

國立交通大學

財務金融研究所碩士班

碩士論文

波動度交易之風險與報酬：
跳躍模型的應用

The risk and return of Volatility trading :
The application of GARCH-Jump model

研究生：陳冠凱

指導教授：鍾惠民 博士

中華民國九十四年六月

波動度交易之風險與報酬
-跳躍模型的應用

The risk and return of Volatility trading :
The application of GARCH-Jump model

研究生:陳冠凱
指導教授:鍾惠民

student : Guan-Kai Chen
Advisor :Huimin Chung

國立交通大學

財務金融研究所

碩士論文

A Thesis

Submitted to Graduate Institute of Finance
College of Management
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of
Master
Of

Science in Finance

June 2005

Hsinchu ,Taiwan ,Republic of China

中華民國

中華民國九十四年六月

波動度交易之風險與報酬 -跳躍模型的應用

研究生:陳冠凱

指導教授:鍾惠民

國立交通大學財務金融研究所

摘要

本文使用多個模型來估計台灣選擇權市場的波動性，希望透過考慮隨時間變化的跳躍頻率(jump intensity)和跳躍規模(jump size)的 GARJI 模型，能在金融市場上有較好的表現。

除了 GARJI 模型外，我們也使用其他波動度模型(GARCH、GJR-T、EGARCH、歷史波動度、隱含波動率模型)一起比較對已實現波動率的預測能力。本文使用三種方式：第一種為均方根誤差(root of mean squared error)RMSE。第二種方式為：利用所有的模型所估計出來的波動度對已實現波動度跑單一迴歸，檢驗其係數是否顯著，並且比較調整後的 R-square。第三種方式為：使用隱含波動率和其他模型的波動度來跑包含迴歸，檢定增加的波動度是否可以增加對已實現波動度的解釋能力。根據我們的研究結果指出，GARJI 模型不管是在單一迴歸和包含迴歸中，係數都相當顯著，顯示出除了對已實現波動有預測能力外，且能夠得到隱含波動度所不足的訊息。

但是，要在金融市場上有良好的運用才是我們主要的目的。因此利用 GARJI 模型在波動度較佳的預測能力下 trading Straddle，看其是否能在台灣選擇權市場上能否有好的獲利表現。結果顯示在未考慮手續費時，我們每天有平均 2.8574%的日報酬率，但是考慮手續費後，日報酬率為 2.6047%。

The risk and return of Volatility trading : The application of GARCH-Jump model

student :Guan-Kai Chen

Advisor :Huimin Chung

Institute of Finance

National Chiao Tung University

Abstract

This paper considers the forecasting performance of volatility models with applications in options trading strategies in Taiwan option market. The results reveal that the GARJI model that considering jump intensity and jump size can help us with better performance in the financial market. We compare GARJI model with other models, such as GARCH, GJR-T, EGARCH, historical volatility and implied volatility, to examine which is better in prediction. The three methods to evaluate the performance of volatility forecast in this paper are Root of Mean Squared Error (RMSE), Univariate regression and Encompassing regression. According to our results, GARJI model not only has better ability to predict the volatility, but also gets more information content. Besides, by trading straddle, the average profits are 2.8574% and 2.6047% in Taiwan option market with and without transaction cost, respectively.

誌謝

研究生生活轉眼間便要接近尾聲了，感謝交通大學提供內容豐富的教學資源以及財金所開設許多前瞻性的課程，並且感謝資工、資科的老師，在這兩年間的求學期間，我受益匪淺。

首先，我要感謝我的指導教授鍾惠民博士，於研究期間以其豐富的經驗，賜與我許多寶貴的觀點，讓論文的内容更加豐富。此外，也感謝三位口試委員，抽空審定我的論文以及給我的指正和建議。



-94.6.30 陳冠凱

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
圖目錄.....	VI
表目錄.....	VII
第壹章、緒論.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究目的.....	1
第貳章、相關文獻探討.....	2
2.1 跳躍模型的文獻整理.....	2
2.2 波動度交易.....	4
第參章、資料選取和研究方法.....	6
3.1 資料處理.....	6
3.2 各種波動度模型.....	6
3.2.1 GARCH Model.....	6
3.2.2 GJR-T Model.....	7
3.2.3 EGARCH Model.....	8
3.2.4 GARJI Model.....	9
3.2.5 歷史波動率模型(Historical volatility Model).....	12
3.2.6 已實現波動度(Realized volatility).....	13
3.2.7 隱含波動率(Implied volatility).....	13
3.3 預測能力的比較.....	14
3.3.1 均方根誤差(root of mean square).....	15
3.3.2 單一迴歸(Univariate regression).....	15
3.3.3 包含迴歸(Encompassing regression).....	15
3.4 交易策略利潤的比較.....	16
3.4.1 夏普指數(Sharpe measure).....	16
3.4.2 風險值(Value at risk).....	17
第肆章、實證結果與分析.....	17
4.1 個別模型預測值的基本敘述.....	17
4.2 預測能力的比較.....	22
4.3 交易策略.....	24
4.4 分析原因.....	25
第伍章 結論.....	29
參考文獻.....	30
附錄一：各波動度模型樣本外預測波動度.....	33

附錄二：賣權隱含波動率表格	41
附錄三：補充 Black Model 的 Greek 值.....	43
附錄四：價平選擇權，vega 值最大的推導.....	44



圖目錄

圖一：	GARCH & RV 波動度預測	19
圖二：	GJR-T & RV 波動度預測	20
圖三：	GARJI & RV 波動度預測	20
圖四：	EGARCH & RV 波動度預測	20
圖五：	HV & RV 波動度預測	21
圖六：	IV-call & RV 波動度預測	21
圖七：	GARCH 系列 & RV 波動度預測	21
圖八：	GARJI ,HV,IV & RV 波動度預測	22
圖九：	跳躍事件發生後，GARCG 和 GARJI 樣本外預測值	28



表目錄

表 1：波動度價差介紹	5
表 2：模型預測值的基本統計量	17
表 3：GARCH 系列模型的最後一次樣本外預測參數估計結果	18
表 4：單一迴歸（每天估計的波動度）使用買權的隱含波動率	22
表 5：包含迴歸（每天估計的波動度）使用買權的隱含波動率	23
表 6：各模型買賣 straddle 基本資料	25
表 7：每日報酬率(未考慮交易成本)的表格	25
表 8：每日報酬率(考慮交易成本)的表格	25
表 9：各模型最大獲利日 straddle 實際價格和預估價格	26
表 10：各模型最大損失日 straddle 實際價格和預估價格	27
表 11：各個模型在 92 年 7 月 11 號的績效表	27

附錄一

1-1：樣本外預測 GARCH Volatility	33
1-2：樣本外預測 EGARCH Volatility	34
1-3：樣本外預測 GJR_T Volatility	35
1-4：樣本外預測 GARJI Volatility	36
1-5：樣本外預測 HV Volatility	37
1-6：樣本外預測 IV Volatility	38
1-7：樣本外預測 RV Volatility	39
1-8：台灣加權指數報酬率基本統計量	40

附錄二

2-1：單一迴歸(每天估計的波動度) 使用賣權的隱含波動率	41
2-2：包含迴歸(每天估計的波動度) 使用賣權的隱含波動率	42

第壹章、緒論

1.1 研究動機

在金融市場上，無論是在衍生性商品的定價、風險管理或選擇權的交易上，金融商品的波動性皆扮演著舉足輕重的角色。

由 Black-Scholes 選擇權訂價模型可以看出波動度的重要性，雖然波動性只是其中一個決定選擇權價格的因素，但是，其他四個變數可以直接由市場上觀察而得，只有波動性需要事前預測。因此，我們可以認定波動度乃為選擇權價格的主要決定因素。

傳統所研究的 GARCH 和隨機波動模型雖然對於風險之捕抓有不錯的表現，然而此類模型對於市場突發事件所產生之跳躍現象的描述皆有所不足，我們想透過考慮跳躍頻率和跳躍規模的 GARJI 模型來補抓市場波動度，並與傳統模型如 GARCH、GJR-T、EGARCH、歷史波動度與隱含波動率模型一起比較對已實現波動率的預測能力，藉由考慮了跳躍現象的模型相較於傳統模型是否能有更好的表現。

1.2 研究目的

近年來的眾多文獻皆說明了跳躍現象對波動度的重要性，若是能夠考慮跳躍現象，對於波動度的預測能力有很大的幫助。本篇論文將以考慮跳躍現象的 GARJI 模型和傳統上的模型(GARCH, GJR-T, EGARCH, 隱含波動度, 歷史波動度)來比較波動度預測能力和市場上的投資績效。本研究的預測能力評估採用三種方法，1.均方根誤差(RMSE)。2.單一迴歸。3.包含迴歸。並且從第 2 和第 3 種方法，比較每個模型的調整後的 R-square。

其次，本研究將理論與實務相結合，當模型的波動度預測出來後，配合嚴謹的交易策略(除了以買賣價差為濾嘴(filter)外，並考慮交易成本)，在台灣的選擇權市場中交易波動度。然後以夏普指數(Sharpe measure)和風險值來和同時段的台灣加權指數來比較。探討報酬率的最大值和最小值發生的情況和原因。研究結果發現有考慮跳躍的 GARJI 模型，不管是在預測能力上，或在金融實務上都有較為傑出的表現。

第貳章、相關文獻探討

由於大部分的文獻已經對 GARCH, GJR-GARCH, EGARCH, 隱含波動率, 歷史波動度作過文獻探討, 本文將只針對跳躍(Jump)模型做文獻探討的整理。

2.1 跳躍模型的文獻整理

過去的數十年來, 對於投機性市場報酬做過大量的統計分析。從這些重要的實證結果即可發現資產報酬接近平賭差分序列(martingale difference sequence), 條件變異數會隨著時間變化, 非條件變異數的分配為高峽峰(leptokurtosis)等。

傳統的研究使用 GARCH 或 SV 模型, 藉著條件變異數的自我迴歸過程, 來提供一個好的統計測量。但是, 不管是 GARCH 或 SV 模型都是設計用來描述波動度平滑且持續的改變, 這些模型並不適合解釋資產報酬突然大規模的改變。

Anderson, Benzoni, and Lund(1999); Gallant, Hsieh, and Tauchen (1997) 都提到在投機性較高的市場, 需要捕抓到資料中報酬率跳躍的特性。Bakshi, Cao, and Chen(1997); Bates (1996)也提到在投機度較高的市場, 要有辦法描述到資料中報酬率跳躍的特性, 才能夠避免在選擇權市場上的錯誤定價。除此之外, 還有大量的文獻說明了在統計上和資產定價上跳躍的重要性。

Press(1967)將基本的普瓦松跳躍模型(Poisson jump model)應用在金融市場上, 稱為合成事件模型(compound events model), 此模型可以改善在一段固定期間中價格改變的隨機數。普瓦松分配假設事件的發生數決定了價格的改變, 而一段期間中平均事件發生數, 我們稱之為頻率。所有的波動度過程通常都假設股票報酬率的跳躍規模是隨機且常態分配的。有些早期的實證都證明了 Press 的模型是有用的, Akgiray and Booth(1998), Tucker and Pond(1988), and Hsieh(1989)發現常態普瓦松跳躍(normal-Poisson jump)模型應用在匯率市場上有好的表現。Ball and Torous(1983)應用在美國股票市場上也有類似的結果。

基本的跳躍模型可以延伸至兩種模型上。第一種，在連續時間模型上，SV 跳躍模型需要到使用模擬方法。如：Andersen et al. (1998), Craine, Lochstoer, and Syrtveit (2000), Chernov, Gallent, Ghysels, and Tauchen (2003), Eraker, Johannes, and Polson (2003)。第二種，在離散時間模型上，直接結合跳躍模型和 GARCH 或 ARCH 模型。讓 GARCH 模型解釋波動度平滑的改變，而讓跳躍解釋波動性突然性的大規模改變。如：Jorion (1988), Nieuwland, Verschoor, and Wolff (1994), Vlaar, and Palm (1993)。

GARCH-jump 這個混合模型在初期的發展是假設由不變的普瓦松分配(Poisson distribution)支配跳躍機率。然而，後來的一些文獻發現跳躍機率是會隨著時間而改變的。Bates(1991)的研究就發現 1987 年美股崩盤前後的跳躍機率是不同的。

最近的研究延伸了傳統的理论架構，提出了隨著時間變化的跳躍模型。Chernov et al. (1999)假設這一期的跳躍頻率由前一期的跳躍規模決定。Eraker et al. (1999)則在報酬率和波動度上考慮跳躍現象。

跳躍頻率可能只是條件跳躍動態過程在股市報酬率上的一個觀點。特別的是，這個分配所支配的跳躍規模(jump size)可能會隨著時間而變化。為了證明這一點，Chan and Maheu(2002) 假設跳躍規模的分配是服從常態分配，但是允許條件平均數和條件變異數會受到過去資訊的影響。Chan and Maheu 研究股票市場中的動態過程，使用 GARCH 的結構加上 ARJI 模型，而且將這模型應用在超過 72 年日資料的道瓊工業指數(DJIA)。透過推論事後分配在時點 t 的跳躍的濾嘴，他們發現美國道瓊工業指數的跳躍頻率並非是一成不變的。除此之外，低階的 ARJI 模型在時間變化中能夠補抓到條件跳躍頻率。

在他們的研究上指出，在股票市場上的條件跳躍頻率，其自我迴歸過程是正向相關且持續很久的。與 GARCH 變異數的參數類似，若今天跳躍的機率很高的話，往往明天的跳躍機率也會很高，但跳躍通常是很少發生的。然而，在 Chan and Maheu 的資料中，跳躍頻率在時間上會有重大變化。舉例來說，從 1940 年起至 1950，每日的跳躍頻率範圍由 0.03 到 2.02 之間，這代表有些期間預期幾乎沒有跳躍(0.03)，有些期間預期只有幾個跳躍(2.02)。他們並發現在 1929 年和 1987 年的大崩盤中，條件跳躍頻率有明顯的增加趨勢。

若能允許跳躍規模分配的條件變異數和所衡量的市場波動度(過去的報酬率平方)是線性相關的，將可以改善模型在樣本內的配適和對波動度在樣本外的預測。Chan and Maheu 的模型確定了當條件跳躍規模的改變造成市場衝擊(指壞消息)後，市場將會重整。舉例來說，當市場衰退大於 2.5% 或更多，暗示將在下一期會有正的條件跳躍規模。因此，在股票市場遭受衝擊的隔天，跳躍的機率並不一定會降低，而是負向跳躍的機率降低，而正向跳躍的機率提高了。

為了說明跳躍頻率的重要性，本研究提出一個離散時間的模型，其條件跳躍頻率是一個內生的自我迴歸過程。為了使我們的估計更為直接，我們假設條件跳躍頻率可以由過去的資訊中所產生。在我們的模型中，跳躍是不可觀察的且很難去直接分析的。研究方法的第一步就是提出一個濾嘴來推論事後分配在時點 t 的跳躍。使用這個濾嘴，我們接下來可以將衝擊建構在跳躍的期望數。在時點 t 的衝擊可以提供我們下一期條件跳躍頻率的基本資訊，我們這個自我迴歸條件(autoregressive conditional jump intensity)(ARJI)模型即代表了跳躍強度滿足自動移動平均迴歸(autoregressive moving average)ARMA 過程。

本研究的模型在這裡和 Markov switching 模型有點相似，像是 Hamilton and Susmel(1994)所假設未觀察的馬可夫鏈(Markov chain)引導報酬率的動態過程；和 Markov switching 模型相同，跳躍是離散且不可觀察的。不同的是，我們模型的跳躍可由序列相關的普瓦松過程所支配。

本文使用的研究方法在偵測跳躍頻率上有好幾個優點。第一，因為跳躍頻率是屬於 ARMA 過程的形式，所以它能夠處理序列相關的問題。第二，而且它的最大概似估計(Maximum likelihood estimation)是很容易計算的。最後，由估計所得到的濾嘴可以提供關於過去發生事件的事後(ex post)推論，因此我們可以由過去資訊中得到跳躍頻率。

2.2 波動度交易

清楚了波動度在選擇權交易上的重要性後，我們藉著要選擇好的波動度測量，才能夠在各類模型估計出較佳的波動度後，作出良好的應用。為了加強獲利性，本研究選擇將波動度交易應用在選擇權上，因為選擇權可以說是衍生性商品的基礎，除了交易成本低，以小博大，且隨著多空方向不同，有多種不同的操作策略的特色。而在選擇權方面，

又有多種不同的波動度價差。一般將所估計的波動性應用在 trading volatility 上，有五種 volatility spread 應用方式，如 Straddle、Strangle、Butterfly、Condor、Iron Butterfly。

表 1：波動度價差介紹

名稱	定義
Straddle	Long straddle 是指同時購買相同履約價和相同到期日的買權和賣權。 Short straddle 是指同時賣出相同履約價和相同到期日的買權和賣權。
Strangle	Long strangle 是指同時購買不同履約價和相同到期日的買權和賣權。 Short strangle 是指同時賣出不同履約價和相同到期日的買權和賣權。
Butterfly	Butterfly 價差涉及到三個不同履約價的選擇權。買一個較低履約價 k_1 的買權，買一個較高履約價 k_3 的買權，賣出兩個接近現在股價的履約價 k_2 的買權。
Condor	Condor 價差和 Butterfly 價差非常類似。唯一不同的地方在於，它賣出的兩個 k_2 履約價是不同履約價的。
Iron Butterfly	Iron Butterfly 和 Butterfly 價差類似，用到三個不同履約價的選擇權。買進一個 k_2 的買權和賣權，但是再發行一個 k_1 的買權和 k_3 的賣權。

在 Chaput and Ederington (2002)的論文中，他們選擇了 Straddle 和 Strangle 來做研究，因為，在考慮交易成本下，Butterfly，Iron Butterfly，和 Condor 會有較差的表現。Butterfly，Iron Butterfly，和 Condor 都需要兩個以上的選擇權。在本質上，Straddle 和 Strangle 是最相似的，也可以將 Straddle 可視為買權和賣權兩個選擇權價差為零的 Strangle。

而我們選擇的台灣選擇權市場，對於兩個以上的選擇權，如 Butterfly，Iron Butterfly，和 Condor，並沒有手續費減免，於是在本論文中會選擇價平 Straddle 來做交易。

本研究以各種波動度模型估計出波動度後，再將所估計出來的波動

度代進 Black-Scholes 模型，因為 Bakshi , Cao and Chen(1997)發現價平(at the money)選擇權的表現在 Black-Scholes 模型較 Stochastic Volatility 模型為佳，因此，我們使用 Black-Scholes 模型來衡量選擇權價格。

第參章、資料選取和研究方法

3.1 資料處理

本研究主要是針對台灣金融市場中的指數選擇權市場進行研究。在台灣加權指數方面，選取 88 年 1 月 5 日到 93 年 8 月 30 日作為研究期間，因為 GARCH，GJR-T，GARJI，EGARCH 需要較多的樣本來進行參數估計，而台灣期貨交易所資料(期貨和選擇權)，則選擇由 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 30 日作為研究期間。樣本內期間取 1000 筆，為 88 年 1 月 5 日到 91 年 11 月 20 日，樣本外期間共選取 439 筆(大約有一年半)，則是選擇 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 30 日。資料來源為台灣經濟新報資料庫。

在資料篩選上，下列為篩選原則：

- 1.選擇價平資料，我們定義價平資料為 $|F-K| \leq 50$ 。F:期貨價格，K:履約價格。
- 2.只選擇近月資料交易，因為遠月的交易量過小，且流動性不佳。
- 3.由於一年大約只有 252 個交易日，平均一個月大約 21 個交易日，我們選擇轉倉日為 3 天，恰好看出轉倉效果。
- 4.選擇買權和賣權為同一個履約價，(因為要做 straddle 交易)。

3.2 各種波動度模型

3.2.1 GARCH Model

Bollerslev(1986)提出了 GARCH 模型，假設 ARMA 模型可描述一串取對數後的報酬序列。假設 $a_t=r_t-\mu_t$ 為平均值調整(mean-corrected)的對數

後報酬率， r_t :股票報酬率， μ_t :股票報酬率平均數，所以 a_t 服從於 GARCH(m, s)模型。

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (1)$$

α_i :ARCH effect

β_j :GARCH effect

m :ARCH效果階數

s :GARCH效果階數

參數的限制式為

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$\beta_j \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j < 1$$

3.2.2 GJR-T Model

Glosten, Jagannathan 和 Runkle(1993)對GARCH模型提出修正，額外考慮了在消息衝擊下，所產生的不對稱性效果，意即為好消息和壞消息對金融市場的衝擊程度不一致。

此修正後的模型如下，

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^s L_j S_{t-j}^- \varepsilon_{t-j}^2 \quad (2)$$

$$S_{t-j}^- = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{t-j} \leq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

α_i :ARCH effect

β_j :GARCH effect

L_j :asymmetry effect

m :ARCH效果階數

s :GARCH效果階數

參數的限制式為

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0, i=1.2.\dots.m$$

$$\beta_j \geq 0, j=1.2.\dots.s$$

$$\beta_j + L_j \geq 0, j=1.2.\dots.s$$

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s L_j < 1$$

若 $L_j > 0$ ，則存在不對稱性效果。

而在本模型中，為了更貼近報酬率分配會有肥尾現象，我們假設 ε_t 服從 t 分配。

3.2.3 EGARCH Model

Nelson(1991) 針對 GARCH 模型提出修正，提出一般化的 EGARCH(P, Q) 模型，他認為 GARCH 模型仍有下列缺失需要改進。

1. 無法說明現在的報酬率與未來報酬的波動度呈現負向關係。
2. 無法解釋前期的衝擊對當期條件變異數的影響。
3. 在條件變異數中，對參數限制必須恆為正數，會破壞了條件變異數的動態過程。

它的誤差項考慮到了不對稱性效果，還有其外在的機率分配如下：

$$\log \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^P \beta_i \log \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^Q \alpha_j \left[\frac{|\varepsilon_{t-j}|}{\sigma_{t-j}} - E \left\{ \frac{|\varepsilon_{t-j}|}{\sigma_{t-j}} \right\} \right] + \sum_{j=1}^Q L_j \left(\frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right) \quad (3)$$

$$E \left\{ \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{\sigma_{t-j}} \right| \right\} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} & \text{Gaussian} \\ \sqrt{\frac{v-2}{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} & \text{Student's } t \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \\ \sqrt{\frac{v-2}{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \end{cases}} \right\} \text{自由度}(v) > 2 \quad (4)$$

EGARCH(P, Q)模型它的 $\log\sigma_t^2$ 是根據 ARMA(P, Q)模型而來。在此需要注意的是，GARCH 和 GJR-T 模型在標準化的誤差項 z_t 是完全不同的。GARCH 和 GJR-T 模型允許 ARCH 效果和 GARCH 效果來捕捉波動度聚集性，但是，EGARCH(P, Q)模型則是全部由 GARCH 效果來補抓波動度叢聚性。

3.2.4 GARJI Model

本論文參考 Chan and Maheu(2002)，考慮資產報酬率的 GARCH 效果，加上設定隨著時間變化的 conditional jump intensity(ARJI 模型)，對於單一的報酬率序列，提出一個混合的 GARCH-Jump 模型(Maheu and McCurdy(2004)的設定)。

$$r_t = \mu + \varepsilon_{1,t} + \varepsilon_{2,t} \quad (5)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{1,t} + \varepsilon_{2,t} = \mu - r_t \quad (6)$$

$$\varepsilon_{1,t} = \sigma_t z_t, \quad \sigma_t \sim N(0,1) \quad (7)$$

其中， $\varepsilon_{1,t}$ 為正常的誤差項，正常消息的衝擊

A. Autoregressive Conditional Jump Intensity(ARJI)

$$P(n_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{\exp(-\lambda_t) \lambda_t^j}{j!}, j=0,1,2,\dots \quad (8)$$

$$\lambda_t = \lambda_0 + \rho \lambda_{t-1} + r \xi_{t-1} \quad (9)$$

其中，跳躍頻率(λ_t)會隨著時間而變化。

$$\begin{aligned} \xi_{t-1} &\equiv E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}] - \lambda_{t-1} \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} j P(n_{t-1} = j | \Phi_{t-1}) - \lambda_{t-1} \end{aligned} \quad (10)$$

$$E[\xi_t | \Phi_{t-1}] = 0 \quad (11)$$

$$E[\lambda_t] = \frac{\lambda_0}{1-\rho} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} E[\lambda_{t+i} | \Phi_{t-1}] &= \lambda_t & i=0 \\ &= \lambda_0(1+\rho+\dots+\rho^{i-1}) + \rho^i \lambda_t & i \geq 1 \end{aligned} \quad (13)$$

可以將 ARJI 模型表示為

$$\begin{aligned}
 \lambda_t &= \lambda_0 + \rho\lambda_{t-1} + r\xi_{t-1} \\
 &= \lambda_0 + \rho\lambda_{t-1} + r(E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}] - \lambda_{t-1}) \\
 &= \lambda_0 + (\rho-r)\lambda_{t-1} + r(E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}])
 \end{aligned} \tag{14}$$

B. Jump 的誤差項和 Jump-Size 的分配

$$Y_{t,k} \sim N(\theta, \delta^2) \tag{15}$$

θ : 跳躍規模平均數

δ : 跳躍規模標準差

$$J_t = \sum_{k=1}^{n_t} Y_{t,k} \tag{16}$$

跳躍的誤差項

$$\varepsilon_{2,t} = J_t - E[J_t | \Phi_{t-1}] = \sum_{k=1}^{n_t} Y_{t,k} - \theta\lambda_t \tag{17}$$

C. 隨著時間變化的波動率組成因子

$$\text{Var}(r_t | \Phi_{t-1}) = \text{Var}(\varepsilon_{1,t} | \Phi_{t-1}) + \text{Var}(\varepsilon_{2,t} | \Phi_{t-1}) \tag{18}$$

其中， $\text{Var}(\varepsilon_{1,t} | \Phi_{t-1}) = \sigma_t^2$

$$\sigma_t^2 = w + g(\Lambda, \Phi_{t-1})\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \tag{19}$$

$g(\cdot)$ 代表參數向量, Λ (資訊集合)

$$\varepsilon_{t-1} = \varepsilon_{1,t-1} + \varepsilon_{2,t-1} \tag{20}$$

$$g(\Lambda, \Phi_{t-1}) = \exp(\alpha + \alpha_j E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}] + I(\varepsilon_{t-1})(\alpha_a + \alpha_{aj} E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}])) \tag{21}$$

$I(\varepsilon_{t-1})$ 是一個指標函數

$$I(\varepsilon_{t-1}) = \begin{cases} 1 & , \varepsilon_{t-1} < 0 \text{ (壞消息)} \\ 0 & , \varepsilon_{t-1} \geq 0 \text{ (好消息)} \end{cases}$$

good news , no jump, $g(\Lambda, \Phi_{t-1}) = \exp(\alpha)$

good news , 1 jump, $g(\Lambda, \Phi_{t-1}) = \exp(\alpha + \alpha_j)$

bad news , no jump, $g(\Lambda, \Phi_{t-1}) = \exp(\alpha + \alpha_a)$

bad news , 1 jump, $g(\Lambda, \Phi_{t-1}) = \exp(\alpha + \alpha_a + \alpha_j + \alpha_{aj})$

(22)

由於在 $g(A, \Phi_{t-1})$ 中有四個參數不好估計。於是，我們將 $g(A, \Phi_{t-1})$ 這個函數改成在 Garch 模型中所設定的 α 係數。

簡化後的模型與原先模型的差異在式 (21) 中， $g(A, \Phi_{t-1}) = \alpha$ 模型少考慮了好壞消息衝擊所造成的不對稱性效果，而比 GARCH 模型多考慮了跳躍效果，其他地方與原先模型設定一致。

D. 報酬率的動差

$$E[r_t | \Phi_{t-1}] = \mu \quad (23)$$

$$\text{Var}(r_t | \Phi_{t-1}) = \sigma_t^2 + (\theta^2 + \delta^2)\lambda_t \quad (24)$$

$$\text{SK}(r_t | \Phi_{t-1}) = \frac{\lambda_t(\theta^3 + 3\theta\delta^2)}{(\sigma_t^2 + \lambda_t\delta^2 + \lambda_t\theta^2)^{3/2}} \quad (25)$$

$$\text{Ku}(r_t | \Phi_{t-1}) = 3 + \frac{\lambda_t(\theta^4 + 6\theta^2\delta^2 + 3\delta^4)}{(\sigma_t^2 + \lambda_t\delta^2 + \lambda_t\theta^2)^2} \quad (26)$$

$$\text{Var}(r_t) = \frac{w}{(1-\alpha-\beta)} + \frac{\alpha(\theta^2 + \delta^2)}{(1-\alpha-\beta)} \frac{\lambda_0}{(1-\rho)} + (\theta^2 + \delta^2) \frac{\lambda_0}{(1-\rho)} \quad (27)$$

由式(19)可以看出來，變異數由正常消息的衝擊和異常消息的衝擊所構成。而在式子(21)中，可以看出此為高峽峰。

E. Likelihood Function (概似函數)

$$f(r_t | n_t=j, \Phi_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_t^2 + j\delta^2)}} \exp\left(\frac{-(r_t - \mu + \theta\lambda_t - \theta j)^2}{2(\sigma_t^2 + j\delta^2)}\right) \quad (28)$$

$$f(r_t | \Phi_{t-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} f(r_t | n_t=j, \Phi_{t-1})P(n_t=j | \Phi_{t-1}) \quad (29)$$

這個濾嘴可以寫成

$$P(n_t=j | \Phi_t) = \frac{f(r_t | n_t=j, \Phi_{t-1})P(n_t=j | \Phi_{t-1})}{f(r_t | \Phi_{t-1})} \quad j=0,1,2... \quad (30)$$

關於跳躍個數的設定，在本篇論文中，我們加總 4 項。Chan and Maheu(2004)將跳躍個數設定為 25 個，但是 Ball and Torous(1985)提到跳

躍個數設定為 10 個或更小，可達到更精準之估計。

F. 簡化後的 GARJI 模型的設定

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \mu - r_t \quad (31)$$

$$\sigma_t^2 = w + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (32)$$

$$\lambda_t = \lambda_0 + (\rho - r) \lambda_{t-1} + r (E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}]) \quad (33)$$

$$E[n_{t-1} | \Phi_{t-1}] = \sum_{j=0}^{\infty} j P(n_{t-1} = j | \Phi_{t-1}) \quad (34)$$

$$P(n_t = j | \Phi_t) = \frac{f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) P(n_t = j | \Phi_{t-1})}{f(r_t | \Phi_{t-1})} \quad j=0,1,2,\dots \quad (35)$$

$$f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_t^2 + j\delta^2)}} \exp\left(-\frac{(r_t - \mu + \theta\lambda_t - \theta j)^2}{2(\sigma_t^2 + j\delta^2)}\right) \quad (36)$$

$$P(n_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{\exp(-\lambda_t) \lambda_t^j}{j!}, \quad j=0,1,2,\dots \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & f(r_t | \Phi_{t-1}) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} f(r_t, n_t = j | \Phi_{t-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) * P(n_t = j | \Phi_{t-1}) \quad (38) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_t^2 + j\delta^2)}} \exp\left(-\frac{(\sigma_t - \mu + \theta\lambda_t - \theta j)^2}{2(\sigma_t^2 + j\delta^2)}\right) * \frac{\exp(-\lambda_t) \lambda_t^j}{j!} \end{aligned}$$

我們發現這些模型可以提升模型的配適與預測能力。Chan and Maheu (2002) 則結合 GARCH 模型與跳躍-擴散模型並應用在股票市場上，將跳躍頻率設定為 ARMA 模式。其跳躍頻率會隨著時間變化，而跳躍規模方面，則將參數設定為具有隨時間變化的特性。在此設定下，無論在樣本內的配適和樣本外波動性的預測會有較好的結果。

3.2.5 歷史波動率模型(Historical volatility Model)

歷史波動率是過去期間中所產生的波動，通常都是利用過去的股價報酬率的標準差來衡量。若是觀察期間取越長，所得到的波動率通常就越會失真，在跳躍時，特別明顯，所以觀察期數盡量不要取太長，本篇論文採取 Chiras 和 Manaster(1978)，以 20 個交易日為一期，來估算歷史股價報酬率的標準差，再經過年化的處理。歷史波動率模型，對於每

一個觀察直接給予一樣的權重，忽略了金融市場上有波動性聚集的現象。事實上，越接近近日的觀察值對當期波動度的影響越大，這也是歷史波動率模型估計能力不強的原因。

根據 Kroner(1996)，若期數選越短，在高波動的樣本資料中，較能夠看出波動性聚集的現象，若選取期間過長，就無法看出跳躍的效果。

模型的表示

$$u_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \quad t=1,2,\dots,n$$

$$\hat{\sigma}_t^{HV} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (u_t - \bar{u}_t)^2} \quad (39)$$

$$\bar{u}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_{t-i}$$

S_t : 第t日收盤價

u_t : 第t日股價報酬率

\bar{u}_t : u_t 的平均值

此處一年交易日皆假設252天

3.2.6 已實現波動度(Realized volatility)

根據 Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (1999b)的定義，真實波動度是以日內指數報酬率(每五分鐘一筆)平方加總後開根號後，再年化。

$$\hat{\sigma}_t^{RV} = \sqrt{\sum_{i=1}^n r_{it}^2} * \sqrt{252} \quad (40)$$

r_{it} : 是指第t天的第i筆的五分鐘資料

3.2.7 隱含波動率(Implied volatility)

在 Black-Scholes 的選擇權評價模式中，我們透過已知標的資產價格，履約價格，標的資產波動性，無風險利率，與存續期間這五個變數，可求得選擇權價格。但是，在現實情況下，波動度是無法直接觀察出來的。於是，我們透過已知的選擇權的價格，代入 Black Scholes 模型，再利用反函數反推出其標的資產的波動度。一般來說，利用已知市價來反

推出的波動度，稱之為隱含波動度，因為這個波動度它隱含了市價的資訊。

$$\sigma_{\text{Implied volatility}} = f^{-1}(S, X, r, T, C) \quad (41)$$

S:標的資產價格

X:履約價

r:無風險利率

T:存續期間

C:選擇權價格

我們首先檢驗已實現波動度在預測未來的波動度時，對隱含波動度是否有增額效果？根據 Fleming(1998)提出的方法，採用隱含波動率和隨著時間變化的波動率如下：考慮 Hull and White(1987)所提出的資產價格和波動度無關且波動度風險溢酬為零的假設。

在時點t時，一個到期日為T的選擇權價值為

$$f_t = E[BS(\sigma_{t,T}; T) | \Phi_t]$$

$$\sigma_{t,T} = \sqrt{\frac{1}{T-t} \int_t^T \sigma_x^2 dx} \quad (42)$$

$$\text{在短期的價平選擇權中，} E[BS(\sigma_{t,T}) | \Phi_t] \approx BS(E[\sigma_{t,T} | \Phi_t]) \quad (43)$$

$$\text{因此，我們可以得到 } f_t \approx BS(E[\sigma_{t,T} | \Phi_t]) \quad (44)$$

$$\text{隱含波動率為 } \sigma_{t,T}^{IV} = BS^{-1}(f_t) \quad (45)$$

$$\text{因此，} \sigma_{t,T}^{IV} \approx E[\sigma_{t,T} | \Phi_t] \quad (46)$$

這代表隱含波動率是對未來預期波動度不偏的估計。

3.3 預測能力的比較

為了比較不同模型波動度的比較，我們這裡提出三種方法。

第一種為均方根誤差(root of mean square)，可用來比較何種模型的測量誤差是最小的。第二種和第三種方法為，先前的學者 Christen and Prabhala (1998)，和 Jiang and Tian(2003)所提出的單一迴歸和包含迴歸，我們使用這兩種方法來檢驗波動度預測的資訊內容。

波動度預測方面，則採用 Chiras 和 Manaster(1978)取 20 個交易日為一期，所算出的歷史波動度，GARCH 模型，考慮跳躍的 GARJI 模型，考慮不對稱性效果和肥尾現象的 GJR_T 模型，和隱含波動度模型。此外，為了避免由重疊資料所產生的 telescoping error，我們採用 Fleming(1998)提出的一般化動差法(generalized method of moment)。

3.3.1 均方根誤差(root of mean square)

$$\text{均方根誤差：RMSE} = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{已實現波動度} - \text{其他模型波動度})^2 \right]^{0.5} \quad (47)$$

這裡的其他模型是指 GARCH，GJR-T，EGARCH，歷史波動度，隱含波動率模型和 GARJI 模型，我們用均方根誤差來比較，看哪一個模型誤差最小。

3.3.2 單一迴歸(Univariate regression)

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{IV}} + \varepsilon_{1t,T} \quad (48)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{HV}} + \varepsilon_{2t,T} \quad (49)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{GARCH}} + \varepsilon_{3t,T} \quad (50)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{GARJI}} + \varepsilon_{4t,T} \quad (51)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{GJR-T}} + \varepsilon_{5t,T} \quad (52)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{EGARCH}} + \varepsilon_{6t,T} \quad (53)$$

由式(48)至式(53)中，測試波動率的預測對未來的已實現波動率是否有解釋能力，檢定 $H_0: b_1=0$ 檢驗各個模型(IV，GARCH，GJR-T，GARJI，EGARCH，HV)所估計出來的波動度對於已實現波動度是否有顯著的解釋能力。若檢定結果越顯著，代表了其他模型的波動度對已實現波動度的預測能力越強。

3.3.3 包含迴歸(Encompassing regression)

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{IV}} + b_2 \sigma_{t,T}^{\text{HV}} + \varepsilon_{1t,T} \quad (54)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{IV}} + b_2 \sigma_{t,T}^{\text{GARCH}} + \varepsilon_{2t,T} \quad (55)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{IV}} + b_2 \sigma_{t,T}^{\text{GARJI}} + \varepsilon_{3t,T} \quad (56)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{IV}} + b_2 \sigma_{t,T}^{\text{GJR-T}} + \varepsilon_{4t,T} \quad (57)$$

$$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{\text{IV}} + b_2 \sigma_{t,T}^{\text{EGARCH}} + \varepsilon_{5t,T} \quad (58)$$

由式(54)至式(58)中，測試隱含波動率的預測對未來的已實現波動率是否包含所有資訊？若加上其他模型(IV，GARCH，GJR-T，GARJI，EGARCH，HV)所估計出來的波動度去解釋是否能夠增強對已實現波動度的解釋能力？檢驗 $H_0: b_2=0$

檢驗出的 b_2 是否為零，有兩種意義。第一種，可以驗證出隱含波動率是否有包含已實現波動率的所有資訊。第二種，我們也可以說，加入其他模型的波動度增加了對已實現波動度的預測能力，亦即其他模型的波動度預測出隱含波動度無法說明的訊息。若係數越顯著，代表此種訊息越強烈。

3.4 交易策略利潤的比較

結合理論與實務，在金融市場上能夠真正獲利，為本文主要目的。本研究透過夏普指數和風險值的衡量這兩個衡量指標，希望經由好的投資評估，使得我們的投資方法可以同時兼顧風險與獲利。

3.4.1 夏普指數(Sharpe measure)

我們在比較各個模型獲利能力時，我們加入市場上常用來檢測投資組合績效的夏普指數。夏普指數是一種經過風險調整後的績效指標，代表投資人多承擔一分超額風險，便可以多拿到幾分的超額報酬。

夏普指數是直接由市場資本線(Capital market line)推導而來，

$$\text{CML} : E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \sigma_p$$

其中， R_f :無風險利率， σ_p :個別公司面臨的風險， R_m :市場的報酬率，

σ_m :市場面臨的風險。因此，我們直接比較 $\frac{E(R_p)-R_f}{\sigma_p}$ 和 $\frac{R_m-R_f}{\sigma_m}$ ，可以得

知我們交易 straddle 的獲利能力是否在大盤指數之上。而這裡我們所謂的大盤指數是指台灣加權指數，交易期間則是和交易 straddle 一致(91年11月21日到93年8月31日)。

3.4.2 風險值(Value at risk)

所謂風險值是利用統計方法，衡量在一特定的信賴水準下，衡量某一特定期間中，面對不確定因素的衝擊下，使得整個投資組合或公司資產所可能的最大損失。因為 Var 是最新且普遍被運用的風險測量指標，但衍生性商品交易為相對上高槓桿、高風險之交易，因此我們選定 Var 為衡量指標。

第肆章、實證結果與分析

先由表 2 和表 3 介紹各模型預測值的基本統計量和最後一次樣本預測值所估計出來的參數估計。而實證結果主要是分三個部份：預測能力的比較、交易策略、市場投資績效，並分析其報酬率最大值和報酬率最小值的情況和原因。¹

4.1 個別模型預測值的基本敘述

表 2： 模型預測值的基本統計量

	GARCH	GJR_T	GARJI	EGARCH	HV	IV_call	IV_put
平均數	0.25212	0.2494	0.24679	0.24209	0.22749	0.24383	0.23941
標準誤	0.00275	0.00324	0.00298	0.00302	0.00384	0.00293	0.00457
中間值	0.24296	0.23386	0.22838	0.2302	0.20436	0.24216	0.23563
標準差	0.05772	0.06797	0.06252	0.06338	0.08052	0.06133	0.09584
變異數	0.00333	0.00462	0.00391	0.00402	0.00648	0.00376	0.00918
峰度	0.80102	0.11842	2.13435	0.28654	0.55847	0.71754	1.38537
偏態	0.90994	0.79202	1.51125	0.79138	1.04992	0.5606	0.36188
最小值	0.14898	0.13606	0.17896	0.13317	0.12063	0.11832	3.1E-05
最大值	0.4723	0.44595	0.49889	0.46197	0.49064	0.50082	0.74149

¹此處IV-call和IV-put為價平履約價的隱含波動率

個別波動度的平均數和中間值並無顯著不同，不過個別模型在標準差、偏態係數、和峰態係數有較大的差別。以標準差來看，歷史波動度和賣權的隱含波動度似乎特別高。而峰態係數和偏態係數在各個模型中沒有較一致的結果。²

表 3：GARCH 系列模型的最後一次樣本外預測參數估計結果

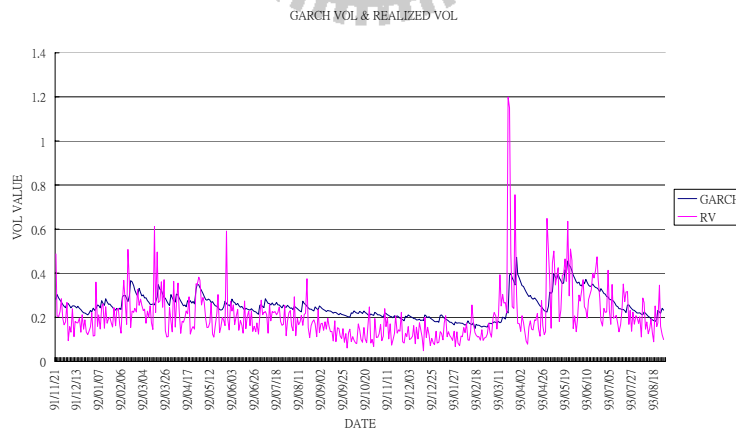
	GARCH	GJR-T	GARJI	EGARCH
P	1	1	1	1
Q	1	1	1	1
Beta	0.91084 (0.016823)	0.93265 (0.018023)	0.937134 (0.01624)	0.9687 (0.011443)
Alpha	0.072829 (0.01427)	0.018735 (0.013957)	0.03858 (0.010286)	0.13448 (0.034695)
K	0.056604 (0.023033)	0.045223 (0.020985)	0.042412 (0.020855)	0.032723 (0.012927)
C	0.038092 (0.051701)	0.00034437 (0.051031)	-0.01163 (0.051886)	-0.00356 (0.023673)
R	0	0	0	1
M	0	0	0	1
AR	0	0	0	0.58236 (0.29011)
MA	0	0	0	-0.52361 (0.30749)
LEVERAGE	0	0.069867 (0.020865)	0	-0.08127 (0.020716)
LAMBDA0	0	0	0.009627 (0.005615)	0
RHO	0	0	0.884285 (0.038987)	0
GAMMA	0	0	0.383835 (0.092845)	0
ETA0	0	0	-2.302407 (0.577639)	0

² DoF: 自由度的設定是否需要大於二
P, Q 為 beta, alpha 的階數
括號內為標準誤

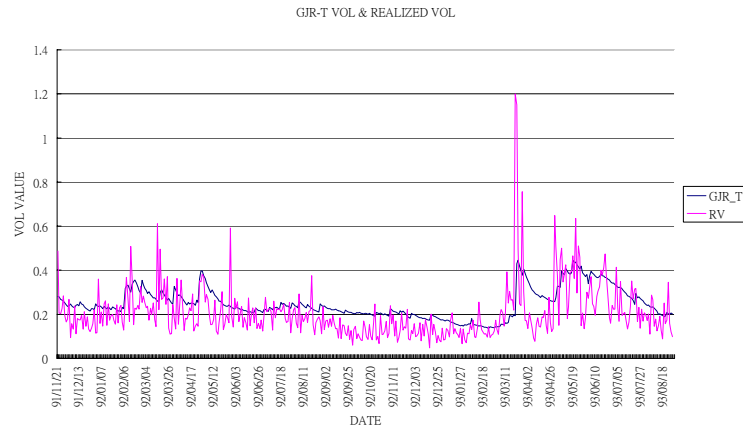
ZETA0	0	0	0.936127 (0.972766)	0
DoF	13.532 (4.9808)			15.73 (6.4056)
ERROR	Normal	T	Normal	T, Normal

由上列對 GARJI 模型的最後一次樣本外預測參數估計結果，可以明顯看出跳躍頻率的自我迴歸式中的 LAMBDA0，RHO，GAMMA 和跳躍規模的 ETAO 和 ZETAO 都是顯著拒絕零，因此檢定結果似乎顯示台灣金融市場中的確有跳躍效果。而在所有 GARCH 系列模型中，Beta 係數幾乎都在 0.93 左右，而 Alpha 係數大小相異性則較大，從 0.1 到 0.13 都有。同時有考慮不對稱性效果的 EGARCH 和 GJR-T 模型，在不對稱性效果係數上卻有很顯著不同，EGARCH 模型為-0.08127，而 GJR-T 模型為-0.08127，可以得知當事件衝擊發生時，對 GJR-T 模型中波動性的影響為正向，對 EGARCH 模型中波動性的影響則為負向的。接下來，由圖一到圖八，我們來看各種模型樣本外波動度預測值的圖形。

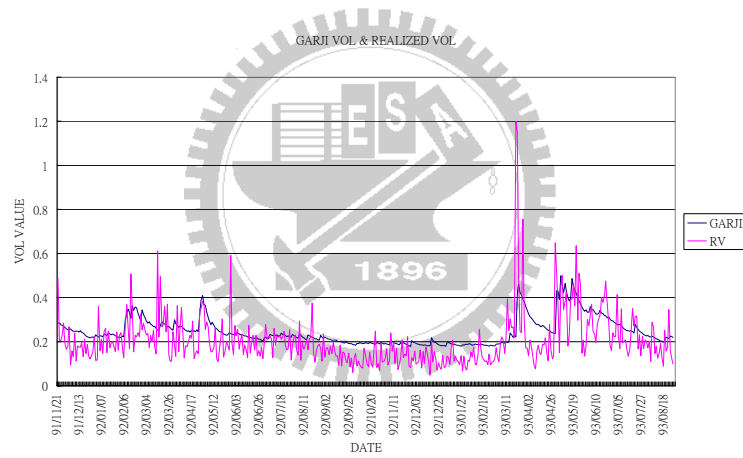
圖一： GARCH & RV 波動度預測



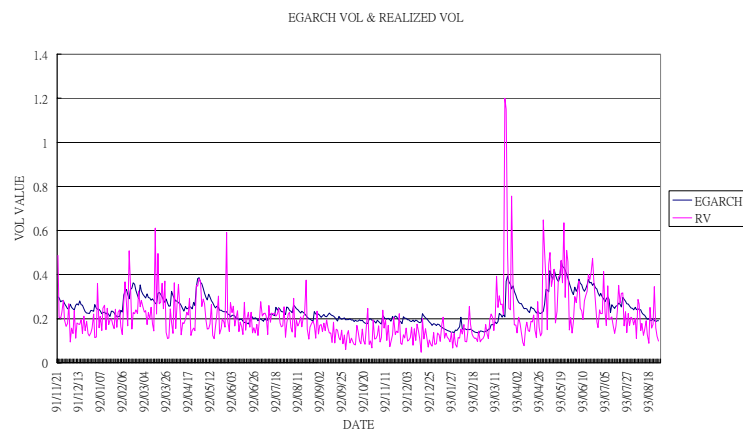
圖二： GJR-T & RV 波動度預測



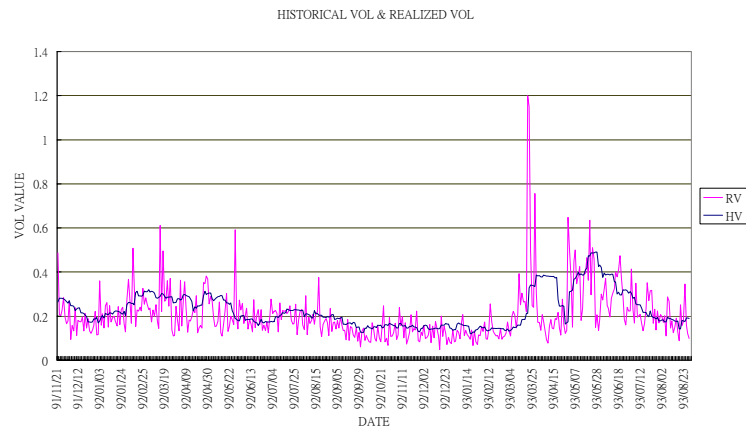
圖三： GARJI & RV 波動度預測



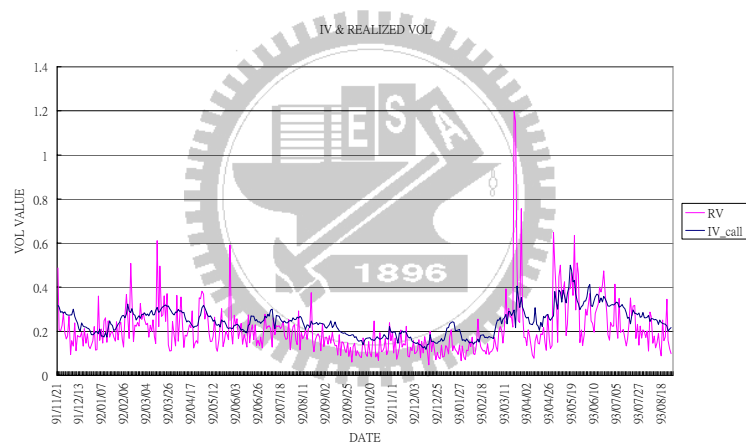
圖四： EGARCH & RV 波動度預測



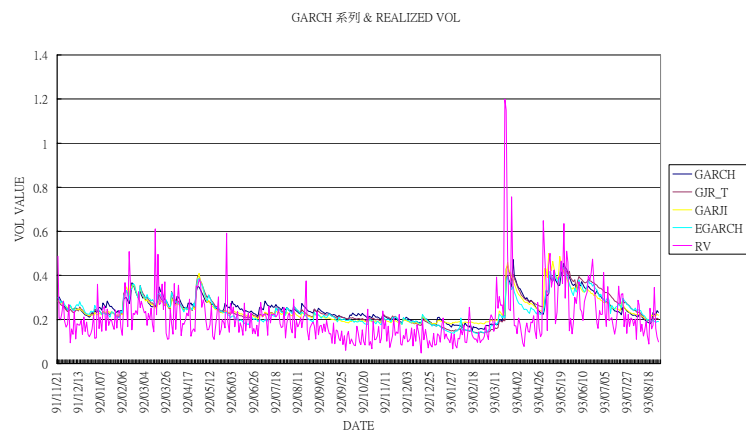
圖五： HV & RV 波動度預測



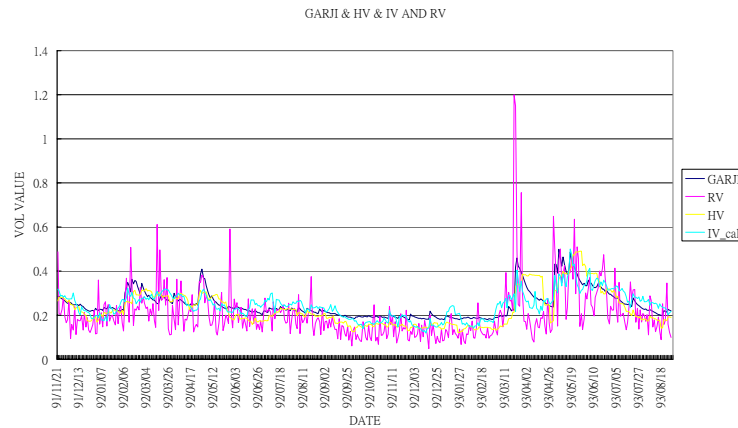
圖六： IV-call & RV 波動度預測



圖七： GARCH 系列 & RV 波動度預測



圖八： GARJI ,HV,IV & RV 波動度預測



4.2 預測能力的比較

預測能力的比較，我們使用三個方法：1.均方根誤差 2.單一迴歸 3.包含迴歸。在表 4 和表 5 可以看到我們分析的結果。

表 4：單一迴歸（每天估計的波動度）使用買權的隱含波動率

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
a	-0.05645 (-2.85823)	0.05531 (3.572997)	-0.0556 (-2.48615)	-0.06165 (-3.17947)	-0.01926 (-1.02175)	-0.03917 (-2.04)
IV_call	1.07093 (13.63374)					
HV		0.65659 (10.23363)				
GARCH			1.03249 (11.9294)			
GJR_T				0.8979 (12.31518)		
GARJI					1.07918 (14.16991)	
EGARCH						1.00727 (13.1)
Adj R2	0.2968	0.1915	0.2439	0.2559	0.3133	0.2802
RMSE	0.10083	0.10812	0.10455	0.10372	0.09965	0.10201

這是由Fleming在1998使用GMM方法去估計的模型，由M1到M6的模型是檢驗

$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b\sigma_{t,T}^{\text{other model estimated}} + \varepsilon_t$ ，而在此模型是指GARCH,GJR-T,GARJI,EGARCH,IV,HV等模型所估計出來的波動度。括號內是t-value。

單一迴歸的結果可由表 4 可以看出來，上列的六個模型的波動度預測值對於已實現波動度都有解釋能力。在以上六個模型中(IV、HV、GARCH、GARJI、GJR-T、EGARCH)，有考慮隨著時間變化 jump 的 GARJI 模型表現最好，其調整後的 R-square 最高，均方根誤差亦最小；在所有模型中，則歷史波動度模型表現最差。而使用賣權的隱含波動率在單一迴歸也有類似的結果，請參照附錄 2-1。

表 5：包含迴歸（每天估計的波動度）使用買權的隱含波動率

	M7	M8	M9	M10	M11
a	-0.05512 (-2.77823)	-0.08774 (-4.00274)	-0.06898 (-3.45245)	-0.08774 (-4.00274)	-0.07671 (-3.82)
IV_call	1.00023 (8.120727)	0.78593 (6.5953)	0.7591 (5.951858)	0.78583 (6.5953)	0.6618 (5.16)
HV	0.06994 (0.74547)				
GARCH		0.39982 (3.158136)			
GJR_T			0.3551 (3.085411)		
GARJI				0.66365 (5.150563)	
EGARCH					0.49575 (3.99)
Adj R2	0.2961	0.311	0.3103	0.3356	0.32
RMSE	0.10088	0.09981	0.09986	0.09981	0.09915

這是由Fleming在1998使用GMM方法去估計的模型，由M1到M6的模型是檢驗

$\sigma_{t,T}^{\text{realized}} = a + b\sigma_{t,T}^{\text{IV_CALL}} + c\sigma_{t,T}^{\text{other model estimated}} + \varepsilon_t$ ，而在此模型是指GARCH,GJR-T,GARJI,EGARCH,HV等模型所估計出來的波動度。括號內是t-value。

包含迴歸的結果可由表 5 得知，GARCH、GARJI、EGARCH、GJR-T 模型對於隱含波動率模型都有明顯的增加資訊的能力。而歷史波動度模型的表現則較差，對於隱含波動度模型並沒有增加額外資訊的能力。在多考慮了隱含波動度之後，GARJI 模型的預測能力相較於其他的模型擁有較高的預測能力。而使用賣權的隱含波動率在包含迴歸也有類似的結果，請參照附錄 2-2。

4.3 交易策略

本篇交易策略參考 Chan, Kalimipalli, and Sivakumar (2004)年論文使用的交易策略步驟

1. 將各個模型所估計出的波動率代入 Black-Scholes 定價模式，得到每天所估算出來的 straddle。

2. 在所有的交易中，採用 Noh et al.(1994)的買賣價差為濾嘴，交易員只有在模型和市價的絕對值超過 1 點(NT50)才會交易。也就是說，當 $|\text{預測值}-\text{市價}| \leq 1$ ，保留原先部位。

3. 買或賣價平的 straddle，以這個模型的 straddle 價格與市價比較，若市價高估則賣，若市價低估則買，當 straddle 賣出時，以無風險利率再投資。

4. 原始報酬率可計算如下：

$$\text{買 straddle 的報酬率} : \frac{C_t + P_t - C_{t-1} - P_{t-1}}{C_{t-1} + P_{t-1}}$$

$$\text{賣 straddle 的報酬率} : r_f - \frac{(C_t + P_t - C_{t-1} - P_{t-1})}{C_{t-1} + P_{t-1}}$$

此處 C_t, P_t 指的是台指選擇權的買權和賣權

5. 每一個交易日中重複 1-4 的步驟。

6. 考慮交易成本後的報酬率：

法人交易稅率 $t=0.125\%$

$$\text{買 straddle 的報酬率} : \frac{(C_t + P_t) * (1-t) - (C_{t-1} + P_{t-1}) * (1+t)}{(C_{t-1} + P_{t-1}) * (1+t)}$$

$$\text{賣 straddle 的報酬率} : r_f - \frac{(C_t + P_t) * (1+t) - (C_{t-1} + P_{t-1}) * (1-t)}{(C_{t-1} + P_{t-1}) * (1-t)}$$

4.4 分析原因

在比較各個模型的投資績效後，本研究更進一步分析各模型買賣 straddle 的內涵，並探討其報酬率最大值和報酬率最小值的情況及其發生原因。

表 6：各模型買賣 straddle 基本資料

模型	總交易天數	買的次數	賣的次數
GARCH	427	233	194
EGARCH	429	200	229
GJR-T	428	234	194
GARJI	432	210	222
HV	425	100	325
IV	435	7	428
RV	434	86	348

由表 6 中可看出，運用 Noh et al.(1994)以買賣價差為濾嘴的狀態下，原始總交易天數從 440 天降為 430 天。換句話說，若以總交易天數來看，每個模型平均只有 10 天準確預估到實際交易的 straddle 值。但是，若再進一步去分析買或賣的決策時，可以發現模型在買或賣的決定上有很大的不同。

表 7：每日報酬率(未考慮交易成本)的表格

報酬率	GARCH	EGARCH	GJR-T	GARJI	HV	IV	RV	大盤	LS
平均值	0.0267	-8E-04	0.0178	0.0286	0.0061	-0.018	-0.002	0.0006	0.0355
標準差	0.3758	0.3689	0.3765	0.3775	0.3713	0.3659	0.3776	0.0148	0.3747
最大值	2.1017	2.0866	2.2161	2.2161	1.8427	1.8365	2.0866	0.0557	2.2161
日期	920711	921009	920711	920711	920110	921114	921009	930326	920714
最小值	-2.012	-2.215	-2.012	-2.012	-2.215	-2.215	-2.215	-0.067	-0.269
日期	930312	920711	930312	930312	920711	920711	920711	930319	930312
t 統計量	1.4711	-0.047	0.9753	1.575	0.338	-1.013	-0.116	0.9083	1.9808
Var(5%)	-0.147	-0.162	-0.147	-0.147	-0.161	-0.273	-0.176	-0.023	-0.158
Sharpe	0.0699	-0.004	0.0459	0.0745	0.0151	-0.05	-0.007	0.0125	0.0934

表 8：每日報酬率(考慮交易成本)的表格

報酬率	GARCH	EGARCH	GJR-T	GARJI	HV	IV	RV	大盤	LS
平均值	0.0242	-0.003	0.0152	0.026	0.0035	-0.02	-0.005	-0.00136	0.033
標準差	0.3759	0.3693	0.3762	0.3776	0.3721	0.367	0.3784	0.001485	0.3747
最大值	2.094	2.0789	2.2081	2.2081	1.8356	1.8294	2.0789	0.053682	2.2136

日期	920711	921009	920711	920711	920110	921114	921009	930326	920714
最小值	-2.02	-2.223	-2.02	-2.02	-2.223	-2.223	-2.223	-0.06672	-0.271
日期	930312	920711	930312	930312	920711	920711	920711	930319	930312
t 統計量	1.3301	-0.192	0.8337	1.4338	0.1943	-1.158	-0.259	-1.91976	1.841
Var(5%)	-0.149	-0.149	-0.147	-0.149	-0.163	-0.276	-0.178	-0.02462	-0.161
Sharpe	0.0632	-0.011	0.0391	0.0678	0.0082	-0.057	-0.014	-0.12232	0.0867

3

表 7 和表 8 在結果上十分的類似。由考慮手續費後的表 8 可知，以夏普指數(Sharpe measure)來看，全部的模型和單純買進 Straddle 都有打敗大盤的表現。在 5% 的 Var 下，我們發現隱含波動率的報酬率的風險值最高，但是以投資績效而言，卻是所有模型中最差的。但是比較單純持有的策略和我們的投資策略之獲利性時，發現單純持有策略，平均報酬率高達 3.3%，遠高於我們交易策略，由附錄二(圖 2-1 至圖 2-8)，我們可以知道在高波動率期間，單純持有的策略會有較佳的表現。我們的投資策略和單純買進 Straddle 相比較為合理，因為同樣都是交易波動度。

表 9：各模型最大獲利日 straddle 實際價格和預估價格

模型	報酬率最大執行日期	市場價格	模型價格	策略	稅後報酬
EGARCH	921009	83.75	111.6753	買	
		258.5			2.0789
GARCH	920711	118	134.7783	買	
		366			2.094
GARJI	920711	118	120.1038	買	
		379.5			2.2081
GJR-T	920711	118	121.7107	買	
		379.5			2.2081
HV	920110	89	100.6225	買	
		253			1.8356
IV	921114	93.25	98.65396	買	
		264.5			1.8294
RV	921009	83.75	100.5209	買	
		258.5			2.0789

³ 此處LS是指Long-Straddle,單純買進Straddle的交易策略
這裡 t 統計量是檢驗扣除交易成本後之報酬率是否為零
大盤證交稅 0.001

表 10：各模型最大損失日 straddle 實際價格和預估價格

模型	報酬率最小執行日期	市場價格	模型價格	策略	稅後報酬
EGARCH	920711	118	116.3958	賣	
		379.5			-2.2234
GARCH	930312	155	122.4408	賣	
		467			-2.02
GARJI	930312	155	136.04	賣	
		467			-2.02
GJR-T	930312	155	112.3994	賣	
		467			-2.02
HV	920711	118	109.3598	賣	
		379.5			-2.2234
IV	920711	118	62.98438	賣	
		379.5			-2.2234
RV	920711	118	97.5973	賣	
		379.5			-2.2234

接下來，進一步來分析選擇權獲利最大和損失最大所發生的時間。我們將獲利最大和損失最大的時間點的 straddle 價格預測值和實際值列出，因為交易 straddle 是由比較 straddle 價格的預測值和實際值來判斷要買或是賣，故由表 9 和表 10 的結果中，可以發現一件很有趣的事情，那就是有些模型獲利最大的日子，恰巧是其他模型損失最大的日子。如在 92 年 7 月 11 日是 GARCH、GJR-T 和 GARJI 這三個模型獲利最大的日子，卻是 EGARCH 模型、歷史波動率模型、隱含波動率模型和已實現波動率模型損失最大的日子。

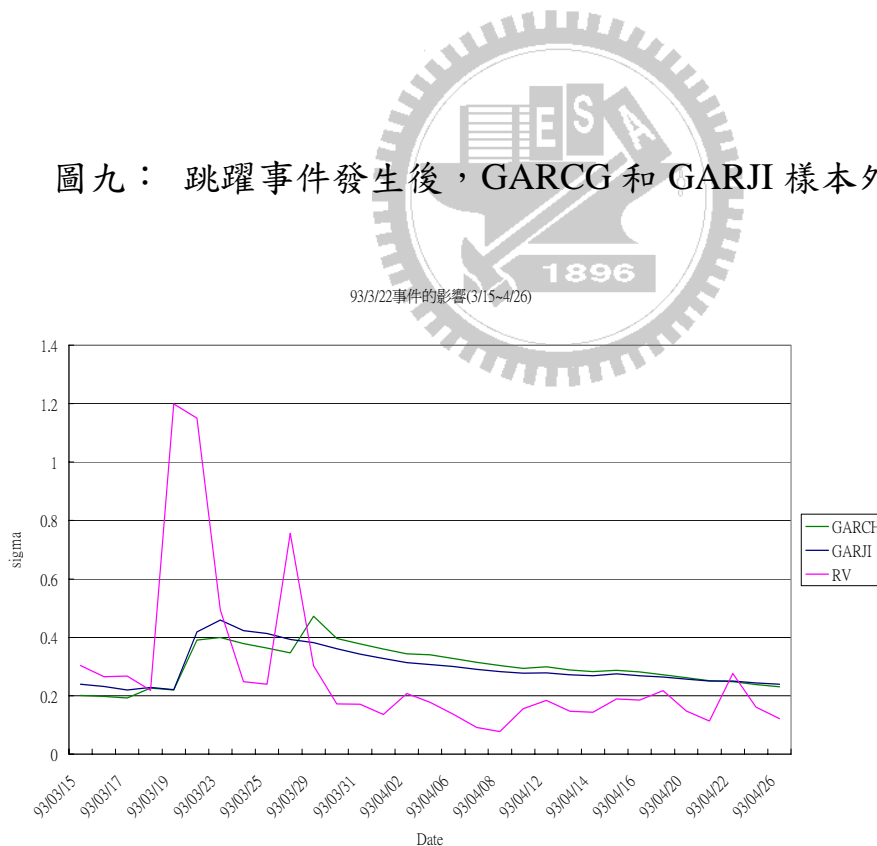
表 11：各個模型在 92 年 7 月 11 號的績效表

模型	日期	Straddle 市價	Straddle 預測值	差距值	報酬	稅後報酬
EGARCH	920711	118	116.3958005	1.6042		
	920714	379.5	317.0705059		-2.2153	-2.2234
GARCH	920711	118	134.7782521	16.7783		
	920715	366	354.0305147		2.1017	2.094
GARJI	920711	118	120.1037658	2.10377		
	920714	379.5	329.4928619		2.2161	2.2081
GJR-T	920711	118	121.7106753	3.71068		
	920714	379.5	332.6893553		2.2161	2.2081

HV	920711	118	109.3598142	8.64019		
	920714	379.5	308.3302029		-2.2153	-2.2234
IV	920711	118	62.98438305	55.0156		
	920714	379.5	337.8283782		-2.2153	-2.2234
RV	920711	118	97.59730357	20.4027		
	920714	379.5	322.863521		-2.2153	-2.2234

接下來由表 11 再來探討 92 年 7 月 11 日的買賣指標，也就是 straddle 價格的預測值和實際值的差距來看，可發現其實在當天 GARCH、GJR-T 和 GARJI 這三個模型並沒有明顯的判斷出目前的 straddle 價格被嚴重低估，而 EGARCH 模型雖然當天判斷目前市價略微高估，但是，並沒有像隱含波動率和現實波動率模型一樣是認為目前價格被嚴重高估。由於隔天有跳躍現象，因此導致對判斷 straddle 價格高估或低估會有很大影響。

圖九：跳躍事件發生後，GARCH 和 GARJI 樣本外預測值



接下來比較 GARCH 和 GARJI 模型的異同：在 93 年 3 月 22 日(總統槍擊案後)，金融市場發生跳躍現象(向下衝擊)，而我們可以觀察到，在跳躍後 GARJI 模型的修正速度較傳統 GARCH 快許多，也就是說，在跳躍後 GARCH 模型通常會高估市場波動度，而 GARJI 不會有此現象。

第五章、結論

由於眾多的波動度模型文獻皆指出，考慮跳躍模型的波動度模型相較於傳統模型會有較好的表現，因此本文選定台灣選擇權市場，使用考慮跳躍的 GARJI 模型和傳統模型(IV、HV、GARCH、GARJI、GJR-T、EGARCH)相比較，並將所估計出來的波動度代入價平 Straddle，檢驗其在現實市場中是否能夠獲利。

在模型的預測能力比較上，在以上六個模型中(IV、HV、GARCH、GARJI、GJR-T、EGARCH)，有考慮跳躍的 GARJI 模型的 R-square 最高，歷史波動度模型 R-square 最低，其餘模型表現則無顯著差別。

我們考慮加入其他模型的波動度後(HV、GARCH、GARJI、GJR-T、EGARCH)，是否可以增加對已實現波動度的預測能力；也就是說，我們想清楚隱含波動率模型是否包含對已實現波動率的所有資訊。GARCH、GARJI、EGARCH 和 GJR-T 模型對於隱含波動率模型都有明顯的增加資訊的能力。而歷史波動度模型的表現則就較差，對於隱含波動度模型並沒有增加額外資訊的能力。

將所估計出的波動度值，應用在台灣指數選擇權上，每天透過交易策略買賣價平 straddle，看其是否有正的報酬外，我們並透過 Sharpe measure 來判斷我們的獲利能力是否能夠超越大盤，我們可以得知只有 GARCH、GJR-T、GARJI 的獲利能力在大盤指數之上。歷史波動率模型雖然有正的績效，但是卻比市場獲利率低。隱含波動率模型相對上表現最差。

同樣比較波動度交易，可知道單純的交易策略(Long Straddle)不一定有比較差的結果。在本研究中，有設買賣指標的交易策略投資績效輸給單純的投資策略，主要的決定因素還是視市場是否處於高波動度期間而決定。

綜合以上結果，可以看出有考慮跳躍效果的模型預測能力較佳，考慮交易成本後的 GARJI 模型，每天平均有高達 2.6047% 的日報酬率，但是高報酬伴隨著高風險，以最大損失來看，最大損失高達 2.02 倍。

參考文獻

1. Akgiray, V. and G. G. Booth (1988), “Mixed Jump-Diffusion Process Modeling of Exchange Rate Movements,” *Review of Economics and Statistics* 70, 631-637.
2. Andersen, T. G., L. Benzoni, and J. Lund (1999), “An Empirical Investigation of Continuous-Time Equity Return Models,” Northwestern University, Kellogg Graduate School of Management, NBER working paper 8510.
3. Andersen, T. G., and T. Bollerslev (1998), “Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts,” *International Economic Review* 39, 885–905.
4. Ball, C. A. and W. N. Torous (1983), “A simplified jump process for common stock returns,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 18, 53–65.
5. Bakshi, G., C. Cao, and Z. Chen (1997), “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models,” *Journal of Finance* 52, 2003-2049.
6. Bates, D. S. (1991), “The crash of '87: Was it expected? The evidence from the options markets,” *Journal of Finance* 46, 1009–1044.
7. Bates, D. S. (2000), “Post-87 crash fears in the S&P 500 futures option market,” *Journal of Econometrics* 94, 181–238
8. Chan, W. H., M. Kalimipalli, and R. Sivakumar (2004), “The Economic Value of Trading with realized volatility in the S&P 500 Index Option Market,” Paper presented at the FMA 2004 Conference.
9. Chernov, M., A. R. Gallant, E. Ghysels, and G. Tauchen, (2003), “Alternative Models for Stock Price Dynamics,” *Journal of Econometrics*, forthcoming.
10. Craine, R., L. A. Lochstoer, and K. Syrtveit (2000), “Estimation of a Stochastic Volatility Jump-Diffusion Model,” University of California at

Berkeley, Working paper

11. Eraker, B., M. S. Johannes, and N. G. Polson (2003), "The Impact of Jumps in Volatility and Returns," *Journal of Finance* 58, 1269-1300
12. Fleming, J. (1998), "The quality of Market volatility forecasts implied by S&P100 index option prices," *Journal of Empirical Finance* 5, 317-345.
13. Fleming, J., C. Kirby, and B. Ostdiek (2003), "The economic value of volatility timing using "realized" volatility", *Journal of Financial Economics* 67, 473-509.
14. Gallant, A. R., and D. Hsieh, and G. Tauchen (1997), "Estimation of Stochastic Volatility Models with Diagnostics," *Journal of Econometrics* 81, 159-192
15. Lawrence, G., and M. Paul (1985), "Bid, ask, and transaction prices in a specialist market with heterogenously informed traders," *Journal of Financial Economics* 14, 71-100
16. Glosten, L. R. and Paul R. Milgrom (1985). "Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogenously Informed Traders." *Journal of Financial Economics*, 14,71-100
17. Hsieh, D. (1989), "Testing for Nonlinearity in Daily Foreign Exchange Rate Changes," *Journal of Business*, 62, 339-368
18. Chaput, J. S. and L. H. Ederington (2002), "Volatility Trade Design," Working paper.
19. Maheu, J. M. and T. H. McCurdy (2004), "News Arrival, Jump Dynamics and Volatility Components for Individual Stock Returns," CIRANO Working Papers, 2003s-38
20. Maheu, J. M. and W. Chan (2002), "Conditional Jump Dynamics in Stock Market Returns," *Journal of Business and Economic Statistics* 20, 377-389

21. Jorion, P. (1988), "On Jump Processes in the Foreign Exchange and Stock Markets", *Review of Financial Studies* 1, 427–445.
22. Neely, C. J. (1999), "Target zones and conditional volatility: the role of realignments," *Journal of Empirical Finance* 6, 177–192.
23. Nelson, D. B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," *Econometrica* 59, 347–370.
24. Nieuwland, F., W. Verschoor, and C. Wolff (1994), "Stochastic trends and jumps in EMS exchange rates," *Journal of International Money and Finance* 13, 699–727.
25. Press, S. J. (1967), "A compound events model for security prices," *Journal of Business* 40, 317-335
26. Tucker, A. and L. Pond (1998), "The Probability Distribution of Foreign Exchanges: Tests of Candidate Process," *Review of Economics and Statistics* 70, 638-647
27. Vlaar, P. J.G. and F. C. Palm (1993), "The Message in Weekly Exchange Rates in the European Monetary System: Mean Reversion, Conditional Heteroscedasticity, and Jumps," *Journal of Business and Economic Statistics* 11, 351–360.
28. Yu, J. (2004), "Empirical characteristic function estimation and its applications," *Econometric Reviews* 23, 93-123

附錄一：各波動度模型樣本外預測波動度

1-1：樣本外預測 GARCH Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。

表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
GARCH Volatility	127.0388	123.9384	250.9772

表格 B: 價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
GARCH Volatility	427	233	194

表格 C: 在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
GARCH Volatility	2.6725%	1.4711	2.4198%	1.33086

此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%

表格 D: 考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	0.024198	
標準誤	0.018193	
標準差	0.375938	
變異數	0.141329	
峰態	17.49623	
偏態	1.663408	
最大值	2.094	
最大值日期	92/07/11	
最小值	-2.02	
最小值日期	93/03/12	
t-統計量	1.330086	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.14863	
Sharpe-ratio	0.063151	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-2：樣本外預測 EGARCH Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。

表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
EGARCH Volatility	121.5871	118.4867	240.0738

表格 B：價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
EGARCH Volatility	429	200	229

表格 C：在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
EGARCH Volatility	-0.084%	-0.04717	-0.343%	-0.19213

此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%

表格 D：考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	-0.00343	
標準誤	0.017831	
標準差	0.36933	
變異數	0.136405	
峰態	18.58472	
偏態	-0.03526	
最大值	2.0789	
最大值日期	92/10/09	
最小值	-2.2234	
最小值日期	92/07/11	
t-統計量	-0.19213	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.14863	
Sharpe-ratio	-0.01051	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-3：樣本外預測 GJR_T Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。

表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
GJR_T Volatility	125.5833	122.4829	248.0662

表格 B: 價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
GJR_T Volatility	428	234	194

表格 C: 在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
GJR_T Volatility	1.771%	0.97534	1.5161%	0.833661

此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%

表格 D: 考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	0.015161	
標準誤	0.018186	
標準差	0.376236	
變異數	0.141554	
峰態	18.05871	
偏態	1.434485	
最大值	2.2081	
最大值日期	92/07/11	
最小值	-2.02	
最小值日期	93/03/12	
t-統計量	0.833661	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.14863	
Sharpe-ratio	0.039081	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-4：樣本外預測 GARJI Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。

表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
GARJI Volatility	124.5508	121.4504	246.0012

表格 B：價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
GARJI Volatility	432	210	222

表格 C：在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
GARJI Volatility	2.8574%	1.5751	2.6047%	1.433781

此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%

表格 D：考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	0.026047	
標準誤	0.018167	
標準差	0.377591	
變異數	0.142575	
峰態	17.64218	
偏態	1.747304	
最大值	2.2081	
最大值日期	92/07/11	
最小值	-2.02	
最小值日期	93/03/12	
t-統計量	1.433781	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.14863	
Sharpe-ratio	0.067772	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-5：樣本外預測 HV Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。

表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
HV Volatility	114.3646	111.2642	225.6288

表格 B：價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
HV Volatility	425	100	325

表格 C：在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
HV Volatility	0.6081%	0.338	0.3506%	0.194254

此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%

表格 D：考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	0.003506	
標準誤	0.018048	
標準差	0.3720595	
變異數	0.138428	
峰態	17.81827	
偏態	-1.52721	
最大值	1.8356	
最大值日期	92/01/10	
最小值	-2.2234	
最小值日期	92/07/11	
t-統計量	0.1942542	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.16301	
Sharpe-ratio	0.0081936	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-6：樣本外預測 IV Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。這個地方是利用隱含波動率對已實現波動率的預測值去估計。先將 IV-call 和 IV-put 計算出來後，再加權平均，因為我們要計算的是 straddle 的波動度。
表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
IV Volatility	103.9564	100.856	204.8124

表格 B: 價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
IV Volatility	435	7	428

表格 C: 在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
IV Volatility	-1.775%	-1.01271	-2.037%	-1.15787

此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%

表格 D: 考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	-0.02037	
標準誤	0.017596	
標準差	0.367001	
變異數	0.134689	
峰態	17.96726	
偏態	-3.18251	
最大值	1.8294	
最大值日期	92/11/14	
最小值	-2.2234	
最小值日期	92/07/11	
t-統計量	-1.15787	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.27597	
Sharpe-ratio	-0.05676	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-7：樣本外預測 RV Volatility

資料期間：台指選擇權的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 31 日)這個表格使用了每日交易 Straddles 應用在台指選擇權。這個策略決定於對以實現波動率模型預測，選擇權價格的預測則是由 Black-Scholes 選擇權訂價模式決定。

表格 A：價平 Straddles 的平均價格

	Call	Put	Straddle
Market price	123.7694	122.8702	246.6395
RV Volatility	104.8261	101.7257	206.5519

表格 B：價平 Straddles 在考慮買賣價差為濾嘴，所買賣的個數

	Total trades	buys	sells
RV Volatility	434	86	348

表格 C：在考慮交易成本後，買賣價平 Straddles 的報酬率

每日報酬	不考慮交易成本		考慮交易成本	
	Mean	t-Stat	Mean	t-Stat
RV Volatility	-0.211%	-0.11634	-0.47%	-0.25894
此處交易成本是指法人的交易成本,交易稅 0.0125%				

表格 D：考慮手續費，價平 Straddles 的報酬率的敘述統計量

平均數	-0.0047	
標準誤	0.018163	
標準差	0.378385	
變異數	0.143175	
峰態	18.04675	
偏態	-1.28473	
最大值	2.0789	
最大值日期	92/10/09	
最小值	-2.2234	
最小值日期	92/07/11	
t-統計量	-0.25891	*檢驗報酬率是否為零
VAR(5%)	-0.17798	
Sharpe-ratio	-0.01364	*無風險利率:郵儲局公佈之風險利率為準

1-8：台灣加權指數報酬率基本統計量

資料期間：台指加權指數的資料(從 91 年 11 月 21 日到 93 年 8 月 30 日)這個表格使用了每日大盤指數來計算報酬率，

市場報酬		稅後市場報酬	
平均數	0.000643	平均數	-0.00136
標準誤	0.000708	標準誤	0.000708
中間值	0.000163	中間值	-0.00184
標準差	0.014849	標準差	0.014849
變異數	0.000221	變異數	0.000221
峰度	2.174771	峰度	2.174771
偏態	-0.17902	偏態	-0.17902
最小值	-0.06679	最小值	-0.06879
最大值	0.055684	最大值	0.053682
總和	0.282912	總和	-0.59797
個數	440	個數	440
VAR(5%)	-0.02261	VAR(5%)	-0.02462
Sharpe	0.0125	Sharpe	-0.12232

4

⁴證交稅：0.001

附錄二：賣權隱含波動率表格

2-1：單一迴歸(每天估計的波動度) 使用賣權的隱含波動率

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
a	-0.05645 (-2.85823)	0.05531 (3.572997)	-0.0556 (-2.48615)	-0.06165 (-3.17947)	-0.01926 (-1.02175)	-0.03917 (-2.04)
IV_put	0.58111 (10.92)					
HV		0.65659 (10.23363)				
GARCH			1.03249 (11.9294)			
GJR_T				0.8979 (12.31518)		
GARJI					1.07918 (14.16991)	
EGARCH						1.00727 (13.1)
Adj R2	0.2127	0.1915	0.2439	0.2559	0.3133	0.2802
RMSE	0.10669	0.10812	0.10455	0.10372	0.09965	0.10201

這是由Fleming在1998使用GMM方法去估計的模型，由M1到M6的模型是檢驗

$\sigma_{i,T}^{\text{realized}} = a + b\sigma_{i,T}^{\text{other model estimated}} + \varepsilon_i$ ，而在此模型是指GARCH,GJR-T,GARJI,EGARCH,IV,HV等模型所估計出來的波動度。括號內是t-value。

2-2： 包含迴歸(每天估計的波動度) 使用賣權的隱含波動率

	M7	M8	M9	M10	M11
a	0.01703 (1.07)	-0.06086 (-2.82)	-0.03360 (-1.82)	-0.06933 (-3.65)	-0.05109 (-2.71)
IV_put	0.40121 (6.60)	0.34767 (5.84)	0.06030 (5.45)	0.27313 (4.67)	0.30861 (5.22)
HV	0.40262 (5.57)				
GARCH		0.72306 (7.32)			
GJR_T			0.08503 (7.53)		
GARJI				0.84532 (9.42)	
EGARCH					0.75131 (8.41)
Adj R2	0.2633	0.2972	0.3017	0.344	0.3211
RMSE	0.10321	0.10080	0.10048	0.09736	0.09908

這是由Fleming在1998使用GMM方法去估計的模型，由M1到M6的模型是檢驗

$\sigma_{i,T}^{\text{realized}} = a + b\sigma_{i,T}^{\text{IV_PUT}} + c\sigma_{i,T}^{\text{other model estimated}} + \varepsilon_i$ ，而在此模型是指GARCH,GJR-T,GARJI,EGARCH,HV等模型所估計出來的波動度。括號內是t-value。

附錄三：補充 Black Model 的 Greek 值

	Delta($\frac{\partial P}{\partial F}$)	Gamma($\frac{\partial^2 P}{\partial F^2}$)
Call	$e^{-rt}N(d)$	$\frac{e^{-rt}}{F\sigma\sqrt{t}}n(d)$
Put	$e^{-rt}[N(d)-1]$	$\frac{e^{-rt}}{F\sigma\sqrt{t}}n(d)$
Straddle	$e^{-rt}[2N(d)-1]$	$\frac{e^{-rt}}{F\sigma\sqrt{t}}[2n(d)]$
Strangle	$e^{-rt}[N(d_c)+N(d_p)-1]$	$\frac{e^{-rt}}{F\sigma\sqrt{t}}[n(d_c)+n(d_p)]$
Butterfly	$e^{-rt}[-N(d_1)+2N(d_2)-N(d_3)]$	$\frac{e^{-rt}}{F\sigma\sqrt{t}}[-n(d_1)+2n(d_2)+n(d_3)]$

	Vega($\frac{\partial P}{\partial \sigma}$)	Theta($\frac{\partial P}{\partial t}$)
Call	$Fe^{-rt}\sqrt{tn}(d)$	$\frac{e^{-rt}F\sigma}{2\sqrt{t}}n(d)-rP$
Put	$Fe^{-rt}\sqrt{tn}(d)$	$\frac{e^{-rt}F\sigma}{2\sqrt{t}}n(d)-rP$
Straddle	$Fe^{-rt}\sqrt{t}[2n(d)]$	$\frac{e^{-rt}F\sigma}{2\sqrt{t}}[2n(d)-r(P_c+P_p)]$
Strangle	$Fe^{-rt}\sqrt{t}[n(d_c)+n(d_p)]$	$\frac{e^{-rt}F\sigma}{2\sqrt{t}}[n(d_c)+n(d_p)-r(P_c+P_p)]$
Butterfly		

F 是指期貨價格， X 是指履約價， P 是指選擇權的價格。

σ 是指波動度， t 是指到期時間， r 是指無風險利率。

$$d = \frac{\ln\left(\frac{F}{X}\right) + 0.5\sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}, \quad N(.) \text{ 是指累積常態分配, } n(.) \text{ 是指常態分配。}$$

附錄四：價平選擇權，vega 值最大的推導

為什麼最接近價平的選擇權可以得到最多的資訊呢？我們可以從買權的 vega 值看的出來。

$$\begin{aligned}\text{vega} &= \frac{\partial C}{\partial \sigma} \\ &= S \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} \frac{\partial d_1}{\partial \sigma} - Ke^{-rt} \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} \frac{\partial d_2}{\partial \sigma} \\ &= S\sqrt{T} n(d_1) > 0\end{aligned}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$n(d_1)$: $N(d_1)$ 的微分值

由於 S ， T 皆為正數，所以在 $n(d_1)$ 最大時，vega 值也會最大。而在 $d_1 = 0$ 時，我們可得到最大的 $n(d_1)$ 值 0.5，此時的 S 與 X 非常接近(價平)。

$$\begin{aligned}d_1 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} &= 0\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r + 0.5\sigma^2)T = 0$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{S}{X}\right) = -(r + 0.5\sigma^2)T \quad (\text{同時取exp})$$

$$\Rightarrow \frac{S}{X} = e^{-(r + 0.5\sigma^2)T}$$

又 $e^{-(r + 0.5\sigma^2)T}$ 接近 1，故 S 與 X 價平時，vega 值最大

因此，在價平時候的選擇權對波動性最敏感，擁有最多的資訊。