161
		0.046
		0.077
Relaxation time of Maxwell element $\tau_{fi}$	16-21	3
		0.671
		0.247
		0.091
		0.033
		0.008
Thermal expansion of glass in liquid state	26	3.43E-7
Thermal expansion of glass in solid state	31-32	83E-7
		0.02E-7
假溫度	36-41	505
GXY(0)	46	30GPa
GXY( $\infty$ )	47	0
K(0)	48	43GPa
K( $\infty$ )	49	43GPa
模擬材料剪力鬆弛模數之麥斯威爾元素個數	50	3
$C_{smi}$	51-53	0.422
		0.423
		0.155
$\lambda_{smi}$	61-63	0.0689
		0.0065
		0.0001

### 4.3 玻璃內應力分析個案

本論文模擬之個案為如表 4.2 所示之八種類型。一開始，分別用點熱源、孔列式噴嘴熱源以及附遮罩之孔列式噴嘴熱源拋光 3 公分寬與 4 公分寬之玻璃。前六個個案可比較不同種類熱源與不同尺寸玻璃之影響關係。由火焰形狀不同之模擬中，期望能比較出較適合火焰拋光之熱源形狀。並希望能以結果改進日後針對玻璃拋光之噴嘴設計。最後，由玻璃試片之尺寸不同的模擬中比較試片大小對拋光中，玻璃內部應力之影響程度，這對日後可處理大片玻璃之新一代火焰拋光機的設計上，有非常重要的價值。個案 7 則可與個案 1 比較噴嘴移動速度之影響。最後，個案 8 則可與個案 3 比較均勻火焰寬度不同時應力之變化。

表 4.2 本論文分析之熱應力個案

個案編號	模擬條件
1	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×30 mm×5 mm 熱源種類：點熱源
2	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×30 mm×5 mm 熱源種類：孔列式噴嘴熱源
3	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×30 mm×5 mm 熱源種類：遮罩之孔列式噴嘴熱源(10mm 寬)
4	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×40 mm×5 mm 熱源種類：點熱源
5	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×40 mm×5 mm 熱源種類：孔列式噴嘴熱源
6	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×40 mm×5 mm 熱源種類：遮罩之孔列式噴嘴熱源(10mm 寬)
7	噴嘴移動速度：2.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×30 mm×5 mm 熱源種類：孔列式噴嘴熱源
8	噴嘴移動速度：1.0 mm/sec 玻璃試片尺寸：110 mm×30 mm×5 mm 熱源種類：遮罩之孔列式噴嘴熱源(2mm 寬)

在計算溫度場時，本研究是以暫態方式模擬玻璃從火焰開始接觸時由 0 秒至 300 秒範圍內玻璃的溫度場。有了溫度場結果之後，再以此溫度場結果，將每間隔 10 秒之溫度場取出。利用此溫度分析結果作為應力分析之邊界條件，並依照玻璃放置的方法，如前節所述之方式給予模型適當之拘束作為應力分析之邊界條件。如此，便可計算出熱應變，再將熱應變轉換成所需要之熱應力。

本研究進行模擬之目的為了解玻璃在加工過程中之破裂可能發生區域，所以在檢視模擬結果時應以脆性材料破裂發生之觀點考量。玻璃的破裂起始點皆由表面開始，且導致玻璃破裂的原因幾乎皆由張應力所引起。所以在探討應力分析結果時，可以取不同時間點之應力分佈，檢視其最大主應力之張應力結果。將這些時間點之最大主應力值與應力發生的位置比較，便可了解玻璃可能發生破裂的區域及位置。

圖 4.10~12 為個案 1 狀況下，玻璃溫度與內應力分佈圖。由圖 4.10(b)中的最大主應力可發現玻璃在第 20 秒時，最可能破裂的區域為左側邊緣的位置。到第 40 秒時，X 方向的應力增加，而 Y 方向的應力減少。此時最可能破裂的區域則為玻璃的上邊緣處。X 方向應力的最大值會隨火焰移動，且落後火焰位置約 10mm。最後，在第 110 秒時，火焰要離開玻璃時，最可能破裂之區域則移至右側邊緣處。

圖 4.13~15 為個案 2 狀況下，玻璃之溫度與應力分佈狀況。由圖 4.13 可發現，此時玻璃左側邊緣的 Y 方向應力值與玻璃上側邊緣的 X 方向應力值很接近，所以此時玻璃在此兩處之破裂機率也是相近的。到了第 40 秒時，X 方向的應力值只稍稍增加，而 Y 方向的應力則減至原先之一半。如此時玻璃發生破裂，則最可能的破裂區域應為玻璃上側邊緣。最後，等到火焰要離開玻璃時的第 110 秒時，X 方向的應力值還是呈現一較穩定的值，而 Y 方向應力則稍稍增加。此時之最可能破裂區域則為玻璃末端的上邊緣處。

所以，在各時間點之應力分佈中發生最大應力值的區域便可知道此區為該時間點下之最可能破裂區。最後，連接利用各時間點之最大應力值，便可知道最大應力值在拋光時之變化曲線，由此曲線變化便可知玻璃在拋光過程中之可能破裂時間與位置。

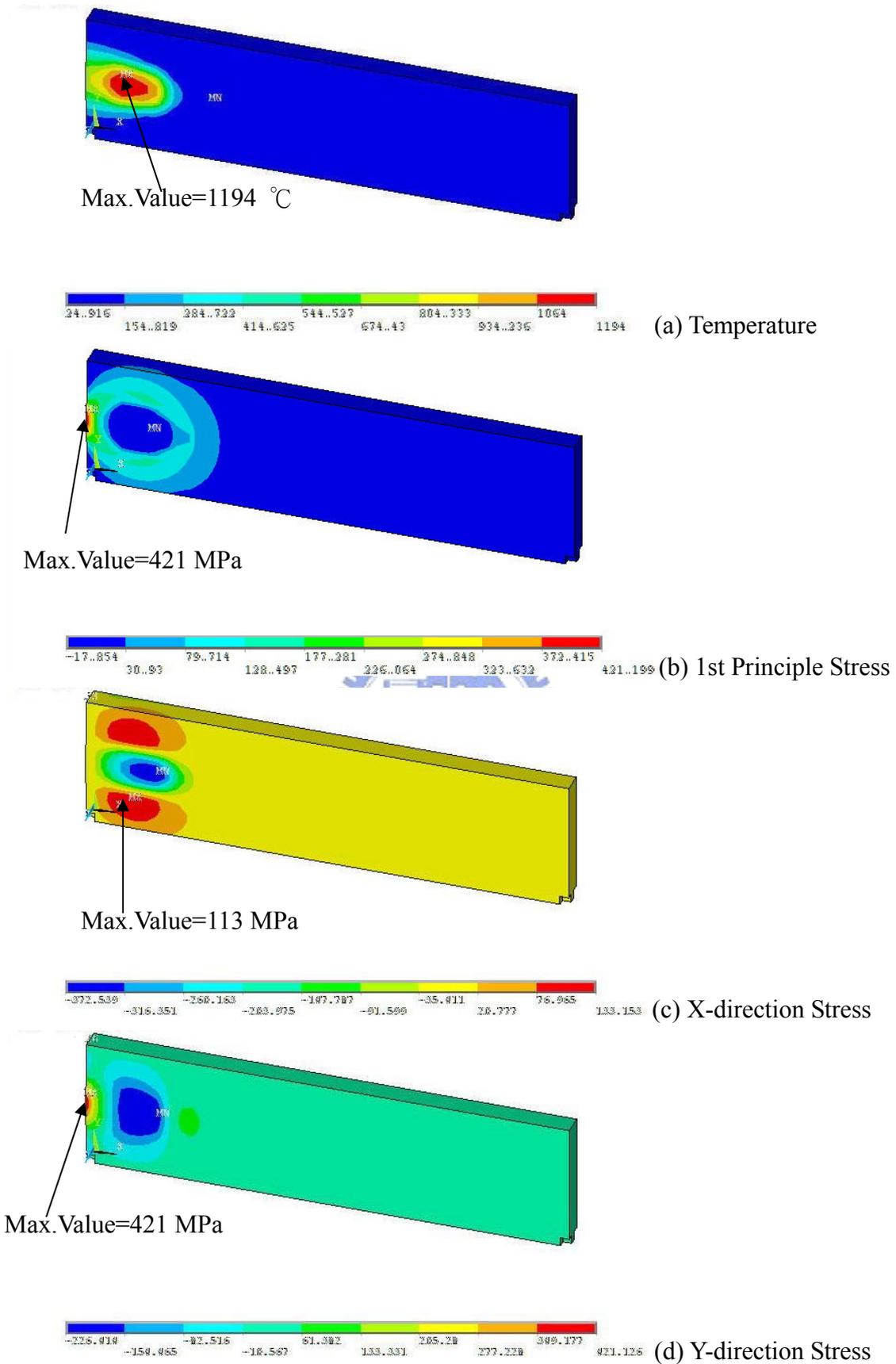
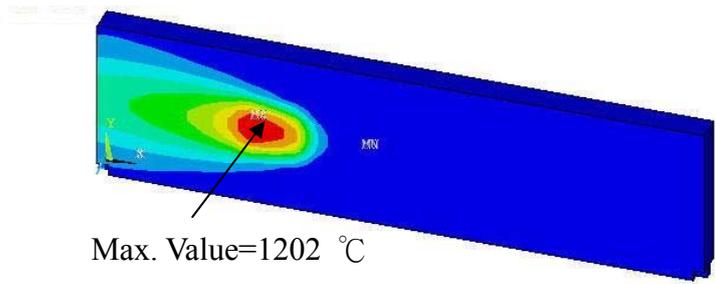
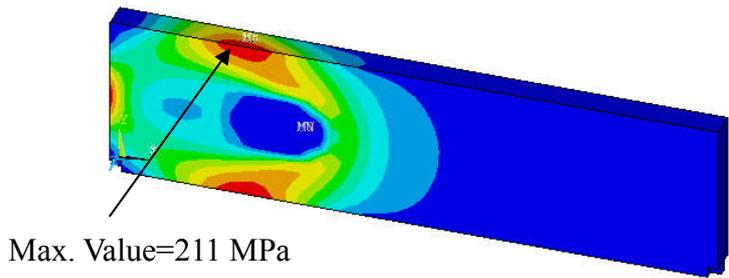


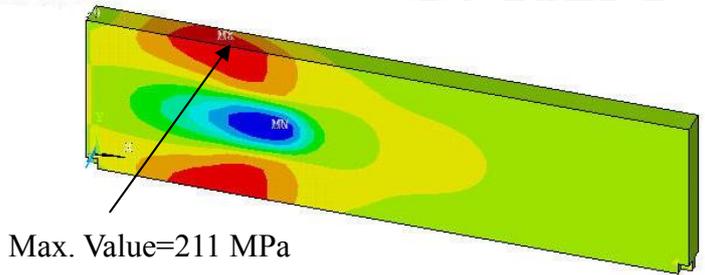
圖 4.10 個案 1 在第 20 秒之溫度與應力



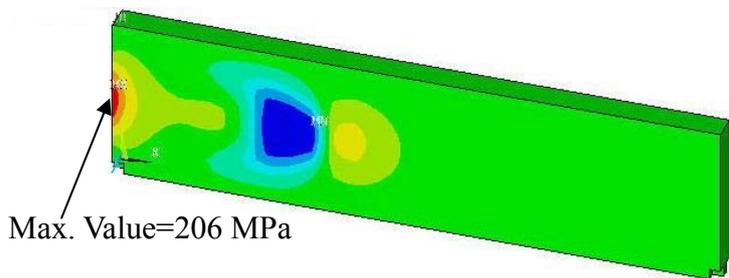
(a) Temperature



(b) 1st Principle Stress



(c) X-direction Stress



(d) Y-direction Stress

圖 4.11 個案 1 在第 40 秒之溫度與應力

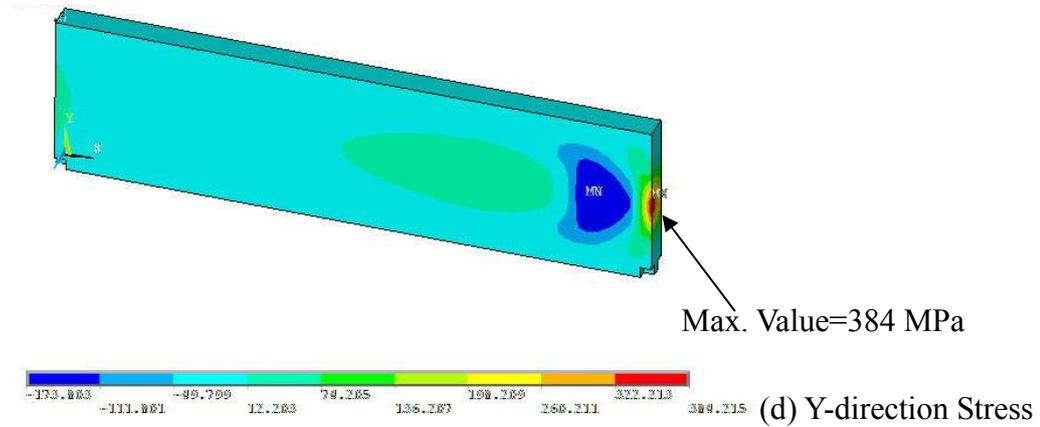
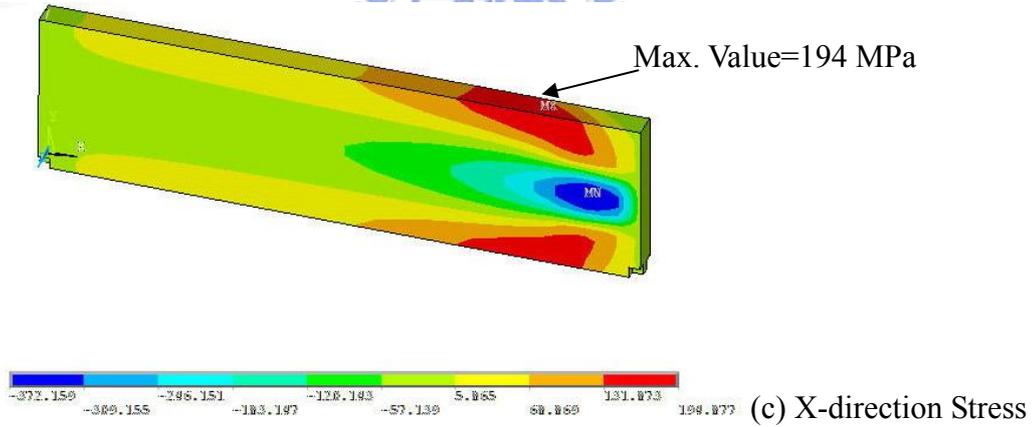
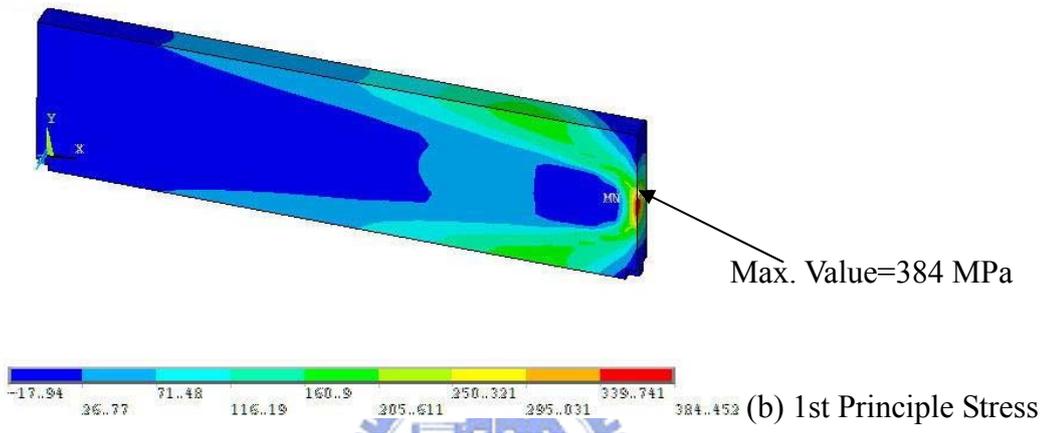
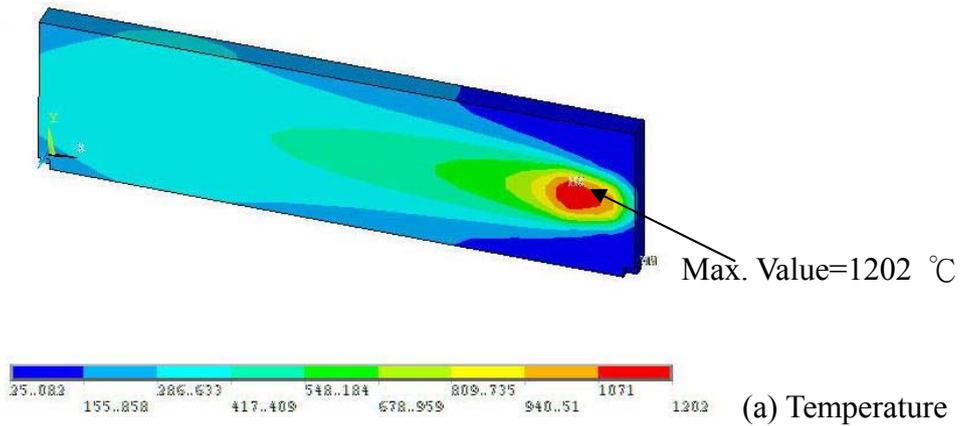
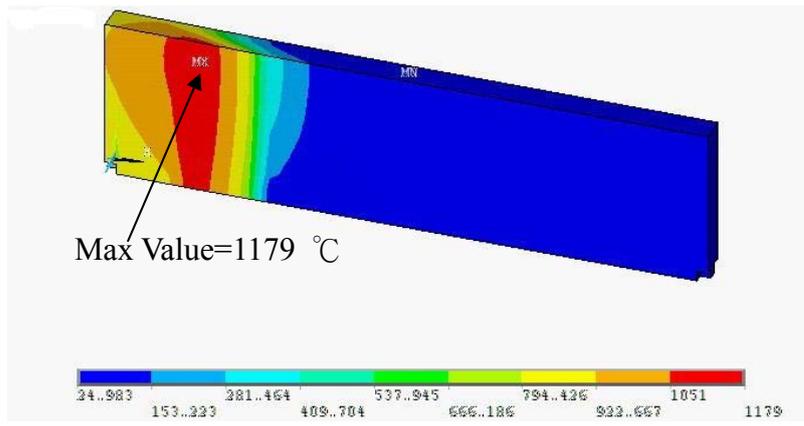
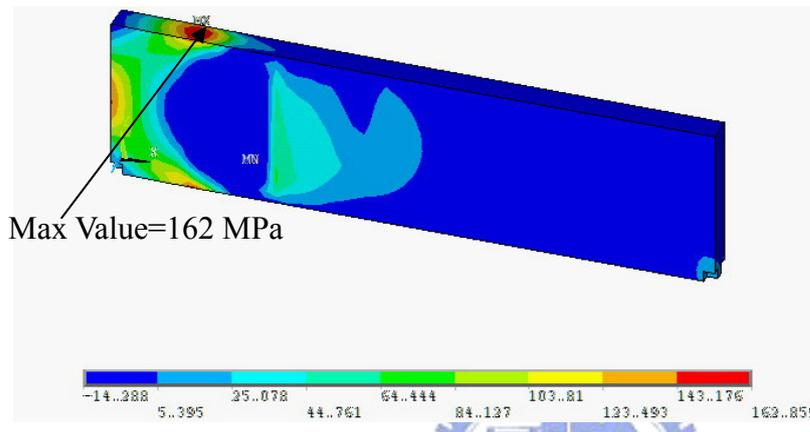


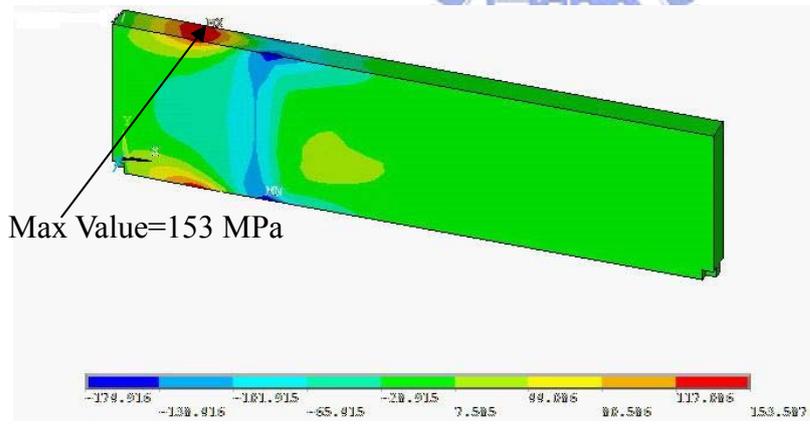
圖 4.12 個案 1 在第 110 秒之溫度與應力



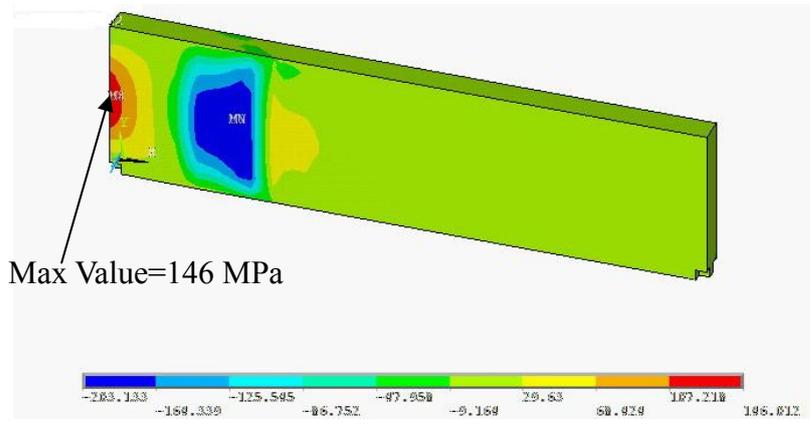
(a) Temperature



(b) 1st Principle Stress

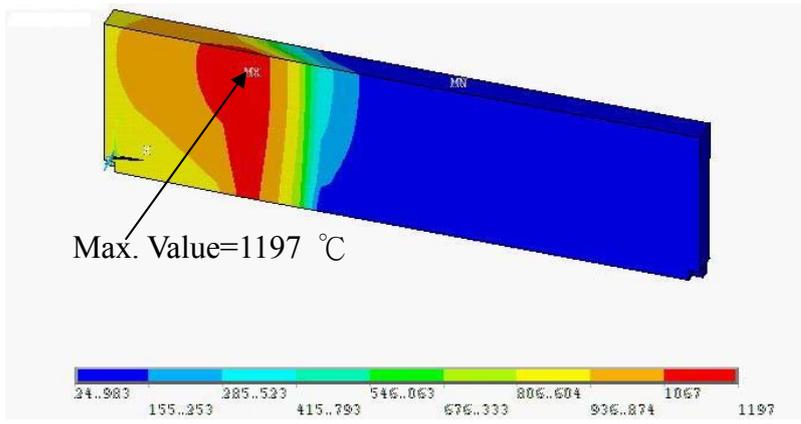


(c) X-direction Stress

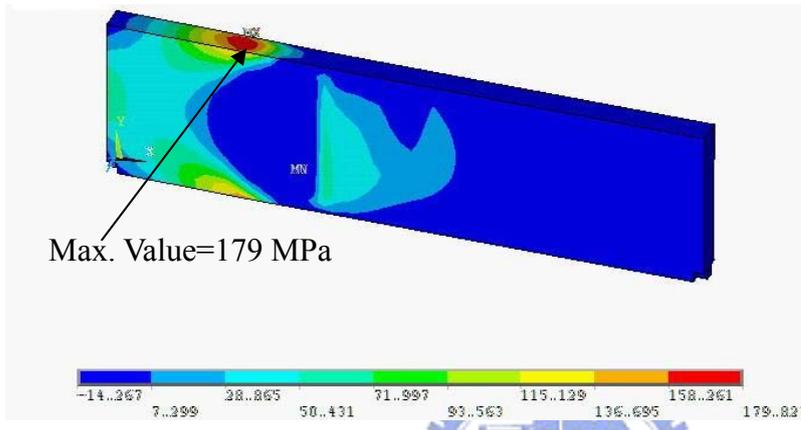


(d) Y-direction Stress

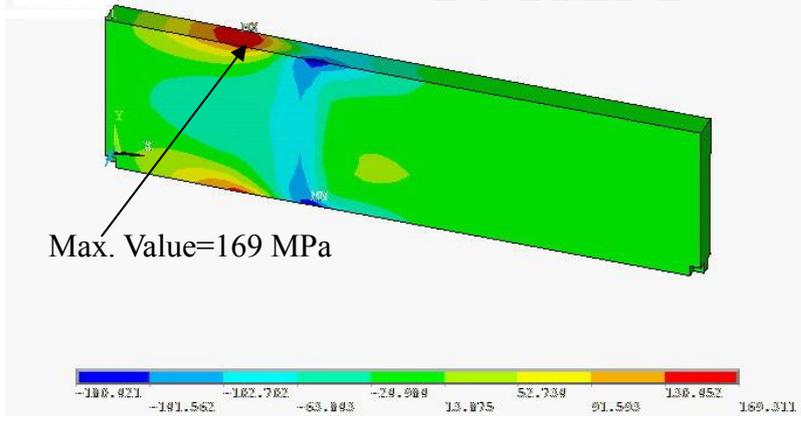
圖 4.13 個案 2 在第 30 秒之溫度與應力



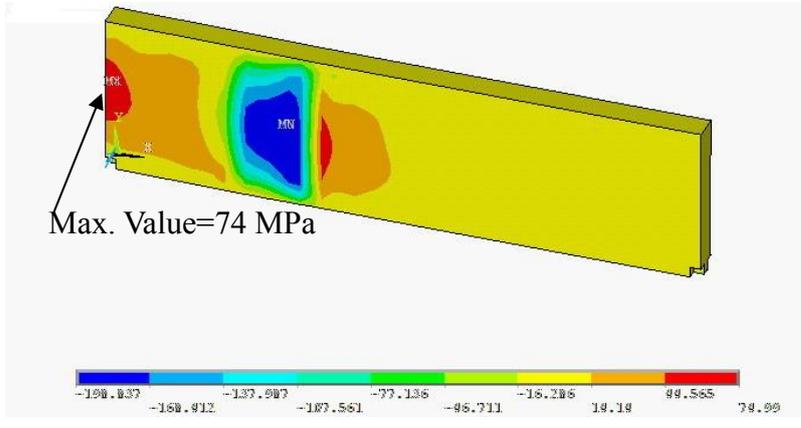
(a) Temperature



(b) 1st Principle Stress

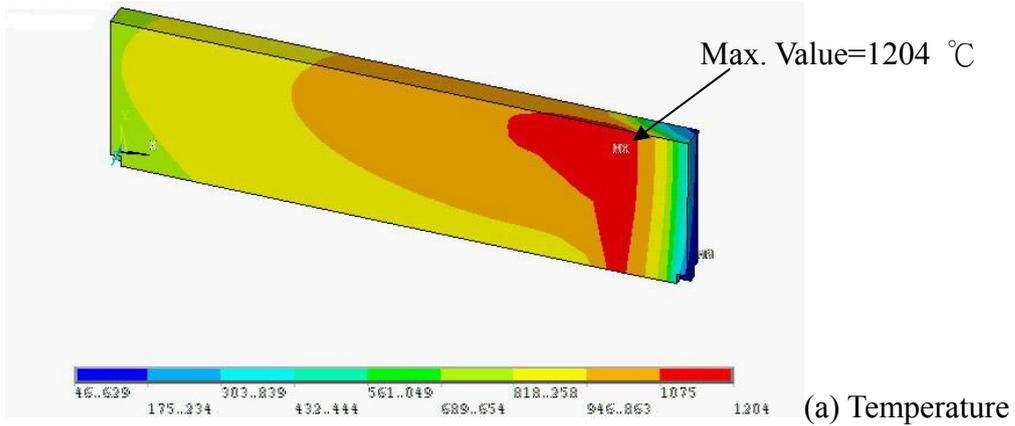


(c) X-direction Stress

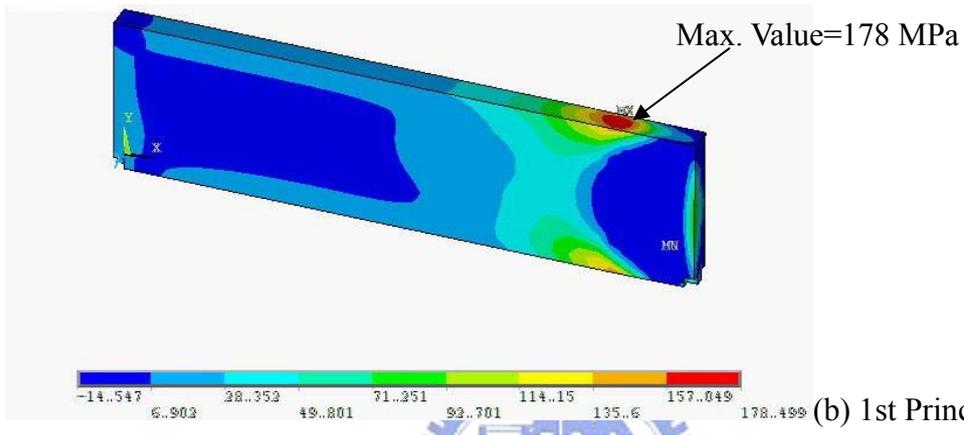


(d) Y-direction Stress

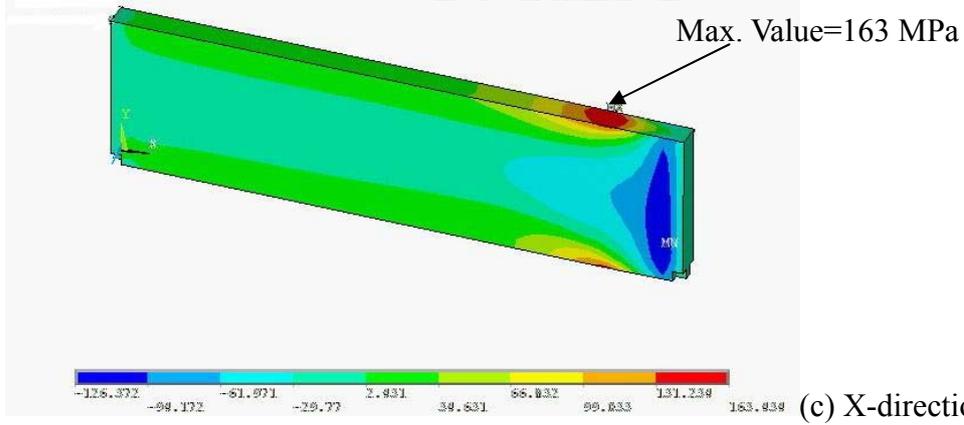
圖 4.14 個案 2 在第 40 秒之溫度與應力



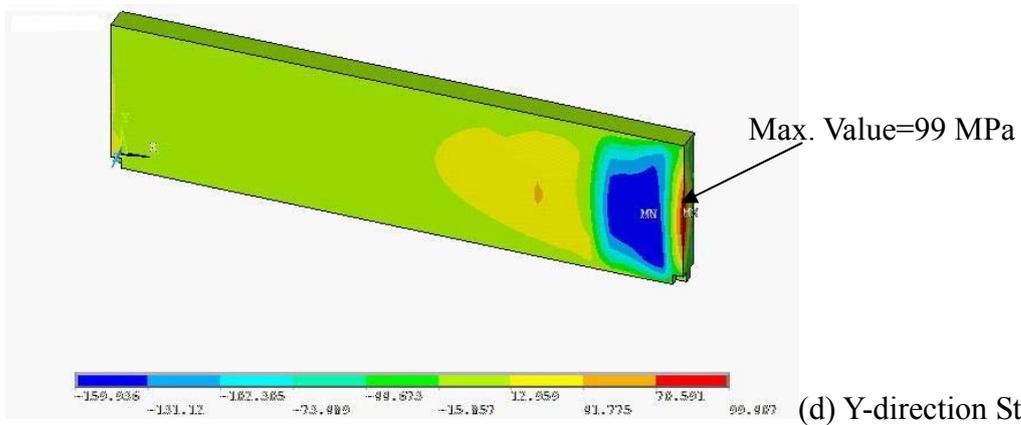
(a) Temperature



(b) 1st Principle Stress

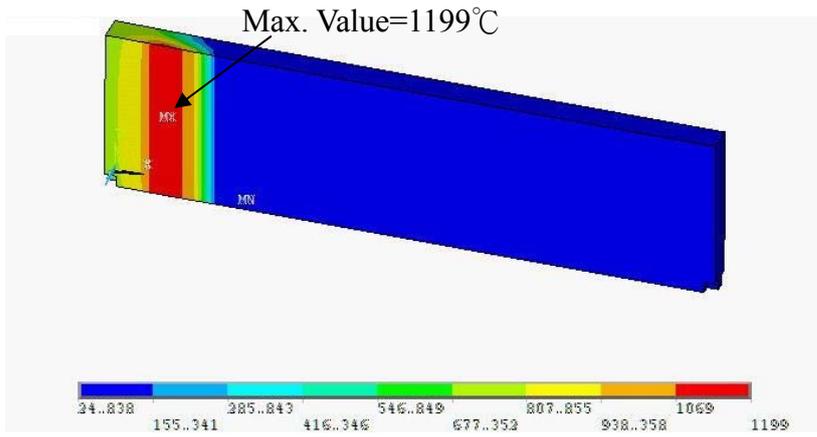


(c) X-direction Stress

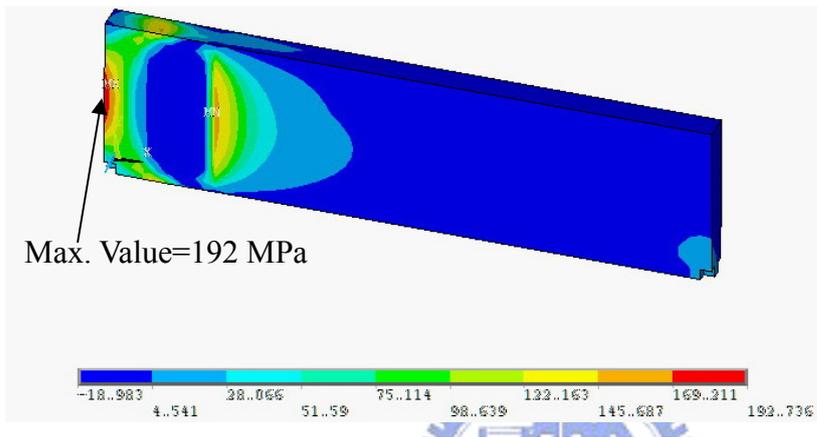


(d) Y-direction Stress

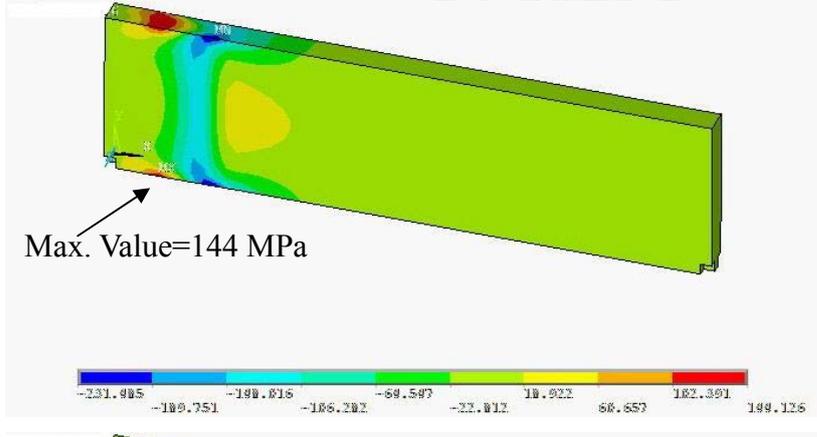
圖 4.15 個案 2 在第 110 秒之溫度與應力



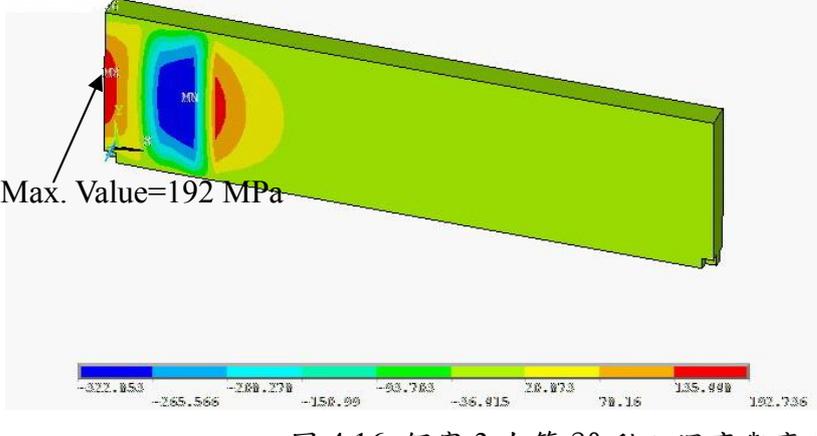
(a) Temperature



(b) 1st Principle Stress

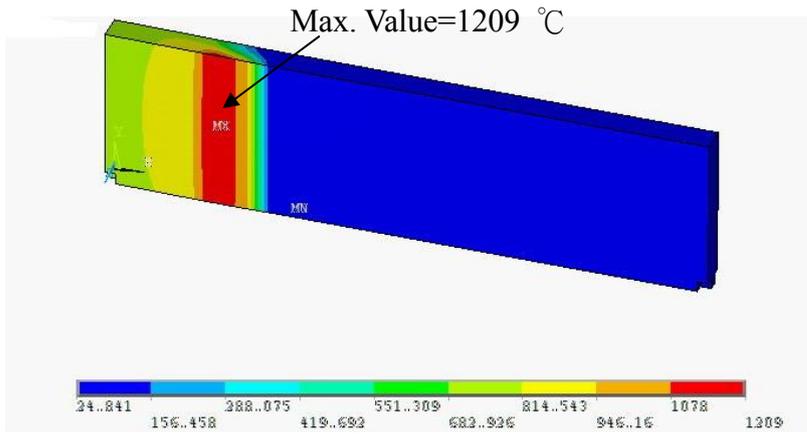


(c) X-direction Stress

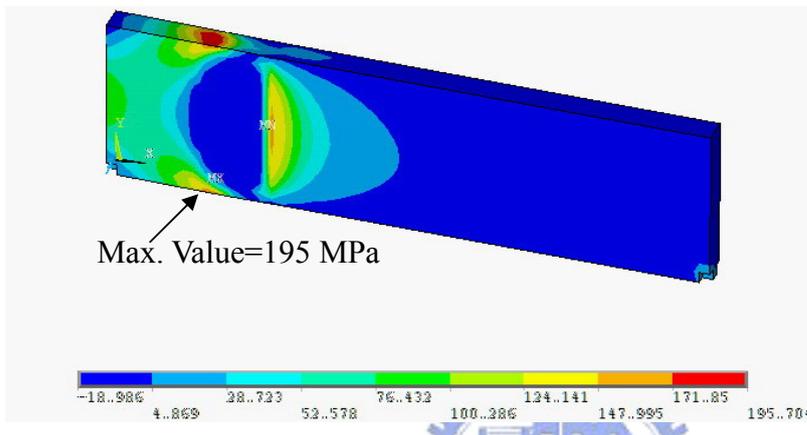


(d) Y-direction Stress

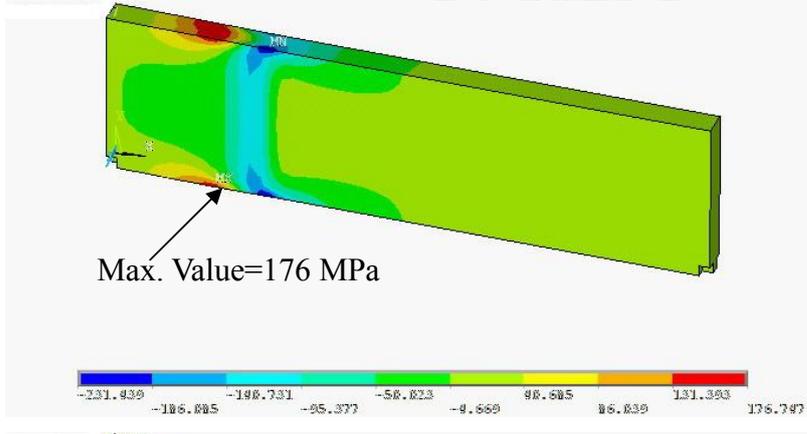
圖 4.16 個案 3 在第 20 秒之溫度與應力



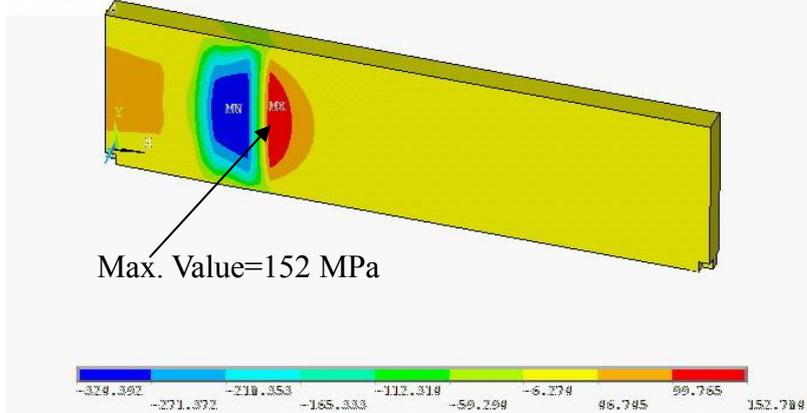
(a) Temperature



(b) 1st Principle Stress



(c) X-direction Stress



(d) Y-direction Stress

圖 4.17 個案 3 在第 30 秒之溫度與應力

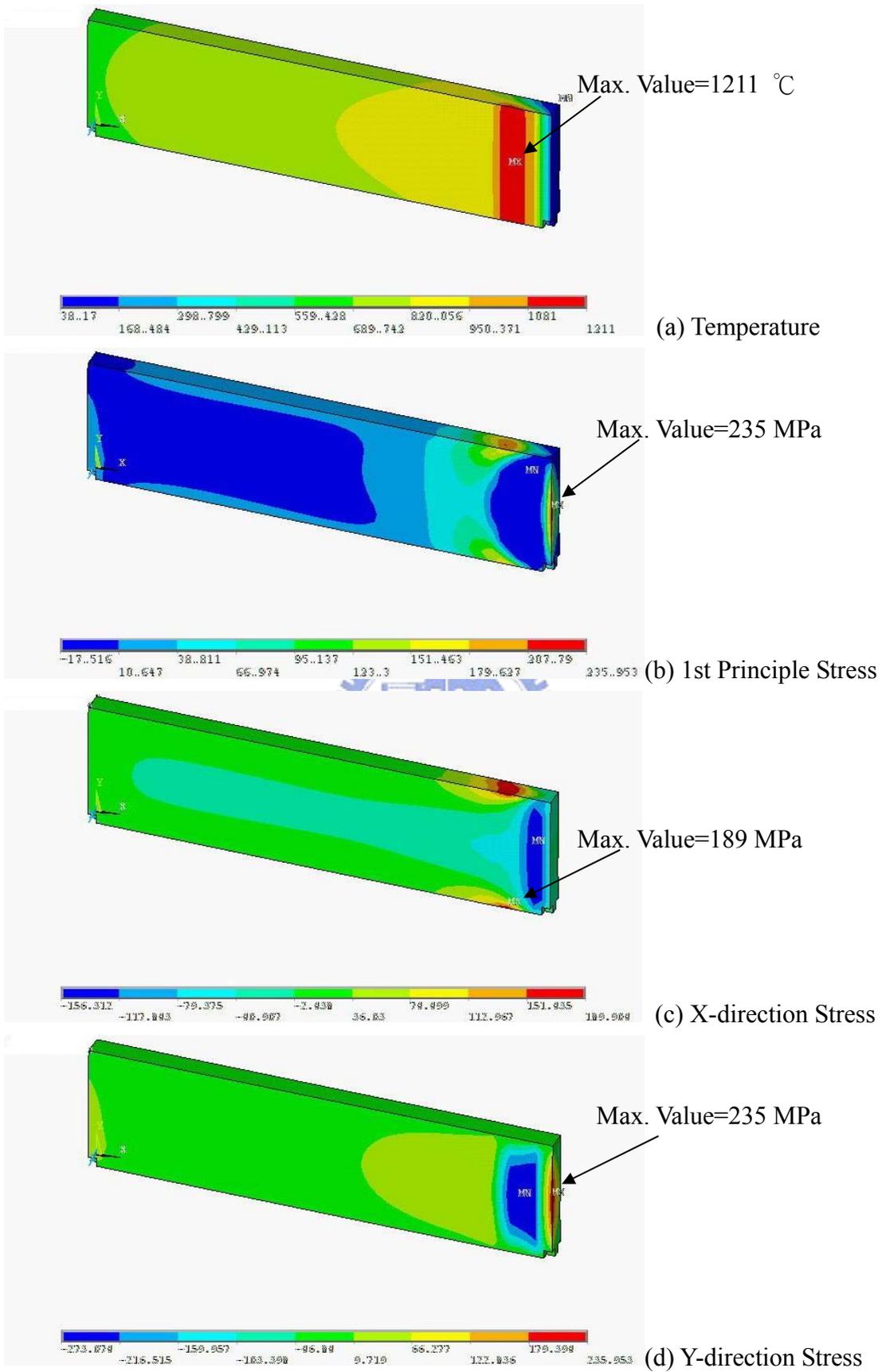


圖 4.18 個案 3 在第 110 秒之溫度與應力

## 五、玻璃內部應力之量測〔1~4〕

### 5.1 玻璃應力量測的重要性

玻璃在火焰拋光過程中受到火焰加熱而升溫，升溫範圍可達  $1200^{\circ}\text{C}$  以上，在加熱過程中，因玻璃的溫度已經高於玻璃的轉移溫度，所以玻璃在冷卻之後在其內部會有殘留應力的產生。殘留應力為人為導入。此時，玻璃兩表面之殘留壓應力是否能達到平衡，對玻璃的強度有明顯的影響。若殘留應力能達到平衡，不但不會造成玻璃的強度減弱，反而能使玻璃達到「強化」的效果。若玻璃之內部應力分佈不當，則玻璃為使其內部應力往平衡的方向發展，便會產生應變(如圖 5.1)。

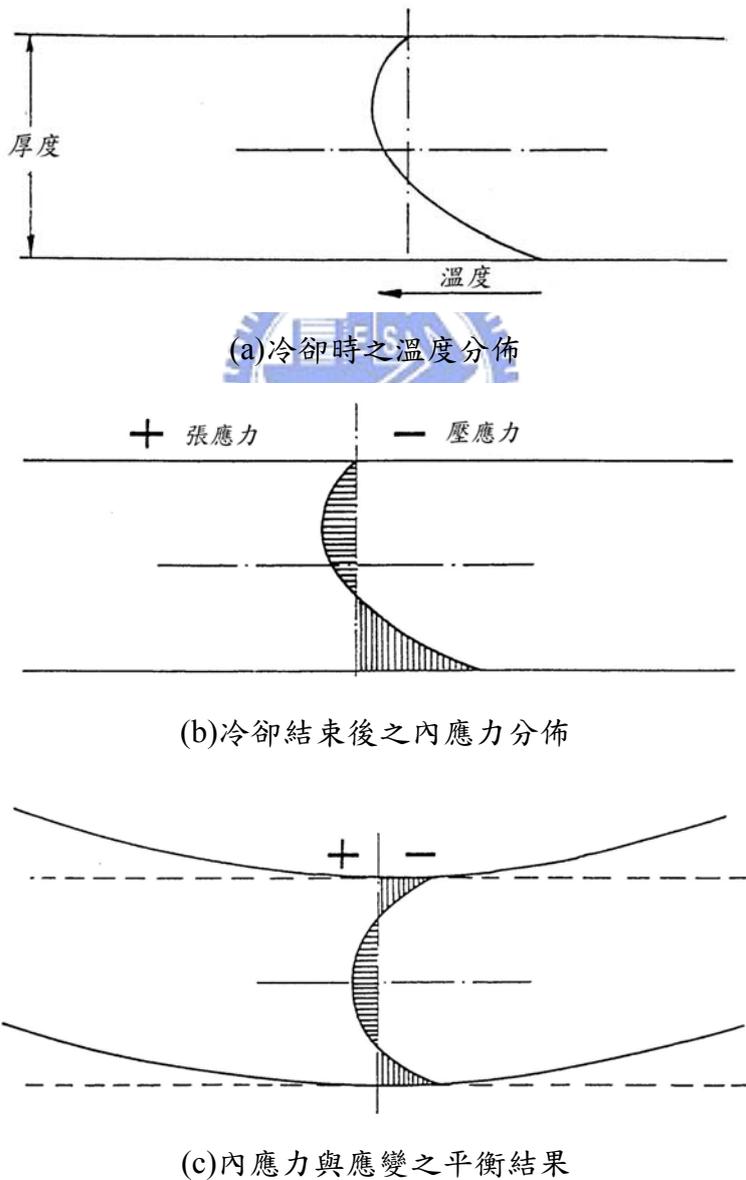


圖 5.1 玻璃內部應力與變形關係〔1〕

由此可知，玻璃內部應力的分佈對其強度有很重要的意義。為得知火焰拋光後玻璃試片內部應力的分佈，便需要量測拋光後的玻璃內部應力。由於玻璃的可透光性，目前已知的非破壞性檢驗量測玻璃應力方法中，以光彈法較為理想。

在工業上，量測玻璃應力常用「邊緣應力量測儀」與「表面應力量測儀」兩種，邊緣應力量測儀可以量測玻璃在厚度方向上的應力分佈，而表面應力量測儀則可以量測玻璃表面的應力值。本研究便與台灣玻璃工業公司商借此兩台應力量測儀，量測玻璃在拋光後的內部應力。

## 5.2 玻璃應力量測原理

光彈法是一種光學式的全域性應力量測方法，利用起偏片及檢偏片所產生之亮場或暗場裝置，並將試片置於其中，使內含應力的試片改變起偏片所產生的偏振光(polarized light)的性質，便可在檢偏片後觀察到明暗的條紋；這些條紋代表試件內部各點之應力狀態，可用來確定模型各點的應力。

偏振光依其種類而分有：平面偏振光或稱為線性偏振光(Linearly Polarization)、圓偏振光(Circular Polarization)、橢圓偏振光(Elliptical Polarization)三種。而獲得偏振光的方式有：穿透式、反射式、散射式與雙折射式…等。當各向同性介質受到應力作用時，例如，玻璃受到壓應力或張應力時，即可能使其原有的各向同性特徵改變，而成為光軸沿應力方向各向異性介質。此時，材料平面上的兩個主應力(Principle Stress)就會使玻璃具有兩種不同的折射率。因此，光通過玻璃時就會有相對相位差產生。而此相位差正比於平面上的兩個主應力值之差值( $\sigma_1 - \sigma_2 = \delta$ )。

$$\delta = 2\pi Ct \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\lambda} \quad (5.1)$$

式中： $C$ 為相對應力-光學係數(Relative Stress-Optic Coefficient)。

$\lambda$ 為光波波長。

$t$ 為試片厚度。

光程差 $\delta$ 的單位為( $\mu\text{m}/\text{cm}$ )或( $\text{nm}/\text{cm}$ )，應力光學常數的單位為布儒斯特(Brewster)，簡稱B，單位為 $\text{kg}/\text{cm}^2$ 或 $10^5 \text{ Pa}$ 或 $10^5 \text{ N}/\text{m}^2$ 。玻璃常用的應力光學數值如表 2.2 所列。鈉鈣玻璃的應力光學常數介於 2.26~2.76 之間。

表 5.1：常用玻璃之應力光學常數〔2〕

玻璃	B(10 <sup>-7</sup> )
石英玻璃	3.46
高矽氧玻璃	3.67
派來克斯	3.65
諾奈克斯(Nonex)	3.36
可伐爾(Kovar)	3.68
硼矽酸鹽玻璃	3.2~3.87
鋁矽酸鹽玻璃	2.63
鈉鈣玻璃	2.26~2.76

可測量應力大小的儀器，稱為應力量測儀。利用應力儀可測定玻璃中之光程差。將偏振光照射到玻璃試樣上，如試樣中存有應力，則平面偏振光就分解為振動方向互相垂直的尋常光和非尋常光，兩者之傳播速度不同，待光線穿透出試樣後，就產生了光程差。通過檢偏鏡觀察到尋常光和非尋常光會在同一平面內產生干涉色圖。若在光徑中加入補償片，利用改變補償片的厚度以測量應力大小(如圖 5.2 所示)。此補償器的作用為偏振光導入可調式延遲。當試片之延遲與補償器之延遲相同時，則可以在待測點上觀察到黑色的條紋。

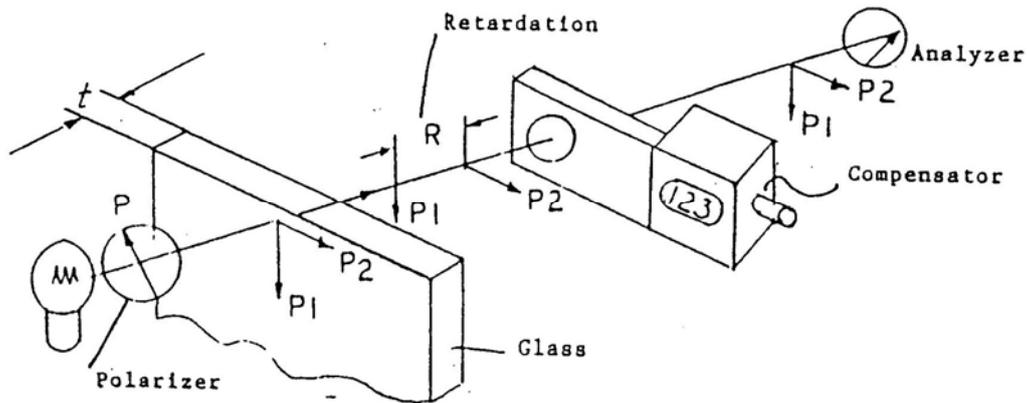


圖 5.2 邊緣應力量測系統〔3〕

### 5.3 邊緣應力量測儀器

#### 5.3.1 邊緣應力量測儀構造

本研究所使用之邊緣應力量測儀為 STRAINOPTIC®公司所出產。邊緣應力量測儀主要由光源底座(PQI-200)、顯微鏡(MISC-100)、補償器(MWA100)三個主要部份。在使用前要先將此三個部份組裝成如圖 5.3 後才能開始量測。

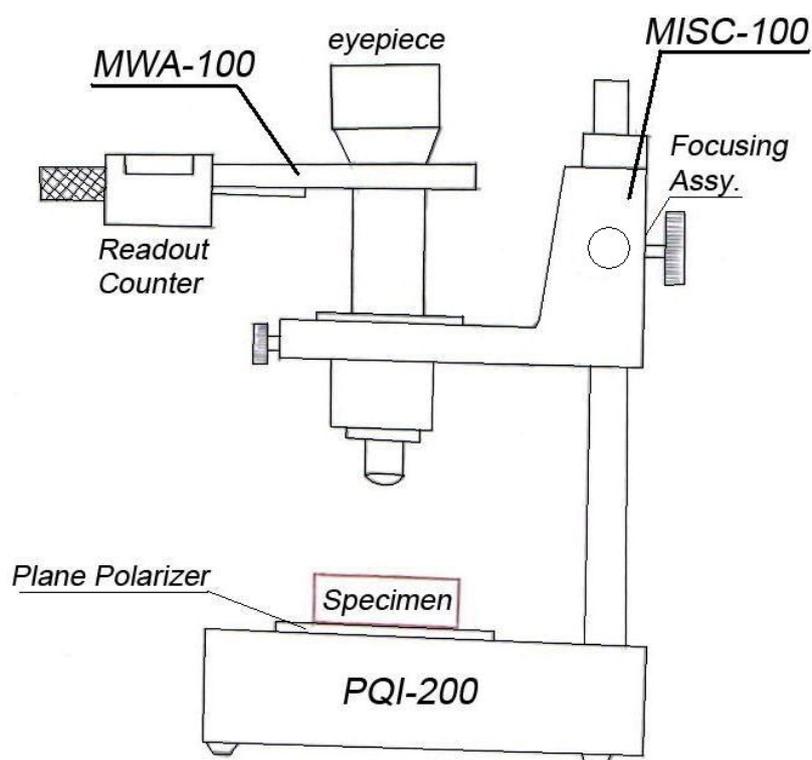


圖 5.3 邊緣應力量測儀構造

#### 5.3.2 邊緣應力量測步驟：

1. 將邊緣應力量測儀組裝成如圖 5.3 所示之結果，並將補償器旋鈕歸零。
2. 清潔玻璃表面。
3. 將玻璃垂直放置在偏振光源與物鏡中間，並使玻璃拋光面與補償片(MWA100)平行。此時便可在目鏡中觀察到玻璃邊緣應力量測曲線。
4. 順時針或逆時針轉動補償器(圖 5.4)旋鈕，使目鏡的標線移動至黑色條紋的中間。
5. 讀取補償器之刻度並紀錄旋鈕轉動的方向(順時針或逆時針)。

### 5.3.3 數據計算方式

玻璃內部應力的大小可由經過試片之偏振光程差計算。經由補償器可利用旋鈕之刻度值得知偏振光的光程差。利用邊應力量測儀即可以此法將其刻度值讀出。如此，便可量測應力結果，其關係式如下：

$$\sigma(\text{MPa}) = \frac{D(\text{count}) \times b \left( \frac{\text{nm}}{\text{count}} \right)}{C_B \left( \frac{\text{m}^2}{\text{N}} \right) \times t(\text{mm})} \quad (5.2)$$

此處：D 為補償器刻度變化值。

b 為補償器常數(=5.58)。

$C_B$  為玻璃之光學應力常數(=2.6)。

T 為量測厚度。

1. 若補償器旋鈕轉動方向為「逆時針」，此時補償器刻度的變化為 0→10→20…。可直接使用刻度值代入(5.2)式中計算應力大小。
2. 若補償器旋鈕轉動方向為「順時針」，此時補償器刻度的變化為 0→990→980…。要先將刻度值減 1000 後再代入(5.2)式中計算應力大小。
3. 利用第 1、2 點之方法計算之結果，當應力為「張應力」時為正值，當應力為「壓應力」為負值。

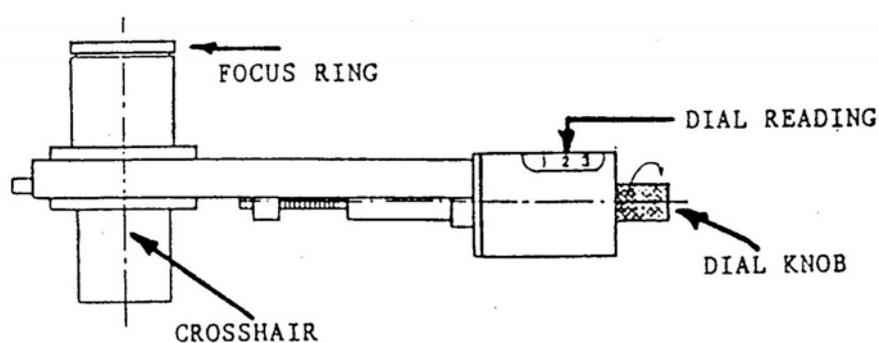


圖 5.4 MWA100 補償器 [3]

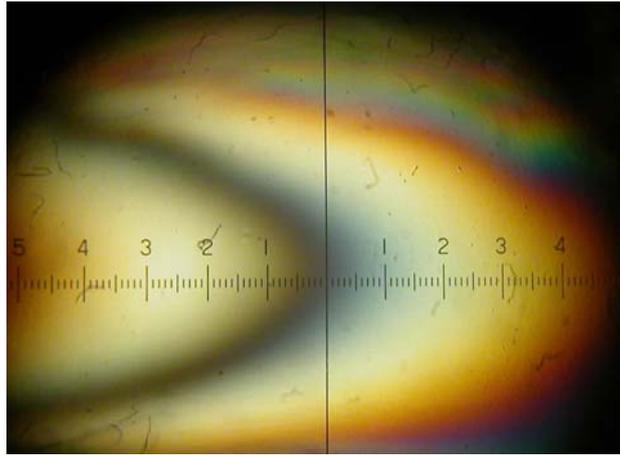


圖 5.5 邊緣應力量測條紋



## 六、結果與討論

火焰拋光法之目的在消除玻璃表面的刮痕。但在刮痕消除的同時，不可以使玻璃的因熱應力的增加而產生破裂。經由應力的模擬與實驗，本研究希望能在其中找到使玻璃能減低拋光中之熱應力的方法。以下便是模擬與實驗之結果。

### 6.1 應力分析結果比較

若依不同熱源種類討論破裂可能性時，第一種熱源分析(flame type 1)為模擬玻璃在單孔噴嘴之熱源加熱下，最大主應力隨時間變化之結果(如圖 6.1、圖 6.4)。由圖中可以發現，當玻璃一開始加熱玻璃時，最大主應力的強度與 y 方向之應力一起劇烈地增加，在第 20 秒時產生第一個峰值。由於此時加熱面靠近玻璃的左側邊緣。此時，玻璃的 y 方向應力可提供玻璃由左側面產生垂直破裂的應力。在火焰進入玻璃之後，約經過 10 秒時，內部應力增加至 100MPa 以上，此時，玻璃極易產生破裂。而當火焰開始加熱 40 秒之後，最大主應力值由 y 方向應力轉變成 x 方向應力。雖然此時之最大主應力則減弱至 200MPa。但在此時，玻璃早已因應力超過玻璃強度而破裂。

第二種熱源分析(flame type 2)為模擬玻璃在孔列式噴嘴之熱源加熱下，最大主應力隨時間變化之結果(如圖 6.2、圖 6.5)。在孔列式噴嘴熱源之下，在 0~30 秒時，最大主應力與 y 方向應力一同增加，到 40 秒後 y 方向主應力則維持在約 60MPa，而此時 x 方向之應力也增加到最大值約 170MPa。

第三種熱源分析(flame type 3)為模擬以加入遮罩之孔列式噴嘴熱源加熱玻璃之最大主應力分佈結果(如圖 6.3、圖 6.6)。與第二種不同的是，最高的應力出現在第二個峰值上，且在加熱中 x 方向與 y 方向的最大應力值的差距維持在 50MPa 左右。這三種熱源施加在 40mm 寬的模型上時，也有類似的效果。以上皆是模擬在噴嘴速度為 1.0 mm/sec 之情況下。

圖 6.7 之拋光狀況是將圖 6.2 之火焰移動速度改成 2.0mm/sec，其餘參數皆相同。在增加噴嘴速度為 2 mm/sec 時而使玻璃表面的最高溫度由 1200°C 降至 900°C 時，此時，y 方向之最大應力約可下降至約一半的量。而 x 方向之最大應力只能減少 1/5。故可知將速度增加可使試片較不易發生 y 方向破裂之情形。

圖 6.8 之拋光參數是將圖 6.3 的拋光參數之均勻火焰寬度由 10mm 降為 2mm。可發現 x 方向之應力下降約 1/3 左右。y 方向應力的第一個峰值消失。由此兩圖中可發現，火焰寬度的下降最明顯的變化，是在火焰剛進入玻璃時，較不易發生 y 方向的破裂。

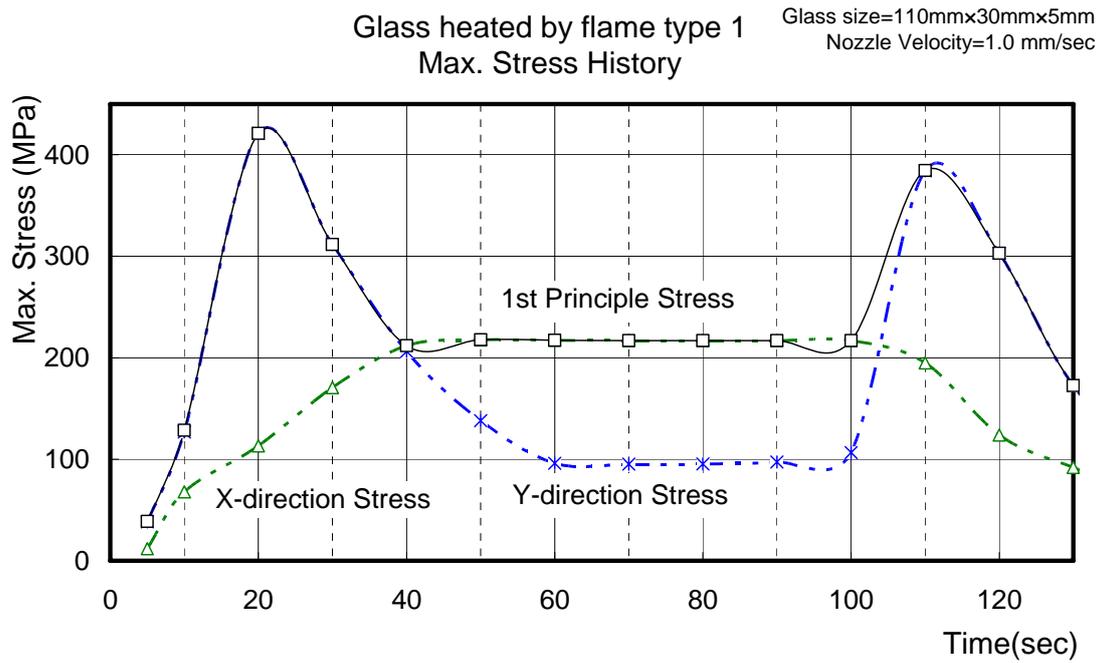


圖 6.1 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 1  
(Glass size:110 mm×30 mm×5 mm , velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

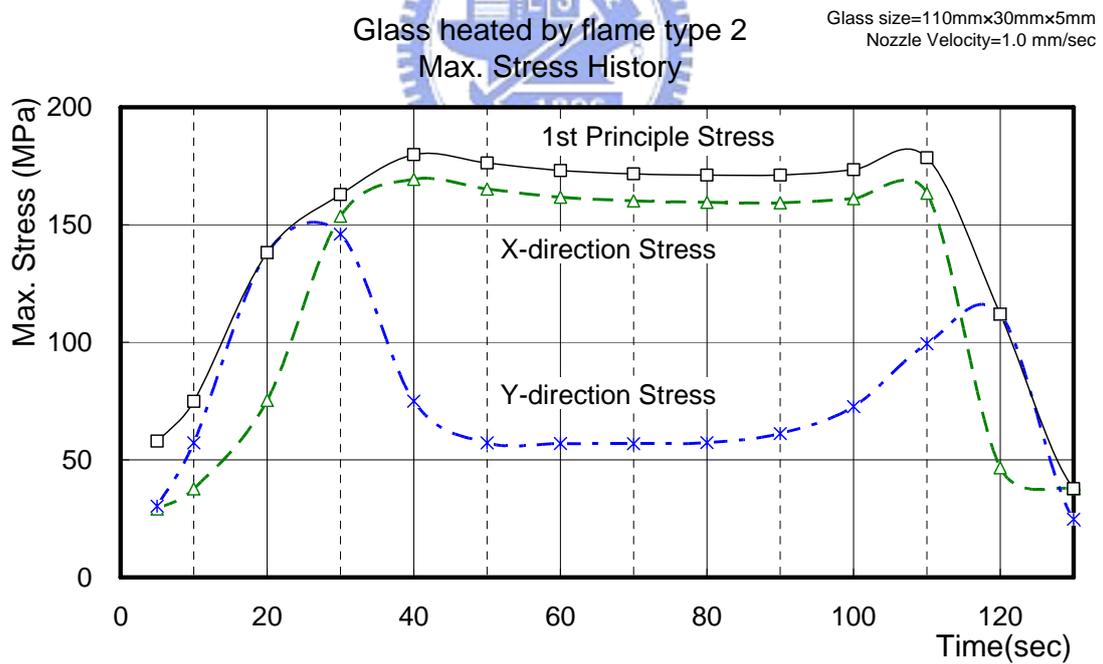


圖 6.2 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 2  
(Glass size:110 mm×30 mm×5 mm , velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

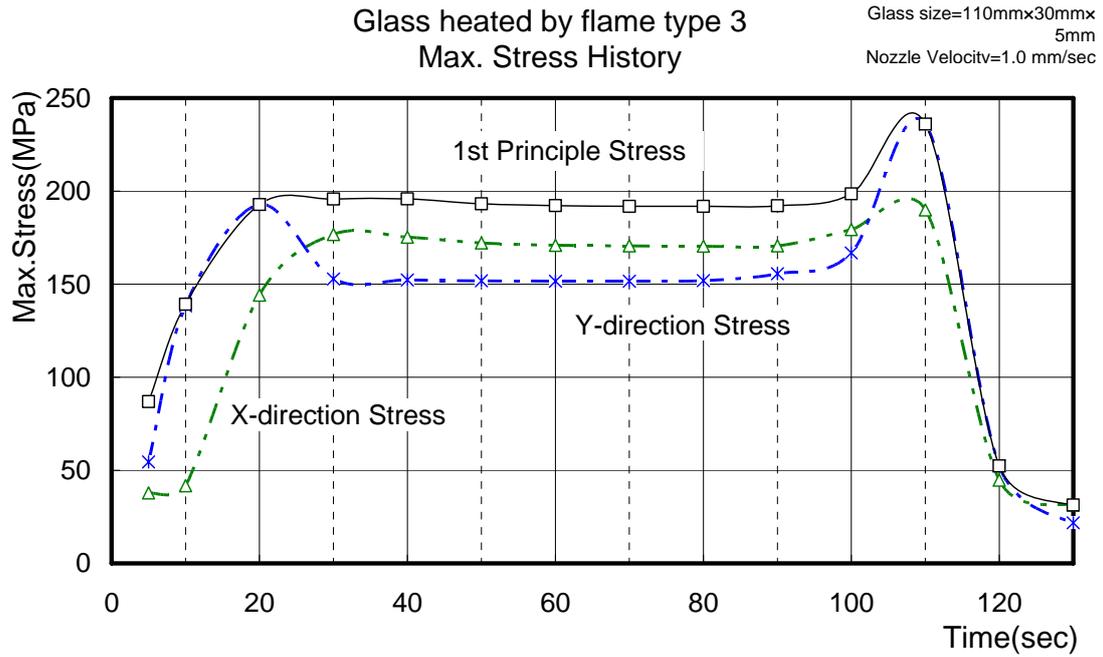


圖 6.3 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 3(10mm width)  
(Glass size:110 mm×30 mm×5 mm , velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

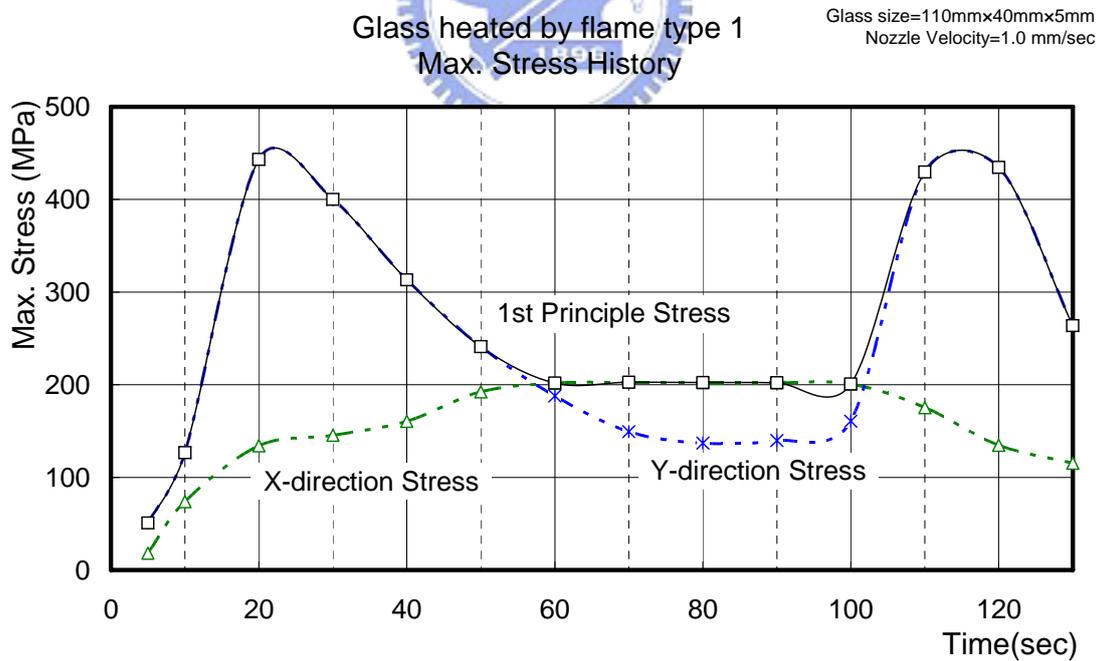


圖 6.4 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 1  
(Glass size:110 mm×40 mm×5 mm, velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

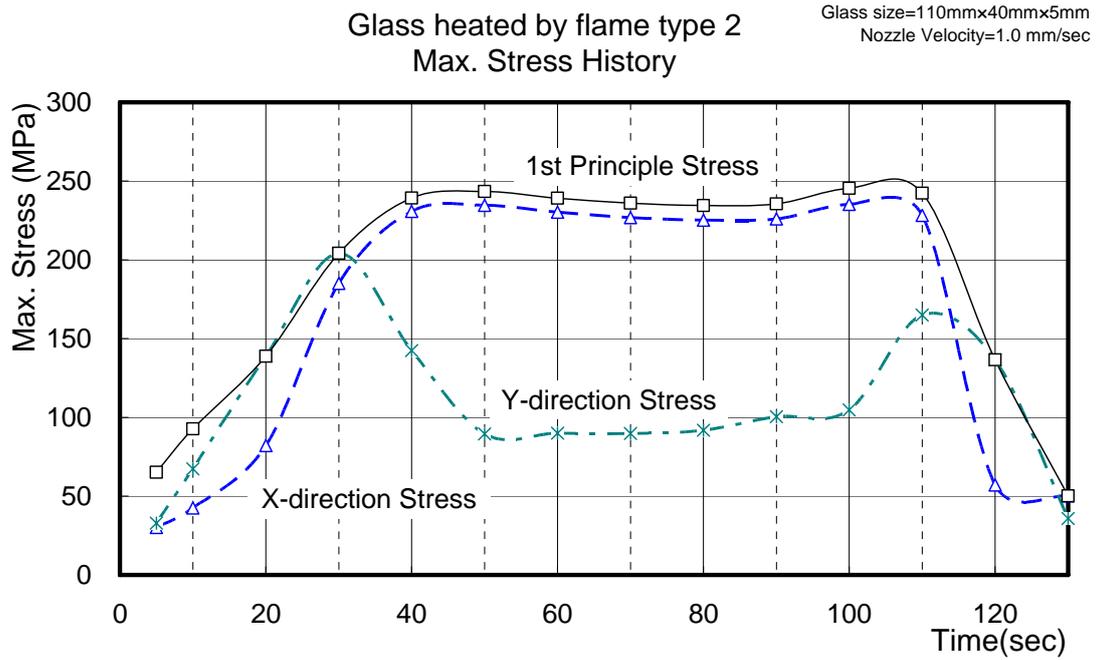


圖 6.5 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 2  
(Glass size:110 mm×40 mm×5 mm , velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

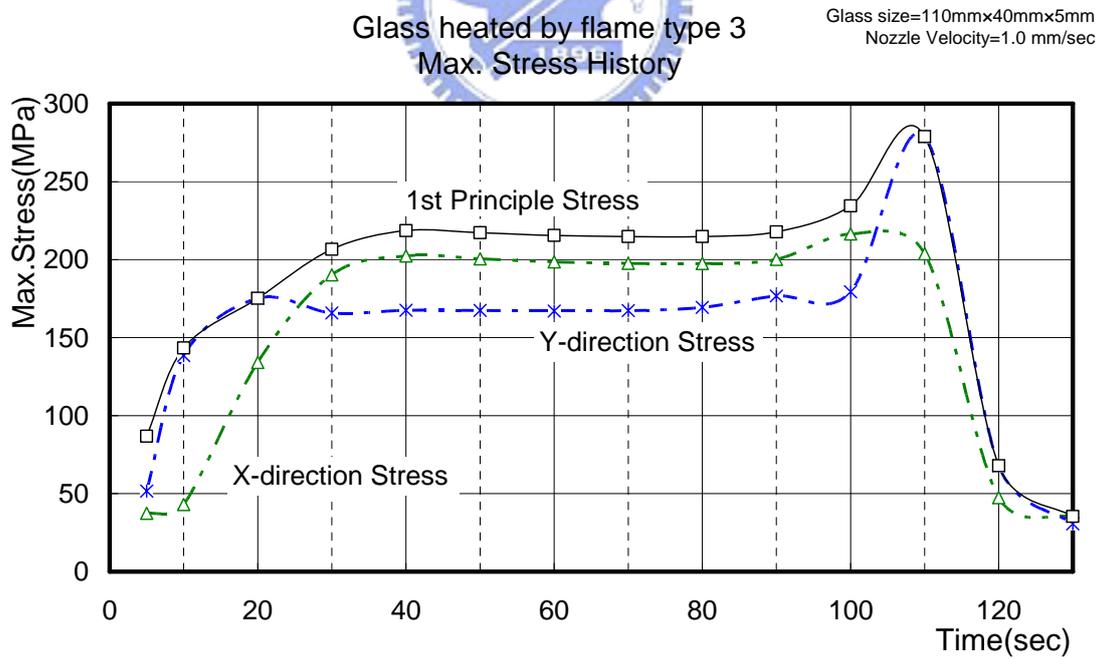


圖 6.6 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 3(10mm width)  
(Glass size:110 mm×40 mm×5 mm , velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

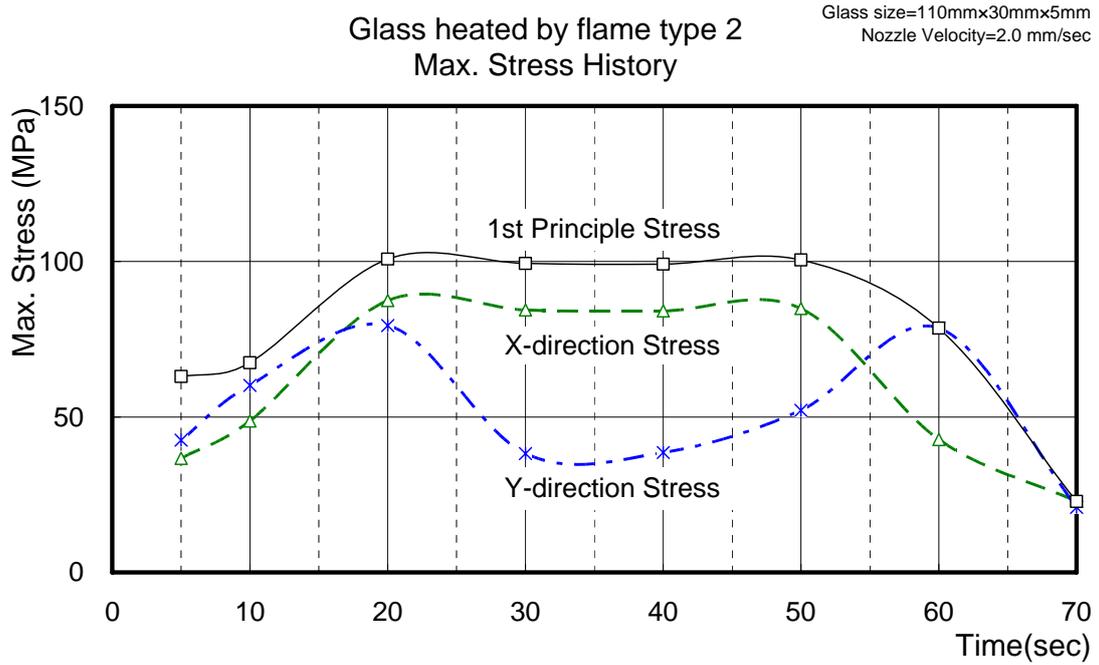


圖 6.7 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 2  
(Glass size:110 mm×30 mm×5 mm , velocity of nozzle:2.0 mm/sec)

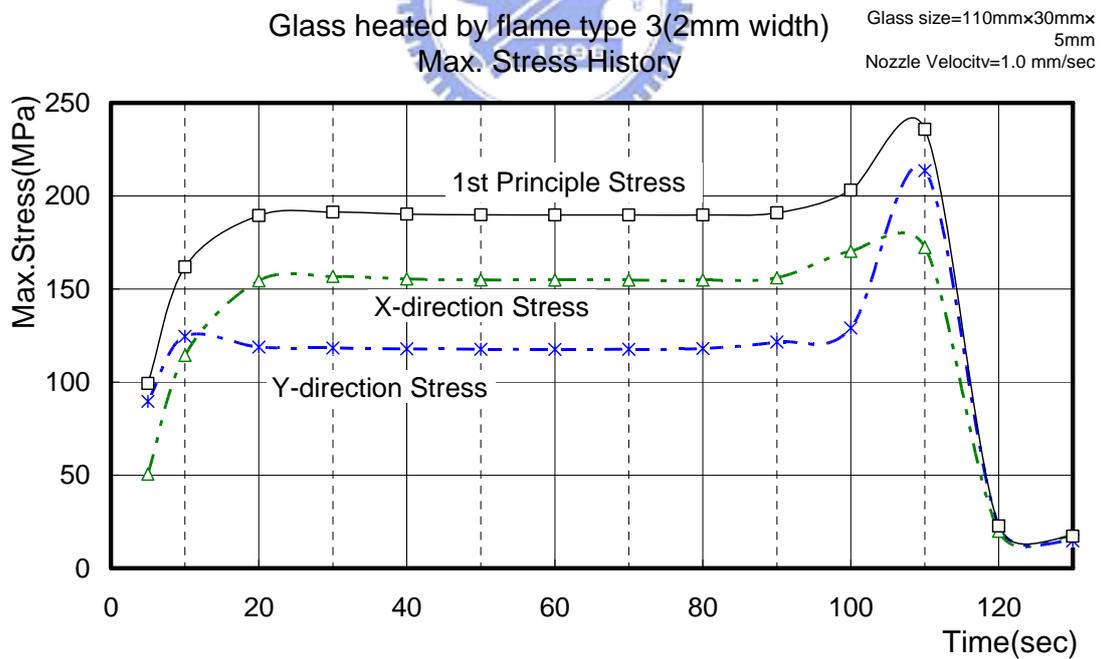


圖 6.8 Max. Stress History of Glass Heated by flame type 3(2mm width)  
(Glass size:110 mm×30 mm×5 mm , velocity of nozzle:1.0 mm/sec)

## 6.2 應力量測結果比較

本研究在量測實驗前，玻璃拋光之參數共有噴嘴移動速度、噴嘴與玻璃之距離、丙烷以及氧氣之流量。實驗之參數如下表所示：

表 6.1 量測實驗前之玻璃拋光條件

實驗組別	馬達轉速 (rev/s)	噴嘴速度 (mm/s)	距離 (cm)	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> 流量 計讀數	丙烷氧氣 混合比例	O <sub>2</sub> 流量 計讀數
Case 1	0.96	1.536	2	20	1 : 3.3	42.3
Case 2	0.96	1.536	2.5	17.4	1 : 3.4	37.5
Case 3	0.96	1.536	3	14.6	1 : 3.5	32.3
Case 4	1.28	2.048	2.5	20	1 : 3.5	45
Case 5	1.28	2.048	3	17.4	1 : 3.3	36.3
Case 6	1.28	2.048	2	14.6	1 : 3.4	31.3
Case 7	1.6	2.56	3	20	1 : 3.4	43.6
Case 8	1.6	2.56	2	17.4	1 : 3.5	38.6
Case 9	1.6	2.56	2.5	14.6	1 : 3.3	30.4

在實驗時發現，玻璃破裂的機率仍然不小，在這些參數之中，以第 2 組、第 5 組、第 6 組及第 8 組之實驗參數有成功之試片，而其他組別之試片的成功率較低。故在數據討論時以此四組之討論為主。通常在同一片試片中，前半的加熱時間較短，常會有加熱不足(Under Heated)的現象發生；而後半之加熱時間較長，所以後半片常常會發生過度加熱(Over Heated)的現象發生。若一開始即產生過度加熱之情況時，則此參數容易造成試片過軟而變形。以下便以實驗所觀察之現象將實驗量測結果區分成三部份：加熱不足、刮痕可消除、過度加熱區分試片的應力量測結果。量測時距離均由非拋光面為原點。

### 1. 加熱不足(Under Heated)：

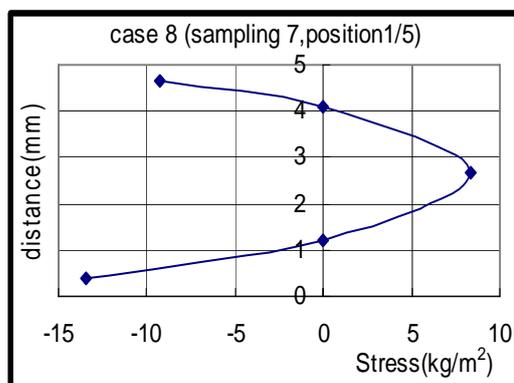


圖 6.9

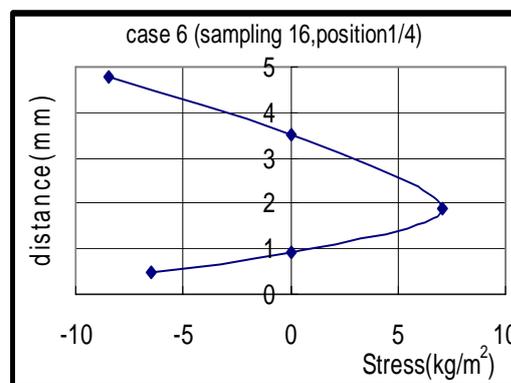


圖 6.10

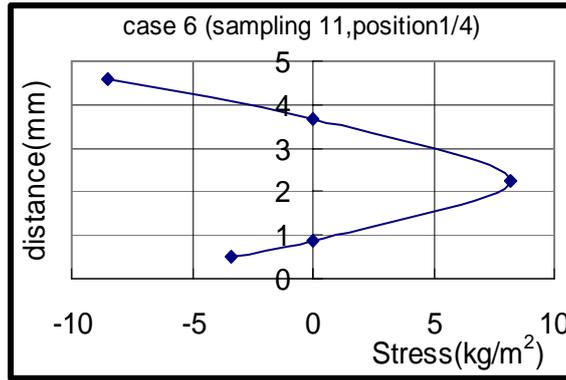


圖 6.11

2.刮痕可消除：

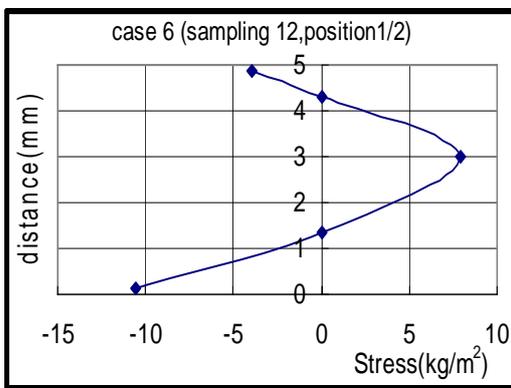


圖 6.12

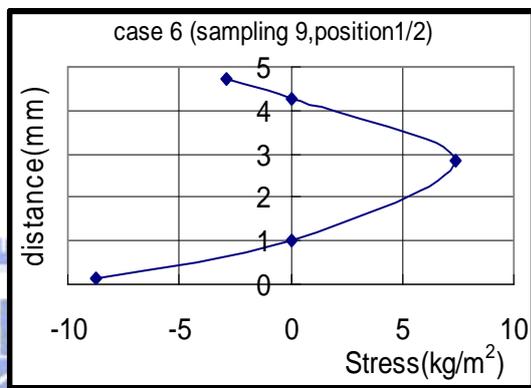


圖 6.13

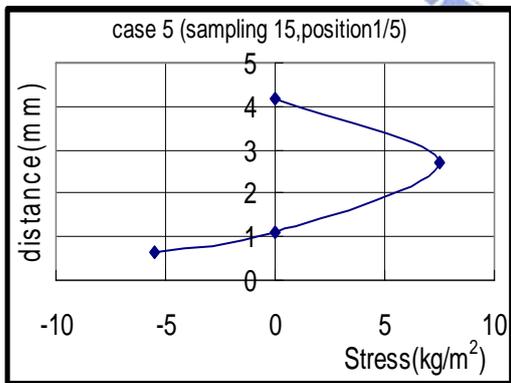


圖 6.14

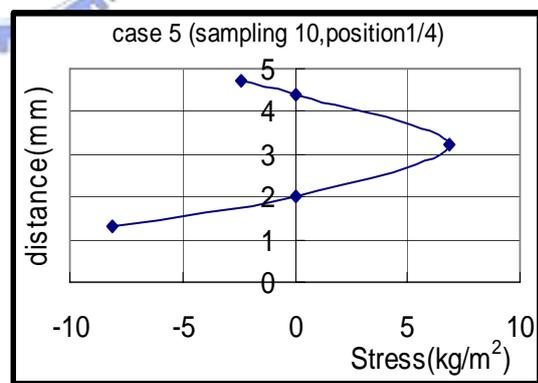


圖 6.15

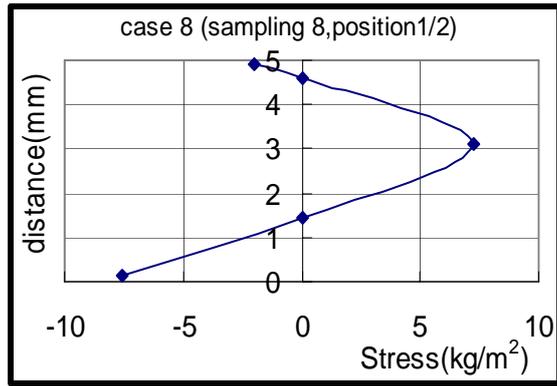


圖 6.16

3. 加度加熱(Over Heated) :

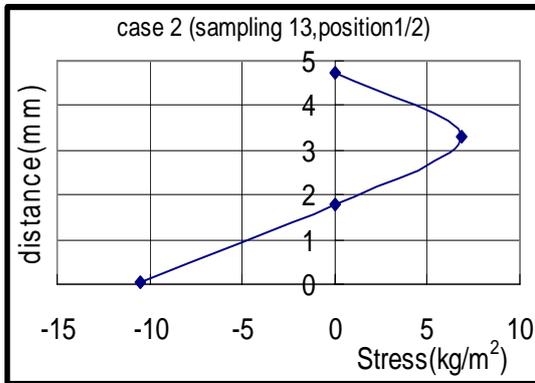


圖 6.17

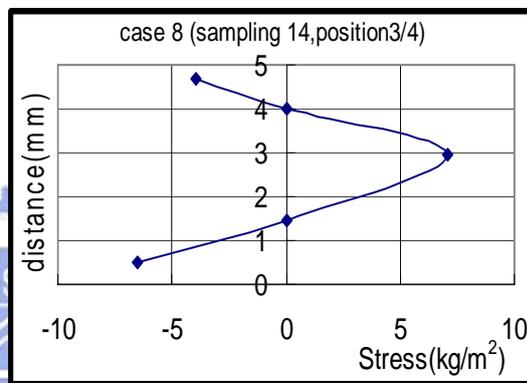


圖 6.18

在量測實驗中可發現，若拋光時玻璃熔融現象發生愈多之區域，其拋光表面之應力會愈小，其邊緣應力曲線往拋光表面移動之程度愈高；若將這些試片再以其加熱部份區分，則可發現在不同參數下，玻璃之水平熔融程度可區分成如下圖所示之結果：

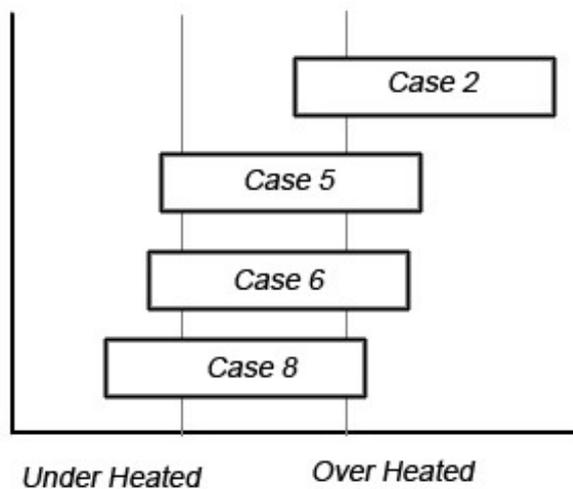


圖 6.19 拋光參數與玻璃加熱狀況

由上圖發現，當拋光參數以表 6.1 調整時，改變噴嘴移動速度對玻璃表面拋光程度的影響改變較大。玻璃以一定速度移動之火焰拋光時，玻璃前段與後段之加熱情況是有所不同的。由量測實驗結果與觀察拋光實驗過程可發現以 Case 6 之參數拋光之刮痕消除效果較好。但 Case 6 之試片並非一整片的刮痕消除效果都很好，觀察拋光實驗可發現，以 Case 6 之狀況拋光之試片在其前 1/5~1/4 為加熱不足(Under Heated)之狀況；而其後 1/3~1/4 之範圍則常會出現過度加熱(Over Heated)之現象。若能在同一次拋光實驗中將噴嘴移動速度，由慢至快漸漸增快，則玻璃刮痕消除效果範圍也可以增加。如此之方法漸漸增加玻璃成功拋光之範圍，最後便可以獲得一整片拋光效果良好之試片。



### 6.3 結論與建議

火焰拋光玻璃術是一種污染較低的玻璃刮痕消除法。以火焰加熱火焰的方式雖能很快地將玻璃刮痕消除，但加熱過程中若稍有不慎，很容易使玻璃破裂，使實驗失敗。本研究對玻璃在加熱過程進行分析，並量測拋光後試片之內部應力分佈。並對各實驗參數結果進行觀察後發現，現行之火焰拋光可針對以下幾點改良：

#### 1. 針對火焰形狀之改良建議：

- a. 提高火焰之均勻性：若玻璃之寬度較小，則火焰之均勻性對玻璃在拋光中破裂之影響性較小；而玻璃寬度增大時，火焰之均勻性則對玻璃之拋光成功率有較大之影響。
- b. 以點熱源加熱玻璃時，不可由中間開始加熱，應在邊角處先加熱至玻璃軟化，否則玻璃容易發生炸裂的現象。

#### 2. 針對火焰移動速度之改良建議：

- a. 火焰在玻璃前端時，以較慢之噴嘴移動速度拋光，可降低玻璃剛開始因熱震而破裂機率。
- b. 火焰進入玻璃之  $1/5 \sim 1/4$  後，可逐漸增加噴嘴移動速度。可以玻璃升溫達到軟化點之上，減低玻璃破裂機率。
- c. 在拋光過程中，若玻璃長度較長時，噴嘴之移動速度應要由慢漸漸增快。

#### 3. 針對玻璃試片放置之建議：

- a. 由於試片在垂直放置之情況下，火焰分佈受重力之影響，不易得到一均勻之火焰。而由 1. a 之改良建議中可知，火焰的均勻性愈好，拋光玻璃的成功率會愈高，若能將玻璃以水平方式放置，可較容易得到一均勻之熱源。

4. 本研究所使用之第一代火焰拋光機，所給予玻璃在拋光後的徐冷環境，是將玻璃放置在空氣中，利用空氣的自然對流使玻璃慢慢冷卻。在此種徐冷狀態下，常會在實驗後發現玻璃產生與拋光面傾斜一角度之裂紋；且通常此裂紋之破裂速度較慢，甚至可用肉眼觀察其行進速度。研究後發現，此乃玻璃試片徐冷不當所致。故設計下一代之玻璃火焰拋光機時，應在拋光機上加上徐冷裝置，使玻璃的時間冷卻增長，即可減少此狀況發生。

## 參考資料

### 第一章：

- [ 01 ] R. V. Kumar, J. Buckett, "Float Glass", Encyclopedia of Materials : Science and Technology, pp.1-8, 2002.
- [ 02 ] Edgar D. Zanotto, Prabhat K. Gupta, "Do cathedral glasses flow ?", American Association of Physics Teachers, 67, 3, pp.392-396, March 1999.
- [ 03 ] Y. M. Stokes, "Flowing windowpanes: fact or fiction?", Journal of The Royal Society, 455, 1987, pp.2751-2756, July 1999.
- [ 04 ] Y. M. Stokes, "Flowing windowpanes: a comparison of Newtonian and Maxwell fluid models", Journal of the Royal Society, 456, 2000, pp.1861-1864, August 2000.
- [ 05 ] Seong-chan Jun, "Controlled Fire Polishing for Scratchitti Removal and Glass Resurfacing", Columbia University, Dr. Thesis ,Chapter 8, 2002.
- [ 06 ] J. Zarzycki, Glasses and the Vitreous State, Cambridge University Press, New York, pp.263, 1991.
- [ 08 ] S. Spinner, "Elastic Moduli of Glasses at Elevated Temperatures by a Dynamic Method", J. Am. Ceram. Soc., 39, 3, pp.113-118 ,1956.
- [ 09 ] A. Q. Tool, "Relation Between Inelastic Deformability and Thermal Expansion of Glass in Its Annealing Range", J. Am. Ceram. Soc., 29, 9, pp.240-253, 1946.
- [ 10 ] O. S. Narayanaswamy, R. Gardon, "Stress and Volume Relaxation in Annealing of Flat Glass", J. Am. Ceram. Soc., 53, 7, pp.380-385, 1970.
- [ 11 ] O. S. Narayanaswamy, "A Model of Structural Relaxation in Glass", J. Am. Ceram. Soc., 54, 10, pp.491-498, 1971.
- [ 12 ] C. R. Kurkjian, "Relaxation of Torsional Stress in the Transformation Range of a Soda-Lime-Silica Glass", Phy. Chem. Glasses, 4, 128-136, 1963.
- [ 13 ] Thomas F. Soules, Robert F. Busbey, Simon M. Rekhson, Alex Markovskiy, "Finite-Element Calculation of Stresses in Glass Parts Undergoing Viscous Relaxation", J. Am. Ceram. Soc., 70, 2, pp.90-95, 1987.
- [ 14 ] M. Hyre, "Numerical Simulation of Glass Forming and Conditioning", J. Am. Ceram. Soc., 85, 5, pp.1047-1056, 2002.
- [ 15 ] A. Y. Yi, A. Jain. "Compression Molding of Aspherical Glass Lenses-A Combined Experimental and Numerical Analysis", J. Am. Ceram. Soc., 88, 3, pp.579-586, 2003.
- [ 16 ] A. Jain., A. Y. Yi, "Numerical Modeling of Viscoelastic Stress Relaxation During Glass Lens Forming Process", J. Am. Ceram. Soc., 88, 3, pp.530-535, 2005.

## 第二章：

- [ 01 ] 邱關明，黃良釗，玻璃形成學，一版，北京，兵器工業出版社發行，民國七十六年。
- [ 02 ] 王承遇，胡佩庸，王木琴著，儀器玻璃，台北，復文書局，民國八十四年。
- [ 03 ] J. Zarzycki, Glasses and the Vitreous State, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [ 04 ] ANSYS Release 8.0 Documentation, Structural Analysis Guide, Chapter 4.7

## 第三章：

- [ 01 ] J. Zarzycki, Glasses and the Vitreous State, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [ 02 ] 森谷太郎等編著，邱標麟譯，玻璃製造學，六版，台南，吳主和發行，民國九十一年。
- [ 03 ] Arun K. Varshneya, Fundamentals of Inorganic Glass, Academic Press, Boston, 1994.
- [ 04 ] James E. Shelby., Introduction to Glass Science and Technology, England : The Royal Society of Chemistry, Cambridge, 1997.
- [ 05 ] 森谷太郎等編著，邱標麟譯，玻璃製造學，六版，台南，吳主和發行，民國九十一年，第 177 頁。
- [ 06 ] S. Spinner, "Elastic Moduli of Glasses at Elevated Temperature by a Dynamic Method", J. Am. Ceram. Soc., 39, 3, pp113-118, 1956.
- [ 07 ] D. A. McGraw, "Method for Determining Young's Modulus of Glass at Elevated Temperatures", J. Am. Ceram. Soc., 35, pp22-27, 1952.
- [ 08 ] Horst Scholze, Glass nature, structure, and properties, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [ 09 ] 王承遇，胡佩庸，王木琴著，儀器玻璃，台北，復文書局，民國八十四年。
- [ 10 ] Narottam P. Bansal, R. H. Doremus, Handbook of Glass Properties, Academic Press, pp.53, 1986.
- [ 11 ] 森谷太郎等編著，邱標麟譯，玻璃製造學，六版，台南，吳主和發行，民國九十一年，第 510 頁。
- [ 12 ] 程道腴，鄭武輝，玻璃學，徐氏文教基金會，台北，第 95 頁。

## 第四章：

- [ 01 ] W. N. Findley, J. S. Lai, K. Onaran, Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials, New York, 1976.
- [ 02 ] N. J. Kreidl, Glass: Science and Technology, Volume 3 Viscoelastic and Relaxation, New York, 1986, pp.279.
- [ 03 ] R. Gardon, O. S. Narayanaswamy, "Stress and Volume Relaxation in Annealing

- Flat Glass", J. Am. Ceram. Soc., 53, 7, pp.380-385, 1970.
- [ 04 ] G. W. Scherer, "Use of Adam-Gibbs Equation in the Analysis of Structure Relaxation", J. Am. Ceram. Soc., 67, 7, pp.504-511, 1984.
- [ 05 ] R. S. Lakes, Viscoelastic Solids, New York, 1999.
- [ 06 ] O. S. Narayanaswamy, "A Model of Structural Relaxation in Glass", J. Am. Ceram. Soc., 54, 10, pp.491-498, 1971.
- [ 07 ] R. K. Bordia, G. W. Scherer, "On Constrained Sintering-I. Constitutive Model for a Sintering Body", Acta.Metall, 36, 9, pp.2393~2397, 1988.
- [ 08 ] T. F. Soules, R. F. Busbey, S. M. Rekhson, A. Markovsky, M. A. Burke, " Finite Element Calculation of Stress in Glass Parts Undergoing Viscous Relaxation", J. Am. Ceram. Soc., 70, 2, pp.90-5, 1983.

第五章：

- [ 01 ] J. M. Squilbin, M. Moulart, Annealing. Flat Glass-Hollow Glass. Annealing Lehrs., CNUD S. A., Belgium, 1995.
- [ 02 ] 王承遇，胡佩庸，王木琴著，儀器玻璃，初版，台北，復文書局，民國八十四年。
- [ 03 ] MWA Instruction Manual of Strainoptic Technologies, Inc.
- [ 04 ] ASTM Standard : C1279 Test Method for Non-Destructive Photoelastic Measurement of Edge and Surface Stress in Annealed, Heat-Strengthened, and Fully Tempered Flat Glass.
- [ 05 ] 林宸生著，光電精密量測，台北，全欣資訊，民國八十二年。
- [ 06 ] 張阜權，孫榮山，唐偉國，光學，台北，亞東書局，民國七十七年。