

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

增進活塞熱傳效益之數值模擬

A Numerical Analysis In Improving Heat Transfer
Efficiency on the Crown of the Piston

研究生：賴昱志

指導教授：傅武雄 博士

中華民國九十三年六月

增進活塞熱傳效益之數值模擬

**A Numerical Analysis in Improving Heat Transfer Efficiency on
the Crown of the Piston**

研究生：賴昱志

Student : Yu-Chih Lai

指導教授：傅武雄

Advisor : Wu-Shung Fu

國立交通大學
機械工程學系
碩士論文



Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

June 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年六月

增進活塞熱傳效益之數值模擬

研究生：賴昱志

指導教授：傅武雄

國立交通大學機械工程學系

摘要

本文主要目的在以數值方法探討活塞內部加裝一冷卻渠道，觀察此渠道在近進口流、活塞做往復運動下以及浮力效應作用下，渠道內部流場和溫度場的變化，並討論冷卻流體對活塞高溫壁面的熱傳增益。

本研究採用葛拉金有限元素法，配合 Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) 座標描述方法，首先探討冷卻流體在往復運動下的流場和溫度場之變化，以瞭解這類問題的運動機制，並進而針對不同引擎的擺置方式、流場雷諾數以及浮力效應，比較其對活塞高溫壁面的熱傳增益。綜合所獲得的研究結果，當活塞運動後，會在活塞高溫壁面附近產生類似牽引和推擠流體現象，使得原本附在高溫壁面上之溫度邊界層受到擾動而被破壞和縮小，熱傳效果會有效提升。而當進口流速度及重力方向相反的狀況下，高溫流體會因為浮力效應被帶離壁面，熱傳效率有提升的現象。

A Numerical Analysis in Improving Heat Transfer Efficiency on the Crown of the Piston

Student: Yu-Chih Lai

Advisor: Wu-Shung Fu

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

The aim of this numerical analysis is to investigate the variations of flow and thermal fields in the cooling channel within the reciprocating piston, and discuss the heat transfer effect of the cooling flow on the heated crown of the piston.

At first, a Galerkin finite element formulation with ALE method is adopted to investigate the variations of the flow and thermal fields induced by the reciprocation of the piston. Then, the heat transfer effect on different model set up such like different Reynolds numbers, Grashof numbers, and piston's relative angles from horizon, will be shown and discussed. Based on the above procedures, the results show that the reciprocating piston may draw and push the cooling flow. This phenomenon will destroy the thermal boundary layer and contract its thickness. Therefore, the heat transfer rate is enhanced remarkably. On the other hand, when inlet flow direction is set up against gravity, heated fluid will be taken away from high temperature surface by buoyancy, that way enhances heat transfer efficiency.

誌謝

感謝父母含辛茹苦的養育之恩及關懷與支持，與家人、親友的照顧與鼓勵，使我今日方能得以完成碩士學業。在此，謹將此碩士論文獻給親愛且敬重的雙親。

衷心感謝指導教授傅武雄教授兩年來在課業與研究上的悉心指導，以及在為人處事方面的諄諄教誨，在此謹致最高的謝忱與敬意。同時也要感謝機械系諸師長在課業上的教導。並且感謝實驗室童寶鴻學長以及黃建平學長在論文與數值方面上的協助與指導，使研究得以順利完成，深表謝意。



目錄

中文摘要.....	II
英文摘要.....	III
誌謝.....	IV
目錄.....	V
表目錄.....	VII
圖目錄.....	VIII
符號說明.....	XI
第一章 緒論.....	1
第二章 ALE 座標描述方法之運動學理論與數學模式.....	10
2.1 網格描述與座標系統.....	10
2.2 ALE 運動學理論.....	11
2.3 ALE 中的統御方程式.....	11
2.4 格點速度.....	12
第三章 物理模式.....	14
3.1 物理模式.....	14
3.2 統御方程式.....	15
3.3 初始條件與邊界條件.....	17
3.4 紐塞數計算.....	18
第四章 數值方法.....	22
4.1 流場數值計算.....	22
4.2 格點測試.....	28
第五章 結果與討論.....	37
5.1 穩態下 Re no.、 Gr no. 及重力方向對流場及溫度場的影響.....	37
5.2 活塞往上、往下移動對流場及出口質流率的影響.....	41

5.3 頻率及振幅對流場及溫度場的影響.....	42
5.4 重力方向和進口流相反， Re No.、 F_c 及 L_c 對流場及溫度場的影響.....	47
5.5 改變重力和進口流速度的相對方向，對流場及溫度場的影響.....	51
第六章 結論與建議.....	85
6.1 結論.....	85
6.2 建議.....	86
參考文獻.....	87
附錄 A.....	91
附錄 B.....	93



表目錄

表 3-1 無因次幾何長度表.....	20
表 3-2 各種參數組合表	21



圖目錄

圖 1-1 Sulzer RTA90 機型之活塞冠斷面示意圖.....	8
圖 1-2 歷年 Sulzer 柴油引擎動力輸出圖.....	9
圖 2-1 ALE 運動學示意圖.....	18
圖 3-1 物理模式圖.....	19
圖 4-1 元素節點排列方式示意圖.....	30
圖 4-2 程式架構圖.....	31
圖 4-3 截面 A-B 與截面 C-D 示意圖.....	32
圖 4-4 網格測試比較圖($Re=200$, $Gr/Re^2 = 1$, 重力向下).....	33
圖 4-5 渠道出口速度分佈圖.....	34
圖 4-6(a) 謝[34]之流線圖及本文之流線圖 ($Ra = 10^4$).....	35
圖 4-6(b) 謝[34]之流線圖及本文之流線圖 ($Ra = 10^5$).....	36
圖 5-1 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, 重力和進口流反向, 穩態之流線、等溫線圖.....	54
圖 5-2 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, 重力和進口流反向, 穩態之流線、等溫線圖.....	55
圖 5-3 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$ 、 1 , 重力和進口流反向, 穩態之高溫面局部 Nu_x 分佈圖.....	56
圖 5-4 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, 重力和進口流反向, 穩態之流線、等溫線圖.....	57
圖 5-5 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, 重力和進口流反向, 穩態之流線、等溫線圖.....	58
圖 5-6 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$ 、 250 , $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$ 、 40 , 重力和進 口流反向, 穩態之高溫面局部 Nu_x 分佈圖.....	59
圖 5-7 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 1$ 、重力和進口流同向, 穩態之流線、等溫線圖.....	60
圖 5-8 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 17.5$ 、重力和進口流同向, 穩態之流線、等溫線圖.....	61
圖 5-9 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$ 、 17.5 , 重力和進口流同向, $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, 重力和進口流反向, 穩態之高溫面局部 Nu_x 分佈圖.....	62
圖 5-10 穩態下 $Re = 200$, 重力和進口流同向, 高溫面平均紐塞數對 Gr 分佈圖.....	63

圖 5-11 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 一穩定週期及活塞固定不動的 出口質流率對時間分佈圖	64
圖 5-12 1/4 及 3/4 週期時的出口速度分佈圖	65
圖 5-13 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 移動 邊界移動一週期之流場流線圖	66
圖 5-14 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 移動 邊界移動一週期之流場等溫線圖	67
圖 5-15 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 1/4~4/4 週期之高溫面局部紐塞數分佈圖	68
圖 5-16 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 移動邊界移動一週期之流場流線圖	69
圖 5-17 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 移動邊界移動一週期之流場等溫線圖	70
圖 5-18 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 1/4~4/4 週期之高溫面局部紐塞數分佈圖	71
圖 5-19 $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, Gr/Re^2 分別為 1 及 250 , 且重力方向和進口流相反的 高溫面平均紐塞數對時間分佈圖	72
圖 5-20 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 移動邊界移動一週期之流場流線圖	73
圖 5-21 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反, 移動邊界移動一週期之流場等溫線圖	74
圖 5-22 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反,	

1/4~4/4 週期之高溫面局部紐塞數分佈圖	75
圖 5-23 $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, $Re = 200$ 、 500 , Gr/Re^2 分別為 1 及 0.16 , 且重力 方向和進口流相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈圖.....	76
圖 5-24 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相反 , 移 動邊界移動一週期之流場流線圖.....	77
圖 5-25 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相反 , 移 動邊界移動一週期之流場等溫線圖	78
圖 5-26 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相反, 1/4~4/4 週期之高溫面局部紐塞數分佈圖.....	79
圖 5-27 $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, $Re = 200$ 、 500 , Gr/Re^2 分別為 250、1、40 及 0.16 , 且重力方向和進口流相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈圖.....	80
圖 5-28 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相同 , 移動 邊界移動一週期之流場流線圖.....	81
圖 5-29 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相同 , 移動 邊界移動一週期之流場等溫線圖.....	82
圖 5-30 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相同, 1/4~4/4 週期之高溫面局部紐塞數分佈圖.....	83
圖 5-31 $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, $Re = 200$ 及 $Gr/Re^2 = 1$, 且重力方向和進口流分別相 反及相同的高溫面平均紐塞數對時間分佈圖.....	84

符號說明

f_c	活塞的振盪頻率	$[s^{-1}]$
F_c	無因次活塞的振盪頻率($F_c = f_c w_1 / v_0$)	
g	重力加速度	$[m/s^2]$
h	渠道長度	$[m]$
h_1	移動界面至出口長度	$[m]$
J	座標轉換之 Jacobian	
k	熱傳導係數	$[W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}]$
l_c	活塞振幅	$[m]$
L_c	無因次活塞振幅 [$L_c = l_c / w_1$]	
n	表面法向量	
Nu	平均紐塞數	
Nu_x	局部紐塞數	
p	壓力	$[N \cdot m^{-2}]$
p_∞	參考壓力	$[N \cdot m^{-2}]$
P	無因次壓力 ($P = (p - p_\infty) / \rho v_0^2$)	
Pr	普朗特數 ($Pr = \nu / \alpha$)	
Re	雷諾數	
Gr	Grashof 數 ($g \beta \Delta T w_1^3 / \nu^2$)	
t	時間	$[sec]$
T	溫度	$[K]$
T_h	高溫壁面溫度	$[K]$



T_0	進口溫度	[K]
u, v	x 和 y 方向速度	[$m \cdot s^{-1}$]
v_0	進口速度	[$m \cdot s^{-1}$]
v_b	活塞振盪速度	[$m \cdot s^{-1}$]
v_m	活塞最大振盪速度	[$m \cdot s^{-1}$]
\hat{u}, \hat{v}	x 和 y 方向之格點速度	[$m \cdot s^{-1}$]
U, V	x 和 y 方向之無因次速度	
V_b	無因次活塞振盪速度	
V_m	無因次活塞最大振盪速度	
\hat{U}, \hat{V}	x 和 y 方向之無因次格點速度	
w	渠道高溫壁面長度	[m]
w_1	渠道入口寬度	[m]
w_2	入口渠道和出口渠道之間隔寬度	[m]
x, y	卡式座標	[m]
X, Y	無因次卡式座標	



希臘符號

α	熱擴散係數	[$m^2 \cdot s^{-1}$]
Φ	計算變數	
λ	處罰函數	
ν	動黏滯係數	[$m^2 \cdot s^{-1}$]
θ	無因次溫度	
ρ	密度	[$kg \cdot m^{-3}$]

τ 無因次時間

β 膨脹係數

$[T^{-1}]$

上標

(e) 主元素

m 迭代次數

其他

$||$ 絕對值

$[]$ 矩陣



第一章 緒論

近年來為因應許多工程上的需要，機械元件所需承受的熱負載不斷增加，為解決此一現象所衍生的元件損害與故障，熱機構熱傳效應的提昇一直是重要的研究課題。

船舶的引擎為船舶推進的動力來源，一旦引擎發生故障，將造成船舶無法正常繼續航行。而位於引擎燃燒室附近之機械元件，因長期處在高溫高壓的熱負載狀態下，容易且經常發生故障。燃燒室內之活塞，其頂部直接與汽缸內之火焰接觸，除了承受爆炸瞬間的極大壓力外，亦從燃氣中吸收了大量的熱量，若活塞頂部溫度過高，又不能及時冷卻，使用日久，將造成活塞燒損或龜裂，這不只使引擎無法正常運轉，發揮其最大效率，也會使維修營運成本增加。

為因應全球石油危機，節約能源政策已在全世界所有國家努力下執行。因此為了降低燃油成本在航運成本所佔的高比例，船舶引擎的發展將朝向低引擎轉速、高溫高壓之熱力循環等方向邁進。為了使船舶的引擎效率提昇，以最少的消耗油量產生最大的輸出動力，勢必要提高燃燒壓力，也因此增加了燃燒溫度。目前船舶柴油主機推進引擎，其內部燃燒室之最大循環壓力與溫度 (Maximum cycle pressure and temperature) 已高達 120 bar 及 1500°C，活塞在此高溫高壓工作環境下，經常會有損壞的情形。為因應船舶引擎的馬力輸出再提高，所造成引擎活塞熱負載增高的問題，活塞之冷卻技術必須配合提昇，以便能將瞬間達到高溫的部分熱量帶走，降低其溫度，使得活塞材料能夠承受更高的溫度與壓力。因此對活塞內更有效之冷卻系統熱傳性能的研究，實為現代造船工業朝向低耗油率、輸出馬力大等發展趨勢之重要研究焦點。

目前船舶用柴油主機的活塞冷卻系統種類繁多，以蘇撒 (SULZER) 的大型柴油主機為例，如圖 1-1，其活塞的冷卻大多採用孔道式冷卻系統。圖 1-2 為從 1968 至 1998 年，蘇撒之大型柴油機每單位活塞面積上所能承受的引擎最大輸出功

率，與其相對應時間之活塞內部的冷卻系統發展過程。如圖裡所示，在這 30 年期間，柴油機內之每單位活塞面積所能負載的最大功率由 0.34 增加至 0.78 ($\text{kW} / \text{cycle cm}^2$)，除了表示活塞內部冷卻系統更有效率外，也因此使得其設計逐年複雜。在 1969 至 1979 年間，蘇撒大型柴油機的冷卻系統主要為在活塞冠內之冷卻室設計一些冷卻孔道，當活塞作往復運動時，加壓的冷卻流體經由在冷卻室下方的伸縮管進入此孔道內，俟其完成熱交換後，再藉由另一伸縮管將冷卻流體送出引擎外，完成冷卻系統的循環。為了能使活塞承受更大的輸出功率，1980 年後，蘇撒採用了另一種冷卻系統。此種冷卻系統保留之前的冷卻室，但額外在活塞冠下方加裝少許的密封管道，稱之為往復運動熱管，即是利用其往復運動的特性來增加冷卻效果，又因此冷卻管道可盡量接近受熱表面，使冷卻效果大增。在最近幾年，更出現以衝擊噴射 (jet impingement) 來提昇活塞內的熱傳性能，雖然此技術有助於冷卻效率的提昇，卻也因此無形中增加了製造上的困難。

由於活塞冷卻通道內之冷卻流體會隨活塞作往復運動，其流場與其熱傳特性除與管道的幾何形狀有關外，也會受系統往復運動時所產生的往復力影響，形成流場邊界隨往復運動移動之特殊流場，可歸屬於移動邊界的問題。相關此類的研究文獻並不多見。

在過去，Grassmann and Tuma [1] 在 1979 年以實驗量測一受脈動力之平滑管流，於紊流狀態下之質傳特性。結果證明其 Sh. no. (Sherwood number) 可增加至一般穩態管流的 250%。Patera and Mikic [2] 指出此現象是因為流體受脈動力影響，自壁面處產生分離 (separation) 及回流 (flow reversal) 兩種混合 (mixing) 現象，進而增加了流場的不穩定性 (hydrodynamics instability) 所造成的效果。Kim [3] 等人更利用數值模擬方法，發現受脈動力影響之流場，其熱傳特性也會受其所施的脈動力大小不同而有所差異。Bergles [4] 在 1996 年的美國國家熱傳會議邀請演講中，指出近年來工業界提昇熱傳性能的技術有環形管流 (coiled tubes)、表面粗糙法 (rough surface)、衝擊噴射 (jet impingement) 等實用技術。其中以表面粗糙法之內設凸起物 (rib) 較被廣泛採

用，於工業應用中，很多熱交換器及燃器渦輪葉片內，即利用各種不同形式之凸起物來提昇熱傳性能，因為凸起物本身穿透流場次邊界層（sub-layer），並引生渦流（eddy）及增加紊流強度（turbulence intensity），使得熱傳性能得以提昇。而自 60 年代即有許多有關此方面的研究，例如 Webb [5]，Lewis [6] 等人，以實驗量測或數值模擬來探討於平滑管中加裝凸起物對熱傳性能的影響，結果都證明其熱傳效果都遠比平滑管來得好。Han [7] 以雷諾數從 7000 至 9000 之紊流流場在內設凸起物之方管中進行實驗，發現因加裝凸起物所受的影響，其局部 St 數（local Stanton number）可增加至平滑管的 150% -220%，往後持續性的研究大都朝向改變入口區的形狀、長度，以及改變凸起物的幾何形狀與裝設位置等方面進行。Chang [8] 利用實驗量測方法，比較內設凸起物之靜止流場與受往復運動之動態流場的熱傳性能。結果發現往復運動下的熱傳效果，會隨著往復運動速度的增加而提昇，當達到其實驗中的最高往復運動速度時，熱傳效果可比在靜止流場中增加 45%。

由上述文獻得知，以數值模擬研究時，很多都是採用相對速度的觀念，假設物體為靜止不動，流體以某一相對速度流經物體，再以數值方法解析；或者是採用隨運動中的物體移動而移動的非慣性參考座標（Non-inertial reference frame），再以數值方法模擬這類問題。但是上述文獻所討論的引擎活塞的往復運動，或者其他如行進中的車輛受風的吹襲、流體機械的運轉、飛機起降時受側風的吹襲、無塵室中工作人員或機器的運動等，物體因為是在流動的流體中運動，物體與流體間交互作用所誘導的流場和溫度場變化是屬於動態的移動邊界問題（moving boundary problem）。當物體在流動的流體中運動時，會有物體擠壓流體和流體填補因物體移動所產生的空洞（vacant space）之物理現象。因此，當以相對速度模擬這類問題時，流場和溫度場的變化機制並無法詳實、明確的表現出來。

目前在解析流體力學問題時，一般用於描述流體運動的參考座標系統可分為兩種：一為拉格朗日方法（Lagrangian method），另一為尤拉方法（Eulerian

method)。採用拉格朗日方法來計算流場運動時，把焦點集中在每一個流體質點上，流體質點與周遭流體質點間的交互作用所誘導的對流效應無法適當的描述；在以數值計算模擬時，其計算網格會隨著流體質點的運動而移動，因各個流體質點的運動速度不一樣，致使計算網格嚴重的變形扭曲，但此方法可適切描述流場具有自由液面（free surface）或移動介面（moving interface）之邊界。採用尤拉方法描述流場運動時，把焦點集中在流場中某一區域內，探討此一區域流場內所有流體質點的運動；在以數值方法模擬時，計算網格是固定不動的，因此允許流體質點的運動有較大的速度差與變化，但並無法適切的描述移動邊界問題。

因此對於所探討的移動邊界問題，欲以數值方法模擬時，必須考慮流體與物體間的移動介面，為了實際上的需要，理應採用拉格朗日方法，如此方能模擬這類問題，但是當移動邊界所造成的流場之外另有其他流場存在時，則容易產生誤差，乃至於無法得到收斂解。因此，單獨採用拉格朗日或尤拉方法，均無法適切的描述這類流場，為了解決此一缺點，以便能適切的模擬上述的移動邊界問題，Noh [9]提出了一種結合了拉格朗日和尤拉方法特徵的方法，稱為 Couple Lagrangian-Eulerian method，首先用於計算包含可動液體邊界之二維液動問題，證明這種方法能適切的用於描述移動邊界問題。Hirt 等人[10]則採用了 Couple Lagrangian-Eulerian method，並利用有限差分（finite difference）方法處理可壓縮與不可壓縮流場的移動邊界問題，並將此方法改稱為 arbitrary Lagrangian-Eulerian method (ALE)，對於 ALE 的使用方法、穩定性、準確度和網格處理方式有初步的描述。Hughes 等人[11]則率先將 ALE 應用在有限元素（finite element）的分析上來解決黏性不可壓縮流場之自由表面問題，對於 ALE 方法所牽涉到的座標轉換關係有著詳盡與深入的說明，並驗證了 ALE 方法使用因具有自由液面所產生的波動問題有較佳的收斂結果。

最近幾年來，利用 ALE 方法處理工程問題的參考文獻越來越多，其中包含了流體力學、材料製成與固體力學上的問題。在具有自由液面的流體力學問題上，Huerta 和 Liu [12]利用 ALE 方法，並配合網格重建的方式，探討具較大位移量

的自由邊界問題，發現採用 ALE 方法可適切的模擬自由液面產生較大流體激濺 (sloshing) 的現象，較符合大位移量變化的自由表面現象。

在流體與物體的交互作用問題上，Belytchko 等人[14]採用 ALE 方法模擬流體與結構物介面間的問題，使得這一類問題得以獲得較為正確的數值模擬方法。Donea 等[14]、Huerta 和 Liu [15]、Nomura 和 Hughes [16]、以及 Nomura [17] 採用 ALE 方法，同時處理流體與剛體運動方程式，模擬流體流經圓柱時，在圓柱表面產生流體漩渦剝離 (vortex shedding)，造成圓柱的振動現象。Hu [18]則採用 ALE 方法分析垂直的 Poiseuille flow 中固體粒子與流體混合流動之流場，結果發現當所施予的壓力梯度 (壓力梯度方向與重力方向相反) 大到足以克服重力時，固體粒子不會靠近壁面運動，壁面附近會存在一液體層；而當雷諾數 (Reynolds number) 逐漸增大時，固體粒子間的交互作用也跟著變強。Masud 和 Hughes [19]採用 ALE 方法模擬物體在流體中運動具移動區域 (moving domain) 的問題，並以圓柱在靜止的流體中運動與潛水艇在海面下發射飛彈為例，探討物體與流體間的交互作用。楊等[20]則利用此法來計算大型結構物受風場影響所形成的振動問題，經由實際模擬發現流體與結構物的共振現象與計算結果相符。而黃[21]則利用有限元素法並配合 ALE，模擬無塵室中，因工作人員移動造成室內流場的改變所導致的塵粒擴散分佈的變化。楊[22]則採用 ALE 並以有限元素法模擬流體在穩定流動狀態下，因剛體的移動造成流場和溫度場的變化，結果發現當剛體做週期性往復運動時，能使剛體的總體平均紐塞數保持在較高的值，另外對於因剛體移動造成網格扭曲變形和疏密相差太大而使計算有發散之虞，其利用線性內差的方式求得新網格各節點的值，此種網格重建方法可避免數值計算發散，使剛體移動距離增加，較能符合實際工程應用。同樣的，楊[23]也採用 ALE 方法描述動態移動邊界內之流場與溫度場的變化，進而研究矩形柱體以垂直於流體流動方向振動所產生的漩渦剝離機制和熱傳的增益，詳細探討漩渦剝離 (vortex shedding) 的形成和發展過程，並針對不同的矩形柱振動速度、振幅、障礙比 (blockage ratio) 和展弦比 (aspect ratio)，比較其熱傳增益。在利用因物

體在流場中振動會提昇熱傳增益，設計一種可應用於電子元件散熱的擺動式鰭片散熱裝置。

由上述可知，ALE 方法可以適當的解析移動邊界問題，同時又能避免計算網格過度的扭曲變形，這主要是將統御方程式表現在某一參考座標上，並定義網格速度，使計算網格按所定的方式移動，而網格速度與流體質點的運動速度是獨立的。基於以上這些說明，可以發現，ALE 方法確實可以適切解析移動邊界問題。因此廖[31]對於活塞內側頂部高溫面散熱的分析研究採用 ALE 方法，並針對不同噴入氣流的雷諾數，活塞震盪頻率，活塞振幅，比較其熱傳效益。其結果顯示當雷諾數愈高，流體可以帶走愈多的熱；另外當活塞振動頻率愈高時，隨時間的平均熱傳率會增高；當振幅增高時，一個週期內的最高熱傳率會增高。

實際的活塞頂部受到引擎室爆炸的影響溫度非常之高，該區流場受溫度效應影響的比例非常大，因此自然對流效應不容忽視。然而廖[31]並沒有針對活塞內側流場做包含自然對流效應的混合對流分析。因此本研究主要目的有二：一為探討活塞內側流域加上浮力效應的影響；另一為，對活塞內側流場施以一振動的振幅及頻率的影響，研究內容將改變各種不同的參數，如 Re 、 Gr 及重力的方向，來探討該流場在周期內的旋渦剝離現象，瞬時的高溫面熱傳率，及時間上的平均熱傳效率值，以期有能夠改善增加熱傳率的相關參數設定，及物理模型的擺置。本研究延續廖[31]對於移動邊界問題採 ALE 的方法，描述流場和溫度場的變化，主要內容分成三個部份：首先利用葛拉金有限元素法 (Galerkin finite element method) [26] 搭配 ALE 座標系統，計算穩態在有強制進口流影響的狀況下，浮力效應大小改變、強制對流效應改變及重力方向改變，對於系統內部流場及溫度場的影響；第二部份則為計算加以一固定振幅及頻率的擾動，並改變浮力效應大小、改變強制對流的效應及改變重力方向，觀察其穩定周期內的流場、溫度場變化；第三部分則利用上述的分析結果，計算管道內流體之熱傳係數，比較各項參數改變對高溫面熱傳效率、平均時間熱傳率的影響，並針對廖[31]的分析結果作比較，以增加活塞頂部熱傳分析研究的完整性。希望藉由此分析結果，對工業界

實務應用上有所幫助，並提供活塞內部冷卻系統設計的參考。



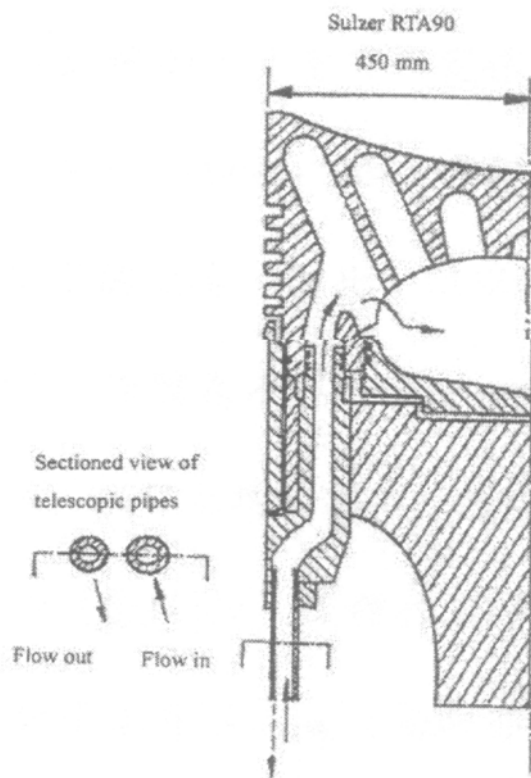


圖 1-1 Sulzer RTA90 機型之活塞冠斷面示意圖

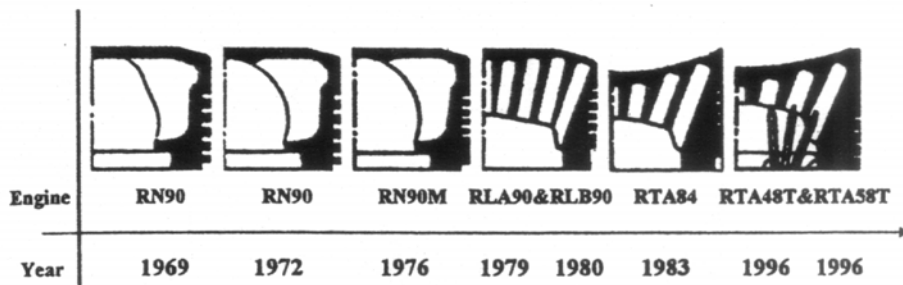
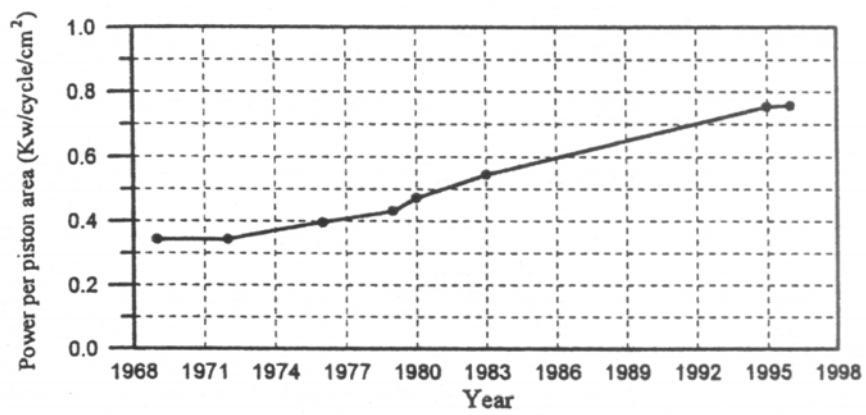


圖 1-2 歷年 Sulzer 柴油引擎動力輸出圖

第二章 ALE 座標描述方法之運動學理論與數學模式

現今，不論利用有限差分法(finite difference method)或有限元素法(finite element method)離散計算區域，其描述流體運動問題的座標系統分為兩種，一為拉格朗日(Lagrangian)座標系統，另一為尤拉(Eulerian)座標系統。利用拉格朗日座標系統描述流場時，觀察流場的焦點集中在各個流體質點上；在數值計算的過程中，計算網格將隨流體質點的運動而移動。反之，尤拉座標系統觀測流場的焦點固定在空間中，計算網格也固定在計算區域的空間中，不隨流體質點運動。

2.1 網格描述與座標系統

ALE 則綜合上述兩座標系統的概念，將觀測流場的焦點定在新定義的參考定義域(reference domain)上，此參考定義域以任意速度 w 在計算區域中運動；計算網格則固定在參考定義域上，與參考定義域同以 w 的速度移動。ALE 與拉格朗日、尤拉座標系統間的關係，由 w 決定：

1. 當 $w=0$ 時，參考定義域與計算網格皆靜止不動，此時 ALE 描述流場的觀點與尤拉座標系統相同。
2. 當 $w=v$ 時， v 為流體質點的運動速度。此時參考定義域的移動速度與流體質點的速度相同，ALE 描述流場的觀點則與拉格朗日座標系統相同。
3. 當 $w \neq v \neq 0$ 時，此時參考定義域描述流場的觀點即為 ALE 法。參考圖 2-1 ALE 運動學示意圖，參考定義域中的任意點可以用瞬時位置向量 ξ 表示，而流體質點也可由物質定義域中的位置向量 a 來表示，兩者間關係為

$$\xi_i = f_i(a_i, t) \quad (2-1)$$

同時，ALE 法可視為原物質定義域與參考定義域間的轉換，此轉換的 Jacobian 值為

$$\tilde{J} = \left| \partial \xi_i / \partial a_i \right| \quad (2-2)$$

且

$$\partial \tilde{J} / \partial t = \tilde{J} \nabla \cdot w \quad (2-3)$$

2.2 ALE 運動學理論

定義參考定義域中的物理量 $g(\xi_i, t)$ ，配合式(2-1)可得

$$g(\xi_i, t) = g[f_i(a_i, t)] = \tilde{g}(a_i, t) \quad (2-4)$$

將式(2-4)在物質定義域中對時間微分得

$$\left. \frac{\partial \tilde{g}(a, t)}{\partial t} \right|_a = \left. \frac{\partial g(\xi, t)}{\partial t} \right|_{\xi} + \frac{\partial g(\xi, t)}{\partial \xi_i} \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \quad (2-5)$$

式中的

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial t} = w_i$$

利用

$\nabla \cdot (gw) = g \nabla \cdot w + w \cdot \nabla g$ 帶入式(2-3)得

$$\tilde{J} \nabla \cdot (gw) = \frac{\partial \tilde{J}}{\partial t} g + \tilde{J} w \cdot \nabla g \quad (2-6)$$

重寫式(2-5)得

$$\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{J} \tilde{g}) = \tilde{J} \left[\frac{\partial g}{\partial t} + \nabla \cdot (gw) \right] \quad (2-7)$$

式(2-7)為將物質定義域中的任意物理量轉換為參考定義域中之物理量的關係式。

2.3 ALE 中的統御方程式

將質量、動量與能量方程式以張量表示

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-8)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2-9)$$

式中

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-10)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial e}{\partial x_j} = \rho v_j b_j - p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \quad (2-11)$$

將式(2-8)、式(2-9)與式(2-11)帶入轉換公式式(2-7)的等號右側得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{J}) = \tilde{J} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho(w_j - v_j)) \quad (2-12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i \tilde{J}) = \tilde{J} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i(w_j - v_j)) + \tilde{J} \left(\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \right) \quad (2-13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e \tilde{J}) = \tilde{J} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho e(w_j - v_j)) + \tilde{J} \left(\rho v_j b_j - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j) \right) \quad (2-14)$$

第式(2-12)、式(2-13)與式(2-14)即為 ALE 形式之統御方程式。

2.4 格點速度

Hughes [11, 19] 等對於 ALE 的運動學理論有詳細的探討，並定義了三種座標定義域：在 ALE 法中，參考座標系統的移動速度是可以任意給定的，因此計算網格的移動速度與流體速度間彼此獨立，可以根據計算的需要給定適當的網格速度。本研究依據不同的物理邊界條件，將網格速度分為三種區域：

1. 固定邊界上，網格速度為 0。
2. 移動邊界上，網格速度等於壁面速度，亦與移動邊界上的流體等速。
3. 在固定邊界與移動邊界間，網格速度可以依需求設定，以避免網格過度扭曲導致計算發散，使數值計算發散。此網格速度可以是定值，也可以是隨時間而變化的變數。在本研究中則根據格點與壁面間的距離，使網格速度成線性分布。

第三章 物理模式

3.1 物理模式

本研究探討混合對流現象對於活塞做往復運動，活塞內側流場及溫度場變化的影響。為了符合實際情況，將設計邊界會隨活塞做往復運動而移動的渠道模組。在分析上，本研究有進口流速度和重力方向同向及反向的兩種狀況，物理模式圖如圖 3-1 所示。流場入口寬度為 w_1 ，高度為 h ， \overline{MN} 為高溫面，恆保持等溫 T_H 。低溫、橫溫面將設在進口 \overline{AB} 處，且 $T_0 < T_H$ 。而進口有一均勻 $+y$ 方向速度分佈，且水平方向速度分佈為零，出口 \overline{CD} 則將溫度及速度設定梯度為零。本研究中 $MNLI$ 為網格移動最高速且均勻之區塊，而 $IJEF$ 、 $KLHG$ 為網格移動線性分佈區塊，為的就是要分別對下接合固定不動網格區 $EFBA$ 、 $KLDC$ ，以及對上接合 $MNLI$ 網格移動最高速區塊。因此，模式圖中 $IJEF$ 、 $KLHG$ 這兩個區塊皆以饒性軟管的圖形顯示，表示為網格伸縮區。 $IJEF$ 、 $KLHG$ 分別對 $EFBA$ 、 $KLDC$ 的接合面 \overline{EF} 、 \overline{GH} 為網格速度為零的介面，而在 $IJEF$ 、 $KLHG$ 區塊內，網格速度在 y 方向由零開始往上作線性的分佈，到達 $IJEF$ 、 $KLHG$ 和 $MNLI$ 的接合面 \overline{IJ} 、 \overline{KL} 達到網格移動的最高速度比例，所有網格移動的速度都是 0~1 間的比例值，此比例值還要再乘上活塞隨時間做弦波變化移動的速度，才是網格真正的速度。在時間 $t = 0$ 時，所有網格固定不動，且高溫面持續以 T_H 等溫加熱，另外流體以等速 V_0 和等溫 T_0 ，由 \overline{AB} 流進渠道，再由 U 形管道，經由 \overline{CD} 流出渠道，此時流場為穩態流場。當時間 $t > 0$ 時，伸縮區間 $IJEF$ 、 $KLHG$ 及最高速區間 $MNLI$ 開始以隨時間弦波變化的速度做往復運動。由於流場邊界隨時間作往復運動，此移動邊界與流場具交互作用，流場和溫度場的變化屬於隨時間而變化的移動邊界問題，因此可以以 ALE 法適切的描述。

本文研究分析中在出口設定其速度邊界為梯度等於零邊界，計算流域內因為網格向上移動內部空間變大囤積進口強制流流入的流體，或向下移動內部空間減少而大量的排出流體，梯度邊界的設定隨活塞向上或向下運動做出口 \overline{CD} 面流量的調整。也就是說，當活塞往上移動到最快速度時，進口強制流的流量有可能在瞬間無法完全填補計算流域新增加的空間，而導致在出口處，也就是設定梯度邊界為零的地方，有將流體由外往內吸的趨勢。同樣的，當活塞往下運動，計算流域的空間減少，在進口設定的固定邊界無時不刻的把流體灌入的同時，出口設定的梯度為零邊界則會增加流出的流量，即增加流出速度，以符合連續方程式，達到計算流域中的質量守衡。這樣簡易渠道的設計，加上自然對流效應，再配合合理的邊界條件設定，將可以將活塞頂部熱傳分析更推向實際化的目的。

3.2 統御方程式

為了簡化分析，本研究做了以下的假設：

- (1) 工作流體為空氣，流場除浮力項外，為二維不可壓縮層流流場。
- (2) 在溫差不大的狀況下，工作流體各項性質除重力項的密度外皆為常數。
- (3) 重力在 y 方向，並以 Boussinesq 簡化程序簡化之。
- (4) 流體與物體之界面滿足無滑動條件 (no-slip condition)，亦即移動面之流體速度等於渠道壁面之運動速度。

本研究分別以進口速度 V_0 、外界溫度 T_0 和渠道寬度 w_1 為特徵速度、溫度和長度，無因次參數群可表示如下：

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{x}{w_1}, & Y &= \frac{y}{w_1}, & U &= \frac{u}{v_0}, & V &= \frac{v}{v_0}, & V_b &= \frac{v_b}{v_0}, \\
 V_b &= \frac{v_b}{v_0}, & P &= \frac{p - p_\infty}{\rho v_0^2}, & \tau &= \frac{t v_0}{w_1}, & & & & (3-1) \\
 \theta &= \frac{T - T_0}{T_H - T_0}, & \text{Re} &= \frac{v_0 w_1}{\nu}, & \text{Pr} &= \frac{\nu}{\alpha}, & \text{Gr} &= \frac{g \beta (T_H - T_0) w_1^3}{\nu^2}
 \end{aligned}$$

其中 V_b 在伸縮區間 *IJFE*、*KLHG* 代表的是在 y 方向線性化的邊界移動速度，而在 *MNLI* 區中是代表網格移動最高且均勻的速度。表 3-1 為各項參數無因次化後的數值列表。

根據上述的假設和無因次化之參數，經整理後可得無因次化之 ALE 型式的流場統御方程式，表示如下：

連續方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3-2)$$

動量方程式：

X 方向：

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3-3)$$

Y 方向：

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \theta \quad (3-4)$$

能量方程式：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3-5)$$

其中 $\hat{U} (\hat{U} = \hat{u}/V_0)$ 和 $\hat{V} (\hat{V} = \hat{v}/V_0)$ 分別為計算網格在 X 方向和 Y 方向之移動速度。對於上述的網格移動速度，由於本研究所探討的問題為移動邊界在垂直渠道中向上或向下運動，因此並不需要 X 方向之網格速度，設定 $\hat{U} = 0$ ；而在 Y 方向的網格速度，根據前一章 ALE 法對網格速度的描述，在渠道 *EFJI*、*GHLK* 中的網格移動速度 \hat{V} 則在 y 方向採用線性分佈的方式，這樣是為了避免靠近移動界面 \overline{EH} 往上附近的網格過度變形，造成在計算上發散。靠近移動界面 \overline{EH} 附近的網格移動速度較慢，而愈往上速度愈快，渠道 *MNLI* 在 Y 方向的速度為均勻而且最快。

3.3 初始條件與邊界條件

初始條件：

針對本文的分析，穩態的流場皆由流場內計算值為零開始。而對於較高的 Re 及 Gr ，皆以較低的 Re 及 Gr 數值解為初始值，以求得更高的網格不移動穩態流場溫度場解。另外對於暫態的分析，皆是由穩態分析結果為初始值開始計算，亦即在執行暫態流場計算之前，必須先求得穩態流場內之速度場、溫度場分佈。

邊界條件：

在壁面邊界 \overline{AE} 、 \overline{BF} 、 \overline{CG} 、 \overline{DH} ：

$$U = V = 0, \quad \partial\theta / \partial X = 0 \quad (3-6)$$

在移動壁面 \overline{EI} 、 \overline{FJ} 、 \overline{GK} 、 \overline{HL} 、 \overline{IM} 、 \overline{LN} ：

$$U = 0, \quad V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_b & \tau > 0 \end{cases}, \quad \partial\theta / \partial X = 0 \quad (3-7)$$

在移動邊界 \overline{MN} ：

$$U = 0, \quad V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_b & \tau > 0 \end{cases}, \quad \theta = 1 \quad (3-8)$$

在移動邊界 \overline{JK} ：

$$U = 0, \quad V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_b & \tau > 0 \end{cases}, \quad \partial\theta / \partial Y = 0 \quad (3-9)$$

在流體入口面 \overline{AB} ：

$$U = 0, \quad V = 1, \quad \theta = 0 \quad (3-10)$$

在流體出口面 \overline{CD} ：

$$\partial U / \partial Y = \partial V / \partial Y = 0, \quad \partial\theta / \partial Y = 0 \quad (3-11)$$

3.4 紐塞數計算

本研究所採用之工作流體為空氣，其普朗特常數為 $Pr = 0.71$ 。此外，本文將在穩態狀況下及暫態振盪振幅 $L_c = 0.5$ 、振盪頻率 $F_c = 0.2$ ，針對雷諾數 Re 、 Gr ，以及重力方向各種不同參數改變狀況下的流場與溫度場分佈做深入的探討與比較，各種狀況之參數組合如表 3-2 所示。本文將 Gr 維持在 $Gr = 40000$ 及 $Gr = 10^7$ ，因此同樣的 Gr 會有不同的 Gr/Re^2 比值。另外在重力方向和進口流速度相同的 Case 中，因為計算較難收斂，僅做 $Gr/Re^2 = 17.5$ 來作浮力效應增強的比較。

高溫面表面之局部紐塞數 Nu_x (local Nusselt number) 和平均紐塞數 \overline{Nu} (average Nusselt number) 分別定義如下：

$$Nu_x(X, \tau) = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (3-12)$$

$$\overline{Nu}(\tau) = \frac{1}{w_{BC}} \int Nu_x dX \quad (3-13)$$



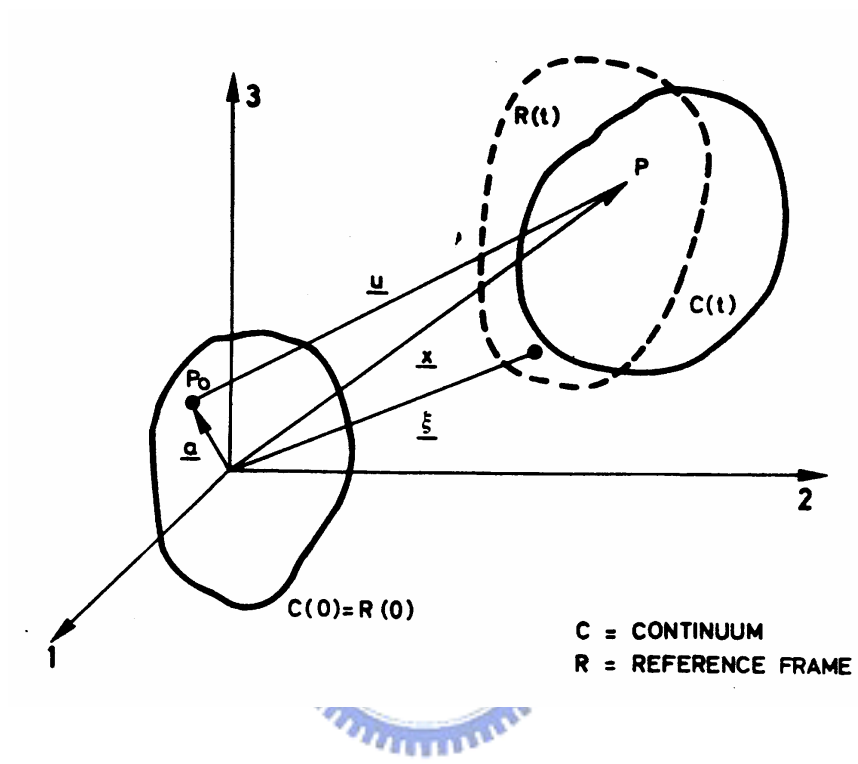


圖 2-1 ALE 運動學示意圖

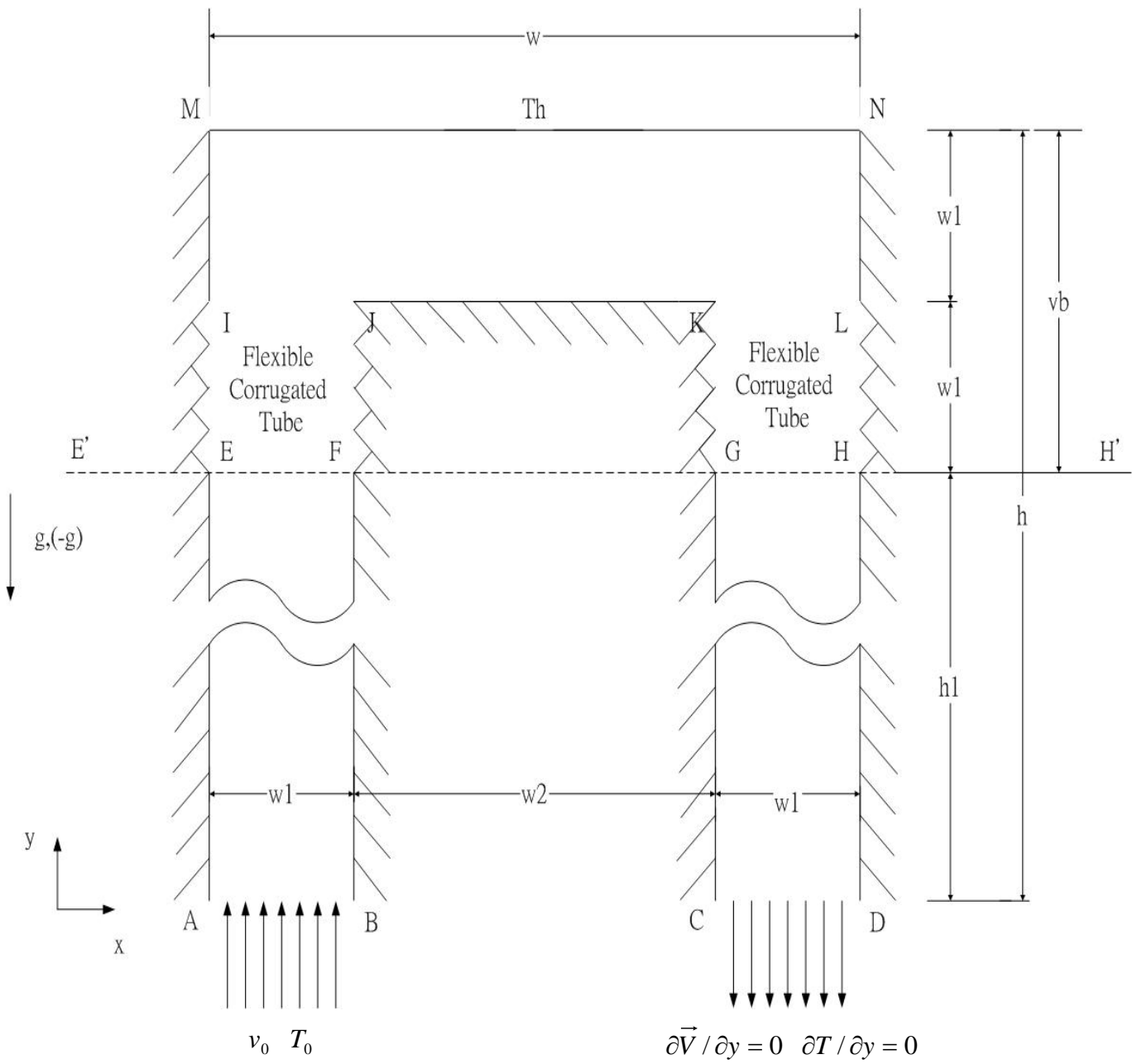


圖 3-1 物理模式圖

表 3-1 無因次幾何長度

W	W1	W2	h	h1
7	1	5	52	50



表 3-2 各種參數組合表

	NonDimensionalized Variable	Gravity & Inlet Flow State	Flow Field State
Case1	Re = 200 $Gr/Re^2 = 1$	Aiding	Steady State
	Re = 200 $Gr/Re^2 = 250$	Aiding	Steady State
	Re = 500 $Gr/Re^2 = 0.16$	Aiding	Steady State
	Re = 500 $Gr/Re^2 = 40$	Aiding	Steady State
	Re = 200 $Gr/Re^2 = 1$	Opposing	Steady State
	Re = 200 $Gr/Re^2 = 17.5$	Opposing	Steady State
Case2	Re = 200 $Gr/Re^2 = 1$	Aiding	Transient Sc=0.2 Lc=0.5
Case3	Re = 200 $Gr/Re^2 = 250$	Aiding	Transient Sc=0.2 Lc=0.5
Case4	Re = 500 $Gr/Re^2 = 0.16$	Aiding	Transient Sc=0.2 Lc=0.5
Case5	Re = 500 $Gr/Re^2 = 40$	Aiding	Transient Sc=0.2 Lc=0.5
Case6	Re = 200 $Gr/Re^2 = 1$	Opposing	Transient Sc=0.2 Lc=0.5

第四章 數值方法

本研究的數值方法採用葛拉金有限元素法 (Galerkin finite element method)。所有元素均為八節點二次等參元素，並引入處罰函數 (penalty function) [31]處理壓力項和連續方程式，使所需計算的變數僅為 U 、 V 和 θ ，對於時間項則採用後向差分隱式法 (backward different implicit method)。此外，應用牛頓拉斐遜 (Newton-Raphson) 迭代法[32]處理動量方程式中的非線性項。速度和溫度均採用四邊形八節點二次等參元素，其節點排列方式如圖 4-1 所示。

4.1 流場溫度場數值計算

統御方程式為

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (4-1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \theta \quad (4-2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4-3)$$

採用葛拉金有限元素法，並使用形狀函數 N_i 為加權函數，則原統御方程式可以轉換成如下之積分形式：

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial U}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + N_i \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{N_i}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (4-4)$$

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial V}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + N_i \frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{N_i}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{Gr N_i \theta}{\text{Re}^2} \right] d\Omega = 0 \quad (4-5)$$

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) - \frac{N_i}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (4-6)$$

再將二次項及壓力項利用高斯積分定理加以化簡，

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial P}{\partial X} d\Omega = \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma - \int_{\Omega_e} P \frac{\partial N_i}{\partial X} d\Omega \quad (4-7a)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial P}{\partial Y} d\Omega = \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma - \int_{\Omega_e} P \frac{\partial N_i}{\partial Y} d\Omega \quad (4-7b)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U}{\partial X} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} d\Omega \quad (4-7c)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U}{\partial Y} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} d\Omega \quad (4-7d)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V}{\partial X} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} d\Omega \quad (4-7e)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V}{\partial Y} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} d\Omega \quad (4-7f)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta}{\partial X} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} d\Omega \quad (4-7g)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta}{\partial Y} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} d\Omega \quad (4-7h)$$

則原積分式可以改寫如下：

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial U}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} \right) - P \frac{\partial N_i}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ &= \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U}{\partial \tau} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (4-8a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial V}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - P \frac{\partial N_i}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{GrN\theta}{\text{Re}^2} \right] d\Omega \\ &= \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V}{\partial \tau} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma \end{aligned} \quad (4-8b)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ &= \frac{1}{\text{RePr}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta}{\partial \tau} d\Gamma \end{aligned} \quad (4-8c)$$

利用處罰函數可將壓力項以速度關係式代入，

$$P = -\lambda \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) \quad (4-9)$$

則 (4-8a) 與 (4-8b) 式變為

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_c} \left[N_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} \right) + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ &= \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_c} N_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} d\Gamma - \int_{\Gamma_c} P N_i n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (4-10a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_c} \left[N_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial Y} \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) - \frac{Gr N_i \theta}{\text{Re}^2} \right] d\Omega \\ &= \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_c} N_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} d\Gamma - \int_{\Gamma_c} P N_i n_y d\Gamma \end{aligned} \quad (4-10b)$$

為了計算處理上的方便，我們可以把原本非線性積分方程式加以線性化，

其中 $\Phi^{m+1} = \Phi^m + \delta\Phi$ 則

$$\begin{aligned} & \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial S} = \Phi^{m+1} \frac{\partial \Phi^{m+1}}{\partial S} \approx \Phi^m \frac{\partial \Phi^{m+1}}{\partial S} + \delta\Phi \frac{\partial \Phi^m}{\partial S} \\ &= \Phi^m \frac{\partial \Phi^{m+1}}{\partial S} + \Phi^{m+1} \frac{\partial \Phi^m}{\partial S} - \Phi^m \frac{\partial \Phi^m}{\partial S} \end{aligned} \quad (4-11)$$

上式中省略了 $\delta\Phi \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial S}$ 項，其中 Φ 可表為 U 或 V，S 可表為 X 或 Y，若是將

上述之推導加上格點速度 (mesh velocity) 一項，則線性化結果變為

$$\begin{aligned} & (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} = (V^{m+1} - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{U}^{m+1}}{\partial Y} = V^{m+1} \frac{\partial \mathcal{U}^{m+1}}{\partial Y} - \hat{V} \frac{\partial \mathcal{U}^{m+1}}{\partial Y} \\ &= \left(V^m \frac{\partial \mathcal{U}^{m+1}}{\partial Y} + V^{m+1} \frac{\partial \mathcal{U}^m}{\partial Y} - V^m \frac{\partial \mathcal{U}^m}{\partial Y} \right) - \hat{V} \frac{\partial \mathcal{U}^{m+1}}{\partial Y} \\ &= (V^m - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{U}^{m+1}}{\partial Y} + V^{m+1} \frac{\partial \mathcal{U}^m}{\partial Y} - V^m \frac{\partial \mathcal{U}^m}{\partial Y} \end{aligned} \quad (4-12)$$

同理，Y 方向之線性化亦可推導而得

$$(V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} = (V^m - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{V}^{m+1}}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial \mathcal{V}^m}{\partial X} - V^m \frac{\partial \mathcal{V}^m}{\partial X} \quad (4-13)$$

另外，對於時間項 $\frac{\partial}{\partial \tau}$ 的處理方式，則採用上述之後向差分隱式法，其微分式可以表示成

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{\Phi_{\tau+\Delta\tau}^{m+1} - \Phi_{\tau}^m}{\Delta\tau} \quad (4-14)$$

由上述之推導，最終即可獲得線性化之有限元素方程式，如下所示：

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{U^{m+1}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right. \\ & \left. + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ & = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{U_{\tau}^m}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial U^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U^m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (4-15a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{V^{m+1}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial Y} \right) \right. \\ & \left. + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial Y} \left(\frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ & = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{V_{\tau}^m}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial V^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial V^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V^m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma \end{aligned} \quad (4-15b)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\theta^{m+1}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial \theta^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial \theta^m}{\partial Y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ & = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\theta_{\tau}^m}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial \theta^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial \theta^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta^m}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (4-15c)$$

上式中含上標「m」或「m+1」之各項，其下標均為「 $\tau + \Delta\tau$ 」。

將上述步驟所得之兩個方程式利用矩陣形式表示，且

$$U^{(e)} = [N] \{U\}^{(e)} \quad (4-16a)$$

$$V^{(e)} = [N] \{V\}^{(e)} \quad (4-16b)$$

$$\theta^{(e)} = [N] \{\theta\}^{(e)} \quad (4-16c)$$

$$[N]_{1 \times 8} = [N_1, N_2, \dots, N_8] \quad (4-17)$$

$$\{U\}_{8 \times 1}^{(e)} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_8 \end{Bmatrix} \quad (4-18a)$$

$$\{V\}_{8 \times 1}^{(e)} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_8 \end{Bmatrix} \quad (4-18b)$$

$$\{\theta\}_{8 \times 1}^{(e)} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_8 \end{Bmatrix} \quad (4-18c)$$



而其中的形狀函數 (shape function) 採用八節點二次等參元素，其函數則如下所述：

$$N_1 = \frac{-1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \quad (4-19a)$$

$$N_2 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta) \quad (4-19b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(\xi-\eta-1) \quad (4-19c)$$

$$N_4 = \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \quad (4-19d)$$

$$N_5 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(\xi+\eta-1) \quad (4-19e)$$

$$N_6 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) \quad (4-19f)$$

$$N_7 = \frac{-1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \quad (4-19g)$$

$$N_8 = \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2) \quad (4-19h)$$

如此即可獲得單一元素之矩陣方程式

$$([C]^{(e)} + [K]^{(e)} + \lambda [L]^{(e)}) \{q\}^{(e)} = \{f\}^{(e)} \quad (4-20)$$

其中 $\{q\}^{(e)} = [U_1, U_2, \dots, U_8, V_1, V_2, \dots, V_8, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_8]^T$

$[C]^{(e)}$ 表非線性迭代 U 與 V 所組成之矩陣，

$[K]^{(e)}$ 表純由幾何形狀函數與時間項所組成之矩陣，

$[L]^{(e)}$ 表帶有處罰函數 λ 項所組成之矩陣，

$\{f\}^{(e)}$ 表右半部已知向量之矩陣。

若是將計算區域內的所有元素結合成單一矩陣方程式，則上式變為

$$([C] + [K] + \lambda [L]) \{q\} = \{f\} \quad (4-21)$$

至於各矩陣的詳細內容可以參考附錄 A 所示。

由於 (4-19) 式為一組非常龐大的聯立方程組，為減小計算所需的記憶體空間，本研究採用鋒面法 (frontal method) [33-35] 並配合高斯喬登消去法來求解。另外，程式的收斂條件則定為

$$\text{MAX} \left| \frac{\{q\}^{m+1} - \{q\}^m}{\{q\}^{m+1}} \right| < 10^{-3} \quad (4-22)$$

而為避免數值計算中所造成的發散現象，求解高雷諾數的流場時，是利用所求得的低雷諾數之流場作為初始值，再用此穩態流場之計算結果，當作求解暫態流場之初始值。

數值計算流程圖如圖 4-2 所示。詳細的步驟如下：

1. 在穩態流場下，經由網格測試決定最佳的計算網格分佈和元素數量。
2. 求得穩定流場下之流場與溫度場，作為暫態解的初始值；純自然對流的狀況下直接以流域內所有速度溫度為零開始作暫態分析。
3. 計算各網格點的網格速度，並檢查初始條件與邊界條件有無錯誤。

4. 求得所需的各項參數（矩陣、形狀函數等）。
5. 反覆解聯立方程組求速度場，直到每一格點的速度及溫度值滿足下列收斂條件。

$$\left| \frac{\phi^{m+1} - \phi^m}{\phi^{m+1}} \right| < 10^{-3} \quad , \text{ 式中 } \phi \text{ 表示 } U、V \text{ 及 } \theta。 \quad (4-23)$$

7. 繼續下一個時間的運算，直到達到預設的時間。
8. 此外，在每個計算時間內，均檢查每一個元素和整個計算域之連續方程式之殘值，

$$\text{Residual} = \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \leq 10^{-3} \quad (4-24)$$

以確保在整個計算過程中均能滿足質量守恆定律。

4.2 格點測試

對於格點的疏密分佈，本文採用三種不同的網格密度作比較，第一種元素數為 7416（節點數為 23109），第二種元素數為 10386（節點數為 32349），第三種元素數為 11200（節點數為 34761），其中網格均為非均勻分佈，在高溫壁面和移動邊界附近，因考慮到邊界移動後，網格會扭曲變形，所以取較密之網格分佈。在雷諾數 $Re = 200$ 、 $Gr = 40000$ 之混合對流穩態流場下，採用上述三種不同網格數做比較，沿著 A-B 和 C-D 截面（A-B 和 C-D 之截面位置如圖 4-3 所示）之 U 、 V 和 θ 分佈如圖 4-4 所示。根據網格測試的結果，採用 11200 和 10386 個元素所獲得的結果非常接近，而為了增加計算之準確性以及較好的收斂性，本研究採用 11200 個元素之計算網格。

在渠道長度的測試，本文以 Fox&McDonald[33] 中編號第(8.1)的方程式敘述圓管流場達到完全發展雷諾數、管徑及管道長度的關係。其式為 $L/D \cong 0.06Re$ ，以本文預計測試最高的雷諾數 500 來計算，可得渠道長需 30 倍特徵長度的無因次長度，測試結果如圖 4-5。但考慮到浮力效應的影響，出口面必須要達到均溫，將該面設定成溫度梯度

為零的邊界才較為合理；再加上本文物理模型渠道轉彎及振動對流場的影響，來做流道長度測試，並以不影響流場觀測區為原則，發現當 $h=52$ 時可以讓管道水平部分的觀測區不受流道長度影響。

本文以謝[34]作為數值模擬的程式比對。引用的文獻是使用有限元素法計算一個 10×10 八節點非均勻元素網格分佈的空穴，左壁面為高溫面，右壁面為低溫面，上下兩壁面為絕熱面，四個壁面皆為不滑動邊界的二維流場，並探討自然對流對空穴熱傳的影響。由於並沒有提供相關位置精準的數值，因此對於該文獻所探討兩種不同的 Ra 比做相同的模擬，並比較其流線分佈。本文所使用的網格為 20×20 的八節點正方形均勻元素分佈。本文對於相關無因次參數設定為 $Re = 1/Pr$ 、 $Ra = Gr \times Pr$ ，並針對 $Ra = 10^4$ 、 $Ra = 10^5$ 兩種不同的情況做趨勢上的比對。圖 4-6(a)及圖 4-6(b)為流線圖比對的結果，其中虛線部份為本文結果，經比對後發現本文與文獻的結果相差甚微。

在暫態中時間間隔本文採 $d\tau = 0.1$ ，以 $F_c = 0.2$ 為例，需要 50 步來完成一個週期，也就是五個無因次化時間。

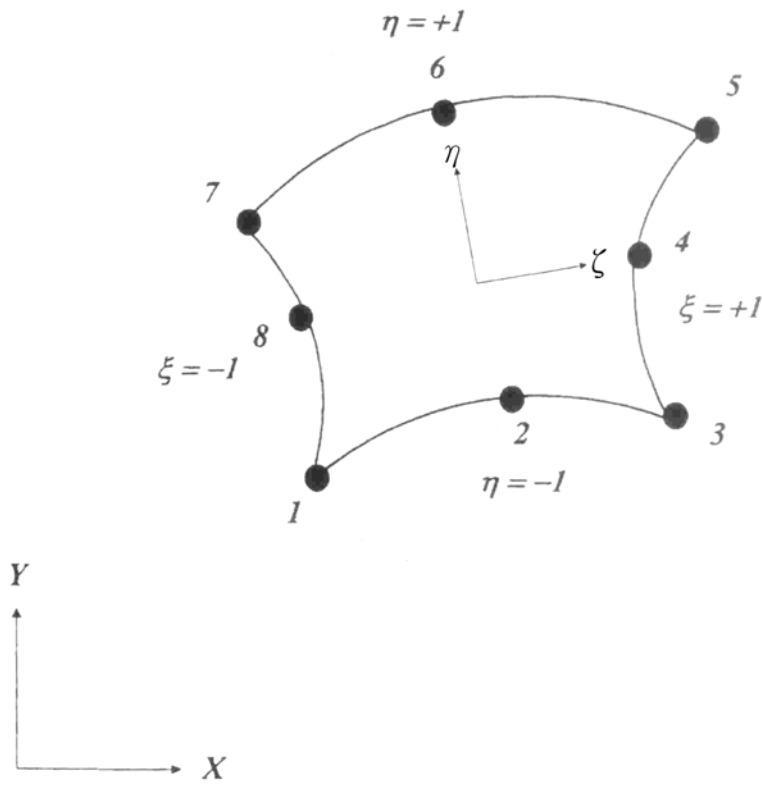


圖 4-1 元素節點排列方式示意圖

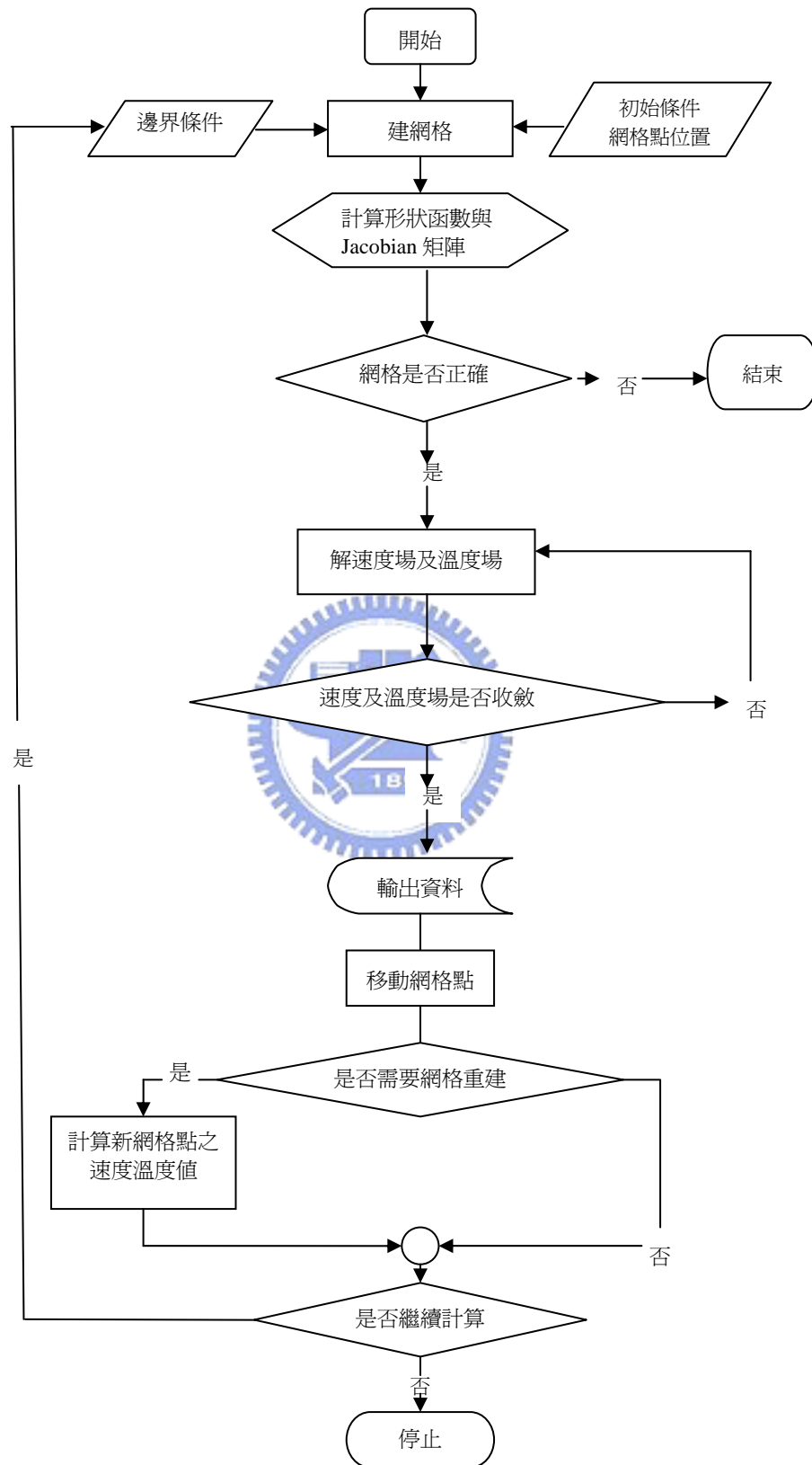


圖 4-2 程式架構圖

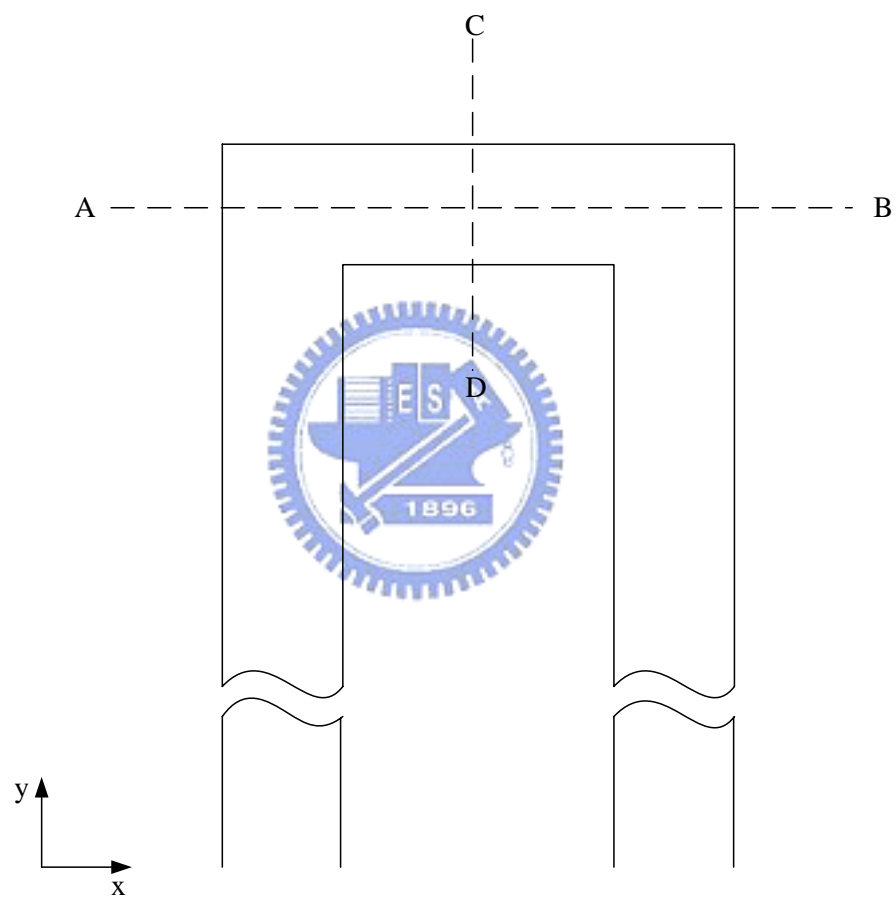
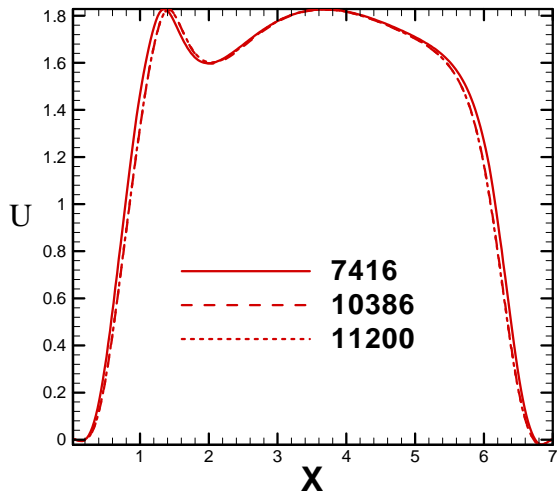
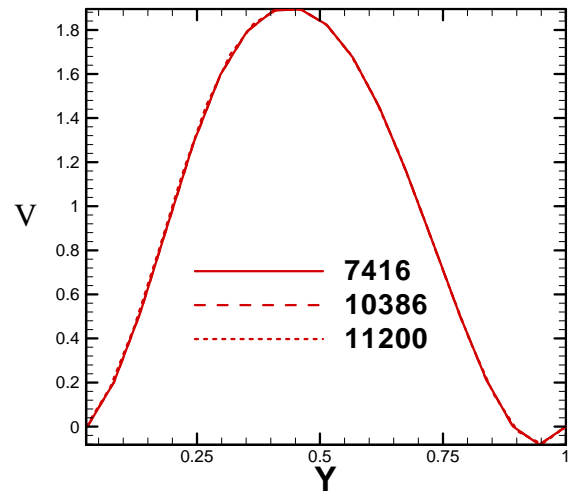


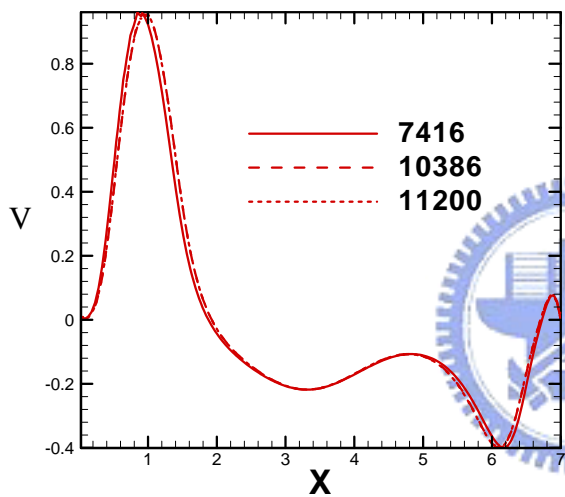
圖 4-3 截面 A-B 與截面 C-D 示意圖



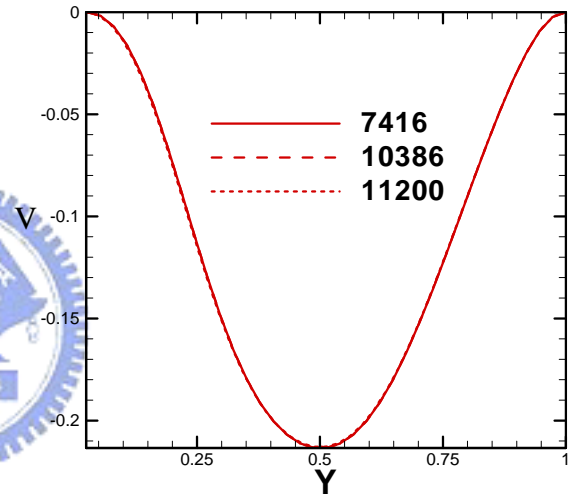
(a)AB 截面



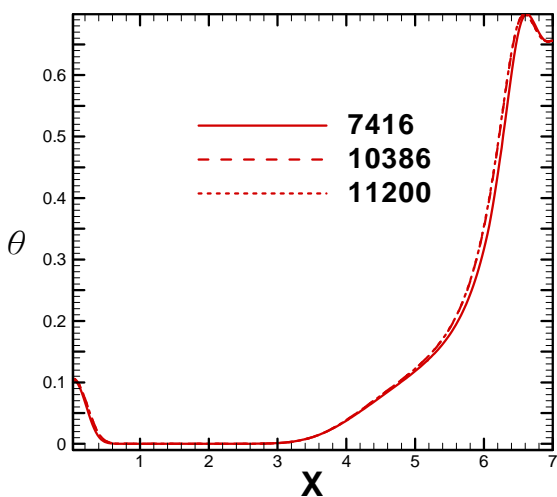
(b)CD 截面



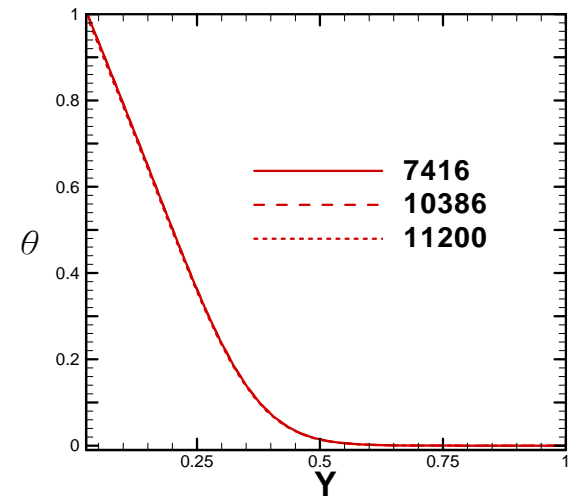
(c)AB 截面



(d)CD 截面



(e)AB 截面



(f)CD 截面

圖 4-4 網格測試比較圖 ($Re=200$, $Gr/Re^2 = 1$, 重力向下)

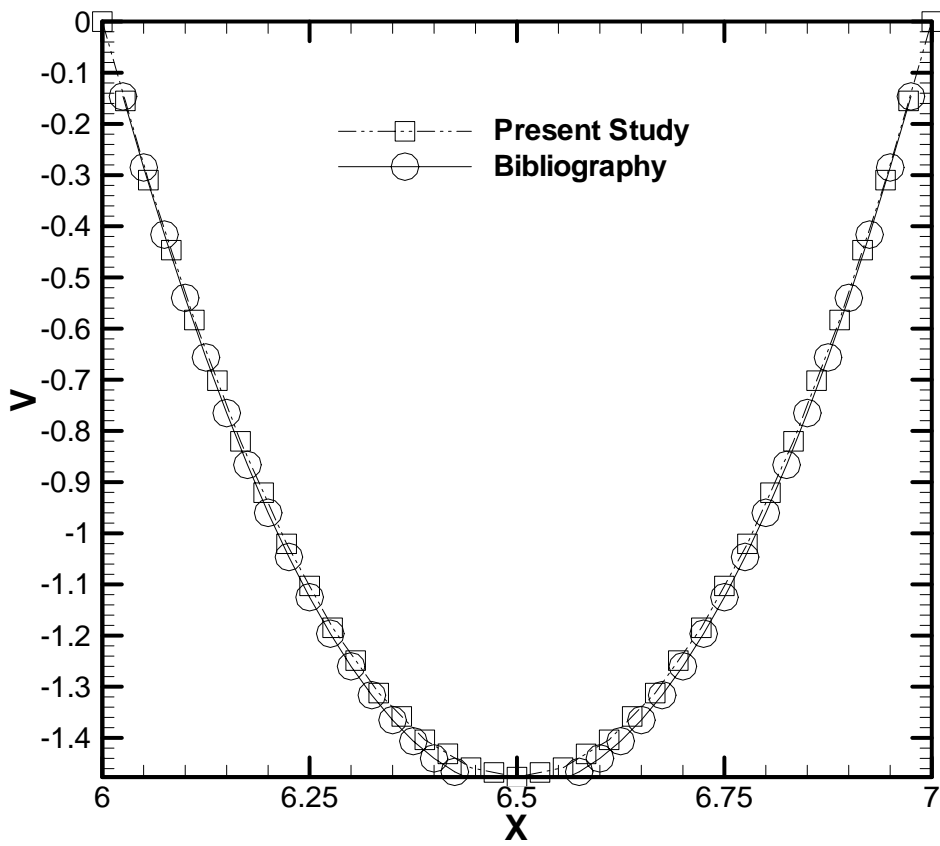


圖 4-5 渠道出口速度分佈圖

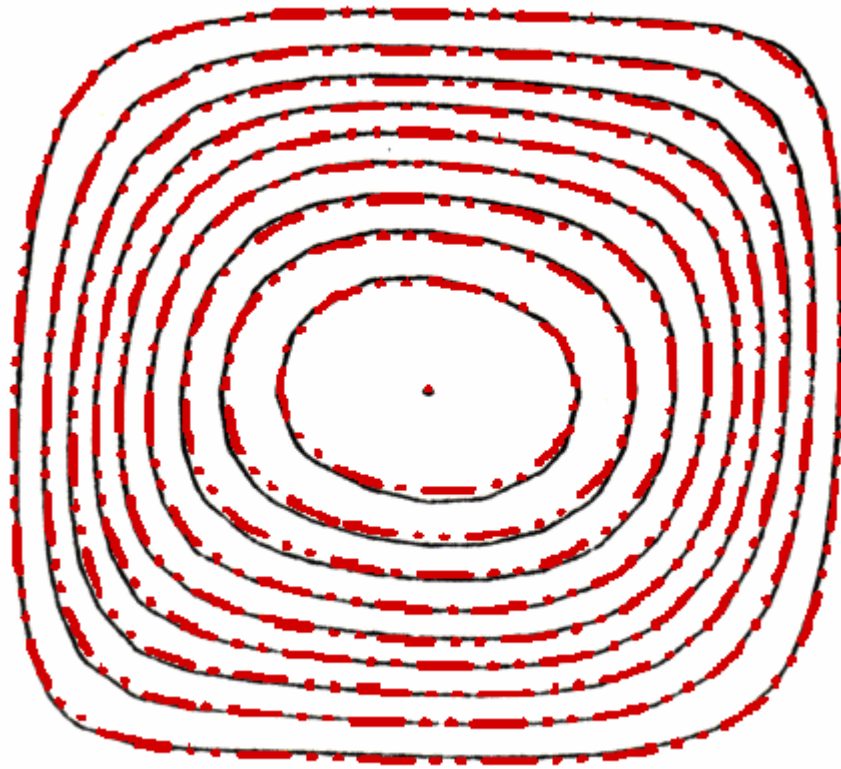


圖 4-6(a) 謝[34]之流線圖及本文之流線圖 ($Ra = 10^4$)

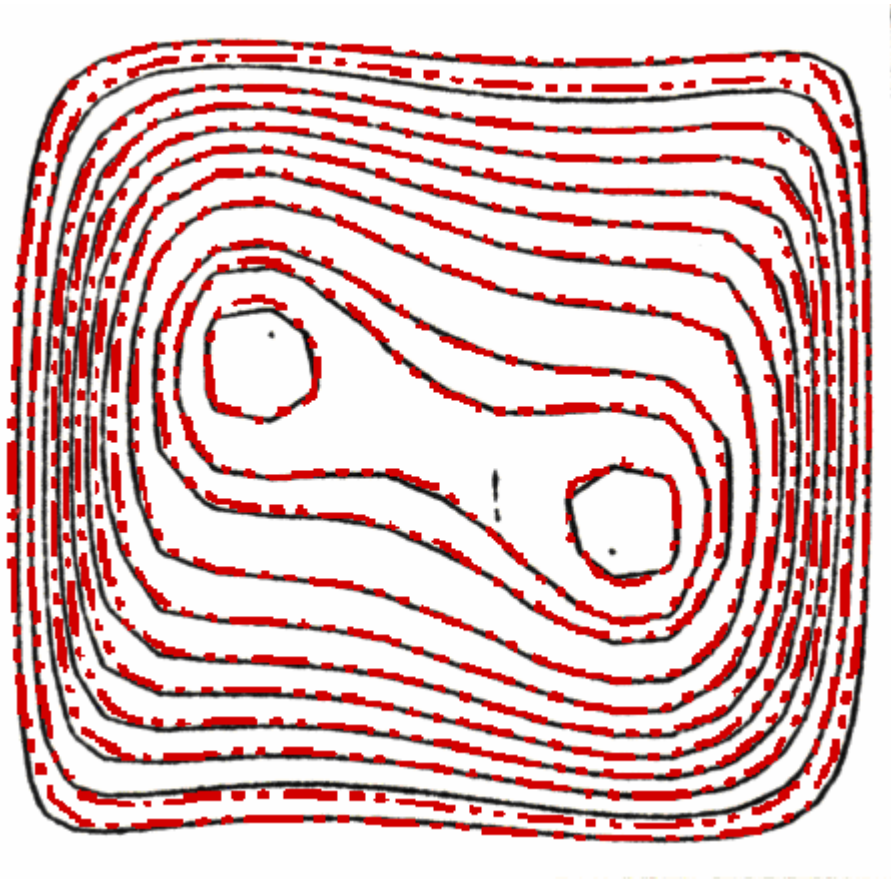


圖 4-6(b) 謝[34]之流線圖及本文之流線圖 ($Ra = 10^5$)

第五章 結果與討論

5.1 穩態下 Re no.、 Gr no. 及重力方向對流場及溫度場的影響

圖 5-1(a)、圖 5-1(b)為流場 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ ，重力方向與流體進口速度相反，活塞靜止固定不動（即 $\tau = 0$ ）的流線、溫度場分佈圖。如圖 5-1(a)流場流線圖所示，流道在左上角、右上角、 \overline{JK} 壁面上及 \overline{KG} 壁面右側有迴流產生，浮力效應的作用下，高溫流體聚集在高溫壁面，導致左側流入的流體容易轉向流入水平管道。同理，水平管道中的流體容易流入右管，在流道轉彎處有迴流產生。

圖 5-1(b)為流場等溫線圖。水平管道靠近左邊的高溫壁面附近有一等溫線較為密集的区域，這是進口強制流直接對流道頂部衝擊的結果。在進口流直對流道頂部衝擊後，流體流向右側。流道的左及右上角的溫度梯度較稀疏，是因為該區域有迴流形成，累積熱量，不易傳出。

圖 5-2(a)、圖 5-2(b)為流場 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 250$ ，重力方向和進口流速度相反的流場流線及溫度場圖。如圖 5-2(a)所示，此時的浮力效應已經將活塞頂部堆積的熱流體發展成層化現象區，該區由熱傳導主導流體內熱的傳遞，迫使流體只能夠在水平管道下半部流向右側。冷卻流體進入水平管道後，流速增強，流線也由稀疏變成較為密集，同時密集流線的上方則形成較稀疏流速較慢的高溫迴流區域。當流體進入右側垂直管時，由於愈熱的流體會愈往愈高的地方流動，因此右側管道中的流體容易往左上方 \overline{KG} 壁面附近有較冷流體的地方推擠，造成該處有密集流線區。

圖 5-2(b)為流場的等溫線圖，靠近高溫壁面有溫度層化區，進口流在左管進入水平管處衝擊溫度層化區底層，該處等溫線較為密集。另外在水平管道右方

轉入右側管道附近，因為強制對流，有部份高溫流體被帶往下的情形。

圖 5-3 為 $Gr/Re^2 = 1$ 及 $Gr/Re^2 = 250$ 高溫壁面的局部熱傳率 Nu_x 分佈圖。

當浮力效應較低時 ($Gr/Re^2 = 1$)，進口流體可以直接衝擊高溫壁面，在 $X = 1.4$ 附近有較高的熱傳效果，隨後流體向右流經高溫壁面，熱傳效率逐漸降低。雖然管道的左、右上角都有迴流區，左邊的迴流區較靠近進口流體，因此熱傳效率優於右邊的迴流區。當浮力效應升高 ($Gr/Re^2 = 250$)，進口的強制流體不易衝散靠近高溫壁面的溫度層化區，浮力效應讓該整區的流體往上堆擠，較冷的空氣對該區衝擊的影響相對變小，因此整個溫度層化區中的熱傳效益極低，所以局部紐塞數分佈幾乎為常數，是一個極為穩定的狀態。

圖 5-4(a)、圖 5-4(b) 為流場 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 0.16$ ，重力方向與進口流速度相反，活塞靜止固定不動 (即 $\tau = 0$) 的流線、溫度場分佈圖。如圖 5-4(a) 所示，由於 Re no. 變大，進口流體衝擊高溫壁面的現象較 $Re = 200$ 的狀況強烈。 \overline{JK} 壁面上的迴流比 $Re = 200$ 時還要長，流道右上角的迴流也較 $Re = 200$ 時要大。圖 5-4(b) 為流場等溫線圖，流道左上角因回流產生的溫度分佈較為稀疏，活塞頂部高溫面附近的溫度分佈較為密集，而流道右上角的溫度分佈也較為稀疏，流場現象和圖 5-1 類似。

圖 5-5(a)、圖 5-5(b) 為 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 40$ ，重力方向與進口流速度相反，活塞靜止固定不動 (即 $\tau = 0$) 的流線、溫度場分佈圖。如圖 5-5(a) 所示，由於浮力效應增強，如前述高溫壁面附近的流體發生溫度層化現象，進口流不易直接衝擊高溫壁面，只能夠在層化區下方向右流動，如圖 5-2(a)。但雷諾數 Re 較大，慣性力較強，造成層化區有波動現象。如圖 5-5(b) 等溫線圖所示，在溫度層化區左側因為進口流的衝擊，有較彎曲且密集的溫度曲線，且在流道右側管道處較為密集的等溫線，可以往下帶走較多的熱量。

圖 5-6 為 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ 、250 和 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 0.16$ 、40，

且重力方向和進口流速度相反的高溫面局部紐塞數比較圖。由於重力方向和進口流體速度方向相反，不論 $Re = 200$ 或 $Re = 500$ ，浮力效應較強者較容易在活塞頂部形成溫度層化區，溫度邊界層變厚而且均勻分布，熱傳效果變差，且整個高溫壁面的熱傳效率幾乎是常數。當浮力效應減弱時，強制對流則主導熱傳效益，在高溫壁面的衝擊點附近，則形成熱傳效率最大的區域，隨後向右隨著流體和高溫面不斷的做熱傳遞而減小。另外左上角的迴流區較靠近進口冷卻流體，右上角的迴流區則靠近溫度較高的出口流體，因此左側高溫壁面的紐塞數高於右側高溫壁面的紐塞數。另外雷諾數較高者由於有較高的慣性力，活塞頂部熱傳效率較好。

圖 5-7(a)、圖 5-7(b)為流場 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ ，重力和進口流體速度方向相同，活塞靜止固定不動（即 $\tau = 0$ ）的流線、溫度場分佈圖。由於重力和進口流速度方向相同，因此左側管道中浮力和流向反向，為反向抵抗流(opposing flow)，右側管道則浮力和流向同向，為助益流(aiding flow)。圖 5-7(a)為流場流線圖，流道的左下角有一個迴流區。右管有較為平順的流線，流體向出口面 \overline{CD} 流動的趨勢較為明顯。靠近 \overline{JK} 壁面附近有一個迴流區。將圖 5-1(a)和圖 5-7(a)比較，由於浮力在左下角和進口流相互抵抗，發現圖 5-7(a)的左管道有進口流體提早轉入水平管道的情形。而右側管道因為浮力的助益，流體更容易流向出口，水平管道的流體也較易往右管被牽引，造成 \overline{JK} 壁面附近的迴流區較長。其他區域的流動現象則類似。圖 5-7(b)為流場溫度分佈圖，在管道的左下角有明顯且稀疏的溫度梯度，右側管道有較為平順的溫度分佈趨勢，另外在管道右上角，可以發現到有較稀疏的等溫線分佈情形。除了上述的現象，流道中其他地方的現象和圖 5-1(b)相似。

圖 5-8(a)、圖 5-8(b)為流場 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 17.5$ ，重力方向與進口流速度相同，活塞靜止固定不動（即 $\tau = 0$ ）的流線、溫度場分佈圖。如圖 5-8(a)流場流線圖所示，當 Gr/Re^2 值從 1 提高到 17.5 時，可以發現左管因為浮力形成一個在 y 方向很長的迴流，而迴流中有三個二次流。由於浮力效應增強，熱流體佔

據左管左側，並往右上推擠進口流體，將進口流壓縮，有密集的流程。進口流被壓縮而加速，加速的流體由左管流入水平管，直接衝向高溫壁面，並貼著高溫面向右移動，水平管道的 \overline{JK} 壁面下方有一延伸到右管的大迴流，是迴流下方沿著高溫面流動的流體帶動所致。右管高溫面附近的流程較為平滑，是浮力效應補助，將該區的流體加速推向出口所致。圖 5-8(b) 為流場的等溫線圖，圖中可以看到左側進口管有對應流程的兩個溫度滯留的迴流區域。另外在主要流程經過的路徑，可以發現活塞頂部高溫面的等溫線最為密集，是流體緊貼壁面流動所致。而延著 \overline{JK} 避面延伸到右管的迴流區，有較為稀疏的等溫線分佈。

圖 5-9 為 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ ，重力方向和進口強制流相同、重力方向和進口強制流相反，以及 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 17.5$ ，重力方向和進口強制流相同的局部紐塞數比較圖。改變重力相對進口流速度的方向，浮力效應會分別有將熱流體帶離高溫壁面以及將熱流體推向高溫壁面的現象，因此在熱傳效率上有所差異，重力和進口流速度方向相同的狀況整體熱傳效率較好。此外，從圖 5-7 的可以發現，進口流體在左側管道會和高溫面形成往上流動的熱流體對抗，提早轉入水平管道，而圖 5-1 的情況則相反，因此左側高溫壁面的熱傳效率較低。流體流經右側壁面時，由於流體溫度已經升高，因此右側壁面的熱傳效率相差不大。當重力和進口流速度方向相同，提升浮力效應為 $Gr/Re^2 = 17.5$ 時，有較高速且量較多的冷卻流體直接衝擊頂部高溫面，約在 $X = 1.4$ 附近有局部熱傳率突增的情形。水平管部分，因為有流體緊貼壁面流動，局部熱傳率亦較高。左管左壁面附近，因為浮力效應增強，該區的流體被帶往離高溫面更遠的地方，局部熱傳率也較高。

圖 5-10 為穩態下，重力方向和進口流速度相同之高溫面平均紐塞數對 Gr/Re^2 分佈比較圖。在雷諾數固定為 $Re = 200$ 下，當重力方向和進口流體速度相同，將 Gr 逐漸提高，流場的浮力愈會將熱流體態離高溫壁面，造成高溫壁面的熱傳效率提高。由於在重力以及進口流速度方向相同之下，當提升浮力效應，流

場的型態愈趨複雜，除了網格大小對計算收斂性的影響，另外出口邊界之設定也是愈不合理。網格的大小需考慮到計算機的容量，因此本研究僅以 Gr 小於 7×10^5 來作重力和進口流速度方向相同的流場分析。

5.2 活塞往上、往下移動對流場及出口質流率的影響

由於本研究對流道中的區塊 $IJFE$ 及 $KLHG$ ，如圖 3-1，是可伸縮的，因此在 \overline{AB} 面固定的流體進口量下， \overline{CD} 面的排出量必須在流道往復運動時做適當的調整，以達到質量守衡。當活塞開始向上移動，區塊 $IJFE$ 及 $KLHG$ 在此時拉升，整個流域內的空間變大，因此進口流的作為是去補充這些剛形成多出來空間一些新的冷卻流體，其中的影響，就是流域整體包含出口的流速減慢；而當活塞往下移動，區塊 $IJFE$ 及 $KLHG$ 在此時壓縮，整個流域的空間減少，須排出容納不下的流體，其中的影響有如出口截面 \overline{CD} 的流速增加。圖 5-11 為 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ ，往復運動振幅及頻率各為 $F_c = 0.2$ 、 $L_c = 0.5$ ，一個穩定週期的無因次出口切面 \overline{CD} 質流率圖。其中無因次質流率定義為，出口速度 $V(X) \times \Delta X$ 對整個切面的積分，為 \dot{M} 。由圖 5-11 可以發現，當活塞往上移動到最高速也就是 $1/4$ 週期時，出口截面 \overline{CD} 的質流率已從向管道外排出變成向管道內回吸， \dot{M} 的值由正(向外排)轉成負(向內吸)，進口強制流單位時間的流量已不敷填補流道單位時間內新增加的體積，該瞬間的流道體積增加率達到最高，從圖中也可以看出此時的體積回吸率是最大的。當活塞從 $1/4$ 週期移動到活塞頂端，也就是 $2/4$ 週期的時候，活塞移動的速度減緩，流道體積的增加率也減緩，流體回吸率減少，到達 $2/4$ 週期，出口改為向外排放流體，且排放的質流率和活塞靜止不動的狀況下一樣。當活塞從 $2/4$ 週期往下移動到 $3/4$ 週期，也就是往下速度最高的時候，由於流道的空間減少，在進口不斷的對流道充加流體的狀況下，流體必需更大量的排出。當到達 $3/4$ 週期時，流道的體積減少率達到最高，流體的排出率也達到

了整個週期的峯值。當活塞從 3/4 週期繼續往下移動，到達 4/4 週期時，流道的速度漸漸減緩，流道體積減少率也慢慢的減低，單位時間流體排出的量也就慢慢的又回到穩態狀況下的排出量。

圖 5-12(a)為活塞往上移動到最高速時的 \overline{CD} 截面速度向量圖。往上移動到最高速的時候流道的體積增加率也達到最高，因此該時間的質流率是回吸且是回吸的峯值。圖中可以發現管道左右兩側大部分面上流體流向是往內的，只有管道中間小部分的速度是往外排放的。而 \overline{CD} 邊界上所設定的速度及溫度梯度為零邊界在瞬間沒有達到完全發展流，速度分佈拋物線形狀。圖 5-12(b)為活塞往下移動到最高速時出口切面 \overline{CD} 的速度向量圖。往下移動到最高速的時候流道的體積減少率也達到最高，因此該時間的質流率是排放且是排放的峯值。圖中可以發現管道整個出口切面上的速度是向外的。

5.3 頻率及振幅對流場及溫度場的影響

以下分析的結果為活塞頂部局部紐塞數達到週期性穩定。在振動頻率 $F_c = 0.2$ 的狀況下，五個無因次時間為一週期，本研究從 $\tau = 65 \sim 70$ 區間取樣。圖 5-13、圖 5-14 為活塞在 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ ， $F_c = 0.2$ ， $L_c = 0.5$ 及重力和進口流速度方向相反下，一個完整穩定週期分別在 1/4、2/4、3/4 及 4/4 週期瞬間的流場流線圖及流場等溫線圖。

圖 5-13(a)為活塞在準備往上移動時的流線圖。這個時刻活塞瞬間處於下始點，開始要往上移動，沒有移動的力量，流場幾乎只受進口流速度的影響， \overline{JK} 壁面靠近左側轉彎處及 \overline{KG} 壁面靠近轉彎處各有一個迴流，是因為壁面分離所致。圖 5-13(b)為活塞往上移動到 1/4 週期瞬間的流線圖。當活塞運動到 1/4 週期時，活塞往上移動到最高速，靠近 \overline{MN} 壁面的流體會因為壁面往上移動被往上牽

引， \overline{JK} 壁面同時向上移動推擠附近的流體。由前述圖 5-1(a) 穩態 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ 的結果中發現，在完全只有進口流速影響的狀況下，靠近 \overline{MN} 壁面附近的區域沒有迴流，而靠近 \overline{JK} 壁面附近的區域則有迴流存在。在 $1/4$ 週期的瞬間，流體因流道往上移動被牽引以及進口流對流場的影響，兩種影響交互作用，在水平管道中有新迴流產生，新迴流以外的區域則流線因為流道往上移動而向上，受到進口流的影響而往右，因此有流線有往右上斜的情形。而右管也因為整個計算流域空間加大，本來順暢往外流出的流體被回吸補充新增空間，在 \overline{CD} 截面減少排出量，產生兩個新的迴流。圖 5-13(c) 為活塞移動到 $2/4$ 週期流場流線圖。此時活塞移動的速度為零，整個管道中的流線向右延伸有波動的現象，圖 5-13(b) $1/4$ 週期的流線圖中看到的三個迴流也消失。從 $1/4$ 週期後流體被向上牽引的速度慢慢消失，直到 $2/4$ 週期的瞬間只剩下進口流對流體影響。流場流線也因此受到單純進口流速的影響而趨於平滑，唯此刻是流道空間加大最終的瞬間，流場仍需時間讓進口流平復彎曲的流線。圖 5-13(d) 為活塞移動到 $3/4$ 週期的流場流線圖。此時的流線除了有進口流的影響外，流道壁面向下也對流體作牽引，因此流線有向下也往右的右下斜現象。圖 5-13(e) 為活塞經過一個穩定週期的往復運動，回到下始點，並且又準備往上移動瞬間的流線圖。圖中可以發現由上個週期造成的擾動尚未被平復，但流線的狀況有著跟穩態情形很相似的情況，流場在這個瞬間單純受進口流速影響，變化的情形回覆到 5-13(a) 的情形。

圖 5-14(a) 為活塞速度為零，準備往上移動時的等溫線圖，此時主要受進口流速的影響，因此現象和圖 5-1(b) 相似。圖 5-14(b) 為活塞移動到 $1/4$ 週期的等溫線圖，水平管道中間有一明顯的溫等溫線滯留迴旋區。由於此時流道體積增加率最大，進口流體無法完全流到右管，同時從出口也吸入流體，因此流體在水平管道中間滯流。在右管中兩個新的迴流區則有等溫線分佈變得較為稀疏的狀況。圖 5-14(c) 為活塞移動到 $2/4$ 週期的流場等溫線圖。在水平管道中間有較大

的等溫線迴旋區域，左上角的等溫線分佈更稀疏，右管及右上角的等溫線分佈也較稀疏。流場在此刻只剩下進口流速度的影響，左上角的稀疏的等溫線被進口流體牽引，部份等溫線被帶向右方。水平管道中間的等溫線迴旋區也被進口流帶動，有更大的半徑，並且被推向更右方。右管的等溫線也被進口流牽引，往右管下方移動。圖 5-14(d)為活塞移動到 3/4 週期的流場等溫線圖。等溫線較集中在水平管道的上半部，顯示高溫流體集中在上半部，而下半部有較冷的流體。此時活塞往下移動，流道的體積減少，大部分的空間都被進口流體取代，而有大量的流體從右管排出。圖 5-14(e)為活塞經過一個穩定週期的往復運動，回到下始點，並且又準備往上移動瞬間的等溫線圖。圖中可以發等溫線的狀況有著跟穩態情形很相似的情況，說明溫度場在這個瞬間單純受進口流速度影響。

圖 5-15(a)、圖 5-15(b)分別為 1/4、2/4 週期及 3/4、4/4 週期和穩態的局部紐塞數比較圖。圖 5-15(a)中局部紐塞數的分佈可以發現 1/4 週期時有熱傳率有三個局部峰值現象，也就是有三次衝擊的狀況發生，其中一個出現在靠近右側壁面的地方。比較圖 5-3 穩態狀況下的高溫面局部紐塞數分佈圖，發現在活塞做往復運動時，高溫面會有二次以上衝擊現象發生，而穩態則沒有這樣的現象。穩態狀況中，進口流體從左側管道進入水平管道時，只對活塞頂部做了一次衝擊，然後就向右流去，是由於水平管道高度無法讓進口流體在內部擺動。然而在活塞往復運動下，流道壁面移動會牽引流體，而短時間內上下移動的流道使流體無法完全沿著管道向右流動，流體會隨著管道的上下移動而上下晃動，因此會有再次撞擊的現象發生。1/4 週期的第一次衝擊是由進口流體造成，和穩態現象相同。二次衝擊區形成的原因是，受到管道向上移動的影響，水平管道高度相對增加所致，衝擊位置約在高溫壁面 $X = 3.6$ 處，此處熱傳效率明顯增加。而在水平管道最右方的區域因為流體被回吸，造成流道右上角流體滯留，局部熱傳率又再度下降，因此第三次衝擊區較不明顯。當活塞運動到 2/4 週期時，第一次衝擊區的局部紐塞數有下降的情形，第二次衝擊區有增加且往右的情形。流場在 2/4 週期只剩下進口流速度的影響，沒有流道向上的牽引，流體容易從左側管道進入水平管

道，因此第一次衝擊區的局部熱傳率下降。第二次衝擊區也因此受到更多的流體衝擊，而局部熱傳率增加，並且比 1/4 週期時更偏向右方。在 1/4、2/4 週期時第三次衝擊的效果差距則很小。

從圖 5-15(b)中可以發現，3/4 週期的局部紐塞數有比 1/4、2/4 週期整體下降的情形，並且出現多次的局部熱傳率峰值。在 3/4 週期時，活塞往下移動對進口流的相對速度達到最大，被高溫壁面的流體往下擠壓，流體容易從左管流進水平管，向右流動的趨勢較強。流體在水平管道中向右流動，活塞向下移動，這樣的相對速度結果致使流體三次衝擊高溫壁面，但也由於相對速度較強，冷熱流體接觸的時間短，導致局部紐塞數全面性下降。當活塞移動到 4/4 週期時，進口流速度和活塞高溫面的相對速度減小，進口流對上方的高溫壁面比較不敏感，因此較晚轉入水平管道，以致冷熱流體接觸較久，熱量傳遞的效果較好，造成第一次衝擊區的局部紐塞數較高。流體在第一次衝擊後往 \overline{JK} 壁面衝擊，之後反彈後再度對活塞頂部衝擊，慣性力減弱，造成局部紐塞數比第一次小的第二次衝擊。

圖 5-16、圖 5-17 為活塞在 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 250$ ， $F_c = 0.2$ ， $L_c = 0.5$ ，重力和進口流速度方向相反下，一個完整穩定週期分別在 1/4、2/4、3/4 及 4/4 週期時的流場流線圖及流場等溫線圖。五個無因次時間為一週期，從 $\tau = 65 \sim 70$ 區間取樣。

圖 5-16(a)為活塞準備往上移動的流線圖。此例中浮力效應已經大幅度增強，圖中可以發現進口流體進入水平管道後較集中在 \overline{JK} 壁面附近，而且在水平管道頂端附近有一延伸到右側垂直管道的大迴流。圖 5-16(b)為活塞移動到 1/4 週期時的流線圖。此時流場同時受到流道往上移動的速度及進口流的影響，水平管中的流線有向右往上的趨勢，唯此時浮力效應已增強，使流線有彎曲的現象，和圖 5-14(b)現象不同。另外在右側管道中有往上的流體被溫度層化區抵擋而轉向下的現象。圖 5-16(c)為活塞移動到 2/4 週期時的流場流線圖。流場由於活塞停止運動，流場只剩下進口流以及浮力效應的影響。受到活塞頂部溫度層化區的

推擠，流體只能夠靠近 \overline{JK} 壁面附近向右流動。圖 5-16(d) 活塞移動到 3/4 週期時的流場流線圖。左管進入水平管附近有進口流體被向下牽引的現象，流道其他地方的流線都有垂直向下的情形。較冷的流體在靠近 \overline{JK} 壁面向右流動，再加上流道向下移動的影響，水平管道中 \overline{JK} 壁面附近流線有向右及向下傾斜的情形，而在 \overline{MN} 壁面附近則有流線向左彎曲，流體向左補充的情形。圖 5-16(e) 為活塞向下移動到下始點的流場流線，和圖 5-16(a) 的情況極為相似，整個流道經過一個週期後回到原始的流場現象。

圖 5-17(a) 為活塞準備往上移動的等溫線圖，可以發覺活塞頂端有溫度層化現象，且進口流從左管進入水平管時，會直接衝擊溫度層化區底部，被衝擊的地方有等溫線密集的情形。在右側管道溫度層化區底端中高溫流體被帶往出口的情形。圖 5-17(b) 為活塞移動到 1/4 週期時的等溫線圖。由於活塞頂部和進口流的相對速度減小，在左側管道上方高溫面的溫度層化區被衝擊的速度減小，等溫線變的較稀疏。另外這個時間流體受到活塞往上移動的牽引，在右側管道溫度層化區底部較少的熱流體被帶向出口。圖 5-17(c) 為活塞移動到 2/4 週期時的流場等溫線圖。由於這個時間活塞停止運動，壁面移動對流場的影響消失，活塞頂部相對於進口流的速度回升，進口附近的高溫面進口流對溫度層化區底部的衝擊現象增加，等溫線較為密集。圖 5-17(d) 為活塞移動到 3/4 週期時的等溫線圖。相較於 2/4 週期圖 5-17(c)，可以發覺靠近右側管道的溫度層化區底部有等溫線較彎曲的情形，原因是活塞向下移動到最高速，增加流體排出量，而牽引較多的層化區底部中高溫流體向下。圖 5-17(e) 為活塞向下回到下始點的流場等溫線圖，和圖 5-17(a) 的情況極為相似，整個流道經過一個週期後回到原始的流場現象。

圖 5-18(a)、圖 5-18(b) 分別為 1/4、2/4 週期，3/4、4/4 週期與穩態的局部紐塞數比較圖。當 Gr/Re^2 值大幅提升到 $Gr/Re^2 = 250$ ，浮力效應大為提升，且在重力與進口流速度相反下，高溫流體累積在活塞流道頂部，浮力對流場的影響

已遠大於活塞運動以及進口流速度對流場的影響，活塞頂部流體發生溫度層化現象，在高溫壁面附近的熱量傳遞現象是由熱傳導主導，局部紐塞數的變化全部都侷限在 0~1 之間，相較 $Gr/Re^2 = 1$ 時的結果非常的小。圖 5-18(a) 1/4 週期時，活塞向上的速度達到最大值，加上浮力效應大幅度增強，因此在水平管道中央區域的流體不易往右流動，因此造成局部紐塞數分佈為中央較左右兩側略低的狀況。2/4 週期時，活塞停止於上始點，內部空間加大的效應消失，致使左側進口流體相對的比較容易衝擊左側高溫壁面。右側高溫壁面仍累積稍前活塞向上移動所留下的高溫流體，右側高溫壁面局部紐塞數稍微下降。圖 5-18(b) 中 3/4 週期時，活塞向下速度達到最高值，流動現象和 1/4 週期時相似，局部紐塞數分佈左右兩側略高於中央區域。4/4 週期時，活塞停止於下始點，活塞和進口流體之間的相對速度減弱，加上層化區造成的緩衝效果，使左側進口流體提早轉入水平管道，而無法順利衝擊左側高溫壁面，導致局部紐塞數略為降低。水平管道右側的流體因為相對速度的消失，反而順利流入右側管道，牽引部分右側高溫壁面的高溫流體往下流，造成右側高溫壁面的局部紐塞數略為提升。

圖 5-19 為當重力方向與進口強制流相反， $Gr/Re^2 = 1$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 下，各經過 70τ ，到達周期穩定的平均紐塞數對時間的變化分佈。可以發現由於浮力效應的影響， $Gr/Re^2 = 250$ 時流道振動對活塞頂部的熱傳影響已經非常小，平均紐塞數分佈遠小於 $Gr/Re^2 = 1$ 的平均紐塞數分佈，並且比較早進入穩定週期變化。

5.4 重力方向和進口流相反， Re No.、 F_c 及 L_c 對流場及溫度場的影響

圖 5-20、圖 5-21 為活塞在 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 0.16$ ， $F_c = 0.2$ ， $L_c = 0.5$ ，重力和進口流速度方向相反下，一個完整穩定週期分別在 1/4、2/4、3/4 及 4/4 週期時的流場流線圖及流場等溫線圖。本例從 $\tau = 65 \sim 70$ 區間取樣，雷諾數較前例增大，因此強制對流主導整體的熱流場變化。

圖 5-20(a)為活塞從下始點準備往上移動瞬間的流場流線圖。圖中可以發現在水平管道中從左到右總共有五個迴流，右側垂直管道中有一個迴流。左上角及右上角流體轉彎所致，滯留的流體形成的兩個迴流。靠近 \overline{JK} 壁面以及在右側管道的迴流，是流體在轉彎處和壁面分離而形成。在高溫面 \overline{MN} 的迴流則是因為雷諾數增加，慣性力較大，第一次衝擊後又再次衝擊高溫面所致。圖 5-20(b)為活塞移動到 1/4 週期時的流場流線圖。此時流道向上移動的速度最大，牽引流體向上流動，同時流道加大效應的發生，致使水平管道中間形成一個迴流，在右側垂直管道中也有兩個新的迴流產生。圖 5-20(c)為活塞移動到 2/4 週期的流場流線圖。此刻流道向上速度對流場的影響消失，進口流速度主導流場的現象，致使流場和圖 5-20(a)相似。圖 5-20(d)為活塞移動到 3/4 週期時的流場流線圖。此時流道向下的速度最大，導致流線有分佈有垂直於水平管道且偏右。圖 5-20(e)、為活塞回到穩定週期的下始點，並準備再度往上移動的流場流線圖。和圖 5-20(a)的結果相同，在這個瞬間由於活塞往下運動的速度停止，流道往下運動對流場的影響消失，只剩下單純進口流對流場的影響，各種因壁面往下移動對流場造成的影響在這個時間趨於被進口流平復。

圖 5-21(a)為活塞在下始點準備往上移動瞬間的流場等溫線圖。由於強制對流效應較強，因此等溫線分佈大多緊貼高溫壁面，水平管道中間、左上角及右側管道的迴流則造成等溫線分佈較為稀疏的狀況。圖 5-21(b)為活塞移動到 1/4 週期時的流場的等溫線圖。水平管道中央區域明顯的迴流區，致使溫度分佈亦形成類似的迴流區域。圖 5-21(c)為活塞移動到 2/4 週期時的流場等溫線圖。此時活塞停止於上始點，等溫線分佈類似圖 5-21(b)，原本在水平管道中央的迴流區，明顯的往右方移動。圖 5-21(d)為當活塞移動到 3/4 週期時的流場等溫線圖。可以看到在 2/4 週期時水平管道中央偏右的迴流，已經被推往水平管道右上方，並且形狀有向右拉伸的現象。右側管道的等溫線有向下方延伸的趨勢。圖 5-21(e)為活塞回到穩定週期的下始點，並準備再度往上移動的流場等溫線圖。可以發現

和圖 5-21(a)的結果相同，在這個瞬間由於活塞往下運動的速度停止，流道往下運動對流場的影響消失，只剩下單純進口流對流場的影響，各種因壁面往下移動對流場造成的影響在這個時間趨於被進口流平復。

圖 5-22(a)、圖 5-22(b)分別為 1/4、2/4 週期，3/4、4/4 週期與穩態的局部紐塞數比較圖。將圖 5-22(a)和圖 5-15(a)相比較，前者在增加雷諾數 Re 後，慣性力增強，不但使高溫面熱傳率有整體提高的現象，另外進口流體衝擊高溫面後，流體反彈效應增強，增加再次衝擊壁面的機會，因此在高溫壁面形成三個局部紐塞數的高峰。圖 5-22(b)中，3/4、4/4 週期的高溫面整體的局部紐塞數有比圖 5-22(a)要低的現象。當活塞往下移動至 3/4 週期時，是活塞往下加速的過程，由於進口流相對活塞頂部高溫面的速度而增強，流體流經左側垂直管進入水平管道時被高溫壁面附近的熱流體更快速的壓縮，提早轉向進入水平管道，減弱衝擊高溫壁面的效果。此時管道空間有減少效應，因此紐塞數分佈有四個頂點，比管道向上移動時多一個。

圖 5-23 為 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ 及 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 0.16$ 的高溫面平均紐塞數對時間的分佈比較圖。圖中可以發現， $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ 下約在 $\tau = 5$ 後活塞頂部的平均熱傳率達到穩定週期現象，而 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 0.16$ 要在約 $\tau = 10$ 後才達到穩定周期。另外在固定的 $Gr = 40000$ ，增加雷諾數，浮力相對於進口流、活塞移動對流場的影響降低，因此活塞頂部的平均熱傳率會增加。

圖 5-24、圖 5-25 為活塞在 $Re = 500$ ， $Gr/Re^2 = 40$ ， $F_c = 0.2$ ， $L_c = 0.5$ ，重力和進口流速度方向相反下，一個完整穩定週期分別在 1/4、2/4、3/4 及 4/4 週期時的流場流線圖及流場等溫線圖。 Gr no. 增加為 10^7 ，浮力效應大幅增強，強制對流效應相對減弱，活塞頂部形成了溫度層化區。從 $\tau = 65 \sim \tau = 70$ 區間取樣。

圖 5-24(a)為活塞從下始點準備往上移動瞬間的流場流線圖。進口流體對活塞頂部的高溫流體區反覆衝擊的現象，形成了多處的迴流。流道左上角有一進口

流轉彎遠離而形成的迴流區， \overline{JK} 壁面和右管轉彎處下方則有流體和壁面分離形成的迴流區，另外水平管道頂部有一延伸到右管的迴流區。圖 5-24(b) 為活塞向上移動到 1/4 週期時的流場流線圖。水平管道中的流線向右上傾斜，而流線彎曲則是頂部的層化區影響所致。右側管道則有流體被回吸形成一個迴流區。圖 5-24(c) 為活塞向上移動到 2/4 週期時的流場流線圖。水平管道上方有延伸到右管的迴流區。右管轉彎處下方則有流體和壁面分離形成的迴流。此時活塞停止往上移動，加上浮力效應和雷諾數同時增強的效果，頂部層化區被流體帶動多處的迴流。圖 5-24(d) 為活塞往下移動到 3/4 週期時的流線圖。流線有向右下傾斜的情形。圖 5-24(e) 為活塞移動一整個週期後回到下始點的流線圖，和圖 5-24(a) 的圖形非常相似。

圖 5-25(a) 為活塞從下始點準備往上移動瞬間的等溫線圖。相較於圖 5-18(a)，流場的雷諾數增高，慣性力較強，層化區左側被衝擊的現象較為明顯，等溫線較密集。圖 5-25(b) 為活塞移動到 1/4 週期的流場的等溫線圖。進口流和活塞頂部的相對速度減小，進口流對層化區流體區的衝擊現象較不顯著，因此層化區左方本來受衝擊的區域被右方的熱流體填補，等溫線平順。圖 5-25(c) 為活塞移動到 2/4 週期時的流場等溫線圖。活塞在此時停止運動，進口流主導流場變化，層化區左側等溫線再度變得密集。圖 5-25(d) 為活塞移動到 3/4 週期時的流場等溫線圖。進口流對高溫面移動的相對速度增加，因此活塞頂部左側的高溫流體區底部有等溫線更加密集的現象，右管有更多的熱流體被往下帶走。圖 5-25(e) 為活塞移動一整個週期後回到下始點的等溫線圖，和圖 5-25(a) 的圖形相同。

圖 5-26(a)、圖 5-26(b) 分別為 1/4、2/4 週期，3/4、4/4 週期與穩態的局部紐塞數比較圖。和流場狀況 ($Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$) 相比，高溫面最高的紐塞數變化在 0~4 之間，有較大的情形，但和浮力效應低 ($Gr/Re^2 = 0.16$) 的狀況相比仍然非常小。圖 5-26(a) 1/4、2/4 週期下，由於流場的雷諾數較前例 ($Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$) 要強，進口流體慣性力增加，整個高溫面的熱傳效

率稍有提升，而在右側管道可以往下帶走更多的熱量，因此高溫面右方的局部熱傳率較高。圖 5-26(b)3/4、4/4 週期下的狀況則相反，由於進口流相對高溫壁面的速度提升，活塞在往下移動的過程中高溫面左側的局部熱傳率較高。

圖 5-27 為 Re 分別為 200， $Gr/Re^2 = 1$ 、250 及 500， $Gr/Re^2 = 0.16$ 、40，且重力方向和進口流速度相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈比較圖。從圖中發現，增加雷諾數和降低 Gr 值可以增加活塞頂部的熱傳效率，而降低雷諾數或增加 Gr 值流場會在活塞高溫面附近形成層化區，讓活塞頂部的熱傳效率降低。

5.5 改變重力和進口流速度的相對方向，對流場及溫度場的影響

圖 5-28、圖 5-29 為活塞在 $Re = 200$ ， $Gr/Re^2 = 1$ ， $F_c = 0.2$ ， $L_c = 0.5$ ，重力方向和進口流速度相同下，一個完整穩定週期分別在 1/4、2/4、3/4 及 4/4 週期時的流場流線圖及流場等溫線圖。當重力方向和進口流速度方向相同時，左管進口流和浮力反向，是反向抵抗流，而右管的浮力和流體流向同方向，是助益流。分析結果從 $\tau = 65 \sim 70$ 區間取樣。

圖 5-28(a) 為活塞在下始點並且準備往下移動的流場流線圖。流場此時處於瞬間停止狀態，因為流體轉向、流體和壁面分離形成的左下角、右下角迴流，及流體和壁面分離形成 \overline{JK} 壁面下方及右管轉彎處上方的兩個迴流。水平管道中間附近有一流體衝撞高溫面反彈形成的迴流。圖 5-28(b) 為活塞往下移動到 1/4 週期時的流場流線圖。水平管道中間的流體滯留形成明顯的迴流，右側管道中也有迴流區，只是右側管道中流體流向有浮力的助益，流體更趨於往上流出管道，相較於圖 5-13(b)，只有一個迴流形成。圖 5-28(c) 為活塞移動到 2/4 週期時的流場流線圖。此時流道向下移動的速度停止，流場只剩下浮力以及進口流影響，進口流在此刻平復受到活塞移動的流場。圖 5-28(d) 為活塞往上移動到 3/4 週期時的流場流線圖。流線有往右上傾斜的情形。圖 5-28(e) 為活塞往上移動到下始點，又準備再度往下移動瞬間的流場流線圖。和圖 5-28(a) 現象相同，流場經過

一整個週期的往復運動速度影響，又再度進入下一個週期，週而復始。

圖 5-29(a)為活塞在下始點準備往下移動的流場等溫線圖，左下角的迴流區、水平管道中間的迴流區，右下角的迴流區都有溫度梯度稀疏的現象。圖 5-29(b)為活塞移動到 1/4 週期時的流場等溫線圖，左下角的等溫線體被進口流體牽引而成勾狀。水平管道中間的迴流區造成等溫線迴旋，右管的上方明顯的有等溫線隨著流體往下游移動的情形。圖 5-29(c)為活塞移動到 2/4 週期時的流場等溫線圖。左管中浮力和進口流相互抵抗的結果，等溫線被進口流牽引形成三角形。而水平管道中間的等溫線迴流區，因為浮力的影響，已經擴張到整個管道的高度。圖 5-29(d)為活塞移動到 3/4 週期時的流場等溫線圖，因為進口流和高溫壁面的相對速度增加，左下角的三角形等溫線區被壓縮。2/4 週期中水平管道中間的等溫線迴流區被推擠到右側，且形狀有向右拉伸的現象。圖 5-29(e)為活塞往上移動到下始點，又準備再度往下移動瞬間的流場等溫線圖。和圖 5-29(a)的現象相同，流場經過一整個週期的往復運動速度影響，又再度進入下一個週期。

圖 5-30(a)、圖 5-30(b)分別為 1/4、2/4 週期，3/4、4/4 週期與穩態的局部紐塞數比較圖。和圖 5-15(a)的狀況類似，由於前述管道體積增大的現象，圖 5-30(a)中 1/4、2/4 週期都有三次衝擊現象。此例為重力和進口流速度方向相同的狀況，熱的流體容易被浮力帶離高溫壁面，在同樣的雷諾數下，1/4、2/4 週期的高溫面熱傳率普遍提升。圖 5-30(b) 3/4、4/4 週期的局部紐塞數分佈和圖 5-15(b)的現象一樣，分別有四次及三次對活塞頂部衝擊的情形，唯此例中浮力會將熱流體帶離高溫壁面，熱傳效率全面提升。

圖 5-31 為 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 1$ 、 $F_c = 0.2$ 及 $L_c = 0.2$ ，重力和進口流速度相同及重力和進口流速度相反的活塞頂部平均紐塞數對時間分佈的比較圖。在雷諾數同樣是 $Re = 200$ 及浮力效應 $Gr/Re^2 = 1$ 之下，進口流速度和重力方向同向，浮力會將高溫壁面附近的熱流體帶離高溫壁面，而進口流速度和重力方向反向，則浮力會將高溫壁面附近的熱流體更帶向高溫壁面，因此在熱傳效率上會有前者

較高的結果。另外由穩定周期下平均紐塞數最高值和最低值的差異中發現，當重力和進口流速度方向相同時，活塞做往復運動會對平均熱傳率有更大的擾動。



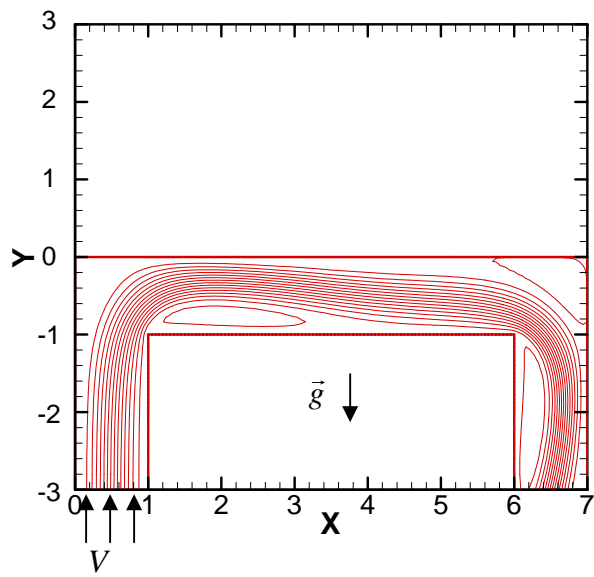


圖 5-1(a) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ ，穩態流場之流線圖

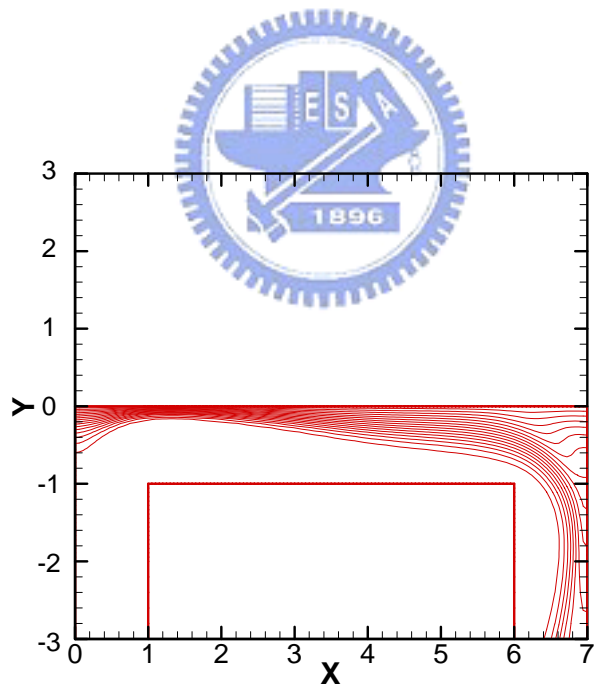


圖 5-1(b) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ ，穩態流場之溫度分佈圖

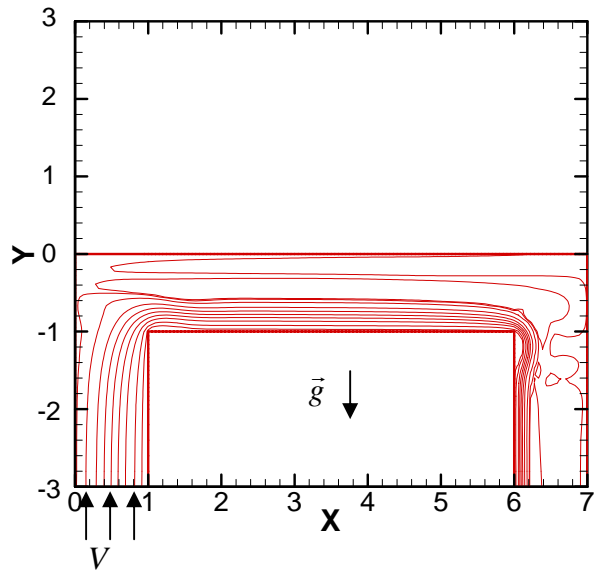


圖 5-2(a) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 250$ ，穩態流場之流線圖

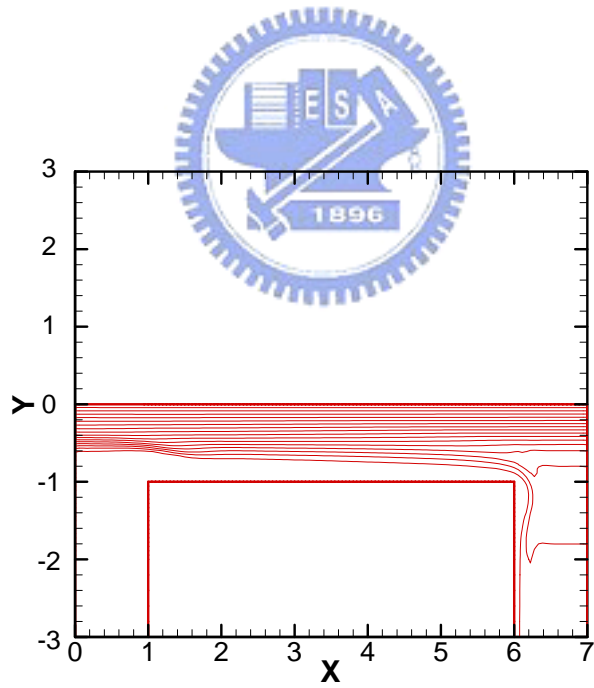


圖 5-2(b) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 250$ ，穩態流場之溫度分佈圖

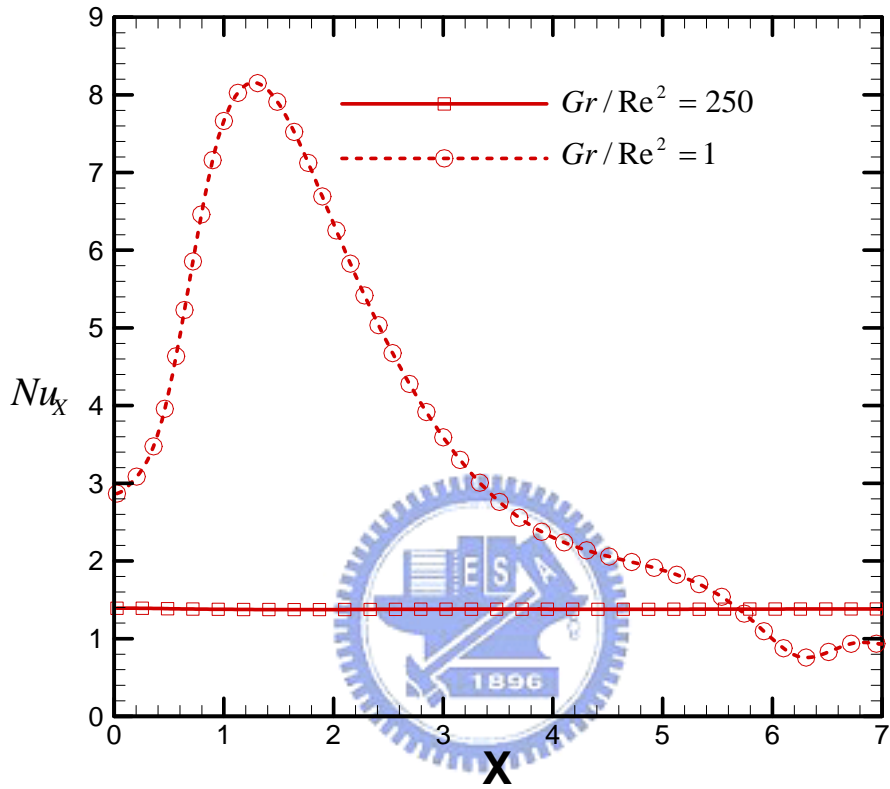


圖 5-3 $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ ，穩態流場
之高溫面局部 Nu_x 分佈圖

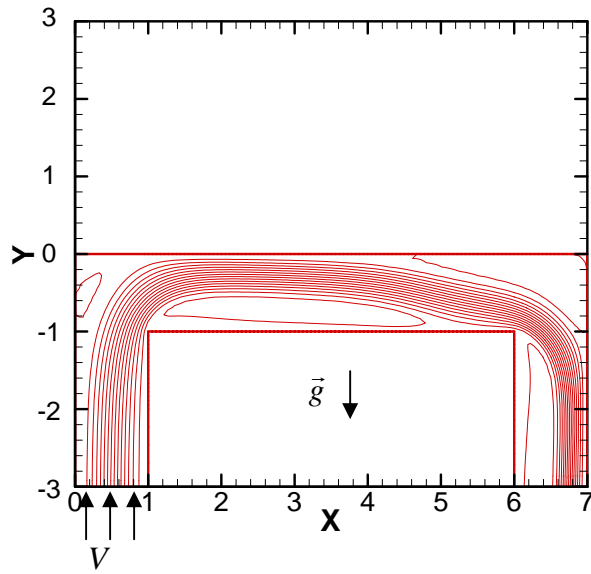


圖 5-4(a) $Re = 500$ $Gr/Re^2 = 0.16$ ，穩態流場之流線圖

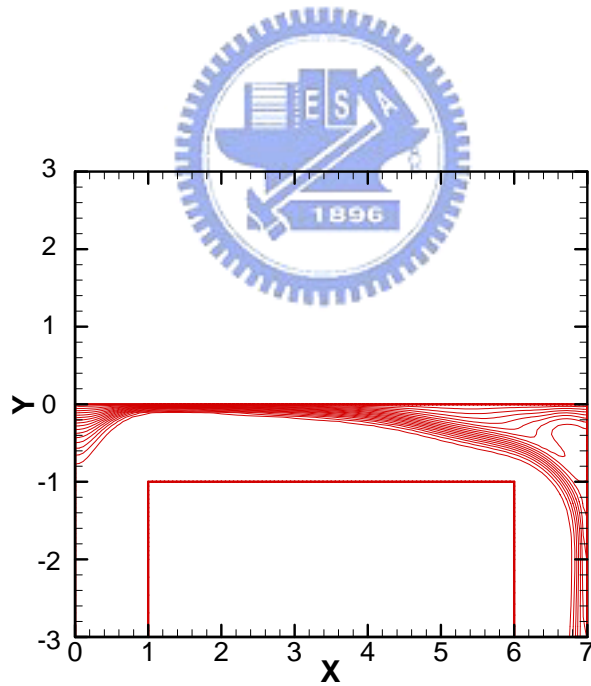


圖 5-4(b) $Re = 500$ $Gr/Re^2 = 0.16$ ，穩態流場之溫度分佈圖

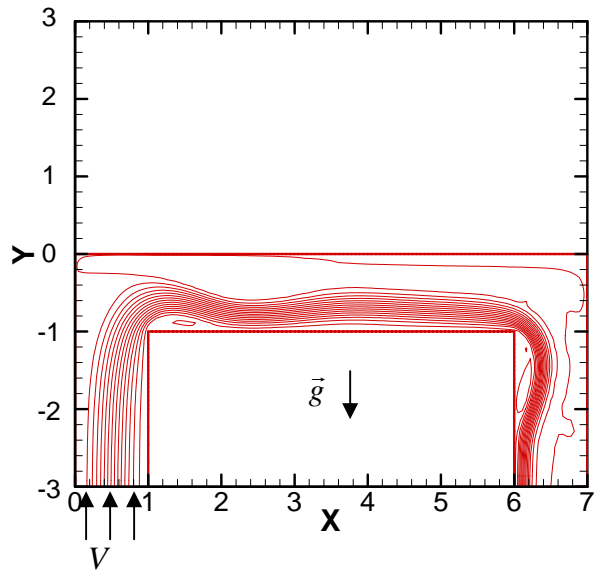


圖 5-5(a) $Re = 500$ $Gr/Re^2 = 40$ ，穩態流場之流線圖

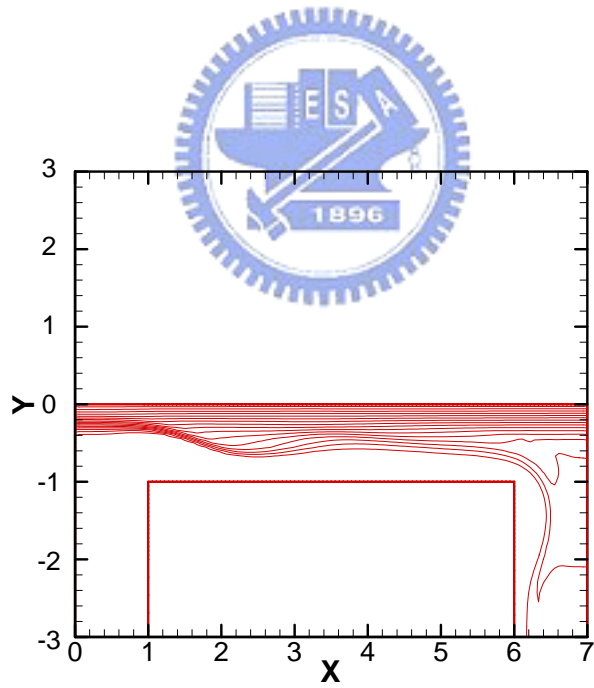


圖 5-5(b) $Re = 500$ $Gr/Re^2 = 40$ ，穩態流場之溫度分佈圖

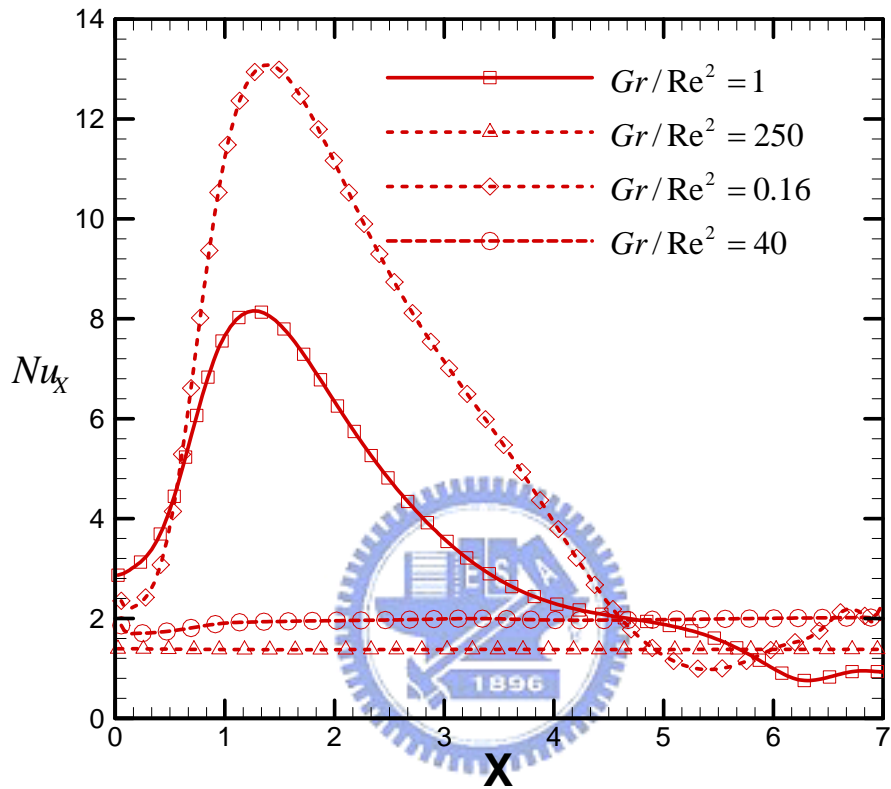


圖 5-6 $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ 、250； $Re = 500$ $Gr/Re^2 = 0.16$ 、40，重力和進口流反向，穩態流場之高溫面局部 Nu_x 分佈圖

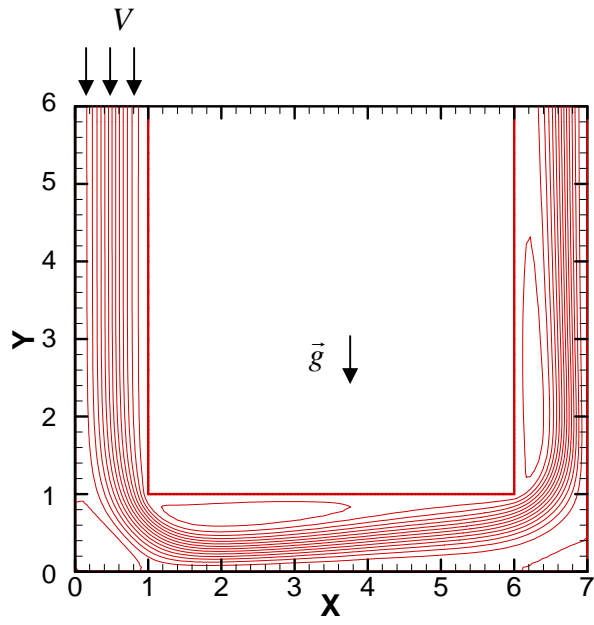


圖 5-7(a) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ ，穩態流場之流線分佈圖

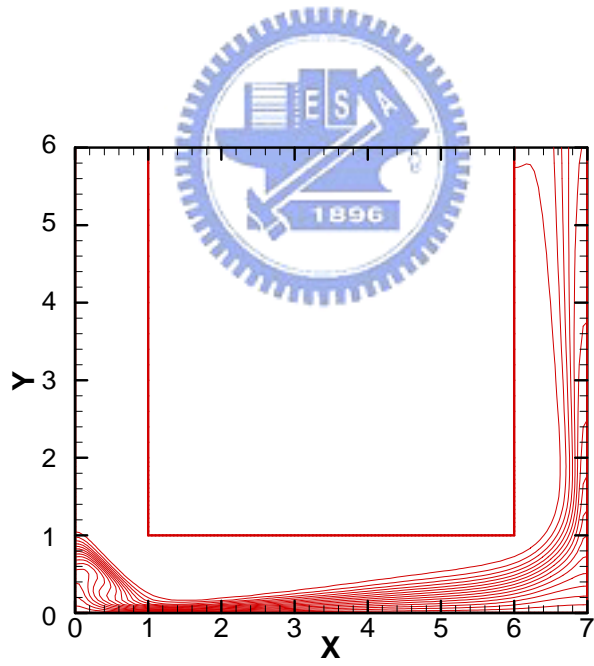


圖 5-7(b) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ ，穩態流場之溫度分佈圖

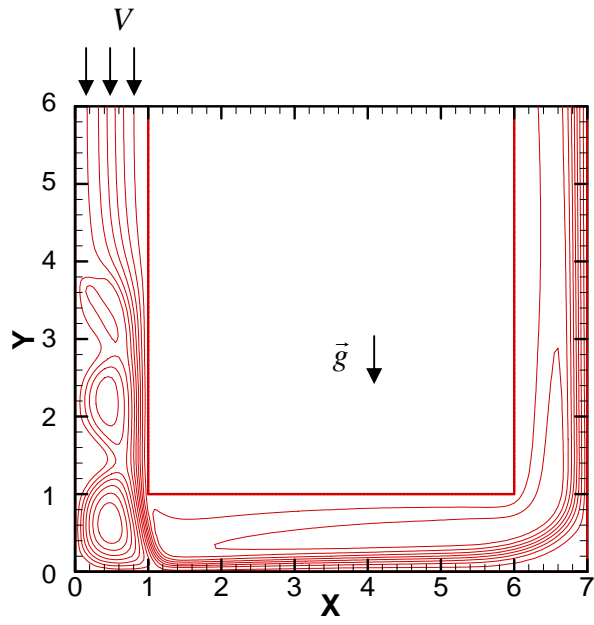


圖 5-8(a) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 17.5$ ，穩態流場之流線分佈圖

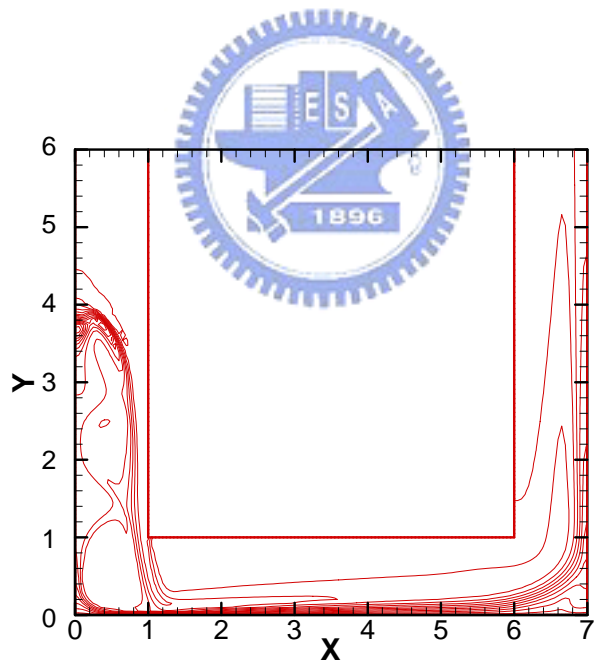


圖 5-8(b) $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 17.5$ ，穩態流場之溫度分佈圖

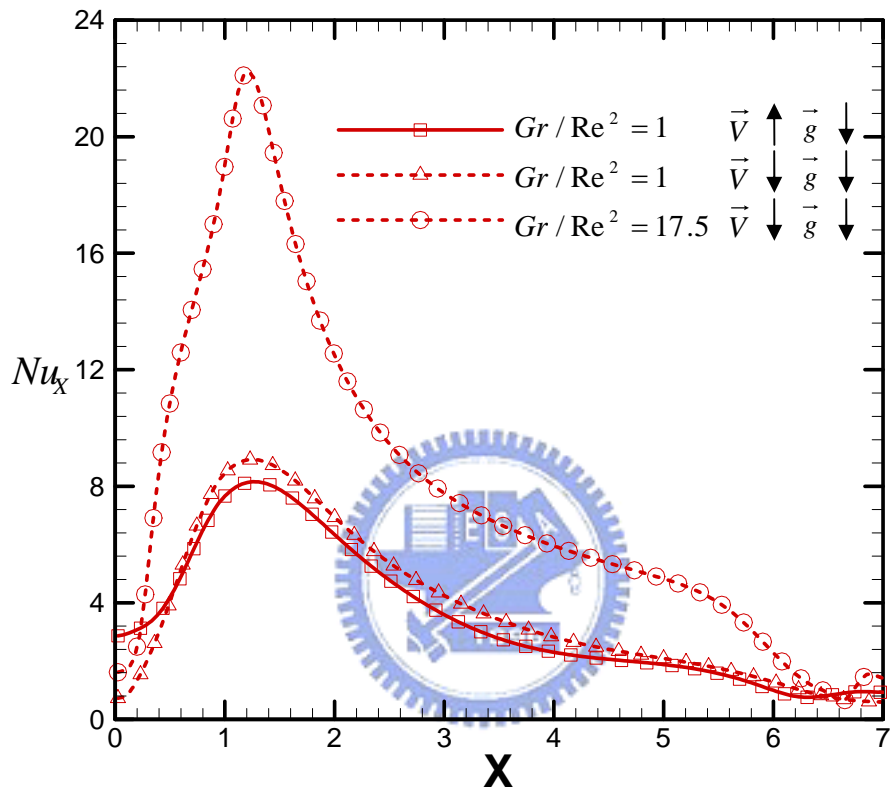


圖 5-9 $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ 、 17.5 ，重力方向分別和進口流相同，
 $Re = 200$ $Gr/Re^2 = 1$ ，重力方向分別和進口流相反，穩態流場
 之高溫面局部 Nu_x 分佈圖

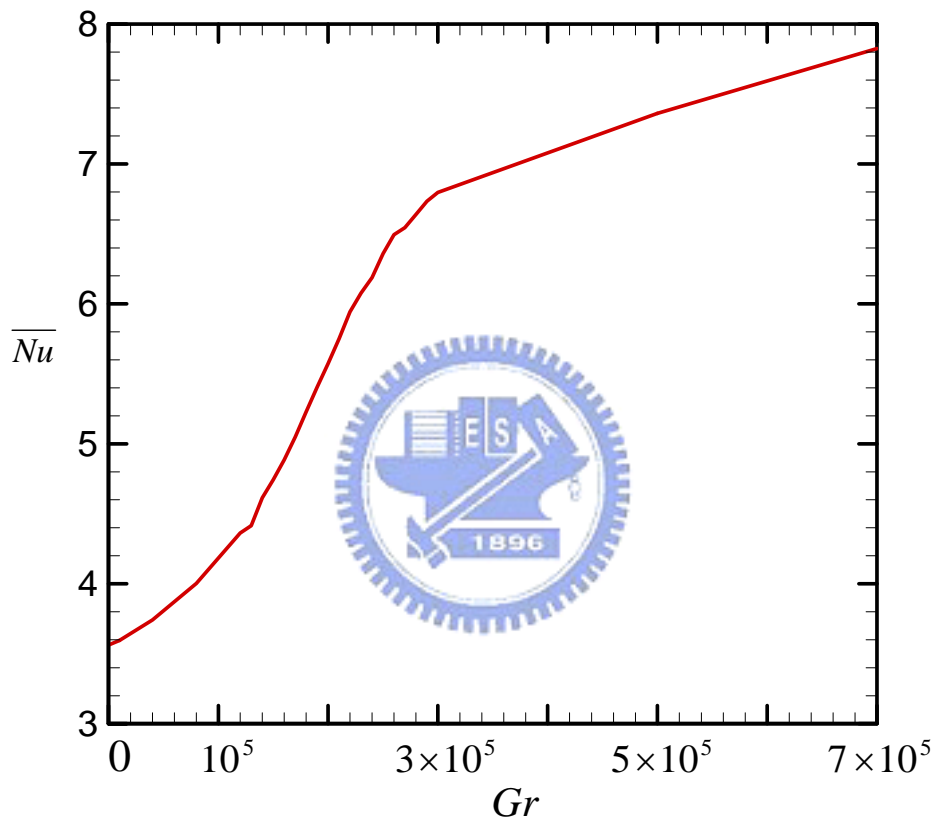


圖 5-10 $Re = 200$ ，重力方向和進口流相同，
穩態流場之高溫面平均紐塞數對 Gr 分佈圖

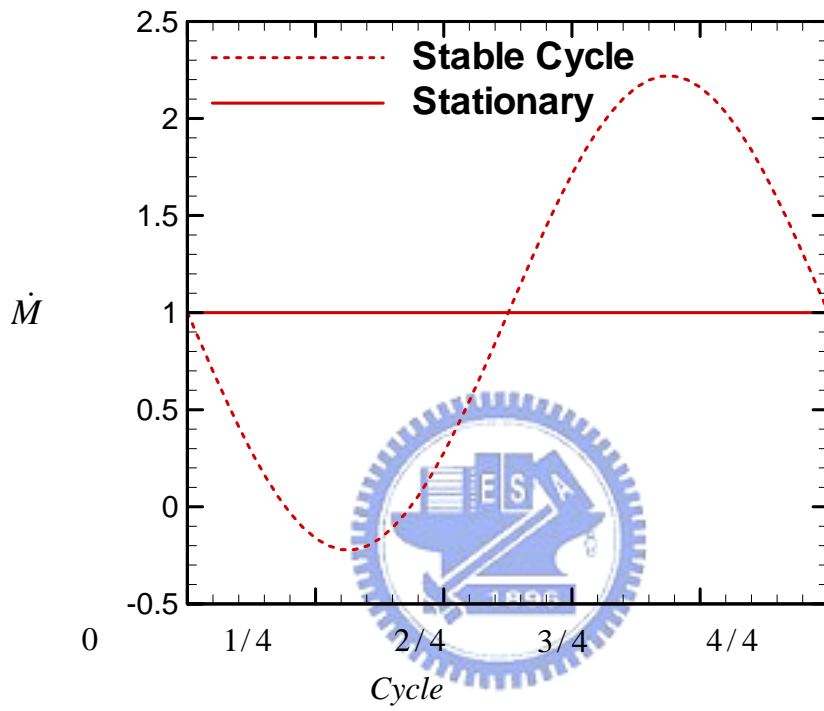


圖 5-11 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$,
 一穩定週期及活塞固定不動的出口質流率對時間分佈圖

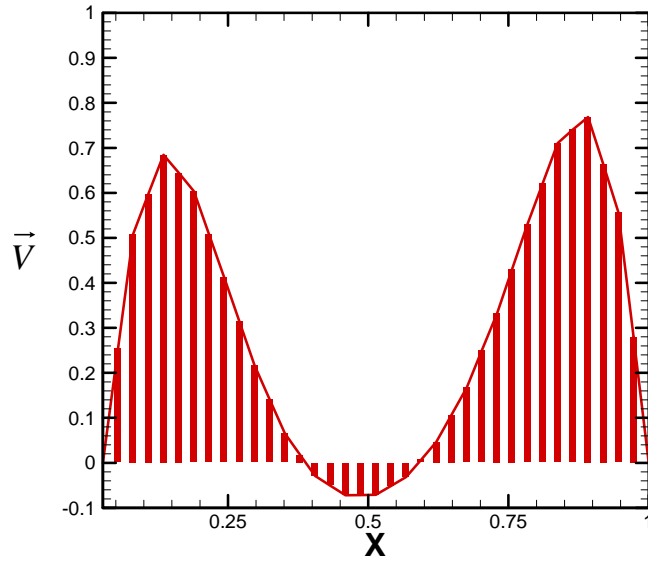


圖 5-12 (a) 1/4 Cycle 出口速度分佈圖

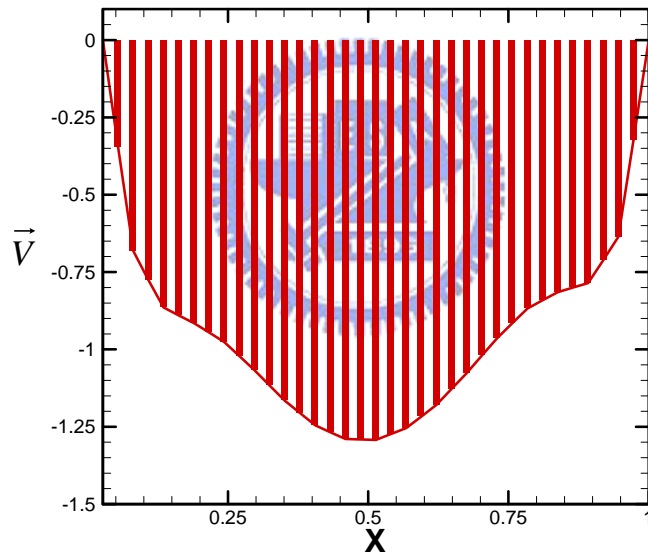


圖 5-12 (b) 3/4 Cycle 出口速度分佈圖

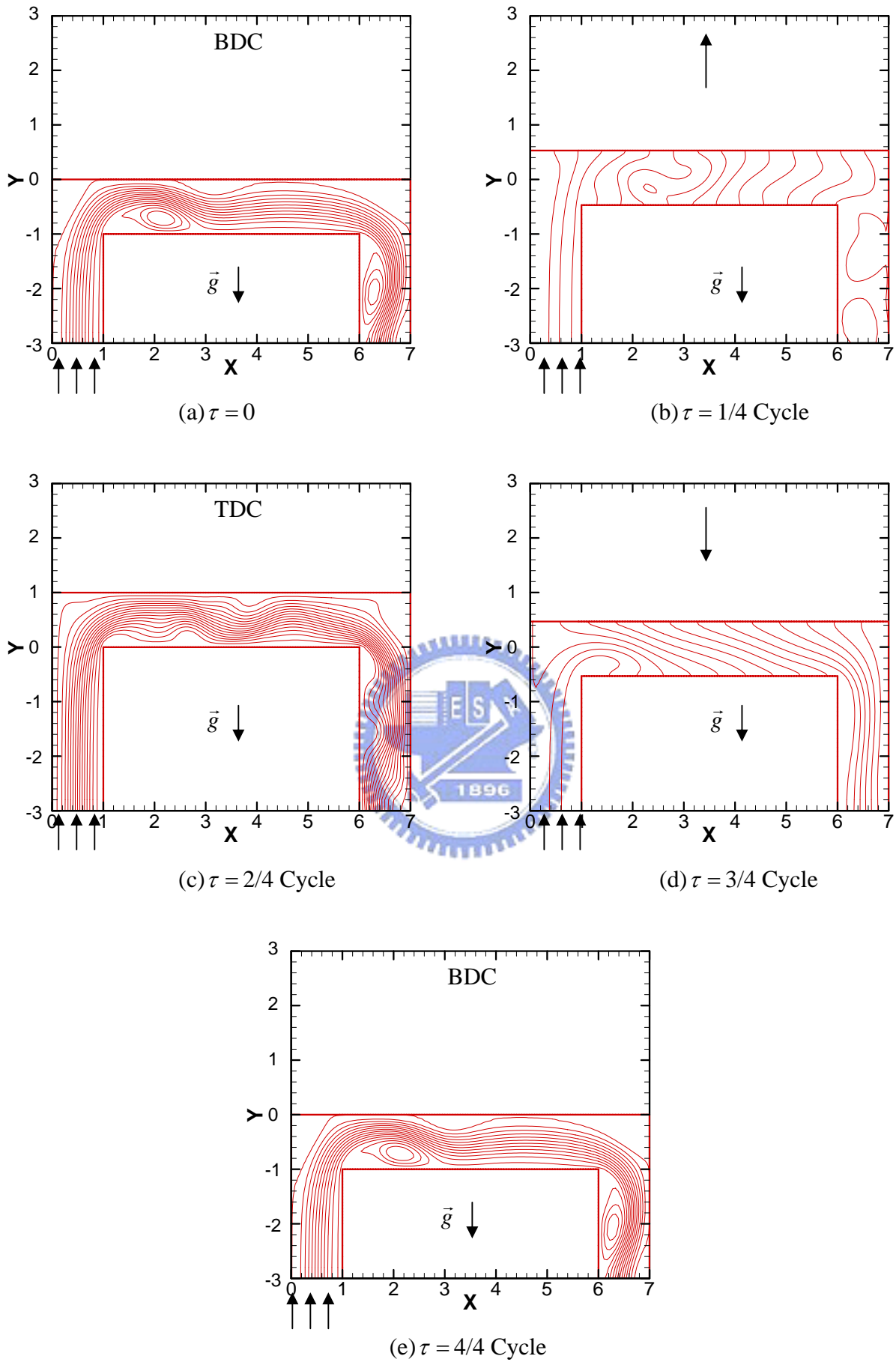
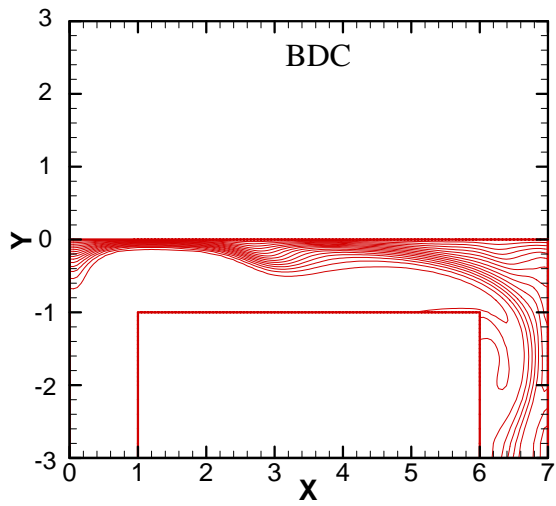
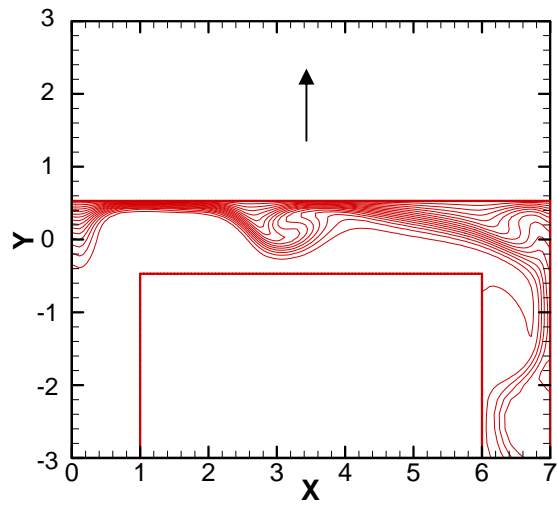


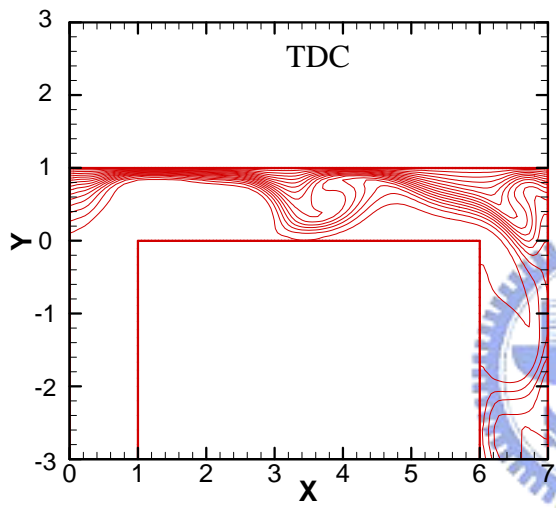
圖 5-13 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反，
移動邊界移動一週期之流場流線圖



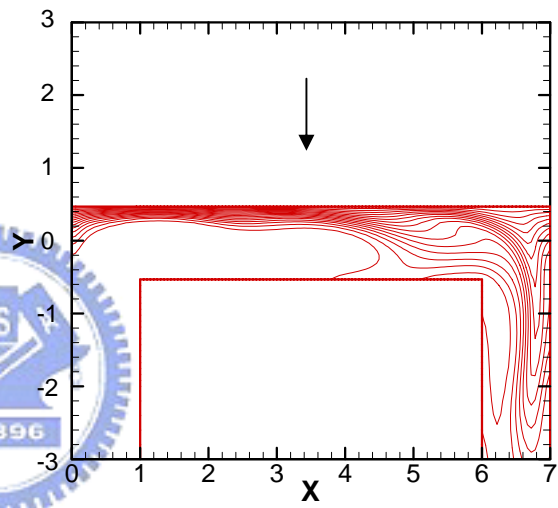
(a) $\tau = 0$



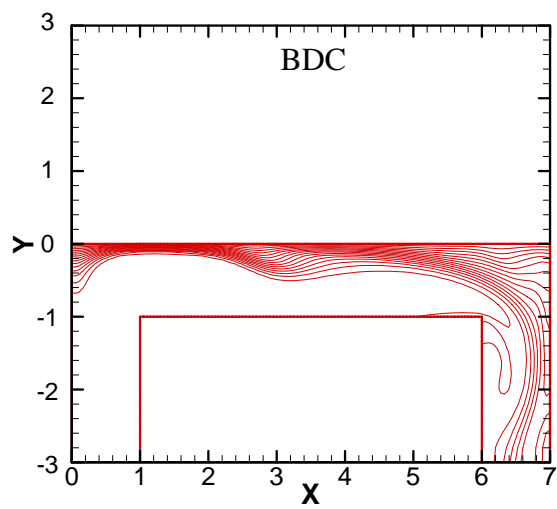
(b) $\tau = 1/4$ Cycle



(c) $\tau = 2/4$ Cycle



(d) $\tau = 3/4$ Cycle



(e) $\tau = 4/4$ Cycle

圖 5-14 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反，
移動邊界移動一週期之流場等溫線圖

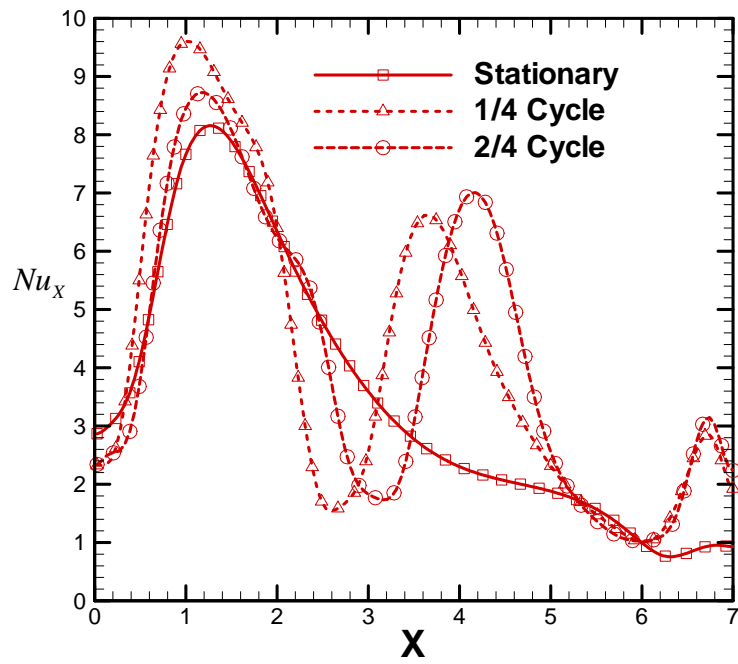


圖 5-15(a) $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反 ,

1/4 及 2/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

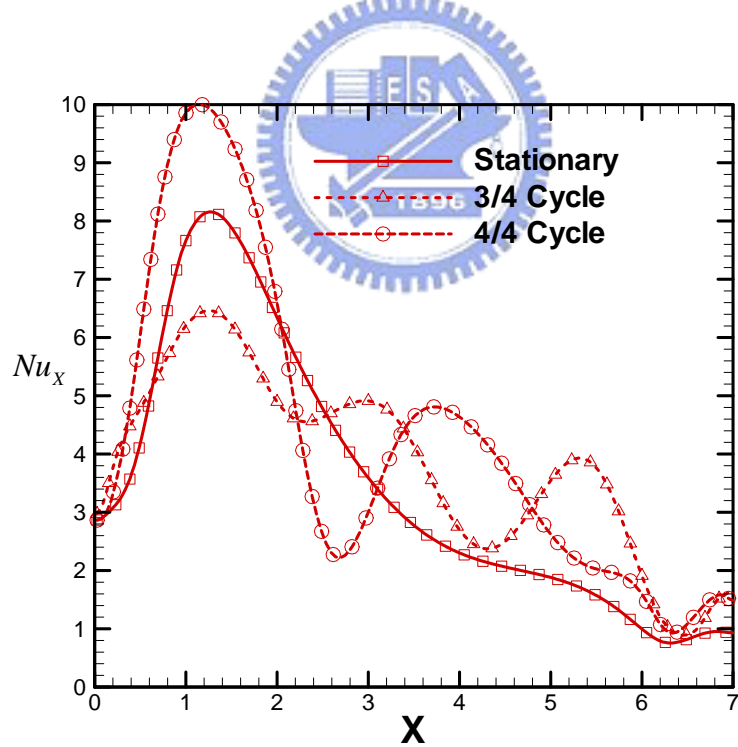


圖 5-15(b) $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反 ,

3/4 及 4/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

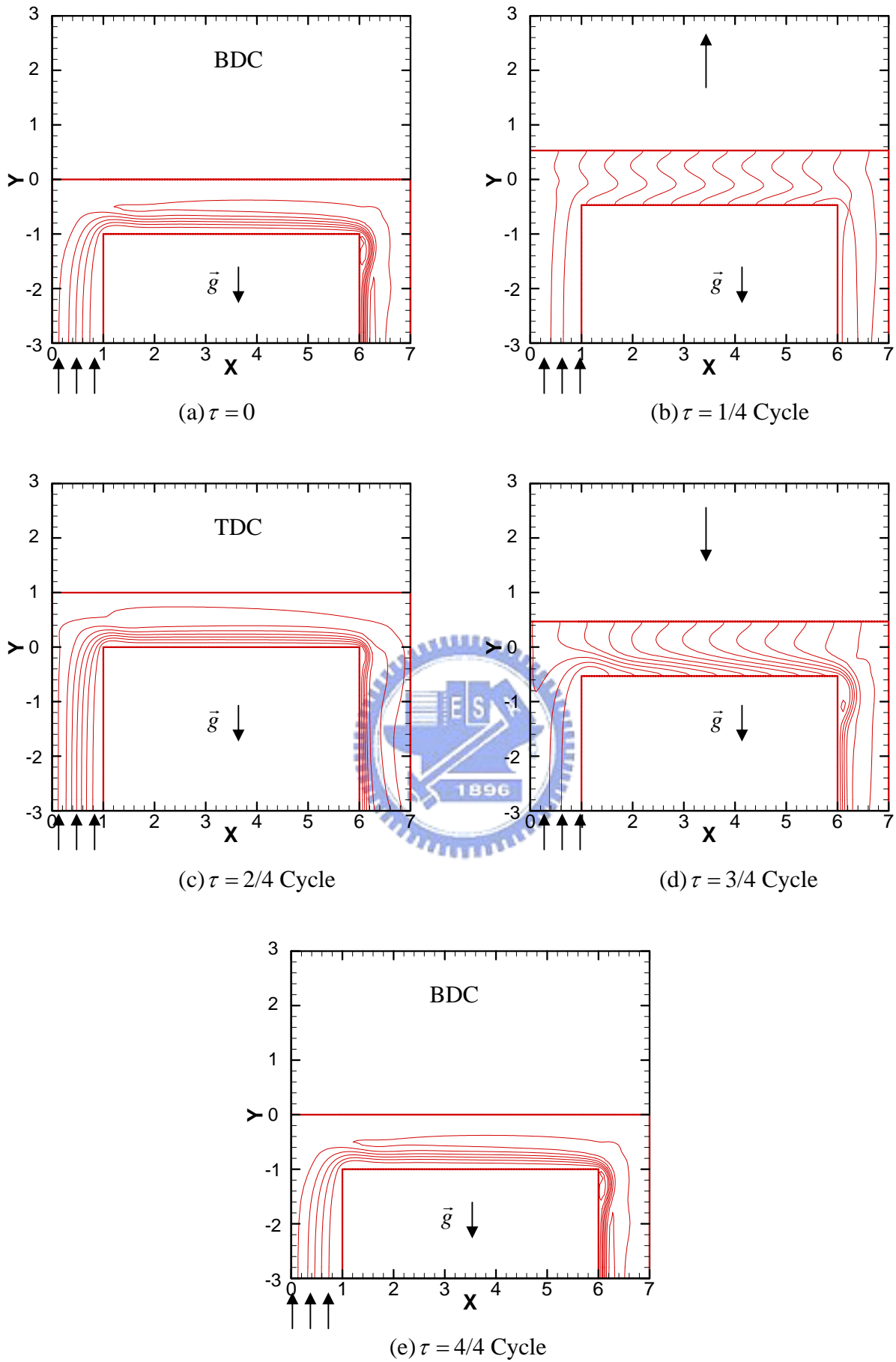
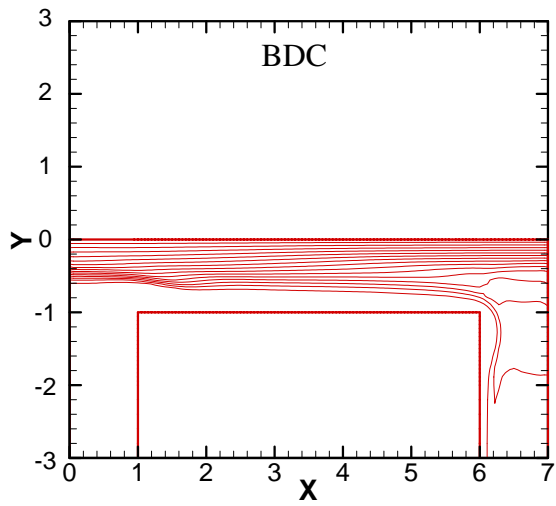
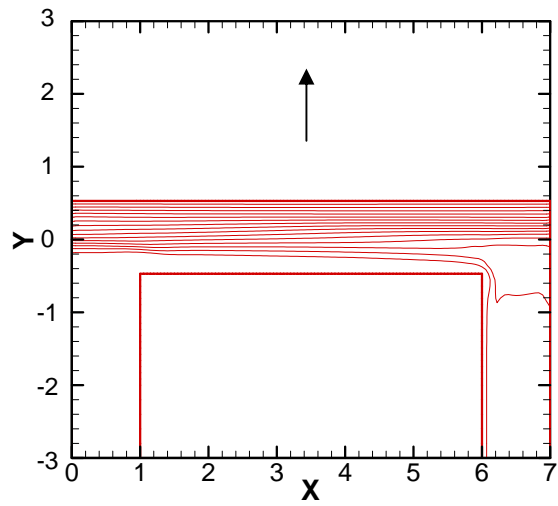


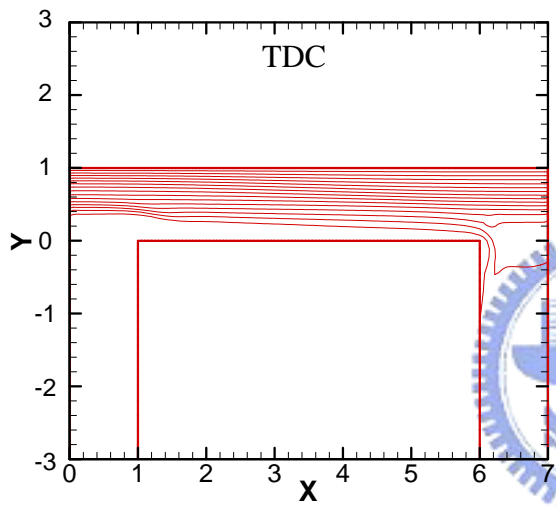
圖 5-16 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反，移動邊界移動一週期之流場流線圖



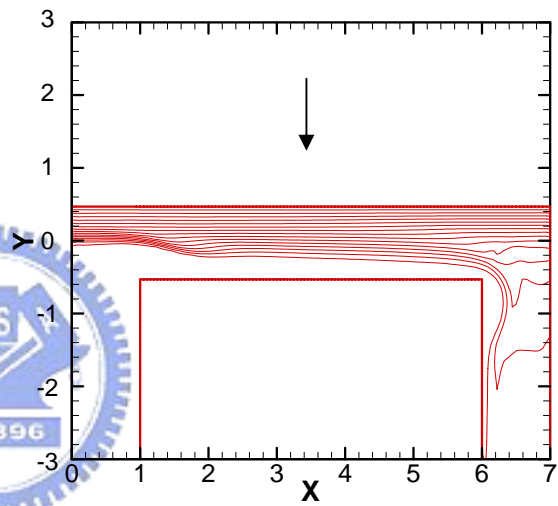
(a) $\tau = 0$



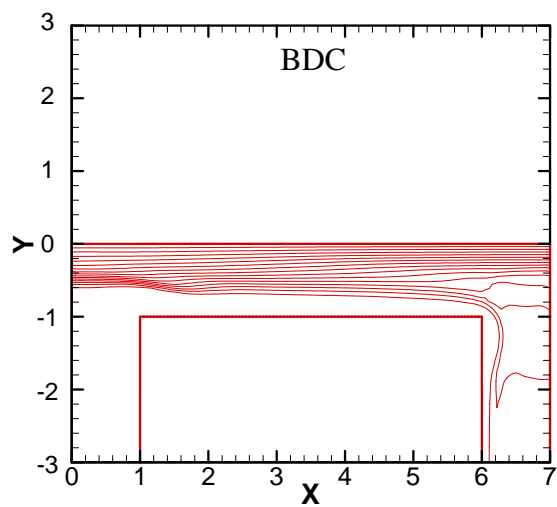
(b) $\tau = 1/4$ Cycle



(c) $\tau = 2/4$ Cycle



(d) $\tau = 3/4$ Cycle



(e) $\tau = 4/4$ Cycle

圖 5-17 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反，
移動邊界移動一週期之流場等溫線圖

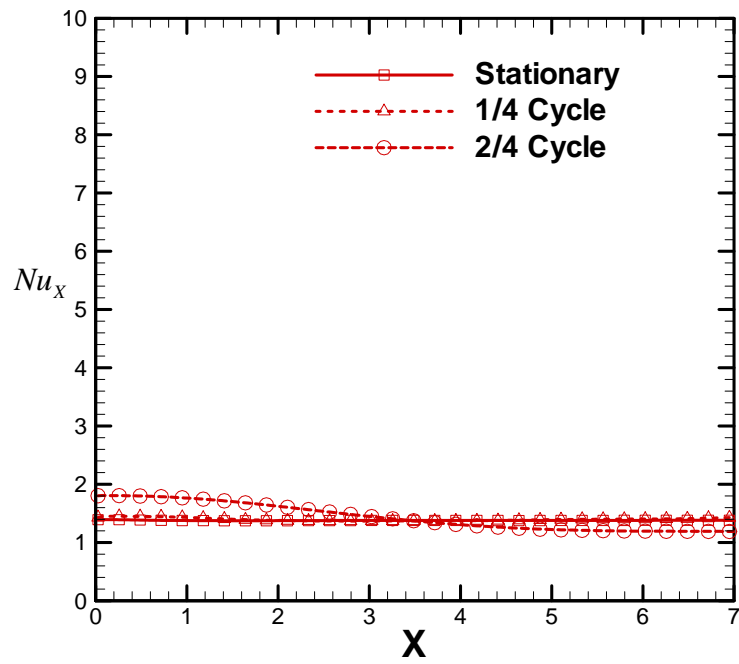


圖 5-18(a) $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反 ,

1/4 及 2/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

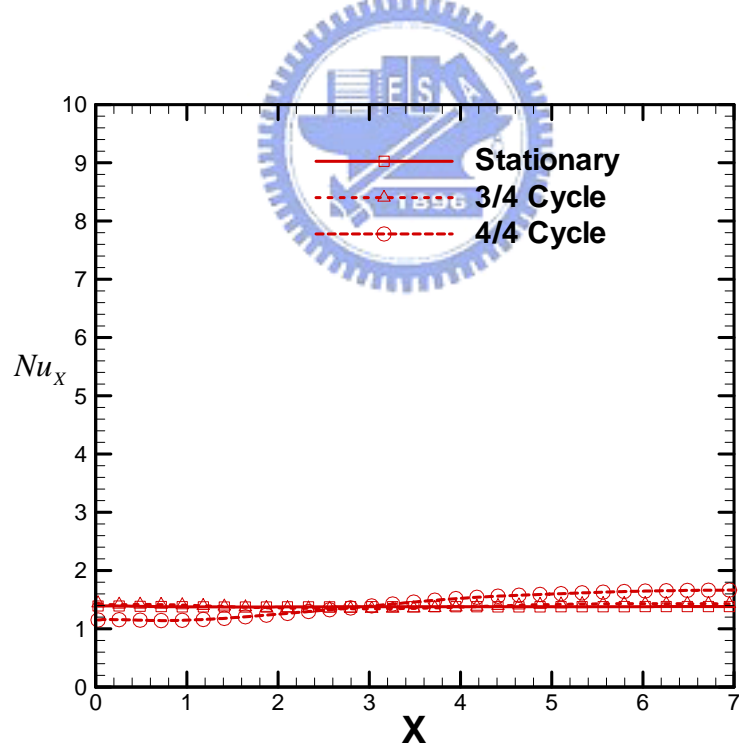


圖 5-18(b) $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 250$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反 ,

3/4 及 4/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

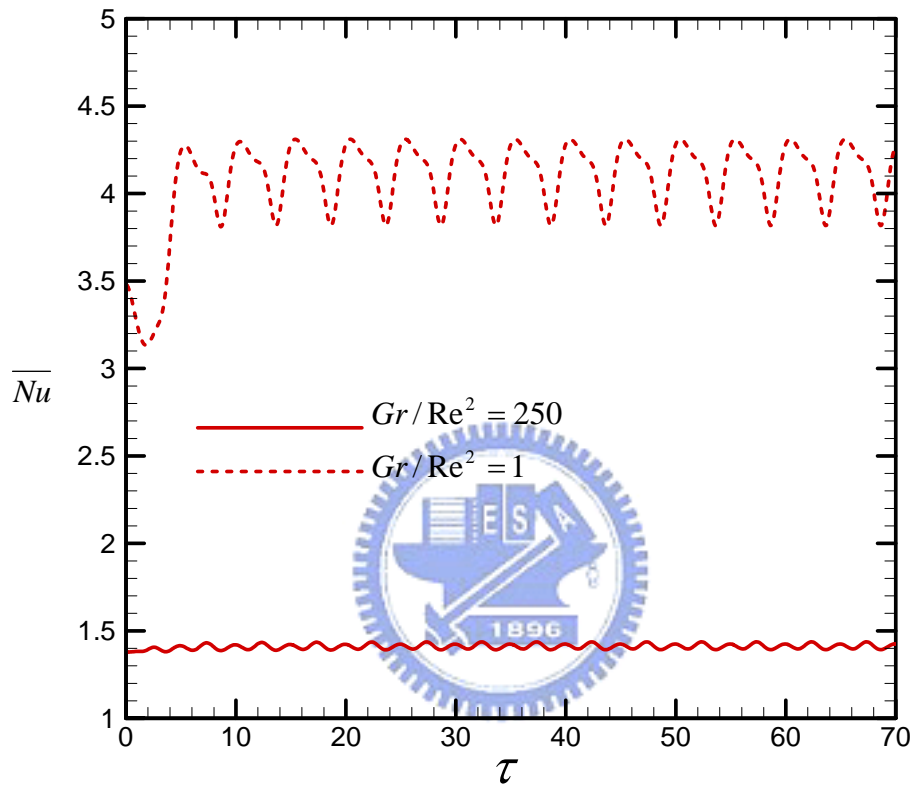


圖 5-19 $F_c = 0.2$ 、 $L_c = 0.5$ ， Gr/Re^2 分別為 1 及 250，
且重力方向和進口流相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈圖

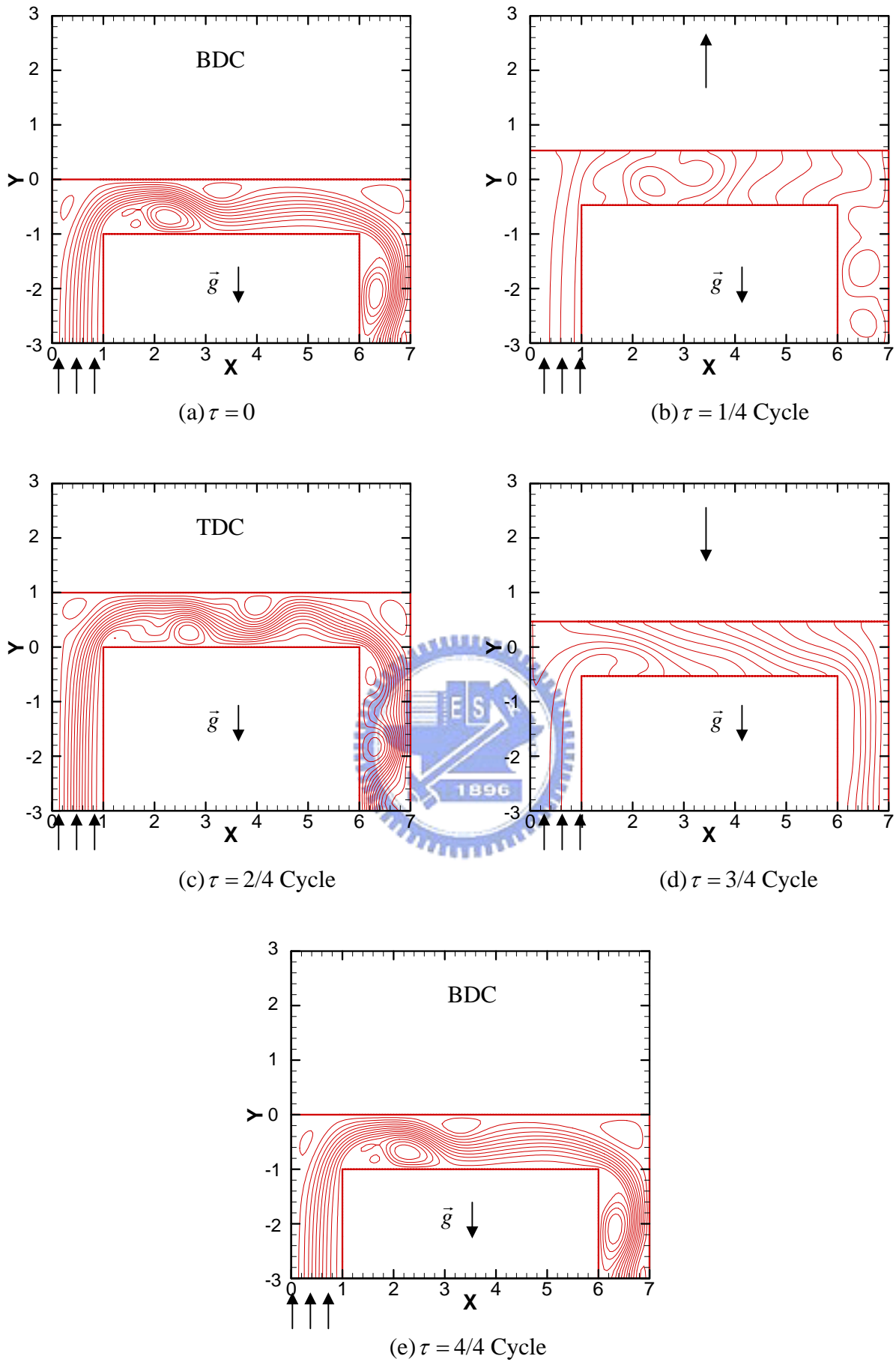
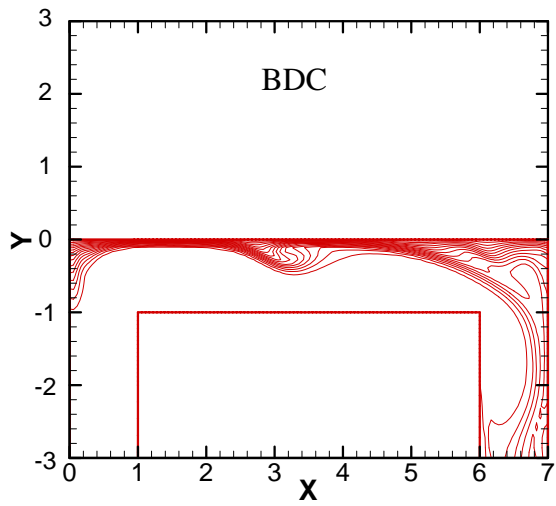
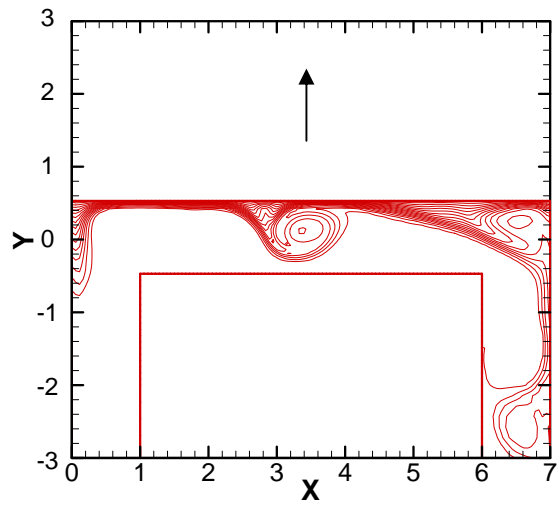


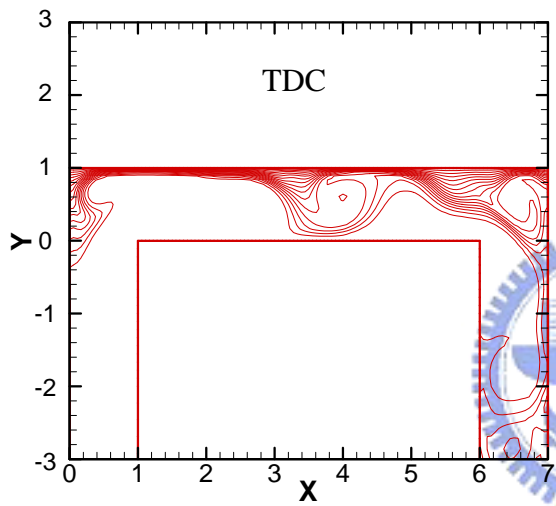
圖 5-20 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反，
移動邊界移動一週期之流場流線圖



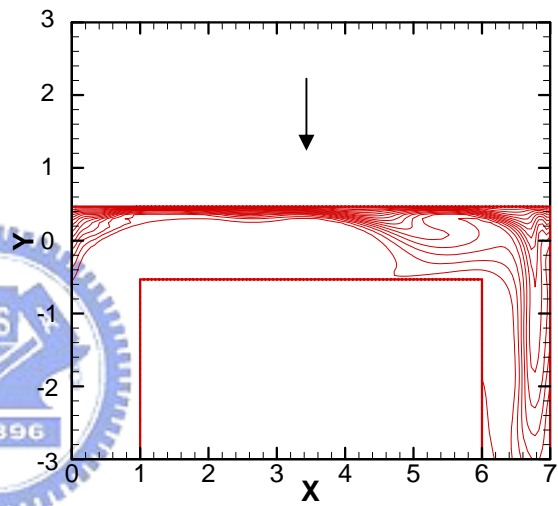
(a) $\tau = 0$



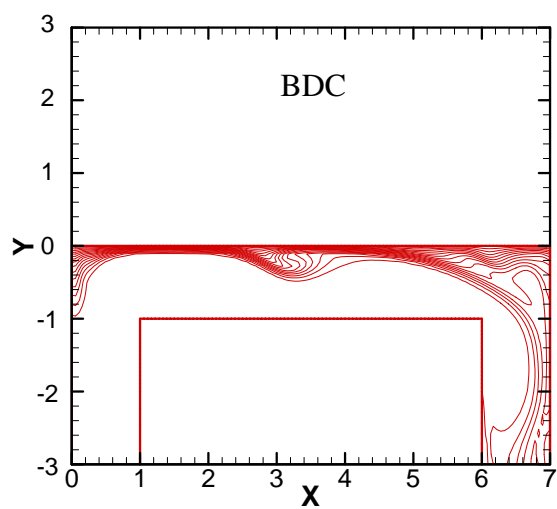
(b) $\tau = 1/4$ Cycle



(c) $\tau = 2/4$ Cycle



(d) $\tau = 3/4$ Cycle



(e) $\tau = 4/4$ Cycle

圖 5-21 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相反，移動邊界移動一週期之流場等溫線圖

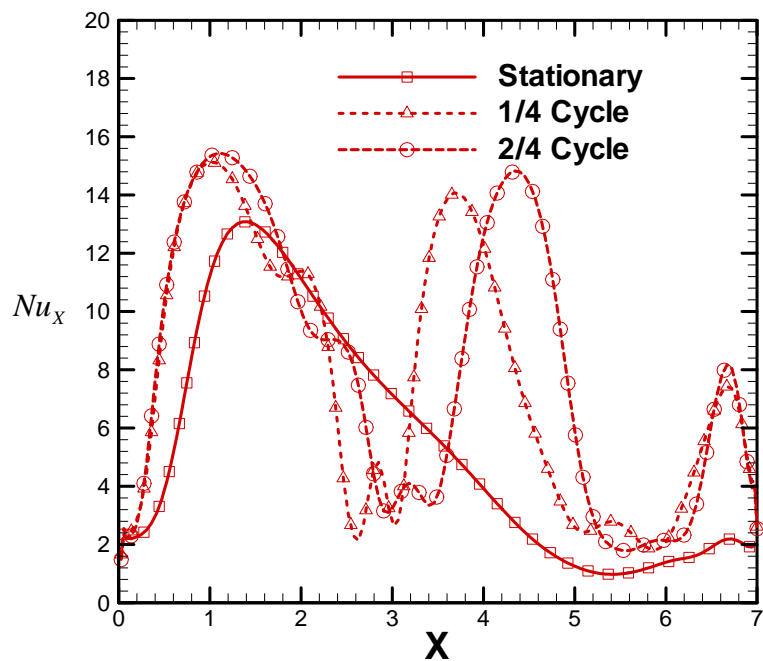


圖 5-22(a) $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相反 ,

1/4 及 2/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

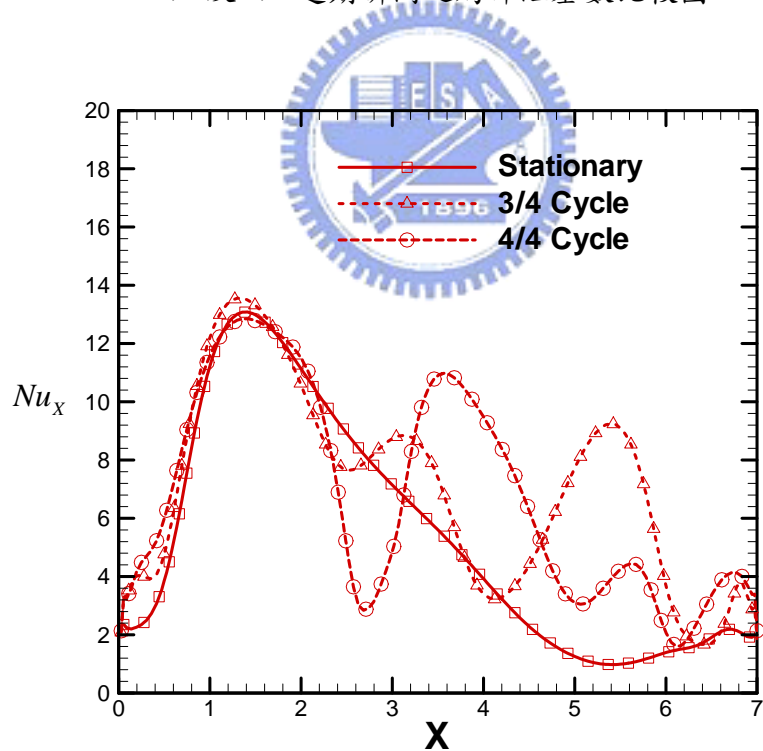


圖 5-22(b) $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 0.16$, $F_c=0.2$, $L_c=0.5$, 重力方向和進口流相反 ,

3/4 及 4/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

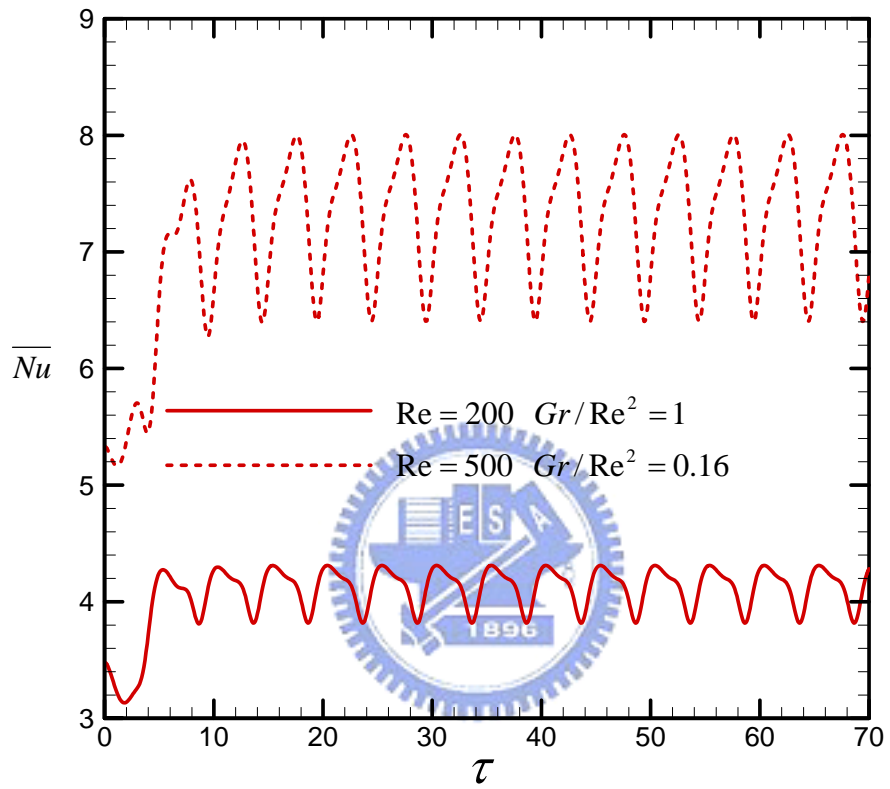


圖 5-23 $F_c = 0.2$ 、 $L_c = 0.5$ ，

Re 分別為 200 及 500， Gr/Re^2 分別為 1 及 0.16

且重力方向和進口流相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈圖

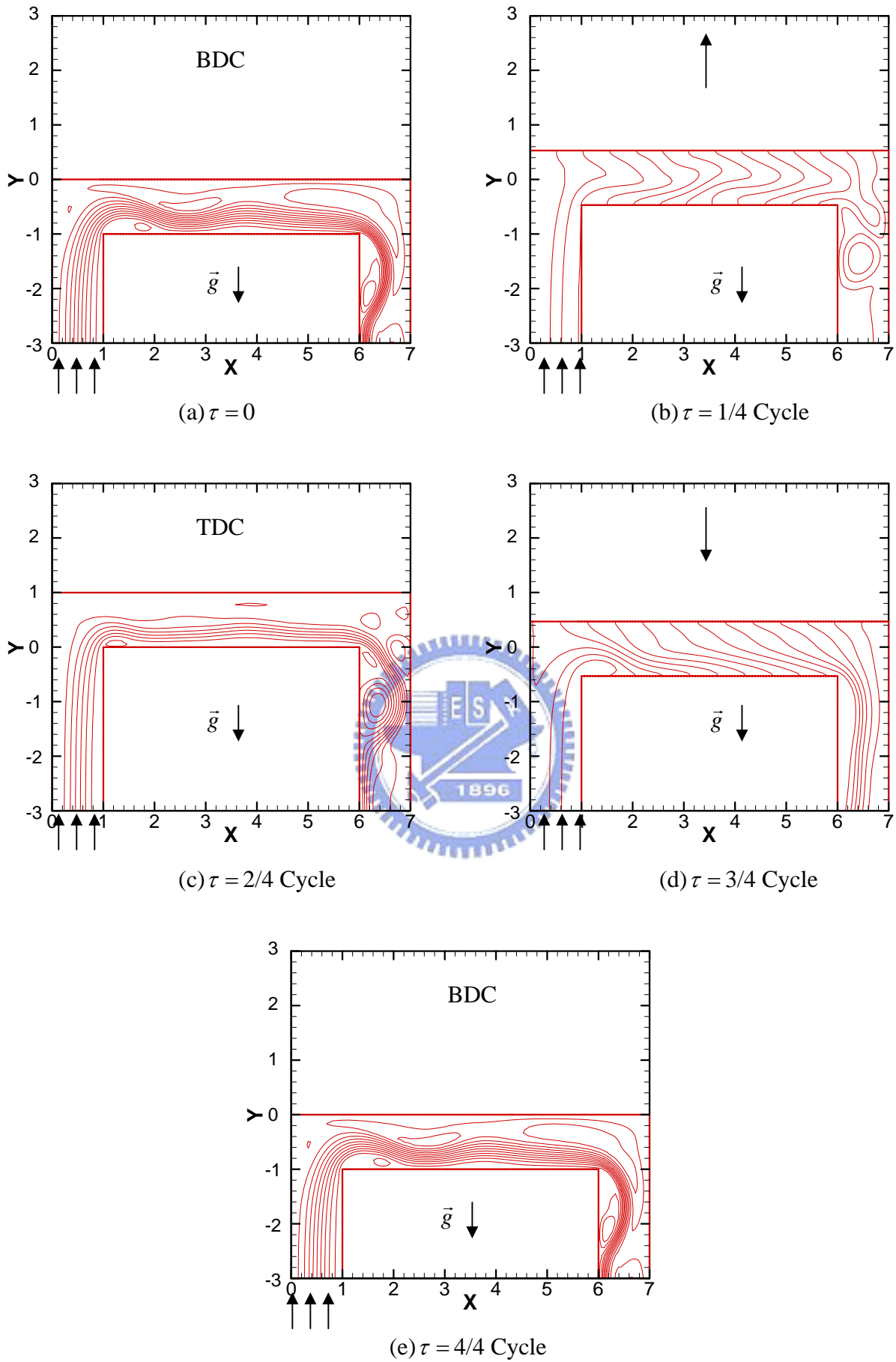
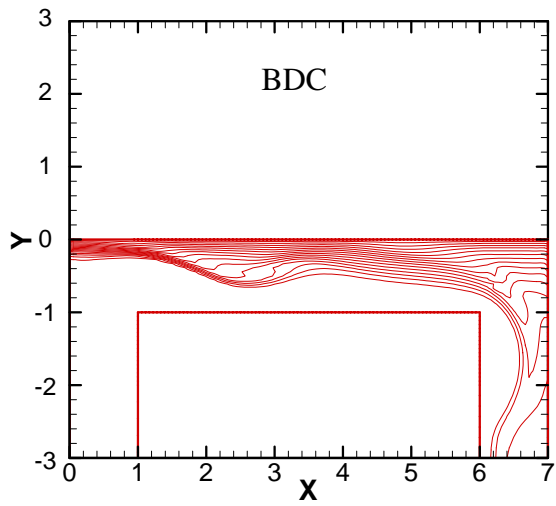
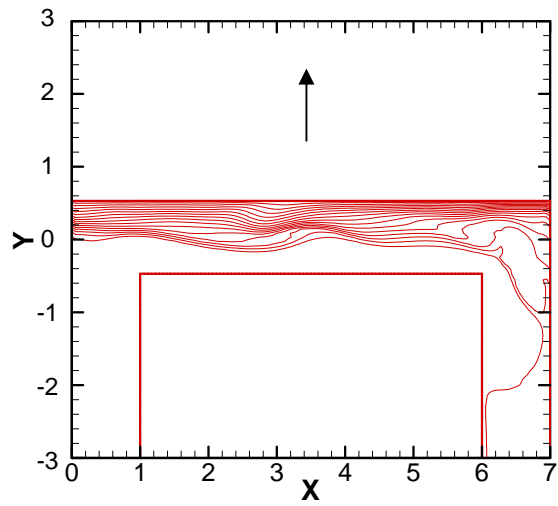


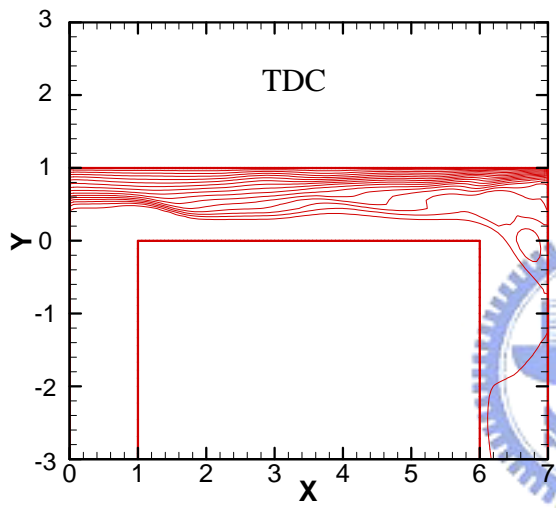
圖 5-24 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流速度相反，移動邊界移動一週期之流場流線圖



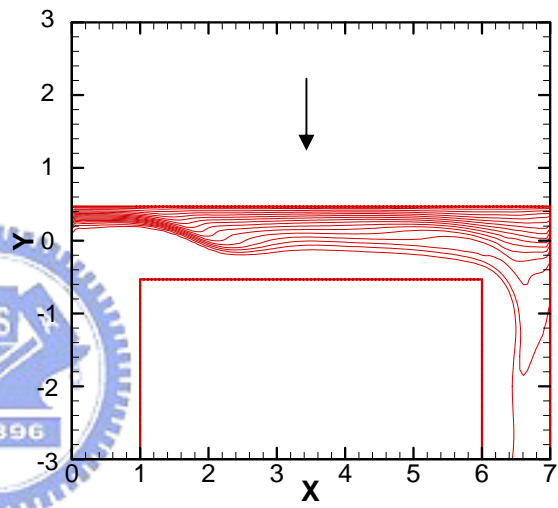
(a) $\tau = 0$



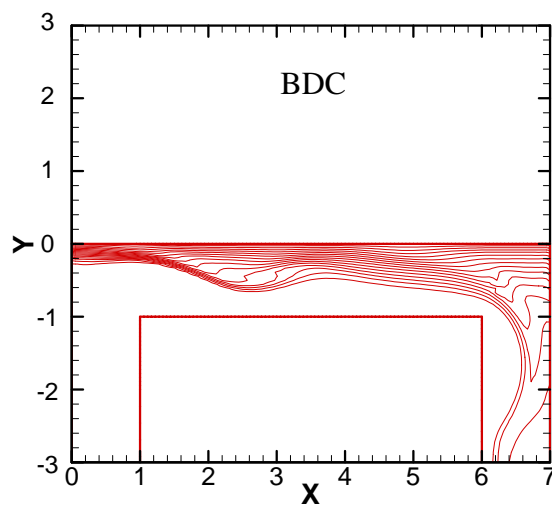
(b) $\tau = 1/4$ Cycle



(c) $\tau = 2/4$ Cycle



(d) $\tau = 3/4$ Cycle



(e) $\tau = 4/4$ Cycle

圖 5-25 $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流速度相反，移動邊界移動一週期之流場等溫線圖

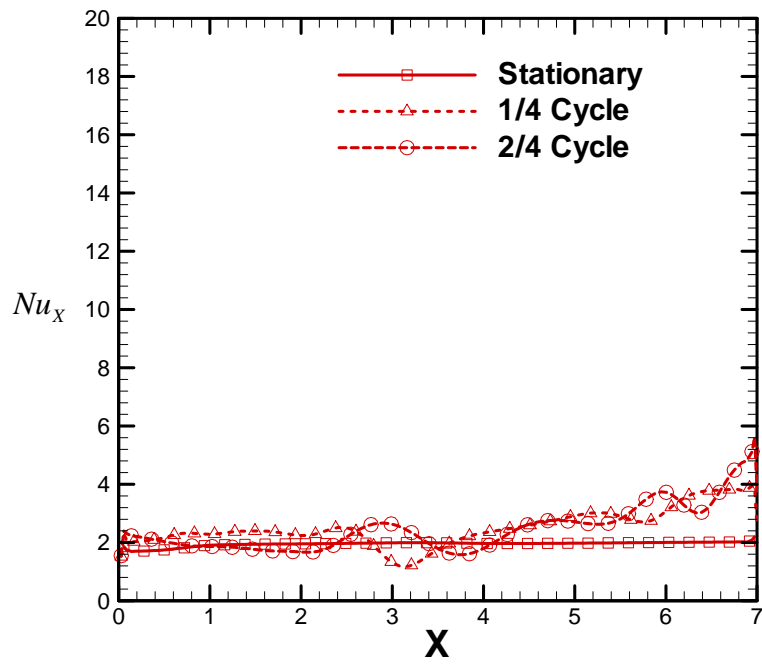


圖 5-26(a) $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流速度相反 ,

1/4 及 2/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

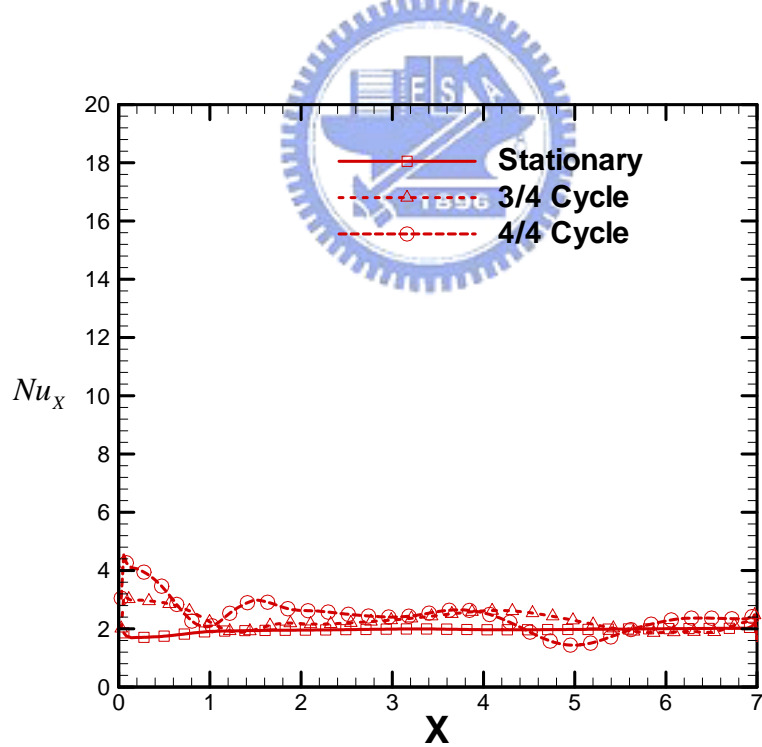


圖 5-26(b) $Re = 500$, $Gr/Re^2 = 40$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流速度相反 ,

3/4 及 4/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

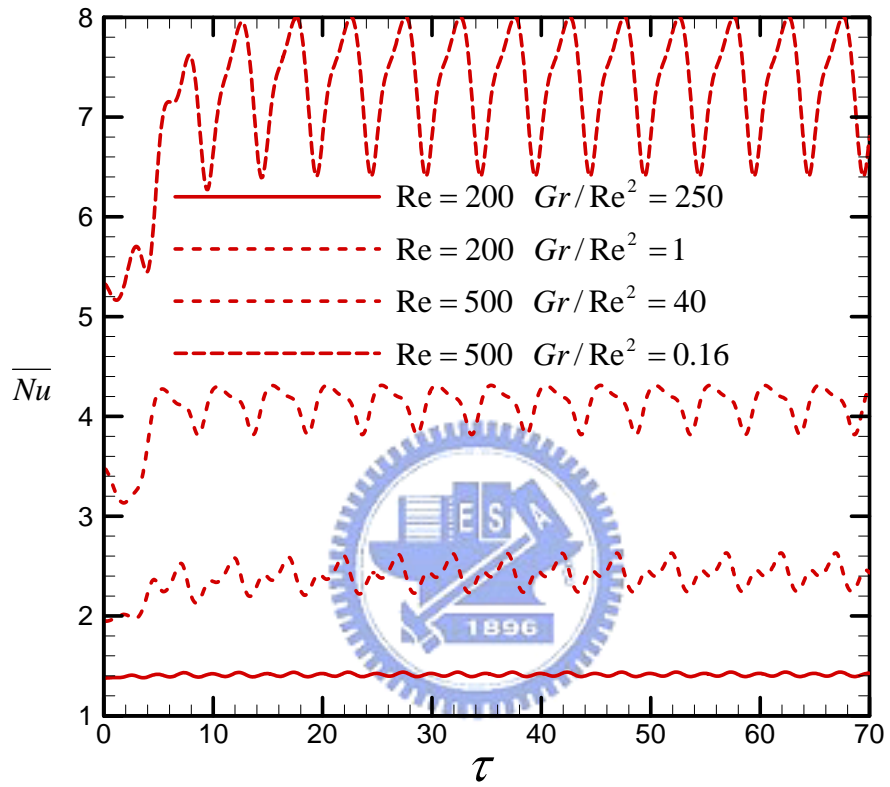


圖 5-27 $F_c = 0.2$ 、 $L_c = 0.5$ ，

Re 分別為 200 及 500， Gr/Re^2 分別為 250、1、40 及 0.16
且重力方向和進口流速度相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈比較圖

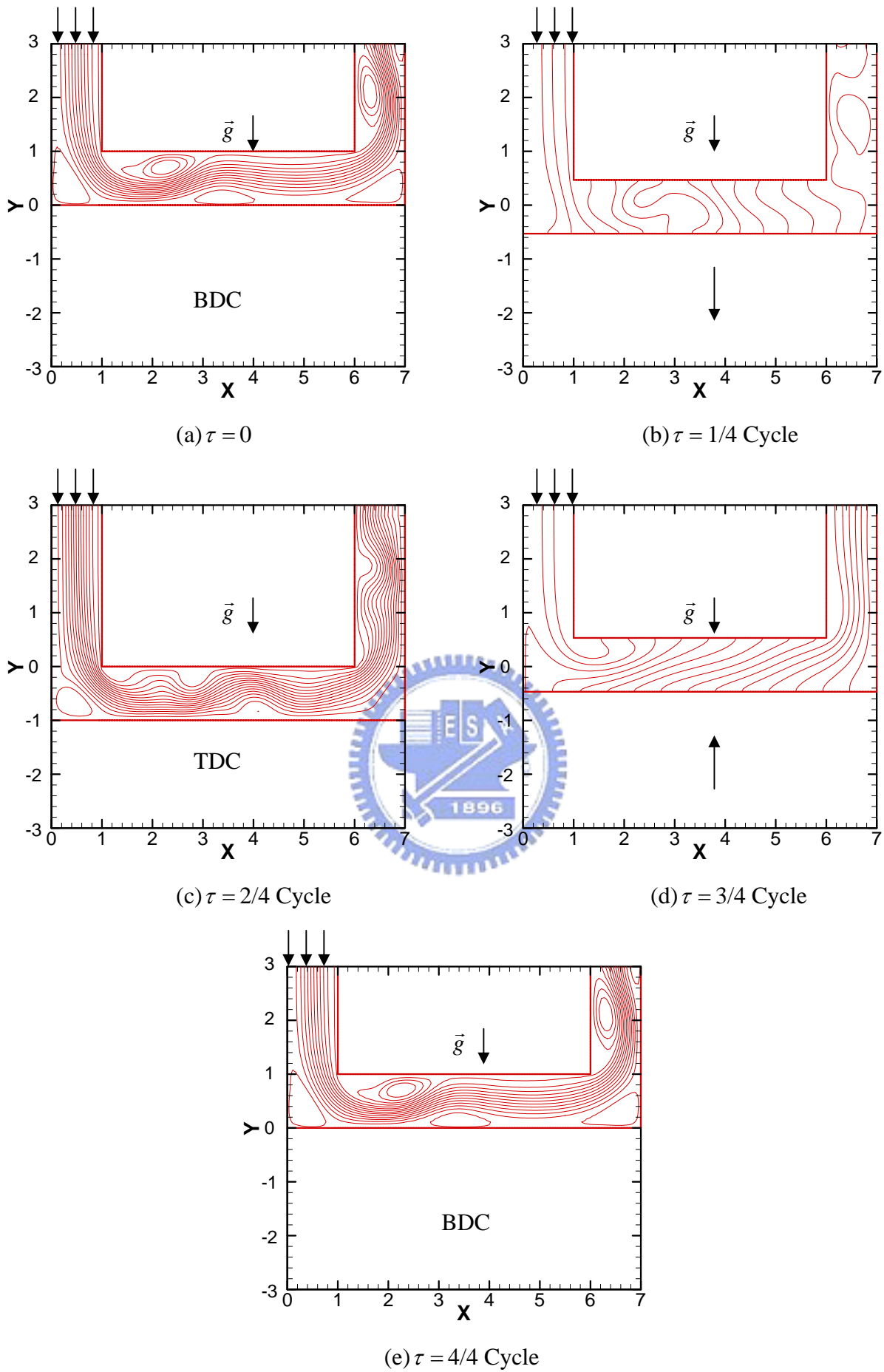
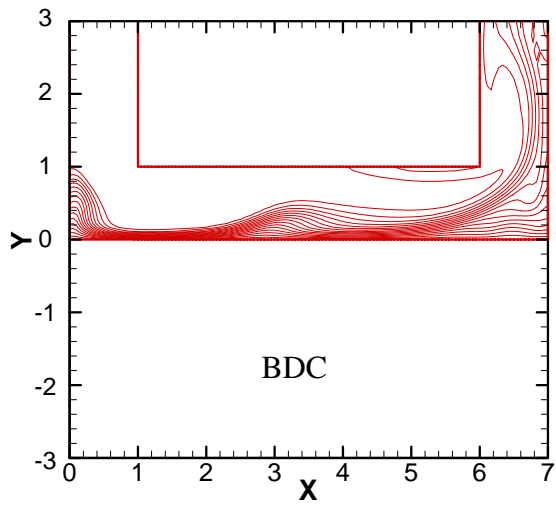
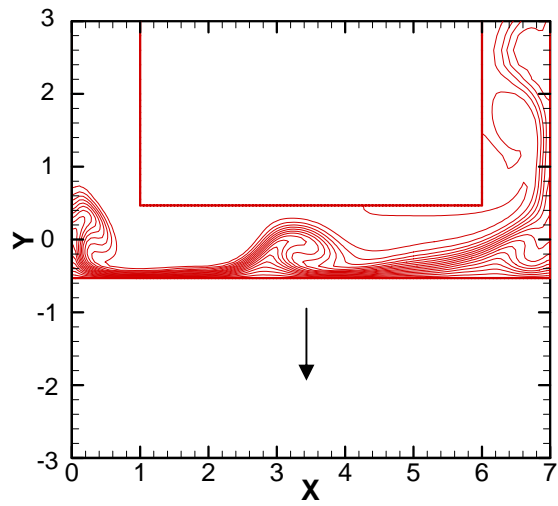


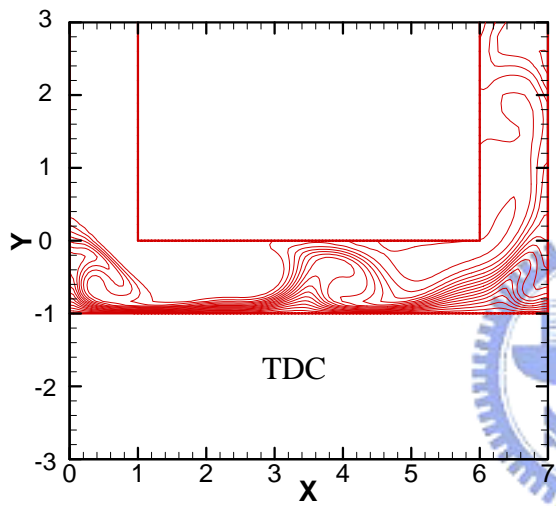
圖 5-28 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相同 , 移動邊界移動一週期之流場流線圖



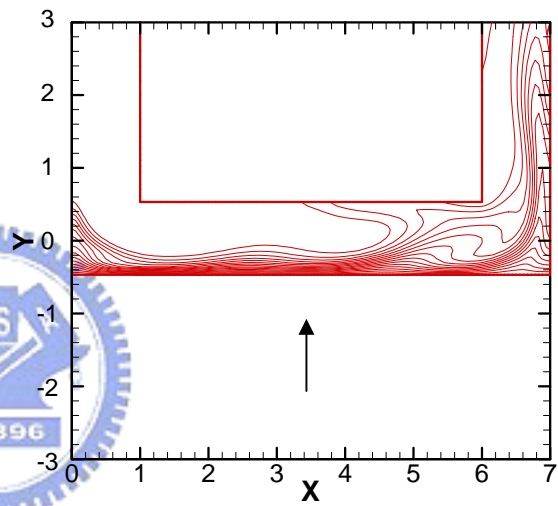
(a) $\tau = 0$



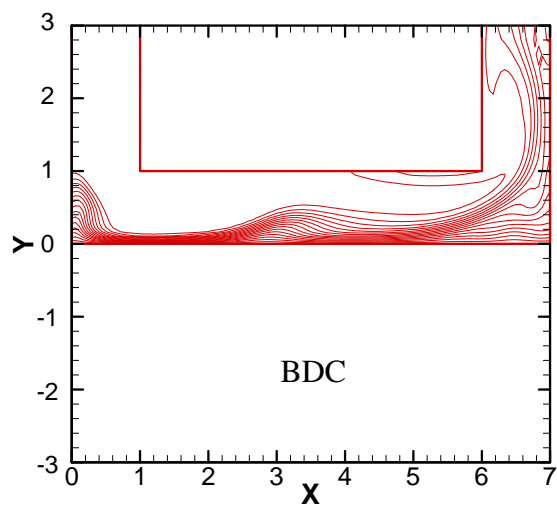
(b) $\tau = 1/4$ Cycle



(c) $\tau = 2/4$ Cycle



(d) $\tau = 3/4$ Cycle



(e) $\tau = 4/4$ Cycle

圖 5-29 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相同 , 移動邊界移動一週期之流場等溫線圖

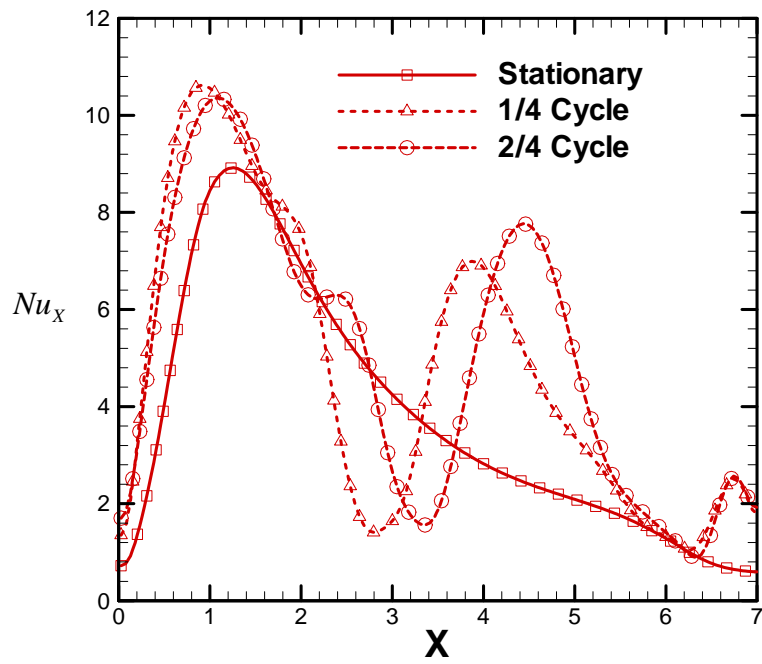


圖 5-30(a) $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相同 ,

1/4 及 2/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

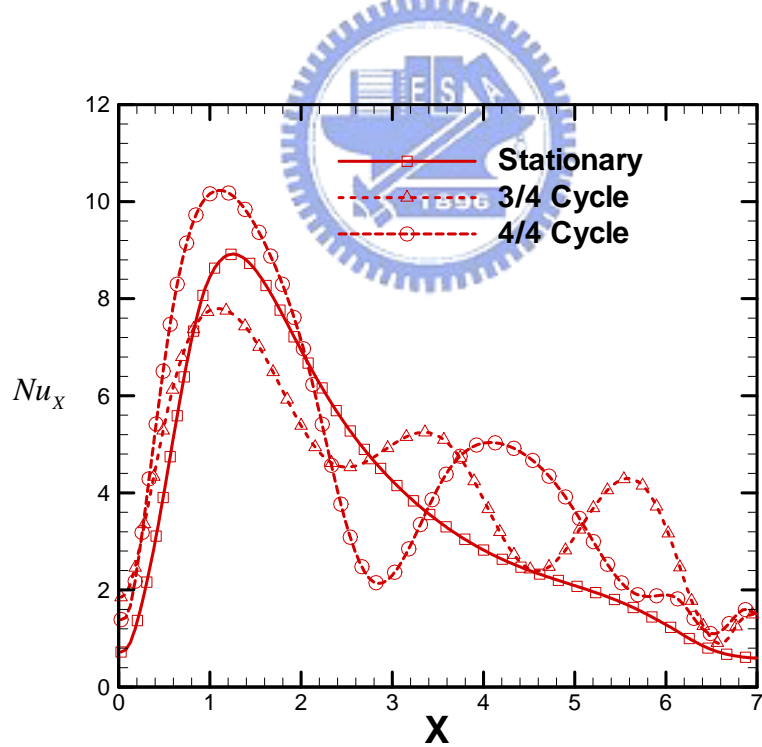


圖 5-30(b) $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$, 重力方向和進口流相同 ,

3/4 及 4/4 週期瞬間之局部紐塞數比較圖

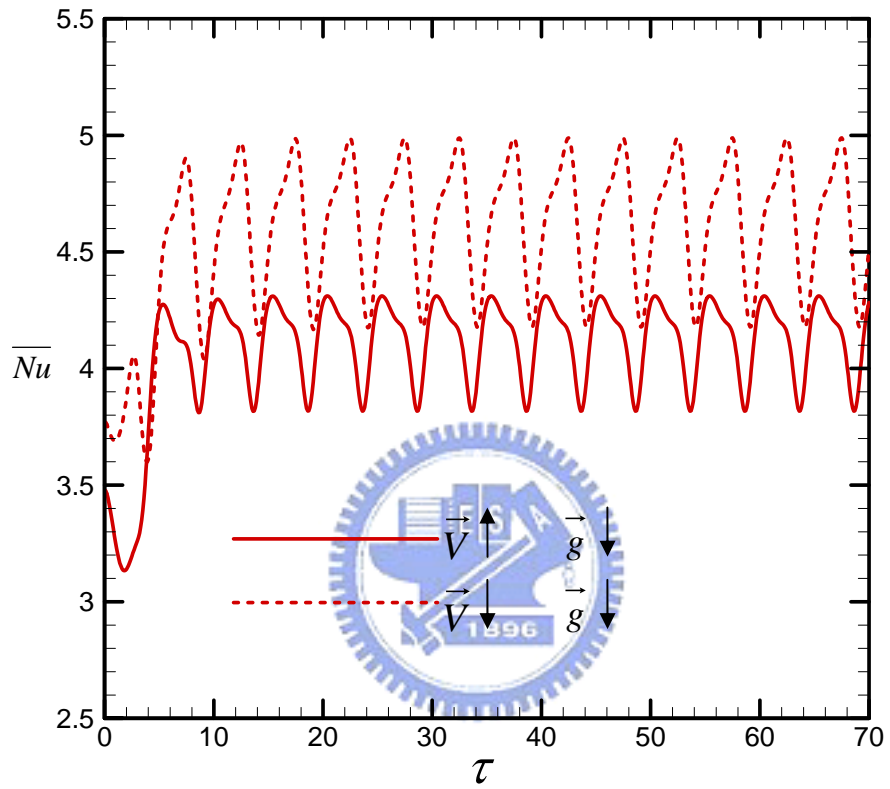


圖 5-31 $Re = 200$, $Gr/Re^2 = 1$, $F_c = 0.2$, $L_c = 0.5$,

重力方向分別和進口流相同及相反的高溫面平均紐塞數對時間分佈圖

第六章 結論與建議

6.1 結論

本研究採用 Arbitrary Lagrangian-Eulerian method 並利用 葛拉金有限元素法模擬活塞內部加裝之冷卻流道，在隨活塞作往復運動下之流場和溫度場變化機制，並探討其對活塞頂部高溫壁面之熱傳增益情形。經由模擬結果並綜合前述各章節之內容可獲得以下結論：

1. 當重力方向和進口流速度相反，浮力效應從較弱的狀況下增強時，高溫流體會累積在活塞流道頂端，高溫流體區內部的熱傳遞現象漸漸由熱傳導主導，形成溫度層化區。進口流比較不容易將活塞頂部的流體溫度層化區衝散，導致活塞頂部的熱傳效率降低。
2. 當重力方向和進口流速度相反，活塞內部冷卻流體之雷諾數增加時，流場會具有較大的慣性力，除了導致流體衝擊高溫壁面的現象更加明顯外，流體在隨活塞作往復運動期間，流道內部流場的擾動會隨著雷諾數的增加而增加並增大，因此活塞頂部高溫壁面的熱傳效益會明顯地隨著雷諾數的增加而增加。
3. 當改變活塞的擺置角度，旋轉 180° 後，重力方向和進口流體速度的方向相同，左側管道浮力和流體流向相反，為反向抵抗流，右側管道浮力則和流體流向相同，為助益流。管道內的浮力會將熱的流體帶離高溫壁面，因此高溫面的熱傳效率有提高的現象。再加上流道往復運動對流場的影響，更加容易增加流道內冷流體對活塞頂部接觸的效果，而有熱傳效率增加的情形。
4. 活塞作往復運動時，在各週期中流場的變化極為相似，總體平均紐塞數會產生類似週期性的變化。

6.2 建議

本研究延續廖的研究，並且針對浮力效應對流場的影響，做活塞擺置角度的相關研究，所獲得的結果不但對於一些隨活塞作往復運動之動態熱流相關方面問題的運動機制有一初步的瞭解，另外對於更有應用價值在浮力效應的影響下，活塞擺置角度的相關熱流機制。但過程中仍有部分簡化值得在未來加入探討，而有以下數點建議繼續研究：

1. 本論文僅提供數值模擬計算的分析結果，雖然有多組數據能說明其流場與溫度場分佈現象，但若搭配實驗方式探討動態移動邊界問題，並與數值結果比較，將能更清楚其運動機制，並有助於找尋更有效率的改善方法。
2. 對於大部分工程問題來說，所遇到之流場大多為紊流、可壓縮流場，而引擎內活塞的往復運動便屬於其中一例。在本研究中，假設活塞內部冷卻流體之雷諾數都是層流、不可壓縮流場，對於活塞高速往復運動，內部冷卻流體之雷諾數動輒 3、4000 或者更高，相關的壓力變化對流體密度的影響不容忽略，與真實的狀況確實有一段差距。因此，應發展紊流及可壓縮流之計算程式，以便能以數值計算來模擬實際之物理現象。
3. 以實際的活塞內部冷卻系統來說，渠道內之流場與溫度場都是三維方向的分佈與變化，尤其在動態之移動邊界情況下，流場的分佈以及溫度場的變化機制都相當複雜，應建立三維的有限元素法計算程式，發展一套適合的演算法。

參考文獻

1. P. P. Grassmann ,and M. Tuma, “Applications of the Electrolytic Method-II. Mass Transfer within a Tube for Steady, Oscillating and Pulsating Flows,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp. 799-804, 1979.
2. A.T. Patera ,and B.B. Mikic, “Exploiting Hydrodynamic Instabilities Resonant Heat Transfer Enhancement,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 29, No. 8, pp. 1127-1138, 1986.
3. S. Y. Kim, B. H. Kang, and A. E. Hyun, “Heat Transfer in the Thermally Developing Region of a Pulsating Channel Flow,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 36, No. 17, pp. 1257-1266, 1993.
4. A. E. Bergles, “Heat Transfer Enhancement - The Encouragement and Friction in Tubes with Repeated-Rib Roughness,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 14, No. 4, pp. 601-617, 1971.
5. R. L. Webb, E. R. G. Eckert, and R. J. Goldstein, “Heat Transfer and Friction in Tubes with Repeated-Rib Roughness,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 14, No. 4, pp. 601-617, 1971.
6. M. J. Lewis, “An Elementary Analysis for Predicting the Momentum and Heat Transfer Characteristics of a Hydraulically Rough Surface,” ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 97, No. 2, pp. 249-267, 1975.
7. J. C. Han, “Heat Transfer and Friction in Channels with Two Opposite Rib-Roughed Walls,” ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 106, pp. 774-781, 1984.
8. S. W. Chang and L. M. Su, “Influence of Reciprocating Motion on Heat

Transfer Inside a Ribbed Duct with Application to Piston Cooling in Marine Diesel Engines,” *Journal of Ship Research*, Vol. 41, No. 4, pp. 332–339.

9. W. F. Noh, “A time-dependent two-space-dimensional coupled Eulerian-Lagrangian code,” in: B. Alder, S. Fernbach and M. Rotenberg, eds., *Methods in computational Physics*, Academic Press, New York, Vol. 3, p. 117, 1964.
10. C. W. Hirt, A. A. Amsden, and H. K. Cooks, “An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 227–253, 1974.
11. T. J. R. Hughes, W. K. Liu, and T. K. Zimmermann, “Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation For Incompressible Viscous Flows,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 29, pp. 329–349, 1981.
12. A. Huerta and W. K. Liu, “Viscous Flow With Large Free Surface Motion,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 69, pp. 277–324, 1988.
13. T. Belytschko, D. P. Flanagan, and J. M. Kennedy, “Finite Element Methods With User-Controlled Meshes For Fluid-Structure Interaction,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 33, pp. 669–688, 1982.
14. J. Donea, S. Giuliani, and J. P. Halleux, “An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method For Transient Dynamic Fluid Structure Interactions,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 33, pp. 689–723, 1982.
15. A. Huerta ,and W. K. Liu, “Viscous Flow Structure Interaction,”

- Journal of pressure vessel technology, Vol. 110, pp. 15-21, 1988.
16. T. Nomura and T. J. R. Hughes, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method For Interaction Of Fluid And A Rigid Body," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 95, pp. 115-138, 1992.
17. T. Nomura, "Finite Element Analysis Of Vortex-Induced Vibrations Of Bluff Cylinders," Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 46, pp. 587-594, 1993.
18. H. H. Hu, "Direct Simulation Of Flows Of Solid-liquid Mixtures," International Journal of Multiphase Flow, Vol. 22, pp. 335-352, 1996.
19. A. Masud and T. J. R. Hughes, "A Space-Time Galerkin/Least-Squares Finite Element Formulation Of The Navier-Stokes Equation For Moving Domain Problems," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 146, pp. 91-126, 1997.
20. 楊德良，張仁德，"結構物在風場中之數值模擬研究"，行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告，1995。
21. 黃建平，"無塵室內工作人員移動對塵粒擴散之影響"，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，1996。
22. 楊肅正，"穩定流場下剛體移動衍生之熱流現象"，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，1997。
23. 楊肅正，"擺動矩形體在流動場中之流場與熱傳特性研究"，國立交通大學機械工程研究所博士論文，2000。
24. W. K. Liu, H. Chang, J. S. Chen, and T. Belytschko, "Arbitrary Lagrangian-Eulerian Petrov-Galerkin Finite Element For Nonlinear Continua," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 68, pp. 259-310, 1988.

25. S. Chippada, T. C. Jue, and B. Ramaswamy, "Finite Element Simulation Of Combined Buoyancy And Thermocapillary Driven Convection In Open Cavities," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 335-351, 1995.
26. J. Wang and M. S. Gadala, "Formulation And Survey Of ALE Method In Nonlinear Solid Mechanics," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 24, pp. 253-269, 1997.
27. D. W. Pepper and J. C. Heinrich, *The Finite Element Method: Basic Concepts And Applications*, Taylor&Francis, 1992.
28. 林清貴，" 往復運動對半封閉渠槽的流場與熱傳影響之數值模擬"，國立清華大學動力機械工程研究所碩士論文，2002。
29. 劉謹德，" 通道內設凸起物往復運動時混合對流之熱傳研究"，國立成功大學造船暨船舶機械工程研究所碩士論文，2001。
30. 黃睿哲，" 往復通道加裝凸起物紊流場觀察與數值模擬分析"，國立成功大學造船暨船舶機械工程研究所碩士論文，2001。
31. 廖英皓，" 活塞頂部之熱傳分析"，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，2003。
32. Orhan Aydm, "Aiding And Opposing Mechanisms Of Mixed Convection In A Shear- And Buoyancy-Driven Cavity," *International Communications in Heat and Mass Transfer* Vol.26, No.7, October, 1999, pp. 1019-1028
33. Robert W. Fox & Alan T. McDonald *Introduction to Fluid Mechanics*, FIFTH EDITION.
34. 謝文健，" 利用有限元素法解析密閉式空間內自然對流問題"，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，1987。

附 錄 A

有限元素法矩陣方程式，解速度場：

$$([A] + [K] + \lambda [L])\{q\} = \{f\}$$

其中

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [0] \\ [0] & [K_{22}] \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{11}] & [L_{12}] \\ [L_{21}] & [L_{22}] \end{bmatrix}$$

$$\{f\} = \begin{bmatrix} \{f_u\} \\ \{f_v\} \end{bmatrix}$$

又上列矩陣中的子矩陣分別為

$$[A_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left([N] \{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] \{U\}^m [N] \right) d\Omega \right]$$

$$[A_{12}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \{U\}^m [N] d\Omega \right]$$

$$[A_{21}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] \{V\}^m [N] d\Omega \right]$$

$$[A_{22}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left([N] \{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \{V\}^m [N] \right) d\Omega \right]$$

$$[K_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\} [N]) d\Omega - \int_{\Omega_e} \left(\{N\} [N] \{\hat{V}\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right. \\ \left. + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right]$$

$$[K_{22}] = [K_{11}]$$

$$[L_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] d\Omega \right]$$

$$[L_{12}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] d\Omega \right]$$

$$[L_{21}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] d\Omega \right]$$

$$[L_{22}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] d\Omega \right]$$

$$\{f_u\} = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} [N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{U\}^m d\Omega \right]$$

$$+ \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\} [N] \{U\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{U\}^m \right) d\Gamma \quad]$$

$$\{f_v\} = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} [N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{V\}^m d\Omega \right]$$

$$+ \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\} [N] \{V\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{V\}^m \right) d\Gamma \quad]$$

附 錄 B

有限元素法矩陣方程式，解溫度場：

$$[\mathbf{M}]\{\theta\} = \{r\}$$

其中

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{M}] = \sum_1^{n_e} & \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N])d\Omega \right. \\
 & + \int_{\Omega_e} \{N\} \left([N]\{U\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] (\{V\} - \{\hat{V}\}) \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \\
 & \left. + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right] \\
 \{r\} = \sum_1^{n_e} & \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N]\{\theta\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{\theta\}^m \right) d\Gamma \right]
 \end{aligned}$$

