

國 立 交 通 大 學

財務金融研究所

碩士論文

狀態轉換隨機交易時距模型  
以及偵測資訊不對稱時機的應用

**Switching Stochastic Conditional Duration Model and  
Applications in Timing Information Asymmetry**

研 究 生：陳 德 峰 撰  
指 導 教 授：鍾 惠 民 博 士

中 華 民 國 九 十 四 年 六 月

# 狀態轉換隨機交易時距模型以及偵測資訊不對稱時機的應用

研究生：陳 德 峰

指導教授：鍾 惠 民 博士

國立交通大學財務金融研究所

## 摘要

本文研究目的主要在探討在紐約證券交易所(NYSE)上市公司交易的資訊不對稱現象以及逆選擇成本。內線交易以及策略性交易等造成資訊不對稱的現象皆為日內行為，為了研究造市者的動態調整過程，以及資訊交易者與非資訊交易者之間的互動以及行為模式，在傳統模型適切性不足的情形下，本文提出 MSSCD (Markov Switching Stochastic Conditional Duration) 模型分析高頻率日內資料，並融入與測度資訊不對稱模型，可以實證在文獻中對於資訊交易者行為中不同的論點。

面對不規則時間間隔的交易到達過程，Engle and Russell(1998) 將交易時間建立隨機過程而提出 ACD 動態模型應用於市場微結構領域。由於 ACD 模型參數化的方式與 ARCH 相似，許多相似的推廣後波動性模型的參數化方式也紛紛應用在 ACD 模型；本文提出的 MSSCD 模型不僅是建構模型的先驅之外，而且估計之 EM 演算法可以得到較為穩健的結果，更可運用於 MSSV(Markov Switching Stochastic Volatility)的參數估計問題。

本文也實證比較目前文獻上的實證模型，有鑑於傳統模型在買賣單大量不平衡的所造成難以估計的問題，本文提出 EM 演算法，可以得到較為穩健的結果，使模型運用者更容易使用於不同市場，以及將資產定價的期間不再侷限於 1998 年之前。

研究主題可分為四部分：第一部分探討資訊交易之理論文獻與實證模型以及本文所提出的估計方法。第二部分探討介紹高頻率計量模型，以及本文提出的動態資訊交易機率模型。第三部分透過三因子資本資產定價模型針對各種資訊交易機率估計量進行衡量比較其逆選擇成本，並且用來檢驗美國證券交易法公平揭露規則新制是否能中止內線交易、降低資訊不對稱的現象。

# 目錄

第一章 緒論.....	6
第一節 研究動機 .....	6
第二節 論文架構流程圖 .....	8
第二章 資訊交易理論文獻回顧 .....	9
第一節 理論模型 .....	10
第二節 實證模型 .....	15
第三章 有限混合分配模型與隱藏馬可夫模型 .....	27
第一節 EM演算法 .....	28
第二節 波松有限混合分配模型 .....	29
第三節 隱藏馬可夫模型 .....	30
第四章 日內市場動態模型文獻回顧 .....	34
第五章 馬可夫轉換狀態空間模型與 動態資訊交易機率模型 .....	40
第一節 狀態空間模型 .....	41
第二節 馬可夫轉換狀態空間模型 .....	43
第三節 動態資訊交易機率模型 .....	46
第四節 實證結果 .....	49
第六章 資產定價與逆選擇成本之實證結果 .....	52
第一節 研究方法 .....	52
第二節 模型估計結果 .....	53
第三節 四因子資產定價模型 .....	64
第七章 結論與建議 .....	78
參考文獻.....	79

## 表目錄

[表 1]交易時距的樣本敘述統計量 .....	49
[表 2]參數估計結果 .....	50
[表 3] PIN1 投資組合的PIN平均值, 市值平均值, 報酬率平均值 .....	68
[表 4] PIN2 投資組合的PIN平均值, 市值平均值, 報酬率平均值 .....	69
[表 5]共同因子的敘述統計量(分 6 組投資組合).....	71
[表 6] Fama-French 三因子定價模型(分 6 組投資組合) .....	71
[表 7] Fama-French +PINF 四因子定價模型(分 6 組投資組合) .....	72
[表 8] PIN1 投資組合的PIN平均值, 市值平均值, 報酬率平均值 .....	73
[表 9] PIN2 投資組合的PIN平均值, 市值平均值, 報酬率平均值 .....	74
[表 10] PIN3 投資組合的PIN平均值, 市值平均值, 報酬率平均值 .....	75
[表 11]共同因子的敘述統計量(分 7 組投資組合).....	76
[表 12] Fama-French 三因子定價模型(分 7 組投資組合) .....	76
[表 13] Fama-French +PINF 四因子定價模型(分 7 組投資組合) .....	77



## 圖 目 錄

[圖 1]交易過程之樹狀圖(Glosten and Milgrom ,1985) .....	10
[圖 2]交易過程之樹狀圖(Easley, Hvidkjaer and O’Hara, 2002 ) .....	15
[圖 3] Exxon 估計之隱藏變數(前 300 筆) .....	51
[圖 4]交易過程樹狀圖(模型一) .....	53
[圖 5]交易過程樹狀圖(模型二) .....	54
[圖 6]未收斂樣本個數 .....	56
[圖 7]未收斂樣本佔總市值比例 .....	56
[圖 8] $\varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu_b, \mu_s$ 的橫斷面平均數分佈圖 .....	59
[圖 9] $\alpha$ 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	59
[圖 10] $\delta$ 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	60
[圖 11] PIN1 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	60
[圖 12] $\varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu_b, \mu_s$ 的橫斷面平均數分佈圖 .....	61
[圖 13] $\alpha$ 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	62
[圖 14] $\delta$ 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	62
[圖 15] PIN2 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	63
[圖 16] PIN3 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖 .....	63



# 第一章 緒論

## 第一節 研究動機

本文研究目的主要在探討在紐約證券交易所(NYSE)上市公司交易的資訊不對稱現象以及逆選擇成本，探討高逆選擇成本股票背後是否有較高的股票報酬支持，使得無資訊優勢的投資人仍願意冒著資訊不對稱的風險進場交易以獲取較高額的報酬，使得高資訊交易的股票不至於有流動性的危機。此議題在資產定價理論研究中佔有重要的地位，因此本文議題無論是學術面或政策面均有學術研究的價值。

相對於傳統資產定價模型，市場微結構的研究便以市場特性為出發點，考量市場訊息的擁有與傳遞的過程，並以此對資產定價，而且已經證實未公開資訊與資產價格之間有重要的關聯。眾多研究指出當現實生活中投資者並非同質性預期，或者是存在資訊不對稱的情況下，資產的預期報酬率除了包含系統性風險溢酬以外，也必須提供非系統性的個別風險溢酬。換句話說，在建立模型時，若無考量資訊的影響，則資產的價格便無法反映出此一市場特性。

在傳統文獻中，大多只屬理論研究，鮮少實證分析。目前文獻上實證分析提出資訊交易機率(Probability of Informed Trading, PIN)，如Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 以及Nyholm(2000)。Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 理論依據為推廣Glosten and Milgrom(1985)的交易序列模型，使用三種波松(Poisson)混合分配來估計交易單在於資訊交易者的比例；Nyholm (2000) 則為延伸Huang and Stoll (1997) 的逆選擇成本模型，以逐筆交易的基礎估計資訊交易機率。無論如何，資訊交易以及策略性交易是屬於日內基礎的交易行為，因此本文在實證研究中，透過三因子資本資產定價模型針對各種資訊交易機率估計量進行衡量，探討是否逐筆交易的基礎估計資訊交易機率能夠有較高解釋資產報酬的能力。

內線交易以及策略性交易等造成資訊不對稱的現象皆為日內行

為，為了研究造市者的動態調整過程，以及資訊交易者與非資訊交易者之間的互動以及行為模式，在傳統模型適切性不足的情形下，本文提出MSSCD(Markov Switching Stochastic Conditional Duration)模型分析高頻率日內資料，並融入與測度資訊不對稱模型，可以實證在文獻中對於資訊交易者行為中不同的論點。

面對不規則時間間隔的交易到達過程，Engle and Russell(1998)將交易時間建立隨機過程而提出 ACD 動態模型應用於市場微結構領域。由於 ACD 模型參數化的方式與 ARCH 相似，許多相似的推廣後波動性模型的參數化方式也紛紛應用在 ACD 模型，例如：Markov Switching ACD 繼承 SWARCH 的精神，SCD(Stochastic Conditional Duration)則是繼承 SV(Stochastic Volatility)的精神。本文提出的 MSSCD 模型不僅是建構模型的先驅之外，而且估計之 EM 演算法可以得到較為穩健的結果，更可運用於 MSSV 的參數估計問題。



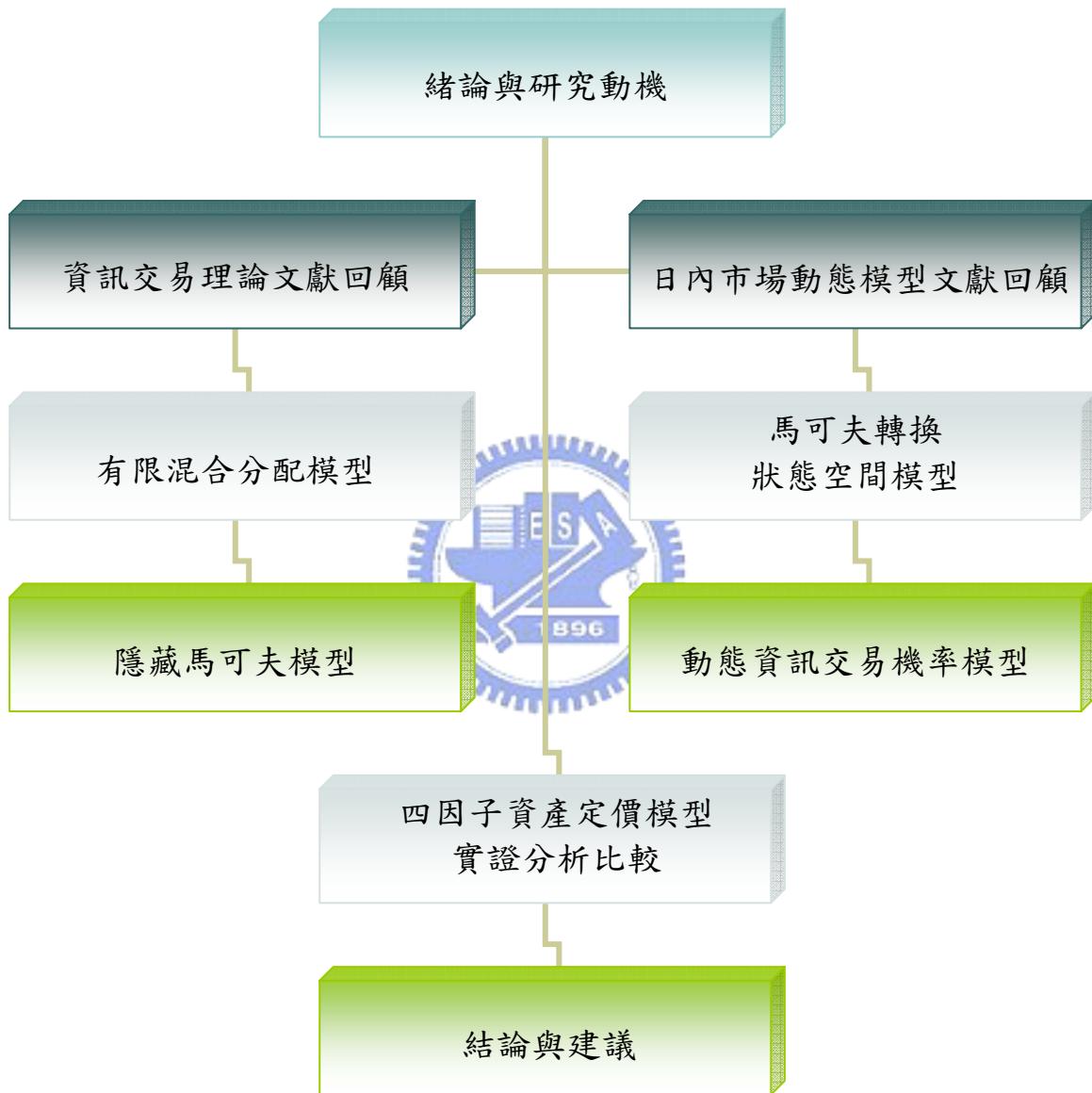
本文貢獻為首先提出考慮交易時距對造市者的影響之資訊不對稱測度模型：除了買賣價差之外，透過可觀測的造市者報價的交易時距，考量交易時距的影響，分析不可觀測的資訊交易者、非資訊交易者與造市之間的互動，以描述對於造市者報價的衝擊所隱含的逆選擇成本以及資訊不對稱現象。除此之外，透過 EM 演算法以及隱藏馬可夫模型，首先實證比較現有模型的資產定價表現。

結論指出，以每月為基礎的模型估計資訊交易機率更能顯現出資訊交易者行為的季節性。橫斷面上，資訊交易機率在每年年底時會大幅上升，但是在 2000 年以及 2001 年年底時，資訊交易機率提高的幅度較小，可以佐證在 2000 年 10 月開始，美國證券管理委員會於實施之「公平揭露規則」。由於資訊必須公平揭露，因此資訊不對稱的效果下降，提高股票市場的流動性，使得買賣單數量也隨之提高，在年底時資訊交易者的衝擊也相對減小。

另外，Nyholm(2000)指出以逐筆報價為基礎的資訊交易機率模型在文獻中估計結果與 Easley, Hvidkjaer and O'Hara ( 2002 ) 的資訊交易機率相似。但在本文實證四因子資產定價模型中發現，兩者是不同涵義的測度，未來研究資訊不對稱對股票報酬的影響必須同時考量兩者的交互作用。



## 第二節 論文架構流程圖



## 第二章 資訊交易理論文獻回顧

## 第一節 理論模型

### 2.1.1 Glosten and Milgrom (1985)

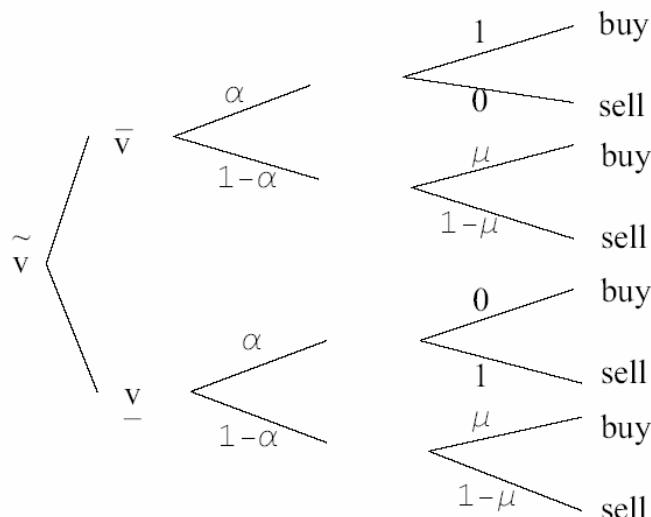
Glosten 以及 Milgrom 提出序列交易(sequential trade)模型，來探討在資訊不對稱下的交易過程。本篇文章指出，資訊交易者的存在將影響股票價格，而買賣價差將是造市者與資訊交易者的互動所產生的結果。

#### 模型設定：

1. 股票的價值是  $\bar{v}$  或者是  $v$ ，兩種情形。
2. 資訊交易者出現的機率是  $\alpha$ ，非資訊交易者出現的機率是  $1-\alpha$ 。
3. 資訊交易者知道股票的真實價值  $v$ ，而且當  $v$  大於買入價格，則買入股票；而當  $v$  小於賣出價格，則賣出股票。
4. 非資訊交易者買入股票的機率是  $\mu$ ，而賣出股票的機率是  $1-\mu$ 。



[圖 1] 交易過程之樹狀圖(Glosten and Milgrom ,1985)



#### 計算買賣價差：

### 1. 買單情況:

$$P(\bar{v}) = \theta$$

$$P(buy | \bar{v}) = \alpha + (1 - \alpha)\mu$$

$$P(buy | \underline{v}) = (1 - \alpha)\mu$$

Bayes'Rule:

$$P(\bar{v} | buy) = \frac{(\alpha + (1 - \alpha)\mu)\theta}{(\alpha + (1 - \alpha)\mu)\theta + (1 - \alpha)\mu(1 - \theta)}$$

$$P(\underline{v} | buy) = 1 - P(\bar{v} | buy)$$

### 2. 賣單情況:

$$P(\bar{v} | sell) = \frac{(1 - \alpha)(1 - \mu)\theta}{(1 - \alpha)(1 - \mu)\theta + [\alpha + (1 - \alpha)(1 - \mu)](1 - \theta)}$$

$$P(\bar{v} | buy) > P(\bar{v} | sell)$$

$$P(\underline{v} | buy) < P(\underline{v}) < P(\underline{v} | sell)$$

### 3. 造市者(Market Maker)預期利潤為零之下，設定報價：

$$b = bid = E[v | sell] = \bar{v}P(\bar{v} | sell) + \underline{v}P(\underline{v} | sell)$$

$$a = ask = E[v | buy] = \bar{v}P(\bar{v} | buy) + \underline{v}P(\underline{v} | buy)$$



### 結論：

1.  $\underline{v} < b < a < \bar{v}$

2. 買賣價差  $(a - b)$ ，是造市者設定報價的條件：

在資訊交易者造成的損失 = 在非資訊交易者帶來的利益，之下帶來的結果。

3. 買賣價差會隨著資訊交易者出現的機率  $\alpha$  上升而提高。

4. 報價中點  $(a - b)/2$ ，不是造市者當時的預期值。

## 2.1.2 Kyle(1985)

該篇文章提出在資訊不對稱之下策略性交易模型。在 Kyle 的模型中，存在單一的資訊交易者，而且是與造市者互動下策略性的交易。資訊交易者會考慮他下單的交易量所造成對報價的衝擊，而進行交易。

### 模型設定（單一期模型）：

1. 證券的最終價值  $v$ ，服從常態分配  $N(p_0, \Sigma_0)$ 。
2. 存在單一資訊交易者，知道真實證券價值  $v$ ，對證券的需求為  $X$ 。
3. 非資訊交易者的下單量為  $u$ ，服從常態分配  $N(0, \sigma_u^2)$ ， $u$  與  $v$  獨立。
4. 造市者觀察到總需求為  $y = x + u$ ，然後設定價格  $p$ 。
5. 所有交易在價格  $p$  結清；如果在買賣單上有不平衡的情形，由造市者負責供需。



### 資訊交易者的觀點：

1. 資訊交易者猜側造市者的價格調整法則是線性的：

$$p = y\lambda + \mu$$

其中， $y$  是總需求， $y = x + u$ ； $\lambda$  是流動性程度的倒數。

2. 資訊交易者的交易利潤為：

$$\pi = (v - p)x$$

代入上式，可得  $\pi = x(v - (u + x)\lambda - \mu)$

3. 預期利潤為

$$E\pi = x(v - x\lambda - \mu)$$

4. 最佳化的策略：

$$x = \frac{v - \mu}{2\lambda} , \quad \text{二階條件} : -2\lambda < 0$$

造市者的觀點：

1. 造市者猜測資訊交易者的需求對於  $v$  是線性的：

$$x = \alpha + \beta v$$

給定資訊交易者最佳化的策略之下，造市者可以知道  $\alpha$  以及  $\beta$ ：

$$\alpha + \beta v = \frac{v - \mu}{2\lambda}$$

$$\text{可得: } \alpha = -\frac{\mu}{2\lambda}, \quad \beta = \frac{1}{2\lambda}$$



2. 造市者對於資訊交易者行為的猜測：

$$y = u + \alpha + \beta v$$

由常態分配的投影定理可得：

$$E_{v|y}(y) = p_0 + \frac{\beta(y - \alpha - \beta p_0)\Sigma_0}{\Sigma_0\beta^2 + \sigma_u^2}$$

3. 市場效率性要求  $E_{v|y}(y) = p$  ，

$$p_0 + \frac{\beta(y - \alpha - \beta p_0)\Sigma_0}{\Sigma_0\beta^2 + \sigma_u^2} = y\lambda + \mu$$

因此，

$$\mu = -\frac{\alpha\beta\Sigma_0 - \sigma_u^2 p_0}{\Sigma_0\beta^2 + \sigma_u^2}, \quad \lambda = \frac{\beta\Sigma_0}{\Sigma_0\beta^2 + \sigma_u^2}$$

### 均衡之下的結果：

$$\mu = -\frac{\alpha\beta\Sigma_0 - \sigma_u^2 p_0}{\Sigma_0\beta^2 + \sigma_u^2}, \lambda = \frac{\beta\Sigma_0}{\Sigma_0\beta^2 + \sigma_u^2}, \alpha = -\frac{\mu}{2\lambda}, \beta = \frac{1}{2\lambda}$$

$$\alpha = -\frac{\sqrt{\sigma_u^2} p_0}{\sqrt{\Sigma_0}}, \mu = p_0, \lambda = \frac{\sqrt{\Sigma_0} p_0}{2\sqrt{\sigma_u^2}}, \beta = \frac{\sqrt{\sigma_u^2}}{\sqrt{\Sigma_0}}$$

### 結論：

1. 流動性程度  $\lambda$ ，以及資訊交易者的下單係數  $\beta$  決定於證券價值的不確定性  $\Sigma_0$  與非資訊交易者下單的不確定性的比率。

2. 資訊交易者的預期利潤為：

$$E\pi = \frac{\sqrt{\sigma_u^2}(v - p_0)^2}{2\sqrt{\Sigma_0}}$$

3. 資訊交易者的需求為：

$$x = \frac{\sqrt{\sigma_u^2}(v - p_0)}{\sqrt{\Sigma_0}}$$



4. 資訊不對稱對證券造成的影响：

$$\begin{aligned} Var_{v|y} &= Var(v) - Cov(v, y) * Var(y)^{-1} * Cov(y, v) \\ &= \Sigma_0 - \frac{\Sigma_0^2 \beta^2}{\Sigma_0 \beta^2 + \sigma_u^2} \end{aligned}$$

$$Var_{v|p} = Var_{v|y} = \frac{\Sigma_0}{2}$$

因此，私有資訊會影響證券價格，其中有一半的私有資訊將會融入證券價格，而且與非資訊交易者的行為無關。

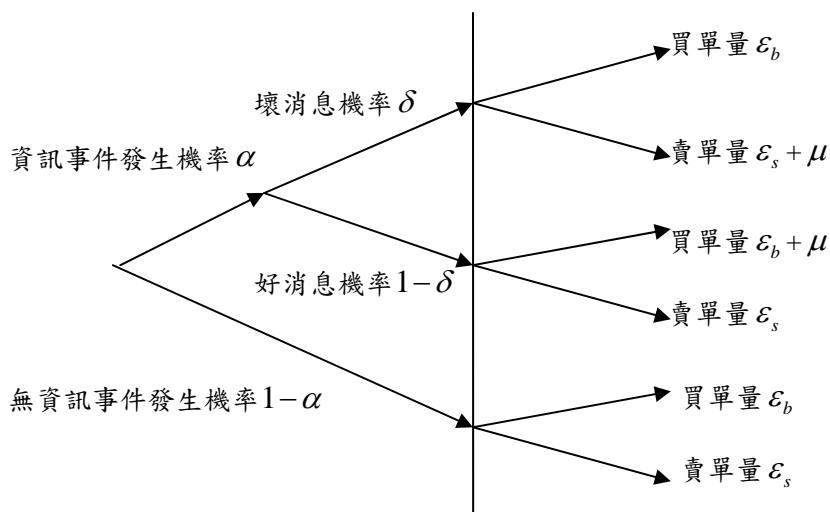
## 第二節 實證模型

### 2.2.1 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002)

市場上的參與者分成兩種，一為資訊交易者，另一為非資訊交易者。資訊交易機率 (PIN) 即是任意一檔股票之資訊交易佔該股票之總交易的百分比。非資訊交易者，只掌握公開訊息，對於私有資訊(優勢資訊)所知甚少，他們只能從公開資訊和過去的股價中了解資訊交易者所握有的資訊，進而決定此時股票應有的價值，但此決定並不一定為真。依上述，我們將非資訊交易者根據他所握有的資訊（公開資訊、前期股價行為及他所認定之事實）所下之買單設為  $\varepsilon_b$  而賣單設為  $\varepsilon_s$ ；但對於資訊交易者而言，他對公司應有的價值已有清楚的認知，所以只有在任何資訊（未公開之資訊）發生而改變公司價值時，才會進場交易。由此，我們將資訊交易者因私有訊息而下之買賣單設為  $\mu$ ；而每天資訊交易發生之機率為  $\alpha$ ，其中資訊交易又可分為壞消息的機率  $\delta$  和好消息的機率  $1-\delta$



[圖 2]交易過程之樹狀圖(Easley, Hvidkjaer and O'Hara, 2002)



Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 採用 Poisson 分配的觀念來捕捉資訊事件發生之機率，透過最大概似估計法，以每日可觀察之買盤數 (B) 及賣盤數 (S) 為輸入參數，估計一段時間內之輸出參數  $\theta = (\alpha, \mu, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \delta)$  可讓方程式最大化，繼而求出任一股票在這一段時間內之資訊交易機率。其單一交易日模型如下：

$$L(\theta | B, S) = (1-\alpha)e^{-\varepsilon_b} \frac{\varepsilon_b^B}{B!} e^{-\varepsilon_s} \frac{\varepsilon_s^S}{S!} + \\ \alpha \delta e^{-\varepsilon_b} \frac{\varepsilon_b^B}{B!} e^{-(\mu+\varepsilon_s)} \frac{(\mu+\varepsilon_s)^S}{S!} + \\ \alpha(1-\delta)e^{-(\mu+\varepsilon_b)} \frac{(\mu+\varepsilon_b)^B}{B!} e^{-\varepsilon_s} \frac{\varepsilon_s^S}{S!}$$

$B$	：買盤數	$\mu$	：資訊交易者之下單量
$S$	：賣盤數	$\varepsilon_b$	：非資訊交易者之買單量
$\alpha$	：資訊事件發生機率	$\varepsilon_s$	：非資訊交易者之賣單量
$1-\alpha$	：無資訊事件發生機率		
$\delta$	：事件發生為壞消息機率	$\theta = (\alpha, \mu, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \delta)$	
$1-\delta$	：事件發生為好消息機率		



以下為 N 個交易日的模型：

$$V = L(\theta | M) = \prod_{i=1}^n L(\theta | B_i, S_i)$$

其中，

交易日  $i = 1, \dots, n$  ;  $M = ((B_i, S_i), \dots, (B_n, S_n))$ ，給定  $M$  之後，最大化  $V$ ，即可估出  $\theta = (\alpha, \mu, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \delta)$ 。

最後，即可求得資訊交易機率 (PIN)：

$$PIN = \frac{\alpha\mu}{\alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s}$$

## 2.2.2 Nyholm (2000)

該篇文章主要是研究造市者的報價行為、資訊交易機率和價差關連性、及交易量高低對資訊反應速度快慢的影響。該文提出一個新的估計模型，該模型的建構主要是交易指標模型 (the trade indicator model)，以 Glosten (1987)、Glosten and Harris (1988) 及 Huang and Stoll (1997) 等文章為此模型的代表，而 Nyholm (2000) 的模型架構便是以此一類模型的主，再佐以逐筆交易的概念。

此外該文亦延續 Kyle (1985)、Glosten and Milgrom (1985) 的說法，證券市場中的參與者可以區分成兩類：資訊交易者、非資訊交易者（流動性交易者）。本文模型允許造市者可以在交易執行後區辨出交易者的類型並在將交易者分類後，以逐筆報價的基礎去做出回應。

### 模型設定：



1. 市場為具市場中介者的連續型市場。
2. 流動性交易者的交易是以公開資訊和當時報價所含的資訊為基礎，而此資訊集合： $\Omega_t^l$ ，其中 l 是流動性交易者、t 則是交易的編號。
3.  $\Omega_t^l$  則為資訊交易者所握有的資訊， $\Omega_t^l = \{\Omega_t^l, G_t\}$ ，其中  $G_t$  是資訊交易者所產生的資訊，此一資訊關乎證券的真正價值。
4. 造市者在報價前可利用的資訊集合為  $\Omega_{t+}^s = \{\Omega_t^l, Y_{t+}\}$ ，其中， $Y_{t+}$  是在下一筆報價之前，只有造市者知道的資訊所成的集合，例如：下單量、買（賣）...。
5.  $\Omega_{t+1}^l$  為在報價後，造市者握有之資訊集合。 $t+$  強調的是造市者在兩筆交易之間如何訂定價差的過程。
6.  $G_t \not\subset Y_{t+}$ ，但是當價差並未充分地反應出證券的真實價值時，造市者將盡可能利用  $Y_{t+}$  自  $G_t$  萃取出資訊內涵，使其所遭受到的損失最小。

資訊交易者只有在利用所握有之私人資訊下進行交易才能獲利，亦即是當造市者的報價並不能充反應基本價格時，資訊交易者才進行交易。因此資訊交易者並需在以下狀況中交易才能獲利：

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{V} &> M_t + \frac{S_t}{2}, \text{ 證券價格被低估時} \\ \overset{\circ}{V} &< M_t - \frac{S_t}{2}, \text{ 證券價格被高估時} \end{aligned} \quad (1)$$

其中， $\overset{\circ}{V}$ 為資產的基本（真實）價值； $M_t$ 為價差中點； $S_t$ 為報價價差。

就造市者的觀點來說，在時點  $t$  時面對每一筆交易所可能發生的損失( $\lambda_t$ )可以機率表示如下：

$$\begin{aligned} \lambda_t = & (M_t + \frac{S_t}{2} - \overset{\circ}{V}_t) \cdot P(\overset{\circ}{V}_t > M_t + \frac{S_t}{2} | \Omega_t^l, \Omega_{t+}^s) \\ & - (M_t - \frac{S_t}{2} - \overset{\circ}{V}_t) \cdot P(\overset{\circ}{V}_t < M_t - \frac{S_t}{2} | \Omega_t^l, \Omega_{t+}^s) \end{aligned} \quad (2)$$

當造市者意識到有驅使資訊交易者交易的動機時（如第(1)式所述的狀況），造市者將會在損失最小化 ( $\min \lambda_t$ ) 的考量下，進行以下的動作：

$$VM_{t+1} \begin{cases} > \frac{S_t}{2} \text{ if } P(\overset{\circ}{V}_t > M_t + \frac{S_t}{2} | \Omega_t^l, \Omega_{t+}^s) > 0.5 \\ < -\frac{S_t}{2} \text{ if } P(\overset{\circ}{V}_t < M_t - \frac{S_t}{2} | \Omega_t^l, \Omega_{t+}^s) > 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

其中  $VM_{t+1}$ ：報價中點的修正幅度（mid-quote revision）

當交易被造市者認定可能來自於流動性交易者，則：

$$VM_{t+1} \begin{cases} < \frac{S_t}{2} \text{ if } P(\overset{\circ}{V}_t > M_t + \frac{S_t}{2} | \Omega_t^l, \Omega_{t+}^s) < 0.5 \\ > -\frac{S_t}{2} \text{ if } P(\overset{\circ}{V}_t < M_t - \frac{S_t}{2} | \Omega_t^l, \Omega_{t+}^s) < 0.5 \end{cases} \quad (4)$$

為了適當地求算價差中點的修正幅度，本研究引入指標變數 ( $I$ )，使第(3)式和第(4)式得以擴充為如下之交易指標迴歸式 (the trade indicator regression equation)：

$$VM_t = (\alpha^{(0)} + \alpha^{(1)}I_{t-1}) \frac{S_{t-1}}{2} Q_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

其中，對於計量經濟學家而言， $I$  是未知的；但對於造市者而言，它卻是已知的資訊。當  $t-1$  時的交易被判斷來自流動性交易者， $I=0$ ；當  $t-1$  時的交易被判斷來自資訊交易者， $I=1$ 。當交易為造市者之賣方， $Q_{t-1}=1$ ；當交易為買方，則 $Q_{t-1}=-1$ 。為公開訊息的衝擊則歸為誤差項。

模型的重心即在指標函數的估計，其所使用的方法為 Regime switching model (Hamilton, 1994)。首先定義  $\theta=(\alpha^{(0)}, \alpha^{(1)}, \sigma, P_{00}, P_{11})'$  為母體參數的向量，而狀態轉換 (state-transition) 的機率矩陣為：

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & 1-P_{11} \\ 1-P_{00} & P_{11} \end{bmatrix}$$



其中， $P_{00}$  和  $P_{11}$  表示狀態一直持續到下一次交易的機率，例如： $P_{00}$ ：連續兩筆交易之 state=0 的機率。同時，我們假設此狀態轉換滿足馬可夫過程。因此得知，當狀態「由 0 到 1」或是由「1 到 0」，其機率分別為  $1-P_{00}$  和  $1-P_{11}$ 。

而時間  $t$  時的條件機率密度函數：

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(\Delta M_t | I_{t-1} = 0, S_{t-1}, Q_{t-1}; \theta) \\ f(\Delta M_t | I_{t-1} = 1, S_{t-1}, Q_{t-1}; \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\Delta M_t - \alpha^{(0)} \frac{S_{t-1}}{2} Q_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\Delta M_t - (\alpha^{(0)} + \alpha^{(1)}) \frac{S_{t-1}}{2} Q_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right) \end{bmatrix}$$

最後，即可求得資訊交易機率 (PIN)：

$$PIN_t = \frac{\sum_{t=1}^T \$t}{T}$$

## 模型估計：

$$y_t = x_t \beta_{s_t} + e_t \quad , \quad e_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$$

$$\beta_{s_t} = \beta_0(1 - S_t) + \beta_1 S_t \quad , \quad \sigma_{s_t}^2 = \sigma_0^2(1 - S_t) + \sigma_1^2 S_t$$

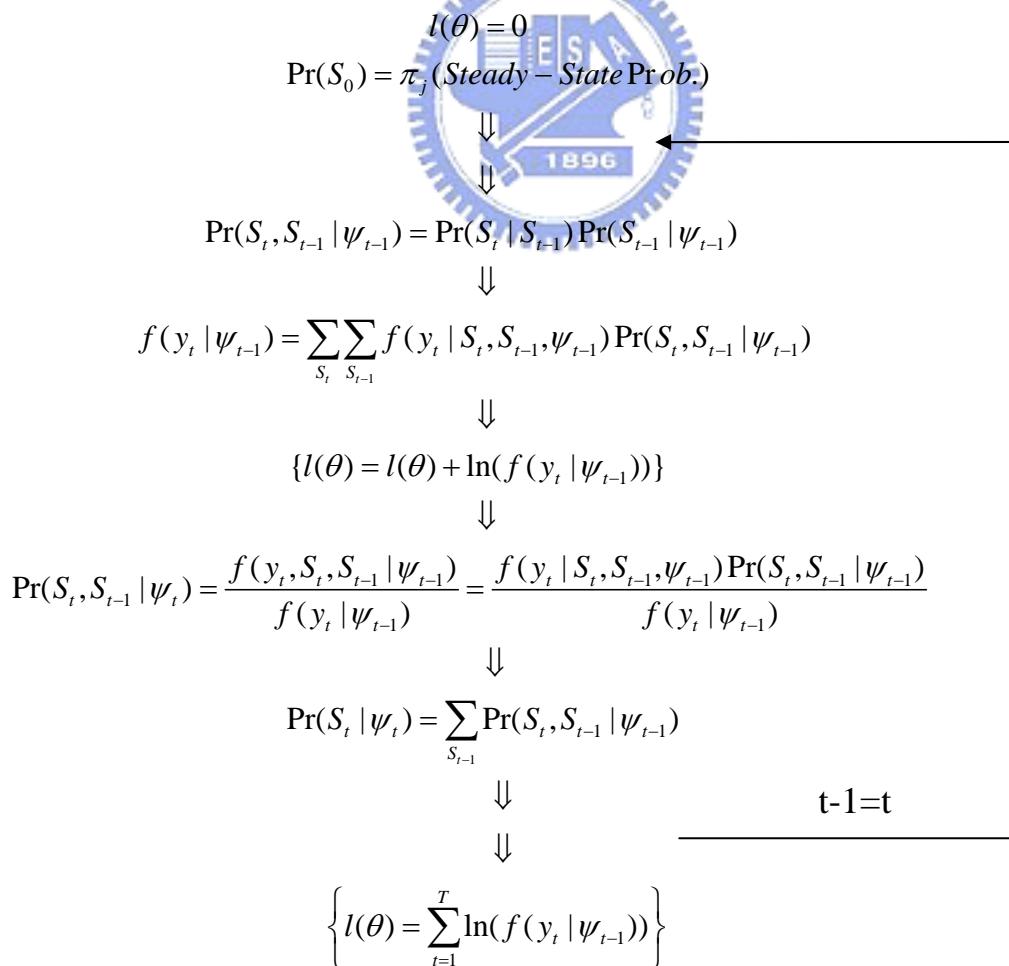
$$\Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] = p_{11} \quad , \quad \Pr[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] = p_{00}$$

將參數分成兩群， $\theta = [\theta_1^\top \theta_2^\top]^\top$ ，其中  $\theta_1 = [\beta_0^\top \beta_1^\top \sigma_0^2 \sigma_1^2]^\top$ ， $\theta_2 = [p_{00}^\top p_{11}]^\top$ 。定義聯合分配  $\mathcal{Y}_T^{\mathcal{O}} = [y_1 y_2 y_3 \dots y_T]^\top$  以及  $\mathcal{S}_T^{\mathcal{O}} = [S_1 S_2 S_3 \dots S_T]^\top$ ，則概似函數可寫成：

$$p(\mathcal{Y}_T^{\mathcal{O}}, \mathcal{S}_T^{\mathcal{O}}; \theta) = p(\mathcal{Y}_T^{\mathcal{O}} | \mathcal{S}_T^{\mathcal{O}}, \theta_1) \times p(\mathcal{S}_T^{\mathcal{O}}; \theta_2) = \prod_{t=1}^T p(y_t | S_t; \theta_1) \times \prod_{t=1}^T p(S_t | S_{t-1}; \theta_2).$$

$$\ln[p(\mathcal{Y}_T^{\mathcal{O}}, \mathcal{S}_T^{\mathcal{O}}; \theta)] = \sum_{t=1}^T \ln[p(y_t | S_t; \theta_1)] + \sum_{t=1}^T \ln[p(S_t | S_{t-1}; \theta_2)]$$

## Algorithm:



## 使用EM演算法：(請參考第三章)

$$Q(\theta; \vec{y}_T^{\circ}, \theta^{k-1}) = \int_{\dot{S}_T} \ln[p(\vec{y}_T^{\circ}, \dot{S}_T; \theta)] p(\vec{y}_T^{\circ}, \dot{S}_T; \theta^{k-1}) \\ = \int_{\dot{S}_T} \ln[p(\vec{y}_T^{\circ} | \dot{S}_T; \theta_1)] p(\dot{S}_T; \theta_2) p(\vec{y}_T^{\circ}, \dot{S}_T; \theta^{k-1}),$$

其中，期望值是條件於  $\theta^{k-1}$  和  $\int_{\dot{S}_T} = \sum_{s_1} \sum_{s_1} \dots \sum_{s_T}$ 。

對條件期望值取極大，

$$\frac{\partial Q(\theta; \vec{y}_T^{\circ}, \theta^{k-1})}{\partial \theta_1} = \int_{\dot{S}_T} \frac{\partial \ln[p(\vec{y}_T^{\circ} | \dot{S}_T; \theta_1)]}{\partial \theta_1} p(\vec{y}_T^{\circ}, \dot{S}_T; \theta^{k-1}) = 0$$

同除於  $p(\vec{y}_T^{\circ}; \theta^{k-1})$ ，可得：

$$\int_{\dot{S}_T} \frac{\partial \ln[p(\vec{y}_T^{\circ} | \dot{S}_T; \theta_1)]}{\partial \theta_1} \frac{p(\vec{y}_T^{\circ}, \dot{S}_T; \theta^{k-1})}{p(\vec{y}_T^{\circ}; \theta^{k-1})} = 0, \\ \Rightarrow \int_{\dot{S}_T} \frac{\partial \ln[p(\vec{y}_T^{\circ} | \dot{S}_T; \theta_1)]}{\partial \theta_1} p(\dot{S}_T | \vec{y}_T^{\circ}, \theta^{k-1}) = 0, \\ \Rightarrow \int_{\dot{S}_T} \sum_{t=1}^T \frac{\partial \ln[p(y_t | S_t)]}{\partial \theta_1} p(\dot{S}_T | \vec{y}_T^{\circ}, \theta^{k-1}) = 0, \\ \Rightarrow \sum_{t=1}^T \sum_{S_t=0}^1 \frac{\partial \ln[p(y_t | S_t)]}{\partial \theta_1} p(S_t | \vec{y}_T^{\circ}, \theta^{k-1}) = 0,$$

其中  $p(S_t | \vec{y}_T^{\circ}, \theta^{k-1})$  可透過 Kim's Smoothing Algorithm 求得。

(更廣義模型請參考 3.3.1 馬可夫轉換狀態空間模型)

在第 k 次迭代過程當中， $\theta^k = [\beta_0^{k'} \ \beta_1^{k'} \ \sigma_0^{2k} \ \sigma_1^{2k}]'$ ，給定  $S_t = j$  時：

$$\ln[p(y_t | S_t = j; \theta_1)] = -\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_j^2) - \frac{1}{2} \frac{(y_t - \vec{x}_t \beta_j)^2}{\sigma_j^2}.$$

對於參數求極大，

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^T \sum_{S_t=0}^1 \frac{\partial \ln[p(y_t | S_t)]}{\partial \beta_j} p(S_t | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1}) = \\
& \sum_{t=1}^T \frac{x_t (y_t - \vec{x}_t \beta_j)}{\sigma_j^2} p(S_t = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1}) = 0, \\
& \sum_{t=1}^T \sum_{S_t=0}^1 \frac{\partial \ln[p(y_t | S_t)]}{\partial \sigma_j^2} p(S_t | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1}) \\
& = \sum_{t=1}^T \left\{ -\frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_j^2} + \frac{1}{2} \frac{(y_t - \vec{x}_t \beta_j)^2}{\sigma_j^4} \right\} p(S_t = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1}) = 0,
\end{aligned}$$

因此，

$$\begin{aligned}
\beta_j^k &= \left( \sum_t x_t \vec{x}_t p(S_t = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1}) \right)^{-1} \left( \sum_t x_t y_t p(S_t = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1}) \right), \quad j = 0, 1, \\
\sigma_j^{2^k} &= \frac{\sum_t (y_t - \vec{x}_t \beta_j^k)^2 p(S_t = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1})}{\sum_t p(S_t = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1})}, \quad j = 0, 1, \\
P_{jj}^k &= \frac{\sum_t p(S_t = j, S_{t-1} = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1})}{\sum_t p(S_{t-1} = j | \vec{y}_T^Q, \theta^{k-1})}, \quad j = 0, 1.
\end{aligned}$$

重複以上過程，直到參數收斂為止。

### 2.2.3 Lei and Wu (2004)

該篇文章主要是延續 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002)，進行資訊交易的實證分析，並且將模型推廣。非資訊交易者在個股的報酬率較高時，可能採取逆勢策略；而在市場大盤的報酬率較高時，可能採取動能策略。在研究中指出，非資訊交易的下單流量是會隨著時間變動，並非保持不變。

該文也將放寬模型限制後所估計的資訊交易機率，與 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 模型設定下的資訊交易機率進行比較。結論指出，在眾多測度資訊不對稱的指標下，隨著時間變動的資訊交易機率(time-varying probability of informed trading) 在預測買賣價差上有較好的表現。

#### 模型設定：



##### 1. 非資訊交易者：

在每個交易日，非資訊交易者的訂單流量服從兩狀態馬可夫轉換(Two-State Markov Switching)，而轉移機率(transition probability)是個股報酬率以及市場大盤報酬率的函數。非資訊交易者在每個交易日的訂單量，可能為較高狀態  $\varepsilon_t^h$ ，或者是較低狀態  $\varepsilon_t^l$ 。因此，放寬在 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 模型設定中， $\varepsilon$  不變的假設。為了模型估計可行性，僅假設買單流量服從兩狀態馬可夫轉換：

$$\pi_t \equiv \begin{bmatrix} \pi_t^{**} & 1 - \pi_t^{**} \\ 1 - \pi_t^* & \pi_t^* \end{bmatrix}$$

其中， $\pi_t^* \equiv \Pr(\varepsilon_t^{l,B} | \varepsilon_{t-1}^{l,B}) = f(\beta_1' z_t)$ ， $\pi_t^{**} \equiv \Pr(\varepsilon_t^{h,B} | \varepsilon_{t-1}^{h,B}) = f(\beta_2' z_t)$ ，  
 $z_t$ =個股累積報酬率以及市場大盤累積報酬率。

另外， $\varepsilon_t^{l,S} = \varepsilon_t^{l,B} \exp(\gamma_l' z_t)$ ， $\varepsilon_t^{h,S} = \varepsilon_t^{h,B} \exp(\gamma_h' z_t)$

## 2. 資訊交易者：

在 Kyle(1985)指出資訊交易者的策略性交易會受到非資訊交易者的影響，另外，在放寬只能交易一單位的限制後，資訊交易者的策略性交易將會隨著消息到達而帶來大量的買賣單。然而，資訊交易者將如何進行交易，一直是實證上關注的焦點，該文提出四種行為組合來描述資訊交易者的交易策略：

$$s_t^b = (\varepsilon_t^h, \mu_t^l), \quad s_t^a = (\varepsilon_t^h, \mu_t^h), \quad s_t^c = (\varepsilon_t^l, \mu_t^h), \quad s_t^d = (\varepsilon_t^l, \mu_t^l)$$

因此， $s_t^a, s_t^d$  是資訊交易者行為與非資訊交易者行為配合狀態；而  $s_t^b, s_t^c$  是不配合狀態。

定義變數  $\rho$  為反應配合機率， $\rho = \Pr(\mu_t^h | \varepsilon_t^h) = \Pr(\mu_t^l | \varepsilon_t^l)$

因此，在條件  $\Pr(\mu_t^h | \varepsilon_t^h, \varepsilon_{t-1}^h, \mu_{t-1}^h) = \Pr(\mu_t^h | \varepsilon_t^h)$  之下：

$$\Pr(s_t^a | s_{t-1}^a) = \Pr(\varepsilon_t^h, \mu_t^h | \varepsilon_{t-1}^h, \mu_{t-1}^h) = \Pr(\varepsilon_t^h | \varepsilon_{t-1}^h) * \Pr(\mu_t^h | \varepsilon_t^h, \varepsilon_{t-1}^h, \mu_{t-1}^h) = \pi_t^{**} \rho$$

### 模型估計：

透過資訊交易者的反應配合機率  $\rho$ ，改寫轉移機率  $v_t$  成為：

$$v_t = \begin{bmatrix} \pi_t^{**} \rho & \pi_t^{**} (1-\rho) & (1-\pi_t^{**})(1-\rho) & (1-\pi_t^{**})\rho \\ \pi_t^{**} \rho & \pi_t^{**} (1-\rho) & (1-\pi_t^{**})(1-\rho) & (1-\pi_t^{**})\rho \\ (1-\pi_t^*)\rho & (1-\pi_t^*)(1-\rho) & \pi_t^*(1-\rho) & \pi_t^*\rho \\ (1-\pi_t^*)\rho & (1-\pi_t^*)(1-\rho) & \pi_t^*(1-\rho) & \pi_t^*\rho \end{bmatrix}$$

定義  $p_t^s \equiv [p(s_t^a) \ p(s_t^b) \ p(s_t^c) \ p(s_t^d)]$

因此，狀態演化過程為：

$$p_t^s = p_{t-1}^s v_t = p_0^s \prod_{m=1}^t v_m, \quad \forall t \geq 1$$

## 資訊交易機率：

透過  $p_t^s$ ，可得  $p(\varepsilon_t^h), p(\varepsilon_t^l), p(\mu_t^h), p(\mu_t^l)$ 。

定義資訊交易者以及非資訊交易者下單流量的期望值：

$$\varepsilon_t^{e,S} = \varepsilon_t^{h,S} p(\varepsilon_t^h) + \varepsilon_t^{l,S} p(\varepsilon_t^l)$$

$$\varepsilon_t^{e,B} = \varepsilon_t^{h,B} p(\varepsilon_t^h) + \varepsilon_t^{l,B} p(\varepsilon_t^l)$$

$$\mu_t^e = \mu_t^h p(\mu_t^h) + \mu_t^l p(\mu_t^l)$$

最後，可求得資訊交易機率：

$$TPIN = \frac{\alpha \mu_t^e}{\alpha \mu_t^e + \varepsilon_t^{e,S} + \varepsilon_t^{e,B}}$$



## 概似函數：

給定在交易日  $t$  時，狀態為  $s_t^a$ ，買單為  $B_t$ ，賣單為  $S_t$  之下：

$$\begin{aligned} g(s_t^a) &= (1-\alpha) \exp(-\varepsilon_t^{h,B} - \varepsilon_t^{h,S}) \frac{(\varepsilon_t^{h,B})^{B_t}}{B_t!} \frac{(\varepsilon_t^{h,S})^{S_t}}{S_t!} \\ &\quad + \alpha \delta \exp(-\varepsilon_t^{h,B} - \varepsilon_t^{h,S} - \mu_t^h) \frac{(\varepsilon_t^{h,B})^{B_t}}{B_t!} \frac{(\varepsilon_t^{h,S} + \mu_t^h)^{S_t}}{S_t!} \\ &\quad + \alpha(1-\delta) \exp(-\varepsilon_t^{h,B} - \varepsilon_t^{h,S} - \mu_t^h) \frac{(\varepsilon_t^{h,B} + \mu_t^h)^{B_t}}{B_t!} \frac{(\varepsilon_t^{h,S})^{S_t}}{S_t!}. \end{aligned}$$

由於在函數中，存在指數，階乘，以及次方，在電腦運算時非常容易

造成上溢位以及下溢位，因此，將函數整理：

$$g(s_t^a) = c_t + m(s_t^a) \cdot h(s_t^a) / (B_t! S_t!),$$

其中：

$$\begin{aligned}
c_t &\equiv \exp(-\varepsilon_t^{*,B} - \varepsilon_t^{*,S} - \mu_t^*)(\varepsilon_t^{*,B})^{B_t} (\varepsilon_t^{*,S})^{S_t}, \\
m(S_t^a) &\equiv \exp[-(\varepsilon_t^{h,B} - \varepsilon_t^{*,B}) - (\varepsilon_t^{h,S} - \varepsilon_t^{*,S}) - (\mu_t^h - \mu_t^*)] \left( \frac{\varepsilon_t^{h,B}}{\varepsilon_t^{*,B}} \right)^{B_t} \left( \frac{\varepsilon_t^{h,S}}{\varepsilon_t^{*,S}} \right)^{S_t}, \\
h(S_t^a) &\equiv \left[ (1-\delta) \exp(\mu_t^h) + \alpha \delta \left( 1 + \frac{\mu_t^h}{\varepsilon_t^{h,S}} \right)^{S_t} + \alpha (1-\delta) \left( 1 + \frac{\mu_t^h}{\varepsilon_t^{h,B}} \right)^{B_t} \right], \\
\varepsilon^{*,B} &\equiv \frac{1}{2} (\varepsilon_t^{h,B} + \varepsilon_t^{l,B}), \\
\varepsilon^{*,S} &\equiv \frac{1}{2} (\varepsilon_t^{h,S} + \varepsilon_t^{l,S}), \\
\mu^* &\equiv \frac{1}{2} (\mu_t^h + \mu_t^l).
\end{aligned}$$

可得概似函數：

$$\begin{aligned}
L(\Theta) &= \ln \left[ \prod_{t=1}^T L(\Theta | B_t, S_t) \right] \\
&= \sum_{t=1}^T [-\varepsilon_t^{*,B} - \varepsilon_t^{*,S} - \mu_t^* + B_t \ln(\varepsilon_t^{*,B}) + S_t \ln(\varepsilon_t^{*,S})] \\
&\quad + \sum_{t=1}^T \ln \left[ \sum_{k \in \{a,b,c,d\}} m(s_t^k) h(s_t^k) p(s_t^k) \right].
\end{aligned}$$

### 第三章 有限混合分配模型與隱藏馬可夫模型

在資訊交易機率的實證模型中，Easley, Hvidkjaer and O’Hara (2002) 將每日分成沒有消息、壞消息、好消息三種狀況，其實是波松有限混合分配模型 (Finite mixture model) 的特例；而 Lei and Wu (2004) 將模型推廣至馬可夫轉換，則是隱藏馬可夫模型(Hidden Markov Model)的特例。本文為了比較資訊交易機率的各種測度，在實證上提出更為容易而穩健的估計方法。

由於近年來交易量大增，根據 Easley, Hvidkjaer and O’Hara (2002)，大型股因為交易量頻繁，往往無法求得資訊交易機率。例如，以下為 2000 年 12 月 AT&T 的買單以及賣單數量：

Date	Buy	Sell	Date	Buy	Sell
20001201	484	645	20001215	461	684
20001204	608	957	20001218	623	884
20001205	674	805	20001219	621	974
20001206	673	931	20001220	540	1158
20001207	615	963	20001221	651	1187
20001208	488	695	20001222	474	1022
20001211	661	1000	20001226	568	1560
20001212	812	1093	20001227	688	1976
20001213	671	1062	20001228	914	2955
20001214	632	1060	20001229	1068	2342

在 12 月 28 日賣單為 2955，若假設平時的密集度為 1000，則發生的機率為  $2.59395e-544$ ，為小數點後 544 位，而造成電腦計算時的下溢位。因此，本章分別對兩模型提出 EM 演算法，使得參數估計可以得到較為穩健的估計值，並且解決買賣單不平衡問題。

除此之外，藉由 EM 演算法，將資訊交易者的行為放寬至在好消息與壞消息時有不同的訂單流量更是自然而然的。

## 第一節 EM 演算法

3.1.1 概似函數的下界:

$$L(\theta) = \log p(O | \theta) = \log \int p(O, X | \theta) dX$$

其中，O 是觀測值，而 X 是隱藏變數， $X = \{x_1, \dots, x_N\}$ 。

使用 Jensen 不等式可得:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \log \int q(X) \frac{p(O, X | \theta)}{q(X)} dX \geq \int q(X) \log \frac{p(O, X | \theta)}{q(X)} dX \\ &= \int q(X) \log p(O, X | \theta) dX - \int q(X) \log q(X) dX \\ &= B(\theta, q(X)) \end{aligned}$$

$$B(\theta, q(X)) = Q(\theta, \theta^{(k)}) + H(\theta^{(k)}) , \quad Q(\theta, \theta^{(k)}) = E\{\log p(O, X | \theta) | O, \theta^{(k)}\}$$

因此，若  $Q(\theta, \theta^{(k)})$  在迭代過程中為單調遞增，可同時使概似函數的下界遞增。



### 3.1.2 EM 演算法

---

#### Algorithm:

**Initialize:**  $\theta^{(1)}, k=0$

**Repeat:**

**k=k+1**

$$\hat{q}(X) = p(X | O, \theta^{(k)})$$

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} Q(\theta, \theta^{(k)})$$

$$\theta^{(k+1)} \leftarrow \hat{\theta}$$

**Until**  $L(\theta^{(k+1)}) - L(\theta^{(k)}) < \delta$

---

## 第二節 波松有限混合分配模型

假設母體的分配為  $g$  種波松(Poisson)混合分配:

$$f(o_t | \theta) = \sum_{m=1}^g c_m f(o_t | \lambda_m)$$

$$\text{其中, } f(o_t | \lambda_m) = f(B_t, S_t | \lambda_{Bm}, \lambda_{Sm}) = \frac{e^{-(\lambda_{Bm} + \lambda_{Sm})} \lambda_{Bm}^{B_t} \lambda_{Sm}^{S_t}}{B_t! S_t!}$$

定義，隱藏的指標變數  $Z_{nm}$ :

$$Z_{nm} = \begin{cases} 1, & o_n \text{ 是來自分配 } m \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

則完整資料概似函數可寫成:

$p(O, Z | \theta) = \prod_{n=1}^N p(o_n, z_n | \theta)$

$$\text{其中, } p(o_n, z_n | \theta) = \prod_{m=1}^g [c_m f(o_n | \lambda_m)]^{Z_{nm}}$$

使用EM演算法:

參數更新過程:

$$c_m^{(k+1)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N B_n Z_{nm}^{(k)}, \quad \lambda_{Bm}^{(k+1)} = \frac{\sum_{n=1}^N B_n Z_{nm}^{(k)}}{\sum_{n=1}^N Z_{nm}^{(k)}}, \quad \lambda_{Sm}^{(k+1)} = \frac{\sum_{n=1}^N S_n Z_{nm}^{(k)}}{\sum_{n=1}^N Z_{nm}^{(k)}}$$

$$\text{其中, } Z_{nm}^{(k)} = \frac{c_m^{(k)} f(o_n | \lambda_m^{(k)})}{\sum_{m=1}^g c_m^{(k)} f(o_n | \lambda_m^{(k)})}$$

重複以上過程，直到參數收斂為止。

### 第三節 隱藏馬可夫模型

假設給定隨機樣本序列  $O = (O_1, \dots, O_T)$ ，以及隱藏狀態  $Q = (Q_1, \dots, Q_T)$ 。隱藏狀態取值在集合  $S = \{1, 2, \dots, n\}$ 。

目標：估計參數  $\lambda = (A, B, \pi)$  使得  $p(o, q | \lambda)$  極大。

其中，

$A = (a_{ij})_{n \times n}$ ， $a_{ij} = P(Q_t = j | Q_{t-1} = i)$  是轉移機率，服從馬可夫過程。

$\pi = (\pi_i)_{1 \times n}$ ， $\pi_i = P(Q_1 = i)$  是起始機率。

$B = (b_i)_{1 \times n}$ ， $b_i = f(o_t | Q_t = i) = \sum_{m=1}^g c_m \times Poisson(o_t, \lambda_{im})$  是觀測值的機率分配，在此為波松混合分配。

EM演算法估計程序：



完整資料之概似函數：

$$P(o, q | \lambda) = \pi_{q_1} b_{q_1}(o_1) \prod_{i=2}^T a_{q_{i-1} q_i} b_{q_i}(o_i)$$

令  $\lambda'$  目前的參數值， $G(\lambda, \lambda') = \sum_{q \in S_T^*} \log P(o, q | \lambda) p(o, q | \lambda')$ ， $S_T^*$  為狀態序列所構成的集合。

$$\begin{aligned} G(\lambda, \lambda') &= \sum_{q \in S_T^*} \log \pi_{q_1} P(o, q | \lambda') + \\ &\quad \sum_{q \in S_T^*} \left( \sum_{t=2}^T \log a_{q_{t-1} q_t} \right) P(o, q | \lambda') + \\ &\quad \sum_{q \in S_T^*} \left[ \sum_{t=1}^T \log b_{q_t}(o_t) \right] P(o, q | \lambda') \end{aligned} \tag{*}$$

1. 計算  $G(\lambda, \lambda')$
2. 找出  $\arg \max_{\lambda} G(\lambda, \lambda')$

### 估計 $\pi$ :

在(\*)中的第一項：

$$\sum_{q \in S_T^*} \log \pi_q P(o, q | \lambda') = \sum_{i=1}^n \log \pi_i P(o, q_1 = i | \lambda')$$

使用 Langrange 乘數法，解：

$$\frac{\partial}{\partial \pi_i} \left[ \sum_{i=1}^n \log \pi_i P(o, q_1 = i | \lambda') + \eta \left( \sum_{i=1}^n \pi_i - 1 \right) \right] = 0$$

可得估計值  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)$ ，

$$\hat{\pi}_i = \frac{P(o, q_1 = i | \lambda')}{P(o | \lambda')} = P(q_1 = i | o, \lambda')$$

定義  $\gamma_t(i) = P(q_t = i | o, \lambda')$ ，則  $\hat{\pi}_i = \gamma_t(1)$ 。



### 估計 A :

在(\*)中的第二項：

$$\sum_{q \in S_T^*} \left( \sum_{t=2}^T \log a_{q_{t-1} q_t} \right) P(o, q | \lambda') = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{t=2}^T \log a_{ij} P(o, q_{t-1} = i, q_t = j | \lambda')$$

使用 Langrange 乘數法，可得：

$$\hat{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^T P(o, q_{t-1} = i, q_t = j | \lambda')}{P(o, q_{t-1} = i | \lambda')} = \frac{\sum_{t=2}^T \xi_t(i, j)}{\sum_{t=2}^T \gamma_t(i)}$$

其中， $\xi_t(i, j) = P(q_{t-1} = i, q_t = j | o, \lambda')$ 。

## 估計B:

在(\*)中的第三項：

$$\sum_{q \in S_T^*} \left[ \sum_{t=1}^T \log b_{q_t}(o_t) \right] P(o, q | \lambda') = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \log b_i(o_t) P(o, q | \lambda')$$

估計參數：

$$c_{jm} = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j, m)}{\sum_{m=1}^g \sum_{t=1}^T \gamma_t(j, m)}, \quad \lambda_{jm} = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j, m) o_t}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j, m)}$$

其中，

$$\alpha_t(j) = \Pr(O_1 = o_1, \dots, O_t = o_t, Q_t = j | \lambda)$$

$$\beta_t(j) = \Pr(O_{t+1} = o_{t+1}, \dots, O_T = o_T | Q_t = j, \lambda)$$

$$\gamma_t(j, m) = \left[ \frac{\alpha_t(j) \beta_t(j)}{\sum_{t=1}^T \alpha_t(j) \beta_t(j)} \right] \left[ \frac{c_{jm} \times \text{Poisson}(o_t, \lambda_{jm})}{\sum_{m=1}^g c_{jm} \times \text{Poisson}(o_t, \lambda_{jm})} \right]$$

## 使用Baum-Welch演算法：

計算  $\alpha_t(j)$ ， $\beta_t(j)$ ， $\xi_t(i, j)$ ， $\gamma_t(i)$ ：

1. 向前程序：

$$(1) \quad \alpha_i(1) = \pi_i b_i(o_1)$$

$$(2) \quad \alpha_j(t+1) = \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) a_{ij} \right] b_j(o_{t+1})$$

$$(3) \quad P(O | \lambda) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(T)$$

2. 向後程序：

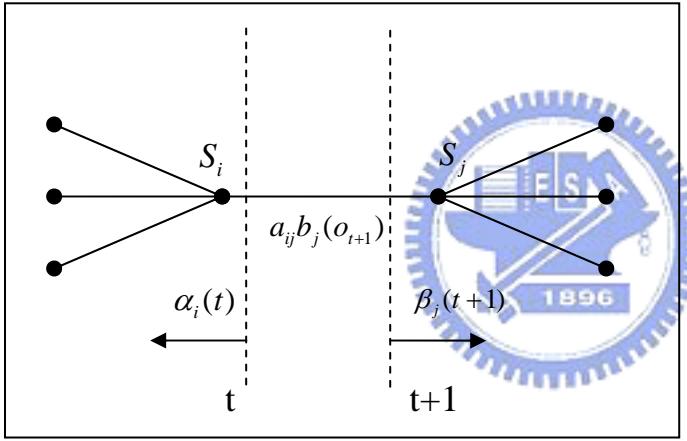
$$(1) \quad \beta_i(T) = 1$$

$$(2) \quad \beta_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_j(t+1)$$

$$(3) \quad P(O | \lambda) = \sum_{i=1}^n \beta_i(1) \pi_i b_i(o_1)$$

3. 計算  $\xi_t(i, j)$  :

$$\xi_t(i, j) = P(q_{t-1} = i, q_t = j | o, \lambda')$$



$$\begin{aligned} \xi_t(i, j) &= P(q_{t-1} = i, q_t = j | O, \lambda') = \frac{P(o, q_{t-1} = i, q_t = j | \lambda')}{P(O | \lambda')} = \frac{\alpha_i(t) a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_j(t+1)}{P(O | \lambda')} \\ &= \frac{\alpha_i(t) a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_j(t+1)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i(t) a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_j(t+1)} \end{aligned}$$

4. 計算  $\gamma_t(i)$ :

$$\gamma_t(i) = P(q_t = i | o, \lambda')$$

$$\gamma_t(i) = \sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)$$

## 第四章 日內市場動態模型文獻回顧

傳統上，關於金融市場中財務經濟之研究，往往以固定的時間間隔作為資料分析的基礎，例如每五分鐘取一筆交易資料的資料結構。但是，這種交易資料的分析可能會造成金融資產市場上部分的訊息流入沒有充分被衡量的缺失，如果選取的時間間隔過短，可能會造成在許多區間內，價格並沒有改變；而若選取的區間過長，可能造成資料過度平滑的特性，在區間中有些訊息的流入會被忽略。

Engle and Russell(1998)發展一個研究不規則時間間隔的交易資料之模型，探討每一筆交易資料之間的相關性，例如，針對價格改變所做的研究，不再以每五分鐘作為時間間隔來選取交易資料，而是記錄每一筆價格改變的交易資料作為研究的基礎，因此每筆交易發生的時間間距被定義成交易時距。



由於電腦科技及儲存記憶空間的快速發展，資料出現的頻率即使在非常高的情況下仍舊可以被逐一記錄下來，加上資訊傳遞的管道多元化，使得訊息傳遞的速度大幅提昇，不論距離多遠的消息，都可以在極短的時間內被傳達，所以在投資的市場中，由於訊息的流入速度越來越快，訊息很容易就在市場上揭露，所以反應此一新訊息所需的時間越來越短，市場中的經濟活動也就越活絡，所以透過每筆交易所花費的時間，可以用來瞭解訊息進入金融市場的狀況。

若以價格改變作為研究的目的，則交易時距則為連續兩個價格改變的時間間距，意即價格改變所需要的時間。若研究的目的為流動性，則交易時距則為交易量改變所需要的時間。

## 4.1 Engle and Russell(1998)

Engle and Russell 提出 Autoregressive Conditional Duration (ACD) 模型應用於高頻率的財務日內資料。在此模型架構中，分析等待時間是相當直觀的。

令  $x_i = t_i - t_{i-1}$ ，為兩個事件到達所需的時間，也就是所謂的交易時距。而交易時距的分配可以參數化成與過去的交易時距相關。令  $\psi_i$  為交易時距的條件期望值，可以表達成：

$$E(x_i | x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_1) = \psi_i(x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_1; \theta) = \psi_i$$

更進一步，可令

$$x_i = \psi_i \varepsilon_i$$

其中， $\varepsilon_i \sim i.i.d p(\varepsilon; \phi)$ ，取值為正。



相對應的基本危險函數 (Baseline Hazard)， $\lambda_0$  定義為：

$$\lambda_0 = \frac{p(\varepsilon; \phi)}{S_0(\varepsilon; \phi)}$$

其中，

$$S_0 \text{ 為存活函數(Survivor function)} , S_0(\varepsilon; \phi) = \int_{\varepsilon}^{\infty} p(u; \phi) du$$

概似函數可以表示成：

$$L = \sum_{i=1}^{N(T)} \log p_i(t_i | t_0, \dots, t_{i-1})$$

$$L = \sum_{i=1}^{N(T)} \log \lambda(t_i | t_0, \dots, t_{i-1}) - \int_{t_0}^T \lambda(u | N(t), t_0, \dots, t_{i-1}) du$$

若  $\varepsilon_i$  的分配為  $p_0$ ，則 ACD 的條件密集度（conditional intensity function）可表示成：

$$\lambda(t | N(t), t_{i-1}, t_{i-2}, \dots, t_0) = \lambda_0 \left( \frac{t - t_{N(t)-1}}{\psi_{N(t)}} \right) \frac{1}{\psi_{N(t)}}$$

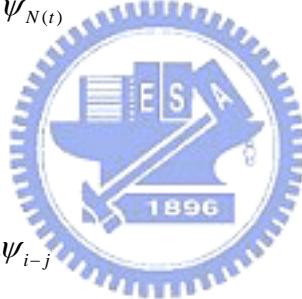
因此，過去的歷史將透過相乘的方式以及平移基本危險函數來影響條件密集度。

若  $\varepsilon_i$  的條件分配為指數分配，則基本危險函數=1，而條件密集度為：

$$\lambda(t | N(t), t_{i-1}, t_{i-2}, \dots, t_0) = \frac{1}{\psi_{N(t)}}$$

可得 EACD(p,q)模型：

$$\psi_i = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j x_{i-j} + \sum_{j=1}^q \beta_j \psi_{i-j}$$



另外，若誤差項的分配為韋伯(Weibull)分配，則條件密集度為：

$$\lambda(t | N(t), t_{i-1}, t_{i-2}, \dots, t_0) = \gamma \left( \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)}{\psi_{N(t)}} \right)^\gamma (t - t_{N(t)})^{\gamma-1}$$

同樣可得 WACD(p,q)。

而指數分配是韋伯分配當  $\gamma=1$  時的特例。

## EACD模型,引用Lee and Hansen(1994)的推論:

- 若：1.  $E_{i-1}(x_i) = \psi_i = \omega + \alpha x_{i-1} + \beta \psi_{i-1}$ ,
2. 誤差項為：
- (a)嚴格定態(strictly stationary)
  - (b)非退化的(nondegenerate)
  - (c)二階條件動差存在(bounded conditional second moments)
  - (d)  $\sup_i E_{i-1}[\ln(\beta + \alpha \varepsilon_i)] < 0$
3.  $\theta_0 \equiv (\omega, \alpha, \beta)$ ，為參數空間的內點(interior)
4.  $L(\theta) = -\sum_{i=1}^{N(T)} \left( \log(\psi_i) + \frac{x_i}{\psi_i} \right)$

則：

- (1) QMLE，即使用常態分配做為誤差項，估計式將具有一致性。
- (2) 只要將  $\sqrt{x_i}$  作為應變數，並且將平均值設為 0，就可使用 ARCH 的套裝軟體來估計參數。



## 4.2 Bauwens and Veredas (2004)

該文章提出 SCD(Stochastic Conditional Duration)模型，主要是假設在事件到達的過程中，存在一個隱藏的變數驅使等待時間的隨機過程。

觀測值等待時間  $d_i$  是隱藏變數  $\Psi_i$  與誤差項  $\varepsilon_i$  相乘，定義  $\Psi_i = e^{\psi_i}$ ，而  $\psi_i$  服從一階自我相關過程 (AR(1))，模型可表示為：

$$d_i = \Psi_i \varepsilon_i \quad \text{where } \Psi_i = e^{\psi_i}, \\ \psi_i = \omega + \beta \psi_{i-1} + u_i \quad (|\beta| < 1),$$

其中，分配的假設為：

$$u_i | I_{i-1} \sim N(0, \sigma^2) \\ \varepsilon_i | I_{i-1} \sim \text{some distribution with positive support} \\ u_i \text{ independent of } \varepsilon_j | I_{i-1}, \quad \forall i, j.$$

$I_{i-1}$  代表由直到  $d_{i-1}$  為止所產生的資訊集合。



相對於 ACD 模型，SCD 模型在給定於過去資訊下，條件期望值是隨機的。

### 模型估計：

概似函數：

$$p(d | \theta) = \int p(d, \psi, \theta_1, \theta_2) d\psi = \int p(d | \psi, \theta_1) p(\psi | \theta_2) d\psi \\ p(d, \psi | \theta_1, \theta_2) = \prod_{i=1}^N \int p(d_i | \psi_i, \theta_1) p(\psi_i | \psi_{i-1}, \theta_2).$$

其中， $\theta_1, \theta_2$  為分配中的參數。

在建構概似函數的過程中，必須對於隱藏變數積分，而數值積分技巧多維度的情形下並不可行，因此必須擁有熟練的貝氏估計能力，使用馬可夫鏈蒙地卡羅模擬（Markov Chain Monte Carlo ; MCMC）技巧在多維度的分配中抽樣。相對於 MCMC，QML 的估計法在計算上較為省時，在市場微結構的應用中，面對於高頻率資料，就顯得較吸引人了。

### QML參數估計法：

透過對數轉換，SCD 可以下狀態空間(State Space)表示：

$$\begin{aligned}\ln d_i &= \mu + \psi_i + \xi_i, \\ \psi_i &= \omega + \beta \psi_{i-1} + u_i,\end{aligned}$$

其中， $\xi_i = \ln \varepsilon_i - \mu$ ，而  $\mu = E[\ln \varepsilon_i]$ ，使得  $\xi_i$  的期望值為零。

若  $\varepsilon$  分配為 Weibull( $\gamma, 1$ )，經由變數變換，

$$f(\xi) = \gamma e^{\xi\gamma} e^{-e^{\xi\gamma}}.$$

因此，期望值為  $-0.57722/\gamma$ ，變異數為  $\pi^2/6\gamma^2$ 。

令  $\xi_i \sim N(0, \sigma_{\xi_i}^2)$ ， $\sigma_{\xi_i}^2 = \pi^2/6\gamma^2$ ，得到狀態空間表示法，可透過 Kalman Filter 的迭代過程建構出概似函數。

另外，若假設  $\varepsilon$  分配為 Gamma，亦可用相同方法估計參數。

### 蒙地卡羅試驗：

Weibull	True	$N = 5,000$		$N = 50,000$	
		Estimate	S.E.	Estimate	S.E.
$\omega$	-0.020	-0.014	0.004	-0.020	0.002
$\beta$	0.900	0.905	0.017	0.904	0.006
$\gamma$	0.900	0.914	0.014	0.902	0.005
$\sigma^2$	0.056	0.059	0.013	0.055	0.005

## 第五章 馬可夫轉換狀態空間模型與動態資訊交易機率模型

Kim(1994)提出馬可夫轉換狀態空間模型(State Space Model with Regime Switching)。由於狀態數目將隨著樣本觀察次數呈現指數方式增加，因此提出合併的方式，且透過 Kalman Filter 建構概似函數，接著使用數值最佳化的程序解出參數。由於數值最佳化方法，相當容易受到起始值的影響，而且是收斂到局部解；在馬可夫狀態轉換的情形下，概似函數變得更為複雜，收斂問題顯得相當嚴重。

近年來在工程領域中，由於訊號處理以及聲控辨識技術的進步，已經將馬可夫轉換狀態空間模型導出 EM 演算法。EM 演算法可以得到較為穩健的參數估計。

本文提出 MSSCD 模型 (Markov Switching Stochastic Conditional Duration)，使用馬可夫轉換狀態空間模型估計參數，並融入與測度資訊不對稱模型，提出更為完善模型以做為應用。而馬可夫轉換狀態空間模型也可應用於隨機波動模型。

本章第一節先介紹狀態空間模型的 EM 演算法。第二節介紹馬可夫轉換狀態空間模型的 EM 演算法。在第三節，則將馬可夫轉換狀態空間模型應用於市場微結構動態交易時距模型，並融合資訊不對稱模型測度資訊交易機率。

## 第一節 狀態空間模型

線性動態系統:

$$\begin{aligned} x_t &= Ax_{t-1} + \omega, & \omega &\sim N(\mu^{(x)}, \Sigma^{(x)}) \\ o_t &= Cx_t + v, & v &\sim N(\mu^{(o)}, \Sigma^{(o)}) \end{aligned}$$

其中，第一式稱為狀態方程式(State Equation)，而第二式稱為觀測方程式(Measurement Equation)，w 與 v 獨立。

第一個狀態的分配為:  $x_1 \sim N(\mu^{(i)}, \Sigma^{(i)})$

變數定義:

$$\begin{aligned} x_{t+1|t} &= E\{x_{t+1} | o_{1:t}\} & x_{t|t} &= E\{x_t | o_{1:t}\} \\ \Sigma_{t+1|t} &= E\{x_{t+1}x_{t+1}' | o_{1:t}\} & \Sigma_{t|t} &= E\{x_tx_t' | o_{1:t}\} \end{aligned}$$

EM演算法之MLE:



1.Kalman Filtering:

Prediction:

$$\begin{aligned} x_{t+1|t} &= Ax_{t|t} + \mu^{(x)} \\ \Sigma_{t+1|t} &= A\Sigma_{t|t}A' + \Sigma^{(x)} \end{aligned}$$

Update:

$$\begin{aligned} \Sigma_{t|t} &= \Sigma_{t|t-1} - \Sigma_{t|t-1}C'(C\Sigma_{t|t-1}C' + \Sigma^{(o)})^{-1}C\Sigma_{t|t-1} \\ x_{t|t} &= x_{t|t-1} + \Sigma_{t|t-1}C'(C\Sigma_{t|t-1}C' + \Sigma^{(o)})^{-1}(o_t - Cx_{t|t-1} - \mu^{(o)}) \end{aligned}$$

建立概似函數:

$$\begin{aligned} p(o_t | o_{1:t-1}) &= N(o_t; Cx_{t|t-1} + \mu^{(o)}, C\Sigma_{t|t-1}C' + \Sigma^{(o)}) \\ p(O) &= p(o_1) \prod_{t=2}^T p(o_t | o_{1:t-1}). \end{aligned}$$

## 2.Kalman Smoothing:

$$\begin{aligned}
 p(x_t | O) &= N(x_t; \$, \$), \\
 \$ &= \Sigma_{t|t} + \Sigma_{t|t} A' \Sigma_{t+1|t}^{-1} (\$ - \Sigma_{t+1|t}) \Sigma_{t+1|t}^{-1} A \Sigma_{t|t} \\
 \$ &= x_{t|t} + \Sigma_{t|t} A' \Sigma_{t+1|t}^{-1} (\$ - x_{t+1|t}) \\
 \$_{t,t+1} &= \$_{t+1} \Sigma_{t+1|t}^{-1} A \Sigma_{t|t}
 \end{aligned}$$

## 3. 參數更新:

$$\begin{aligned}
 C &= \left( \sum_{t=1}^T o_t \$ - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T o_t \sum_{t=1}^T \$ \right) \left( \sum_{t=1}^T R_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \$ \sum_{t=1}^T \$ \right)^{-1} \\
 \mu^{(o)} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (o_t - C \$) \\
 \$^{(o)} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (o_t o_t' - [C \mu^{(o)}] [o_t \$ o_t]) \\
 A &= \left( \sum_{t=2}^T R_{t-1,t} - \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \$ \sum_{t=2}^T \$ \right) \left( \sum_{t=2}^T R_{t-1} - \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \$ \sum_{t=2}^T \$ \right)^{-1} \\
 \mu^{(x)} &= \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T (\$ - A \$_{t-1}) \\
 \$^{(x)} &= \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T (R_t - [A \mu^{(x)}] [R_{t-1} \$]) \\
 \mu^{(i)} &= \$ \\
 \$^{(i)} &= R_1 - \mu^{(i)} \mu^{(i)'}
 \end{aligned}$$

4. 重複以上 1.2.3. 過程，直到參數收斂為止。

## 第二節 馬可夫轉換狀態空間模型

動態系統：

$$\begin{aligned} x_t &= A_t x_{t-1} + v_t \\ y_t &= C_t x_t + w_t \end{aligned}$$

其中， $A_t = A(S_t)$ ， $v_t = v(S_t)$ ， $C_t = C(S_t)$ ， $w_t = w(S_t)$

變數定義：

$$\begin{aligned} x_{t|\tau}^{i(j)} &= E[X_t | y_{1:\tau}, S_{t-1} = i, S_t = j] \\ x_{t|\tau}^{(j)k} &= E[X_t | y_{1:\tau}, S_t = j, S_{t+1} = k] \\ x_{t|\tau}^j &= E[X_t | y_{1:\tau}, S_t = j] \end{aligned}$$

$$V_{t|\tau}^j = Cov[X_t | y_{1:\tau}, S_t = j]$$

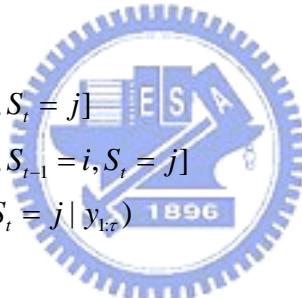
$$V_{t,t-1|\tau}^j = Cov[X_t, X_{t-1} | y_{1:\tau}, S_t = j]$$

$$V_{t,t-1|\tau}^{i(j)} = Cov[X_t, X_{t-1} | y_{1:\tau}, S_{t-1} = i, S_t = j]$$

$$M_{t-1,t|\tau}(i, j) = Pr(S_{t-1} = i, S_t = j | y_{1:\tau})$$

$$M_{t|\tau}(j) = Pr(S_t = j | y_{1:\tau})$$

$$L_t^j = Pr(y_t | y_{1:t-1}, S_t = j)$$



1.Filtering:

$$(x_{t|t}^{i(j)}, V_{t|t}^{i(j)}, V_{t,t-1|t}^{i(j)}, L_t^{i(j)}) = \text{Filter}\left(X_{t-1|t-1}^i, V_{t-1|t-1}^i, y_t; F_j, H_j, Q_j, R_j\right)$$

$$M_{t-1,t|\tau}(i, j) = Pr(S_{t-1} = i, S_t = j | y_{1:\tau}) = \frac{L_t(i, j)Z(i, j)M_{t-1|t-1}(i)}{\sum_i \sum_j L_t(i, j)Z(i, j)M_{t-1|t-1}(i)}$$

$$M_{t|t}(j) = \sum_i M_{t-1,t|\tau}(i, j)$$

$$W^{i|j} = Pr(S_{t-1} = i | S_t = j, y_{1:t}) = M_{t-1,t|\tau}(i, j) / M_{t|t}(j)$$

$$(x_{t|t}^j, V_{t|t}^j) = \text{Collapse}\left(x_{t|t}^{i(j)}, V_{t|t}^{i(j)}, W_t^{i|j}\right)$$

## 2.Smoothing:

$$(x_{t|T}^{(j)k}, V_{t|T}^{(j)k}, V_{t+1,t|T}^{j(k)}) = \text{Smooth}\left(X_{t+1|T}^k, V_{t+1|T}^k, X_{t|t}^j, V_{t|t}^j, V_{t+1|t+1}^k, V_{t+1,t|t+1}^{j(k)}, F_k, Q_k\right)$$

$$U_t^{jk} = \Pr(S_t = j | S_{t+1} = k, y_{1:T}) \approx \frac{\mathbf{M}_{t|t}(j)Z(j',k)}{\sum_{j'} \mathbf{M}_{t|t}(j')Z(j',k)} *$$

$$\mathbf{M}_{t,t+1|T}(j,k) = U_t^{jk} \mathbf{M}_{t+1|T}(k)$$

$$\mathbf{M}_{t|T}(j) = \sum_k \mathbf{M}_{t,t+1|T}(j,k)$$

$$W_t^{kj} = \Pr(S_{t+1} = k | S_t = j, y_{1:T}) = \mathbf{M}_{t,t+1|T}(j,k) / \mathbf{M}_{t|T}(j)$$

$$(x_{t|T}^j, V_{t|T}^j) = \text{Collapse}\left(x_{t|T}^{(j)k}, V_{t|T}^{(j)k}, W_t^{kj}\right)$$

$$(x_{t|T}, V_{t|T}) = \text{Collapse}\left(x_{t|T}^j, V_{t|T}^j, \mathbf{M}_{t|T}(j)\right)$$

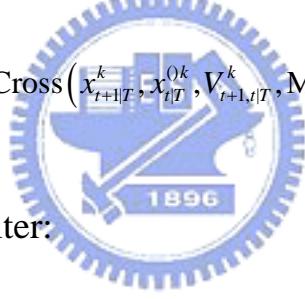
$$x_{t|T}^{(j)k} = E[X_{t+1} | y_{1:T}, S_{t+1} = k, S_t = j] \approx x_{t+1|T}^k$$

$$V_{t+1,t|T}^k = \text{CollapseCross}\left(x_{t+1|T}^{j(k)}, x_{t|T}^{(j)k}, V_{t+1,t|T}^{j(k)}, U_t^{jk}\right)$$

$$x_{t|T}^{(j)k} = E[X_t | y_{1:T}, S_{t+1} = k] = \sum_j x_{t|T}^{(j)k} U_t^{jk}$$

$$V_{t+1,t|T} = \text{CollapseCross}\left(x_{t+1|T}^k, x_{t|T}^{(j)k}, V_{t+1,t|T}^k, \mathbf{M}_{t+1|T}(k)\right)$$

其中，(\*)使用 Kim Filter:



$$\begin{aligned} \Pr(S_t = j | S_{t+1} = k, y_{1:T}) &\approx \Pr(S_t = j | S_{t+1} = k, y_{1:t}) \\ &= \frac{\Pr(S_t = j | y_{1:t}) \Pr(S_{t+1} = k | S_t = j)}{\Pr(S_{t+1} = k | y_{1:t})} \end{aligned}$$

## 合併方法:

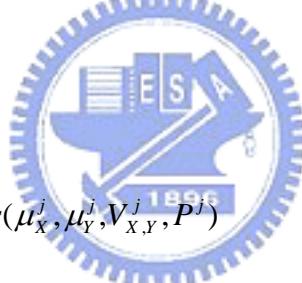
考慮兩隨機變數  $X$  與  $Y$ ，條件期望值分別為  $\mu_X^j = E[X | S = j]$  以及  $\mu_Y^j = E[Y | S = j]$ ，條件共變異數為  $V_{X,Y}^j = Cov[X, Y | S = j]$ ，而混合的係數為  $P^j = \Pr[S = j]$ ，則我們可以以下方式計算動差：(以下過程稱為動差配合(moment matching))

$$\mu_X = \sum_j P^j \mu_X^j$$

$$\mu_Y = \sum_j P^j \mu_Y^j$$

$$\begin{aligned}
V_{X,Y} &= \sum_j P^j Cov[X, Y | S = j] \\
&= \sum_j P^j E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)' | S = j] \\
&= \sum_j P^j E[(X - \mu_X^j + \mu_X^j - \mu_X)(Y - \mu_Y^j + \mu_Y^j - \mu_Y)' | S = j] \\
&= \sum_j P^j E[(X - \mu_X^j)(Y - \mu_Y^j)' | S = j] + \sum_j P^j (\mu_X^j - \mu_X)(\mu_Y^j - \mu_Y)' \\
&= \sum_j P^j E[(X - \mu_X^j)(Y - \mu_Y^j)' | S = j] + \sum_j P^j (\mu_X^j - \mu_X)(\mu_Y^j - \mu_Y)' \\
&= \sum_j P^j E[(X - \mu_X^j)(Y - \mu_Y^j)' | S = j] + \sum_j P^j (\mu_X^j - \mu_X)(\mu_Y^j - \mu_Y)' \\
&= \sum_j P^j V_{X,Y}^j + \sum_j P^j (\mu_X^j - \mu_X)(\mu_Y^j - \mu_Y)'
\end{aligned}$$

因此定義下列運算式：



$$(\mu_X, \mu_Y, V_{X,Y}) = CollapseCross(\mu_X^j, \mu_Y^j, V_{X,Y}^j, P^j)$$

$$Collapse(\mu_X^j, \mu_Y^j, V_{X,Y}^j) = CollapseCross((\mu_X, \mu_Y, V_{X,Y})) = CollapseCross(\mu_X^j, \mu_X^j, V_{X,X}^j, P^j)$$

3. 更新參數：

如同第一節方法

4. 重複以上 1.2.3. 過程，直到參數收斂為止。

### 第三節 動態資訊交易機率模型

#### 5.3.1 狀態轉換隨機交易時距模型(MSSCD)： (Markov Switching Stochastic Conditional Duration Model)

$$d_i = \Psi_i \varepsilon_i \quad \text{where} \quad \Psi_i = e^{\psi_i}, \\ \psi_i = \omega_s + \beta_s \psi_{i-1} + u_i \quad (|\beta| < 1),$$

其中， $d_i$  是觀測值等待時間， $\psi_i$  是隱藏變數， $S=0$  或  $1$ ， $\omega_0 > \omega_1$ 。誤差項  $\varepsilon$  分配為  $\text{Weibull}(\gamma, 1)$ ， $u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$ 。

$S$  服從馬可夫過程，轉移機率矩陣為：

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & 1 - P_{11} \\ 1 - P_{00} & P_{11} \end{bmatrix}$$



經過對數變換：

$$\ln d_i = \mu + \psi_i + \xi_i, \\ \psi_i = \omega_s + \beta_s \psi_{i-1} + u_i,$$

$\xi_i = \ln \varepsilon_i - \mu$ ，而  $\mu = E[\ln \varepsilon_i] = -0.57722/\gamma$ ，使得  $\xi_i$  的期望值為零，變異數為  $\pi^2/6\gamma^2$ 。令  $\xi_i \sim N(0, \sigma_{\xi_i}^2)$ ， $\sigma_{\xi_i}^2 = \pi^2/6\gamma^2$ ，得到狀態空間表示法。

此模型延續 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 混合分配精神，交易時距將是資訊交易者以及非資訊交易者混合所造成的結果。在沒有消息發生之下交易為非資訊交易者所構成，當消息發生時，資訊交易者將享其資訊優勢而在正確時機進入市場會增加下單數量，因此交易時距將會縮短，可視為下單流量為隨機的日內動態模型。使用第二節馬可夫轉換狀態空間模型估計參數，以及狀態。

### 5.3.2 狀態轉換隨機交易時距資訊交易機率模型 (MSSCD-PIN Model) :

透過馬可夫轉換狀態空間模型，本文提出隨機交易時距資訊交易機率模型：

$$\begin{aligned}\Delta M_i &= \beta_s^1 S P_i + \beta_s^2 \psi_i + e_i \\ \ln d_i &= \mu + \psi_i + \xi_i \quad , \quad \xi_i \sim N(0, \sigma_{\xi_i}^2) , \quad \sigma_{\xi_i}^2 = \pi^2 / 6 \gamma^2 \\ \psi_i &= \omega_s + \beta_s \psi_{i-1} + u_i\end{aligned}$$

其中，

$VM_i$  為報價中點的修正幅度 (mid-quote revision)，  
 $d_i$  是交易時距，定義為使造市者報價中點的修正幅度大於零所需的時間。 $\psi_i$  是驅使交易時距的隱藏變數。

$S \in \{0,1\}$ ，服從馬可夫過程，轉移機率矩陣為：

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & 1 - P_{11} \\ 1 - P_{00} & P_{11} \end{bmatrix}$$



本模型主要研究造市者的報價行為、資訊交易機率和價差關連性、及交易量高低對資訊反應速度快慢的影響。模型的建構不僅推廣 Huang and Stoll (1997) 以及 Nyholm (2000) 的模型，同時也真正研究資訊反應速度快慢的影響。

模型中，隱藏變數  $\psi_i$  在兩種狀態間轉換，而交易時距是資訊交易者以及非資訊交易者兩種狀態混合所造成的結果。依照 Huang and Stoll (1987) 以及 Nyholm (2000) 的模型，面對於資訊交易者 ( $s=1$ )，造市者報價中點的修正幅度將會較大 ( $\beta_1^1 > \beta_0^1$ )。除此之外，造市者面對於資訊交易者大量單邊交易，不僅會提高買賣價差，也會影響到買賣報價的時間。

透過  $\beta_0$  以及  $\beta_1$  可觀察資訊交易者以及非資訊交易者的交易行為是否具有持續性 (persistent)；另外，透過  $\omega_0$  以及  $\omega_1$  可以看出造市者會認為資訊機率較高的交易時距平均水準是屬於密集性還是突發性。

### 模型估計：

狀態空間表示法：

$$\begin{pmatrix} \Delta M_i \\ \ln di \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_s^2 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_i + \begin{pmatrix} \beta_s^1 & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} SP_i \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_i \\ e_i \end{pmatrix}$$
$$\psi_i = \omega_s + \beta_s \psi_{i-1} + u_i$$

使用第二節馬可夫轉換狀態空間模型估計參數，以及狀態。

### 資訊交易機率：

$$MSSCD-PIN = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \$$$



## 第四節 實證結果

資料來源為紐約證券交易所(NYSE)的 TAQ 資料庫，為逐筆報價的資料。樣本公司為 Exxon, Coca Cola, Disney, AT&T 四家公司。估計期間為 2000 年 10 月。

資料的萃取時間為 9:30 AM 到 4:00 PM，並且去除第一筆資料以及隔夜資料。買單賣單的估計則使用 Lee and Ready(1993)的分類法。

若成交價高於現行報價中點則視為買單，若低於現行報價中點則視為賣單；若等於現行報價中點則與上一筆成交價比較，若成交價高於上一筆成交價則視為買單，若低於上一筆成交價則視為賣單。其中，現行報價中點指的是買賣單所對應到的報價中點，因為必須考慮作業程序的時間，因此現行報價中點為成交價至少 5 秒以前的買價以及賣價的中點。



參數估計結果中，參數皆為顯著，而且三家樣本公司皆顯示資訊交易者的交易時距比較小，表示造市者對於密集交易訂單流入會改變報價以反映逆選擇成本。可以看出資訊交易者的行為對於造市者的報價影響較大，而且行為是較為持續（persistent）。

[表 1]交易時距的樣本敘述統計量

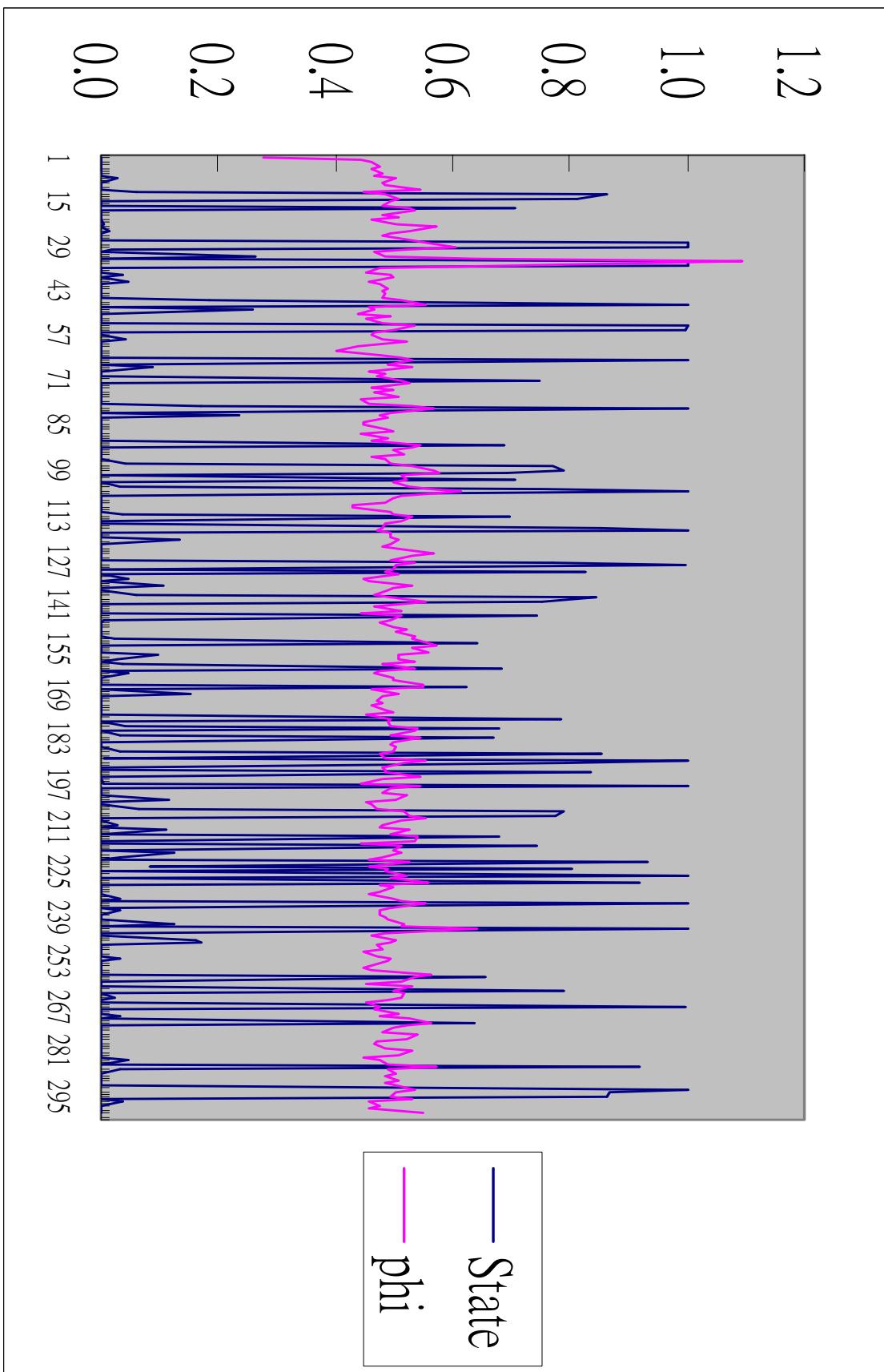
	Exxon	Coke	Disney	AT&T
平均數	59.56	73.40	93.26	83.10
標準差	72.95	102.36	132.91	111.14
峰度	33.31	40.30	95.61	17.52
偏態	4.25	4.76	6.83	3.56
全距	1254	1595	3131	1296
最小值	1	1	1	1
最大值	1255	1596	3132	1297
個數	8547	6929	5436	6099

[表 2]參數估計結果

	Disney	Coke	Exxon	AT&T
p <sub>00</sub>	0.778 (0.009)	0.773 (0.031)	0.822 (0.007)	0.732 (0.009)
p <sub>11</sub>	0.356 (0.015)	0.313 (0.036)	0.277 (0.013)	0.409 (0.013)
$\beta_n^1$	16.618 (0.743)	17.604 (1.767)	19.459 (0.546)	12.779 (0.932)
$\beta_n^2$	0.629 (0.009)	0.720 (0.038)	0.689 (0.008)	0.654 (0.009)
$\beta_o$	0.284 (0.042)	0.134 (0.038)	0.146 (0.036)	0.532 (0.029)
$\omega_0$	3.077 (0.184)	3.498 (0.155)	3.382 (0.142)	1.878 (0.120)
$\beta_i^1$	54.940 (1.526)	52.017 (3.092)	54.047 (0.935)	61.706 (1.482)
$\beta_i^2$	1.078 (0.018)	1.271 (0.062)	1.258 (0.020)	0.938 (0.015)
$\beta_t$	0.695 (0.076)	0.550 (0.177)	0.466 (0.104)	0.709 (0.053)
$\omega_t$	1.577 (0.351)	2.253 (0.777)	2.456 (0.452)	1.474 (0.236)
R <sub>1</sub>	1.407 (0.042)	1.609 (0.069)	1.436 (0.062)	0.902 (0.017)
R <sub>2</sub>	1.098 (0.033)	1.225 (0.071)	1.039 (0.037)	0.863 (0.035)
Q	0.246 (0.036)	0.368 (0.109)	0.361 (0.072)	0.199 (0.025)
PIN	0.256	0.248	0.198	0.313

[說明] 括弧內的數字為標準差

[圖 3] Exxon 估計之隱藏變數(前 300 筆)



## 第六章 資產定價與逆選擇成本之實證結果

### 第一節 研究方法

根據 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002)，使用 Fama-MacBeth(1983)橫斷面資產定價方法，證實資訊交易機率(PIN)是顯著影響的因素。在 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2004) 中，使用 Fama-French(1993)時間序列的方法，指出 PIN 是影響資產報酬的共同因素，而且加入 PIN 之後的四因子資產訂價模型能夠增加對資產的解釋能力。

本文將 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002), Lei and Wu (2004), Nyholm(2000)三種資訊交易機率測度，融入 Fama-French(1993)時間序列的方法，檢驗以逐筆報價為基礎的資訊交易機率測度是否較能解釋資產的報酬。



資料來源為紐約證券交易所(NYSE)的 TAQ 資料庫，為逐筆報價的資料。樣本選取為在 1994 年 1 月到 2001 年 12 月整段期間皆未下市的公司，並且扣除股價大於 \$1000 以及小於 \$5，總樣本公司為 524 家。每日的股價報酬取自 CRSP 資料庫，而財報資料取自 Compustat 資料庫。

資料的萃取時間為 9:30 AM 到 4:00 PM，並且去除第一筆資料以及隔夜資料。買單賣單的估計則使用 Lee and Ready(1993)的分類法，若成交價高於現行報價中點則視為買單，若低於現行報價中點則視為賣單；若等於現行報價中點則與上一筆成交價比較，若成交價高於上一筆成交價則視為買單，若低於上一筆成交價則視為賣單。其中，現行報價中點指的是買賣單所對應到的報價中點，因為必須考慮作業程序的時間，因此現行報價中點為成交價至少 5 秒以前的買價以及賣價的中點。

## 第二節 模型估計結果

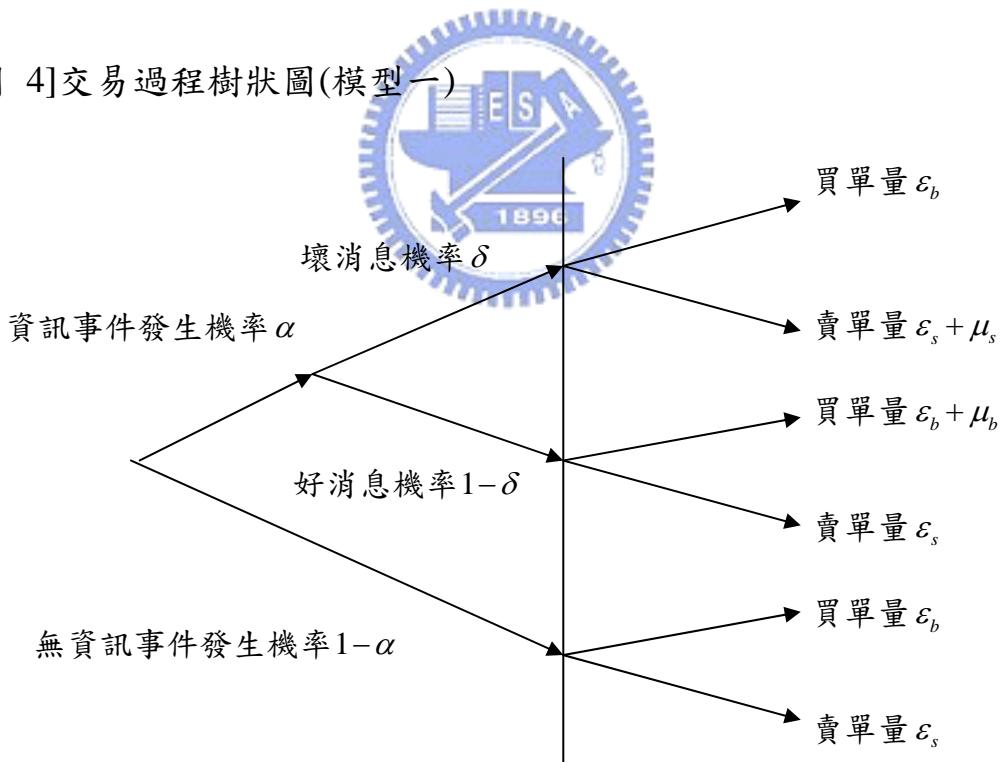
### 6.2.1 模型敘述

#### 模型 1(EHO\_PIN)

採 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 模型，並放寬資訊交易者在買單賣單數量相同的限制。

$$L(\theta | B, S) = (1 - \alpha)e^{-\varepsilon_b} \frac{\varepsilon_b^B}{B!} e^{-\varepsilon_s} \frac{\varepsilon_s^S}{S!} + \\ \alpha \delta e^{-\varepsilon_b} \frac{\varepsilon_b^B}{B!} e^{-(\mu_s + \varepsilon_s)} \frac{(\mu_s + \varepsilon_s)^S}{S!} + \\ \alpha(1 - \delta)e^{-(\mu_b + \varepsilon_b)} \frac{(\mu_b + \varepsilon_b)^B}{B!} e^{-\varepsilon_s} \frac{\varepsilon_s^S}{S!}$$

[圖 4]交易過程樹狀圖(模型一)



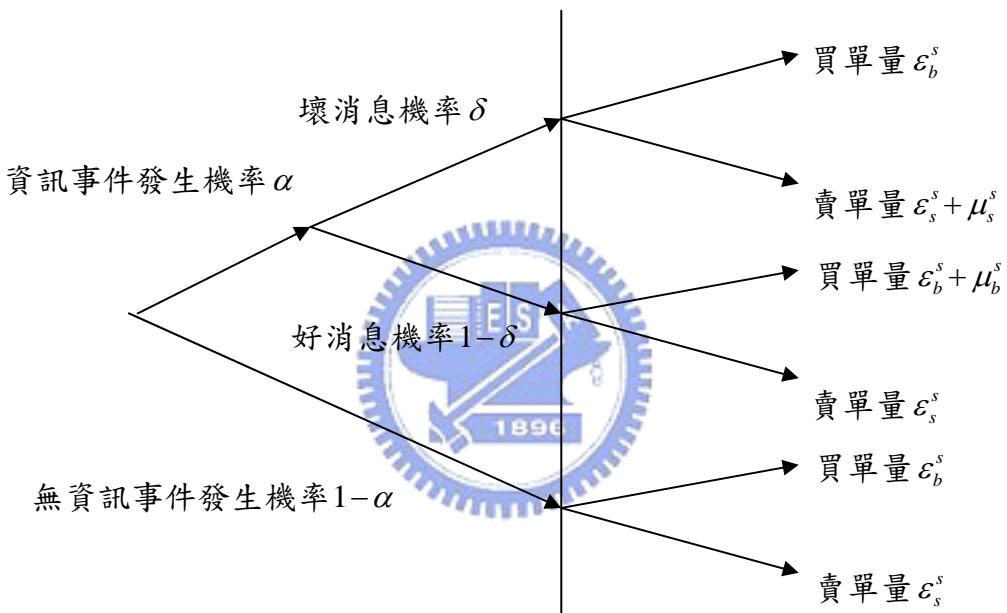
可求得資訊交易機率 (PIN) :

$$PIN = \frac{\alpha \delta \mu_s + \alpha(1 - \delta) \mu_b}{\alpha \delta \mu_s + \alpha(1 - \delta) \mu_b + \varepsilon_b + \varepsilon_s}$$

## 模型 2(LW\_PIN)

採 Lei and Wu (2004) 模型，因此除了放寬資訊交易者在買單賣單數量相同的限制之外，並且加入馬可夫轉換的效果，允許買賣單數量在高狀態以及低狀態之間轉換。其中，混合分佈的權重機率限制為固定以符合資訊發生機率的經濟意義，且避免參數估計過多的缺點。

[圖 5]交易過程樹狀圖(模型二)



其中， $S$  代表狀態， $S \in \{0,1\}$ ，服從馬可夫過程。

可求得資訊交易機率 (PIN) :

$$PIN = \frac{\alpha\delta\mu_s^e + \alpha(1-\delta)\mu_b^e}{\alpha\delta\mu_s^e + \alpha(1-\delta)\mu_b^e + \varepsilon_b^e + \varepsilon_s^e}$$

其中，

$$\mu_s^e = \Pr(S=0) \cdot \mu_s^0 + \Pr(S=1) \cdot \mu_s^1, \quad \mu_b^e = \Pr(S=0) \cdot \mu_b^0 + \Pr(S=1) \cdot \mu_b^1$$

$$\varepsilon_s^e = \Pr(S=0) \cdot \varepsilon_s^0 + \Pr(S=1) \cdot \varepsilon_s^1, \quad \varepsilon_b^e = \Pr(S=0) \cdot \varepsilon_b^0 + \Pr(S=1) \cdot \varepsilon_b^1$$

### 模型 3(Nyholm\_PIN)

採 Nyholm(2000)模型，其中  $Q$  使用有效價差(effective spread)，為了與 MSSCD\_PIN 做比較，因此  $\Delta M_t$  (造市者報價修正幅度)取所有大於零的部份。

$$VM_t = (\alpha^{(0)} + \alpha^{(1)} I_{t-1}) Q_{t-1} + \varepsilon_t$$

模型的重心即在指標函數的估計，其所使用的方法為 Regime switching model ( Hamilton , 1994 )。首先定義  $\theta = (\alpha^{(0)}, \alpha^{(1)}, \sigma, P_{00}, P_{11})'$  為母體參數的向量，而狀態轉換 ( state-transition ) 的機率矩陣為：

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & 1 - P_{11} \\ 1 - P_{00} & P_{11} \end{bmatrix}$$



其中， $P_{00}$  和  $P_{11}$  表示狀態一直持續到下一次交易的機率，例如： $P_{00}$ ：連續兩筆交易之 state=0 的機率。同時，我們假設此狀態轉換滿足馬可夫過程。因此得知，當狀態「由 0 到 1」或是由「1 到 0」，其機率分別為  $1 - P_{00}$  和  $1 - P_{11}$ 。

而時間  $t$  時的條件機率密度函數：

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(\Delta M_t | I_{t-1} = 0, Q_{t-1}; \theta) \\ f(\Delta M_t | I_{t-1} = 1, Q_{t-1}; \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(\Delta M_t - \alpha^{(0)} Q_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(\Delta M_t - (\alpha^{(0)} + \alpha^{(1)}) Q_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right) \end{bmatrix}$$

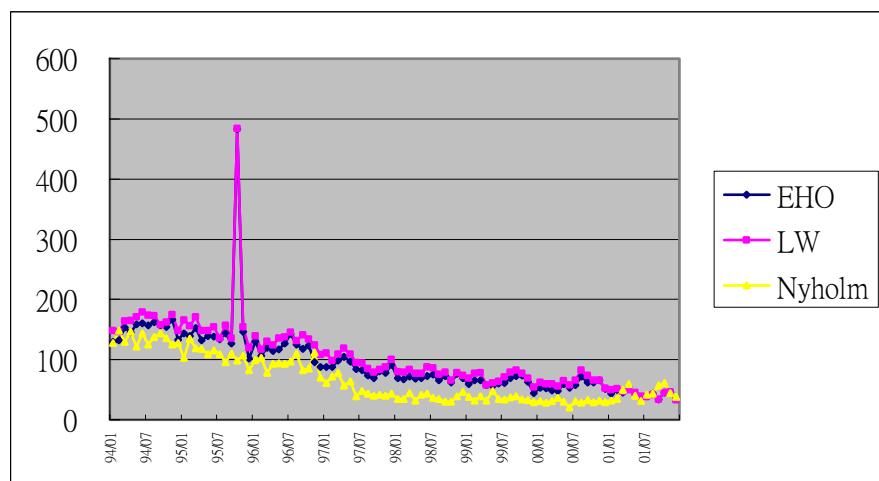
最後，即可求得資訊交易機率 (PIN)：

$$PIN_t = \frac{\sum_{t=1}^T \$_t}{T}$$

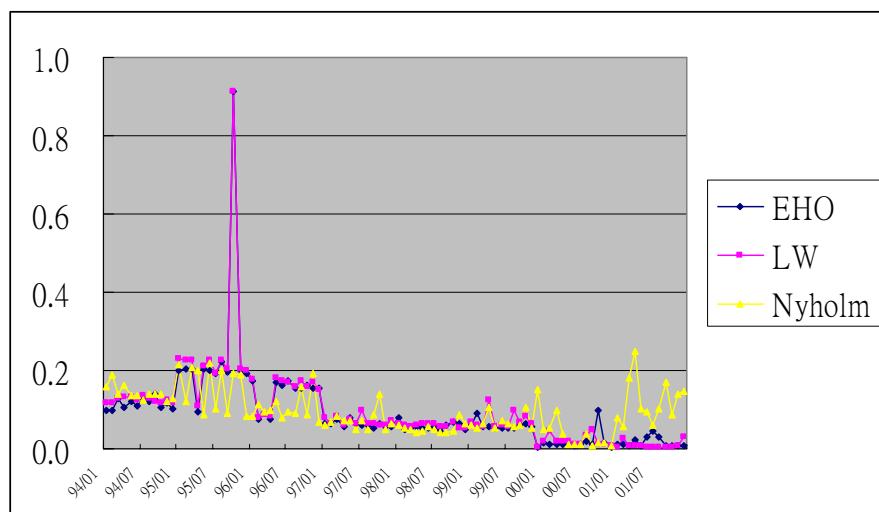
### 6.2.1 樣本敘述統計量

由[圖 6]以及[圖 7]可以看出，除了 1995 年 10 月以外（因此本文實證部份去除此異常部分），模型可估計比率逐年上升。與 Easley, Hvidkjaer and O'Hara( 2002, 2004)在 1999-2001 不能估計的比率 23% ~ 31%相比，顯現出 EM 演算法估計模型的優點；對於近年來買賣單大量增加，大幅提高模型的適用性。

[圖 6]未收斂樣本個數



[圖 7]未收斂樣本佔總市值比例



### 6.3.2 估計參數的分配

在模型 1 方面，由[圖 8]可看出，非資訊交易者以及資訊交易者的下單數量逐年升高。值得注意的是，非資訊交易者的買單以及賣單在時間序列的表現具有季節性；例如，從 1998 年開始，3 月份的買賣單會比較高，6 月份買賣單會下降，到了九月份買賣單又會上升，而 12 月份又會下降，現象一直持續到 2001 年底。

資訊交易者的行為大致上與非資訊交易者的行為配合，但是時間一到年底 11，12 月時，資訊交易者的買賣單有提高的趨勢。因此，由[圖 9]，以及[圖 11]可以看出資訊發生的機率( $\alpha$ )，以及資訊交易機率(PIN1)皆具有明顯的季節性，而資訊交易機率在年底的時候通常較高。

Easley, Hvidkjaer and O'Hara(2002)實証估計以每年為基礎，PIN 參數結果維持在穩定水準；本文以每月為基礎做模型估計，可以看出資訊交易機率較為細微部份。另外，在 2000 年以及 2001 年年底時，資訊交易機率提高的幅度較小，可以佐證在 2000 年 10 月開始，美國證券管理委員會於實施之「公平揭露規則」。由於資訊必須公平揭露，因此資訊不對稱的效果下降，提高股票市場的流動性，使得買賣單數量也隨之提高，在年底時資訊交易者的衝擊也相對減小。

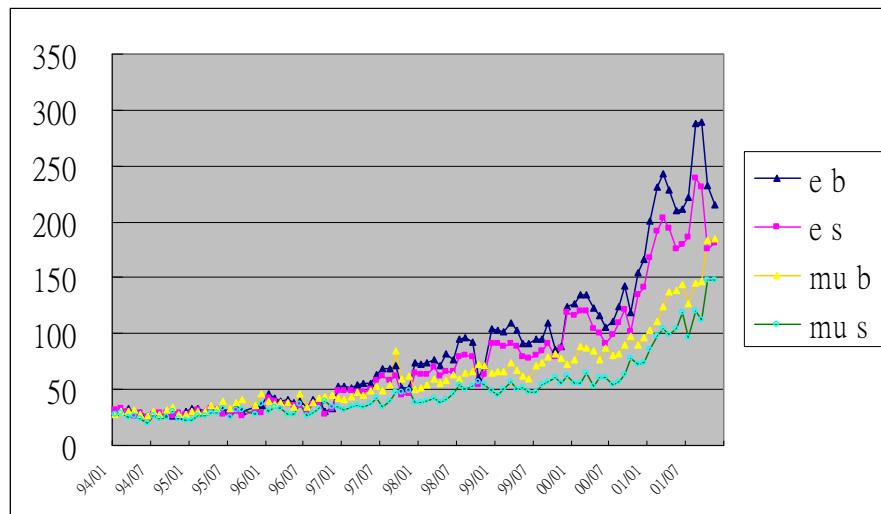
在模型 2 方面，參數估計結果與模型 1 一致。由[圖 13]，以及[圖 15]可以看出資訊發生的機率( $\alpha$ )，以及資訊交易機率(PIN2)皆具有明顯的季節性，而資訊交易機率在年底的時候通常較高。

在模型 3 方面，[圖 16]指出在 1997 年 6 月以後，資訊交易機率(PIN3)大幅下降，而且一直到 2001 年皆維持在相同水準。由此可知，此模型與 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 資訊交易所指的涵意不同。Nyholm 模型是以造市者報價為基礎衡量資訊不對稱程度；在 1997 年以前交易量普遍較低，當訂單到達表示訊息發生，造市者將

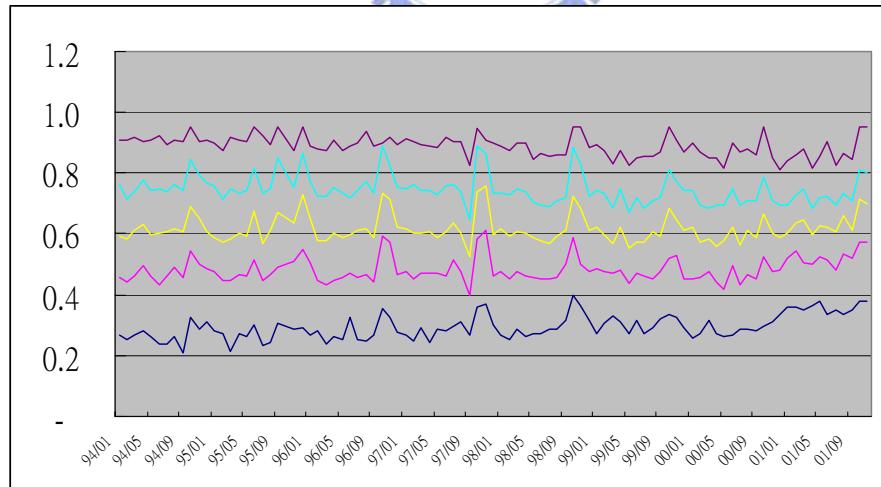
提高價差反應其逆選擇成本。1998 年至 2001 年間，交易量上升，造市者報價修正幅度便普遍下降，因此造成資訊交易機率(PIN3)下降。



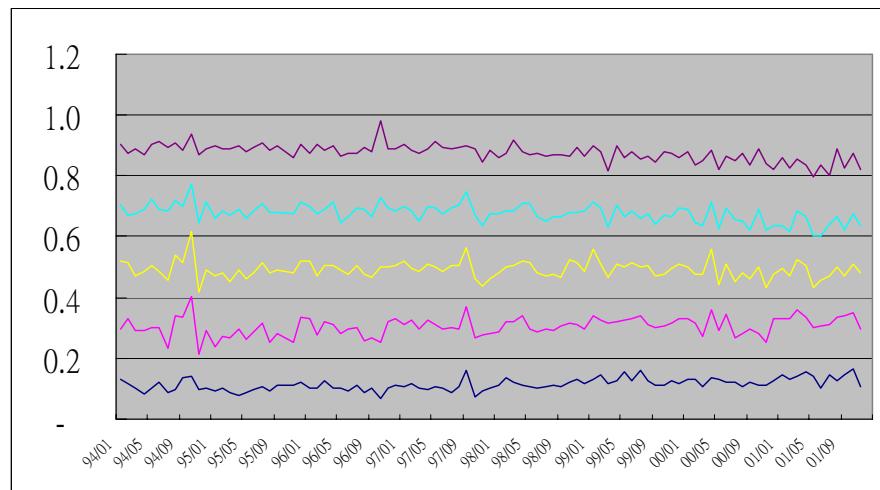
[圖 8]  $\varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu_b, \mu_s$  的橫斷面平均數分佈圖



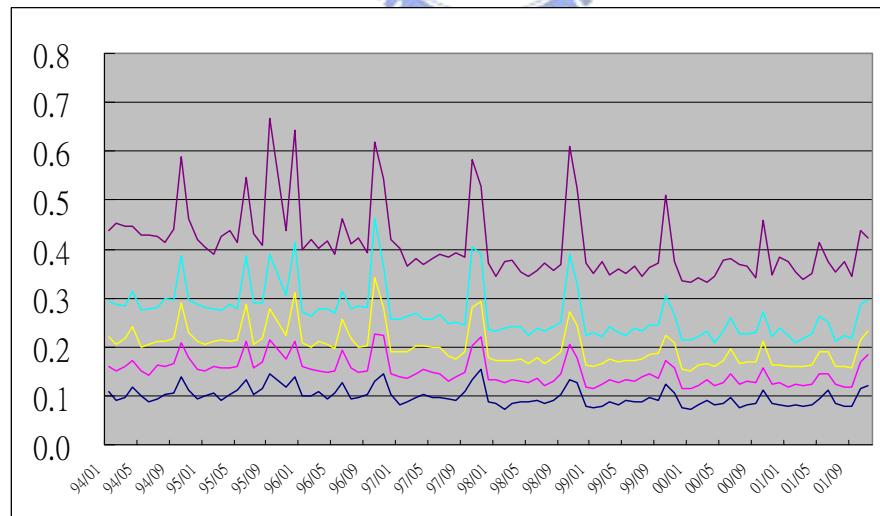
[圖 9]  $\alpha$  的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖



[圖 10]  $\delta$  的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖

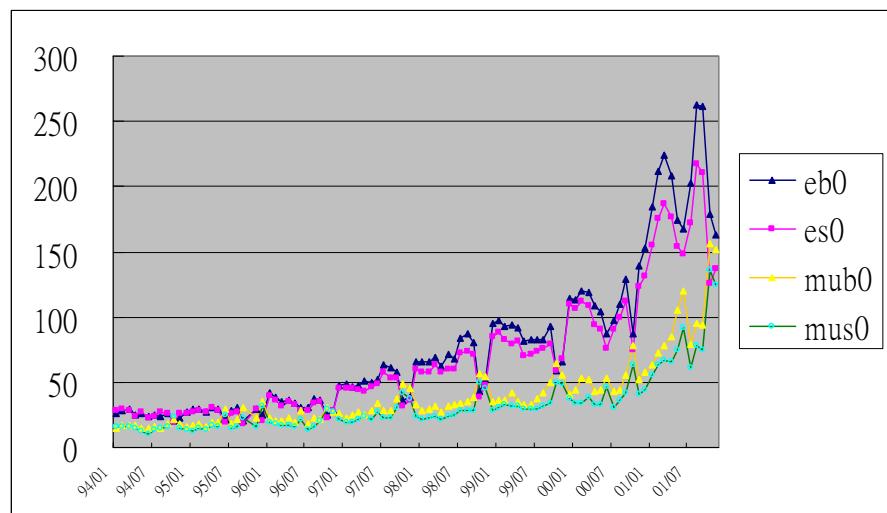


[圖 11] PIN1 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖

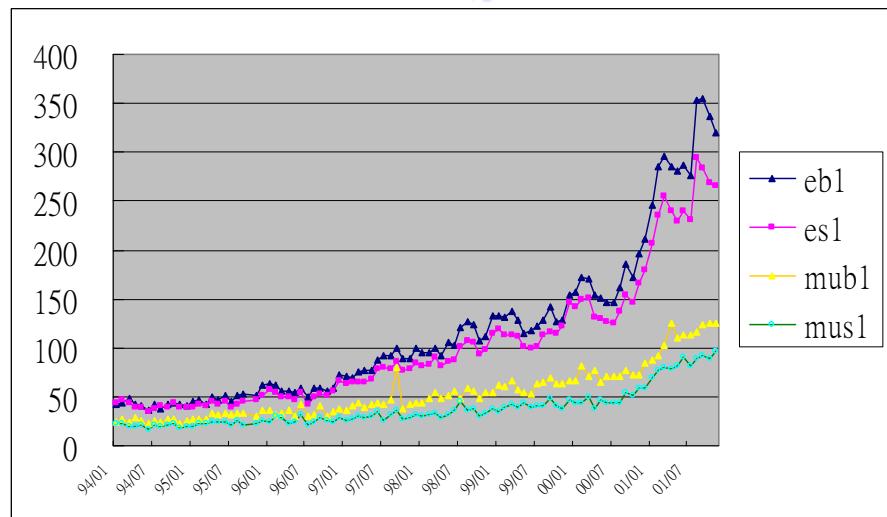


[圖 12]  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\mu_b$ ,  $\mu_s$  的橫斷面平均數分佈圖

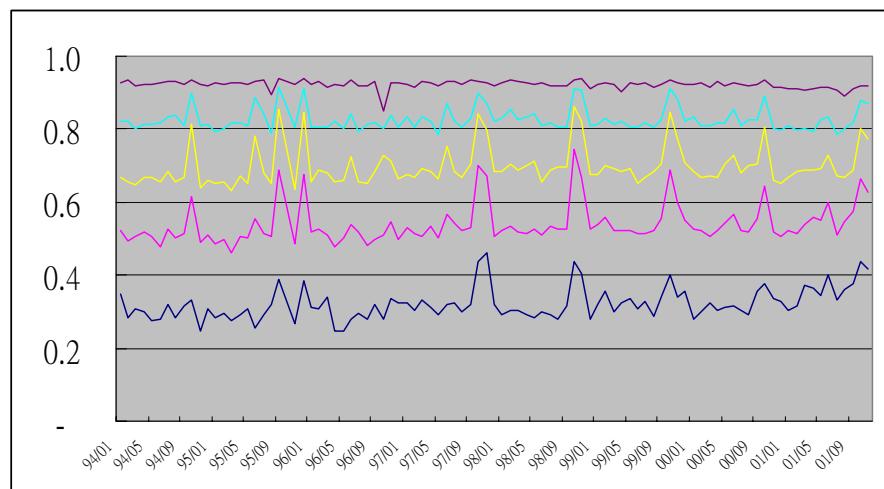
低狀態時期(S=0)



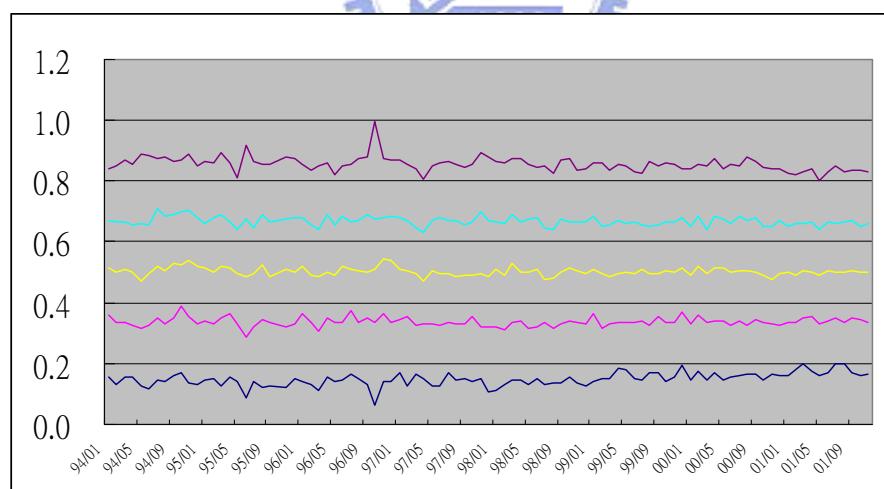
高狀態時期(S=1)



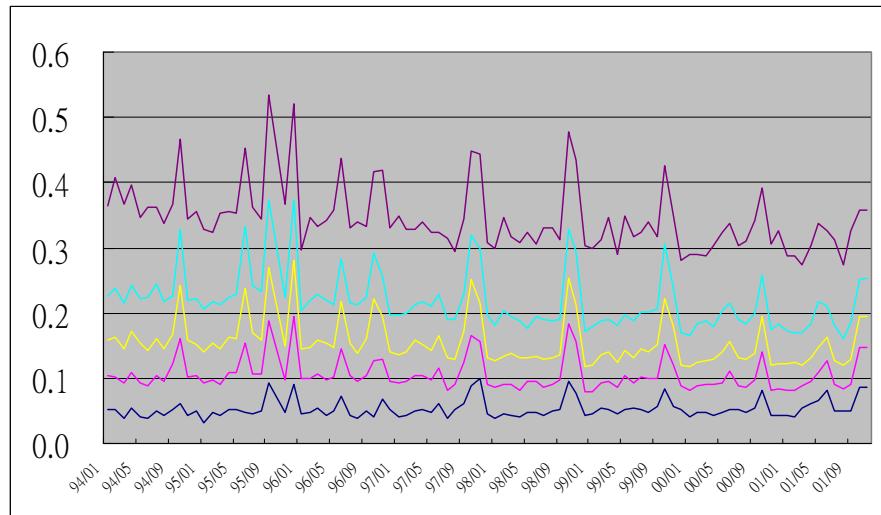
[圖 13] $\alpha$  的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖



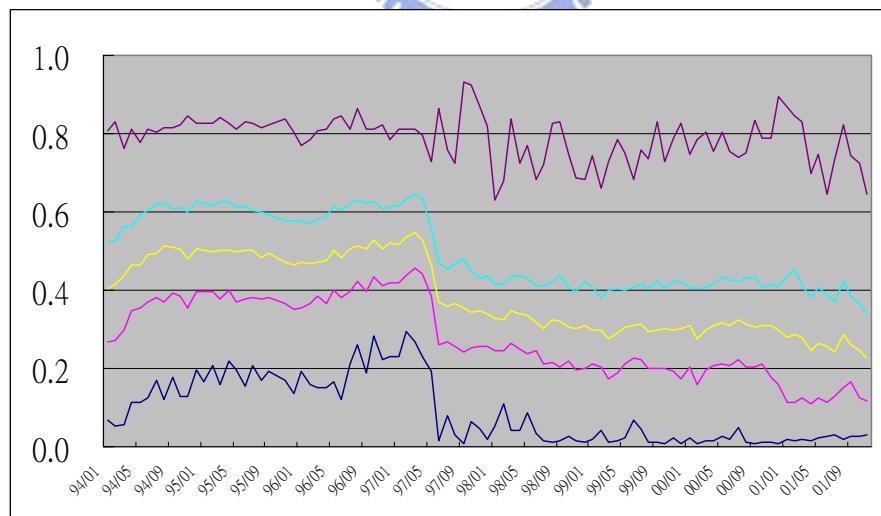
[圖 14] $\delta$  的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖



[圖 15] PIN2 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖



[圖 16] PIN3 的橫斷面 5th,25th,50th,75th,95th 百分位數分佈圖



### 第三節 四因子資產定價模型

第一部分是依照 Fama and French (1993)的時間序列模式，將資料期間之所有股票樣本，依公司規模大小先分三等分，再依淨值市值比大小各分二等分而得到投資組合。然後針對每個投資組合檢測市場風險溢酬、公司規模溢酬和淨值市值比溢酬對其超額報酬之解釋能力。其迴歸方程式如下：

$$R_{p,t} - R_{f,t} = \alpha_{0,p} + \alpha_{1,p}(R_{m,t} - R_{f,t}) + \alpha_{2,p}(SMB_t) + \alpha_{3,p}(HML_t) + \varepsilon_{p,t}$$

其中：

$R_{p,t} - R_{f,t}$ ：第 p 個投資組合第 t 月超額報酬；

$R_{p,t}$ ：第 p 個投資組合第 t 月之月報酬；

$R_{f,t}$ ：第 t 月的無風險利率；

$R_{m,t} - R_{f,t}$ ：第 t 月的市場風險溢酬；

$SMB_t$ ：第 t 月公司規模相關因子，即第 t 月的公司規模溢酬；

$HML_t$ ：第 t 月淨值市值比相關因子，即第 t 月的淨值市值比溢酬；

$\alpha_{0,p}$ ：第 p 個投資組合之迴歸截距項；

$\varepsilon_{p,t}$ ：誤差項。

$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ ：第 p 個投資組合各溢酬因子的迴歸係數；

每月規模溢酬 (SMB) 和淨值市值比溢酬 (HML) 之計算步驟，在此分別說明如下。

(一)、SMB 值之計算：

(1) 先將所有研究樣本股票每月按其公司規模市值由小至大進行排序，前三分之一部分屬於規模小型(S)之股票，三分之二之後的部分屬於規模大型(B)之股票，其餘則為規模中型(M)之股票。

- (2) 計算規模大者之投資組合每月平均股票報酬及規模小之投資組合每月平均股票報酬。
- (3) 規模小之投資組合平均報酬減規模大之投資組合平均報酬即為該月 SMB 之值。

## (二)、HML 之計算：

- (1) 將所有研究樣本股票每月依其淨值市值比由小至大進行排序，前 50% 部分屬於淨值市值比低(L)之股票，後 50% 的屬於淨值市值比高(H)之股票。
- (2) 計算淨值市值比高之的投資組合每月平均股票報酬及淨值市值比低之投資組合每月平均股票報酬。
- (3) 淨值市值比高之投資組合平均股票報酬減去淨值市值比低之投資組合平均股票報酬即得該月 HML 之值。

第二部分則分別以三個資訊交易機率模型為基礎，融入資訊交易機率的變數，成為四因子資本資產訂價模型。模型如下：

$$R_{p,t} - R_{f,t} = \alpha_{0,p} + \alpha_{1,p}(R_{m,t} - R_{f,t}) + \alpha_{2,p}(SMB_t) + \alpha_{3,p}(HML_t) \\ + \alpha_{4,p}(PINF_t) + \varepsilon_{p,t}$$

其中，

$PINF_t$ ：第 t 月，資訊交易機率相關因子，即第 t 月資訊交易機率風險溢酬。

## (三)、PINF 之計算：

- (1) 將所有研究樣本內各組股票每月依 PIN 由小至大進行排序，前三分之一部分屬於低資訊交易機率之股票，後三分之一部分屬於高資訊交易機率之股票。
- (2) 計算高資訊交易機率之的投資組合每月平均股票報酬及低

資訊交易機率之投資組合每月平均股票報酬。其中，以各公司市值作為投資組合加權平均。

(3) 高資訊交易機率之投資組合平均股票報酬減去低資訊交易機率之投資組合平均股票報酬即得該月 PINF 之值。

由於 Easley, Hvidkjaer and O’Hara (2002) 指出 PIN 與公司規模高度負相關，因此本文採 Easley, Hvidkjaer and O’Hara (2004) 方式，每年將所有樣本依據上一年年底公司市值由小到大排列，分組成多個等分投資組合。本文樣本個數為 524 家，因此考慮將投資組合分成 6 組以及 7 組兩種情形。分組之後，在每組投資組合內，依據估計的資訊交易機率(PIN)大小分成等分 3 組。

在投資組合分成 6 組之下，[表 3]，[表 4]，[表 5]，可以看出資訊交易機率(PIN)皆與市值(SIZE)呈現負相關。在 Panel A 中，隨著投資組合的規模上升，資訊交易機率呈現遞減。在 Panel B 中，在投資組合內規模水準相同之下，高資訊交易機率的投資組合有較小的規模。在 Panel C 中，高資訊交易機率的投資組合的報酬率減去低資訊交易機率的投資組合報酬率即為資訊交易風險溢酬；PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率的平均值，在 PINF1 以及 PINF2 有正的溢酬，在 PINF3 接近於零，三個模型所建構的資訊交易因子所帶來的溢酬皆不顯著。

在投資組合分成 7 組之下，[表 8]，[表 9]，[表 10] 指出，與投資組合分成 6 組所不同的是，在 PINF2 與 PINF3 有正的溢酬，而在 PINF1 接近於零；同樣地，三個模型所建構的資訊交易因子所帶來的溢酬皆不顯著。

由此可知，Easley, Hvidkjaer and O’Hara (2004) 以投資組合方式所建構的因子，相當容易受到投資組合分類的方式所影響。似乎，三種模型所建構之資訊交易因子並非顯著因子。

[表 6]以及[表 12] Fama-French 三因子資產定價模型的截距項皆顯著異於零，指出透過三個因子仍有不能解釋的風險溢酬。本文採 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2004) 嘗試將三個模型個別加入 Fama-French 三因子模型而成為四因子模型，研究是否能增進因子解釋能力。

[表 7]以及[表 13]指出，PINF1 以及 PINF2 只有在規模較小的投資組合中有較高於 Fama\_French 的調整後  $R^2$ ，而 PINF3 只有在規模較大的投資組合中有較高於 Fama\_French 的調整後  $R^2$ 。而 PINF2 模型雖然是推廣 PINF1，但是仍然沒有比較好的解釋能力。

綜合以上可知，在 EHO\_PIN 的概念下，資訊交易機率為每天買賣單不平衡所構成，在小公司中買賣單數量較少，容易造成買賣單不平衡而產生所定義的資訊交易機率；在 Nyholm\_PIN 的概念下，資訊交易機率為每天買賣下單密集度所構成，在大公司買賣單密集度較大，而且比較有策略性交易的現象。兩者為不同定義之下的資訊交易機率。

在本文實證比較之下，發現 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002), Lei and Wu (2004), Nyholm (2000)所提出的 PIN 皆非顯著影響報酬率的因子。因此，市場微結構中資訊不對稱現象的實證模型未來後續研究必須同時考慮兩者間的交互作用。

[表 3] PIN1 投資組合的 PIN 平均值, 市值平均值, 報酬率平均值  
 (先依市值分 6 組投資組合, 再依 PIN1 分 3 組投資組合)

<b>A:PIN</b>	Low	2	High	Dif
Small	0.168	0.190	0.187	0.019
2	0.188	0.199	0.201	0.013
3	0.183	0.193	0.196	0.013
4	0.166	0.163	0.172	0.006
5	0.163	0.168	0.171	0.008
Large	0.166	0.164	0.170	0.004

<b>B:Size</b>	Low	2	High	Dif
Small	8760.08	4538.65	4925.40	-3834.68
2	4988.54	3452.37	3127.51	-1861.04
3	5198.33	3763.20	3499.49	-1698.83
4	12377.86	13436.60	9834.59	-2543.28
5	14020.90	14661.62	11123.58	-2897.31
Large	12987.01	13199.83	11590.53	-1396.49

<b>C&gt;Returns</b>	Low	2	High	Dif	t(Dif)
Small	0.003	0.001	-0.002	-0.005	-0.697
2	-0.008	0.005	-0.001	0.008	0.885
3	-0.005	0.001	-0.002	0.003	0.497
4	-0.004	-0.001	0.000	0.005	0.795
5	-0.003	0.001	0.003	0.006	1.188
Large	0.002	-0.001	-0.002	-0.004	-0.911
PINF	-0.002	0.001	0.000	0.002	0.704

<b>D:Nums</b>	Low	2	High
Small	24.642	24.253	23.916
2	24.442	24.095	23.758
3	24.421	24.053	23.747
4	24.495	24.189	23.821
5	24.495	24.095	23.789
Large	24.274	23.989	23.684

[說明]

Panel A 為各投資組合以市值加權平均的 PIN 在時間序列上的平均值

Panel B 為各投資組合的市值平均在時間序列上的平均值

Panel C 為各投資組合以市值加權平均的報酬率在時間序列上的平均值

Panel D 為各投資組合的公司個數在時間序列上的平均值

Dif 為各式市值投資組合內，高資訊交易投資組合減去低資訊交易投資組合

PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率在時間序列上的平均值

[表 4] PIN2 投資組合的 PIN 平均值, 市值平均值, 報酬率平均值  
 (先依市值分 6 組投資組合, 再依 PIN2 分 3 組投資組合)

A:PIN	Low	2	High	Dif
Small	0.139	0.145	0.143	0.004
2	0.154	0.157	0.155	0.001
3	0.154	0.150	0.155	0.001
4	0.134	0.132	0.133	-0.001
5	0.131	0.134	0.133	0.002
Large	0.128	0.130	0.133	0.004

B:Size	Low	2	High	Dif
Small	6879.97	5792.54	5639.08	-1240.88
2	4632.00	3844.63	3521.53	-1110.47
3	4485.13	4412.05	4339.42	-145.71
4	12176.06	11631.07	9716.01	-2460.06
5	14061.02	13641.32	12796.69	-1264.33
Large	12746.86	14529.74	12934.00	187.13

C>Returns	Low	2	High	Dif	t(Dif)
Small	0.003	0.006	0.003	0.000	-0.020
2	-0.002	0.005	0.002	0.004	0.600
3	-0.005	-0.006	0.003	0.009	1.379
4	-0.008	0.000	-0.003	0.004	0.621
5	-0.004	-0.001	-0.001	0.003	0.551
Large	-0.001	-0.002	0.001	0.002	0.432
PINF	-0.003	0.000	0.001	0.003	1.382

D:Nums	Low	2	High
Small	24.032	23.789	23.400
2	23.947	23.600	23.232
3	23.905	23.568	23.221
4	23.979	23.674	23.263
5	23.968	23.674	23.316
Large	23.832	23.442	23.095

[說明]

Panel A 為各投資組合以市值加權平均的 PIN 在時間序列上的平均值

Panel B 為各投資組合的市值平均在時間序列上的平均值

Panel C 為各投資組合以市值加權平均的報酬率在時間序列上的平均值

Panel D 為各投資組合的公司個數在時間序列上的平均值

Dif 為各式市值投資組合內, 高資訊交易投資組合減去低資訊交易投資組合

PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率在時間序列上的平均值

[表 5] PIN3 投資組合的 PIN 平均值, 市值平均值, 報酬率平均值  
 (先依市值分 6 組投資組合, 再依 PIN3 分 3 組投資組合)

<b>A:PIN</b>	Low	2	High	Dif
Small	0.407	0.397	0.405	-0.002
2	0.391	0.395	0.406	0.015
3	0.381	0.381	0.396	0.015
4	0.387	0.378	0.387	0.000
5	0.381	0.394	0.381	0.000
Large	0.388	0.382	0.390	0.002

<b>B:Size</b>	Low	2	High	Dif
Small	5619.69	5415.80	4751.95	-867.74
2	3291.88	2931.16	3432.03	140.15
3	4843.74	4511.37	3941.89	-901.85
4	10918.44	11962.59	11130.91	212.48
5	11875.62	13965.65	12123.61	248.00
Large	11210.63	11941.64	11186.16	-24.47

<b>C&gt;Returns</b>	Low	2	High	Dif	t(Dif)
Small	0.000	0.003	0.002	0.002	0.382
2	-0.010	0.003	-0.005	0.005	0.741
3	-0.003	-0.005	0.001	0.004	0.677
4	0.000	-0.003	-0.006	-0.005	-0.741
5	0.001	-0.004	0.001	0.000	-0.013
Large	0.001	0.006	-0.008	-0.008	-1.247
PINF	-0.002	0.000	-0.002	0.000	-0.157

<b>D:Nums</b>	Low	2	High
Small	25.853	25.568	25.253
2	25.695	25.379	25.095
3	25.726	25.347	25.042
4	25.747	25.432	25.158
5	25.768	25.432	25.105
Large	25.632	25.274	24.937

[說明]

Panel A 為各投資組合以市值加權平均的 PIN 在時間序列上的平均值

Panel B 為各投資組合的市值平均在時間序列上的平均值

Panel C 為各投資組合以市值加權平均的報酬率在時間序列上的平均值

Panel D 為各投資組合的公司個數在時間序列上的平均值

Dif 為各式市值投資組合內，高資訊交易投資組合減去低資訊交易投資組合

PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率在時間序列上的平均值

[表 5]共同因子的敘述統計量(分 6 組投資組合)

	Mean	T(mean)	Std.	Correlation				
				SMB	HML	PINF1	PINF2	PINF3
Rm	0.0076	1.6137	0.0462	0.1955	-0.4506	-0.1152	-0.0470	0.1610
SMB	0.0011	0.2713	0.0399		-0.4820	0.1707	0.0010	-0.0764
HML	0.0000	-0.0095	0.0498			0.1165	0.0415	0.0412
PINF1	0.0021	0.8262	0.0254				-0.0639	-0.1053
PINF2	0.0037	1.6211	0.0225					0.0861
PINF3	-0.0004	-0.1847	0.0230					

[表 6] Fama-French 三因子定價模型(分 6 組投資組合)

$$R_i = \alpha_i + \beta_i r_M + s_i SMB + h_i HML + \varepsilon_i$$

Fama	alpha	bi	si	hi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	adj_R^2
Small	-0.010	0.904	-0.160	0.289	-2.820	11.135	-1.668	3.437	0.501
2	-0.007	0.780	0.052	0.417	-2.097	9.227	0.526	4.751	0.399
3	-0.006	0.801	-0.088	0.277	-2.094	11.981	-1.117	3.992	0.534
4	-0.008	0.757	-0.355	0.248	-3.117	12.679	-5.040	4.001	0.603
5	-0.003	0.851	-0.269	0.281	-1.225	14.377	-3.854	4.578	0.641
Large	-0.009	0.652	-0.269	0.144	-3.299	10.108	-3.540	2.146	0.477

[表 7] Fama-French +PINF 四因子定價模型(分 6 組投資組合)

$$R_i = \alpha_i + \beta_i r_M + s_i SMB + h_i HML + p_i PINF \varepsilon_i$$

PINF1	alpha	bi	si	hi	pi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	t(pi)	adj_R^2
Small	-0.010	0.911	-0.195	0.267	0.192	-2.942	11.231	-1.977	3.127	1.398	0.503
2	-0.007	0.772	0.092	0.441	-0.213	-1.960	9.143	0.897	4.962	-1.490	0.404
3	-0.005	0.793	-0.052	0.299	-0.193	-1.943	11.921	-0.642	4.265	-1.709	0.540
4	-0.007	0.747	-0.310	0.275	-0.237	-2.942	12.721	-4.336	4.444	-2.383	0.617
5	-0.003	0.850	-0.265	0.283	-0.020	-1.196	14.254	-3.651	4.510	-0.193	0.637
Large	-0.009	0.651	-0.263	0.147	-0.032	-3.242	10.013	-3.325	2.152	-0.292	0.472

PINF2	alpha	bi	si	hi	pi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	t(pi)	adj_R^2
Small	-0.008	0.896	-0.153	0.297	-0.437	-2.363	11.394	-1.651	3.639	-3.031	0.532
2	-0.008	0.783	0.050	0.414	0.152	-2.228	9.238	0.502	4.711	0.979	0.398
3	-0.006	0.802	-0.089	0.275	0.091	-2.181	11.958	-1.130	3.954	0.740	0.531
4	-0.009	0.761	-0.358	0.243	0.255	-3.522	12.969	-5.182	3.997	2.365	0.617
5	-0.003	0.852	-0.269	0.281	0.033	-1.251	14.303	-3.839	4.543	0.299	0.638
Large	-0.010	0.655	-0.272	0.141	0.181	-3.522	10.193	-3.589	2.107	1.532	0.482

PINF3	alpha	bi	si	hi	pi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	t(pi)	adj_R^2
Small	-0.010	0.909	-0.161	0.292	-0.048	-2.818	10.917	-1.675	3.434	-0.318	0.496
2	-0.008	0.799	0.046	0.425	-0.171	-2.153	9.257	0.458	4.828	-1.104	0.399
3	-0.006	0.808	-0.091	0.280	-0.069	-2.112	11.801	-1.144	4.009	-0.563	0.530
4	-0.008	0.759	-0.355	0.249	-0.024	-3.107	12.399	-5.017	3.983	-0.217	0.599
5	-0.003	0.844	-0.267	0.278	0.062	-1.187	13.912	-3.796	4.490	0.571	0.638
Large	-0.008	0.607	-0.253	0.123	0.412	-3.256	9.656	-3.486	1.917	3.644	0.525

[表 8] PIN1 投資組合的 PIN 平均值, 市值平均值, 報酬率平均值  
 (先依市值分 7 組投資組合, 再依 PIN1 分 3 組投資組合)

<b>A:PIN</b>	Low	2	High	Dif
Small	0.173	0.186	0.185	0.012
2	0.182	0.198	0.203	0.021
3	0.183	0.203	0.196	0.013
4	0.165	0.183	0.186	0.021
5	0.162	0.167	0.170	0.008
6	0.162	0.167	0.175	0.014
Large	0.165	0.168	0.169	0.004

<b>B:Size</b>	Low	2	High	Dif
Small	7965.73	4919.68	4889.08	-3076.65
2	5608.66	3512.94	3627.14	-1981.51
3	5412.06	3594.47	3488.79	-1923.28
4	8816.09	6639.18	5947.87	-2868.22
5	13669.07	13674.73	12081.05	-1588.01
6	14975.80	14436.54	11376.76	-3599.04
Large	13401.01	12796.05	10579.42	-2821.59

<b>C&gt;Returns</b>	Low	2	High	Dif	t(Dif)
Small	0.004	0.001	0.002	-0.002	-0.318
2	-0.006	-0.002	-0.002	0.004	0.428
3	-0.001	0.011	-0.005	-0.005	-0.580
4	-0.004	-0.004	-0.002	0.002	0.284
5	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.091
6	-0.001	-0.006	0.000	0.002	0.299
Large	0.002	-0.004	0.000	-0.001	-0.310
PINF	-0.001	-0.001	-0.001	0.000	-0.067

<b>D:Nums</b>	Low	2	High
Small	21.137	20.821	20.463
2	21.000	20.663	20.305
3	21.000	20.684	20.368
4	21.042	20.684	20.305
5	21.000	20.684	20.368
6	21.000	20.663	20.305
Large	20.905	20.558	20.200

[說明]

Panel A 為各投資組合以市值加權平均的 PIN 在時間序列上的平均值

Panel B 為各投資組合的市值平均在時間序列上的平均值

Panel C 為各投資組合以市值加權平均的報酬率在時間序列上的平均值

Panel D 為各投資組合的公司個數在時間序列上的平均值

Dif 為各式市值投資組合內，高資訊交易投資組合減去低資訊交易投資組合

PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率在時間序列上的平均值

[表 9] PIN2 投資組合的 PIN 平均值, 市值平均值, 報酬率平均值  
 (先依市值分 7 組投資組合, 再依 PIN2 分 3 組投資組合)

<b>A:PIN</b>	Low	2	High	Dif
Small	0.139	0.145	0.152	0.013
2	0.152	0.152	0.151	0.000
3	0.156	0.152	0.159	0.003
4	0.138	0.141	0.147	0.009
5	0.127	0.135	0.134	0.007
6	0.136	0.132	0.133	-0.003
Large	0.129	0.130	0.137	0.008

<b>B:Size</b>	Low	2	High	Dif
Small	6741.09	5387.62	5112.25	-1628.84
2	4793.55	4645.35	4091.09	-702.46
3	4637.50	4561.48	4039.40	-598.10
4	7800.62	6598.18	5491.58	-2309.04
5	13423.71	13949.32	12953.56	-470.15
6	13637.77	14809.74	12556.56	-1081.21
Large	12677.94	14450.62	11829.14	-848.80

<b>C&gt;Returns</b>	Low	2	High	Dif	t(Dif)
Small	0.003	-0.001	0.007	0.005	0.794
2	-0.003	0.007	0.003	0.006	0.713
3	-0.005	-0.008	0.000	0.006	0.811
4	-0.001	-0.006	0.007	0.009	1.387
5	-0.004	-0.002	-0.005	-0.001	-0.211
6	0.000	0.000	-0.007	-0.007	-0.903
Large	-0.002	-0.006	0.007	0.009	1.424
PINF	-0.002	-0.002	0.002	0.003	1.151

<b>D:Nums</b>	Low	2	High
Small	20.737	20.368	20.063
2	20.589	20.200	19.874
3	20.568	20.242	19.947
4	20.558	20.221	19.874
5	20.568	20.242	19.947
6	20.589	20.200	19.874
Large	20.389	20.105	19.779

[說明]

Panel A 為各投資組合以市值加權平均的 PIN 在時間序列上的平均值

Panel B 為各投資組合的市值平均在時間序列上的平均值

Panel C 為各投資組合以市值加權平均的報酬率在時間序列上的平均值

Panel D 為各投資組合的公司個數在時間序列上的平均值

Dif 為各式市值投資組合內，高資訊交易投資組合減去低資訊交易投資組合

PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率在時間序列上的平均值

[表 10] PIN3 投資組合的 PIN 平均值, 市值平均值, 報酬率平均值  
 (先依市值分 7 組投資組合, 再依 PIN3 分 3 組投資組合)

<b>A:PIN</b>	Low	2	High	Dif
Small	0.412	0.394	0.397	-0.015
2	0.392	0.398	0.415	0.023
3	0.375	0.402	0.404	0.029
4	0.384	0.381	0.399	0.015
5	0.385	0.388	0.384	-0.001
6	0.386	0.374	0.396	0.010
Large	0.394	0.390	0.382	-0.011

<b>B:Size</b>	Low	2	High	Dif
Small	5332.17	5615.69	5268.55	-63.62
2	3498.37	3332.16	3181.07	-317.30
3	3026.00	3166.59	3563.79	537.79
4	8957.71	8132.57	8690.02	-267.69
5	12668.25	12049.05	11328.11	-1340.13
6	13029.91	12479.36	11152.98	-1876.94
Large	11164.30	12081.94	11493.17	328.87

<b>C&gt;Returns</b>	Low	2	High	Dif	t(Dif)
Small	-0.001	0.002	-0.002	-0.001	-0.136
2	-0.001	0.000	0.004	0.004	0.604
3	-0.004	0.003	0.004	0.009	1.082
4	-0.008	-0.003	-0.010	-0.002	-0.248
5	-0.006	-0.002	0.005	0.010	1.506
6	0.006	0.000	-0.004	-0.010	-1.480
Large	0.001	0.004	0.004	0.002	0.491
PINF	-0.001	0.000	0.000	0.002	0.539

<b>D:Nums</b>	Low	2	High
Small	22.305	21.916	21.568
2	22.116	21.747	21.505
3	22.126	21.747	21.474
4	22.105	21.768	21.453
5	22.126	21.747	21.474
6	22.116	21.747	21.505
Large	21.958	21.589	21.347

[說明]

Panel A 為各投資組合以市值加權平均的 PIN 在時間序列上的平均值

Panel B 為各投資組合的市值平均在時間序列上的平均值

Panel C 為各投資組合以市值加權平均的報酬率在時間序列上的平均值

Panel D 為各投資組合的公司個數在時間序列上的平均值

Dif 為各式市值投資組合內，高資訊交易投資組合減去低資訊交易投資組合

PINF 為平均投資於各投資組合的報酬率在時間序列上的平均值

[表 11]共同因子的敘述統計量(分 7 組投資組合)

	Mean	T(mean)	Std.	Correlation				
				SMB	HML	PINF1	PINF2	PINF3
Rm	0.0076	1.6137	0.0462	0.1955	-0.4506	-0.1372	0.1451	0.1925
SMB	0.0011	0.2713	0.0399		-0.4820	-0.0837	0.1408	-0.0165
HML	0.0000	-0.0095	0.0498			0.2387	-0.1527	-0.0520
PINF1	-0.0002	-0.0772	0.0255				-0.2534	-0.1505
PINF2	0.0037	1.3223	0.0272					-0.0668
PINF3	0.0018	0.6195	0.0280					

[表 12] Fama-French 三因子定價模型(分 7 組投資組合)

Fama	alpha	bi	si	hi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	adj_R^2
Small	-0.009	0.910	-0.165	0.286	-2.673	10.947	-1.684	3.318	0.492
2	-0.006	0.755	-0.024	0.348	-1.828	9.693	-0.260	4.311	0.423
3	-0.009	0.882	-0.172	0.394	-2.157	9.080	-1.505	3.917	0.401
4	-0.003	0.733	-0.254	0.206	-1.064	11.959	-3.515	3.239	0.554
5	-0.007	0.758	-0.326	0.265	-2.621	11.152	-4.070	3.760	0.533
6	-0.004	0.869	-0.316	0.138	-1.534	14.850	-4.587	2.279	0.665
Large	-0.010	0.650	-0.206	0.230	-3.391	9.381	-2.518	3.208	0.427

[表 13] Fama-French +PINF 四因子定價模型(分 7 組投資組合)

$$R_i = \alpha_i + \beta_i r_M + s_i SMB + h_i HML + p_i PINF + \varepsilon_i$$

<b>PINF1</b>	alpha	bi	si	hi	pi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	t(pi)	adj_R^2
Small	-0.009	0.920	-0.178	0.224	0.502	-2.807	11.660	-1.912	2.685	3.829	0.543
2	-0.006	0.759	-0.030	0.318	0.244	-1.840	9.843	-0.330	3.897	1.907	0.434
3	-0.009	0.875	-0.164	0.434	-0.320	-2.186	9.108	-1.449	4.274	-2.001	0.414
4	-0.003	0.732	-0.253	0.211	-0.041	-1.060	11.880	-3.481	3.239	-0.399	0.550
5	-0.007	0.758	-0.326	0.265	-0.004	-2.606	11.082	-4.043	3.674	-0.037	0.528
6	-0.004	0.867	-0.314	0.150	-0.094	-1.534	14.783	-4.542	2.419	-0.962	0.664
Large	-0.010	0.654	-0.211	0.202	0.227	-3.422	9.544	-2.616	2.793	1.994	0.439

<b>PINF2</b>	alpha	bi	si	hi	pi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	t(pi)	adj_R^2
Small	-0.009	0.918	-0.157	0.281	-0.137	-2.528	10.989	-1.592	3.255	-1.066	0.492
2	-0.005	0.773	-0.004	0.337	-0.321	-1.542	10.144	-0.045	4.270	-2.743	0.451
3	-0.009	0.877	-0.177	0.397	0.083	-2.197	8.955	-1.538	3.923	0.553	0.396
4	-0.003	0.724	-0.263	0.211	0.153	-1.252	11.831	-3.654	3.338	1.628	0.559
5	-0.007	0.765	-0.318	0.261	-0.121	-2.468	11.210	-3.963	3.693	-1.156	0.533
6	-0.004	0.869	-0.316	0.138	-0.007	-1.507	14.714	-4.541	2.260	-0.072	0.662
Large	-0.010	0.653	-0.202	0.229	-0.054	-3.293	9.346	-2.458	3.163	-0.507	0.422

<b>PINF3</b>	alpha	bi	si	hi	pi	t(alpha)	t(bi)	t(si)	t(hi)	t(pi)	adj_R^2
Small	-0.009	0.921	-0.168	0.287	-0.084	-2.641	10.837	-1.705	3.316	-0.673	0.489
2	-0.006	0.762	-0.026	0.349	-0.060	-1.804	9.572	-0.280	4.299	-0.513	0.418
3	-0.009	0.877	-0.171	0.394	0.034	-2.151	8.825	-1.485	3.891	0.230	0.395
4	-0.003	0.739	-0.256	0.206	-0.051	-1.042	11.797	-3.521	3.233	-0.553	0.550
5	-0.007	0.772	-0.330	0.266	-0.113	-2.585	11.155	-4.112	3.775	-1.108	0.533
6	-0.004	0.871	-0.317	0.138	-0.016	-1.520	14.538	-4.566	2.270	-0.186	0.662
Large	-0.010	0.694	-0.217	0.234	-0.349	-3.434	10.285	-2.780	3.408	-3.506	0.475

## 第七章 結論與建議

本文貢獻為首先提出考慮交易時距對造市者的影響之資訊不對稱測度模型：除了買賣價差之外，透過可觀測的造市者報價的交易時距，考量交易時距的影響，分析不可觀測的資訊交易者、非資訊交易者與造市之間的互動，以描述對於造市者報價的衝擊所隱含的逆選擇成本以及資訊不對稱現象。除此之外，透過 EM 演算法以及隱藏馬可夫模型，首先實證比較現有模型的資產定價表現。

結論指出，以每月為基礎的模型估計資訊交易機率更能顯現出資訊交易者行為的季節性。橫斷面上，資訊交易機率在每年年底時會大幅上升，但是在 2000 年以及 2001 年年底時，資訊交易機率提高的幅度較小，可以佐證在 2000 年 10 月開始，美國證券管理委員會於實施之「公平揭露規則」。由於資訊必須公平揭露，因此資訊不對稱的效果下降，提高股票市場的流動性，使得買賣單數量也隨之提高，在年底時資訊交易者的衝擊也相對減小。



另外，Nyholm(2000)指出以逐筆報價為基礎的資訊交易機率模型在文獻中估計結果與 Easley, Hvidkjaer and O'Hara (2002) 的資訊交易機率相似。但在本文實證四因子資產定價模型中發現，兩者是不同涵義的測度，未來研究資訊不對稱對股票報酬的影響必須同時考量兩者的交互作用。

## 參考文獻

- Bauwens, L., Giot, P., 2000, The logarithmic ACD model: an application to the bid-ask quote process of three NYSE stocks. *Annales d' Economie et de Statistique* 60, 117 – 149.
- Bauwens, L., Giot, P., Graimling, J., and Veredas, D., 2000, A comparison of financial duration models via density forecast. CORE DP 2000/60.
- Bauwens, L. and Veredas, D. , 2004, The stochastic conditional duration model: a latent variable model for the analysis of financial durations. *Journal of Econometrics*. Vol 119, Issue 2, 381-482.
- Bilmes J. A., 1998, A Gentle Tutorial of the EM Algorithm and its Application to Parameter Estimation for Gaussian Mixture and Hidden Markov Models, International Computer Science Institute.
- Easley, David, Nicholas M. Kiefer, and Maureen O'Hara, 1997a, The information content of the trading process, *Journal of Empirical Finance* 4, 159–186.
- Easley, David, Nicholas M. Kiefer, and Maureen O'Hara, 1997b, One day in the life of a very common stock, *Review of Financial Studies* 10, 805–835.
- Easley, D., Engle, R.F., O'Hara, M., Wu, L., 2002a. Time-varying arrival rates of informed and uninformed trades. *Cornell University working paper*.
- Easley, D., Hvidkjaer, S., O'Hara, M., 2002b. Is information risk a determinant of asset returns? *Journal of Finance* 57, 2185–2221.
- Easley, D., Hvidkjaer, S., O'Hara, M., 2004. Factoring information into returns, working paper.
- Engle, R. and Russell, J.R. , 1998, Autoregressive conditional duration: a new approach for irregularly spaced transaction data. *Econometrica* 66, 1127-1162.
- Engle, R., 2000, The econometrics of ultra-high frequency data. *Econometrica* 68, 1 – 22.
- Fama, Eugene F., and James D. MacBeth, 1973, Risk, return, and equilibrium: Empirical tests, *Journal of Political Economy* 81, 607–636.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French, 1992, The cross section of expected stock returns, *Journal of Finance* 47, 427–465.
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French, 1993, Common risk factors in the returns on stock and bonds, *Journal of Financial Economics* 33, 3 – 56.
- Garleanu, Nicolae, and Lasse H. Pedersen, 2004, Adverse selection and the required return, *Review of Financial Studies* 17, 643 – 666.
- Glosten, L.R., Milgrom, P.R., 1985. Bid, ask, and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders. *Journal of Financial Economics* 14, 71 – 100.
- Gouriéroux, C., Jasiak, J. and Le Fol, G. , 1999, Intraday market activity. *Journal of Financial Markets* 2, 193-226.

- Hamilton J. D., 1990, Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics* 45, 39–70.
- Hamilton J. D., 1994, Time Series Analysis, *Princeton*.
- Huang R. D. , H.R. Stoll, 1997, The components of the bid-ask spread: a general approach, *Review of Financial Studies* 10,995-1034.
- Dufour A., and R. Engle, 2000, Time and the price impact of a trade, *Journal of Finance* 55, 2467-2498.
- Durbin, J. and Koopman, S. J. ,2001, Time Series Analysis by State Space Methods, *Oxford University Press*.
- Kim, C.-J., 1994, Dynamic linear models with markov-switching. *Journal of Econometrics* 60 1, 1–22.
- Kim, C.-J., Nelson, C. R., 1999, State-space models with regime switching. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Kyle, Albert S., 1985, Continuous auctions and insider trading, *Econometrica* 53, 1315–1335.
- Lee, C., and M. Ready, 1991, Inferring trade direction from intradaily data, *Journal of Finance* 46, 733-746.
- Lee, C., B. Mucklow, and M. Ready, 1993 ,Spreads Depth and the Impact of Earnings Information: An Intraday Analysis, *Review of Financial Studies*, Vol. 6, No. 2, 345-374.
- Lei Q., Guojun Wu, 2004, Time-varying informed and uninformed trading activities. *Journal of Financial Markets* , forthcoming.
- Murphy Kevin P. , 1998, Switching Kalman Filters, working paper.
- Nyholm K., 2000, Analyzing Specialist's Quoting Behavior: A Trade-by-Trade Study on the NYSE, *The Paper of 2000 NTU International Conference on Finance*, 2000.
- Nyholm K. , 1998, Inferring the Private Information Content of Trades: A Regime-Switching Approach , working paper.
- Russell, J., 1999, Econometric modeling of multivariate irregularly-spaced highfrequency data, Working Paper, University of Chicago.
- Russell, J., and R. Engle, 2004, A discrete-state continuous-time model of financial transactions prices and times: The ACM-ACD model, Working Paper, University of Chicago.