

國立交通大學機械工程學系

博士論文

創新製程應用於齒輪刀具製造之研究

Research on a Novel Process of Gear Cutter
Manufacturing

研究生： 謝仁桂

指導教授： 洪景華 博士

中華民國九十七年七月

創新製程應用於齒輪刀具製造之研究

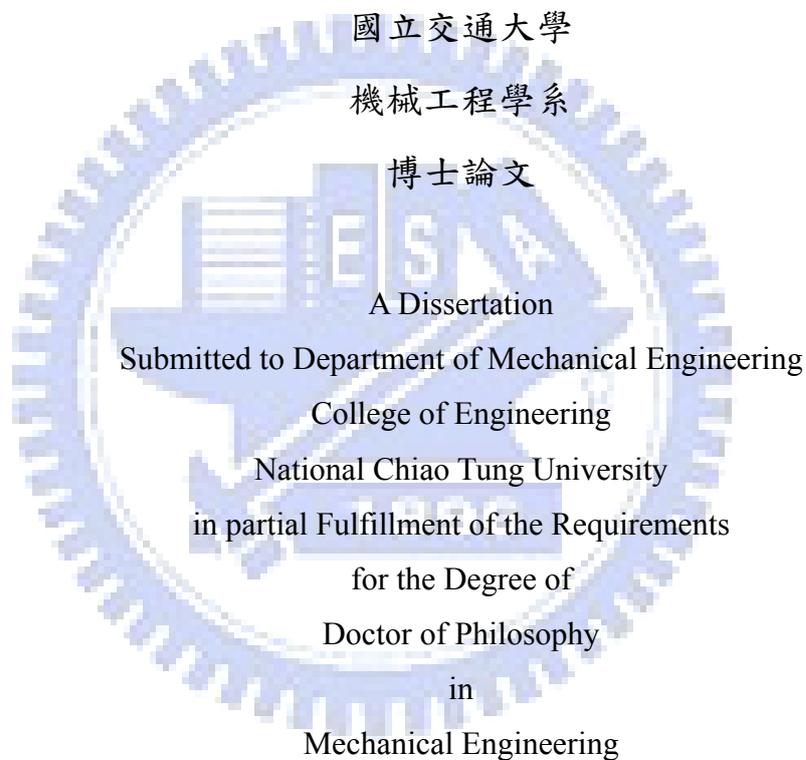
Research on a Novel Process of Gear Cutter Manufacturing

研究生： 謝仁桂

Student: Hsieh, Jen-Kuei

指導教授： 洪景華 博士

Advisor: Hung, Chinghua



June 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年六月

創新製程應用於齒輪刀具製造之研究

學生：謝仁桂

指導教授：洪景華 博士

國立交通大學機械工程學系

摘要

齒輪刀具在工業上的應用非常廣泛，根據其切製工件的方式不同，其齒形的設計需要複雜的計算，製造上也相當耗費時間與人力，導致成本提高許多。本論文提出一創新製程，在該刀具的不同設計需求的同時，將刀具複雜之部分齒形以滾齒創成方式取代，如此一來，製造出之刀具，不僅符合設計需求，同時在製造上更能節省數倍的時間，提高產能。本論文中共對三種齒輪刀具進行研究：刮齒刀、負向齒形刀、滾齒刀。

習用之刮齒刀讓槽以銑製或鑽孔方式加工，效率低且針對小模數時，加工困難且鑽頭易於折斷等缺點，本論文利用特殊齒條滾刀滾製讓槽，並利用分析軟體，比較兩者製程之強度與幾何關係，驗證本製程確實優於傳統加工方法，最後藉最佳化設計軟體得到齒條滾刀之最佳化設計。

完全過切是負向齒形刀具最重要之特徵，在過去礙於設備與理論基礎，通常僅能利用成形銑刀加工而成，加工效率低且其成形方式因刀具之限制，齒形不易變動改善，本文利用特殊齒條之設計，也以滾製方式加工，除了可提昇加工效率之外，藉由數學模式的推導，可適度修正齒形，得到較佳之幾何齒形，以提高刀具之性能。

滾齒刀容屑槽之傳統加工方式，係利用成型銑刀逐槽加工而成，除加工時程冗長外，銑製 ZK 型蝸桿之缺點亦無法避免，本文再次利用滾製方式形成容屑槽，並解決傳統製程上述之缺失。

Research on a Novel Process of Gear Cutter Manufacturing

Student: Hsieh, Jen-Kuei

Advisor: Hung, Chinghua

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

ABSTRACT

Gear cutters are widely used in the industry. To meet various requirements, they are designed with complicated tooth profiles so that it's very time consuming for manufacture. This dissertation proposes a novel manufacturing process. Part of the complicated tooth profile is replaced by that generated by a special designed hob cutter. This hob cutter is designed considering various design criteria. Not only the efficiency can be improved, but the performance of the manufactured gear cutter could also be better. Three different cases are investigated in this dissertation: (1) the gear shaving cutter, (2) the negative rake knife, and (3) the gear hob cutter.

Traditionally, the relief portion of shaving cutter is manufactured by drilling or milling, which are all time-consuming processes. It becomes extremely difficult especially when the module of shaving cutter becomes small. With the proposed manufacturing process, the relief portion could be generated efficiently by a specially designed and optimized gear hob cutter. With the hobbled relief portion, the shaving cutter becomes stronger and hence performs better.

The rotary knife with negative rake, in tradition, is manufactured by form milling. The efficiency is low, and the design of profile is also limited. With the proposed manufacturing process, tooth profile of the rotary knife could be generated by a specially designed hob cutter. The manufacturing efficiency is improved, and profile of the knife could also be properly modified by changing the parameters of hob cutter for better performance.

The traditional way to manufacture the gashes of gear hob cutter is to mill it one by one, but the efficiency is quite low. With the proposed manufacturing process, the gashes could be generated by another specially designed hob cutter so that the manufacturing efficiency could be improved 2~3 times.

致 謝

在職的求學過程，辛苦遠超過快樂，尤其是修博士學位。細數交大八年的求學歲月，因工作的壓力與變換，常常令我想放棄，非常感謝老師 曾錦煥教授，每在我意志低落時，適當而善巧地引導，使我能夠堅持下去，最後終能完成學業，老師您雖已離開我們將近三年，但在您指導的期間，學生實在受益良多，在此獻上我最崇高的謝意。

感謝老師 洪景華教授，三年來在學業與論文上給予正確的指導，才使得本論文得以順利完成；感謝虎尾科大 張信良教授，在論文研究的期間，殷切地口授耳提，給予適當的建議，使得研究得以順利進行。

感謝我的口試老師：蔡忠杓教授、蕭德瑛教授、徐瑞坤教授、馮展華教授、張信良教授以及洪景華教授，感謝您們冒著酷暑前來主持我的博士論文口試，並給予我最適當的指導與寶貴的建議。

研究過程中，感謝學弟嘉宏在論文研究與發表期間的大力幫忙，感謝學弟煌基於特殊齒形刀具的研究，提供寶貴的建議，感謝研究室的學弟(妹)，明達、冠宇、炫慧等，這期間的諸多協助。

特別感謝陸聯精密陳士端總經理與刀具事業部同仁的大力支持，提供一個非常美好的環境，讓我學習與成長，得以理論與實務相互驗證，對於個人及公司都得到最大的助益。

我要感謝我的家人，父母親在我求學過程中給予的肯定與鼓勵，妻子月雲，打理家務，讓我無後顧之憂，女兒景安乖巧，是親情上最大支持與關心；在此完成博士論文的此時，懷著感恩的心面對過去幫助過我的師長與朋友，向您們衷心說聲謝謝！最後我要將此榮耀獻給我那近日前往生的母親，您慈愛的養育與栽培，讓我無盡的思念與感恩，願您到西方極樂世界，了無罣礙，法喜充滿，早日緣成佛道。

內容目錄

摘要.....	II
ABSTRACT.....	III
致 謝.....	IV
內容目錄.....	V
表目錄.....	VIII
圖目錄.....	IX
符號說明.....	XIII
第 1 章 緒 論.....	1
1.1 簡介.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 論文架構.....	6
第 2 章 基本原理.....	7
2.1 位置向量轉換.....	7
2.2 相對運動速度.....	9
2.3 嚙合方程式.....	9
2.4 餘擺線之運動定義.....	11
2.5 過切原理.....	13
2.6 創成原理.....	16
第 3 章 齒輪刀具之基本介紹.....	19
3.1 前言.....	19
3.2 齒條刀之定義.....	22
3.3 滾齒刀瘤頭之設計.....	22
3.4 滾齒刀生產流程簡介.....	25
3.4.1 容屑槽加工：.....	25
3.4.2 齒形鏟製.....	29

3.4.3 滾刀刀口磨銳.....	29
3.4.4 最終齒形輪磨.....	32
3.5 刮齒刀生產流程簡介.....	33
3.5.1 鑽讓槽孔.....	33
3.5.2 刮齒刀齒形滾製.....	33
3.5.3 刮齒刀齒面插槽加工.....	36
3.5.4 刮刀齒形最終輪磨.....	36
3.6 刮齒刀的種類與應用.....	38
3.7 特殊負向角刀具之應用.....	43
第 4 章 創新製程應用於刮齒刀讓槽製造之研究.....	45
4.1 前言.....	45
4.2 刮齒刀齒形之數學模式推導.....	48
4.2.1 齒條滾齒刀之幾何形狀.....	48
4.2.2 齒條滾齒刀之軌跡方程式.....	50
4.2.3 接觸線之共用法向量.....	52
4.2.4 嚙合方程式.....	54
4.2.5 刮齒刀之軸向剖面.....	57
4.2.6 最大之讓槽深度.....	58
4.3 刮齒刀齒根部強度分析.....	66
4.4 刮齒刀讓槽之最佳化設計.....	68
4.4.1 瘤頭滾刀與刮齒刀齒形加工.....	68
4.4.2 刮齒刀讓槽之設計規範.....	71
4.4.3 瘤頭滾刀之最佳化設計.....	78
4.5 結果與討論.....	86
第 5 章 特殊負向角刀具創新製程之研究.....	87

5.1 前言	87
5.2 齒條刀之外形設計	87
5.3 齒條刀之軌跡方程式	93
5.4 負向角刀具之齒形方程式	98
5.5 齒形完全過切分析	112
5.6 負向角刀具切削角之分析	115
5.7 結果與討論	126
第 6 章 滾齒刀容屑槽製造之研究	130
6.1 前言	130
6.2 容槽數學模式	130
6.3 與傳統銑製容屑槽之優劣比較	139
6.4 結果與討論	140
第 7 章 結論與未來展望	141
7.1 結論	141
7.2 未來展望	142
參考文獻	143
作者簡介	148

表目錄

表 1.1 台灣歷年齒輪供需分析表[1].....	5
表 4.1 刮齒刀參數	60
表 4.2 滾齒刀參數	61
表 4.3 範例 4.2 之計算結果	77
表 4.4 範例 4.3 之設計變數與範圍	79
表 4.5 全域搜尋法所得之設計數據組	81
表 4.6 範例 4.3 之 set 1 與 set 2 數據比較表	81
表 4.7 範例 4.4 之初始與最佳化設計之比較表	83
表 4.8 範例 4.5 之初始與最佳化設計之比較表	85
表 5.1 負向角刀具與齒條刀數據	109
表 5.2 外徑隨不同轉位量之切削角度變化情形	122
表 5.3 外徑固定而不同轉位量之切削角度變化	123
表 5.4 外徑固定而轉位量變化時之齒頂寬度	127
表 5.5 外徑隨轉位量變化時之齒頂寬度	128
表 6.1 兩件滾齒刀之數據表	134

圖目錄

圖 2.1 空間物體之座標轉換.....	8
圖 2.2 空間物體之相對運動.....	10
圖 2.3 空間嚙合曲面之關係.....	10
圖 2.4 餘擺線曲線示意圖.....	12
圖 2.5 基本齒條刀轉位切製齒輪圖[45].....	14
圖 2.6 齒條刀具切製齒輪示意圖[45].....	14
圖 2.7 齒條刀切製齒輪之過切示意圖[45].....	15
圖 2.8 不同之轉位量與過切的關係[45].....	15
圖 2.9 齒條刀創成齒輪之座標轉換.....	17
圖 2.10 齒條刀與被切齒輪之示意圖(未創成時).....	17
圖 2.11 齒條刀與被切齒輪之示意圖(創成時).....	18
圖 3.1 齒輪根部過切圖.....	21
圖 3.2 完全過切齒形.....	21
圖 3.3 基本齒條齒形.....	23
圖 3.4 瘤頭滾刀之齒形設計.....	23
圖 3.5 不同型式之容屑槽.....	26
圖 3.6 滾齒刀之後斜角(Rake Angle).....	27
圖 3.7 銑製滾刀容屑槽之實體圖.....	28
圖 3.8 滾製滾刀容屑槽.....	28
圖 3.9 鏟製滾刀齒形加工圖.....	30
圖 3.10 滾齒刀之切削角度.....	30
圖 3.11 滾齒刀磨銳之實體圖.....	31
圖 3.12 滾齒刀磨銳加工之精度檢測 [43].....	31
圖 3.13 滾齒刀最終齒形輪磨加工.....	32

圖 3.14 刮齒刀插槽加工干涉示意圖	34
圖 3.15 刮齒刀讓槽之鑽孔加工.....	34
圖 3.16 滾製刮齒刀齒形.....	35
圖 3.17 滾製刮齒刀讓槽.....	35
圖 3.18 刮齒刀齒面之插槽加工圖.....	37
圖 3.19 刮齒刀齒形輪磨圖.....	37
圖 3.20 橫向式刮削法.....	39
圖 3.21 對角式刮削法.....	39
圖 3.22 直進式刮削法.....	41
圖 3.23 直進式與傳統刮齒刀之插槽排列比較	41
圖 3.24 下過式刮削法.....	42
圖 3.25 負向角齒形刀具.....	43
圖 3.26 切斷紡織纖維之切粒刀[取自瑞士 SCHEER 公司型錄]	44
圖 3.27 削鉛筆機與負向角齒形刀具	44
圖 4.1 避免撞及槽底與利於退刀之刮齒刀讓槽	46
圖 4.2 傳統銑製刮齒刀齒根讓槽.....	46
圖 4.3 鑽孔製程之刮齒刀讓槽.....	47
圖 4.4 特殊齒條刀滾製刮齒刀讓槽.....	47
圖 4.5 瘤頭齒條刀之法向齒形.....	49
圖 4.6 產生具有導程角 λ 之齒條刀示意圖	49
圖 4.7 平行軸齒輪之共軛運動關係圖	55
圖 4.8 螺旋齒輪與齒條刀之座標系.....	56
圖 4.9 刮齒刀軸向剖面與插槽深度之幾何座標關係	59
圖 4.10 滾製刮齒刀讓槽之齒條刀法向齒形	61
圖 4.11 滾製刮齒刀齒形之齒條刀法向齒形.....	62

圖 4.12 刮齒刀齒形與讓槽滾製加工後之軸向齒形	62
圖 4.13 刮齒刀齒形之創成模擬圖	63
圖 4.14 刮齒刀讓槽之創成模擬圖	63
圖 4.15 一體式刮刀用滾刀之法向齒形圖	64
圖 4.16 一次滾製完成刮刀齒形與讓槽之創成模擬	64
圖 4.17 滾製與傳統鑽孔法之讓槽比較圖示	65
圖 4.18 利用滾製法加工刮齒刀讓槽之實體圖	65
圖 4.19 鑽孔製程之有限元素模型	67
圖 4.20 滾製讓槽之有限元素模型	67
圖 4.21 推導刮齒刀齒形含讓槽之流程圖	71
圖 4.22 含讓槽之刮齒刀齒形	72
圖 4.23 應力分析之推導流程	76
圖 4.24 刮齒刀齒部應力分析之 FEA 模式	76
圖 4.25 範例 4.2 之刮刀讓槽應力模擬分析	77
圖 4.26 滾刀 1 與 2 齒厚設計之限制	79
圖 4.27 應力分析之最佳化設計流程圖	83
圖 5.1 齒條刀之法向齒形	88
圖 5.2 齒條刀創成負向角刀具之座標系	94
圖 5.3 齒條刀之法向齒形	109
圖 5.4 滾製負向角刀具之實體滾齒刀	110
圖 5.5 轉位量 $c=-0.2$ 之滾切模擬齒形	110
圖 5.6 外徑隨轉位量變化時之負向角刀具的端面齒形	111
圖 5.7 不同轉位量之負向角刀具局部齒形	111
圖 5.8 轉位量 $C=-0.2$ 時負向角刀具實體圖	112
圖 5.9 齒形完全過切之幾何關係圖	113

圖 5.10 完全過切之負向角刀具.....	114
圖 5.11 負向角刀具之切削角度.....	116
圖 5.12 B 點之間隙角示意圖.....	118
圖 5.13 E 點之餘隙角示意圖.....	118
圖 5.14 外徑隨不同轉位量改變時切削角之變化情形.....	124
圖 5.15 外徑固定與不同轉位量改變時切削角之變化情形.....	124
圖 5.16 漸開線上各點壓力角與座標系之關係.....	125
圖 5.17 節圓處之刀具創成示意圖.....	125
圖 5.18 外徑固定與改變轉位係數齒頂寬度之變化情形.....	129
圖 5.19 外徑隨著轉位係數改變齒頂寬度之變化情形.....	129
圖 6.1 容削槽之軸向截面.....	131
圖 6.2 容屑槽與齒條刀之座標系統.....	131
圖 6.3 滾齒刀端面圖.....	135
圖 6.4 齒條刀法向齒形推導.....	135
圖 6.5 特殊齒條刀之法向齒形.....	136
圖 6.6 容屑槽之創成模擬.....	136
圖 6.7 滾製容屑槽滾刀之實體圖.....	137
圖 6.8 直溝槽(A)與螺旋(B)容屑槽滾製加工.....	138

符號說明

ω_1, ω_2	瞬時接觸點 P 於物體 1 與 2 上之角速度
V_1, V_2	瞬時接觸點 P 於物體 1 與 2 上之速度
$V^{(12)}$	物體 1 與物體 2 之相對速度
t_0	齒條節距
h_a	齒條齒冠高度
h_d	齒條齒根高度
α_0	齒條壓力角
ρ	齒頂 R 角
ε	瘤頭量
μ	瘤頭長度
λ	瘤頭高
SW	齒條節線位置齒厚
H	齒條全齒深
α_s	瘤頭壓力角
r_c	瘤頭齒頂圓角半徑
h_w	齒條之半齒頂寬
h_{wu}	當 $r_c=0$ 時之最大齒頂寬
u_p	線段 ST 之向量
u_s	線段 TZ 之向量
u_f	線段 KM 之向量
$N_c^{(F1)}$	線段 ST 之法向量
$n_c^{(F1)}$	單位法向量
$N_c^{(F2)}$	線段 TZ 之法向量

$n_c^{(F2)}$	單位法向量
$N_c^{(F3)}$	圓弧 ZM 之法向量
$n_c^{(F3)}$	單位法向量
$N_c^{(F4)}$	線段 KM 之法向量
$n_c^{(F4)}$	單位法向量
$X_c^{(F)}, Y_c^{(F)}, Z_c^{(F)}$	瞬心在 S_c 座標系之座標
$x_c^{(F)}, y_c^{(F)}, z_c^{(F)}$	齒條刀座標系之 x, y, z 方向之分量
$n_{xc}^{(F)}, n_{yc}^{(F)}, n_{zc}^{(F)}$	齒條刀法線向量之 x, y, z 方向之分量
SAP	Starting Active Profile 漸開線起始徑
W_i	刮齒刀喉寬
r_{int}	刮齒刀讓槽與齒形交點處之半徑
d_c	刮齒刀最大讓槽深度
S_{eq}	最大等效應力
$g_1(\mathbf{x}), \dots, g_5(\mathbf{x})$	範例 4.3 之限制條件
HKW 、 HFw	分別為齒條刀齒冠高、齒根高
\mathbf{M}_{ij}	從 S_j 至 S_i 的轉換矩陣
\mathbf{N}_i^k	在 S_i 座標系時接觸點之法向量
O_i	S_i 座標系之原點
P_0	齒條刀節距
Q	圓角 II 軌跡與外徑交點
R	齒條刀圓角半徑
S_a	齒條刀座標系
S_1	圓柱狀刀具座標系
S_w	螺旋齒條刀座標系

S_h	圓柱狀刀具固定座標系
S	右切刀軌跡與外徑交點
$\mathbf{T}'_A, \mathbf{T}_A$	分別是 A 點的切線及位置向量
\mathbf{T}_B	B 點處的切線向量
\mathbf{T}'_B	倒角區段於 B 點的切線向量
\mathbf{T}_E	倒角區段於 E 點的切線向量
$\mathbf{V}_h^{(F)}$	齒條刀在 S_h 座標系的速度
$\mathbf{V}_h^{(1)}$	圓柱狀刀具在 S_h 座標系的速度
$\mathbf{V}_h^{(F1)}$	齒條刀與圓柱狀刀具在 S_h 座標系的相對速度
X_Q	為 Q 點之 x 座標
X_S	為 S 點之 x 座標
c	齒條刀與圓柱狀刀具之轉位量
$c_i(x)$	第 i 個限制條件式
d_h	齒頂寬度
e	齒條刀之倒角高度
$g_i(x)$	第 i 個限制條件不等式
$h_i(x)$	第 i 個限制條件等式
m	多角度刀具的模數
\mathbf{n}_i^k	在 S_i 座標系時接觸點之單位法向量
q	左切刀 I 與倒角切刀 VI 的交點
r_1	圓柱狀刀具之節圓半徑
r_o 、 r	圓柱狀刀具外徑
r_d	圓柱狀刀具根徑
r_p	過切交點之半徑
r_B	B 點之位置向量

r_b	漸開線 BE 在節圓處的半徑
r_q	傳統製程刀具之齒根圓角半徑
$\mathbf{r}_i^{(n)}$	在 S_i 座標系第 n 區段的向量
u	原點 O_w 至 O_a 的距離
$2b_0$	齒條刀齒厚
α	傳統製程刀具之正徑向斜角
β	傳統製程刀具兩齒之夾角
$\gamma_A, \gamma_B, \gamma_E$	圓柱狀刀具之徑向後斜角、離隙角、餘隙角
δ	K 點與 J 點所夾之角度
η	B 點與 J 點所夾之角度 (J 點為漸開線曲線與節圓的交點)
$\theta_I, \theta_{II}, \mu$	分別為向量 $\mathbf{r}_a^{(III)}$ 、 $\mathbf{r}_a^{(IV)}$ 及 $\mathbf{r}_a^{(V)}$ 的參數
$\ell^{(I)}, \ell^{(II)}, \ell^{(VI)}$	分別為向量 $\mathbf{r}_a^{(I)}$ 、 $\mathbf{r}_a^{(II)}$ 及 $\mathbf{r}_a^{(VI)}$ 的參數
λ	圓柱狀刀具之導程角
ξ	齒條刀節線
ψ_L, ψ_R, ψ_3	分別為區段 I、II 及 VI 的壓力角
ψ_B, ψ_E, ψ_J	分別為 B, E, J 點處的壓力角
φ	傳統製程刀具刀端與刀背夾角
ω_1	滾齒過程中創成圓柱狀刀具時之旋轉角速度
ϕ_1	滾齒過程中創成圓柱狀刀具之旋轉角度
$\text{inv}\psi_i$	ψ_i 之漸開線函數
$\Delta\gamma$	B 點與 E 點所夾之角度
$R_0^{AB}, R_0^{BE}, R_0^{EF}$	容削槽之軸向截面上之位置向量
β_{gash}	容屑槽之導程角

第1章 緒論

1.1 簡介

近年來因高科技產業發展瓶頸所造成的全球經濟不景氣，反而使傳統製造業異軍突出，有亮麗的發展。過去幾年全球機械製造業市場一片熱絡，齒輪的產量不斷地增加，連帶地使齒輪刀具需求量提昇。全球齒輪市場粗估約 500 億美元，其中美國為最大市場，其次為日本、德國、加拿大、義大利、法國與英國，台灣去年各式齒輪的產值約數十億新台幣。以此預估全球齒輪刀具的需求量約 10 億美元，其中台灣約 800 萬美金、大陸約 1 億美元、日本與美國各約 1.5 億美元、歐洲約 2 億美元。表 1.1 為近 10 年來台灣歷年齒輪供需分析表[1]。

刮齒刀為齒輪精加工刀具，其製造程序複雜，在過去，許多製程礙於設備與技術支援，只能藉助傳統的製程加工，例如刮齒刀讓槽，主要以銑削與鑽孔方式為主；但此二種加工方式，加工效率低，鑽頭容易折斷，尤其針對小模數(≤ 2)刮齒刀時，更是齒輪刀具業者長久以來最不易克服的瓶頸。

特殊負向切角刀具主要應用於特殊場合，如纖維切斷之切粒刀具，文具用削鉛筆機用滾刀，紡織梳棉鉤紗刀具及鋸片滾刀等，齒形奇特與複雜；過去也礙於設備與技術支援，通常利用成形銑刀加工而成，其成形的方式因刀具的限制，加工效率較低，齒形不易更動改善，是以其加工受到諸如限制。

容屑槽於滾齒刀之主要功能在於導引切屑流動，即時將切屑的熱量帶走，避免影響加工品質。在過去容屑槽的習用製程，以成型側銑刀銑製而成，除了加工費時與造成 ZK 蝸桿銑製不可避免之上下兩側干涉問題外，由於材料發展的不斷提昇，銑削不易而快速磨耗，若加工中稍有疏忽，即可能發生刀片爆裂而傷及工件，嚴重時造成工件報廢。

齒輪技術於上世紀 80 年代起，拜相關之電腦技術的蓬勃發展，過去視為畏途的大量數學運算，變成輕易可行，過去專家學者構建的各式齒輪理論，因眾多軟體的開發，化繁為簡，致使近 30 年來，齒輪相關技術有著長足的進步。

本論文係利用齒輪相關理論結合過切與小壓力角的概念，有別於傳統方式，以滾製的創新製程應用於刮齒刀齒根讓槽、完全過切的負向角刀具齒形與滾齒刀容屑槽等的研究與開發。

1.2 文獻回顧

齒輪的歷史發展幾乎與人類的文明同步，早在西元前 2000 年左右，中、外歷史上就已有使用齒輪的記載，齒輪機構可以說是人類最古老的機械元件之一。但是一直要到十七世紀後半葉，才有齒輪齒形的理論研究，並主要製造方法是利用成形銑刀銑削輪齒，加工效率低。近代的齒輪工業技術要等到 19 世紀末，齒輪加工技術有所突破之後才突飛猛進。換言之，近 100 多年來的齒輪技術發展史，可以說就是齒輪加工技術的發展史。

齒輪基本原理：在電腦尚未普及的年代，Backingham [2]於 1949 年著述”Analytical Mechanics of Gears”，以解析幾何的概念，引導著齒輪界由最基本的齒輪概念，逐漸深入齒輪結構的領域。Litvin[6]於 1994 提出“Gear Geometry and Applied Theory”，完整而系統介紹齒輪原理與數學的結合，對齒輪的發展貢獻卓著。而 Su 等人[3]於 1997 年提出探討餘擺線的特性和應用於齒輪齒根圓角上的研究，實際推導齒條刀上各點於切製齒輪時，餘擺線的路徑，以此驗證齒形過切的方法。

齒輪過切原理：Chang 等人[4]則於 1995 年，利用齒條刀創成原理滾製橢圓形齒輪，並提出其數學模式與過切分析。Chen 等人[5]於 2005 年，探討以齒形轉位及齒形修整方式來避免齒形過切，做為少齒數齒

輪之設計。Litvin[6]並提出齒形過切的完整理論，以獲得不產生齒形過切的條件，從此理論中亦可得到過切的衍生應用。

刮齒刀製程研究：Kuang 等人[7]於 1996 年提出放刮滾刀 (Pre-Shaving Hob Cutter)，齒形瘤頭(Protuberance)參數研究，刮前滾刀齒頂瘤頭的軌跡，以得到一個適當的過切情況，並討論這軌跡與最終刮齒後齒形的相互關係。Kim 等人[8]於 1996 年提出一套利用二維平面之等效正齒輪，近似刮齒刀與齒輪嚙合之刮齒刀設計軟體。Kosal[9]於 1998 年說明四種刮齒方法基本概念。Miao 和 Koga[10]於 1996 年提出一項齒輪齒形修整之直進式刮齒技術。Moriwaki 和 Fujita[11]於 1994 年發表齒輪刮齒之電腦模擬與精加工齒形刮齒之效果。Lu 等人[12]於 2000 年提出彎曲應力造成刮齒刀彎曲撓度是造成齒形不佳之主要原因。Litvin[13]於 2001 年提出以電腦模擬正齒與螺旋齒輪刮齒狀況，研究小齒輪刮刀齒面的修正，以得到合適的齒形與導程精度。Litvin[6]提出三維交錯軸螺旋齒輪之基本嚙合條件，以利刮齒刀之設計。Lu 和 Yang[14]於 2002 年為解決刮齒不欲見到之齒形中凹，提出刮齒刀不等深度之插槽深的設計。Hsu 和 Fong[15]研究刮齒刀插槽排列於直進式刮齒時對齒面粗度之影響。Hsieh 等人[16]於 2005 年提出利用瘤頭滾刀滾製刮齒刀讓槽討論其結構之強度分析。Chen 等人[17]於 2005 年提出一種新型加工刮齒刀根部讓槽的專利。Chang 等人[18]於 2005 年提出一種新型刮齒刀根槽齒形之應力分析。Chang 等人[19]於 2006 年提出刮齒刀根槽以滾製之新技術，分析其齒根強度，並驗證較之傳統鑽孔和銑製之讓槽有較佳的強度與加工效率。Hsieh 等人[20]於 2007 年發表刮齒刀讓槽之創新製程與習用鑽孔製程，比較其讓槽加工製造優劣與結構強度分析。兩種最佳化設計法，一為全域搜尋法，基於便捷的考慮，僅討論幾何形狀，另一種為二次序列規劃法結合 MOST[22-23]最佳化

設計之方法。

負向角刀具製程研究：Liu 和 Chang[24]於 2003 年提出一種螺旋形切刀，以滾製的方式，一次切製過程中即將此螺旋形切刀三個切削角度加工完成。Hsieh 等人[25]提出以特殊齒條刀齒形滾製負向角刀具，並討論與習用技術之優劣差異分析。

滾齒刀容屑槽製程研究：Chang[26]於 2003 年提出以成型銑刀銑製滾齒刀之螺旋容屑槽，推導其數學模式並探討 ZK 型蝸桿加工原理應用於此之誤差分析。Fang[27]於 1996 提出 ZK 型蝸桿之數學模式推導，並以節圓增徑方式之蝸輪滾齒刀切製蝸輪，探討其誤差分析。Chen 等人[28]於 2005 年提出滾齒刀之牙口數與容屑槽數對滾齒後，對齒輪之齒形與導程的誤差分析。Chen 和 Hsieh [42]於 2008 年提出刀具容屑槽之形成方法之專利。

本論文即以上述相關理論為基礎，設計齒條滾齒刀，提出有別於傳統加工方法，採用滾製的創新製程應用於刮齒刀齒根讓槽、完全過切的負向角刀具齒形與滾齒刀容屑槽等的研究與開發。

表 1.1 台灣歷年齒輪供需分析表[1]

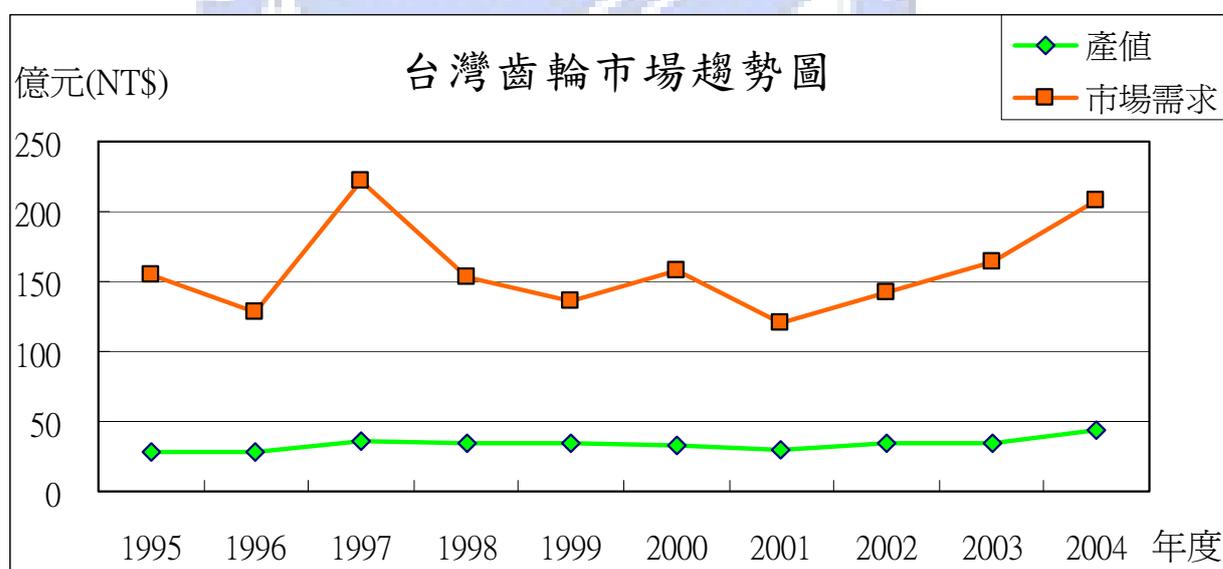
單位：億元(NT\$)

項目	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
產值 ⁽¹⁾	28.1	27.4	35.5	34.4	34.3	33.6	30.4	34.8	34.8	44.2
進口值 ⁽²⁾	127.4	103.0	190.0	121.6	104.6	130.1	93.3	111.9	139.1	175.5
出口值 ⁽³⁾	1.3	2.3	3.0	2.3	3.3	5.3	3.7	5.1	9.1	11.4
市場需求	154.2	128.1	222.5	153.7	135.6	158.4	120.0	141.6	164.8	208.3
出口比率	4.6%	8.4%	8.4%	6.7%	9.7%	15.7%	12.1%	14.7%	26.1%	25.8%
自給率	18.2%	21.4%	16.0%	22.4%	25.3%	21.2%	25.3%	24.6%	21.1%	21.2%
進口依存度	82.6%	80.4%	85.4%	79.1%	77.2%	82.1%	77.8%	79.0%	84.4%	84.3%

註：(1). 資料來源：經濟部統計處，中華民國台灣地區工業生產統計月報
此值並不包含自製自用部分和齒輪箱等齒輪系統組件

(2). 資料來源：海關進出口統計月報。

(3). 資料來源：海關進出口統計月報。



1.3 論文架構

本論文共分為 7 章：第 1 章為緒論，介紹齒輪刀具目前之發展現況與相關文獻回顧，並對本論文之研究重點作一說明。第 2 章則介紹本文後續應用之基本理論。第 3 章說明齒輪刀具之設計與製造流程，藉以對於本文的研究可有更清楚的了解。第 4 章係利用座標轉換、嚙合原理結合過切與小壓力角之概念，建立刮齒刀齒形與讓槽及齒條刀齒形之數學模式，並做實際製造驗證；此外亦利用有限元素分析法，比較習用與創新製程所製讓槽，並藉最佳化設計，依限制條件，定義出最合適滾刀瘤頭齒形。第 5 章則利用完全過切之理論，結合齒輪基本原理，建立負向角切刃刀具與齒條刀數學模式，並討論負向角刀具之切削角度與齒頂寬度對刀具特性分析，並做實際製造驗證。第 6 章利用推導而得之特殊齒條刀以滾製滾齒刀容屑槽，改善習用技術之加工效率與誤差效應，並做實際製造驗證。第 7 章為結論與未來展望。

第2章 基本原理

2.1 位置向量轉換

空間中有兩個座標系 $S_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 與 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ ，座標間之關係如圖 2-1 所示。上述空間座標系中有一點 P，其位置向量表示於座標系 $S_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 為 R_j ，表示於 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系為 R_i ，而此兩座標系間之位置向量轉換可用下列之齊次座標轉換矩陣 (Homogeneous Coordinate Transformation Matrix) 方程式表示之。

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{M}_{ji} \mathbf{R}_i \quad (2.1)$$

$$\text{其中 } \mathbf{M}_{ji} = \begin{bmatrix} \cos(X_j, X_i) & \cos(X_j, Y_i) & \cos(X_j, Z_i) & X_j^{(O_i)} \\ \cos(Y_j, X_i) & \cos(Y_j, Y_i) & \cos(Y_j, Z_i) & Y_j^{(O_i)} \\ \cos(Z_j, X_i) & \cos(Z_j, Y_i) & \cos(Z_j, Z_i) & Z_j^{(O_i)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

上式中 $\cos(X_j, X_i)$ 表示 X_j 軸與 X_i 軸間夾角之餘弦值，餘此類推；而 $X_j^{(O_i)}$ 、 $Y_j^{(O_i)}$ 、 $Z_j^{(O_i)}$ 為 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系之原點 O_i 表示於 $S_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 座標系的三個座標軸的分量， \mathbf{M}_{ji} 則為 4×4 之齊次座標轉換矩陣，可將座標值由 $S_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 座標系轉換至 $S_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 座標系。至於一般之速度及法線向量等之座標轉換，因與座標系之原點無關，所以此類向量的座標系間轉換矩陣 \mathbf{L}_{ji} 為 3×3 之矩陣，可由方程式(2.2)之矩陣刪去最後一行及最後一列而得並表示如下：

$$\mathbf{L}_{ji} = \begin{bmatrix} \cos(X_j, X_i) & \cos(X_j, Y_i) & \cos(X_j, Z_i) \\ \cos(Y_j, X_i) & \cos(Y_j, Y_i) & \cos(Y_j, Z_i) \\ \cos(Z_j, X_i) & \cos(Z_j, Y_i) & \cos(Z_j, Z_i) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

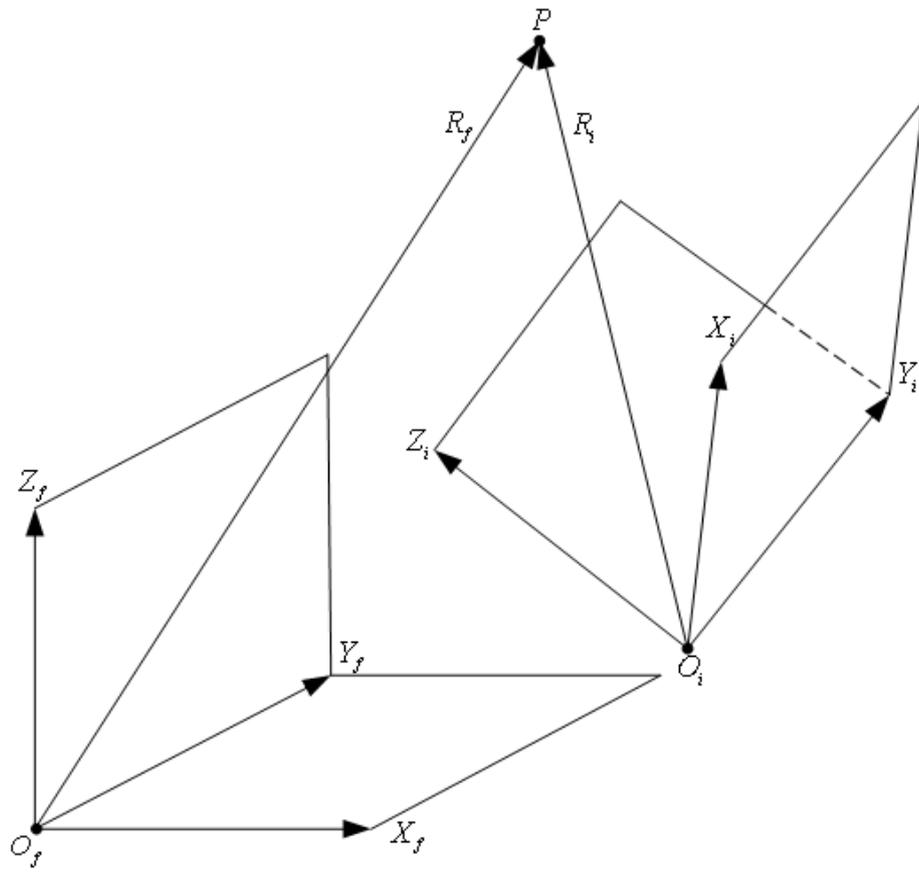


圖 2.1 空間物體之座標轉換

2.2 相對運動速度

假設空間中有兩個物體，物體 1 與物體 2 分別固聯於座標系 $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 與 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ ，如圖 2-2 所示。 Z_1 軸與 Z_2 軸分別為物體 1 與物體 2 之旋轉軸，其旋轉之角速度分別為 ω_1 與 ω_2 ， γ 為兩旋轉軸之交錯角，而 C 則為其最短距離， P 點為物體 1 與物體 2 之瞬時接觸點。因此，瞬時接觸點 P 在物體 1 上之速度 V_1 可由下式求得：

$$V_1 = \omega_1 \times R_1 \quad (2.4)$$

其中 R_1 乃是由物體 1 旋轉軸上任一點指向接觸點 P 之位置向量。而瞬時接觸點 P 在物體 2 上之速度 V_2 則可由下式求得：

$$V_2 = \omega_2 \times R_2$$

其中 R_2 乃是由物體 2 旋轉軸上任一點指向接觸點 P 之位置向量。最後物體 1 與物體 2 之相對速度可求得如下：

$$V^{(12)} = V_1 - V_2 = (\omega_1 \times R_1) - (\omega_2 \times R_2) \quad (2.5)$$

2.3 嚙合方程式

若考慮空間中有兩個相互嚙合運動的曲面 Σ_1 和 Σ_2 ，如圖 2.3 所示。 P 點為此兩嚙合運動曲面 Σ_1 和 Σ_2 之共切點(Common Tangent)，同時也是兩曲面之瞬時接觸點。共切點 P 在兩曲面上有共同之法向量(Common Normal Vector) N ； $V^{(12)}$ 則為曲面 Σ_1 和 Σ_2 在 P 點的相對速度。曲面於嚙合時，兩曲面間既不分離，也不嵌入對方，故兩曲面之共同法向量方向，其相對速度 $V^{(12)}$ 為零，是以接觸之兩曲面其相對速度必落在共同切平面(Common Tangent Plane) T 之上，故此共同法向量 N 必與共切面 T 相互垂直。

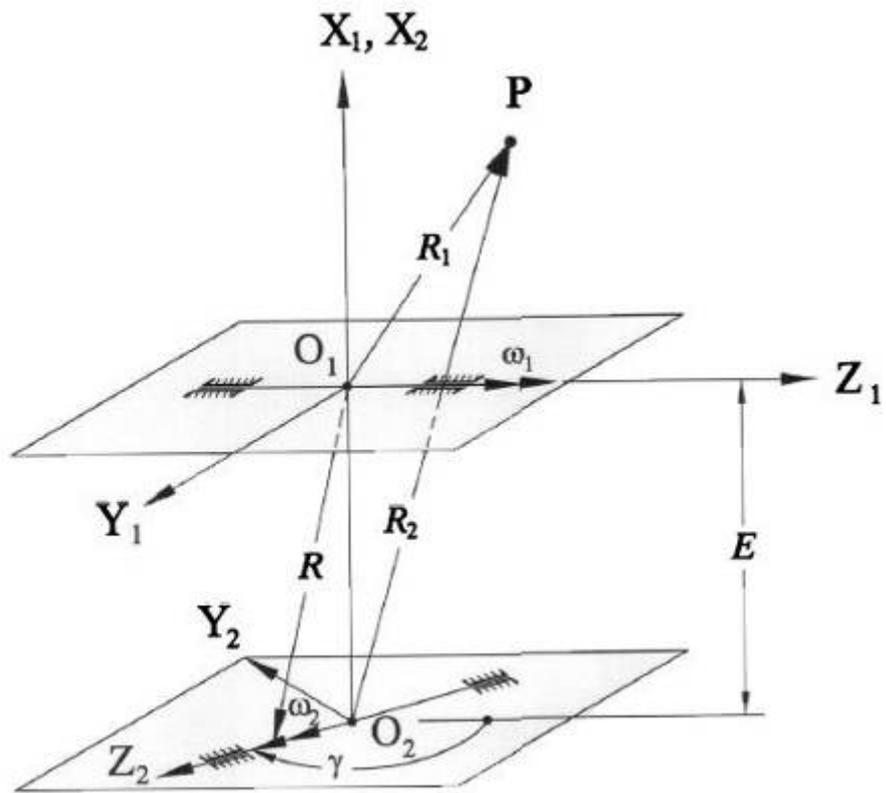


圖 2.2 空間物體之相對運動

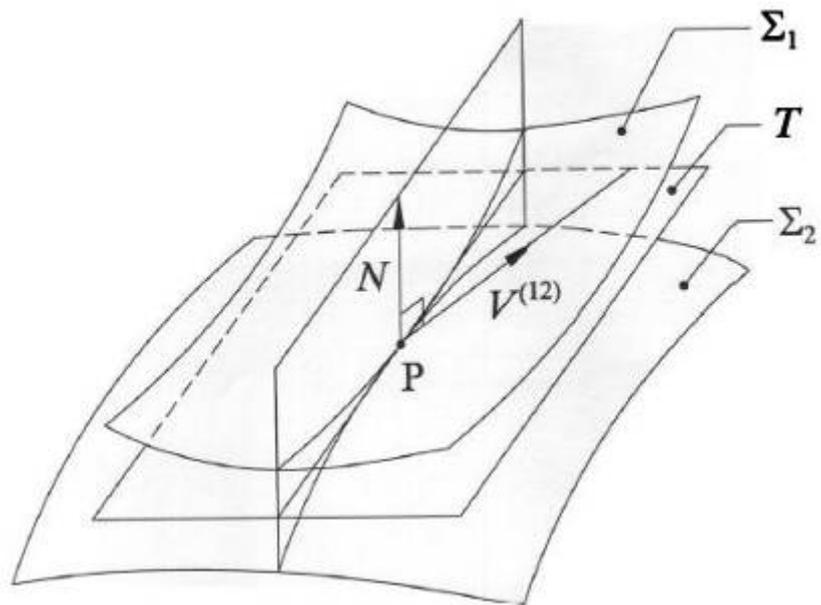


圖 2.3 空間嚙合曲面之關係

根據上述的現象可以得到以下的結論：

兩嚙合運動曲面間的相對速度 $V^{(12)}$ 與共同法向量 N 和共同接觸點 P 處必相互垂直。所以下式亦必成立：

$$N \times V^{(12)} = 0 \quad (2.6)$$

方程式(2.6)亦即齒輪原理中討論共軛運動對嚙合運動條件之嚙合方程式。

2.4 餘擺線之運動定義

過切現象的發生與齒條刀的滾齒中心距離有關，當切深適當時，我們可以得到，齒輪正確的齒厚、根徑、外徑和合乎要求的漸開線起始徑，但滾齒中心距離有所變動，即造齒輪精度的不穩定，尤其當滾齒中心距離變小即造成過切；齒條刀滾齒加工時，即刀具沿著一直線運動，被切齒輪旋轉而創成出齒形，而此動作即是循著餘擺線的路徑。

餘擺線，顧名思義與擺線(Cycloid)相類似。當半徑為 a 的圓沿著 x 軸直線滾動時，圓周邊上一點“ P ”的路徑軌跡即為擺線曲線；若“ P ”點移至距離圓心 b 長度時，所產生的路徑軌跡即為餘擺線曲線，如圖 2.4 所示。 $a > b$ 或 $a < b$ 所產生的餘擺線曲線型式不相同，而擺線曲線為餘擺線 $a = b$ 時的特例。

餘擺線的曲線方程式為：

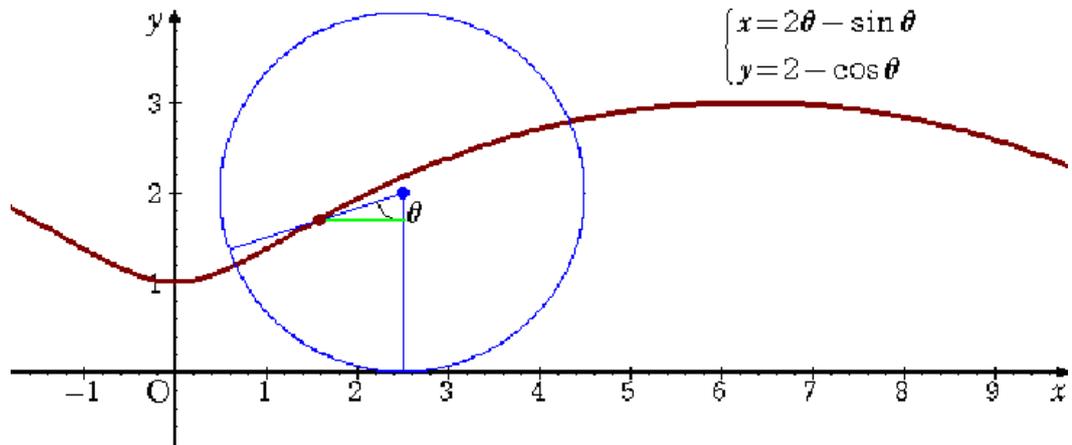
$$\left. \begin{aligned} x &= a\theta - b\sin\theta \\ y &= a - b\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

擺線的曲線方程式為(當 $a = b$ 時)：

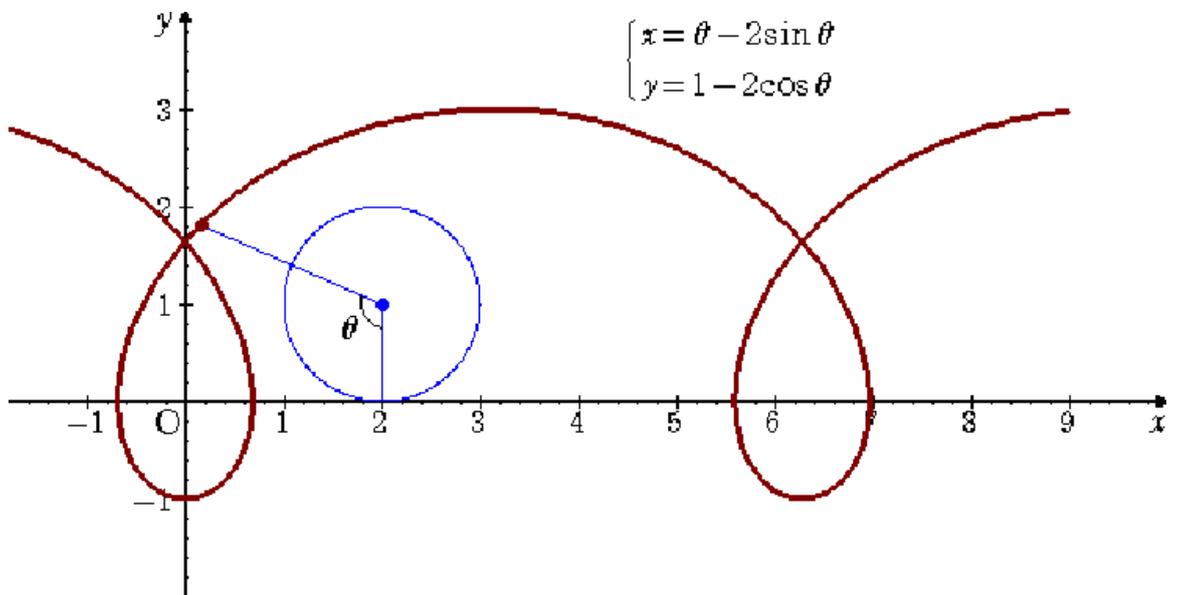
$$\left. \begin{aligned} x &= a\theta - a\sin\theta \\ y &= a - a\cos\theta \end{aligned} \right\}$$

(2.8)

式中 θ 為圓滾動的角度。



(a) $a=1, b=2$



(b) $a=2, b=1$

圖 2.4 餘擺線曲線示意圖

2.5 過切原理

齒輪的轉位，又稱做移位或變位。齒輪轉位，簡單地說就是利用基準刀具切削齒輪時，刀具切深或切淺(相對於齒輪的基準節圓)的一種方式，切削出來的齒輪彼此可以互相嚙合，如圖 2.5 所示。

齒輪轉位的目的：

- (1) 調整中心距
 - A. 兩固定軸裝上一或數對齒輪對
 - B. 中心距變動(非標準中心距)
- (2) 防止過切
- (3) 改善齒輪強度
- (4) 其他(改變齒輪的接觸率、滑動率…)

至於齒輪過切(Undercut)，意指兩齒輪嚙合時，其一齒輪齒頂超越配對齒輪的基圓之內，嚙合不順暢，擠壓變形，傳動時產生噪音；此時若嚙合的對象改為刀具，則干涉的部位即被切除，此即造成所謂之過切。

圖 2.6 為一齒條刀具創成齒輪之示意圖，瞬時旋轉中心為 I 點，

$$v^{(2)} = v^{(1)} = \omega \times \overline{OI} \quad (2.9)$$

或

$$\overline{OI} = \frac{v^{(2)}}{\omega} \quad (2.10)$$

對齒輪而言，過點 I 的圓即為節圓(Pitch circle)；對齒條刀具而言，過點 I 的線即為節線(Pitch line)。當齒條齒頂被切齒輪的基圓時即造成過切，如圖 2.7 所示。

圖 2.8 所示，於不同的轉位量，切製齒輪時，其不同之過切情況。過切造成的原因與滾齒刀的瘤頭量、瘤頭高、瘤頭角度有關；另外與齒條刀的轉位，餘擺線的路徑亦都有關聯；本研究即利用滾製時，適當的改變以上所述之參數，結合推導之數學方程式，與電腦輔助軟體，依據齒輪之漸開線起始徑，齒根強度，加工效率等邊界條件，建立本研究之特殊應用的創新製程。

2.6 創成原理

如 2.1 節位置向量轉換所述，齒條刀與被切齒輪依循著餘擺線路徑，而創成出齒輪的齒形。以下利用簡單數據與圖示，介紹刀具創成齒輪的過程。由滾齒刀的系統 3，先轉換至齒輪系統之固定座標 2，再由固定座標 2 轉換至齒輪座標之系統 1，以完成刀具之創成動作。

$$M_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r\theta \\ 0 & 1 & 0 & r \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{13} = M_{12} \cdot M_{23}$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & r\theta \cos(\theta) - r \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & r\theta \sin(\theta) + r \cos(\theta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = M_{13} \cdot R_3$$

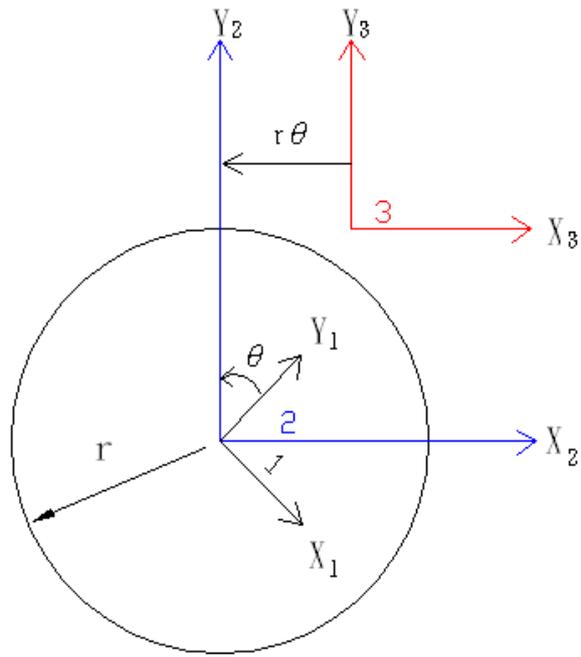


圖 2.9 齒條刀創成齒輪之座標轉換

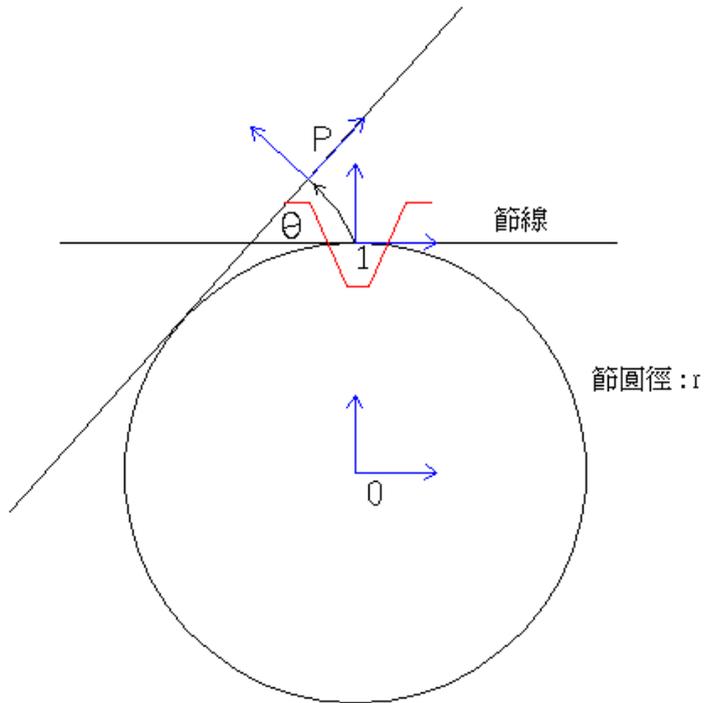


圖 2.10 齒條刀與被切齒輪之示意圖(未創成時)

P 點座標(座標系 0)

$$\mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} r\theta \cos(\theta) - r \sin(\theta) \\ r\theta \sin(\theta) + r \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

齒條創程後的座標(座標系 0)

$$\mathbf{R}_0 = [\mathbf{M}][\mathbf{R}]_1 + [\mathbf{P}]_0$$

\mathbf{R}_0 : 齒條創程座標點(座標系 0)

\mathbf{R}_1 : 齒條座標(座標系 1)

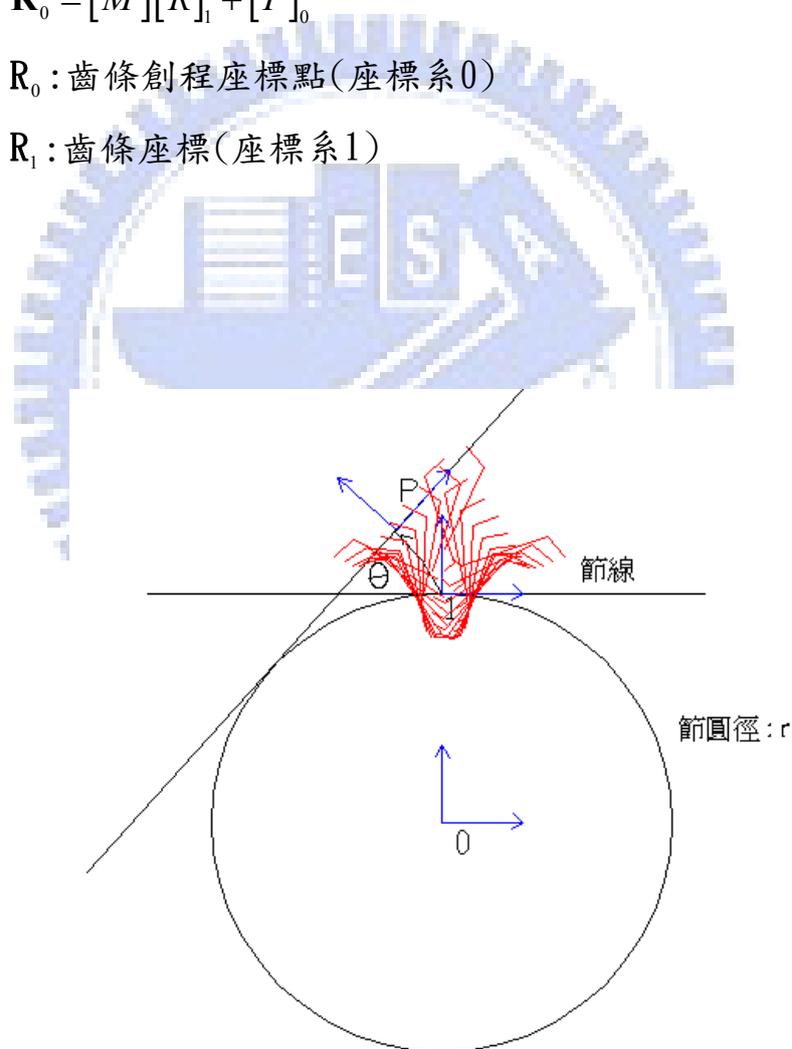


圖 2.11 齒條刀與被切齒輪之示意圖(創成時)

第3章 齒輪刀具之基本介紹

3.1 前言

齒輪刀具泛指，滾齒刀、鉋齒刀、成形銑刀、刮齒刀、拉刀以及特殊場合應用的栓槽滾刀、鏈輪滾刀、鋸片滾刀、削鉛筆刀、切粒刀等等，這些刀具廣泛應用於各式各樣之傳動零件和特殊滾刀的製造。齒輪刀具雖有這些類別，但本文主要以滾齒刀、刮齒刀以及特殊刀刃的負向角刀具為探討之對象。

齒條可分為標準齒條與特殊齒條，所謂特殊齒條即指非標準齒條而言，其有著瘤頭和齒頂倒角以及非標準齒厚等之齒條尺寸設計，而標準齒條即對應標準齒輪(無轉位、標準齒深和無放刮放磨等設計)。

滾齒刀和刮齒刀雖然是齒輪製造業最常使用的刀具之一，但大部份的使用者對其不甚了解，透過這兩種刀具生產的重點製程，可對本文研究有更進一步的認識。

齒輪的機製加工方式，簡單的可分為前加工與精加工；滾齒、鉋齒、成形銑製等屬於前加工(雖然滾、鉋齒也可做精加工，但一般而言仍以前加工為主)，所製之產品精度較低，也稱為粗加工；另外刮齒加工(Shaving)、珩齒加工(Honing)、磨齒加工(Grinding)等則屬於後加工，產品精度要求較高，所以亦稱精加工。

目前齒輪的精加工方式，主要以刮齒與磨齒為主，由於刮齒效率高，成本低，廣泛應用於齒輪之大量生產，所以產量最大的汽機車用齒輪，目前仍以刮齒加工為主。

刮齒加工方式依動力區分為：動力刮齒與從動性刮齒；所謂的動力刮齒即刀具軸與齒輪軸均能自主轉動，刮齒時可因各自獨立的傳動條件，可以調整加工參數，以得到齒輪之齒形與導程精度的控制。至於從動性刮齒，刮齒時僅刀具軸有旋轉動力，以轉動的刀具軸帶動齒

輪，藉刮齒刀齒腹部份的開槽之刀口，因相互嚙合時的刮擦動作，刮削齒輪齒面而複製與刮齒刀齒面相同的一種加工。

至於刮齒刀的型式，則以刮齒機的機構區分，可分為，直進式(Plunge Type)、下過式(Underpass Type)、軸向式，一般稱為傳統式(Conventional Type)以及對角式(Diagonal Type)等四種刮齒刀。

齒輪的加工過程中，若齒條刀具的齒頂超越被切齒輪的基圓之下，即造成所謂的過切(Undercut)，這種在齒輪根部份的過切現象，如圖 3.1 所示，將造成齒輪根部強度降低，所以一般的概念，工程師會採用各種辦法，來避免齒輪過切的發生。然而在本文中，卻反方向利用過切的特性，應用於刮齒刀讓槽型式的創新設計。

滾齒時的過切原理廣泛應用於放刮與放磨齒輪的前加工；假設吾人設計一滾切後的齒形，任一側齒形整段漸開線產生過切時，此即稱之為完全過切(Fully Undercutting)。

齒形若發生完全過切時，齒形之一側漸開線，因過切而完全被切除，並於齒頂相交，因而形成刀口，如圖 3.2 所示。刀口型式有別於正壓力角之刀刃，故稱之為負向角刀具，常見於削鉛筆刀、紡紗用切粒與鈎紗刀具以及鋸片滾刀等。

滾齒刀容屑槽的製造，習用技術主要以成型側銑刀加工為主，雖然機台與刀具容易準備，操作亦簡單，但加工耗時與滾切 ZK 型蝸桿銑製時，因銑刀外徑改變造成齒形上下端因干涉而被切除之缺點[26]，而且滾刀材料不斷推陳出新，銑製的加工方式面臨挑戰，除了刀具磨耗快速之外，生產中常因刀具磨損未能即時更換而這成刀具爆裂而傷及工件之狀況。

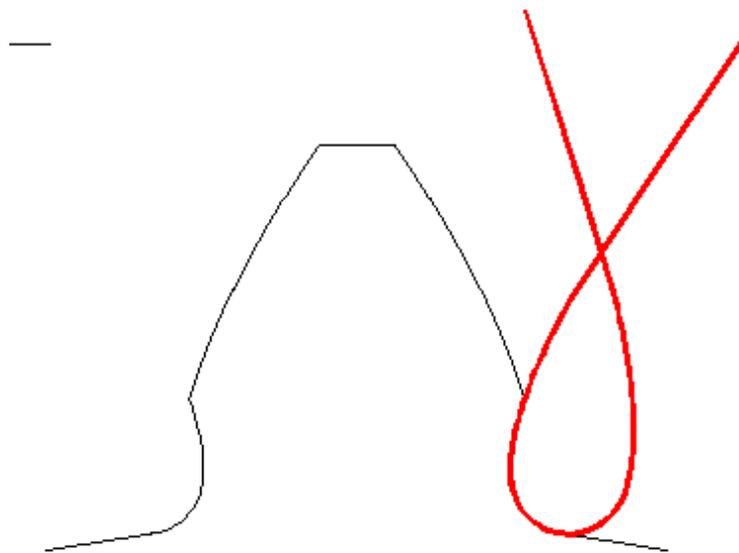


圖 3.1 齒輪根部過切圖

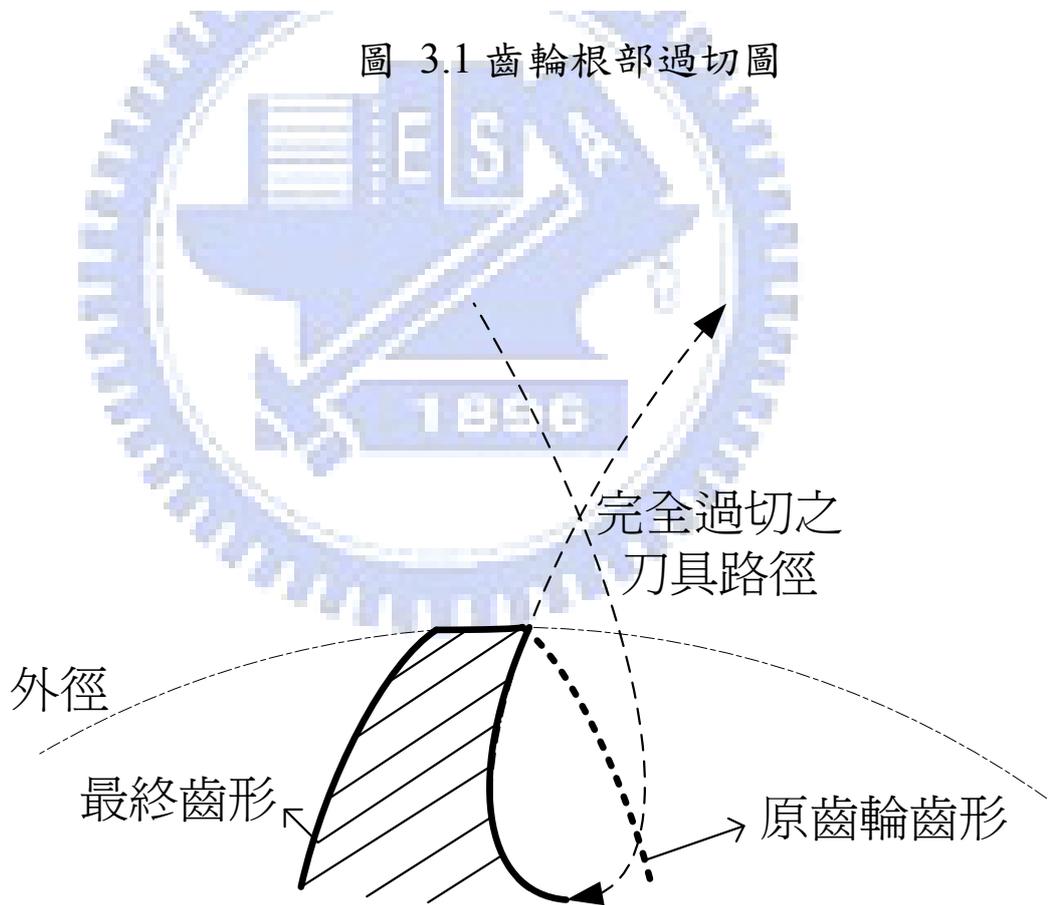


圖 3.2 完全過切齒形

滾齒刀容屑槽並非對稱齒形，通常不考慮使用滾切加工，但本文利用推導而得之齒條製作滾齒刀，以創新的滾製方式克服此加工瓶頸。

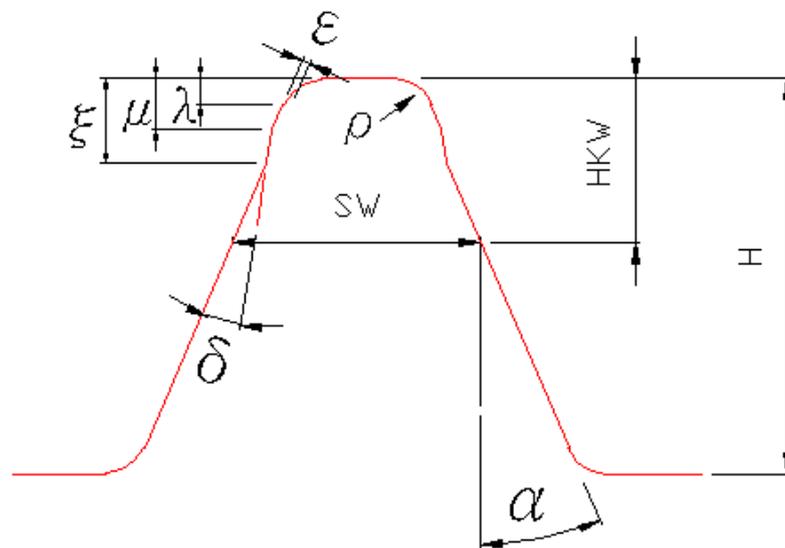
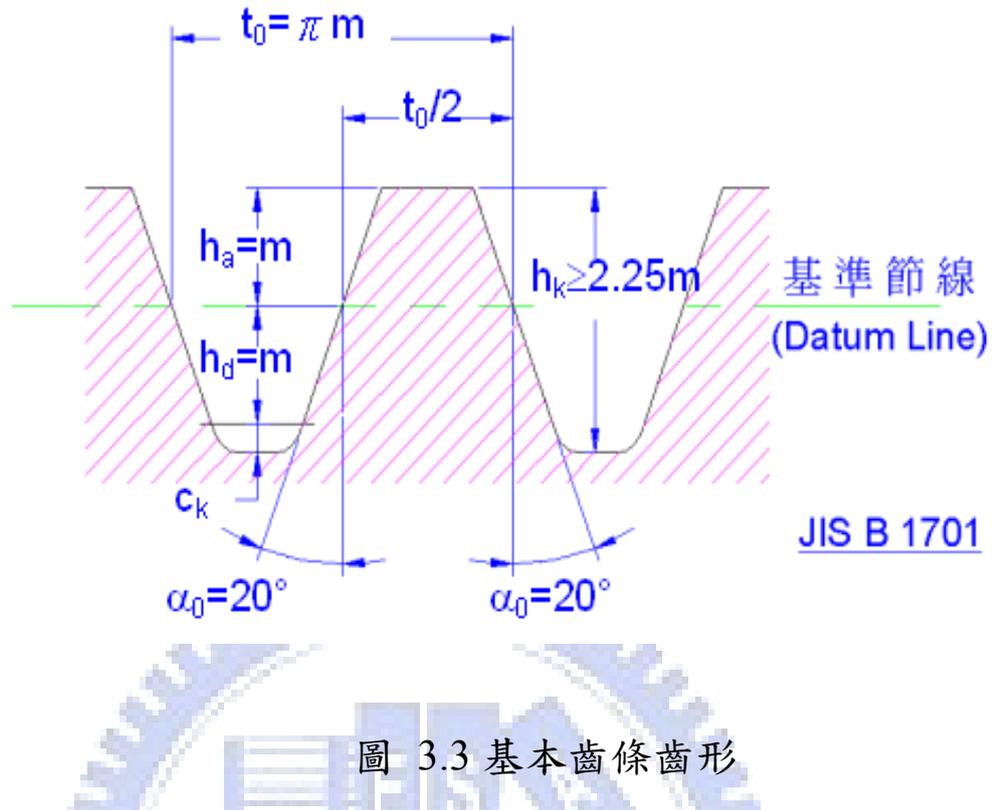
3.2 齒條刀之定義

當漸開線齒輪齒數為無窮多齒，節圓直徑為無窮大時，漸開線齒形變成直邊齒形，因此以齒條齒形表示齒輪基本齒形，稱為基準齒條齒形(Standard Basic Rack Tooth Profile)。基準齒條齒空部份作為刀具之刀口，如圖 3.3 所示，此即稱基本齒條形刀具，齒輪滾齒設備即以此刀具作為切齒依據。

齒輪的滾齒原理即是齒條與齒輪的嚙合原理，所以滾齒刀屬於齒條型創成刀具，滾齒刀的齒條為梯形，可切製出漸開線齒形的齒輪，所以選擇適當的齒條齒形，則可創成出方栓槽、鏈輪、棘輪，花鍵或其他的特殊齒形；所以吾人設計滾齒刀時，首先需決定的部份，即是齒條尺寸的確定；一般漸開線齒輪，梯形的齒條齒厚，可以容易從齒輪的弧齒厚輪推導而得，但針對較特殊的齒形，如栓槽，鏈輪，大過切量的齒形時，則需利用座標轉換、嚙合方程式與運動方程式等數學模式推導齒條刀，本文即以推導而得之各式齒條刀應用於刮齒刀讓槽，負向角刀具以及滾齒刀容屑槽等新製程的開發，先以實做驗證，最終應用於生產製程上。

3.3 滾齒刀瘤頭之設計

當刮齒或磨齒時，滾刀的瘤頭設計，如圖 3.4 所示，通常是需要的，其目的在齒輪齒根造成適當的過切量以確保刮、磨加工可順利執行；但瘤頭滾刀造成齒根的過切，特別針對少齒數齒輪時，因自然過切現象，將更嚴重，是以有特別需求時方設計瘤頭，而且由實際觀察而知，瘤頭刀加工時比無瘤頭刀更易磨耗，刀具壽命降低。



法向模數 : M_n

法向壓力角 : α_c

齒數 : Z

螺旋角 : β

齒厚 : S_{on}

外徑 : OD

根徑 : RD

節圓徑 : $PD = \frac{MZ}{\cos(\beta)}$

齒條基本計算公式

$$SW = M \cdot \pi - S_{on}$$

$$HKW = (PD - RD) / 2$$

$$H = (OD - RD) / 2 + 0.25M$$

α : 壓力角

ρ : 齒頂R

$$\varepsilon: \text{瘤頭量} = \frac{\text{齒輪放刮(磨)量}}{2} + 0.004$$

μ : 瘤頭長度

δ : 瘤頭角度, 一般設定為 3.5° 或 5°

λ : 瘤頭高 = $\rho \times (1 - \sin(\alpha_c))$

$$\xi: \text{瘤頭總長} = \mu + \frac{\varepsilon}{\sin(\delta)} \cos(\alpha - \delta)$$

SW : 齒條節線位置齒厚

HKW : 齒條節線位置齒冠高

H : 齒條全齒深

3.4 滾齒刀生產流程簡介

齒輪滾刀是加工正齒輪與螺旋齒輪最常用的一種刀具，滾齒刀因法向齒形為被切齒輪所需的基本齒條，故屬於齒條型創成刀具，結構上如同蝸桿，在軸向開槽以產生刀刃並製作刀具所需之各加工隙角，如此即成滾齒刀。

滾齒刀的製造程序，大致上區分為熱處理前(簡稱前段加工)與之後(簡稱後段加工)兩部份，其中前段加工材料尚未硬化，屬於軟材加工模式，程序包括，外形車製、齒形加工、容屑槽成形、齒形鏟製等。而後段加工材料已經硬化，屬於硬材加工模式，程序包括，內外輪磨、滾刀刃口磨銳及最終齒形輪磨等。

前段加工中，以容屑槽加工與齒形鏟製，屬於較關鍵的製程，而後段製程則以滾刀刃口磨銳及最終齒形輪磨為重點，以下就針對四種加工程序作簡單說明：

3.4.1 容屑槽加工：

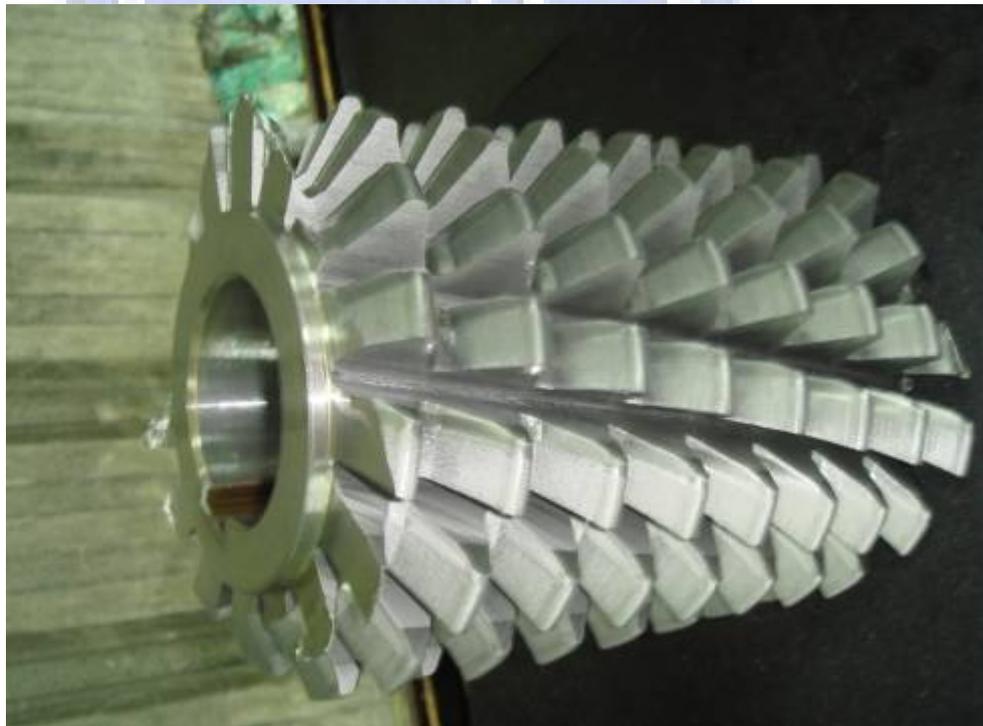
容屑槽的主要功用在於形成滾齒刀的切削刃口以及滾齒時做排屑用，如圖 3.5，容屑槽有螺旋溝槽與直溝槽兩種型式。

直溝容屑槽造成滾齒刀刀刃左右兩側壓力角不相等，一般應用於滾齒刀齒形之節圓導程較小時，通常節圓導程 $\lambda_{hp} \leq 6^\circ$ 時，不易造成加工齒輪齒形有明顯的誤差，降低製造成本而採用的近似方法。但當 $\lambda_{hp} \geq 6^\circ$ 時，為了保持齒輪加工的精度，一般製作垂直於滾刀螺紋導程角的螺旋容屑槽。

容屑槽數的多寡影響到齒輪切削過程的平穩性、齒形精度、面粗度，以及刀具可重磨的壽命。滾齒刀的容屑槽數愈多，滾切時分配到每一刀的負荷減小，因此切削過程平穩，刀具壽命提高；另外容屑槽數多，齒面的包絡愈細緻，自然提昇滾齒後之齒形精度與面粗度。不



(a) 直溝容屑槽



(b) 螺旋容屑槽

圖 3.5 不同型式之容屑槽

過容屑槽數過多，每一刀刀的有效長度變短，可重磨的次數因而減少。

後斜角(Rake Angle)是滾齒刀的主要切削角度，可分為正角刀口、零度刀口和負角刀口，如圖 3.6 所示。以往為了方便製造和量測，大都採用 0° 滾刀，但近年來的研究發現，正角刀口的滾刀不但能改善切削條件，而且對提高滾刀的耐用度與被加工齒輪的齒面光滑度；正角刀口滾刀銳利，可提高齒形設計精度，尤其是大模數滾刀，導程角較大，效果更加顯著。而負角刀口滾刀通常應用於經過熱處理表面硬度較高的工件。

習用之滾齒刀容屑槽的製造，主要以成形側銑刀於臥式銑床上加工而成，如圖 3.7 所示。不論是直溝槽或是螺旋槽，正角抑是負角等，均依此模式加工，機器與刀具容易取得，故一直以來，是容屑槽主要的加工方法。

成形側銑刀銑製容屑槽雖然方便，但加工時間冗長，而且隨著滾刀材料的提升，加工性難度增大，側銑刀的使命壽命降低，甚至發生側銑刀爆裂的狀況，是其主要的問題。

為了克服上述的缺點，我們應用特殊齒條刀的設計，以滾製的方式加工滾刀的容屑槽，如圖 3.8 所示，除了加工時間可以縮短與加工的精度提高之外，過去側銑刀爆裂造成工件報廢的情況得以克服。

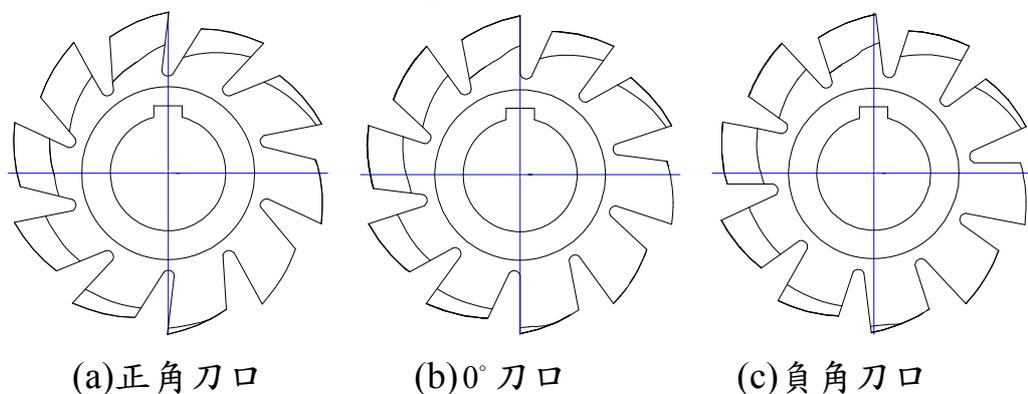


圖 3.6 滾齒刀之後斜角(Rake Angle)



圖 3.7 銑製滾刀容屑槽之實體圖

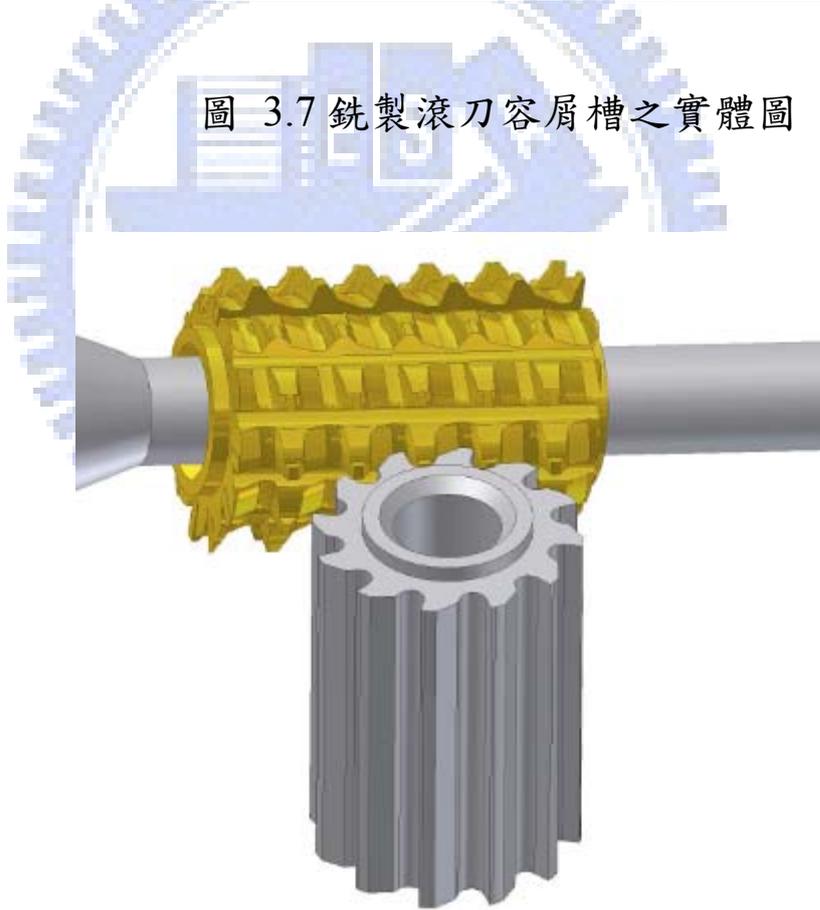


圖 3.8 滾製滾刀容屑槽

3.4.2 齒形鏟製

滾齒刀齒形鏟製方式，如圖 3.9 所示，採用鏟齒車床加工而成。滾齒刀的齒條齒形，含有三個切削角度，其中後斜角 (Rake Angle)C 部份如上節所述，且角度並非由鏟齒加工完成者，本節主要討論另外兩個切削角度，前間隙角 (Tip Relief Angle)B 及側隙角(Side Relief Angle)A，如圖 3.10 所示。

齒形鏟製係利用一類似車床架構的鏟齒車床，在原車床之複式刀座位置，改裝成一前後快速移動之凸輪機構，鏟出齒條齒形，也加工出前間隙與側隙兩切削角度。一般滾齒刀齒條的前間隙角範圍可取 $8^{\circ} \sim 12^{\circ}$ 之間，而側隙角則取 $2^{\circ} \sim 5^{\circ}$ 左右。滾齒刀之法向壓力角與前間隙角、側隙角的關係為：

$$\tan A = \tan \alpha_c \tan B \quad (3.1)$$

3.4.3 滾刀刀口磨銳

滾齒刀是一種尺寸精度要求高的切削刀具，刀口的磨銳，其目的在保證滾刀齒形的正確性；其中刀口的向心度影響刀具的壓力角精度，槽分度誤差的優劣造成滾切時各個刀口受力的情況，影響刀具使用的壽命，而槽導程的精度對於上兩者均造成影響；滾齒刀磨銳方式，如圖 3.11 所示。

滾齒刀磨銳之後，依照德國 DIN 3968 滾齒刀檢驗規範，量測滾刀之容屑槽向心度誤差、槽分度誤差及槽導程誤差。

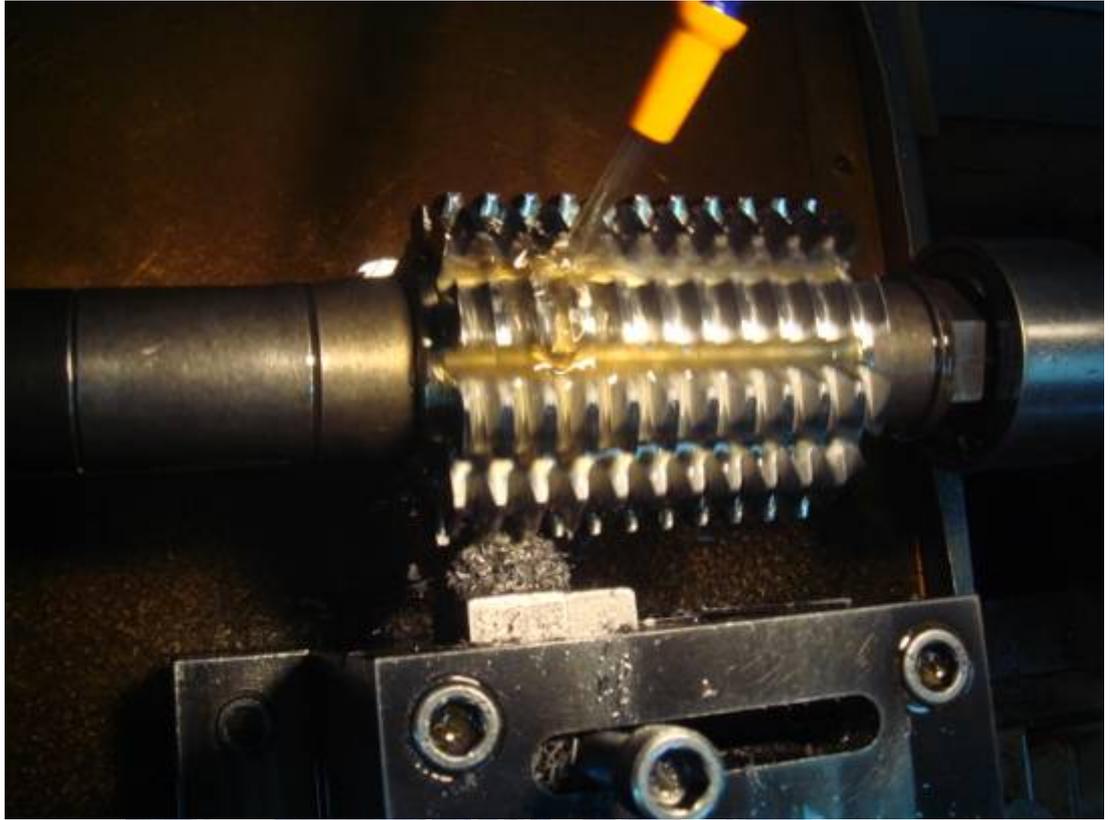


圖 3.9 鑄製滾刀齒形加工圖

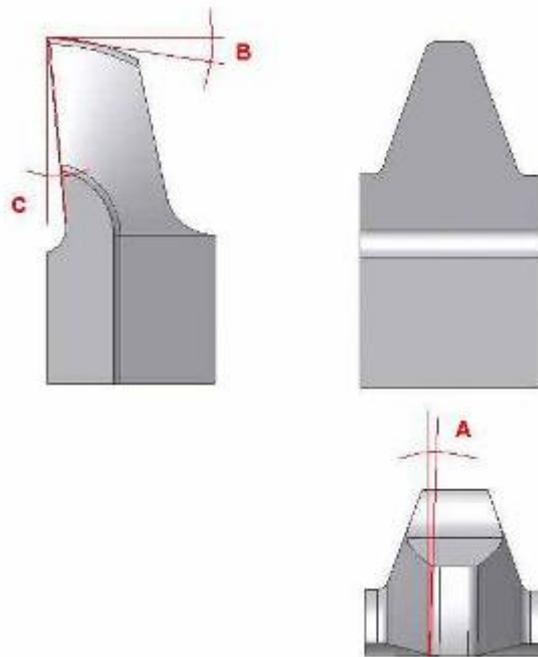


圖 3.10 滾齒刀之切削角度

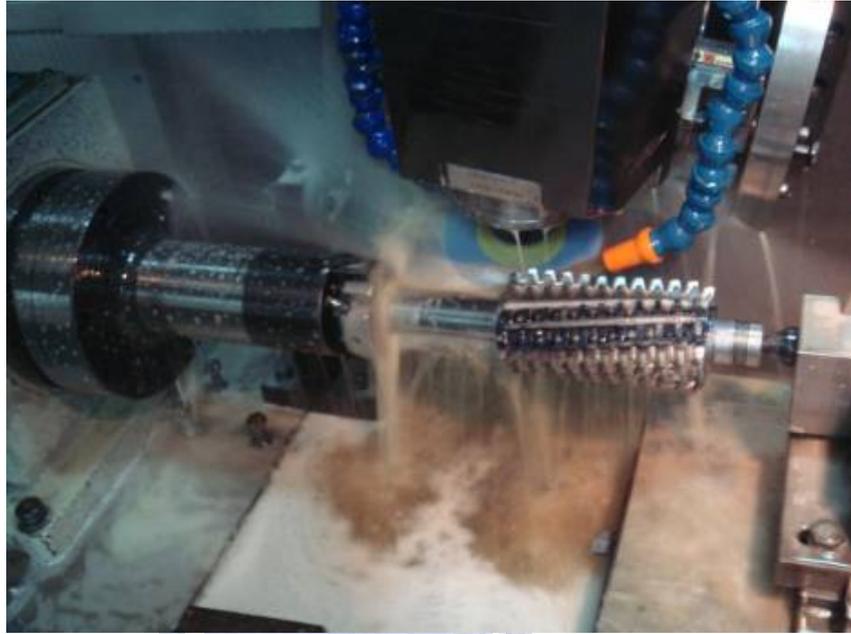
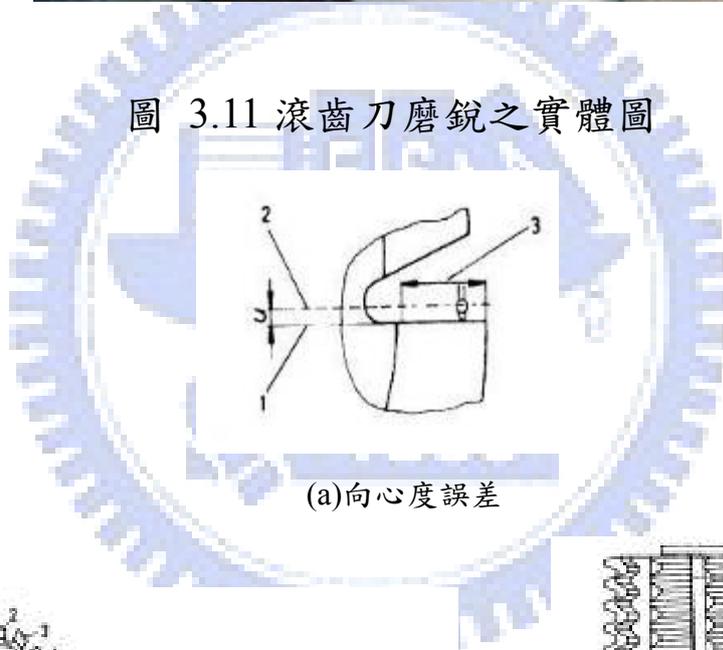
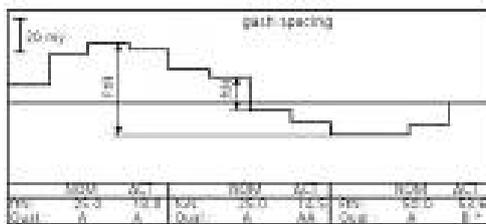


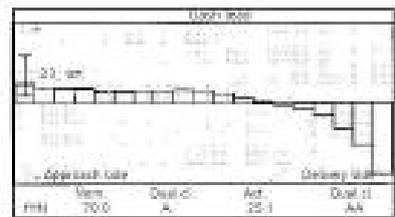
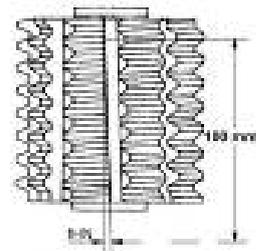
圖 3.11 滾齒刀磨銳之實體圖



(a)向心度誤差



Cumulative pitch error chart



(b)槽分度誤差

(c)槽導程誤差

圖 3.12 滾齒刀磨銳加工之精度檢測 [43]

3.4.4 最終齒形輪磨

齒形的輪磨是滾齒刀在產線上最後一道製程，也是最重要的一道加工，因為其關係到刀具最終的精度，甚至關係到刀具美觀的問題；齒形的鏟磨成形，無比重要，為了品質也考慮到成本，如何提高生產效率，是齒輪刀具製造廠一直以來不斷思考的問題，在於如何擁有鏟齒磨床的技術，甚至企求機台自製的可能性，否則一部進口鏟齒磨床，動輒兩參仟萬元(台幣)，沉重的機器成本，如何可能有競爭力的售價？所以世界上知名的齒輪刀具廠，如 Gleason、Nachi、Samputensili、Mitsubishi 以及國內的陸聯精密等公司，均自行設計與製造此專門且關鍵的機台，才能夠在此競爭激烈的市場上站有一席之地。

齒形鏟磨的加工原理與熱處理前的齒形鏟製相同，只是將單鋒的鏟齒車刀改成迴轉式成形砂輪，鏟磨滾刀的齒形、導程、節距與外徑偏擺等精度，鏟磨加工如圖 3.13 所示。

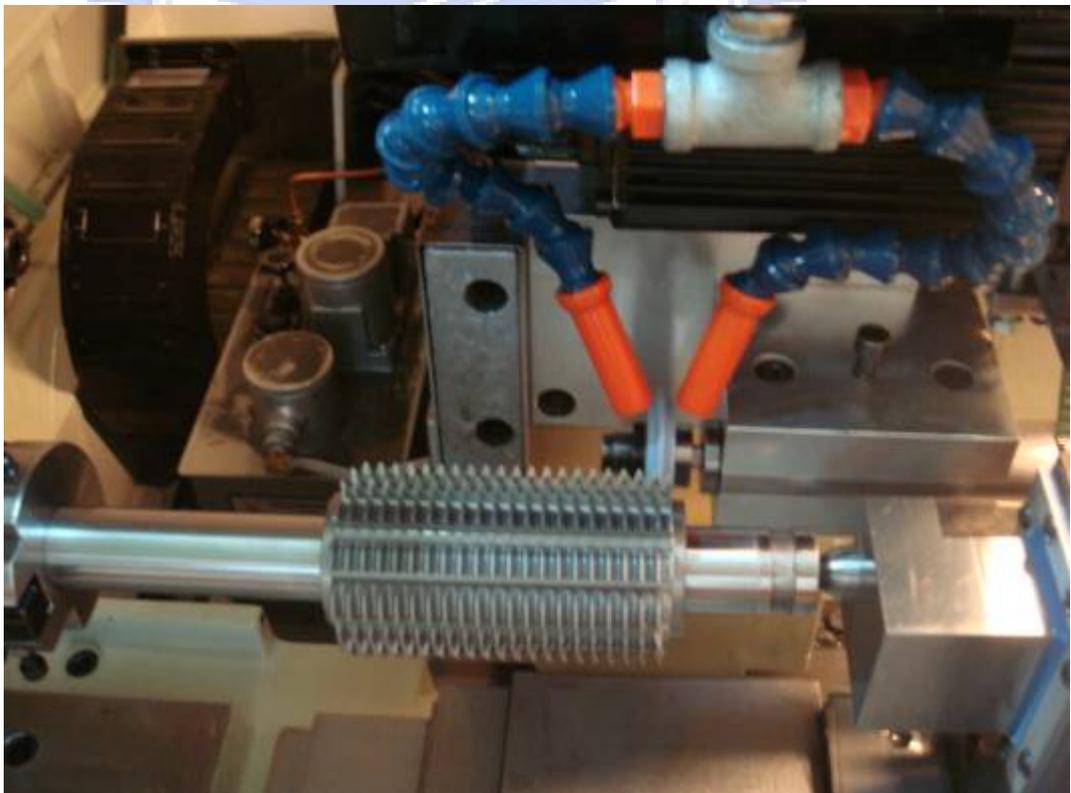


圖 3.13 滾齒刀最終齒形輪磨加工

3.5 刮齒刀生產流程簡介

刮齒刀的加工製程，也以熱處理為中點，分為前段加工與後段製程；前段加工包含：外形車製、鑽讓槽孔、齒形滾製和齒面上的插槽加工；後段製程包括：內外輪磨和最終齒形輪磨。

刮齒刀的製程中以鑽讓槽孔、齒形滾製、齒面插槽和最終齒形輪磨，最重要且關係到刀具的品質，故以此四道製程敘述如下：

3.5.1 鑽讓槽孔

刮齒刀的齒根鑽孔的目的在於齒面插槽時，避免插槽刀撞擊槽底，如圖 3.14 所示，此外，讓槽可使刮齒時切屑順利排除與切削液易於流動，也是其主要功能。

鑽讓槽孔時，因大部份的刮齒刀均有螺旋角，需於讓槽孔之中心圓位置設定導程角，以符合刮齒的螺旋角。如圖 3.15 所示。

3.5.2 刮齒刀齒形滾製

刮齒刀之齒形加工，其原理與加工一般螺旋齒輪相同，只是使用的滾刀形式不同而有所區別。一般齒輪滾刀設計時，除非齒深過深或切削力平衡要求外，滾刀通常不做轉位設計，但刮齒刀的設計為了確保所刮齒輪的漸開線長度足夠，其齒深時常超過 3 倍模數以上，故需較大轉位設計的刮刀用滾刀，因為此種負轉位滾刀，轉位壓力角經常在 15° 以下，故又稱為小壓力角滾刀。刮齒刀齒形滾製加工如圖 3.16 所示。

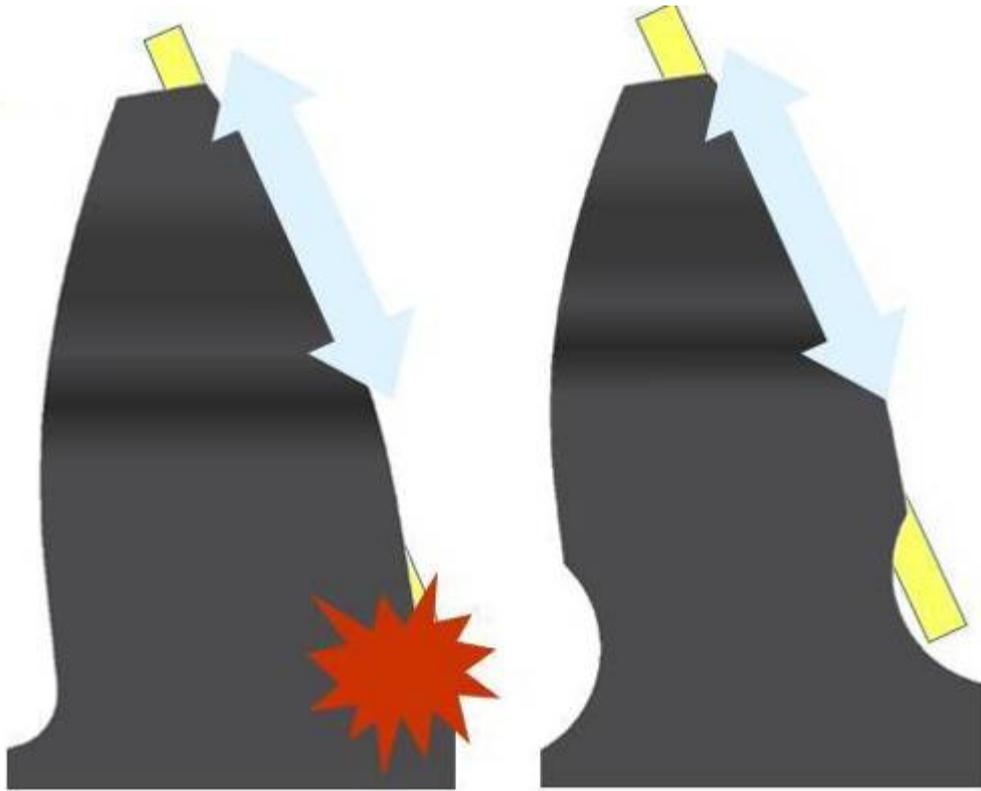


圖 3.14 刮齒刀插槽加工干涉示意圖

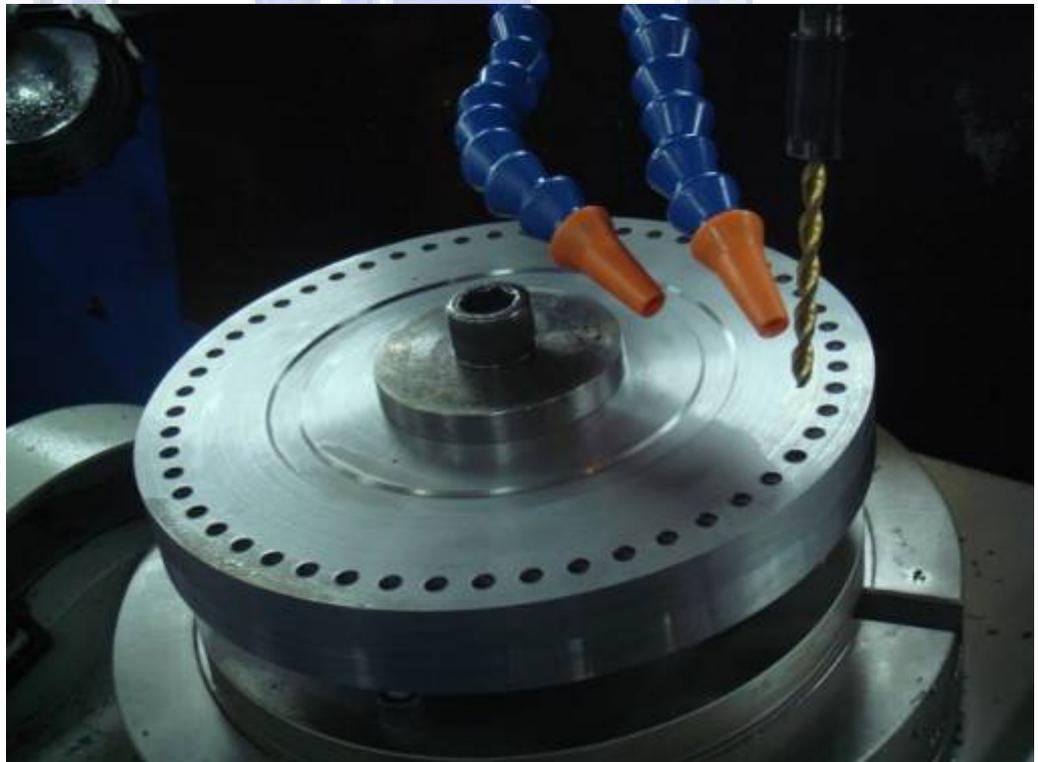


圖 3.15 刮齒刀讓槽之鑽孔加工



圖 3.16 滾製刮齒刀齒形



圖 3.17 滾製刮齒刀讓槽

習用的刮齒刀製程，先鑽孔再滾製漸開線齒形，但模數在 2.0 mm 以下的刮齒刀，其讓槽孔通常不大，且多在 $\text{Ø}2.0$ mm 以下，假設刮齒刀的面寬是 38 mm 時，鑽 $\text{Ø}2.0$ mm 的孔，鑽頭的細長比高達 19 倍，可見加工的高困難度，以致時常發生鑽頭折斷的狀況，嚴重時造成工件報廢。為了解決此項加工的瓶頸，國內陸聯精密公司，利用瘤頭與小壓力角滾刀的觀念與齒形過切的原理，以滾製的方法，加工讓槽孔，如圖 3.17 所示。

3.5.3 刮齒刀齒面插槽加工

刮齒刀齒面上的插槽加工，是刮刀製程中最困難且重要的加工程序，刮刀製造廠均知此程序若完成，此刀具已成功了 80%。

刮齒刀刮削齒輪的方法，於無負荷的相互嚙合下，利用兩齒嚙合時的滑動而微量刮除齒輪齒面上的材料，至於刮刀如何能刮除工件材料，即依賴插齒刀在刮刀齒面上所加工的槽口，此槽口即是刮齒刀的切削刃口，刮齒刀齒面插槽加工，如圖 3.18 所示。

3.5.4 刮刀齒形最終輪磨

齒形輪磨是刮齒刀製造的最後一道製程，此加工除了需要得到齒形的精度外，銳利的刀口也非常重要；刮齒刀的齒形輪磨，其原理和輪磨一般齒輪類似，加工時也可以做齒形和導程方向的修整，所不同的在於刮齒刀屬於切削刀具，材質硬度高，刀齒數目相對多，若使用輪磨齒輪的砂輪直徑，輪磨過程中砂輪掉砂嚴重，將使得刮齒刀的精度不易控制，所以刮齒刀輪磨時都採用大直徑砂輪($\text{Ø}700\sim 800\text{mm}$)，刮齒刀齒形輪磨，如圖 3.19 所示。

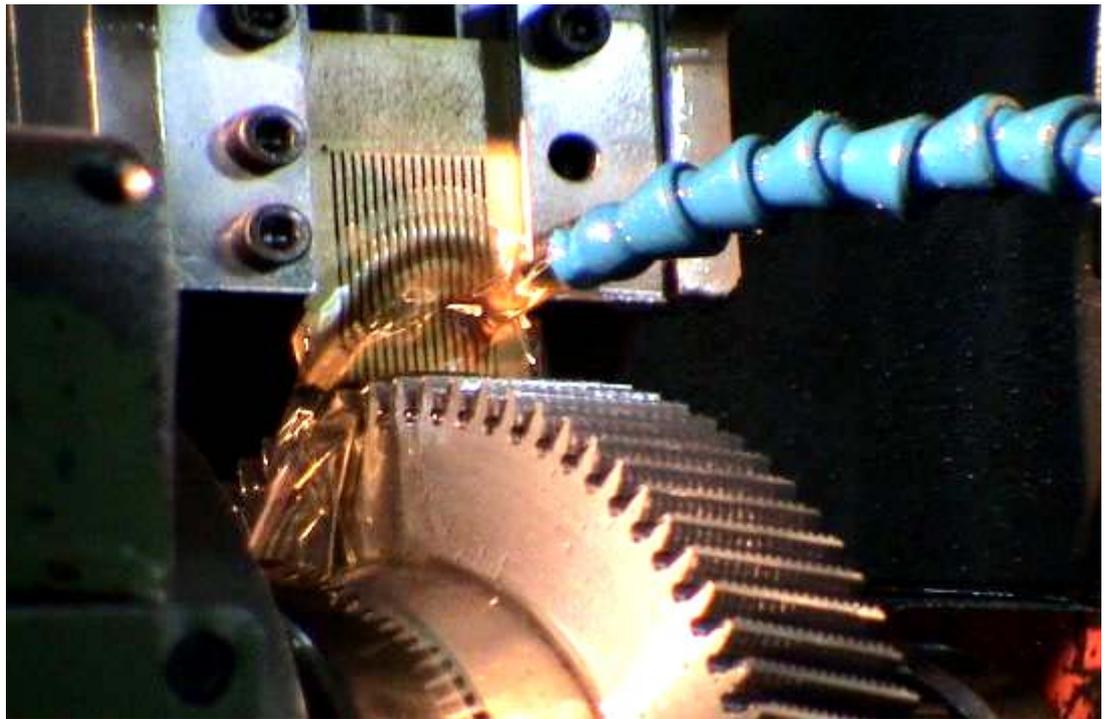


圖 3.18 刮齒刀齒面之插槽加工圖

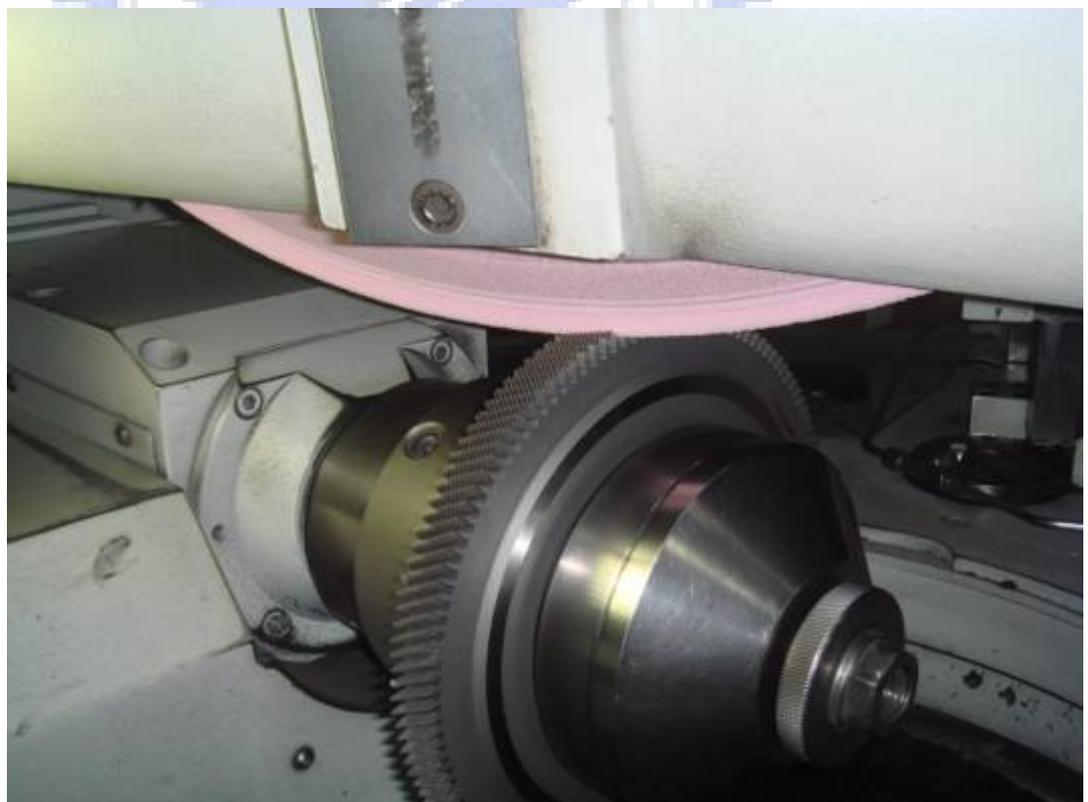


圖 3.19 刮齒刀齒形輪磨圖

3.6 刮齒刀的種類與應用

刮齒加工是齒輪的精加工製程，僅適合於軟質材料的加工，主要原因是刀具材質為高速鋼(High Speed Steel)，無法做硬化後材料的加工，所以屬於齒輪熱處理前的製程；齒輪刮齒前，齒輪齒厚依模數大小與加工條件，一般預留 0.03~0.10 mm 的刮齒預留量；通常刮齒後齒輪精度可提高 1~2 個等級，例如最終精度要求為 JIS 4 級的齒輪，滾齒至 JIS 4 級，刮齒提升至 JIS 2 級的精度，熱處理後齒輪就容易保持 JIS 4 級的精度。

刮齒加工廣泛應用汽、機車變速箱齒輪，尤其機車用齒輪，競爭非常激烈，售價一再下探，除了刮齒製程外，高加工成本的磨齒加工，以目前而言，幾無採用的可能。至於汽車變速箱齒輪，有些車種為了降低噪音而採用磨齒，但實施後，高昂的加工成本，迫使製造商改回刮齒製程。所以刮齒加工仍是目前效率最高且成本較低的齒輪精加工製程，廣泛為齒輪製造業所採用。

刮齒加工基本上可視為一交錯軸齒輪的嚙合，刮齒加工時，刮刀與被刮齒輪裝設於一組交錯軸的機台上，由刮齒刀帶動被刮齒輪，兩者嚙合時，刮齒面滑動，刮刀刃口在齒面滑移刮擦，持續而微量地刮除齒輪齒面上的材料，最終完成精度與面粗度均佳的精加工齒輪。

刮齒加工依刮齒機台的運動方式，可區分為四種：

(1) 傳統式刮削法(Conventional Shaving Method)

傳統式刮削法 刮齒時，刮刀不做移動，僅做徑向的進給，齒輪沿著軸向做往復運動，所以又稱作橫向刮削法(Transverse Shaving Method)，如圖 3.20 所示。齒輪左右側移動的距離均超過刮刀左右側面寬的一半，方能保證刮齒完全，此動作直到預留的刮削量完全剷除，方完成刮齒加工。

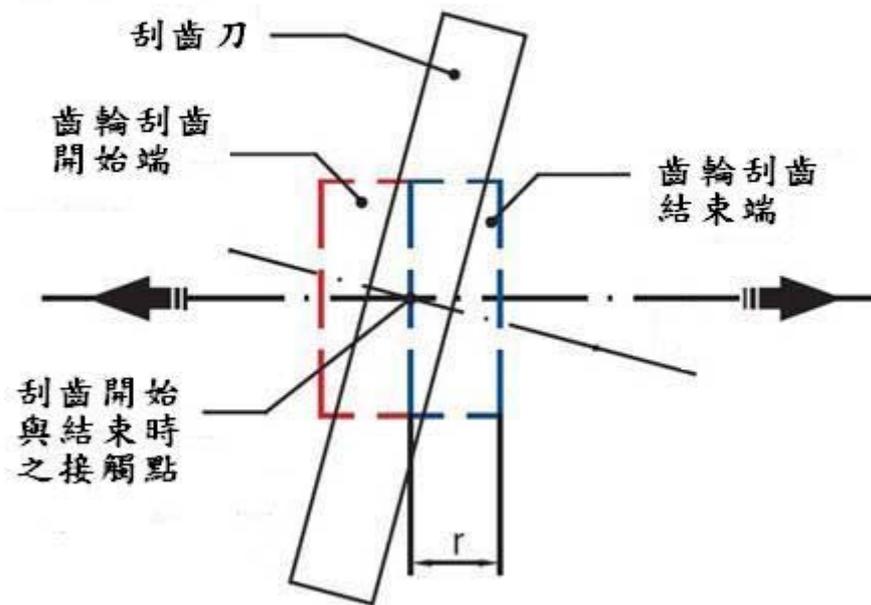


圖 3.20 橫向式刮削法

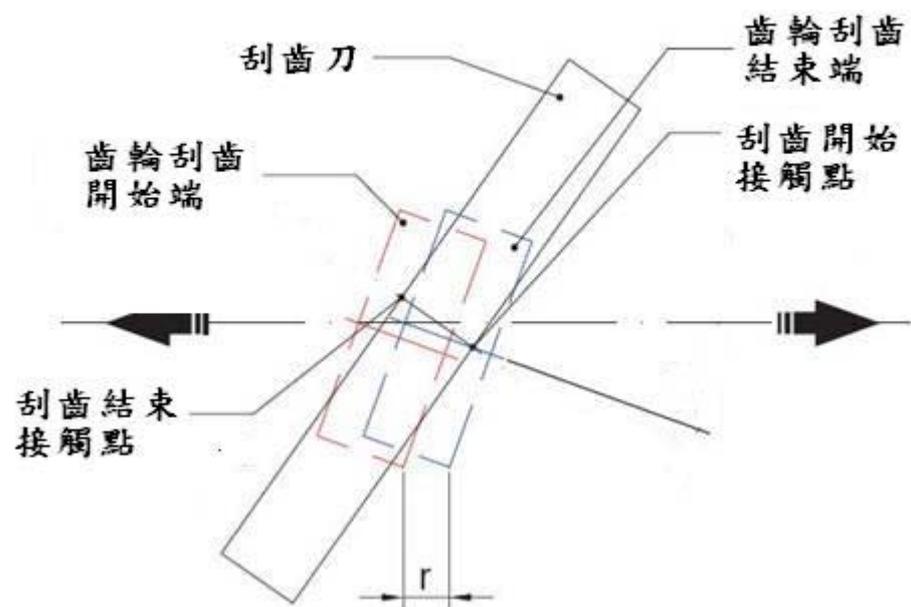


圖 3.21 對角式刮削法

(2) 對角式刮削法(Diagonal Shaving Method)

此種刮削的方式與傳統式類似，如圖 3.21 所示，其差異在於齒輪的運動方向沿著與齒輪軸向中心線夾一適當角度的斜向運動，此種方式的優點在於床台僅需較短的運動行程，齒輪的面寬即可完全通過刮齒刀。

(3) 直進式刮削法(Plunge Shaving Method)

直進式刮削法，如圖 3.22 所示；刮齒時只有徑向進給一個動作，加工行程最短，加工效率高，所以廣泛的被各大量齒輪製造者如汽機車齒輪廠所採用。

由於刮齒時，工件沒有橫移的動作，為了使插槽刃口不致重複刮削到齒面相同的位置，與軸向式刮齒刀最大不同處，在於此型刮齒刀的插槽必須設計錯位量，徑向與傳統刮齒刀插槽排列，如圖 3.23 所示；刮齒刀有了錯位量，刮齒時才能有效地刮除齒面的刮削預留量。

(4) 下過式刮削法(Underpass Shaving Method)

下過式刮削法與直進式相似，其差別在於刮齒時除了徑向進給外，工件齒輪並沿上下移動，如圖 3.24 所示。此種刮齒方式，工件沒有橫向移動，所以和直進式一樣需要設計插槽錯位量，以確保刮齒時能夠在齒輪面寬上有連續的切削作用。

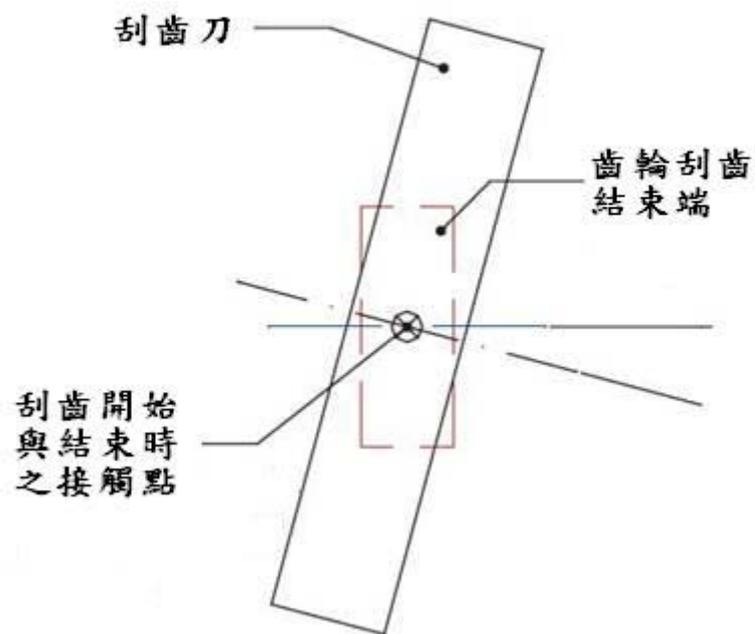


圖 3.22 直進式刮削法

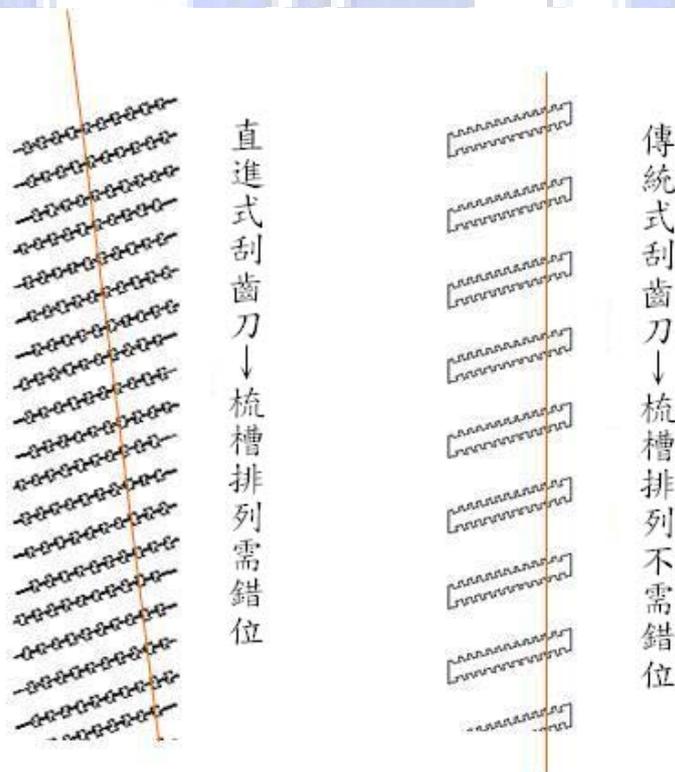


圖 3.23 直進式與傳統刮齒刀之插槽排列比較

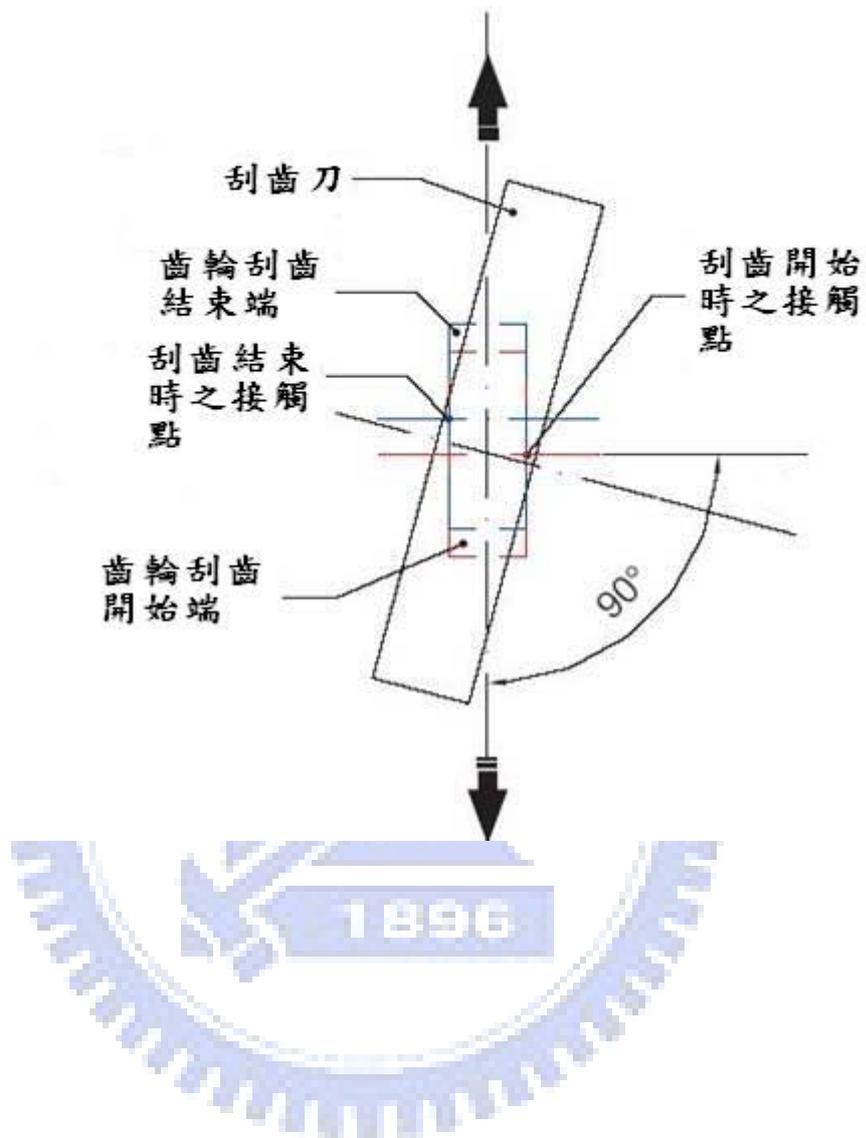


圖 3.24 下過式刮削法

3.7 特殊負向角刀具之應用

特殊負向角刀具，如圖 3.25 所示，由於一側之曲線(或稱漸開線)，因嚴重過切，形成負向的齒形，此負向角形成此刀具的切刃，可應用於許多特殊之加工場合，如切斷紡織纖維的切粒刀，如圖 3.26 所示；削鉛筆刀，如圖 3.27 所示；其他如紡棉鉤紗刀、鋸片滾刀等。

負向齒形刀具的製造，在過去礙於設備與技術支援，通常利用成形銑刀加工而成，其成形的方式因刀具的限制，加工效率較低，齒形不易更動改善，本文利用特殊齒條的設計，以滾製的方式加工，除了加工效率可提昇之外，藉由數學模式的推導，可適度修正齒形，得到較佳之幾何齒形，以提高刀具使用之性能。



圖 3.25 負向角齒形刀具

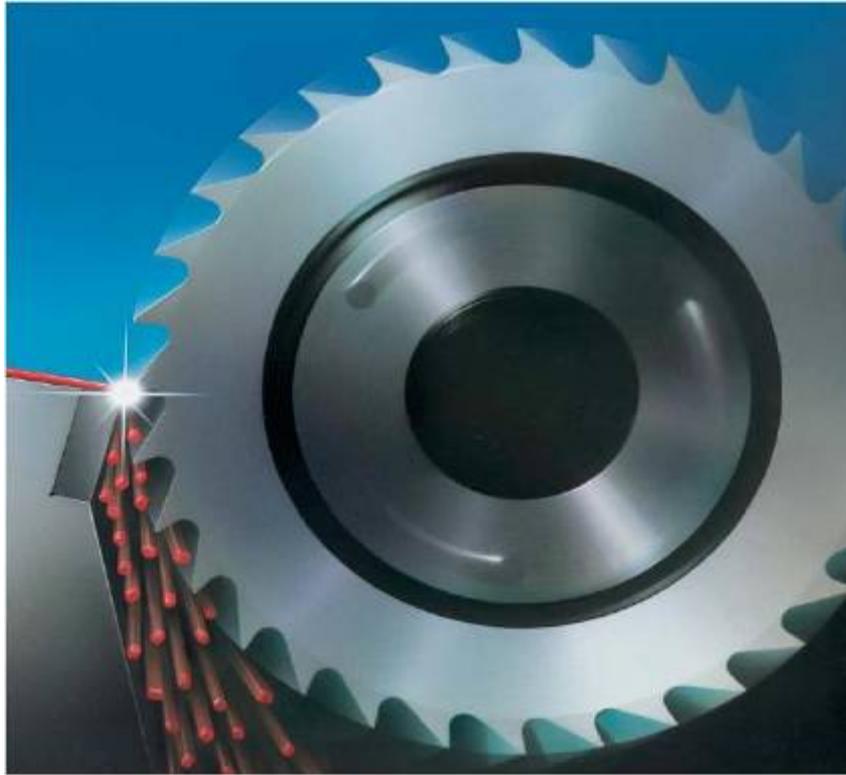


圖 3.26 切斷紡織纖維之切粒刀[取自瑞士 SCHEER 公司型錄]



圖 3.27 削鉛筆機與負向角齒形刀具

第4章 創新製程應用於刮齒刀讓槽製造之研究

4.1 前言

刮齒刀的根部讓槽其主要功用在於刀槽(Serration)插製時，插槽刀片於加工行程之最下端，可逃離而不致撞及齒根，以避免插槽刀片斷裂，如圖 4-1 所示；另外，不同形式的讓槽加工方式，其加工效率與刮齒刀根部的強度分析與比較，以及瘤頭滾刀加工刮齒刀讓槽之最佳化設計，亦是本文討論的重點。

鑽孔或銑製法是刮齒刀讓槽最普遍的加工製程，在歐美主要採用銑製加工，如圖 4.2 所示，日本則以鑽孔為主，如圖 4.3 所示；其中銑製法加工效率低，而鑽孔加工法除了效率亦低之外，齒根易形成應力集中，造成刀具根部強度不足；此外鑽孔方式，在刮齒刀面寬上下兩側造成與真實螺旋角不同位置的誤差，導程方向齒形起始位置會有不同的問題產生。本文以創新之特殊齒條刀滾製讓槽，如圖 4.4 所示，並藉建立數學模式，得到適當的齒條齒形，以滾製法提高加工效率，並避免銑製與鑽孔加工法的缺點。

為了滿足刮齒時，保證刮製出足夠的漸開線長度，刮刀的齒深設計通常大於被刮齒輪齒深，所以齒條刀設計時，通常需要做小壓力角滾刀的轉位設計，而且依據不同位置的滾切節圓(Rolling Diameter)，而有不同的餘擺線型，進而影響過切(Undercutting)量與齒根圓角(Fillet)，因此在本節中將討論滾刀瘤頭與小壓力角滾刀的設計。

刮齒刀產生破壞的主因是彎曲應力過大造成齒根變形、斷裂或插槽刀口崩裂，而且變形過大亦造成刮削時，齒形不易控制的缺點，因此本文針對此創新製程，對刮刀之讓槽進行應力分析，將所得的結果與習用鑽孔製程做比較，藉此印證本文所提之創新製程，其抗彎曲強度與加工效率，均較習用鑽孔製程之刮齒刀為佳。

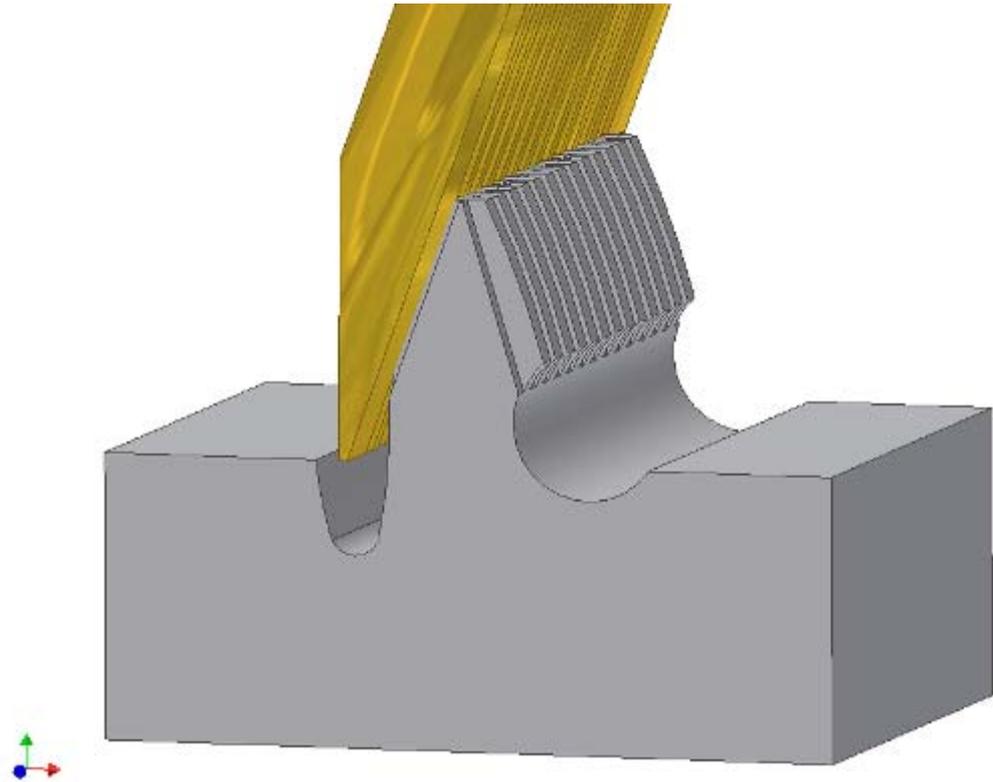


圖 4.1 避免撞及槽底與利於退刀之刮齒刀讓槽



圖 4.2 傳統銑製刮齒刀齒根讓槽

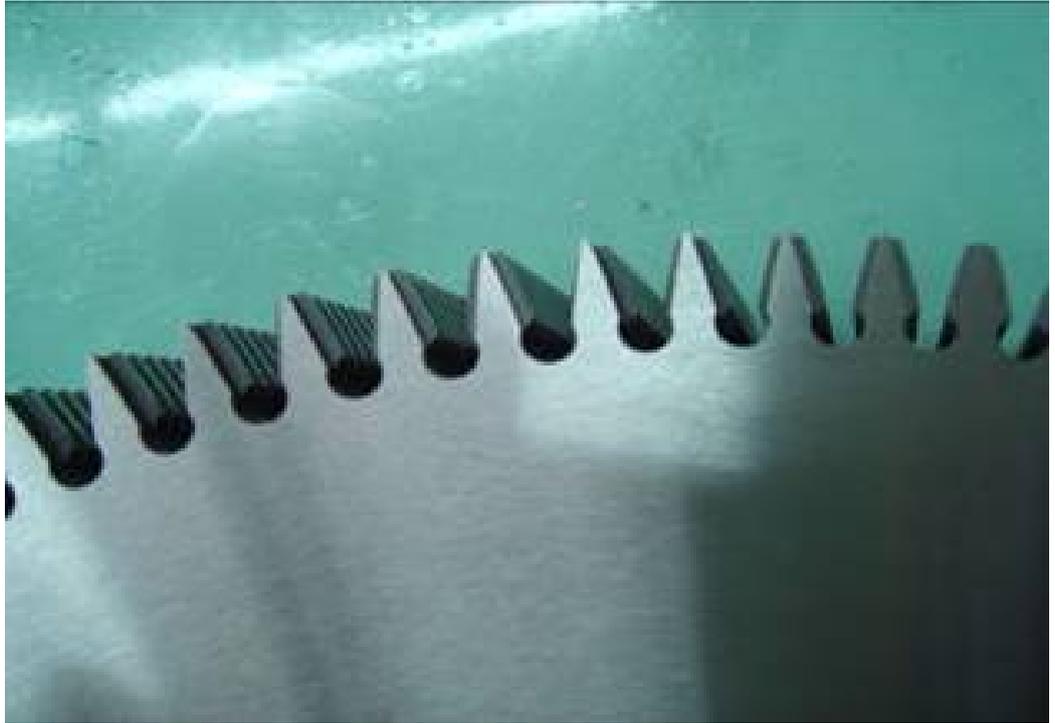


圖 4.3 鑽孔製程之刮齒刀讓槽

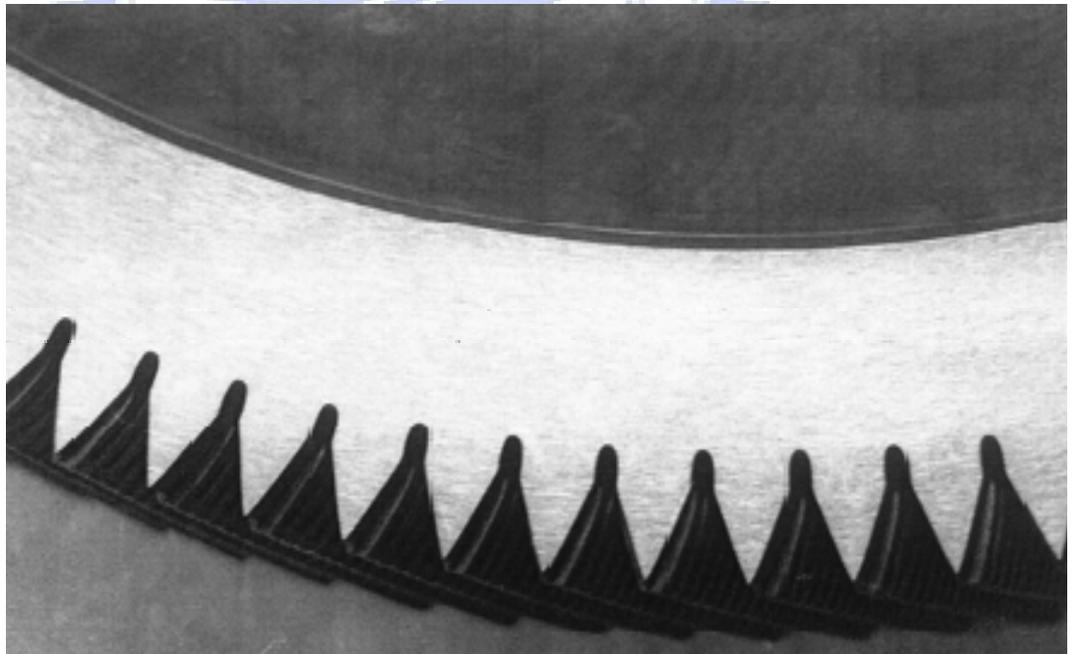


圖 4.4 特殊齒條刀滾製刮齒刀讓槽

4.2 刮齒刀齒形之數學模式推導

4.2.1 齒條滾齒刀之幾何形狀

滾刀瘤頭的設計，其目的在於滾齒時，於齒輪根部產生過切現象，令刮齒或磨齒時，避免造成干涉，可得到最佳之齒根加工狀況。

齒條滾齒刀的基本外形包含線段 ST、TZ 及齒頂圓角弧 ZM 與半齒頂寬 KM 所組合而成，如圖 4.5 所示[7]。刮齒刀壓力角 α_c ，形成刮齒刀之漸開線齒形；齒頂之圓弧中心位於點 $C(X_c, Y_c)$ ，半徑為 r_c ；當 $r_c = 0$ 時有最大的齒頂寬 h_{wu} ； r_c 之最大值為 r_{cu} 。其中 r_c 的範圍：

$$0 \leq r_c \leq r_{cu} \quad (4.1)$$

$$r_{cu} = \frac{\cos \alpha_s}{1 - \sin \alpha_s} [SW/2 - H_{KW} \tan \alpha_c + H(\tan \alpha_c - \tan \alpha_s)] \quad (4.2)$$

上式中 α_s 為瘤頭壓力角，SW 為齒條刀齒厚， H_{KW} 為齒冠高，H 為瘤頭高度，hw 為半齒頂寬。

而半齒頂寬 h_w 的範圍：

$$0 \leq h_w \leq h_{wu} \quad (4.3)$$

$$h_{wu} = SW/2 - H_{KW} \tan \alpha_c + H(\tan \alpha_c - \tan \alpha_s) \quad (4.4)$$

$$h_w = SW/2 - H_{KW} \tan \alpha_c + H(\tan \alpha_c - \tan \alpha_s) - r_c(\sec \alpha_c - \tan \alpha_s) \quad (4.5)$$

H_{KW} 為齒冠高，而瘤頭量為：

$$h_p = r_c \cos \alpha_c [(\sec \alpha_c - \tan \alpha_c) - (\sec \alpha_s - \tan \alpha_s)] + H(\tan \alpha_c - \tan \alpha_s) \quad (4.6)$$

利用滾齒刀的瘤頭，造成過切以滾製出刮齒刀的根槽，因此滾製時過切量是否適合與上述之參數 r_c 、 h_w 、 h_p 、H 及 α_s 有很大的關聯。

4.2.2 齒條滾齒刀之軌跡方程式

藉齒條刀創成法(Rack Cutters Generating Method)，以齒條滾齒刀 Σ_F 切製刮齒刀 Σ_1 。圖 4.5 所示，齒條滾齒刀之法向齒形，此法向截面是由四個部份所組成，以下分別針對這四個部份分析，以取得齒條滾齒刀之軌跡方程式。

(1) 齒條刀左側切刃直邊區段 ST 之方程式

$$\mathbf{r}_a^{(F1)} = [u_p \cos \alpha_C, SW/2 + u_p \sin \alpha_C, 0, 1]^T \quad (4.7)$$

u_p 的範圍為

$$-(H_{KW} - H / \cos \alpha_C) \leq u_p \leq H_{FW} / \cos \alpha_C \quad (4.8)$$

首先建立齒條刀之方程式，其與滾齒刀之法向齒形關係如圖 4.6 所示，將法向齒形之 S_a 座標系沿著 Y_c 軸所夾之導程角 λ 的方向前進，形成齒條刀之部份齒面。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_C^{(F1)} &= \mathbf{M}_{ca} \mathbf{r}_a^{(F1)} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \lambda & \cos \lambda & u_c \cos \lambda \\ 0 & -\cos \lambda & \sin \lambda & u_c \sin \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p \cos \alpha_C \\ SW/2 + u_p \sin \alpha_C \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} u_p \cos \alpha_C \\ (SW/2 + u_p \sin \alpha_C) \sin \lambda + u_c \cos \lambda \\ -(SW/2 + u_p \sin \alpha_C) \cos \lambda + u_c \sin \lambda \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

其中

$$u_c = |O_c O_a^{(F)}|$$

(2) 齒條刀左側齒形之直邊區段 TZ 之方程式

$$\mathbf{r}_a^{(F2)} = \begin{bmatrix} -(H_{KW} - H) - u_s \cos \alpha_s \\ SW / 2 - (H_{KW} - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

其中 u_s 的範圍

$$0 \leq u_s \leq [(H - r_c) / \cos \alpha_c + r_c \tan \alpha_c] \quad (4.11)$$

同理，法向齒形之齒形直邊 TZ 形成齒條刀方程式，可藉圖 4.6 之幾何關係，將 S_a 座標系沿著 Y_c 軸夾一導程角 λ 方向前進，形成齒條刀之部份齒面。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_c^{(F2)} &= \mathbf{M}_{ca} \mathbf{r}_a^{(F2)} \\ &= \begin{bmatrix} -(H_{KW} - H) - u_s \cos \alpha_s \\ [SW / 2 - (H_{KW} - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s] \sin \lambda + u_c \cos \lambda \\ -[SW / 2 - (H_{KW} - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s] \cos \lambda + u_c \sin \lambda \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

(3) 齒條刀左側齒頂之圓角區段弧 ZM 之方程式

$$\mathbf{r}_a^{(F3)} = [x_c - r_c \cos \psi, y_c + r_c \sin \psi, 0, 1]^T \quad (4.13)$$

其中

$$x_c = -(H_{KW} - r_c); \quad y_c = h_w \quad (4.14)$$

$$0 \leq \psi \leq 90^\circ - \alpha_s \quad (4.15)$$

同理可得，圓角區段所形成之齒條刀方程式，可利用圖 4.6 之幾何

關係，令 S_a 座標系沿著 Y_c 軸夾一導程角 λ 的方向前進，以形成齒條刀之部份齒面。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_c^{(F3)} &= \mathbf{M}_{ca} \mathbf{r}_a^{(F3)} \\ &= \begin{bmatrix} x_c - r_c \cos \psi \\ (y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda \\ -(y_c + r_c \sin \psi) \cos \lambda + u_c \sin \lambda \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.16)$$

(4) 齒條刀齒頂區段 KM 之方程式

$$\mathbf{r}_a^{(F4)} = \begin{bmatrix} -H_{KW} & u_f & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (4.17)$$

u_f 的範圍為

$$0 \leq u_f \leq h_{wu}$$

而 h_{wu} 如方程式(4.4)所示。

同理，齒條刀之齒面可將其法向齒形方程式自 S_a 座標系轉換至 S_c 座標系。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_c^{(F4)} &= \mathbf{M}_{ca} \mathbf{r}_a^{(F4)} \\ &= \begin{bmatrix} -H_{KW} \\ u_f \sin \lambda + u_c \cos \lambda \\ -u_f \cos \lambda + u_c \sin \lambda \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.2.3 接觸線之共用法向量

齒條刀齒面 Σ_F 與其切製所得之刮齒刀齒面 Σ_1 ，兩者在創成過程

中有共用之接觸線或點，在接觸線或點之法線向量是一致的，齒條刀各區段之法線向量表示在 S_c 座標系為：

(1) 齒條刀左側切刃之直邊區段 ST 之法線向量

$$\begin{aligned} N_C^{(F1)} &= \frac{\partial r_c^{(F1)}}{\partial u_p} \times \frac{\partial r_c^{(F1)}}{\partial u_c} \\ &= \sin \alpha_c \mathbf{i} - \sin \lambda \cos \alpha_c \mathbf{j} + \cos \lambda \cos \alpha_c \mathbf{k} \end{aligned} \quad (4.19)$$

單位法線向量

$$\begin{aligned} n_C^{(F1)} &= \frac{N_C^{(F1)}}{|N_C^{(F1)}|} \\ &= \sin \alpha_c \mathbf{i} - \sin \lambda \cos \alpha_c \mathbf{j} + \cos \lambda \cos \alpha_c \mathbf{k} \end{aligned} \quad (4.20)$$

(2) 齒條刀左側齒形直邊區段 TZ 之法線向量

$$\begin{aligned} N_C^{(F2)} &= \frac{\partial r_c^{(F2)}}{\partial u_s} \times \frac{\partial r_c^{(F2)}}{\partial u_c} \\ &= -\sin \alpha_s \mathbf{i} + \sin \lambda \cos \alpha_s \mathbf{j} - \cos \lambda \cos \alpha_s \mathbf{k} \end{aligned} \quad (4.21)$$

單位法線向量

$$\begin{aligned} n_c^{(F2)} &= \frac{N_C^{(F2)}}{|N_C^{(F2)}|} \\ &= -\sin \alpha_s \mathbf{i} + \sin \lambda \cos \alpha_s \mathbf{j} - \cos \lambda \cos \alpha_s \mathbf{k} \end{aligned} \quad (4.22)$$

(3) 齒條刀左側齒形圓角區段弧 ZM 之法線向量

$$\begin{aligned}
N_C^{(F3)} &= \frac{\partial r_c^{(F3)}}{\partial \psi} \times \frac{\partial r_c^{(F3)}}{\partial u_c} \\
&= r_c \cos \psi \mathbf{i} - r_c \sin \psi \sin \lambda \mathbf{j} + r_c \sin \psi \cos \lambda \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

單位法線向量

$$\begin{aligned}
n_c^{(F3)} &= \frac{N_c^{(F3)}}{|N_c^{(F3)}|} \\
&= \cos \psi \mathbf{i} - \sin \psi \sin \lambda \mathbf{j} + \sin \psi \cos \lambda \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

(4) 齒條刀齒頂區段 KM 之法線向量

$$N_C^{(F4)} = \frac{\partial r_c^{(F4)}}{\partial u_f} \times \frac{\partial r_c^{(F4)}}{\partial u_c} = \mathbf{I} \tag{4.25}$$

單位法線向量為

$$n_c^{(F4)} = \frac{N_c^{(F4)}}{|N_c^{(F4)}|} = \mathbf{i} \tag{4.26}$$

4.2.4 嚙合方程式

兩齒形在接觸時，公法線通過瞬心，如圖 4.7 所示，使得 $MI = \lambda N$ ， I 定義為兩齒形做共軛運動時的瞬心， λ 為一常數，據此原理可將 $MI = \lambda N$ 簡化[6]：

$$\frac{X_C^{(F)} - x_c^{(F)}}{n_{xc}^{(F)}} = \frac{Y_C^{(F)} - y_c^{(F)}}{n_{yc}^{(F)}} = \frac{Z_C^{(F)} - z_c^{(F)}}{n_{zc}^{(F)}} \tag{4.27}$$

$X_C^{(F)}, Y_C^{(F)}, Z_C^{(F)}$ 為瞬心軸 I-I 上的一個定點，因此瞬心在 Sc 座標系之

座標，如圖 4-8 所示； $x_c^{(F)}, y_c^{(F)}, z_c^{(F)}$ 是齒條刀 Sc 座標系之 x, y, z 方向的分量； $n_{xc}^{(F)}, n_{yc}^{(F)}, n_{zc}^{(F)}$ 則是齒條刀法線向量之 x, y, z 方向的分量。依據(4.27)式可建立各切削刃之嚙合方程式。

(1) 左側切刃 ST 之嚙合方程式

由式(4.9)、(4.20)、(4.27)，可求得齒條刀左側切刃 ST 之嚙合方程式：

$$u_p = (r_1 \phi_1 / \sin \lambda - SW / 2 - u_c \cot \lambda) \sin \alpha_c \quad (4.28)$$

(2) 齒條刀左側齒形 TZ 之嚙合方程式

由式(4.10)、(4.22)、(4.27)，可得齒條刀左側齒形 TZ 之嚙合方程式：

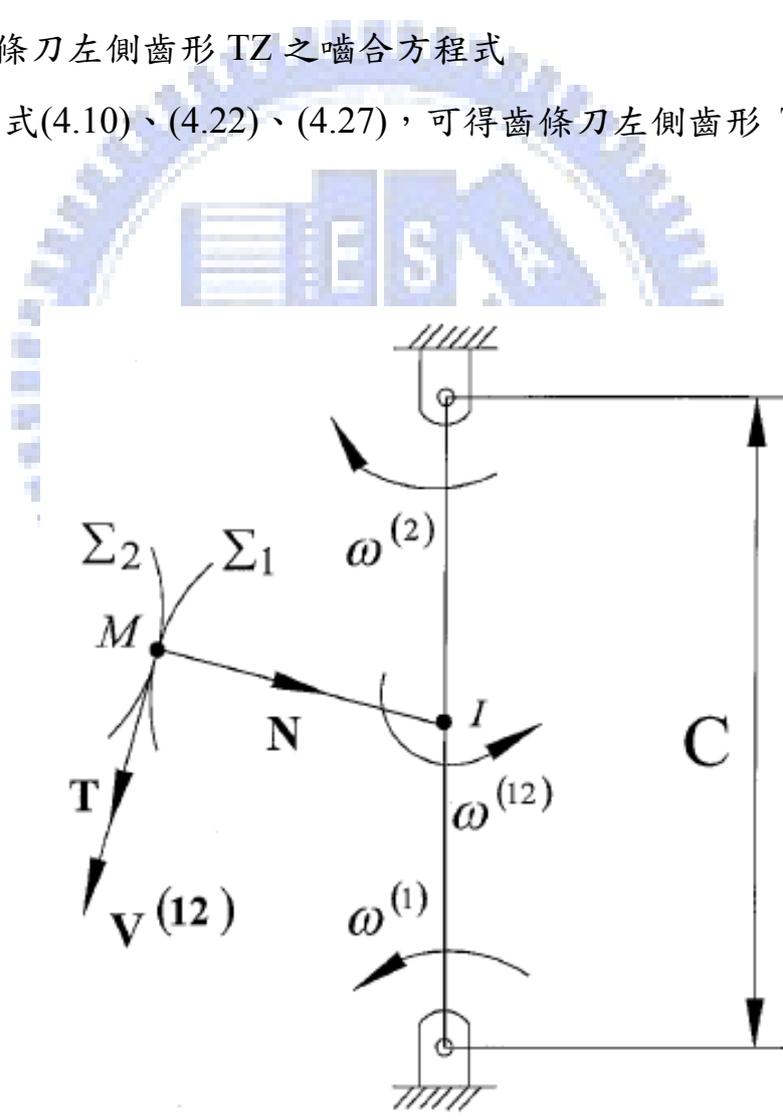


圖 4.7 平行軸齒輪之共軛運動關係圖

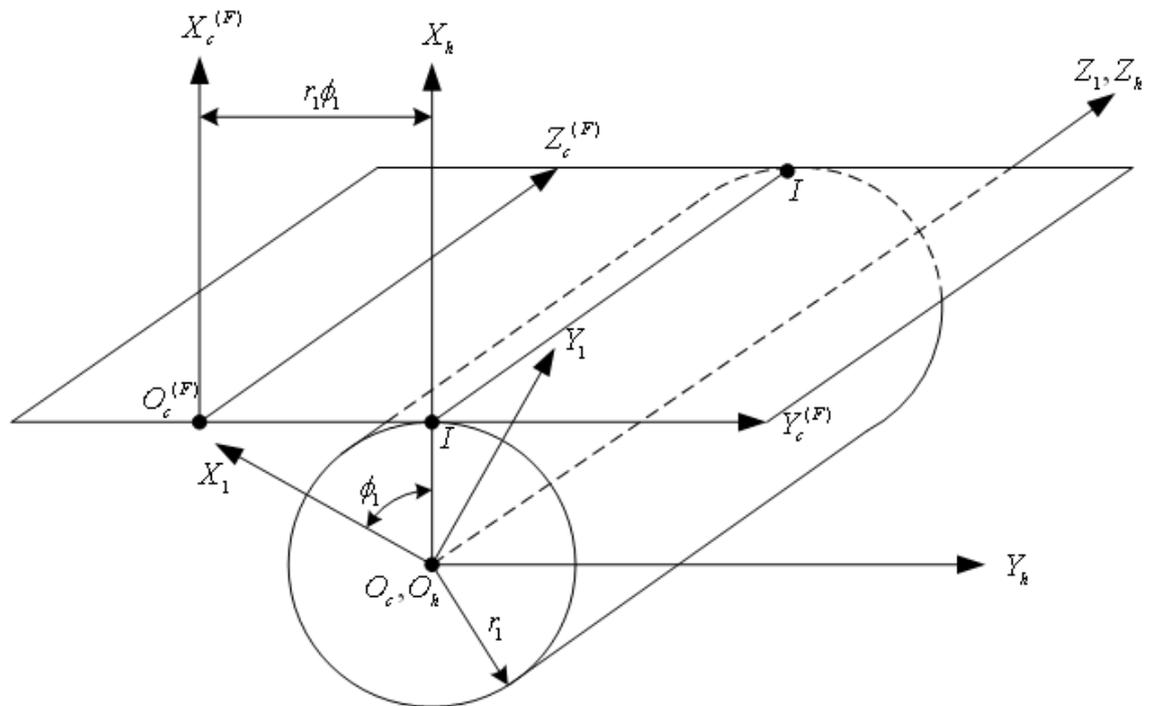


圖 4.8 螺旋齒輪與齒條刀之座標系

$$u_s = -[r_1 \phi_1 / \sin \lambda + (H_{KW} - H) \tan \delta_c - SW / 2 - u_c \cot \lambda] \sin \alpha_s - (H_{KW} - H) \cos \alpha_s \quad (4.29)$$

(3) 齒條刀左側齒頂圓角弧 ZM 之嚙合方程式

由式(4.16)、(4.24)、(4.27)，可得齒條刀左側齒頂圓角弧 ZM 之嚙合方程式為：

$$\tan \psi = (r_1 \phi_1 / \sin \lambda - y_c - u_c \cot \lambda) / x_c \quad (4.30)$$

(4) 齒條刀齒頂 KM 之嚙合方程式

由式(4.18)、(4.26)及(4.27)，可得齒條刀齒頂 KM 之嚙合方程式

$$u_f = r_1 \phi_1 / \sin \lambda - u_c \cot \lambda \quad (4.31)$$

4.2.5 刮齒刀之軸向剖面

刮齒刀之軸向剖面可令軸向座標 $Z_1 = 0$ 求得，其方程式如下所示：

(1) 齒條刀左邊切刃之直邊區段 ST 創成之刮齒刀軸向剖面方程式

$$x_1^{(F1)} = (u_p \cos \alpha_c + r_1) \cos \phi_1 - [(SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \sin \phi_1 \quad (4.32)$$

$$y_1^{(F1)} = (u_p \cos \alpha_c + r_1) \sin \phi_1 - [(SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \cos \phi_1 \quad (4.33)$$

$$u_c = (SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \cot \lambda \quad (4.34)$$

$$u_p = (r_1 \phi_1 / \sin \lambda - SW/2 - u_c \cot \lambda) \sin \alpha_c \quad (4.35)$$

(2) 齒條刀齒形 TZ 創成之刮齒刀軸向剖面方程式

$$x_1^{(F2)} = -(u_s \cos \alpha_s + H_{KW} - H - r_1) \cos \phi_1 - [SW/2 - (H_{KW} - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s + u_c \cot \lambda - r_1 \phi_1 / \sin \lambda] \sin \phi_1 \sin \lambda \quad (4.36)$$

$$y_1^{(F2)} = -(u_s \cos \alpha_s + H_{KW} - H - r_1) \sin \phi_1 - [SW/2 - (H_{KW} - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s + u_c \cot \lambda - r_1 \phi_1 / \sin \lambda] \cos \phi_1 \sin \lambda \quad (4.37)$$

$$u_c = [SW/2 - (H_{KW} - H) \tan \alpha_c + u_s \sin \alpha_s] \cot \lambda \quad (4.38)$$

$$u_s = -[r_1 \phi_1 / \sin \lambda + (H_{KW} - H) \tan \alpha_c - SW/2 - u_c \cot \lambda] \sin \alpha_s - (H_{KW} - H) \cos \alpha_s \quad (4.39)$$

(3) 齒條刀左側齒頂圓角區段 arcZM 創成之刮齒刀軸向剖面方程式

$$x_1^{(F3)} = (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \cos \phi_1 - \sin \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \quad (4.40)$$

$$y_1^{(F3)} = (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \sin \phi_1 - \cos \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \quad (4.41)$$

$$u_c = (y_c + r_c \sin \psi) \cot \lambda \quad (4.42)$$

$$\tan \psi = r_1 \phi_1 / \sin \lambda - y_c - u_c \cot \lambda / x_c \quad (4.43)$$

$$x_c = -(H_{kw} - r_c) \quad (4.44)$$

$$y_c = h_w \quad (4.45)$$

(4) 齒條刀之齒頂區段 KM 創成之刮齒刀軸向剖面方程式

$$x_1^{(F4)} = (r_1 - H_{KW}) \cos \phi_1 - (u_f \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1) \sin \phi_1 \quad (4.46)$$

$$y_1^{(F4)} = (r_1 - H_{KW}) \sin \phi_1 - (u_f \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1) \cos \phi_1 \quad (4.47)$$

$$u_c = u_f \cot \lambda \quad (4.48)$$

$$u_f = r_1 \phi_1 / \sin \lambda - u_c \cot \lambda \quad (4.49)$$

4.2.6 最大之讓槽深度

刮齒刀讓槽採用滾根槽方式加工時，滾切時所造成之過切的深度必須大於插槽之深度，以避免插槽刀具插槽時撞擊槽底；雖然插槽是以法向面表示，但如圖 4.9 所示，過切之深度可由軸向得到。

範例 4.1

利用瘤頭滾齒刀滾製刮齒刀時，刮齒刀的參數如表 4.1 所示，刮齒刀的讓槽及齒形分別由兩把滾齒刀加工，滾齒刀的法向齒形分別如圖 4.10 與 4.11 所示；滾刀 1 創成刮齒刀之齒形，而滾刀 2 則加工刮齒刀之讓槽，如圖 4.12、4.13 及 4.14 所示，另外為了縮短第二把滾刀的對齒時間，以及此新穎製造方式的完整性，我們可以將如表 4.2 之兩把滾刀，合併成一把滾刀，刮齒刀的齒形與讓槽一次滾切加工即可完成，如圖 4.15 與 4.16 所示。滾製與傳統鑽孔法之讓槽比較圖如圖 4.17 所示，利用滾製法實際創成刮齒刀讓槽，如圖 4.18 所示。

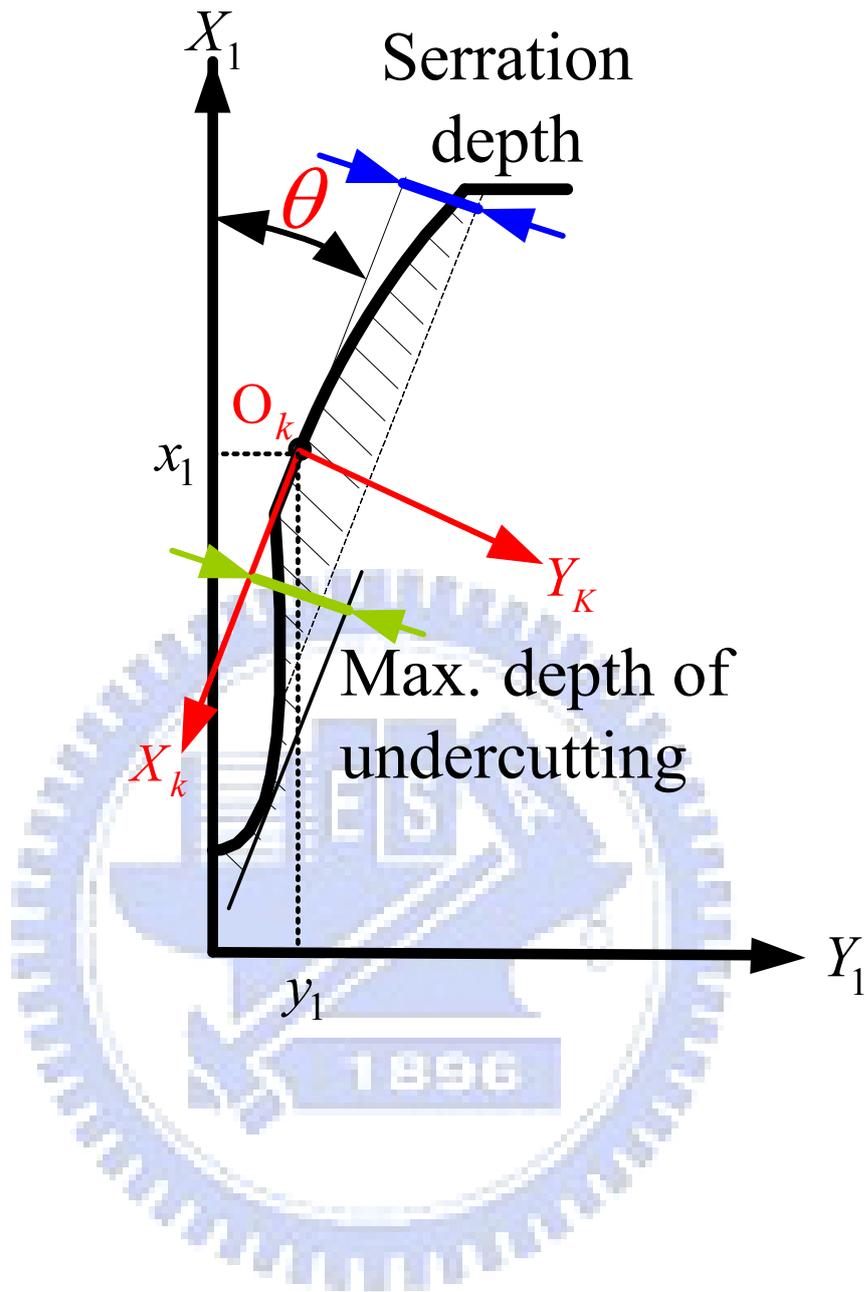


圖 4.9 刮齒刀軸向剖面與插槽深度之幾何座標關係

表 4.1 刮齒刀參數

模數(m_n)	1.45 mm
齒數(Z)	157
壓力角(α_c)	20°
螺旋角(β)	15° Right
外徑(O.D)	ϕ 243.7 mm
跨齒厚(Span Thickness)	$W_{21}=92.98$ mm
刮齒刀鑽孔徑	ϕ 2.250 mm
刮刀鑽孔處直徑(B.C.D)	ϕ 233.750 mm
刮刀漸開線起始徑(S.A.P)	ϕ 238.320 mm

表 4.2 滾齒刀參數

	加工根槽之滾齒刀	加工齒面之滾齒刀
模數(m_n)	1.46095 mm	1.45 mm
壓力角(α_c)	6°	20°
齒厚(SW)	1.019 mm	0.46 mm
齒冠高	3.132 mm	0.34 mm
全齒深度	6.547 mm	4.25 mm
齒頂圓角半	0.2869 mm	0.151mm
瘤頭角度	4°	0°
瘤頭高度(H)	2.479 mm	0

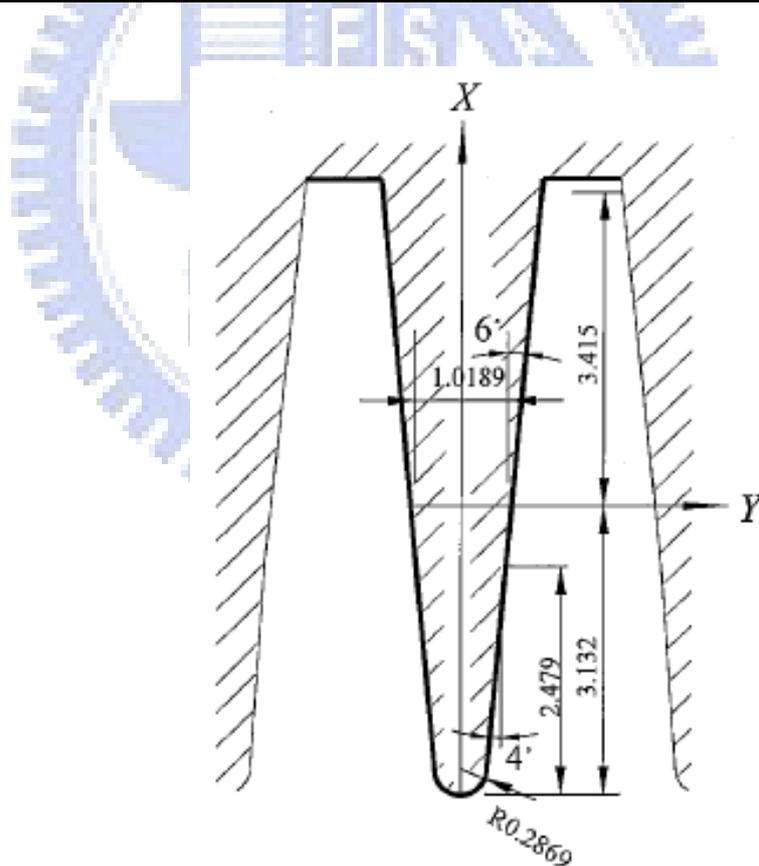


圖 4.10 滾製刮齒刀讓槽之齒條刀法向齒形

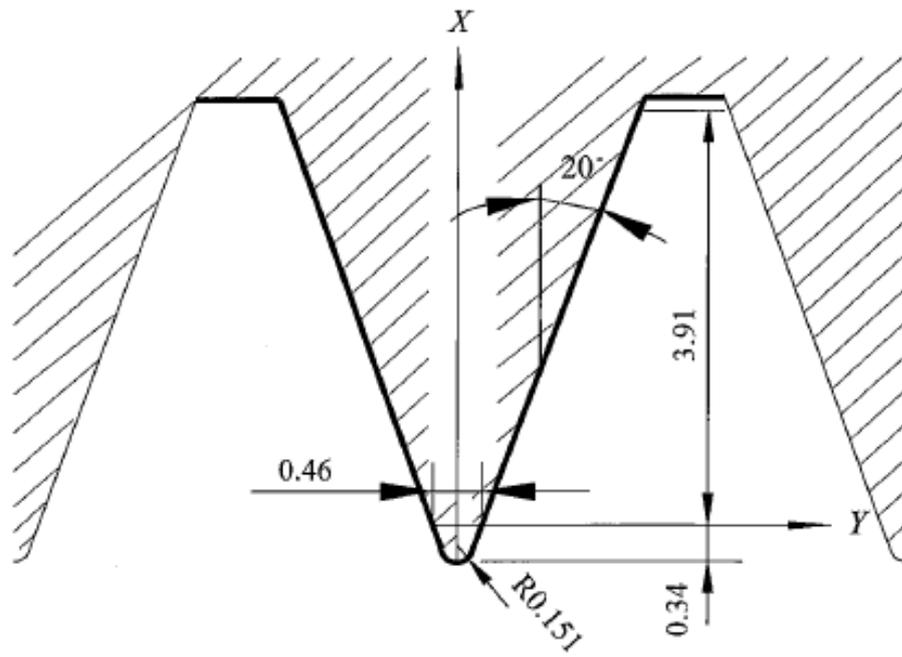


圖 4.11 滾製刮齒刀齒形之齒條刀法向齒形

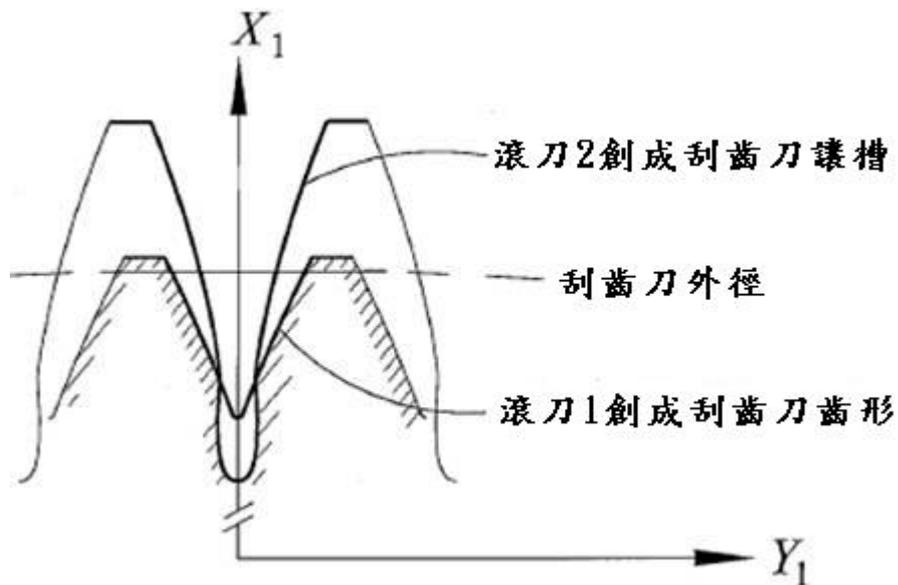


圖 4.12 刮齒刀齒形與讓槽滾製加工後之軸向齒形

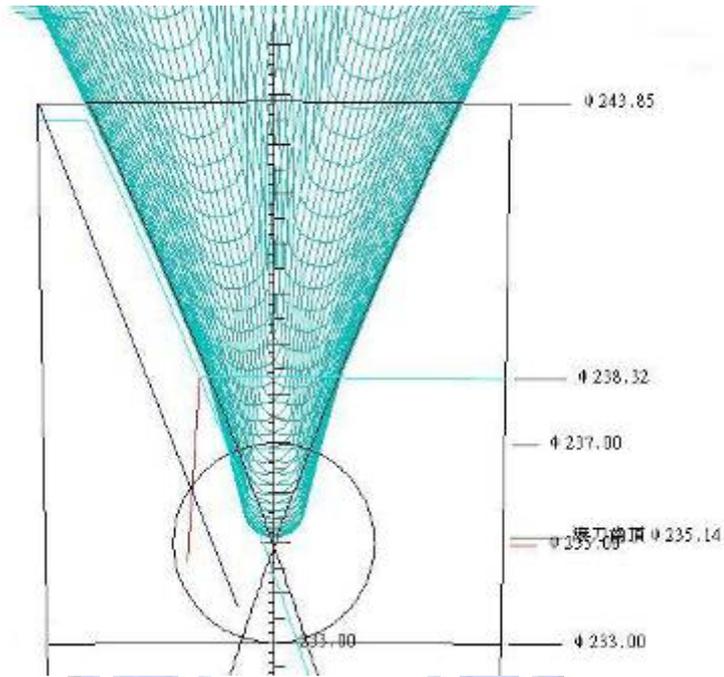


圖 4.13 刮齒刀齒形之創成模擬圖

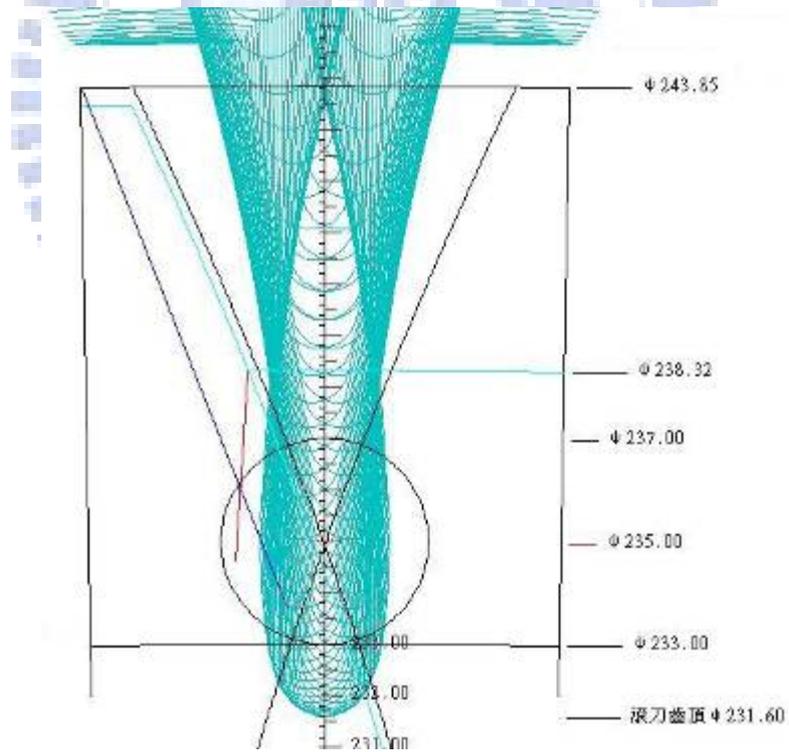


圖 4.14 刮齒刀讓槽之創成模擬圖

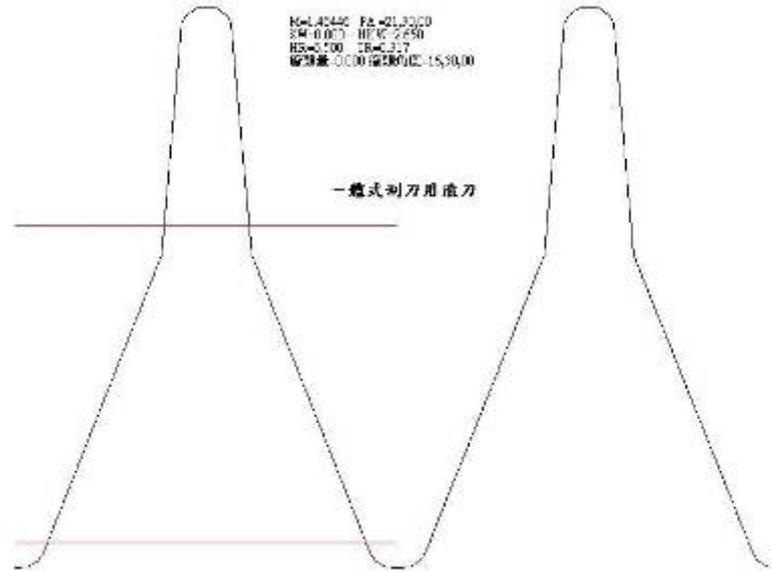


圖 4.15 一體式刮刀用滾刀之法向齒形圖

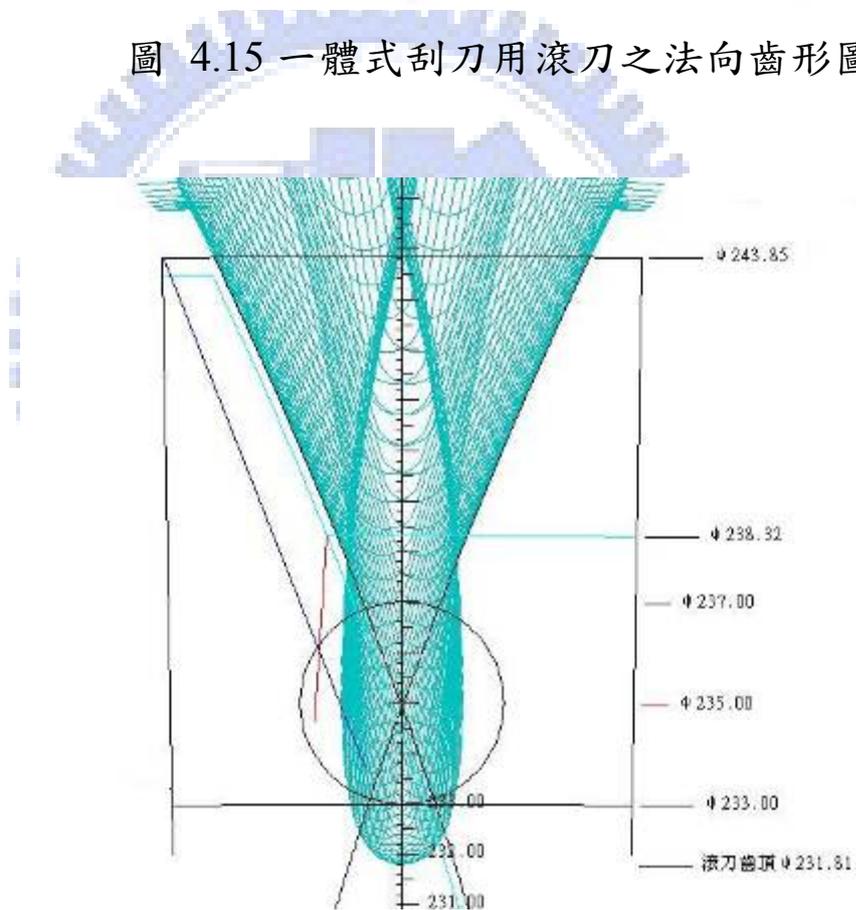


圖 4.16 一次滾製完成刮刀齒形與讓槽之創成模擬

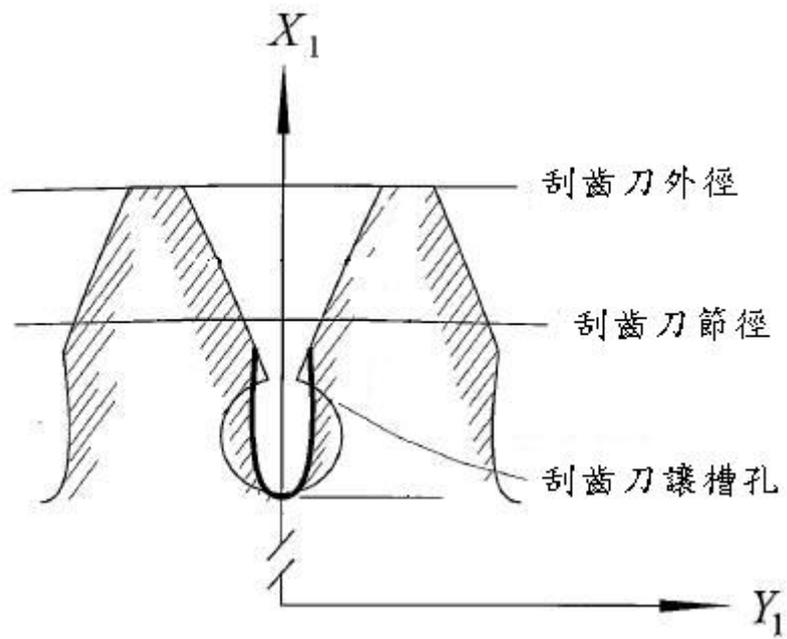


圖 4.17 滾製與傳統鑽孔法之讓槽比較圖示



圖 4.18 利用滾製法加工刮齒刀讓槽之實體圖

4.3 刮齒刀齒根部強度分析

刮齒刀破壞的主因是彎曲應力過大造成齒根變形、斷裂或插槽刀口破裂，熱處理後變形過大，插槽深度兩側不對稱亦造成刮削之齒形不易控制。在本節中將採用 ANSYS 分析軟體，進行滾製讓槽之刮齒刀齒根的強度分析，並以此與傳統鑽孔方式之刮齒刀進行比較，最終藉此研究以印證滾根槽方式加工之刮齒刀，其抗彎曲強度與加工效率等，確實比鑽孔方式加工之刮齒刀更具優勢。

上一章中，採用新式滾根槽加工刮齒刀讓槽的製程，其幾何特性明顯優於傳統鑽孔方式的刮齒刀，如齒根寬度與喉寬均大於傳統鑽孔製程，如圖 4.17 所示。本章將以有限元素分析模組(FEA Model)，分析兩種不同讓槽加工製程，其應力與撓度變化之討論。

資料依照表 4.1 及 4.2 的數據，採用二維模式，3 齒單位模組，建立實體模型，設定相關參數即產生有限元素模型。

圖 4.19(a)為鑽孔製程與利用 ANSYS 所建立的刮齒刀二維有限元素模型，採自由網格模式(Free mesh)，節點數取 3768，element 數取 1769，沿著法向齒形右側齒頂施加 300 N/mm 的負荷[21]。當最大撓度(Deflection)為 0.0884 mm 時，刮齒刀齒根之應力值由 1642 至 1848 Mpa，應力分佈如圖 4.19(b)所示。

圖 4.20(a)為新式滾製製程與利用 ANSYS 所建立的刮齒刀二維有限元素模型，節點數取 3978，element 數取 1865，沿著法向齒形右側齒頂施加 300 N/mm 的負荷。當最大撓度為 0.0484 mm 時，刮齒刀齒根之應力值由 1016 至 1143 Mpa，應力分佈如圖 4.20(b)所示。

由結果而論，新式製程所加工之刮齒刀讓槽應力僅傳統鑽孔製程之 62%，最大撓度也僅傳統製程之 55%，由此結果即可證明創新製程讓槽之齒根強度優於傳統鑽孔讓槽。

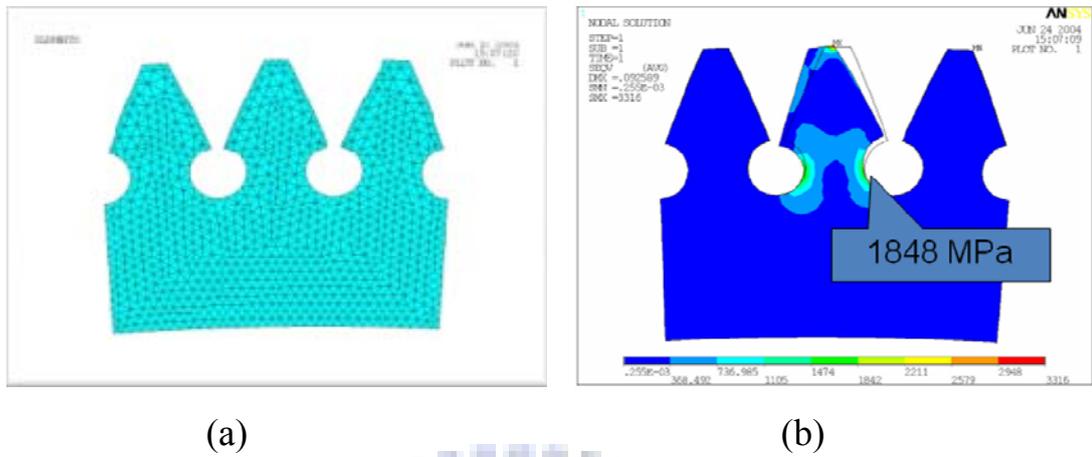


圖 4.19 鑽孔製程之有限元素模型

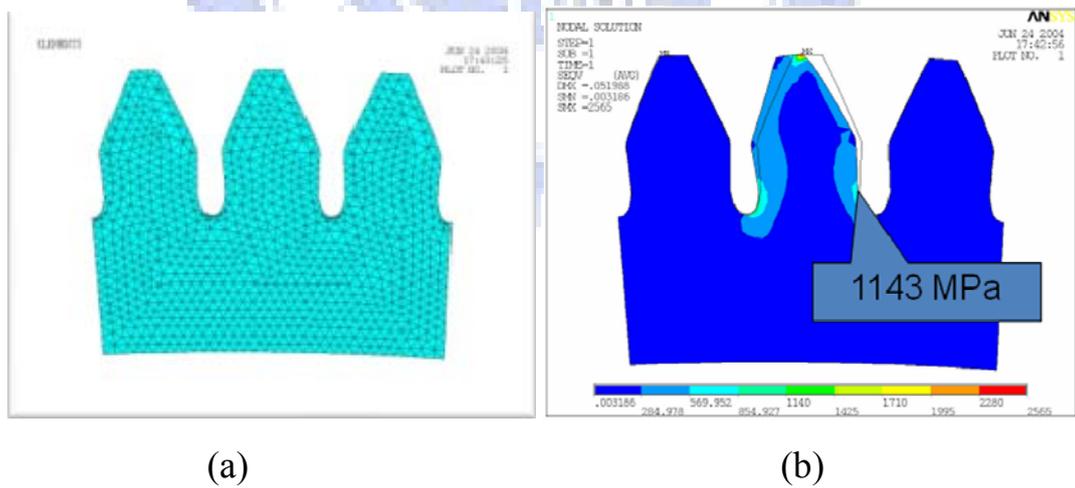


圖 4.20 滾製讓槽之有限元素模型

4.4 刮齒刀讓槽之最佳化設計

無論刮齒刀齒面上插槽的型式，刮刀齒根的讓槽都是必需的，如圖 4.1 所示，刮刀的讓槽除了易於切屑排除，切削液容易流動外，對於插槽加工與齒形輪磨時砂輪易於進入亦非常重要。習用的讓槽加工方式，一是鑽孔，另一是銑製，其優劣於上文均已討論，而本文滾製讓槽的新製程，已確認其功效，所以本節之最佳化設計，即以此新製程為標的，做為研究對象。

瘤頭滾刀主要應用於刮齒前的加工，而瘤頭設計造成過切，也是本文應用於刮刀齒根讓槽依據的原理；當設計瘤頭滾刀時，必須考慮許多設計的規範和限制條件，過去工程師常有一些設計的構想，由於相關驗證系統不足，最常用的驗證方式為試誤法(Trial and Error)，反覆測試以得到結果，雖然也能成功，但不可避免提高成本與測試時間。

本節討論刮齒刀讓槽的最佳化設計。將以讓槽的幾何形狀與應力分析為主。本節著重於數學模式與有限元素分析，瘤頭滾刀加工刮齒刀讓槽的最佳化分析，並提兩種最佳化設計方法。

第一種最佳化方法，全域搜尋法(Global Search Method)，此方式僅考慮瘤頭滾刀的幾何形狀。另一種最佳化方法，二次序列規劃法結合 MOST[21-23]，可以同時討論幾何形狀和應力分析，以符合刮齒刀讓槽之最佳化設計。

4.4.1 瘤頭滾刀與刮齒刀齒形加工

刮齒刀的齒形和讓槽是由兩把瘤頭滾刀切製而得，其中滾刀 1 切製出刮刀的齒形部份，而滾刀 2 加工刮刀的讓槽，如圖 4.17 所示。瘤頭滾刀的法向齒形如圖 4.5 所示，為了易於說明，齒條齒形所包括的四個區段 ST、TZ、MZ 和 KM 所表示之方程式，簡單分述如下：

區段 ST

$$x_a^{(1)} = u_p \cos \alpha_c \quad (4.50)$$

$$y_a^{(1)} = SW/2 + u_p \sin \alpha_c \quad (4.51)$$

區段 **TZ**

$$x_a^{(2)} = -(HKW - H) - u_s \cos \alpha_s \quad (4.52)$$

$$y_a^{(2)} = SW/2 - (HKW - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s \quad (4.53)$$

區段 **MZ**

$$x_a^{(3)} = x_c - r_c \cos \psi \quad (4.54)$$

$$y_a^{(3)} = y_c + r_c \sin \psi \quad (4.55)$$

區段 **KM**

$$x_a^{(4)} = -HKW \quad (4.56)$$

$$y_a^{(4)} = u_f \quad (4.57)$$

方程式(4.50)~(4.57)，藉由座標轉換和嚙合方程式(Litvin [6])，刮齒刀齒形方程式推導如下：

區段 **ST** 所產生之齒形方程式

$$x_1^{(1)} = (u_p \cos \alpha_c + r_1) \cos \phi_1 - [(SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \sin \phi_1 \quad (4.58)$$

$$y_1^{(1)} = (u_p \cos \alpha_c + r_1) \sin \phi_1 - [(SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \cos \phi_1 \quad (4.59)$$

$$z_1^{(1)} = -(SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \cos \lambda + u_c \sin \lambda \quad (4.60)$$

$$u_p = (r_1 \phi_1 / \sin \lambda - SW/2 - u_c \cot \lambda) \sin \alpha_c \quad (4.61)$$

區段 **TZ** 所產生之齒形方程式

$$x_1^{(2)} = -(u_s \cos \alpha_s + HKW - H - r_1) \cos \phi_1 - [SW/2 - (HKW - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s + u_c \cot \lambda - r_1 \phi_1 / \sin \lambda] \sin \phi_1 \sin \lambda \quad (4.62)$$

$$y_1^{(2)} = -(u_s \cos \alpha_s + HKW - H - r_1) \sin \phi_1 - [SW / 2 - (HKW - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s + u_c \cot \lambda - r_1 \phi_1 / \sin \lambda] \cos \phi_1 \sin \lambda \quad (4.63)$$

$$z_1^{(2)} = -[SW / 2 - (HKW - H) \tan \alpha_c - u_s \sin \alpha_s] \cos \lambda + u_c \sin \lambda \quad (4.64)$$

$$u_s = -[r_1 \phi_1 / \sin \lambda + (HKW - H) \tan \alpha_c - SW / 2 - u_c \cot \lambda] \sin \alpha - (HKW - H) \cos \alpha_s \quad (4.65)$$

區段 *MZ* 所產生之齒形方程式

$$x_1^{(3)} = (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \cos \phi_1 - \sin \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \quad (4.66)$$

$$y_1^{(3)} = (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \sin \phi_1 + \cos \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] \quad (4.67)$$

$$z_1^{(3)} = -(y_c + r_c \sin \psi) \cos \lambda + u_c \sin \lambda \quad (4.68)$$

$$\tan \psi = (r_1 \phi_1 / \sin \lambda - y_c - u_c \cot \lambda) / x_c \quad (4.69)$$

區段 *KM* 所產生之齒形方程式

$$x_1^{(4)} = (r_1 - HKW) \cos \phi_1 - (u_f \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1) \sin \phi_1 \quad (4.70)$$

$$y_1^{(4)} = (r_1 - HKW) \sin \phi_1 + (u_f \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1) \cos \phi_1 \quad (4.71)$$

$$z_1^{(4)} = -u_f \cos \lambda + u_c \sin \lambda \quad (4.72)$$

$$u_f = r_1 \phi_1 / \sin \lambda - u_c \cot \lambda \quad (4.73)$$

圖 4.21 所示，推導刮齒刀齒形含讓槽之流程圖，所有幾何形狀的推導和計算均以用 Mathematica 推導而得，兩把滾刀參數結合方程式 (4.58)~(4.73)，各別推導所對應的齒形，計算兩齒形的交點，最終求得刮齒刀含讓槽的齒形，依據表 4.1 和 4.2 刮齒刀數據和兩把滾刀的參數，得到圖 4.22 含讓槽的刮齒刀齒形。

4.4.2 刮齒刀讓槽之設計規範

滾刀 1 的參數包括壓力角 α_c ，齒厚 SW 等等，以產生刮齒刀的齒形部份；滾刀 2 的參數則產生刮齒刀讓槽齒形，兩者結合以得到含有讓槽的最終齒形。為了達到刮齒刀讓槽的最佳化設計，幾項重要的設計規範，說明如下：

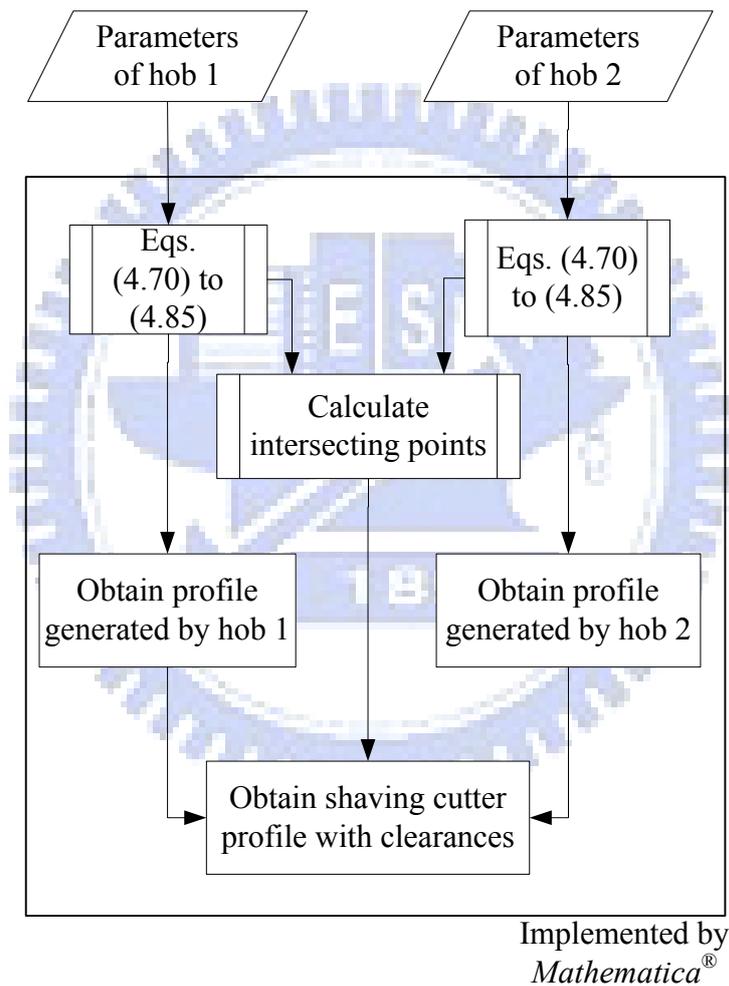


圖 4.21 推導刮齒刀齒形含讓槽之流程圖

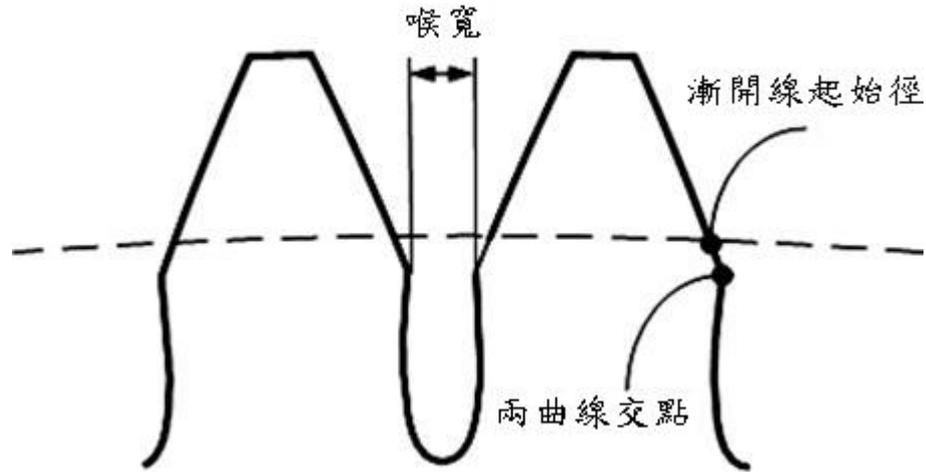


圖 4.22 含讓槽之刮齒刀齒形

(1) 漸開線起始徑(Starting Active Profile, SAP)

SAP 為定義齒輪漸開線起始的位置，如圖 4.22 所示，位於齒根上，通常以半徑表示，所以 SAP 的值意味著齒輪設計時所需求的漸開線的長度，為了確保漸開線的長度足夠，滾刀 2 滾製讓槽時，與刮刀齒形的交點必須低於 SAP 的值，才能保證刮齒後，齒輪有足夠的漸開線長度。

(2) 喉寬(Throat Width)

刮齒刀喉寬的定義，齒形與讓槽的交點處，相鄰兩側齒形間最小的距離，如圖 4.22 所示，其對於刮齒時切屑的排除和品質的影響非常重要，而且較大的喉寬容易排屑，也利於插槽刀片或砂輪的進入，提高刮齒刀的機製加工性。

(3) 最大之讓槽深度(Maximum Depth of Clearance)

刮齒刀的讓槽可避免插槽加工時，刀片碰撞齒底，以及利於切屑排除，如圖 4.9 所示。基於實用考量，讓槽深度必須大於插槽深度。由

方程式(4.58)~(4.61)計算刮齒刀的軸向齒形，並假設 $Z_1^{(1)} = 0$ ，軸向齒形滿足下式：

$$u_c = (SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \cot \lambda \quad (4.74)$$

$$\text{和 } \sqrt{x_1^{(1)2} + y_1^{(1)2}} = SAP \quad (4.75)$$

將式(4.74)代入式(4.58)，(4.59)和(4.61)，可以得到刮齒刀軸向漸開線齒形；假設插槽的方向沿著 SAP 的切線方向，其值為 r_{SAP} ，根據圖 4.9 與式(4.75)的關係，可導出運動參數 ϕ_1 ，將 ϕ_1 和式(4.74)代入式(4.58)和(4.59)，連同方程式(4.75)，可得到 O_k 點 (x_1, y_1) 的座標，如圖 4.9 所示。軸向齒形的切線向量如下式：

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{T}} = & [(\cos \alpha_c \cos \phi_1 - \sin \alpha_c \sin \lambda \sin \phi_1) \frac{du_p}{d\phi_1} - \cos \lambda \sin \phi_1 \frac{du_c}{d\phi_1} \\ & - (u_p \cos \alpha_c + r_1) \sin \phi_1 - (SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \sin \lambda \cos \phi_1 \\ & - u_c \cos \lambda \cos \phi_1 + r_1 (\sin \phi_1 + \phi_1 \cos \phi_1)] \underline{\mathbf{i}} \\ & + [(\cos \alpha_c \sin \phi_1 + \sin \alpha_c \sin \lambda \cos \phi_1) \frac{du_p}{d\phi_1} + \cos \lambda \cos \phi_1 \frac{du_c}{d\phi_1} \\ & + (u_p \cos \alpha_c + r_1) \cos \phi_1 - (SW/2 + u_p \sin \alpha_c) \sin \lambda \sin \phi_1 \\ & - u_c \cos \lambda \sin \phi_1 - r_1 (\cos \phi_1 - \phi_1 \sin \phi_1)] \underline{\mathbf{j}} \end{aligned} \quad (4.76)$$

於是

$$\frac{du_p}{d\phi_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_c}{\sin \lambda (1 + \sin^2 \alpha_c \cot^2 \lambda)} \quad (4.77)$$

$$\frac{du_c}{d\phi_1} = \frac{r_1 \sin^2 \alpha_c \cot^2 \lambda}{\sin \lambda (1 + \sin^2 \alpha_c \cot^2 \lambda)} \quad (4.78)$$

方程式(4.76)切線向量 $\underline{\mathbf{T}}$ 的向量點積，和刮齒刀座標系統 x_1 軸的單位向

量，可求得如圖 4.9 上之角度 θ ；藉座標轉換，從 S_1 轉換到 S_k 座標系統，軸向的讓槽方程式即表示於 S_k 座標系統， \mathbf{R}_k 即可求得

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{k1} \mathbf{R}_1 = \mathbf{M}_{k1} \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ y_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

$$\begin{aligned} x_k &= -\cos \theta \{ (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \cos \phi_1 \\ &\quad - \sin \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] - x_1 \} \\ &\quad - \sin \theta \{ (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \sin \phi_1 \\ &\quad + \cos \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] - y_1 \} \end{aligned} \quad (4.80)$$

$$\begin{aligned} y_k &= -\sin \theta \{ (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \cos \phi_1 \\ &\quad - \sin \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] - x_1 \} \\ &\quad + \cos \theta \{ (x_c - r_c \cos \psi + r_1) \sin \phi_1 \\ &\quad + \cos \phi_1 [(y_c + r_c \sin \psi) \sin \lambda + u_c \cos \lambda - r_1 \phi_1] - y_1 \} \end{aligned} \quad (4.81)$$

$$\tan \psi = r_1 \phi_1 / \sin \lambda - y_c - u_c \cot \lambda / x_c \quad (4.82)$$

$$u_c = (y_c + r_c \sin \psi) \cot \lambda \quad (4.83)$$

將式(4.82)和(4.83)代入式(4.81)，對 ψ 微分並令 $\frac{dy_k}{d\psi} = 0$ ，求得 ψ 解，並代回式(4.81)，可求得最大讓槽深度。

(4) 應力分析

除了幾何形狀的規範外，刮齒時刮刀讓槽的應力分析，對刮齒刀的強度及刮齒的品質影響也非常重要，此應力分析結合幾何形狀的推導和有限元素分析而得，推導的流程如圖 4.23 所示。

此推導流程最終可輸出交點的半徑計算、喉寬、最大讓槽深度和讓槽的最大等效應力等資料。

範例 4.2

此範例刮齒刀和兩滾齒刀的數據如表 4.1 與 4.2 所示，3 齒數模式的 FEA 模式建立如圖 4.24 所示。雖然刮齒時刮刀和齒輪接觸屬於三維空間，為了易於觀察與分析，將限制於二維平面；由於討論幾何形狀的改變，以求最佳化設計，分析之網格形式選定時，規則網格(Mapped mesh)將優於自由網格(Free mesh)；為了得到測試時收斂的目的，網格的最佳尺寸在於 0.15 mm 以下，且所得應力變化的值小於 0.2%；邊界條件，如圖 4.24 所示，負荷為 300 N/mm。

計算所得的結果如表 4.3 所示，應力分佈的模擬如圖 4.25 所示。

由結果可知(表 4.3)，刮刀的喉寬(W_t)和最大讓槽深度(d_c)都落在可接受的值之內($W_t > 1mm, d_c > 0.7mm$)，另外交點半徑(r_{int})的值也低於表 4.1 所示之 SAP 的值，此結果即滿足刮齒刀有足夠的漸開線長度。

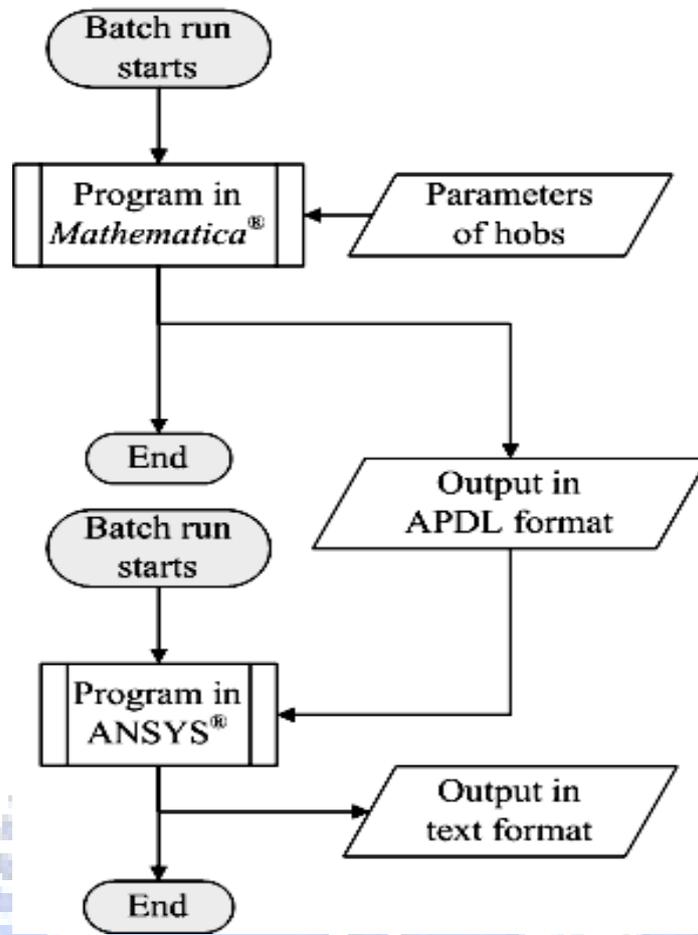


圖 4.23 應力分析之推導流程

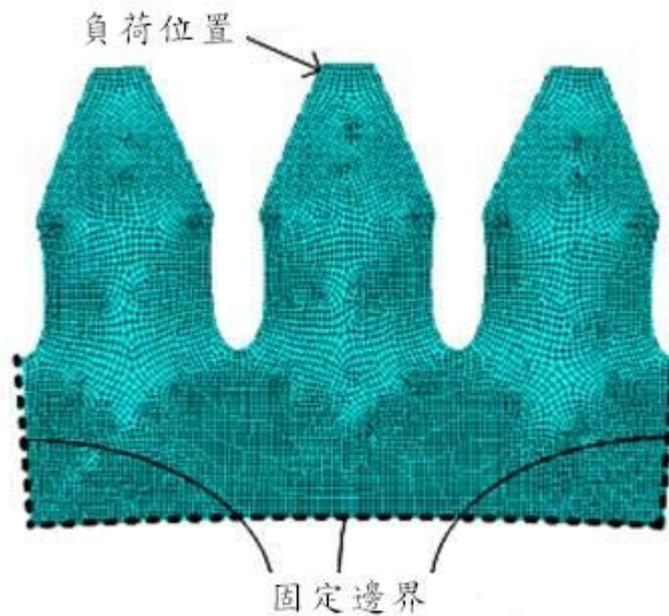


圖 4.24 刮齒刀齒部應力分析之 FEA 模式

表 4.3 範例 4.2 之計算結果

項目	數值
交點半徑(r_{int})	118.573 mm
喉寬(W_t)	1.047 mm
最大讓槽深度(d_c)	0.978 mm
最大等效應力(S_{eq})	116.299 MPa

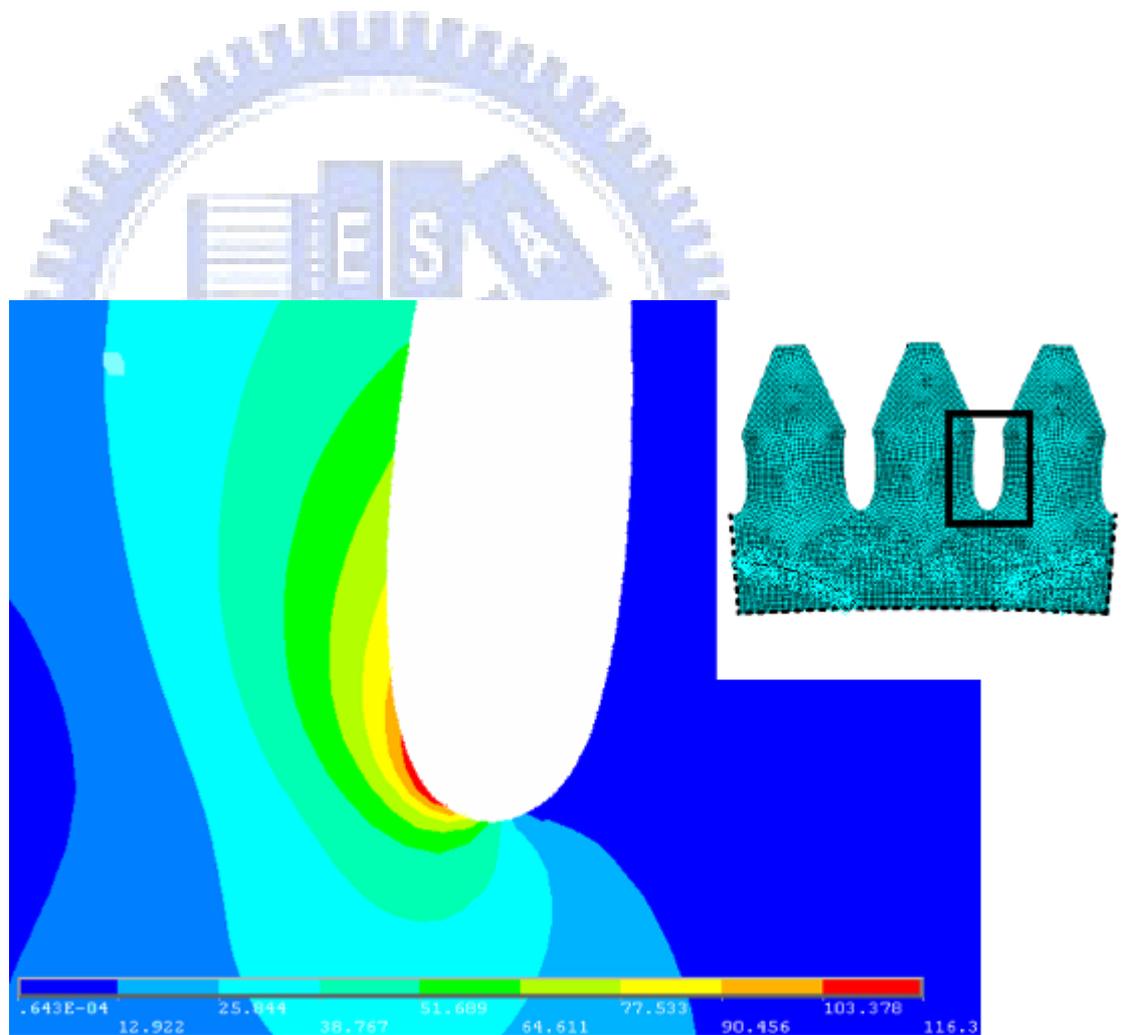


圖 4.25 範例 4.2 之刮刀讓槽應力模擬分析

4.4.3 瘤頭滾刀之最佳化設計

(1) 全域搜尋法(Global search method)

全域搜尋法是一種非常簡便的最佳化設計方法，利用多組設計變數，藉由編寫的程式迴圈，反覆將設計變數代入有限制條件的方程式中，判斷目標函數之參數，比對滿足的各組結果，並列出各組參數的優劣，即可得到最佳的解，如果不討論應力的問題時，此法是極有效率的最佳化設計方法，並以此最佳的解比對庫存中的滾齒刀，選擇適合的刀具，不需重新設計與製造滾齒刀。

範例 4.3

滾製刮齒刀齒形部份的滾刀 1 規格如範例 4.2，可利用全域搜尋法決定滾刀 2 所需的參數；一般來說，刮齒刀讓槽的喉寬設計時，儘可能加大，以利切屑的排除與切削液的流動。設計變數 $\mathbf{x} = [SW \ \alpha_c \ \alpha_s \ r_c]^T$ ，並於滾刀資料庫中選取合適的滾刀來滾製刮齒刀讓槽，設計之變數與範圍如表 4.4 所示。

限制條件的表示如下

限制條件 1：

刮齒刀製造時，滾刀 2 於節線上的齒厚 SW 必須小於滾刀 1 於相同位置的齒厚 SW'_1 ，如圖 4.26 所示。亦即滾刀 1 所滾製的齒形部份，不會因滾刀 2 切製時，因干涉而被切除。

$$g_1(\mathbf{x}) = SW - SW'_1 \leq 0 \quad (4.84)$$

SW' 可由下式求得

$$SW'_1 = SW_1 + 2 \times h \times \tan \phi \quad (4.85)$$

SW_1 為滾刀 1 節線上之齒厚； h 為滾刀 1 與 2 兩節線間之距離； ϕ 為滾刀 1 之壓力角。

表 4.4 範例 4.3 之設計變數與範圍

設計變數之範圍	間隔尺寸
$0.8mm \leq SW \leq 1.4mm$	0.1mm
$4^\circ \leq \alpha_c \leq 20^\circ$	1°
$3^\circ \leq \alpha_s \leq 20^\circ$	1°
$0.1mm \leq \gamma_c \leq 0.5mm$	0.1mm

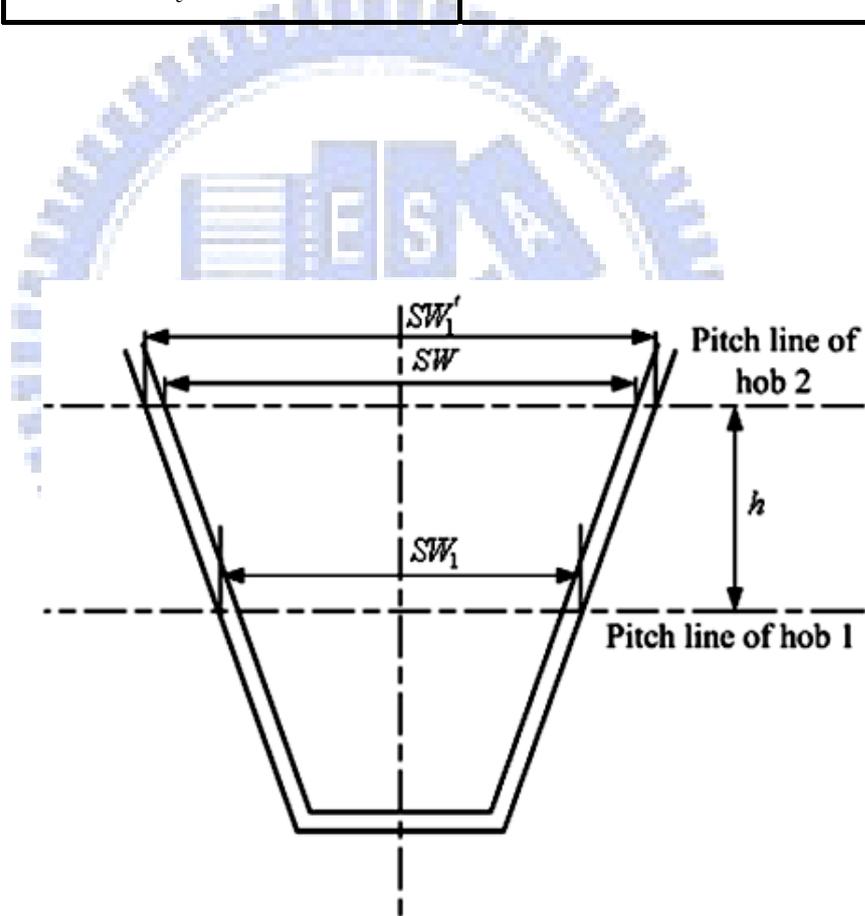


圖 4.26 滾刀 1 與 2 齒厚設計之限制

限制條件 2：

齒頂圓半徑 r_c ，當 $r_c=0$ 時，為最大之齒頂寬度， r_c 之最大值為 r_{cu} ，即全圓角，如式(4.1)與(4.2)。滾刀 2 之齒頂圓半徑 r_c 必須小於 r_{cu} 全圓角，限制條件 2 之表示如下式：

$$g_2(\mathbf{x}) = r_c - \frac{\cos \alpha_s}{1 - \sin \alpha_s} [SW/2 - \tan \alpha_c + H(\tan \alpha_c - \tan \alpha_s)] \leq 0 \quad (4.86)$$

限制條件 3：

滾齒刀之壓力角 α_c 必須大於瘤頭角度 α_s ，限制條件 2 之表示如下式：

$$g_3(\mathbf{x}) = \alpha_s - \alpha_c \leq 0 \quad (4.87)$$

限制條件 4：

刮齒刀齒形與讓槽兩曲線的交點半徑 r_{int} 必須小於 SAP。

$$g_4(\mathbf{x}) = r_{int}(\mathbf{x}) - SAP \leq 0 \quad (4.88)$$

限制條件 5：

刮齒刀最大讓槽深度必須大於插槽深度，且其值定為 0.7 mm。

$$g_5(\mathbf{x}) = 0.7 - d_c(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (4.89)$$

表 4.5 全域搜尋法所得之設計數據組

SW	α_c	α_s	r_c	W_t
1.000	7.0	3.0	0.100	1.093
1.000	8.0	3.0	0.100	1.074
1.000	9.0	3.0	0.100	1.055
1.100	4.0	3.0	0.100	1.231(set 1)
1.100	5.0	3.0	0.100	1.214
...
1.100	5.0	3.0	0.400	1.188(set 2)
1.100	4.0	3.0	0.400	1.179
1.100	3.0	3.0	0.400	1.160

表 4.6 範例 4.3 之 set 1 與 set 2 數據比較表

	Set 1	Set 2
r_{int}	118.801 mm	118.771 mm
W_t	1.231 mm	1.188 mm
d_c	1.075 mm	1.023 mm
S_{eq}	153.902 MPa	119.004 MPa

依照表 4.2 的數據，產生一組符合限制條件之數據，如表 4.5 所示。為了利於刮刀製造的需求，最大喉寬定為 1.231 mm，如表 4.5 中的 set 1 所示。

(2) 採用應力分析之最佳化設計

如果考慮刮齒刀具有較高的負荷能力時，我們可以選擇表 4.5 中 set 2 的數據；一般依照工程經驗而言，滾刀齒頂有較大的圓角半徑加工之齒根能承受較大的負荷，即使此組數據中，喉寬小於第一組設定之數據，較不利於插槽與磨齒時刀片的伸入。表 4.6 為 set 1 與 set 2 數據比較表，雖然喉寬減少 2.3%，但應力卻降低 22.7%，由此顯示齒頂圓半徑 r_c ，確實是考慮應力問題時之關鍵因素。

當以應力為考慮時的最佳化設計，由於需同時顧及幾何與應力之分析，以致困難度大幅提高。最佳化設計軟體 MOST，其建立於序列二次規劃法(Sequential quadratic programming ,SQP , algorithm)上，整合了分析與設計的程序，流程圖如圖 4.27 所示。此兩種分析是藉由 MOST 的流程控管程式(fence program)整合，能夠執行資料的連續傳輸。以下二個範例分別討論最大喉寬與最小應力兩種不同形式的問題。

範例 4.4

此範例的目標函數為刮齒刀讓槽之最大喉寬，除了另外考慮極限應力之限制條件之外，設計變數與限制條件如同範例 4.3。

與全域搜尋法所得的結果比較，初始的設計是設定於表 4.5 中 set 2 的參數值，但應力的限制條件則不來自 set 2。

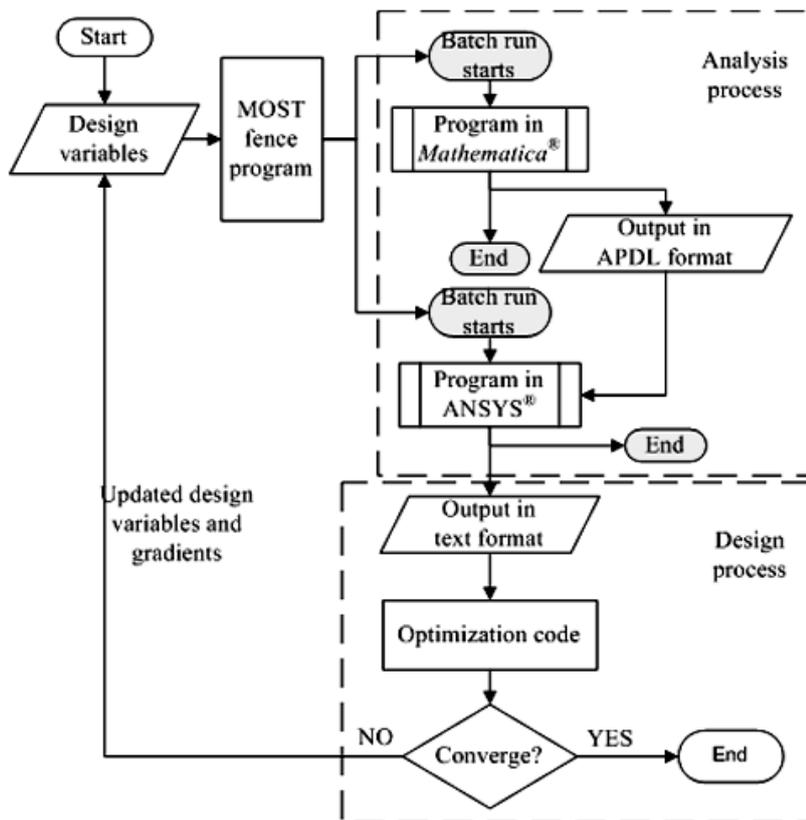


圖 4.27 應力分析之最佳化設計流程圖

表 4.7 範例 4.4 之初始與最佳化設計之比較表

項目	初始設計	最佳化設計
SW	1.100mm	1.111mm
α_c	5°	4.634°
α_s	3°	3°
r_c	0.4mm	0.409mm
r_{int}	118.771mm	118.767mm
W_t	1.188mm	1.203mm
d_c	1.023mm	1.020mm
S_{eq}	119.004MPa	117.561MPa

限制條件 6：

$$g_6(\mathbf{x}) = s_{eq}(\mathbf{x}) - 119.004 \leq 0 \quad (4.90)$$

因此問題可表示為

最大喉寬 $W_i(x)$

使得 $g_i(x) \leq 0, i=1 \sim 6$

最佳化的結果如表 4.7 所示，從最佳化的結果可知，稍微減少壓力角 α_c 與增加齒厚的值，亦即瘤頭滾刀的齒厚稍厚，所得到的喉寬雖然較大仍符合於限制條件之內。

範例 4.5

此範例的目標函數為刮齒刀讓槽之最小應力，除了另外考慮最小喉寬必須大於 1 mm 之外，設計變數與限制條件如範例 4.3。

限制條件 7：

$$g_6(\mathbf{x}) = 1 - w_i \leq 0 \quad (4.91)$$

因此問題可表示為

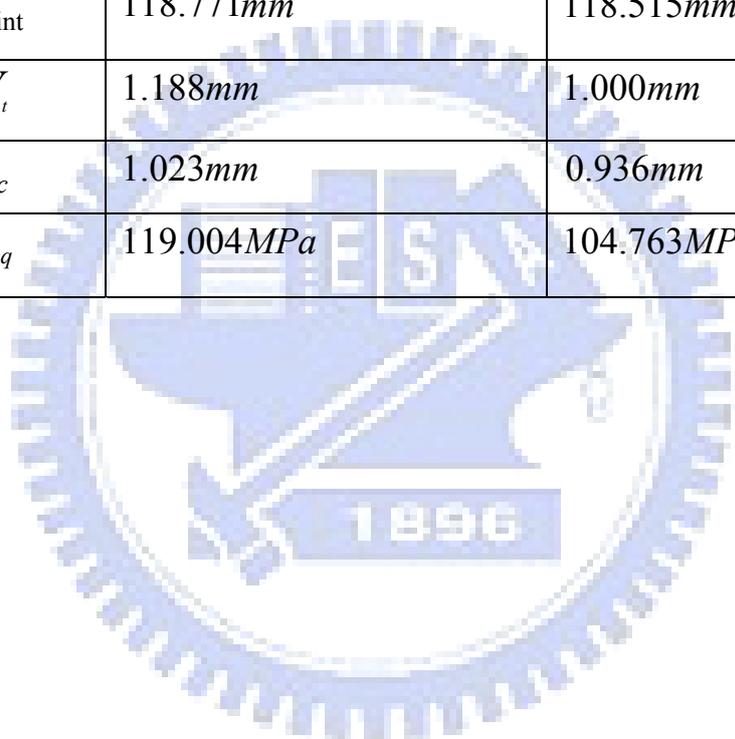
最小應力 $S_{eq}(x)$

使得 $g_i(x) \leq 0, i=1 \sim 6$

最佳化的結果列於表 4.8 所示，由最佳化的結果分析，等效應力可再降低 11.7%。由資料顯示，欲求得刮齒刀讓槽之最小應力值，滾齒刀需要較小的齒厚 SW 與壓力角 α_c ，亦即是說，滾齒刀齒條呈現細長狀，可減緩創成之讓槽受力時的應力及中現象，同時保有足夠的喉寬；另外，滾刀齒頂圓半徑需足夠大，以確保刮刀讓槽的齒形能夠圓滑平順，同時避免應力集中。

表 4.8 範例 4.5 之初始與最佳化設計之比較表

項目	初始設計	最佳化設計
SW	1.100mm	0.869mm
α_c	5°	4.549°
α_s	3°	3.003°
r_c	0.4mm	0.445mm
r_{int}	118.771mm	118.515mm
W_t	1.188mm	1.000mm
d_c	1.023mm	0.936mm
S_{eq}	119.004MPa	104.763MPa



4.5 結果與討論

刮齒刀的技術原本就不易掌握，若遇小模數規格時，則更不易製造；本文以滾製讓槽的創新製程，取代傳統鑽孔製程，藉由本章的研究可歸納以下幾項結論。

- (1) 建立刮齒刀讓槽與齒條刀之完整齒面方程式。
- (2) 建立滾製刮齒刀讓槽之最大容許深度，以利插槽加工。
- (3) 由理論可知，滾製讓槽之刮齒刀，其喉寬大於傳統製程，有利於切屑排除與切削液流動，並有利於輪磨齒形之砂輪片的進入。
- (4) 由應力分析可知，刮齒刀讓槽加工中，滾製法之讓槽強度優於鑽孔法製程。
- (5) 經由最佳化設計與限於條件，建立瘤頭滾刀的齒形之最佳化設計。
- (6) 國內生產之刮齒刀，模數(Mn)小於 2 mm 的規格，約佔 50 %，由實際製造得知，可大幅降低報廢率與提高生產效率，由於齒根強度較佳，相對增加刮齒品質之穩定度。

第5章 特殊負向角刀具創新製程之研究

5.1 前言

一般的齒輪滾刀，左右齒面是對稱的，但在特殊的應用上，如加工削鉛筆刀、塑膠切粒刀、梳棉鉤紗刀及鋸片滾刀等滾刀，其左右齒面就不是對稱的，而且若上述之特殊刀具要求大的凹量或銳利度，齒條刀具甚至需要做負角設計。良好的切削刀具設計則可以提高負向角滾刀的製造效率、使用壽命及精度等加工效益。在此利用本研究所推導出的負向角刀具，在製造成本上將較低於傳統銑製螺旋狀刀具，有較佳之容屑槽及切削角；在本章中根據齒輪嚙合原理、座標轉換以及微分幾何，推導出負向角刀具的數學模式，並利用電腦模擬建構出負向角刀具實體模型，進而分析其完全過切條件，作為負向角刀具設計時的研究參考。

5.2 齒條刀之外形設計

齒條刀具數學模式之建立，首先需建立齒條刀的方程式，其法向剖面圖如圖 5.1 所示，為滾製負向角刀具的齒條刀法向剖面圖，亦即為新型齒條刀之基本齒條，圖中切刃可區分為六個區域，依序為左側切刃 I，右側切刃 II，圓角切刃 III、IV，齒頂 V 及倒角切刃 VI。在此新型齒條刀之齒厚中點 O_a 定義座標系 S_a ，使 X_a 軸向上為正， Y_a 軸向右為正。 ξ 代表齒條刀節線， ψ_L 為齒條刀左側切刃壓力角， ψ_R 為齒條刀右側切刃壓力角， ψ_3 為齒條刀倒角切刃之最大壓力角， HFW 為齒條刀齒根高，而 HKW 為齒條刀齒冠高， R 為刀頂圓角半徑， $2b_0$ 與 p_0 分別為齒條刀齒厚與節距。

齒條刀切刃的六個區域表示於齒條刀之 S_a 座標系的方程式，如下所示：

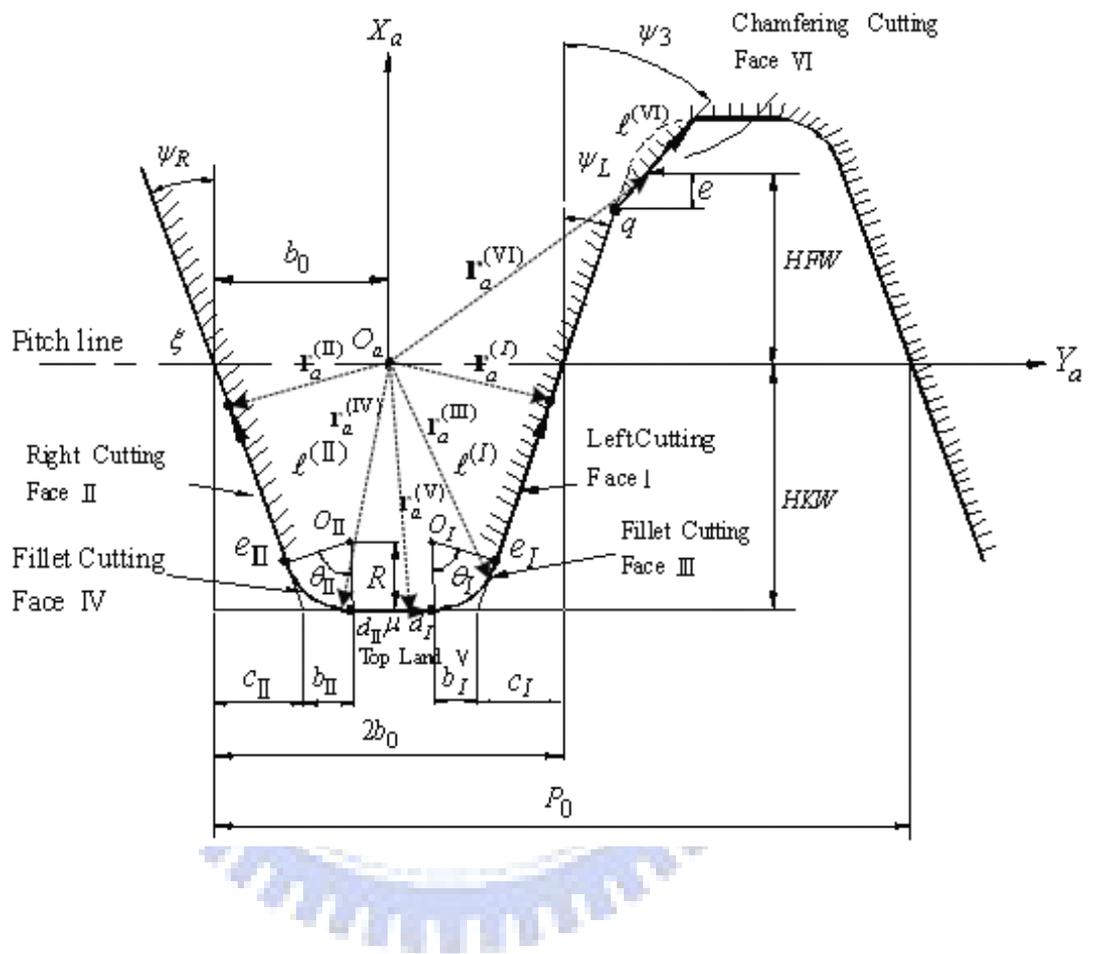


圖 5.1 齒條刀之法向齒形

(1)左側切刃 I 之方程式

切刃 I 的起始點 e_I 在 S_a 座標系的座標，如圖 5.1 所示，可表示如下：

$$\begin{aligned} x_a^{(e_I)} &= R - HKW - R \sin \psi_L \\ y_a^{(e_I)} &= b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L \end{aligned} \quad (5.1)$$

假設左側切刃 I 上的起始點 (e_I 點) 至左側切刃上任一點的距離為 $\ell^{(I)}$ 。則左側切刃 I 在 S_a 座標系的方程式為：

$$\mathbf{r}_a^{(I)} = \begin{bmatrix} R - HKW - R \sin \psi_L + \ell^{(I)} \cos \psi_L \\ b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L + \ell^{(I)} \sin \psi_L \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

(2)右側切刃 II 之方程式

切刃 II 的起始點 e_{II} 在 S_a 座標系的座標，如圖 5.1 所示，表示如下：

$$\begin{aligned} x_a^{(e_{II})} &= R - HKW - R \sin \psi_R \\ y_a^{(e_{II})} &= -b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R \end{aligned} \quad (5.3)$$

假設右側切刃 II 上的起始點 (e_{II} 點) 至右側切刃上任一點的距離為 $\ell^{(II)}$ 。則右側切刃 II 在 S_a 座標系的方程式可表為下式：

$$\mathbf{r}_a^{(\text{II})} = \begin{bmatrix} R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(\text{II})} \cos \psi_R \\ -b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R - \ell^{(\text{II})} \sin \psi_R \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

(3) 左側圓角 III 之方程式

R 為切刃圓角半徑，如圖 5.1 所示。其幾何表示為 $C_I = HKW \tan \psi_L$ ，

$b_I = \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)}$ 。其中 O_I 點為左側圓角 III 的圓心， O_I 點在 S_a 座標系

可表示為：

$$\begin{aligned} x_a^{(O_I)} &= R - HKW \\ y_a^{(O_I)} &= b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L \end{aligned} \quad (5.5)$$

θ_I 為左側圓角 III 上任一點和 O_I 之連線與 X_a 軸的夾角， θ_I 為一個變數，其範圍在 $0 \leq \theta_I \leq (90 - \psi_L)$ 之間。

左側圓角 III 在 S_a 座標系的方程式如下所示：

$$\mathbf{r}_a^{(\text{III})} = \begin{bmatrix} (R - HKW - R \cos \theta_I) \\ (b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \sin \theta_I) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

(4) 右側圓角 IV 之方程式

R 為右側切刃圓角半徑，如圖 5.1 所示。 $C_{\text{II}} = HKW \tan \psi_R$ ，

$b_{\text{II}} = \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)}$ 。 O_{II} 點為右側圓角 IV 的圓心， O_{II} 點在 S_a 座標系的座

標為：

$$\begin{aligned} x_a^{(O_{II})} &= R - HKW \\ y_a^{(O_{II})} &= -b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R \end{aligned} \quad (5.7)$$

θ_{II} 為右側圓角 IV 上任一點和 O_{II} 之連線與 X_a 軸的夾角， θ_{II} 為一變數，其範圍在 $0 \leq \theta_{II} \leq (90 - \psi_R)$ 之間。

右側圓角 IV 在 S_a 座標系的方程式如下所示：

$$\mathbf{r}_a^{(IV)} = \begin{bmatrix} (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \\ -b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

(5) 切刃齒頂 V 之方程式

齒頂 V 為左、右兩圓角 III 及 IV 與齒頂切點 d_{II} 與 d_I 所形成的區域，切點 d_{II} 於 S_a 座標系可表示為：

$$\begin{aligned} x_a^{(d_{II})} &= -HKW \\ y_a^{(d_{II})} &= y_a^{(O_{II})} = -b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R \end{aligned} \quad (5.9)$$

而切點 d_I 於 S_a 座標系可表示為：

$$\begin{aligned} x_a^{(d_I)} &= -HKW \\ y_a^{(d_I)} &= y_a^{(O_I)} = b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L \end{aligned} \quad (5.10)$$

假設齒頂V上的任一點從 d_{II} 點沿 Y_a 軸方向的長度為 μ ， μ 為一變數，其範圍在 $0 \leq \mu \leq (Y_a^{d'} - Y_a^{d_{II}})$ 之間。

切刀齒頂V在 S_a 座標系的方程式為：

$$\mathbf{r}_a^{(V)} = \begin{bmatrix} -b_0 + \frac{-HKW}{\tan(45 + \psi_R/2)} + HKW \tan \psi_R + \mu \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

(6)齒條刀倒角切刀VI之方程式

ψ_3 為倒角切刀VI之壓力角，為 X_a 軸與倒角切刀VI的夾角，如圖5.1所示； e 為倒角高度， HFW 為齒條刀之有效齒根高，假設q點為倒角切刀VI的起始點，q點到切刀VI上任一點的距離為 $\ell^{(VI)}$ 。

則q點於 S_a 座標系可表示為

$$\begin{aligned} x_a^{(q)} &= HFW - e \\ y_a^{(q)} &= b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L \end{aligned} \quad (5.12)$$

倒角切刀VI在 S_a 座標系的方程式為：

$$\mathbf{r}_a^{(VI)} = \begin{bmatrix} HFW - e + \ell^{(VI)} \cos \psi_3 \\ b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L + \ell^{(VI)} \sin \psi_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

5.3 齒條刀之軌跡方程式

在實際的加工中，經常可以利用同一把刀具，使用轉位加工的方式，切製出不同規格的齒輪，圖 5.2 為利用齒條刀創成負向角刀具之座標系，以轉位方式加工負向角刀具，利用滾齒中心距縮短或拉長以切製負向角刀具，因此可利用同一齒條刀加工出不同的負向角刀具，此時齒條刀的固定座標系 S_a 沿 X_a 軸移動 c 距離，此量即為轉位量，如圖 5.2 所示。加工時負向角刀具的節圓半徑 r_1 不變，但齒條刀的理論節線則深入負向角刀具理論節圓內，此為負轉位，輔助座標系 S_d 附隨在齒條刀上並與負向角刀具的節圓相切，齒條刀向左平移 $r_1\phi_1$ 距離，此時負向角刀具逆時針旋轉 ϕ_1 角。轉位後之齒條刀軌跡方程式表示於 S_1 座標系時，則可利用座標轉換，將齒條刀之方程式自 S_a 座標系轉換至 S_1 座標系。



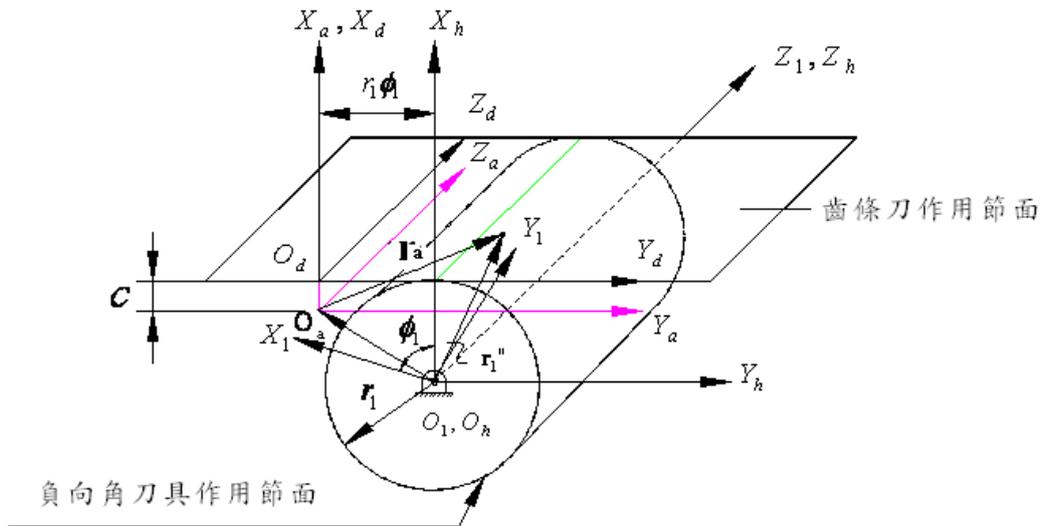


圖 5.2 齒條刀創成負向角刀具之座標系

(1) 齒條刀左切刃 I 之軌跡方程式

齒條刀之左切刃 I 方程式表示於 S_a 座標系時為(5.2)式。

根據座標系關係，從 S_a 轉換到 S_1 的轉換矩陣 $[M_{1a}]$ 為

$$M_{1a} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & r_1(\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1) \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & r_1(\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

因此，齒條刀之左切刃在 S_1 座標系的軌跡方程式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_1^{(I)} &= \mathbf{M}_{1a} \mathbf{r}_a^{(I)} \\
&= \left\{ (R - HKW - R \sin \psi_L + \ell^{(I)} \cos \psi_L + r_1) \cos \varphi_1 - \left[b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L + \ell^{(I)} \sin \psi_L - r_1 \varphi_1 \right] \sin \varphi_1 \right\} \mathbf{i}_1 \\
&\quad + \left\{ (R - HKW - R \sin \psi_L + \ell^{(I)} \cos \psi_L + r_1) \sin \varphi_1 + \left[b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L + \ell^{(I)} \sin \psi_L - r_1 \varphi_1 \right] \cos \varphi_1 \right\} \mathbf{j}_1
\end{aligned} \tag{5.15}$$

(2) 齒條刀右切刃 II 之軌跡方程式

齒條刀之右切刃 II 方程式表示於 S_a 座標系時為(5.4)式。

齒條刀之右切刃 II 在 S_1 座標系的軌跡方程式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_1^{(II)} &= \mathbf{M}_{1a} \mathbf{r}_a^{(II)} \\
&= \left\{ (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(II)} \cos \psi_R) \cos \varphi_1 - \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} \right) \right. \\
&\quad \left. + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R - \ell^{(II)} \sin \psi_R \right\} \sin \varphi_1 + r_1 (\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1) \mathbf{i}_1 \\
&\quad + \left\{ (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(II)} \cos \psi_R) \sin \varphi_1 + \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} \right) \right. \\
&\quad \left. + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R - \ell^{(II)} \sin \psi_R \right\} \cos \varphi_1 + r_1 (\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1) \mathbf{j}_1
\end{aligned} \tag{5.16}$$

(3) 齒條刀圓角 III 之軌跡方程式

齒條刀圓角Ⅲ之方程式表示於 S_a 座標系時為(5.6)式。

齒條刀之圓角Ⅲ在 S_1 座標系的軌跡方程式為：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_1^{(III)} &= \mathbf{M}_{1a} \mathbf{r}_a^{(III)} \\
 &= \left\{ (R - HKW - R \cos \theta_1) \cos \varphi_1 - \left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + R \sin \theta_1 \right) \sin \varphi_1 + r_1 (\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1) \right\} \mathbf{i}_1 \\
 &\quad + \left\{ (R - HKW - R \cos \theta_1) \sin \varphi_1 + \left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + R \sin \theta_1 \right) \cos \varphi_1 + r_1 (\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1) \right\} \mathbf{j}_1
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

(4) 齒條刀圓角Ⅳ之軌跡方程式

齒條刀之圓角Ⅳ方程式表示於 S_a 座標系時為(5.8)式。

齒條刀之圓角Ⅳ在 S_1 座標系的軌跡方程式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_1^{(IV)} &= \mathbf{M}_{1a} \mathbf{r}_a^{(IV)} \\
&= \left\{ (R - HKW - R \cos \theta_H) \cos \varphi_1 - \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - R \sin \theta_H \right) \sin \varphi_1 + r_1 (\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1) \right\} \mathbf{i}_1 \\
&\quad + \left\{ (R - HKW - R \cos \theta_H) \sin \varphi_1 + \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - R \sin \theta_H \right) \cos \varphi_1 + r_1 (\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1) \right\} \mathbf{j}_1
\end{aligned} \tag{5.18}$$

(5) 齒條刀齒頂 V 之軌跡方程式

齒條刀之齒頂 V 方程式表示於 S_a 座標系時為(5.11)式。

齒條刀之齒頂 V 在 S_1 座標系的軌跡方程式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_1^{(V)} &= \mathbf{M}_{1a} \mathbf{r}_a^{(V)} \\
&= \left\{ (-HKW \cos \varphi_1) - \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R + \mu \right) \sin \varphi_1 \right. \\
&\quad \left. + r_1 (\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1) \right\} \mathbf{i}_1 \\
&\quad + \left\{ (-HKW \sin \varphi_1) + \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R + \mu \right) \cos \varphi_1 \right. \\
&\quad \left. + r_1 (\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1) \right\} \mathbf{j}_1
\end{aligned} \tag{5.19}$$

(6) 齒條刀倒角切刃 VI 之軌跡方程式

齒條刀之倒角切刃 VI 方程式表示於 S_a 座標系時為(5.13)式。其

齒條刀之倒角切刃在 S_1 座標系的軌跡方程式為：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_1^{(VT)} &= \mathbf{M}_{1a} \mathbf{r}_a^{(VT)} \\
 &= \{(HFW - e + \ell^{(VT)} \cos \psi_3) \cos \varphi_1 - [b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L + \ell^{(VT)} \sin \psi_3] \sin \varphi_1 \\
 &\quad + r_1 (\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1)\} \mathbf{i}_1 \\
 &\quad + \{(HFW - e + \ell^{(VT)} \cos \psi_3) \sin \varphi_1 + [b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L + \ell^{(VT)} \sin \psi_3] \cos \varphi_1 \\
 &\quad + r_1 (\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1)\} \mathbf{j}_1
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

5.4 負向角刀具之齒形方程式

圖 5.2 所示，齒條刀創成負向角刀具時之座標關係，座標系 S_a 為齒條刀之固定座標系， S_1 為固連於被切製之負向角刀具上的座標系，而座標系 S_h 為加工時的固定座標系， r_1 為負向角刀具的節圓半徑。加工時，齒條刀節線與負向角刀具的節圓相切，且齒條刀一面切齒一面向左平移 $r_1 \phi_1$ 距離，此時負向角刀具逆時針旋轉 ϕ_1 角度。

被加工齒輪的齒形方程式，可由齒條刀之軌跡方程式和嚙合方程式而得。以下根據上節推導之齒條刀之軌跡方程式，結合嚙合原理，推導負向角刀具的齒形方程式。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}^{(12)} = 0 \tag{5.21}$$

其中 \mathbf{n} 為兩接觸面共用之單位法向量，而 $\mathbf{V}^{(12)}$ 為兩接觸面之相對速度。齒條刀向左平移 $r_1 \phi_1$ 距離，齒條刀左切刃上接觸點的速度，在 S_h 座標系時可以表示為：

$$\mathbf{V}_h^{(F)} = -r_1 \omega_1 \mathbf{j}_h \tag{5.22}$$

其中， ω_1 為負向角刀具之角速度。設 \mathbf{r} 為負向角刀具齒面與齒條刀之接觸點的位置向量，則負向角刀具左切刃接觸點的速度，表示於 S_h 座標系為：

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_h^{(1)} &= \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r} \\ &= \overline{\mathbf{O}_a \mathbf{O}_h} \times \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(l)} \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\overline{\mathbf{O}_a \mathbf{O}_h} = (-r_1 + c)\mathbf{i}_h + r_1\phi_1\mathbf{j}_h \quad (5.24)$$

$$\overline{\mathbf{O}_a \mathbf{O}_h} \times \boldsymbol{\omega}_1 = -\omega_1 r_1 \phi_1 \mathbf{i}_h - \omega_1 r_1 \mathbf{j}_h \quad (5.25)$$

則相對速度：

$$\mathbf{V}_h^{(F1)} = \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} \quad (5.26)$$

(1) 齒條刀之左切刃 I 創成負向角刀具左切刃方程式

齒條刀之左切刃方程式表示於 S_a 座標系時為(5.2)式，則其法線向量方程式為：

$$\mathbf{N}_a^{(l)} = \frac{\partial \mathbf{r}_a^{(l)}}{\partial \ell^{(l)}} \times \mathbf{k}_a = \sin \psi_L \mathbf{i}_a - \cos \psi_L \mathbf{j}_a \quad (5.27)$$

單位法線向量為：

$$\mathbf{n}_a^{(l)} = \frac{\mathbf{N}_a^{(l)}}{|\mathbf{N}_a^{(l)}|} = \sin \psi_L \mathbf{i}_a - \cos \psi_L \mathbf{j}_a \quad (5.28)$$

由於齒條刀向左平移 $r_1\phi_1$ 距離時，負向角刀具相對於 S_h 座標系逆時針旋轉 ϕ_1 角度，因此：

$$\boldsymbol{\omega}_1 = -\omega_1 \mathbf{k}_h$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(I)} &= \omega_1 \left[b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L + \ell^{(I)} \sin \psi_L \right] \mathbf{i}_h \\ &\quad - \omega_1 (R - HKW - R \sin \psi_L + \ell^{(I)} \cos \psi_L) \mathbf{j}_h\end{aligned}\quad (5.29)$$

$$\overrightarrow{O_a O_h} = -r_1 \mathbf{i}_h + r_1 \phi_1 \mathbf{j}_h \quad (5.30)$$

$$\overrightarrow{O_a O_h} \times \boldsymbol{\omega}_1 = -\omega_1 r_1 \phi_1 \mathbf{i}_h - \omega_1 r_1 \mathbf{j}_h \quad (5.31)$$

將方程式(5-29)式、(5-31)式代入(5-23)式得：

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_h^{(1)} &= \omega_1 \left[\left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L + \ell^{(I)} \sin \psi_L \right) \right. \\ &\quad \left. - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h - \omega_1 (R - HKW - R \sin \psi_L + \ell^{(I)} \cos \psi_L + r_1) \mathbf{j}_h\end{aligned}\quad (5.32)$$

接觸點相對速度 $\mathbf{V}_h^{(F1)}$ 在 S_h 座標系的方程式為：

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_h^{(F1)} &= \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} \\ &= -\omega_1 \left[\left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \cos \psi_L + \ell^{(I)} \sin \psi_L \right) \right. \\ &\quad \left. - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h + \omega_1 (R - HKW - R \sin \psi_L + \ell^{(I)} \cos \psi_L) \mathbf{j}_h\end{aligned}\quad (5.33)$$

由圖 5.2 得知， S_a 與 S_h 座標系間並無旋轉運動，所以其單位法向量 $\mathbf{n}_a = \mathbf{n}_h$ ，根據嚙合方程式 $\mathbf{n}_h^{(I)} \cdot \mathbf{V}_h^{(F1)} = 0$ ，將式(5.28)與(5.33)代入式(5.21)可求得嚙合方程式：

$$\ell^{(I)} = -\left[\left(b_0 - R \cdot \cot(45 + \psi_L / 2) - HKW \tan \psi_L \right) - r_1 \phi_1 \right] \sin \psi_L - (R - HKW) \cos \psi_L \quad (5.34)$$

將(5.34)式及(5.15)式聯立，即可求得負向角刀具的左切刃方程式。

(2)齒條刀之右切刃 II 創成負向角刀具右切刃方程式

齒條刀之右切刃方程式表示於 S_a 座標系時為(5.4)式，其法線向量在 S_a 座標系之方程式為：

$$\mathbf{N}_a^{(\text{II})} = \frac{\partial \mathbf{r}_a^{(\text{II})}}{\partial \ell^{(\text{II})}} \times \mathbf{k}_a = -\sin \psi_R \mathbf{i}_a - \cos \psi_R \mathbf{j}_a \quad (5.35)$$

單位法線向量為：

$$\mathbf{n}_a^{(\text{II})} = \frac{\mathbf{N}_a^{(\text{II})}}{|\mathbf{N}_a^{(\text{II})}|} = -\sin \psi_R \mathbf{i}_a - \cos \psi_R \mathbf{j}_a \quad (5.36)$$

齒條刀右切刃 II 上接觸點的速度，表示於 S_h 座標系時，如(5.22)所示。負向角刀具右切刃接觸點速度，表示於 S_h 座標系為：

$$\boldsymbol{\omega}_1 = -\omega_1 \mathbf{k}_h$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(\text{II})} &= \omega_1 \left[-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R - \ell^{(\text{II})} \sin \psi_R \right] \mathbf{i}_h \\ &\quad - \omega_1 (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(\text{II})} \cos \psi_R) \mathbf{j}_h \end{aligned} \quad (5.37)$$

將(5.31)式及(5.37)式代入(5.23)式得

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_h^{(1)} &= \overrightarrow{\mathbf{O}_a \mathbf{O}_h} \times \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(\text{II})} \\
&= \omega_1 \left[(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R - \ell^{(\text{II})} \sin \psi_R) \right. \\
&\quad \left. - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h - \omega_1 (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(\text{II})} \cos \psi_R + r_1) \mathbf{j}_h
\end{aligned} \tag{5.38}$$

接觸點相對速度 $\mathbf{V}_h^{(F1)}$ 在 S_h 座標系的方程式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_h^{(F1)} &= \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} \\
&= -\omega_1 \left[(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \cos \psi_R - \ell^{(\text{II})} \sin \psi_R) \right. \\
&\quad \left. - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h + \omega_1 (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(\text{II})} \cos \psi_R) \mathbf{j}_h
\end{aligned} \tag{5.39}$$

根據嚙合方程式 $\mathbf{n}_h^{(\diamond)} \cdot \mathbf{V}_h^{(F1)} = 0$ ，可表示為：

$$\begin{aligned}
\ell^{(\text{II})} &= \left[(-b_0 + R \cot(45 + \psi_R / 2) + HKW \tan \psi_R) - r_1 \phi_1 \right] \sin \psi_R \\
&\quad - (R - HKW) \cos \psi_R
\end{aligned} \tag{5.40}$$

將(5.40)式、(5.16)式聯立，即可求得負向角刀具的右切刃方程式。

(3) 齒條刀之圓角 III 創成負向角刀具之方程式

齒條刀圓角 III 之方程式表示於 S_a 座標系時為(5.6)式，其法線向量在 S_a 座標系之方程式為：

$$\mathbf{N}_a^{(\text{III})} = \frac{\partial \mathbf{r}_a^{(\text{III})}}{\partial \theta_I} \times \mathbf{k}_a = R \cos \theta_I \mathbf{i}_a - R \sin \theta_I \mathbf{j}_a \tag{5.41}$$

單位法線向量為：

$$\mathbf{n}_a^{(\text{III})} = \frac{\mathbf{N}_a^{(\text{III})}}{|\mathbf{N}_a^{(\text{III})}|} = \cos \theta_I \mathbf{i}_a - \sin \theta_I \mathbf{j}_a \tag{5.42}$$

齒條刀圓角Ⅲ上接觸點的速度，表示於 S_h 座標系時，如(5.22)所示。
負向角刀具在接觸點的速度，表示於 S_h 座標系為：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_1 &= -\omega_1 \mathbf{k}_h \\ \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(III)} &= \omega_1 \left[\left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \sin \theta_I \right) \mathbf{i}_h \right. \\ &\quad \left. - \omega_1 (R - HKW - R \cos \theta_I) \mathbf{j}_h \right]\end{aligned}\quad (5.43)$$

將(5.31)式及(5.43)式代入(5.23)式得

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_h^{(1)} &= \omega_1 \left[\left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \sin \theta_I \right) - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h \\ &\quad - \omega_1 (R - HKW - R \cos \theta_I + r_1) \mathbf{j}_h\end{aligned}\quad (5.44)$$

接觸點相對速度 $\mathbf{V}_h^{(F1)}$ 在 S_h 座標系的方程式為：

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_h^{(F1)} &= \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} \\ &= -\omega_1 \left[\left(b_0 - \frac{R}{\tan(45 + \psi_L / 2)} - HKW \tan \psi_L + R \sin \theta_I \right) - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h \\ &\quad + \omega_1 (R - HKW - R \cos \theta_I) \mathbf{j}_h\end{aligned}\quad (5.45)$$

根據嚙合方程式 $\mathbf{n}_h^{(III)} \bullet \mathbf{V}_h^{(F1)} = 0$ ，可表示為：

$$\theta_I = \tan^{-1} \left[r_1 \phi_1 - (b_0 - R \cot(45 + \psi_L / 2) - HKW \tan \psi_L) / (R - HKW) \right] \quad (5.46)$$

將(5.46)式、(5.17)式聯立，即可求得齒條刀圓角Ⅲ所創成之負向角
刀具的方程式。

(4)齒條刀之圓角 IV 創成負向角刀具之方程式

齒條刀之圓角 IV 方程式表示於 S_a 座標系時為(5-8)式，其法線向量在 S_a 座標系之方程式為：

$$\mathbf{N}_a^{(IV)} = \frac{\partial \mathbf{r}_a^{(IV)}}{\partial \theta_{II}} \times \mathbf{k}_a = -R \cos \theta_{II} \mathbf{i}_a - R \sin \theta_{II} \mathbf{j}_a \quad (5.47)$$

單位法線向量為：

$$\mathbf{n}_a^{(IV)} = \frac{\mathbf{N}_a^{(IV)}}{|\mathbf{N}_a^{(IV)}|} = -\cos \theta_{II} \mathbf{i}_a - \sin \theta_{II} \mathbf{j}_a \quad (5.48)$$

齒條刀圓角 IV 上接觸點的速度，表示於 S_h 座標系時，如(5.22)所示。

負向角刀具在接觸點的速度，表示於 S_h 座標系為：

$$\boldsymbol{\omega}_1 = -\omega_1 \mathbf{k}_h$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(IV)} &= \omega_1 \left[\left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II} \right) \mathbf{i}_h \right. \\ &\quad \left. - \omega_1 (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \mathbf{j}_h \right] \end{aligned} \quad (5.49)$$

將(5.31)式及(5.49)式代入(5-23)式得

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_h^{(1)} &= \omega_1 \left[\left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II} \right) - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h \\ &\quad - \omega_1 (R - HKW - R \cos \theta_{II} + r_1) \mathbf{j}_h \end{aligned}$$

接觸點之相對速度 $\mathbf{V}_h^{(F1)}$ 在 S_h 座標系的方程式為：

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_h^{(F1)} &= \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} \\ &= -\omega_1 \left[(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R/2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II}) - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{j}_h \\ &\quad + \omega_1 (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \mathbf{j}_h\end{aligned}\tag{5.50}$$

根據嚙合方程式 $\mathbf{n}_h^{(IV)} \cdot \mathbf{V}_h^{(F1)} = 0$ ，可表示為：

$$\theta_{II} = \tan^{-1} \{ [(-b_0 + R \cot(45 + \psi_R/2) + HKW \tan \psi_R) - r_1 \phi_1] / (R - HKW) \} \tag{5.51}$$

將(5.51)式、(5.18)式聯立，即可求得齒條刀圓角IV所創成之負向角刀具的方程式。

(5)齒條刀之齒頂 V 創成負向角刀具之方程式

齒條刀之齒頂 V 方程式表示於 S_a 座標系時為(5.11)式，其法線向量在 S_a 座標系之方程式為：

$$\mathbf{N}_a^{(V)} = \frac{\partial \mathbf{r}_a^{(V)}}{\partial \mu} \times \mathbf{k}_a = \mathbf{i}_a \tag{5.52}$$

單位法線向量為：

$$\mathbf{n}_a^{(V)} = \frac{\mathbf{N}_a^{(V)}}{|\mathbf{N}_a^{(V)}|} = \mathbf{i}_a \tag{5.53}$$

齒條刀齒頂 V 上接觸點的速度，表示於 S_h 座標系時，如(5.22)所示。

負向角刀具在接觸點的速度，表示於 S_h 座標系為：

$$\boldsymbol{\omega}_1 = -\omega_1 \mathbf{k}_h$$

$$\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(V)} = \omega_1 \left[(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R/2)} + HKW \tan \psi_R + \mu) \mathbf{i}_h + (\omega_1 HKW) \mathbf{j}_h \right] \quad (5.54)$$

將(5.31)式及(5.54)式代入(5.23)式得

$$\mathbf{V}_h^{(1)} = \omega_1 \left[(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R/2)} + HKW \tan \psi_R + \mu) - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h + \omega_1 (HKW - r_1) \mathbf{j}_h \quad (5.55)$$

接觸點之相對速度 $\mathbf{V}_h^{(F1)}$ 在 S_h 座標系的方程式為：

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_h^{(F1)} = \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} = & -\omega_1 \left[(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R/2)} + HKW \tan \psi_R + \mu) - r_1 \phi_1 \right] \mathbf{i}_h \\ & - (\omega_1 HKW) \mathbf{j}_h \end{aligned} \quad (5.56)$$

根據嚙合方程式 $\mathbf{n}_h^{(V)} \cdot \mathbf{V}_h^{(F1)} = 0$ ，可表示為：

$$\mu = [b_0 - R \cot(45 + \psi_R/2) - HKW \tan \psi_R] + r_1 \phi_1 \quad (5.57)$$

將(5.57)式、(5.19)式聯立，即可求得齒條刀齒頂V所創成之直齒狀刀具的方程式

(6)齒條刀之倒角切刃VI創成負向角刀具之方程式

齒條刀之倒角切刃方程式表示於 S_a 座標系時為(5.13)式，其法線

向量在 S_a 座標系之方程式為：

$$\mathbf{N}_a^{(VI)} = \frac{\partial \mathbf{r}_a^{(VI)}}{\partial \ell^{(VI)}} \times \mathbf{k}_a = \sin \psi_3 \mathbf{i}_a - \cos \psi_3 \mathbf{j}_a \quad (5.58)$$

單位法線向量為：

$$\mathbf{n}_a^{(VI)} = \frac{\mathbf{N}_a^{(VI)}}{|\mathbf{N}_a^{(VI)}|} = \sin \psi_3 \mathbf{i}_a - \cos \psi_3 \mathbf{j}_a \quad (5.59)$$

齒條刀倒角切刃上接觸點的速度，表於 S_h 座標系時，如式(5.22)所示。負向角刀具倒角切刃在接觸點的速度，表示於 S_h 座標系為：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_1 &= -\omega_1 \mathbf{k}_h \\ \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_a^{(VI)} &= \omega_1 [b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L + \ell^{(VI)} \sin \psi_3] \mathbf{i}_h \\ &\quad - \omega_1 (HFW - e + \ell^{(VI)} \cos \psi_3) \mathbf{j}_h \end{aligned} \quad (5.60)$$

將(5.31)式及(5.60)式代入(5.23)式得

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_h^{(1)} &= \omega_1 \{ [b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L + \ell^{(VI)} \sin \psi_3] - r_1 \phi_1 \} \mathbf{i}_h \\ &\quad - \omega_1 (HFW - e + \ell^{(VI)} \cos \psi_3 + r_1) \mathbf{j}_h \end{aligned} \quad (5.61)$$

接觸點相對速度 $\mathbf{V}_h^{(F1)}$ 在 S_h 座標系的方程式為：

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_h^{(F1)} &= \mathbf{V}_h^{(F)} - \mathbf{V}_h^{(1)} \\
&= -\omega_1 \{ [b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L + \ell^{(VI)} \sin \psi_3] - r_1 \phi_1 \} \mathbf{i}_h \\
&\quad + \omega_1 (HFW - e + \ell^{(VI)} \cos \psi_3) \mathbf{j}_h
\end{aligned} \tag{5.62}$$

根據嚙合方程式 $\mathbf{n}_h^{(VI)} \cdot \mathbf{V}_h^{(F1)} = 0$ ，可表示為：

$$\ell^{(VI)} = (e - HFW) \cos \psi_3 - [b_0 + (HFW - e) \tan \psi_L - r_1 \phi_1] \sin \psi_3 \tag{5.63}$$

將(5.63)式、(5.20)式聯立，即可求得負向角刀具的倒角切刃方程式。

範例 5.1：

一負向角刀具，周節 $cp = 2.8 \text{ mm}$ ，刃槽為 12 齒，外徑為 11.391 mm 以及根徑為 7.851 mm ，相關的數據如表 5.1 所示。我們可利用本章所發展之齒條刀與負向角刀具的數學模式，首先設計出齒條刀的外形，據以推導出所創成出的負向角刀具，如此可簡化負向角刀具的設計與製造流程，圖 5.3 所示為本例所設計之齒條刀法向齒形；圖 5.4 所示為本例所設計之齒條刀而製作之滾齒刀實體成品；圖 5.5 為負向角刀具外形與模擬創成之比較，可驗證本章所建立之數學模式；圖 5.6 外徑隨轉位量變化時之轉位負向角刀具的端面齒型；圖 5.7 不同轉位量之負向角刀具局部齒形；而圖 5.8 轉位量 $c = -0.2$ 時負向角刀具實體圖。

表 5.1 負向角刀具與齒條刀數據

轉位負向角刀負參數			齒條刀參數	
周節(cp)	2.8		齒冠高(HKW)	1.422
模數(m)	0.89126		齒根高(HFW)	0.348
齒數(T)	12		齒厚($2b_0$)	1.9
倒角高度(e)	0.3		齒頂圓角半徑(r)	0.15
全齒深 ($HKW + HFW$)	1.77		左切刃壓力角(ψ_L)	48°
直齒刀具長度	30		右切刃壓力角(ψ_R)	3°
節圓半徑	5.348		倒角壓力角(ψ_3)	57°
轉位量(c)	0.2	0.0	-0.2	
外徑(D)	11.791	11.391	10.991	
根徑(d)	8.251	7.851	7.451	單位：mm

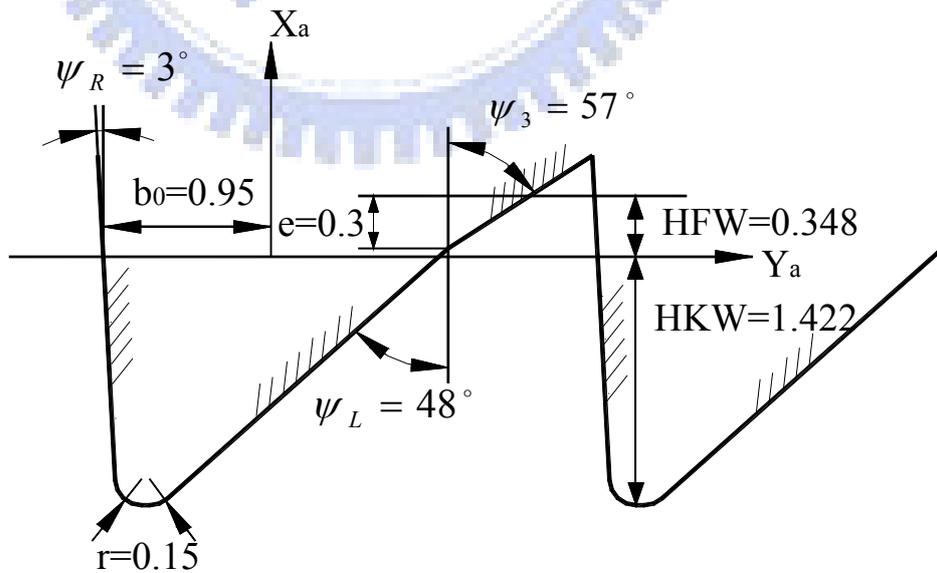


圖 5.3 齒條刀之法向齒形



圖 5.4 滾製負向角刀具之實體滾齒刀

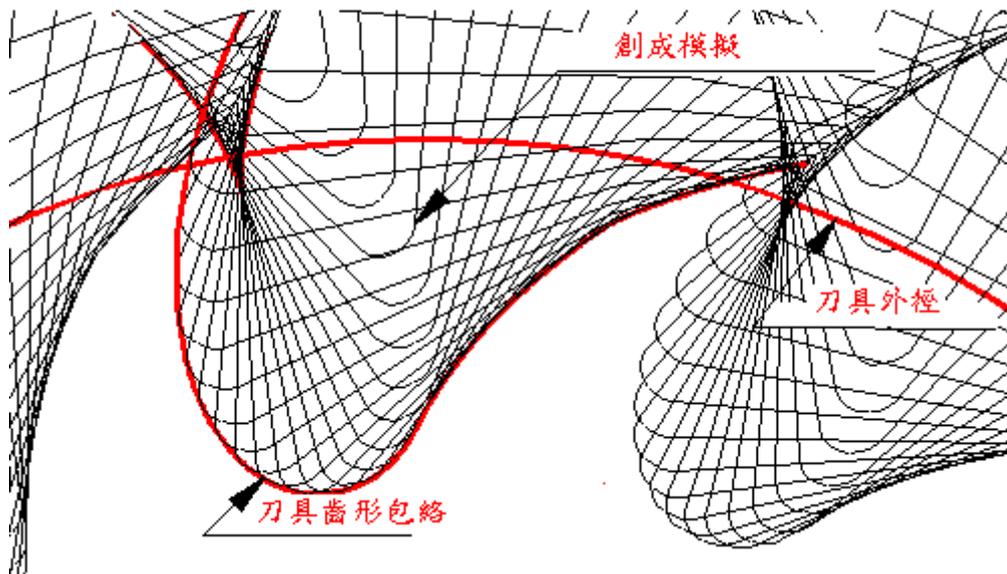


圖 5.5 轉位量 $c=-0.2$ 之滾切模擬齒形

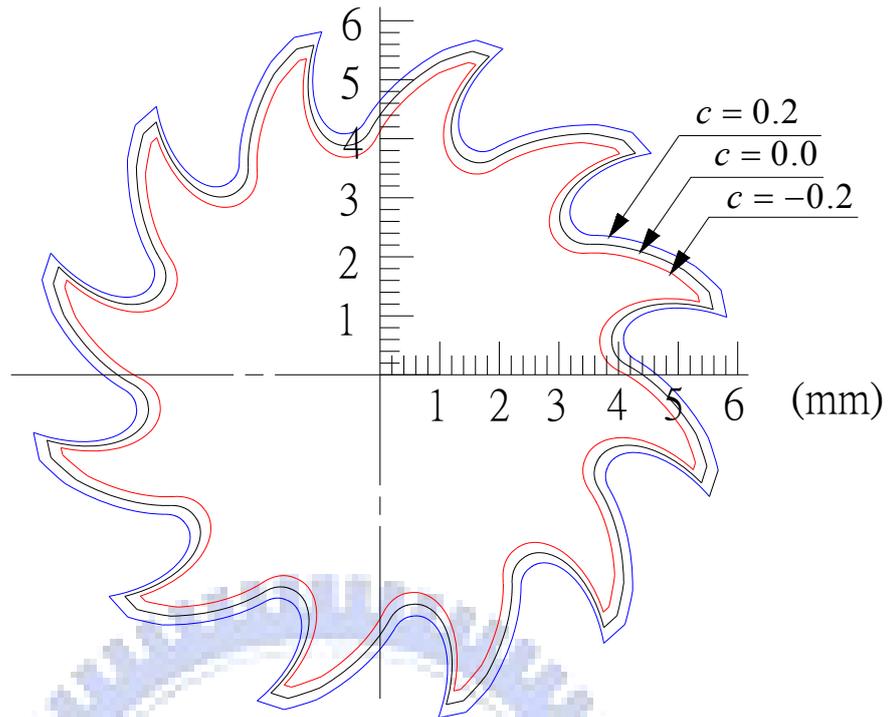


圖 5.6 外徑隨轉位量變化時之負向角刀具的端面齒形

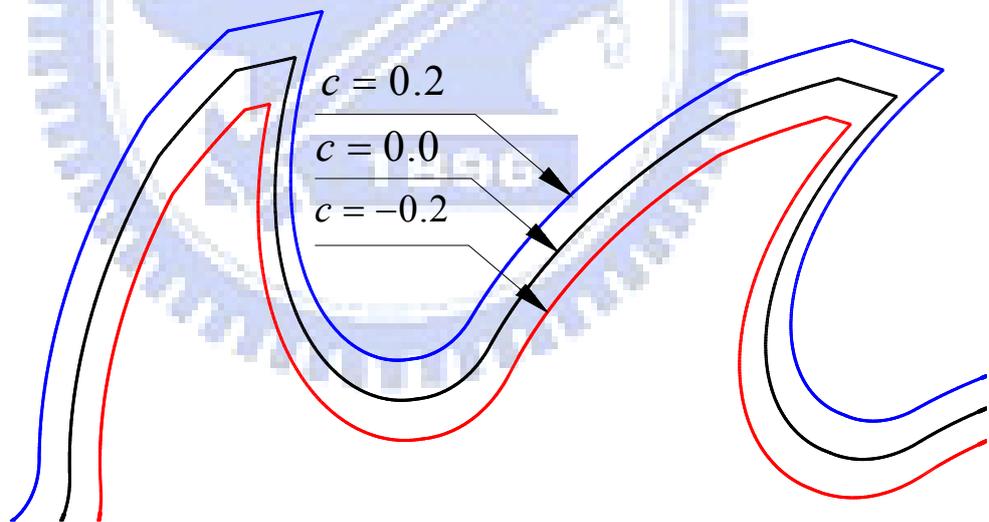


圖 5.7 不同轉位量之負向角刀具局部齒形



圖 5.8 轉位量 $C = -0.2$ 時負向角刀具實體圖

5.5 齒形完全過切分析

本文中的負向角刀具，其主要的切削角度係利用齒條刀的圓角IV部分產生過切而得，若齒條刀參數設計不佳，造成過切不完全，則將產生如圖 5.9 所示之右切刃。由於 \overline{MP} 部分仍為漸開線，銳利之切刃無法形成，降低刀具的切削性能，因此，本節中將討論與推導完全過切之限制條件式，以利於設計齒條刀時，必須符合完全過切的條件。圖 5.9 所示， r_0 為負向角刀具之齒頂圓半徑，由該圖可知，若要符合完全過切，右切刃與過切部分的交點 P，必須要在外徑圓之外，才能滿足完全過切的條件，依此以求得完全過切的條件式。

根據上節所推導之方程式，齒條刀右切刃 II 方程式為：

$$\begin{aligned}
 x_1 = & (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(II)} \cos \psi_R) \cos \phi_1 - \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R\right. \\
 & \left. - R \cos \psi_R - \ell^{(II)} \sin \psi_R\right) \sin \phi_1 + r_1 \phi_1 \sin \phi_1 + (r_1 - c) \cos \phi_1
 \end{aligned}
 \tag{5.64}$$

$$\begin{aligned}
 y_1 = & (R - HKW - R \sin \psi_R + \ell^{(II)} \cos \psi_R) \sin \phi_1 + \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R\right. \\
 & \left. - R \cos \psi_R - \ell^{(II)} \sin \psi_R\right) \cos \phi_1 - r_1 \phi_1 \cos \phi_1 + (r_1 - c) \sin \phi_1
 \end{aligned}
 \tag{5.65}$$

右切刃 II 嚙合方程式為

$$\ell^{(II)} = (-R + HKW + c) \cos \psi_R + [-b_0 + R \cot(45 + \psi_R / 2) + HKW \tan \psi_R - r_1 \phi_1] \sin \psi_R
 \tag{5.66}$$

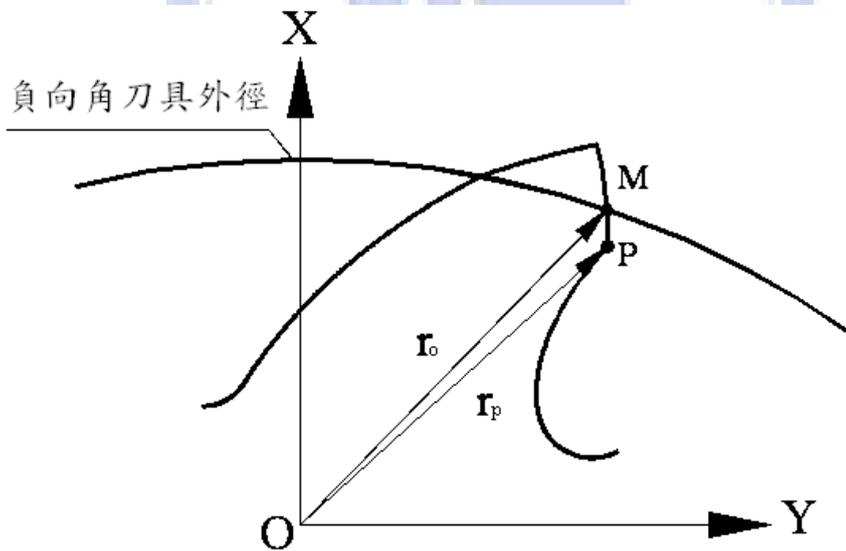


圖 5.9 齒形完全過切之幾何關係圖

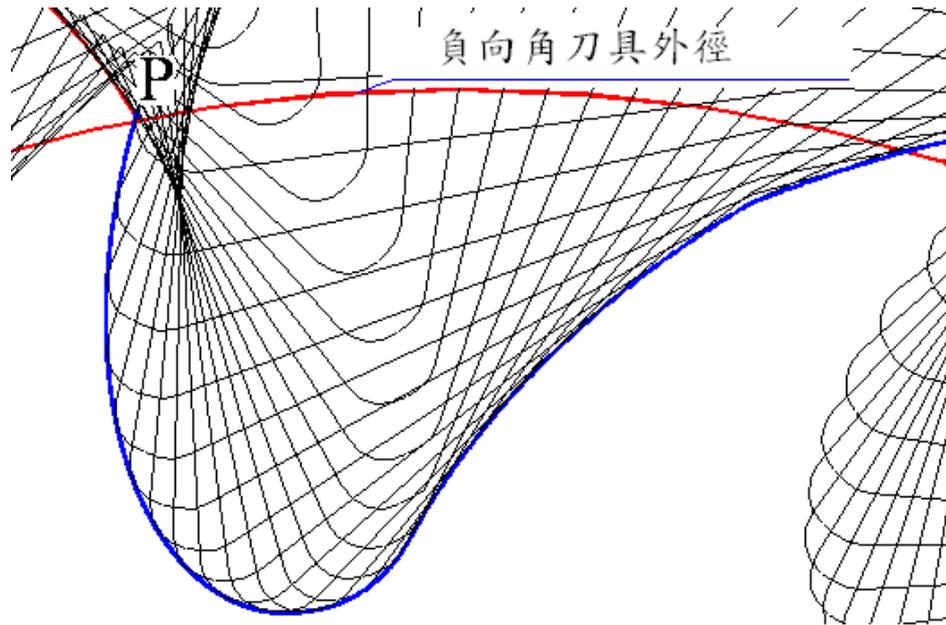


圖 5.10 完全過切之負向角刀具

圓角IV方程式為：

$$x_2 = (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \cos \phi_1 - (-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II}) \sin \phi_1 + r_1 \phi_1 \sin \phi_1 + (r_1 - c) \cos \phi_1 \quad (5.67)$$

$$y_2 = (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \sin \phi_1 + (-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II}) \cos \phi_1 - r_1 \phi_1 \cos \phi_1 + (r_1 - c) \sin \phi_1 \quad (5.68)$$

圓角IV嚙合方程式為：

$$\theta_{II} = \tan^{-1} \{ [-b_0 + R \cot(45 + \psi_R / 2) + HKW \tan \psi_R - r_1 \phi_1] / (R - HKW - c) \} \quad (5.69)$$

由於右切刃與圓角IV切刃交於P點處，故其 X, Y 分量必須要相等，由方程式(5.64)~(5.69)式，即可求出兩條曲線交於P點的座標值。

我們可利用表 5.1 之參數分析，由於齒條刀圓角IV創成右切刃時，可求得交點P，其與座標原點距離為 r_p ，並與負向刀具齒頂圓外徑 r_o 作比較，以此為判別方法，當 $r_p \geq r_o$ 時，即可證明齒形達到完全過切的條件。若P點座標為 (x_p, y_p) ，且 $\sqrt{x_p^2 + y_p^2} = r_p$ ，因此，完全過切條件式為

$$r_p \geq r_o \quad (5.70)$$

範例 5.2

當轉位量 $c=0.0$ 時，可求得 $r_p=5.725$ ，由於 $r_o=5.696$ ，符合(5.70)式之限制條件，故可知齒形為完全過切。由圖 5.10 可以看出其右切刃與齒條刀圓角IV之交點，超過齒頂圓外徑，故驗證完全過切之條件。

5.6 負向角刀具切削角之分析

刀具的切削角度與切削的狀況有著密切的關係，負向角刀具以過切方式形成其切削角，合適的切削角角度依工件材質而有所不同，以高速鋼材質的刀具為例，徑向後斜角(Radial Rake Angle)角度依不同加工材料，所取的後斜角均不同，角度越大則刀具越銳利，軟質材料加工時取較大的值，材質硬度高時取較小的值，甚至為負值。至於前間隙角(Relief Angle)在於切削加工時可避免工件表面與刀具摩擦，角度的設計也以加工材質的硬度有關，角度增大時可降低摩擦的發生，刀具銳利度提高，但刀具強度會降低，刃口相對較容易磨耗，造成加工品質的劣化；而餘隙角(Clearance Angle)位於刀頂，間隙角之後，其的目的在於提高切削的作用，並且有利於排屑。本節將針對負向角刀具的切削角進行分析，以了解其相關的切削特性，三個主要切削角，如圖

5.11 所示，A 點為齒條刀圓角IV與負向角刀具齒頂圓的交點；B 點為齒條刀倒角切刃與負向角刀具齒頂圓的交點；E 點為齒條刀左側切刃與倒角切刃的交點； T_A 為在固連於刀具之 S_1 座標系上 A 點的位置向量； T'_A 為圓角IV創成路徑上 A 點的切線向量； T_B 為齒頂圓角在 B 點上之切線向量； T'_B 為倒角切刃在 B 點上之切線向量； T_E 為在倒角切刃上 E 點的切線向量； γ_A 為徑向後斜角，為 T_A 與 T'_A 所夾之切削角角度； γ_B 為間隙角，是 T_B 與 T'_B 所夾之切削角角度； γ_E 為餘隙角，是 T_B 與 T_E 所夾之切削角。

(1) 徑向後斜角(Radial Rake Angle) γ_A 之分析

由圖 5.11 可知，A 點為負向角刀具齒根過切曲線與齒頂圓切刃的交點，負向角刀具外徑為 $2(r_1 + HFW)$ ， r_1 為負向角刀具之節圓半徑， HFW 為負向角刀具的齒冠高，負向角刀具的座標原點位於刀具圓心，因此，負向角刀具的 A 點滿足。

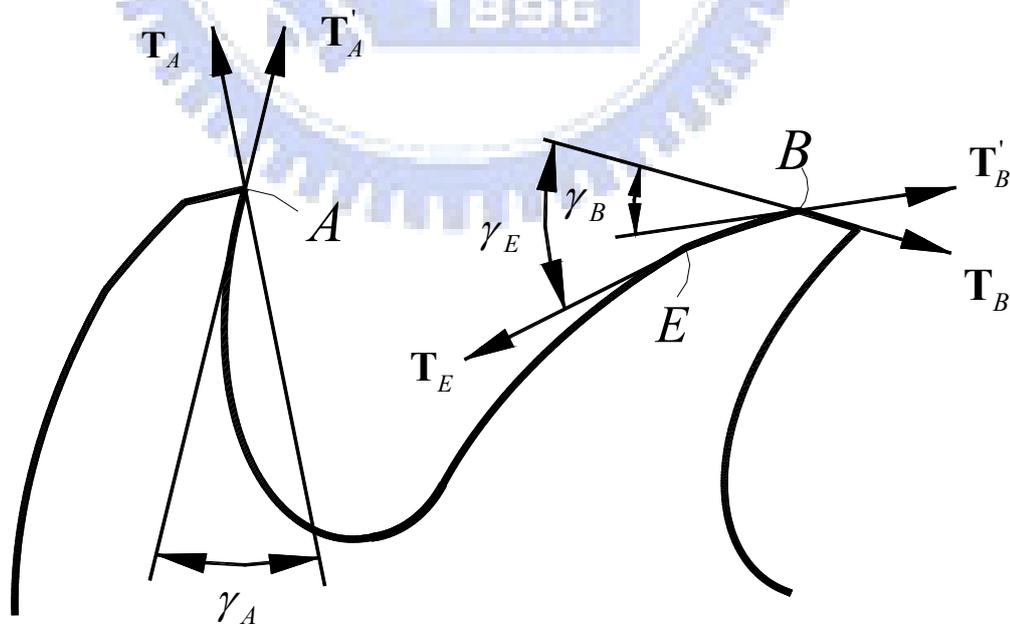


圖 5.11 負向角刀具之切削角度

$$\sqrt{x_A^2 + y_A^2} = r_1 + HFW \quad (5.71)$$

其中 (x_A, y_A) 為 A 點座標，由於負向角刀具之齒根圓角 IV 切刃方程式為：

$$\begin{aligned} x_A = & (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \cos \phi_1 - \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II}\right) \sin \phi_1 \\ & + r_1 \phi_1 \sin \phi_1 + (r_1 - c) \cos \phi_1 \end{aligned} \quad (5.72)$$

$$\begin{aligned} y_A = & (R - HKW - R \cos \theta_{II}) \sin \phi_1 + \left(-b_0 + \frac{R}{\tan(45 + \psi_R / 2)} + HKW \tan \psi_R - R \sin \theta_{II}\right) \cos \phi_1 \\ & - r_1 \phi_1 \cos \phi_1 + (r_1 - c) \sin \phi_1 \end{aligned} \quad (5.73)$$

嚙合方程式為：

$$\theta_{II} = \tan^{-1} \left\{ \left[-b_0 + R \cot(45 + \psi_R / 2) + HKW \tan \psi_R - r_1 \phi_1 \right] / (R - HKW - c) \right\} \quad (5.74)$$

將方程式(5.72)~(5.74)代入(5.71)式，可以求出 ϕ_1 值，並據以求得 A 點座標 (x_A, y_A) ， \mathbf{T}_A 即可求出；由於 $\mathbf{T}'_A = \frac{\partial r}{\partial \theta_{II}}$ 為圓角 IV 在 A 點之切線向量，將 A 點處的 ϕ_1 代入，即可以求出向量 \mathbf{T}'_A ，已知兩向量後，利用向量內積即可求出徑向後斜角 γ_A 。

(2) 前間隙角(Relief Angle) γ_B 之分析

根據漸開線原理，漸開線由基圓展開，圖 5.12 可知右刀漸開線上 B 點的法線將切於基圓，因此 \overrightarrow{OG} 的方向即為漸開線上 B 點的切線方向 \mathbf{T}'_B ，基圓半徑 \overrightarrow{OG} 與 B 點位置向量 \mathbf{r}_B 所夾的角度 ψ_B ，即為點 B 之壓力角。漸開線壓力角與基圓間的關係式為。

$$r_B \cos \psi_B = r_b \quad (5.75)$$

齒頂漸開線 B 點之切線 T'_B 與切於基圓之線段 \overline{BG} 互相垂直，

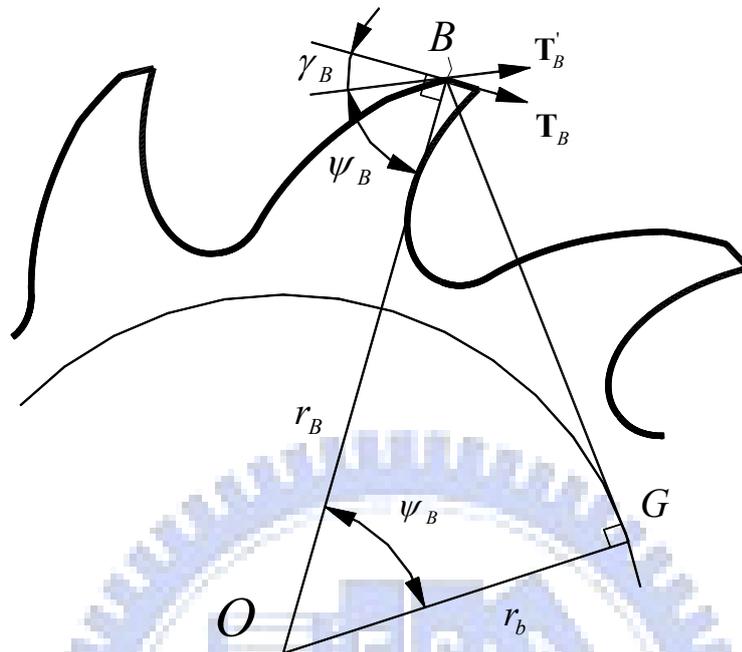


圖 5.12 B 點之間隙角示意圖

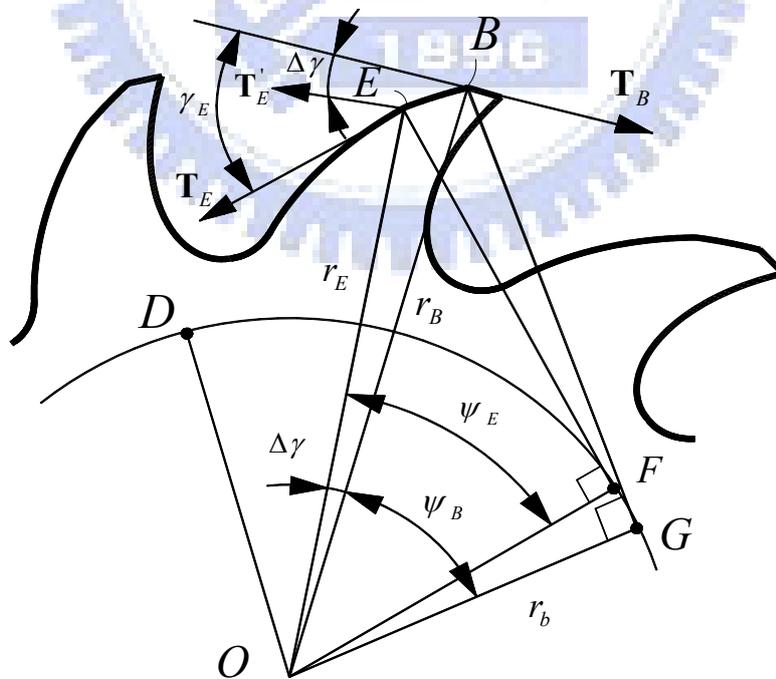


圖 5.13 E 點之餘隙角示意圖

齒頂圓角點上的切線向量 \mathbf{T}_B 也與 \overline{OB} 之向量 \mathbf{r}_B 垂直，因此

$$\gamma_B = \frac{\pi}{2} - \psi_B \quad (5.76)$$

(3) 餘隙角(Clearance Angle) γ_E 之分析

由圖 5.13 可知， \mathbf{T}_E 為漸開線 E 點上的切線，E 點的法線 \overline{EF} 切於基圓， \overline{OF} 與直線 \mathbf{r}_E 所夾的角度 ψ_E ，為 E 點的壓力角。 r_b 為基圓半徑，則

$$r_E \cos \psi_E = r_b \quad (5.77)$$

B 點與 E 點為同一漸開線上之兩點，若兩者之位置向量角度差為 $\Delta\gamma$ ，如圖 5.13 所示，漸開線 E 點之切線 \mathbf{T}_E 與切於基圓之 \overline{EF} 互相垂直，若定義一通過 E 點的向量 \mathbf{T}'_E 與過基圓中心至 E 點之向量 \mathbf{r}_E 垂直，根據圖 5.13 所示之幾何關係：

$$\gamma_E - \Delta\gamma + \psi_E = \frac{\pi}{2}$$

所以

$$\gamma_E = \frac{\pi}{2} + \Delta\gamma - \psi_E \quad (5.78)$$

$\Delta\gamma$ 角分析：

假設圖 5.13 中之 D 點為此漸開線 \overline{BE} 段之基圓展開起始點，即 $\overline{OB} = r_b$ 、 $\overline{OE} = r_E$ 、 $\overline{OF} = \overline{OG} = r_b$ ，根據漸開線的原理可知，圓弧 DG 和直線 BG 兩者長度相等，圓弧 DF 和直線 EF 兩者長度相等，除了可計算漸開線長度，亦可求得相互的角度關係，因此

$$\angle DOG = \frac{\text{arc}DG}{OG} = \frac{BG}{OG}$$

$$\tan \psi_B = \frac{BG}{OG}$$

$$\angle DOG = \tan \psi_B$$

$$\angle DOF = \frac{\text{arc}DF}{OF} = \frac{EF}{OF}$$

$$\tan \psi_E = \frac{EF}{OF}$$

$$\angle DOF = \tan \psi_E \quad (5.79)$$

由圖 5.13 可知

$$\angle DOB = \angle DOG - \psi_B \quad (5.80)$$

$$= \tan \psi_B - \psi_B$$

$$\angle DOE = \angle DOF - \psi_E \quad (5.81)$$

$$= \tan \psi_E - \psi_E$$

又因 $\Delta\gamma = \angle EOB$ ，所以

$$\Delta\gamma = \angle EOB$$

$$= \angle DOB - \angle DOE \quad (5.82)$$

$$= (\tan \psi_B - \psi_B) - (\tan \psi_E - \psi_E)$$

$$= \text{inv} \psi_B - \text{inv} \psi_E$$

其中

$$\psi_B = \cos^{-1} \frac{r_b}{r_B} \quad (5.83)$$

$$\psi_E = \cos^{-1} \frac{r_b}{r_E}$$

(4) 改變轉位量對切削角之影響

由以上之分析，我們藉由表 5.1 的參數，計算刀具外徑隨著轉位係數改變時，負向角刀具之徑向後斜角、前間隙角、餘隙角等，列於圖 5.14 所示，觀察轉位量改變時刀具各角度的變化情形，其值列於表 5.2。另外外徑固定而轉位量改變時，觀察刀具各角度的變化情形，如圖 5.15 所示，其值列於表 5.3。

(5) 刀刃齒頂寬度分析

刀刃的齒頂寬度可由點 A 與點 B 的座標求得，由圖 5.16 所示。A 點的座標值已由上一節中求出，故僅需再求出 B 點座標值。如果求得 B 點與 X 軸之夾角 η ，則 B 點的 x 座標為 $B_x = r_b \cos \eta$ ，y 座標為 $B_y = r_b \sin \eta$ ，由圖 5.16 所示，夾角 η 的幾何關係可表為下式：

$$\eta = \angle KOJ + \angle JOB \quad (5.84)$$

而

$$\angle JOB = \text{inv} \psi_B - \text{inv} \psi_J \quad (5.85)$$

表 5.2 外徑隨不同轉位量之切削角度變化情形

轉位量 C (mm)	徑向後斜角(度)	前間隙角(度)	餘隙角(度)
-0.2	24.81°	32.00°	39.04°
-0.15	25.31°	31.68°	38.69°
-0.1	25.82°	31.36°	38.35°
-0.05	26.34°	31.05°	38.02°
0	26.83°	30.72°	37.67°
0.05	27.35°	30.46°	37.37°
0.1	27.86°	30.17°	37.06°
0.15	28.39°	29.88°	36.74°
0.2	28.91°	29.60°	36.45°

由於齒條刀的節線與被齒輪節圓相切，且為純滾動，因此節線上移動的距離等於對應於節圓上所對應的弧長，由圖 5.17 所示， e 為倒角高度， u 為節線至倒角起點的高度為 $HFW - e$ ，故可求出倒角切刃的延伸線與節線的交點至 X 軸的距離 l ，其距離等於被創成工件節圓上的

表 5.3 外徑固定而不同轉位量之切削角度變化

轉位量 C (mm)	徑向後斜角(度)	前間隙角(度)	餘隙角(度)
-0.1	27.42°	30.72°	40.01°
-0.08	27.30°	30.72°	39.54°
-0.06	27.18°	30.72°	39.07°
-0.04	27.06°	30.72°	38.60°
-0.02	26.96°	30.72°	38.13°
0	26.83°	30.72°	37.67°
0.02	26.72°	30.72°	37.20°
0.04	26.61°	30.72°	36.73°
0.06	26.50°	30.72°	36.26°
0.08	26.37°	30.72°	35.80°
0.1	26.26°	30.72°	35.33°

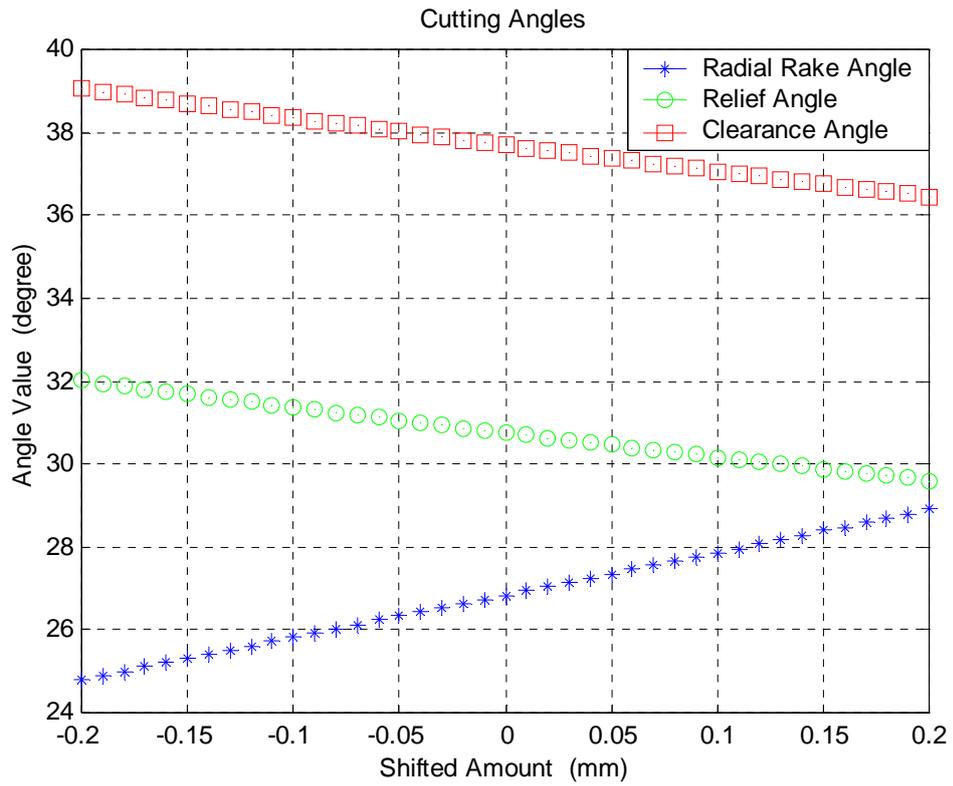


圖 5.14 外徑隨不同轉位量改變時切削角之變化情形

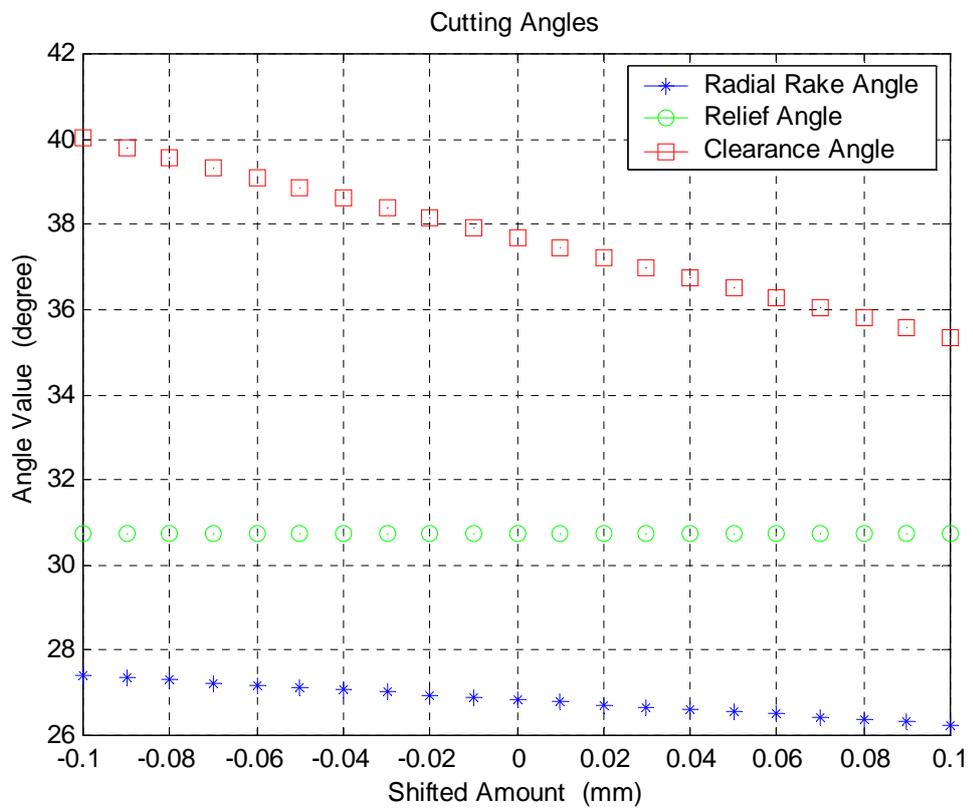


圖 5.15 外徑固定與不同轉位量改變時切削角之變化情形

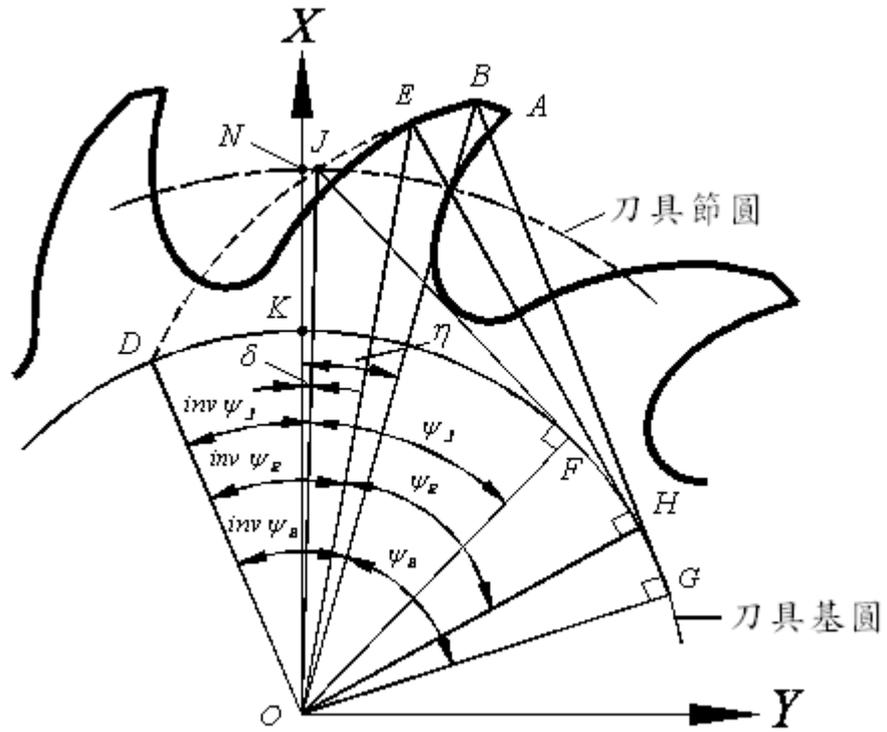


圖 5.16 漸開線上各點壓力角與座標系之關係

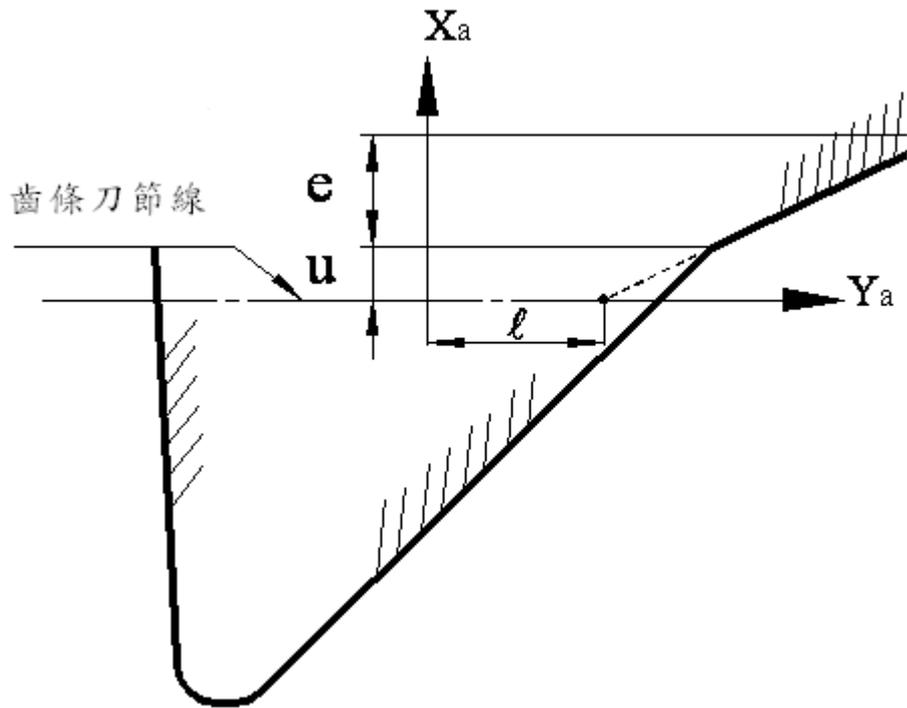


圖 5.17 節圓處之刀具創成示意圖

弧長 $arcJN$ ，因此，可求出 $\angle JON$ 之角度值 δ 。

$$\delta = \frac{\ell}{r_1}$$

r_1 為負向角刀具之節圓半徑，因此

$$\eta = inv\psi_B - inv\psi_J + \delta \quad (5.86)$$

結合 A 點座標值以求出 $\angle BOA$ 後，即可求得刀具之齒頂寬度。

利用表 5.1 的參數，代入本節所推導出的方程式，可求得 B 點的座標值，再結合前一節所得的 A 點座標值，即可計算出外徑固定與轉位量變化及外徑隨轉位量變化時的齒頂寬度，如圖 5.18、5.19 所示，齒頂寬度值則如表 5.4、5.5 所示。

5.7 結果與討論

本文所探討之負向角刀具數學模式及研究之後，可將本章之研究歸納出下列幾項結論：

- (1) 本文利用創新製程結合齒根過切理論，設計特殊齒條刀，以滾製方法，可在一次滾製過程中，切製出刀具外形及所有切削角，以代替由複雜的銑削、粗磨、精磨等繁瑣加工過程傳統製程方式。
- (2) 利用座標轉換、齒輪嚙合原理與微分幾何，建立負向角刀具之數學模式，包括徑向後斜角、前間隙角與餘隙角等之方程式推導；並計算刀具外徑與轉位量之相互關係以影響各切削角度及齒頂寬度的變化情形，可供刀具設計與使用者之參考。
- (3) 藉由建立此完全過切的技術，可應用於其他類似的刀具的發展，如更複雜的梳棉鉤紗刀與螺旋鋸片滾刀之開發。

表 5.4 外徑固定而轉位量變化時之齒頂寬度

轉位量 C (mm)	刀具外徑 (mm)	齒頂寬度 (mm)
-0.1	11.392	0.099
-0.08	11.392	0.139
-0.06	11.392	0.179
-0.04	11.392	0.216
-0.02	11.392	0.259
0	11.392	0.298
0.02	11.392	0.338
0.04	11.392	0.378
0.06	11.392	0.418
0.08	11.392	0.457
0.1	11.392	0.496

表 5.5 外徑隨轉位量變化時之齒頂寬度

轉位量 C (mm)	刀具外徑 (mm)	齒頂寬度 (mm)
-0.2	10.992	0.125
-0.15	11.092	0.168
-0.1	11.192	0.212
-0.05	11.292	0.255
0	11.392	0.298
0.05	11.492	0.342
0.1	11.592	0.385
0.15	11.692	0.429
0.2	11.792	0.472

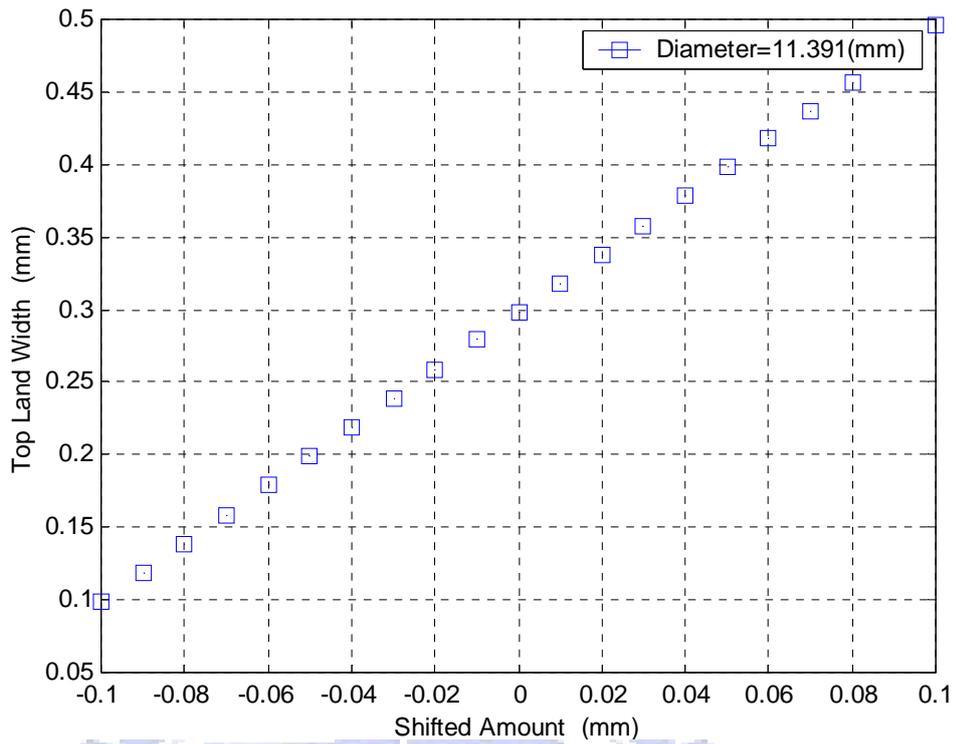


圖 5.18 外徑固定與改變轉位係數齒頂寬度之變化情形

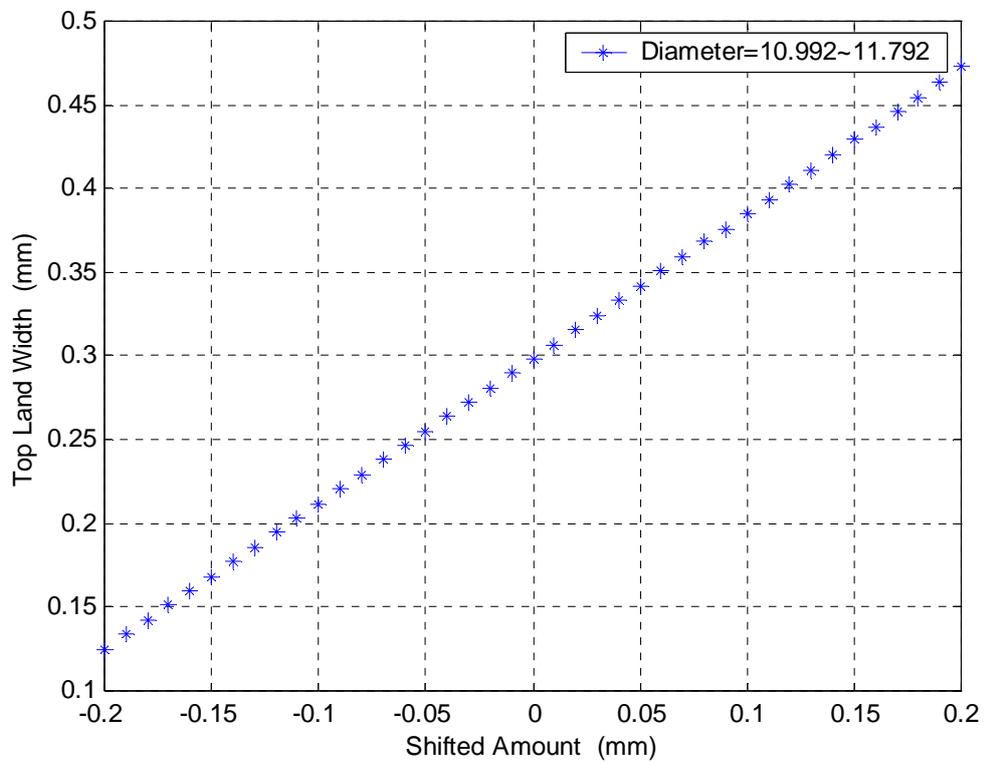


圖 5.19 外徑隨著轉位係數改變齒頂寬度之變化情形

第6章 滾齒刀容屑槽製造之研究

6.1 前言

在滾齒加工中，切削工件時會產生大量的切屑，為了讓切屑迅速的離開刀具，並使冷卻液將切削過程中的熱量帶走，容屑槽扮演了相當重要的角色。容屑槽有助於冷卻液在切削的過程中，有足夠的間隙可充分澆注於切削區域，沖走大塊及碎小粉末狀切屑，並冷卻刀刃尖部，達到降低切削區溫度的目的，以利於延長刀具的壽命。

此章將說明滾齒刀製程中，容屑槽以滾齒製造之新式製程。藉座標轉換與嚙合原理，推導齒條刀齒形，以滾製的方式，創成出容屑槽，最終目標可取代成型銑製加工之效率差及螺旋槽(Spiral Gashes) 加工易干涉等缺點之傳統製程。

然而滾齒加工仍有其缺點，也就是包絡(創成)次數如不足將反應在齒形方向之形狀失真，由於滾切動作為不連續切削，造成在齒形方向與齒寬方向產生波浪狀切削痕跡，在加工齒輪齒面上形成一個類似魚鱗的切削紋路，將使得容屑槽因不平滑的曲面無法順暢排屑。解決之法，可增加滾刀容屑槽的數目，改善齒面的切削痕跡[28]。

6.2 容槽數學模式

容削槽軸向截面，如圖 6.1 所示，滾刀的容削槽是由前刃面 AB 和齒背面 EF 以及槽底圓弧 BE 所構成，設定槽深 h 、圓角 r_c 與槽形角 γ ，計算 A、B、C、D、E、G、H 點，由此可推導容削槽螺線數學式如下：

$$R_0^{AB} = [x_A \quad y_A - \mu_1 \quad 0 \quad 1], \quad 0 \leq \mu_1 \leq h - r_c \quad (6.1)$$

$$R_0^{BE} = [x_C - r_c \cos \psi \quad y_C - r_c \sin \psi \quad 0 \quad 1], \quad 0 \leq \psi \leq \pi - \gamma \quad (6.2)$$

$$R_0^{EF} = [x_E + \mu_2 \sin \gamma \quad y_E + \mu_2 \cos \gamma \quad 0 \quad 1], \quad 0 \leq \mu_2 \leq \mu_{2\max} \quad (6.3)$$

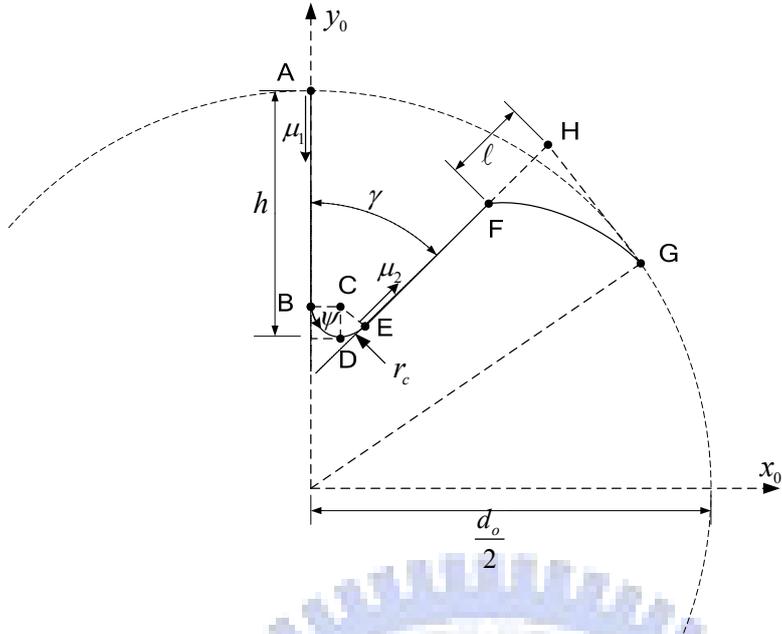


圖 6.1 容削槽之軸向截面

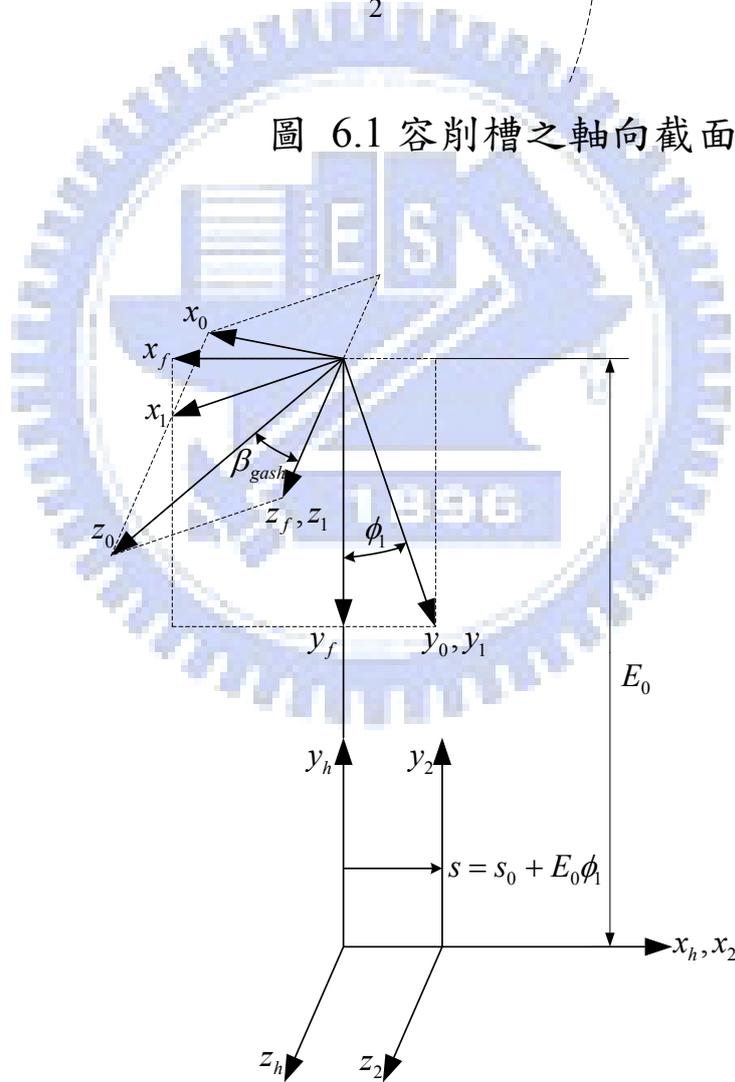


圖 6.2 容屑槽與齒條刀之座標系統

其中 $\mu_{2\max}$ 為 R_{EF} 於 F 點的 μ_2 值，必須先求得 R_{EF} 於 H 點的 μ_2 值，再減去鏟背量可得 $\mu_{2\max}$ 。圖 6.2 所示，容屑槽與齒條刀具之座標關係；其中 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ 表示滾刀軸向面之座標系，而座標系 $S_0(x_0, y_0, z_0)$ 定義滾刀容屑槽法向座標軸，與 S_1 座標系兩者相差一螺旋角 β_{gash} ，若為直溝容屑槽時，兩座標系則合而為一； $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 為容屑槽上之固定座標系； $S_2(x_2, y_2, z_2)$ 齒條刀具之座標系， E_0 為滾齒中心距， $S_h(x_h, y_h, z_h)$ 則為固連於刀具軸上之固定座標系， ϕ_1 旋轉定義逆時針為正，刀具平移運動，滾刀容屑槽旋轉，完成創成運動。

由容屑槽座標系 S_0 轉換至齒條刀座標系 S_2 ，如下所示：

$$M_{10} = \begin{bmatrix} \cos \beta_{gash} & 0 & \sin \beta_{gash} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta_{gash} & 0 & \cos \beta_{gash} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{f1} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 & 0 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{hf} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & E_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{2h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -s \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{20} = M_{2h} M_{hf} M_{f1} M_{10} \quad (6.4)$$

由座標轉換我們可得到 R_2 齒條刀之數學式

$$R_2 = [x_2 \quad y_2 \quad z_2 \quad 1]^T = M_{20} R_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

嚙合方程式 $n_2 \cdot v_2^{(12)} = 0$

$$\rho_2 = [x_2 \quad y_2 \quad z_2]^T = L_{20}\rho_0 + [a_{14} \quad a_{24} \quad a_{34}]^T \quad (6.6)$$

其中

$$L_{20} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad \rho_0 = [x_0 \quad y_0 \quad z_0]^T \quad (6.7)$$

位移對時間微分，可得相對速度

$$\dot{\rho}_2 = v_2^{(12)} = (\dot{L}_{20}\rho_0 + [\dot{a}_{14} \quad \dot{a}_{24} \quad \dot{a}_{34}]^T)\dot{\phi}_1 \quad (6.8)$$

曲面法向量表示如下：

$$n_2^{AB} = \frac{\partial R_2^{AB}}{\partial \mu_1} \times \frac{\partial R_2^{AB}}{\partial \phi_1}, \quad n_2^{BE} = \frac{\partial R_2^{BE}}{\partial \psi} \times \frac{\partial R_2^{BE}}{\partial \phi_1}, \quad n_2^{EH} = \frac{\partial R_2^{EH}}{\partial \mu_2} \times \frac{\partial R_2^{EH}}{\partial \phi_1} \quad (6.9)$$

即可得創成齒條刀之外形。

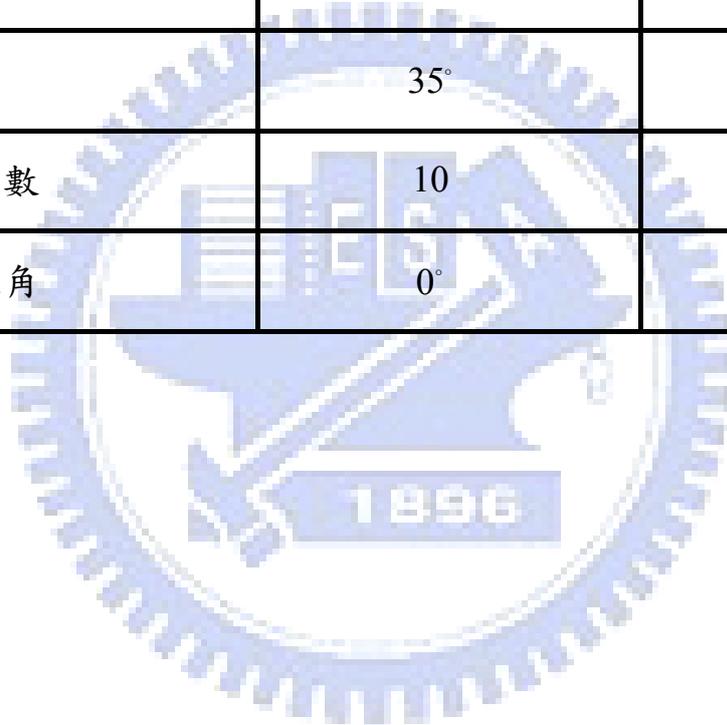
範例 6.1

根據上述推導的數學模式，推導齒條刀齒形，並製造齒條滾刀，實際以滾製方式製造滾齒刀的容屑槽，規格如表 6.1 所示，兩件目標滾齒刀，差異僅一為直槽容屑槽，另一為螺旋容屑槽，滾刀容屑槽尺寸 3R x 35° x 10(槽) x 10.05(深)，其軸向截面如圖 6.3 所示。

圖 6.4 與 6.5 所示，為推導而得之特殊齒條刀的法向齒形與設計之齒條齒形，並創成模擬容屑槽的齒形，如圖 6.6 所示。實際製作此特殊齒形的滾齒刀，如圖 6.7，並以此加工表 6.1 所列兩種容屑槽，如圖 6.8 所示。

表 6.1 兩件滾齒刀之數據表

	工件 1	工件 2
模數	1.25 mm	1.25 mm
壓力角	20°	20°
外徑	Ø72	Ø72
槽底圓角半徑 R	3.0	3.0
槽形角	35°	35°
容屑槽數	10	10
槽導程角	0°	10°



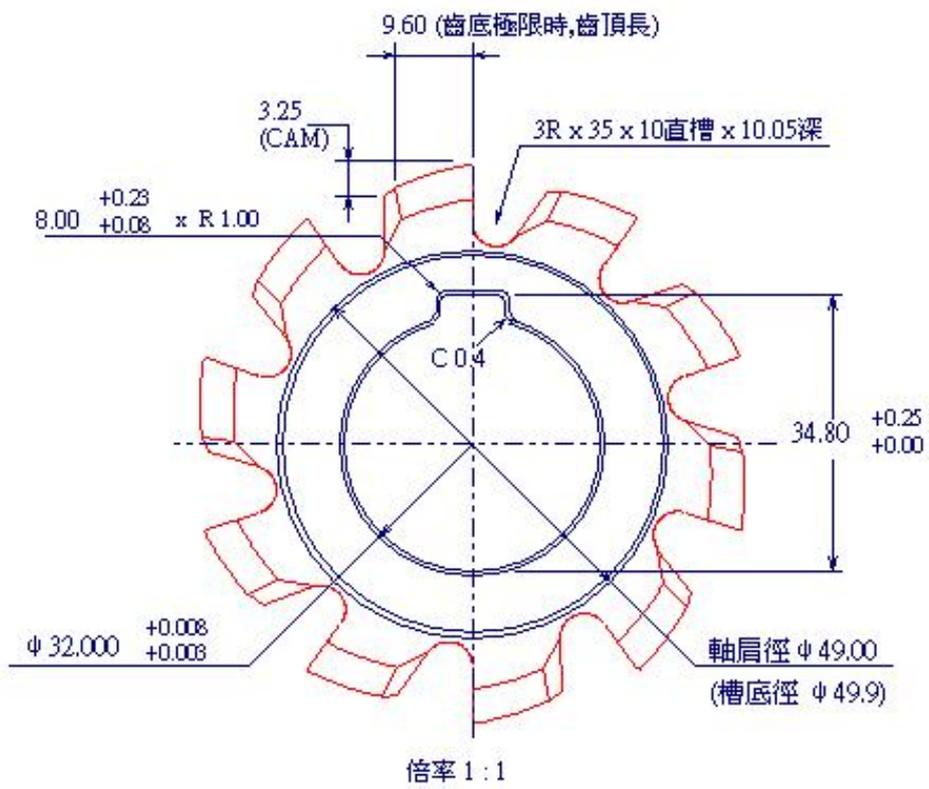


圖 6.3 滾齒刀端面圖

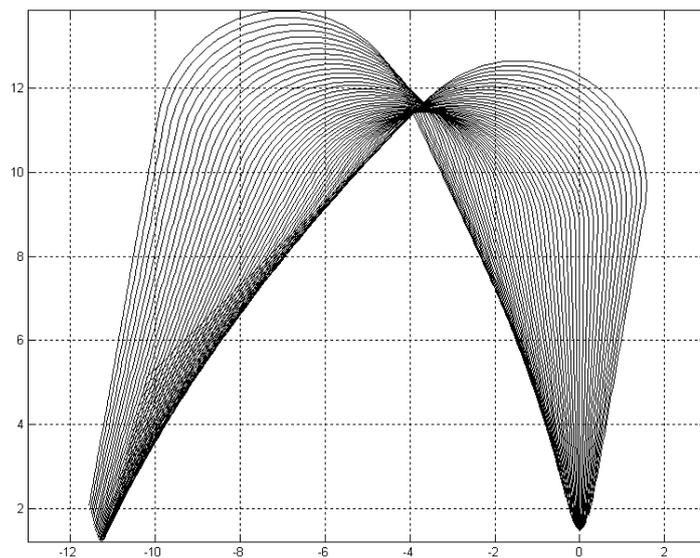


圖 6.4 齒條刀法向齒形推導

有效齒深 = 9.968
全齒深 = 11.368
齒冠高 = 5.126
齒厚 = 7.054



圖 6.5 特殊齒條刀之法向齒形

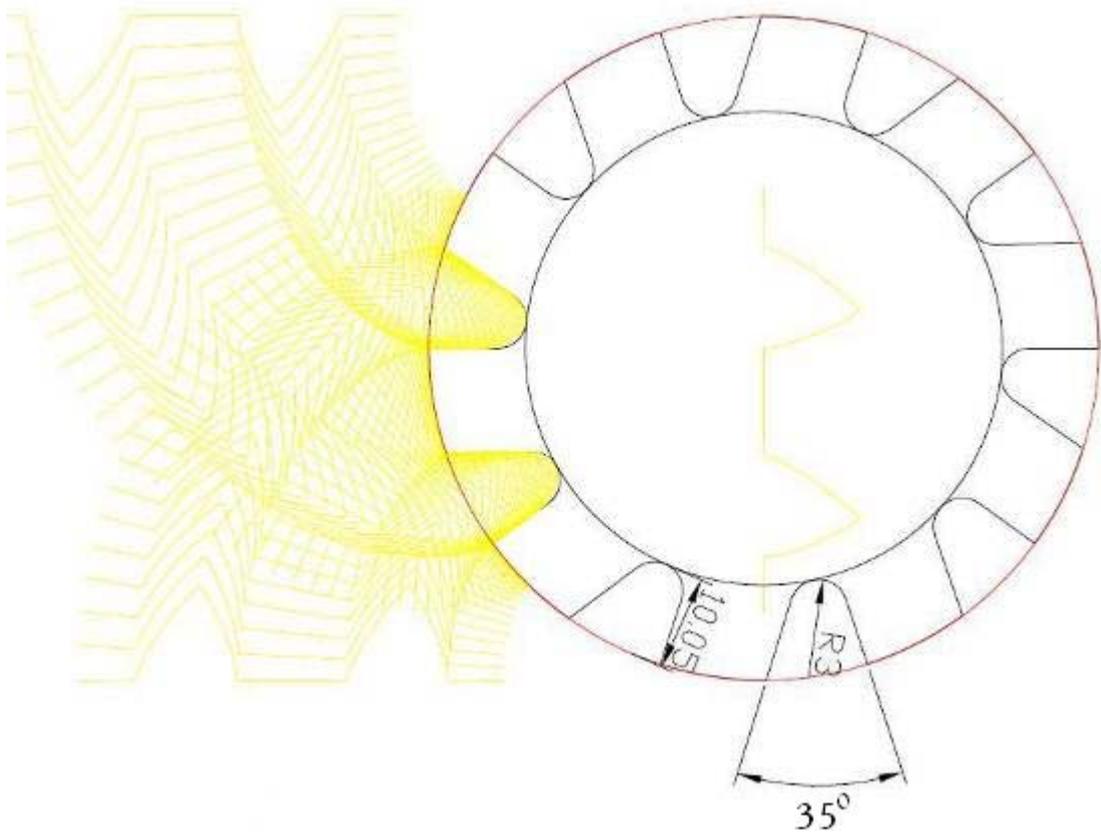


圖 6.6 容屑槽之創成模擬

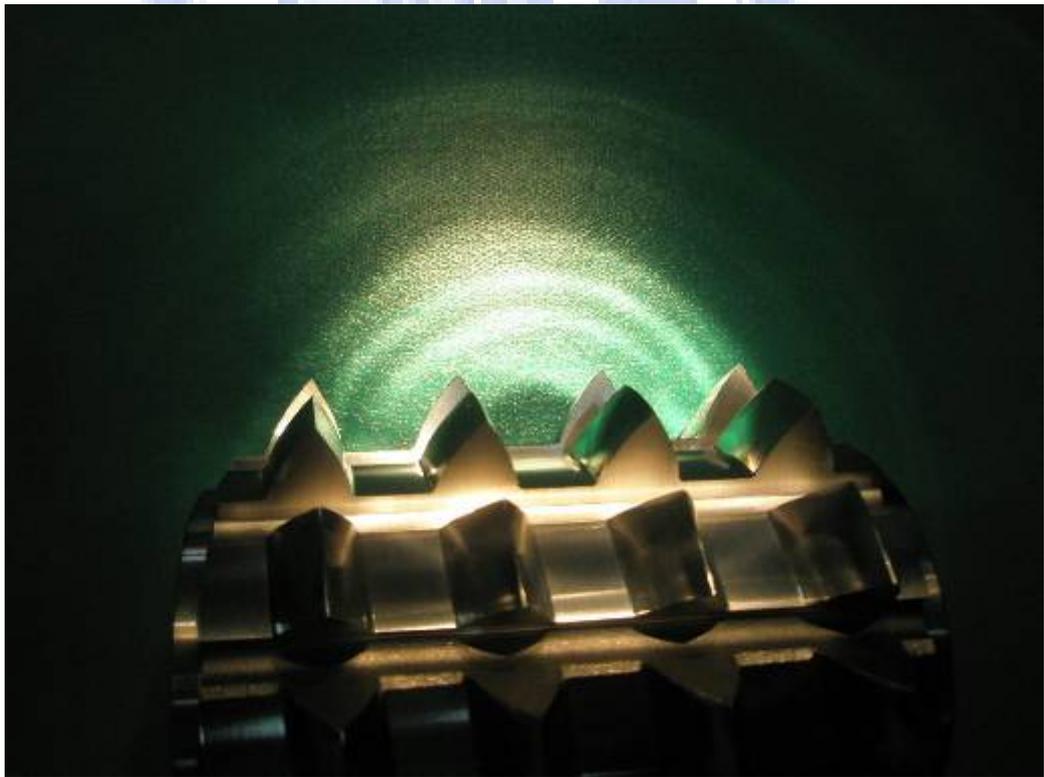


圖 6.7 滾製容屑槽滾刀之實體圖



(A)



(B)

圖 6.8 直溝槽(A)與螺旋(B)容屑槽滾製加工

6.3 與傳統銑製容屑槽之優劣比較

1. 大幅降低加工時間

以本章範例 6.1 的數據，銑製法與滾製法的加工時間比較，銑製直刃容屑槽的加工時間需三小時，螺旋刃容屑槽則更需五個小時，但採用滾製法製程時，兩種形式的容屑槽於一個半小時內均可完成，加工的效率可大幅提昇。

2. 避免銑製螺旋槽時所產生 ZK 型蝸桿模式之齒形誤差

銑製容屑槽採用成型側銑刀，若為螺旋容屑槽，形式上如同銑製 ZK 型蝸桿，銑刀的外徑改變將影響加工品質，過大的外徑容易切除齒形的上下兩端，造成齒形的誤差，但滾製法以創成方式加工，滾刀的外徑不會造成上下兩端的過切。

3. 適用於大量生產

容屑槽的規格並不複雜，與所對應的模數有關，若建立滾刀資料庫，提升共用性，且滾製效率高，刀具重磨快速，適合於大量生產。

4. 降低生產成本

雖然製作一把滾齒刀似乎成本較高，但從整體考量而言，成型側銑刀片的訂製，磨損重磨，加工效率低以至偶有刀具爆裂傷及工件的狀況，其成本反而高於滾製法製程，而且將滾刀的規格設定在資料庫，可提高刀具的共用性，則其成本可再降低。

5. 加工面切痕較不易控制

滾齒加工的缺點，包絡(創成)次數如不足將反應在齒形方向之形狀失真，由於滾切動作為不連續切削，造成在齒形方向與齒寬方向產生波浪狀切削痕跡，在加工齒輪齒面上形成一個類似魚鱗的切削紋路，將使得容屑槽因不平滑的曲面無法順暢排屑，是滾製法

的缺點。根據研究[28]，滾齒刀的容屑槽數的增加，可改善齒面滾切品質。

6.4 結果與討論

容屑槽加工也是滾齒刀製造程序中，重要的製程，若能有較新穎的製程開發，對於滾刀加工效率提昇，更能增加刀具的競爭力。針對本章的研究，可歸納以下幾項結論：

- (1) 建立滾製容屑槽與特殊齒條刀齒形的數學模式。
- (2) 製作特殊齒形滾刀，滾製容屑槽，並驗證滾製法製程的可行性，並於上一節與傳統製程之優劣比較分析中，證明確實可行的製程，並依此創新製造，取得發明專利。
- (3) 銑製之容屑槽，除了加工時間長之外，因銑刀直徑的改變會產生 ZK 型蝸桿之誤差效應，而滾製加工法，則不會產生此誤差效應。
- (4) 此新製程並非沒有缺點，如上一節優劣比較分析中，若創成加工時齒面的包絡不足時，將造成齒面波浪狀的切削痕，影響齒面的品質，因應之道，根據最近的研究[28]，滾齒刀容屑槽數的增加，由數學推導與實際驗證，均證明可改善滾切齒面的品質。

第7章 結論與未來展望

7.1 結論

本論文中無論針對刮齒刀讓槽、完全過切之負向角刀具以及滾刀容屑槽，吾人均根據刀具之製造方式與齒輪相關原理，推導出特殊齒條刀齒形，以滾製之創新製程，解決傳統製程之盲點，期望不論刀具之質與量，均能大幅提昇，以增加刀具之國際競爭力。由第4章之研究可知，利用本論文推導之數學模式與強度及最佳化設計以及實際製造之驗證，滾製刮齒刀讓槽之創新製程，具有下列之優點：(一)、不論分為兩把滾刀或結合成單一滾刀，滾製刮齒刀齒形與讓槽之創新製程，克服小模數(2 mm 以內)刮齒刀，傳統鑽孔製程的製造瓶頸。(二)、經由分析軟體之模擬，滾製法之讓槽，在於齒根強度、喉寬均優於傳統製讓槽。(三)、利用最佳化設計軟體，求得最佳化滾刀瘤頭齒形，並與刀具設計軟體結合，建立刮齒刀用滾刀資料庫，縮短刀具設計工程師設計時程。

由第5章完全過切之負向角刀具之研究，由特殊齒形之數學推導，並討論負向角刀具之各切削角度，以此研究為應用之削鉛筆切刀，滾製法均已取代傳統銑製法，目前於台灣中部廠商大量採用；而且根據數學推導之理論，亦應用於紡織纖維之切粒刀開發。

依據第6章之研究可知，滾製容屑槽之製程，具有下列之優點：(一)、大幅降低製造時間，與傳統製程比較可節省2~3倍之時間。(二)、滾切之製程可避免ZK型蝸桿銑製時，因銑刀外徑改變造成齒形上下端因干涉而切除之缺點。(三)、至於因包絡不足，造成齒面波浪紋之缺失，未來可考慮以增加容屑槽數與雙參數包絡定義以改善之。

7.2 未來展望

齒輪刀具市場，全球每年預估需求約十億美金，單日本一年即有 14.6 萬支齒輪刀具，135 億日元之需求[48]，以國內每年銷往日本之齒輪刀具金額大約參仟至參仟伍佰萬台幣計算，尚不足 1% 之佔有率，由此可知，齒輪刀具這個產業，仍有非常高之成長潛力，但仍視吾人如何提昇競爭力，否則即使有如此大之市場，亦無法進入。

齒輪刀具主要以滾齒刀、鉋齒刀以及刮齒刀為主，針對未來之展望，滾齒刀方面，因環保之訴求，趨勢在於乾式高速滾切(High Speed & Dry Cutting)，除了材料與表面處理外，容屑槽之設計，將是刀具壽命良否之最重要因素；雖各刀具大廠均已投入研究與開發，但仍極度保密，與一般滾刀設計不同，但相關資料取得不易，因此可藉由本論文之研究，適於繼續發展特殊設計之容屑槽幾何形狀與創新製造方法，建立足夠之技術能量，在此競爭劇烈之環境，能佔有一席之地。

刮齒刀為工件熱處理前之精加工刀具，從往以來，均大量應用於汽、機車齒輪加工之用，唯近年以來，常有傳言，因輪磨技術之長足進步，恐將取代刮齒製程。以技術演進而言，此並非無稽之談，只是會取代，但並非完全取代，而且也不是短時間之內會發生。所以未來對刮齒刀要求將不斷提高，除了材料與表面處理外，未來將針對梳槽排列之設計與新的加工製程，如漸開線梳槽與 CBN 成型插槽刀片對梳槽做研磨加工(Lapping)以改善梳槽之表面粗度。

鉋齒刀技術發展在國內而言仍屬萌芽階段，不像滾刮刀在國內發展均超過十年以上，雖然陌生但也最有機會，而且全球生產鉋齒刀的廠商更少；藉本論文之研究，可推而應用於鉋齒刀齒形之推導，干涉分析，生產製程建立，儘速建立鉋齒刀之設計與製造技術，使得國內齒輪刀具之技術更完整。

參考文獻

- [1] 孟憲敏，2006年2月，「2000-2004年我國齒輪分析」，機械工業雜誌，275期，第86-93頁。
- [2] E. Buckingham, 1963, “Analytical Mechanics of Gears”, Dover, New York .
- [3] X. Su and D. R. Houser, 2000, “Characteristics of trochoids and their application to determining gear teeth fillet shapes”, Journal of Mechanism and Machine Theory, vol. 35, pp. 291-304.
- [4] S. L. Chang, C. B. Tsay, and L. I. Wu, 1996. “Mathematical model and undercutting analysis of elliptical gears generated by rack cutters”, Journal of Mechanism and Machine Theory, vol. 31, n. 7, pp. 879-890.
- [5] C. F. Chen and C. B. Tsay, 2005, “Tooth profile design for the manufacture of helical gear sets with small numbers of teeth”, International Journal of Machine Tools and Manufacture vol. 45, pp. 1531-1541.
- [6] F. L. Litvin, 1994, “Gear Geometry and Applied Theory”, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [7] J. H. Kuang and W. L. Chen, 1996, “Determination of tip parameters for the protuberance preshaving cutters”, Journal of Mechanism and Machine Theory, vol. 31, n.7, pp. 839-849.
- [8] J. P. Kim and D. S. Kim, 1996, “The development of software for shaving cutter design”, Journal of Materials Processing Technology, vol. 59, pp. 359-366.
- [9] D. Kosal, 1998, “Gear shaving basics-part II”, Gear Technology, January/February, pp. 45-48.
- [10] H. C. Miao and H. Koga, 1996, “Design and analysis of plunge shaving for finishing gears with tooth profile modifications”,

Proceedings of the 7th International Power Transmission and Gearing Conference, pp. 265-273.

- [11] I. Moriwaki and M. Futita, 1994, “Effect of cutter performance on finished tooth form in gear shaving”, *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, v. 116, pp. 701-705.
- [12] M. Lu, X. Liang, X. Zheng, and Z. Chen, 2000, “Influence on shaving errors by deformation of cutter teeth and gear teeth”, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, v. 36, 76-80.
- [13] F. L. Litvin , D. Vecchiato , A. Demenego , R. F. Handschuh, and T. M. Sep, 2001, “Computerized generation and simulation of meshing of modified spur and helical gears manufactured by shaving”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, pp. 5037-5055.
- [14] M. Lu and X. Yang, 2002, “Design and manufacture of a shaving cutter with unequal depth gashes“, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 129, pp. 193-195.
- [15] R. H. Hsu and Z. H. Fong, 2006, “Theoretical and practical investigations regarding the influence of the serration’s geometry and position on the tooth surface roughness by shaving with plunge gear cutter”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C-J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 220, n. 2, pp. 223-242.
- [16] 謝仁桂、劉嘉宏、曾錦煥，2005年12月，「瘤頭滾刀於製造高剛性齒輪刮刀之參數研究」，第八屆全國機構與機器設計學術研討會，台北。
- [17] 陳士端、張洸溶，2005年12月，「雙漸開線刮齒刀製造方法」，中華民國專利，發明專利編號：I231237。
- [18] 張信良、吳威德、林宏政、蔡鋒穎，2005年8月，「一種新型刮齒刀根槽之齒形與應力分析」，中華民國機構與機器原理學會

會刊，第十六卷，第4期。

- [19] S. L. Chang, U. D. Wu, J. K. Hsieh, C. H. Tseng, S. D. Chen, and K. R. Chang, 2006, "The influence of serration on a shaving cutter with a pre-designed relief portion", *Materials Science Forum*, vol. 505-507, pp. 961-966.
- [20] J. K. Hsieh, S. L. Chang, U. D. Wu, and C. H. Tseng, 2007. "A novel method for manufacturing shaving cutter with high stiffness", *Proceedings of 12th World Congress in Mechanism and Machine Science*, Besancon, France, paper no. A578.
- [21] J. Hou, "Numerical Studies of Conjugate Tooth Surfaces in Gear Shaving", *Doctoral Dissertation*, University of Cincinnati, 1997.
- [22] C. H. Tseng, W. C. Liao and T. C. Yang, 1993. "MOST User's Manual Version 1.1", National Chiao Tung University, Taiwan, R. O. C., technical report no. AODL-93-01.
- [23] W. H. Wang, C. H. Tseng and C. B. Tsay, 1999. "On the optimization of spatial cam mechanisms considering mechanical errors", *Int. J. Model. Simul.*, v. 19, n. 1, pp. 94-100.
- [24] J. Y. Liu, and S. L. Chang, 2003. "Design of hob cutters for generating helical cutting tools with multi-cutting angles", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 43, pp. 1185-1195.
- [25] J. K. Hsieh, H. C. Tseng, and S. L. Chang, 2008, "A novel hob cutter design for the manufacture of spur-typed cutter", published online in *Journal of Materials Processing Technology*, DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2008.02.071.
- [26] S. L. Chang, 2003, "Helix gashes of hob cutter manufactured by milling", *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 142, pp. 569-575.
- [27] H. S. Fang and C. B. Tsay, 1996, "Mathematical model and bearing

contacts of the ZK-type worm gear set cut by oversize hob cutters”, Journal of Mechanism and Machine Theory, vol. 31, n. 3, pp. 271-282.

- [28] 陳冠宏、馮展華、謝仁桂，2005年12月，「多牙口滾刀刃口線數學模式建立與加工齒輪的齒形誤差分析」，第八屆全國機構與機器設計學術研討會，台北。
- [29] 王世良、魏炳樞、劉洪毅，1984年6月，「齒輪滾刀設計與使用」，河北人民出版社。
- [30] 薛進才，1987年，「硬齒面的滾切加工」，機械工業出版社，北京。
- [31] 葉克明，1994年，齒輪手冊：下冊(14，15，16)，機械工業出版社，北京。
- [32] Liebherr-Verzahntechnik GmbH, a member of the Liebherr Group, "Gear Cutting Technology: Practice Handbook", Druckerei Diet, Buchenberg.
- [33] G. Bianco, 2004. "Gear Hobbing", Novaprint, Bologna.
- [34] B. W. Cluff, 1992. "Gear Process Dynamics, 7th edition", Malloy Lithographing, Ann Arbor, Michigan.
- [35] 特殊齒輪刀具技術研討會，1993年12月，工業技術研究院機械工業研究所。
- [36] 齒輪設計與製造技術研討會，1995年5月，工業技術研究院機械工業研究所。
- [37] 第四，五軸旋轉工作台及鉋齒刀設計製造技術研討會，1996年6月，工業技術研究院機械工業研究所。
- [38] 齒輪與刀具技術研討會，2005年3月，陸聯精密股份有限公司。
- [39] 碳化鎢滾刀技術研討會，2005年5月，陸聯精密股份有限公司。
- [40] 中田秀著，王龍祥譯，1977年，「新版移位齒輪」，正言出版社，

台南。

- [41] 會田俊夫等編著，沈頌文譯，1992年，「齒輪的設計與製造」，徐氏基金會，台北。
- [42] 陳士端，謝仁桂，郭英明，2006年，「刀具容屑槽之形成方法」，中華民國專利，發明專利編號：。
- [43] 齒輪量測儀 P40 型錄，德國克林貝克(Klinglnberg)公司。
- [44] 謝仁桂，2008年，「齒輪刀具之設計與應用」，技術講義，陸聯精密股份有限公司。
- [45] 邱垂元，2008年，「齒輪專輯：工業人才培訓講義」，工業技術研究院機械工業研究所。
- [46] 蕭志堅，2008年，「齒輪的量測與判讀」，技術講義，陸聯精密股份有限公司。
- [47] 陳士端，蕭志堅，謝仁桂，劉嘉宏，2006年，「電鑄砂輪於齒輪刀具製造之應用」，第五屆磨粒加工技術論文發表會，台北。
- [48] 精密機械產業資訊，2007年7月，100期，pp. 16，中華民國精密機械發展協會。

作者簡介

姓名：謝仁桂

生日：民國五十一年三月廿日

籍貫：台灣省 新竹縣

學歷：國立台灣科技大學纖維工程系機械組 學士

(民國 76 年 9 月至 78 年 6 月)

國立中央大學機械工程研究所 碩士

(民國 80 年 9 月至 82 年 6 月)

國立交通大學機械工程學系博士班

(民國 89 年 9 月至 97 年 7 月)

經歷：工業技術研究院機械工業研究所 工程師

福特六和汽車股份有限公司 資深工程師

陸聯精密股份有限公司 刀具事業部 經理(迄今)

地址：新竹縣竹東鎮中興路二段 378 巷 4 號 1 樓

電話：(03)5831071