

國立交通大學

財務金融研究所碩士班

碩士論文

使用真實波動度交易於臺指選擇權
的經濟價值

The Economic Value of Trading Realized Volatility :
Evidence from Taiwan Index Options Market

研究生：曾婉儀

指導教授：鍾惠民 副教授

中華民國九十四年六月

使用真實波動度交易於臺指選擇權
的經濟價值

The Economic Value of Trading Realized Volatility :
Evidence from Taiwan Index Options Market

研究生：曾婉儀

Student : Wanyi Tseng

指導教授：鍾惠民

Advisor : Huimin Chung



A Thesis

Submitted to Graduate Institute of Finance

College of Management

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

of

Science in Finance

June 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

使用真實波動度交易於臺指選擇權 的經濟價值

研究生：曾婉儀

指導教授：鍾惠民

國立交通大學財務金融研究所

摘要

本文使用真實波動度模型，研究台灣股價指數選擇權市場的資訊內涵，我們比較預測期間為一天到五天的臺指選擇權的真實波動度的預測模型，其中真實波動度的計算方式採用日內的交易資料。使用隱含波動度、歷史波動度、GARCH(1,1)和 ARFIMA 等四種模型分別討論其對真實波動度的解釋、預測能力。其中 ARFIMA 模型能描繪真實波動度的緩長記憶效果。

欲比較各模型對真實波動度的解釋、預測效果，本文使用三種方式：1.均方根誤差(*root of mean squared error*, RMSE)。2.單一迴歸式檢定各個預測模型的係數是否顯著異於零，且比較 R^2 值。3.利用包含迴歸式檢定在自變數為隱含波動度時，若再增加一自變數，檢定此增加的參數是否會顯著提升對真實波動度的包含資訊：研究發現ARFIMA模型在當期、預測一天和預測五天的包含迴歸式中的係數都相當顯著，表示其對真實波動度有額外的解釋、預測能力是隱含波動未包含的資訊。

最後，驗證對樣本外(預測未來一天)真實波動度的預測值，比較各個模型是否能在本文使用的交易策略於臺指選擇權市場中獲利。研究發現當未考慮交易成本前，GARCH、ARFIMA 模型可得到平均每天 2.01%、2.53%的報酬，若考慮交易成本後，GARCH、ARFIMA 模型可得到 1.75%、2.27%的報酬。利用夏普指標分析方面，結果顯示在未考慮交易成本時，GARCH、ARFIMA 模型的投資績效較市場好，在考慮交易成本後 HV 的投資績效亦較投資於大盤市場佳。

The Economic Value of Trading Realized Volatility : Evidence from Taiwan Index Options Market

Student : Wan-yi Tseng

Advisor : Hui-min Chung

Institute of Finance

National Chiao Tung University

Abstract

This research is to investigate the information content in TAIEX options market by using the “realized” volatility approach. We compare forecasts of the realized volatility of the TAIEX options, calculated from intraday data, over horizons ranging from one day to five days. Our forecast models obtained from a historic volatility, a GARCH(1,1) model, a long memory ARFIMA model and option implied volatilities.

To compare forecasts of the realized volatility, we use three ways as follow: 1. Root of Mean Squared Error. 2. Simple regression to tell whether the coefficient of each model is significant non-zero and compare the R^2 value. 3. Encompassing regression to analyze whether the information content in the forecasted volatility model is subsumed in the implied volatility forecast. In our research, we find that no matter the coefficients of ARFIMA model in current day, forecast one-day-ahead or five-day-ahead are significant different from zero. It shows that ARFIMA model has excess information content in the forecasted volatility model is not subsumed in the implied volatility forecast.

Finally, in order to evaluate the economic benefits of volatility timing, we need to tell whether realized volatility forecasts can be used to formulate profitable out-of-sample trading strategies in TAIEX options market or not. The answer is that the volatility timing has positive returns of 2.01% and 2.53% per day before considering trading cost when we using GARCH model and ARFIMA model. After considering trading cost, the returns became 1.75% and 2.27%, but the values are also not robust.

誌 謝

在這兩年的時間，讓我體會到學如逆水行舟的苦處，但一路上的收穫更是令人欣喜，首先感謝老師們授課的辛勞，他們總是關懷學生、教學熱忱，尤其是指導教授鍾老師對我的諄諄教誨，時常提供我論文的意見與協助，使得我的研究能更加完整。也要感謝三位口試委員，抽空審定我的論文以及給我的指正和建議。能順利完成學業，最要感謝的還是家人的支持和鼓勵，有老爸、老媽和姐妹們一起分享我的喜悅，我是最幸福的。

同儕間的情誼，也讓我感受很深。很幸運地認識這麼一群好朋友，筱芳、智琦、禹丹、明俊、偉立和阿德，跟你們哈拉聊天，是最快樂的事，你們認真求學的精神，常激勵我和你們一起努力。以及不論是在學業、論文上，曾經給予我協助的緯朋學長、冠宇、銘輝學弟、冠凱、德峰、兆輝、汝薰及亨懋…等。

有非常認真積極的學弟妹們來到財金所，相信以後必會在業界闖出我們的一片天。除了研究所的同學，還有小學、國中、高中及大學的死黨們和資憲科技的同事，謝謝你們不時傳訊給我為我打氣，最後還有我的好朋友黃小白和黃媽媽，很珍惜我們相處的時光。實在有太多的感謝，一時也說不完，那就謝天吧。

-婉儀 94.06.25

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
第壹章、緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機.....	2
1.3 研究目的.....	3
第貳章、文獻探討.....	5
第參章、資料篩選及研究方法.....	9
3.1 高頻率資料.....	9
3.1.1 資料選取.....	9
3.1.2 資料篩選.....	9
3.2 波動度估計方法.....	10
3.2.1 真實波動度(Realized volatility).....	10
3.2.2 隱含波動度(Implied volatility).....	11
3.2.3 歷史波動度(Historical volatility).....	12
3.2.4 GARCH 模型.....	13
3.2.5 ARFIMA 模型.....	15
3.3 各種模型的基本統計量.....	22
3.4 各種模型的圖形分析.....	22
第肆章、實證分析.....	29
4.1 迴歸分析.....	29
4.2 交易策略.....	33
第伍章 結論與建議.....	39
參考文獻.....	41
附錄一.....	44
附錄二.....	51

圖目錄

圖 3-1：預測五日真實波動度的計算方式.....	11
圖 3-2：真實波動度的自我相關係數圖.....	16
圖 3-3：ARFIMA模型預測一天示意圖.....	21
圖 3-4：不同預測模型之波動度與當期真實波動度之走勢圖.....	23
圖 3-5：不同預測模型之波動度與未來一天真實波動度之走勢圖.....	24
圖 3-6：不同預測模型之波動度與未來五天真實波動度之走勢圖.....	26
圖 4-1：當期的迴歸示意圖.....	29
圖 4-2：預測一天的迴歸示意圖.....	29



表目錄

表 1-1：臺灣股價指數選擇權成交量	1
表 3-1：當期真實波動度ARFIMA(P,D,Q)模型的參數估計值	20
表 3-2：不同波動度模型之基本統計量	22
表 4-1：當期迴歸式	31
表 4-2：預測一天迴歸式	32
表 4-3：預測五天迴歸式	33
表 4-4：比較市場價格與各模型的平均預測價格	34
表 4-5：買、賣STRADDLE資料	35
表 4-6(A)：各模型報酬率最大值的執行方式 (未考慮交易成本)	35
表 4-6(B)：各模型報酬率最小值的執行方式 (未考慮交易成本)	36
表 4-6(C)：每日報酬率 (未考慮交易成本) 報表	36
表 4-6(D)：經濟價值分析 (未考慮交易成本)	37
表 4-7(A)：每日報酬率 (考慮交易成本) 報表	37
表 4-7(B)：經濟價值分析 (考慮交易成本)	38

附錄二

表一：估計 ARFIMA(0,D,0)	51
表二：估計 ARFIMA(1,D,0)	51
表三：估計 ARFIMA(0,D,1)	52

第壹章、緒論

1.1 研究背景

由於國際情勢與金融貿易環境的快速變遷，臺灣亦在民國八十五年六月一日，由行政院正式公布實施「期貨交易法」，臺灣期貨交易所在民國八十七年七月二十一日推出第一個期貨商品-「臺灣證券交易所股價指數期貨契約」。為因應市場需求，於市場運作一年後，又相繼推出兩個股價指數期貨「臺灣證券交易所電子類股價指數期貨」及「臺灣證券交易所金融保險類股價指數期貨」，在民國九十年十二月二十四日亦推出「臺灣證券交易所股價指數選擇權」以滿足市場不同需求。

環顧國外期貨市場之發展，有如雨後春筍朝氣蓬勃，尤其是金融期貨商品。在國內市場，像是臺灣股價指數選擇權近年來之進展，不論是交易口數或成交金額，更是一日千里。如表 1-1，在民國九十一年之日平均成交量僅 6,316 口，但隨著券商、期貨商的積極推廣，投資人對臺灣股價指數選擇權的了解程度提高、投機者的參與及面對不確定風險而產生的避險需求增加，民國九十三年之日平均成交量已達 17 萬口以上。而交易指數選擇權的優點有：1.以小額權利金賺取大盤漲跌利潤。2.短線操作成本低獲利機會大。3.買方風險有限獲利希望無窮。4.免選股且多、空操作靈活。5.稅負成本低(指數選擇權交易稅為權利金*50*千分之1.25(單邊)，但以權利金課徵，故金額很低)。適合交易臺灣股價指數選擇權的人為：1.資金有限又想獲取股市漲跌利潤。2.持有股票、期貨部位，有避險需求者。3.沒時間看盤又想交易「股價指數」者。4.不習慣設停損者。5.不適應保證金交易方式者。6.有短線當沖、融資融券及交易認購權證經驗者。7.在市場走勢不明時仍想獲利者。

表 1-1：臺灣股價指數選擇權成交量

TXO	年度成交量	日平均成交量
九十一年度	1,566,446	6,316
九十二年度	21,720,083	87,229
九十三年度	43,824,511	175,298

1.2 研究動機

波動度的變化是金融資產的風險來源之一，對於衍生性金融商品的定價、避險、交易策略擬定以及風險控管，扮演著重要的角色。從 Black-Scholes 的選擇權評價模型來看，其中股價、履約價、到期日、利率、波動度是影響選擇權價值的五項變數，而波動度是唯一未知的參數。Derman(1998)；Fitzgerald(1999)指出在選擇權的定價模型中，標的物未來波動度預測準確度，將決定選擇權定價誤差，亦影響選擇權相關交易及避險策略的績效。

在 70 年代之前，因為找不到適當的隨機過程來描述標的物的價格波動，故無法得到令人滿意的選擇權評價模式，而 Fischer Black 和 Myron Scholes 兩位學者在假設標的物價格之波動符合幾何布朗運動(*geometric Brownian Motion*)的前題下，於 1973 年推導出歐式選擇權評價模型，同年芝加哥選擇權交易所(CBOE)也推出第一個買權合約，在該模型中有幾項不符合現實環境的假設，像是 Bai, Russell and Tiao(2002)指出在實際操作上樣本無法在時間區間近似於零下取得，而且交易頻繁的資料並不符合幾何布朗運動的假設。使得應用上有一定的侷限性，故有許多後續的研究對 Black-Scholes 的模型加以擴充或修改，用日內匯率的資料來檢驗，發現資料有群聚、峰態和緩長記憶的特性。這些特性會減少真實波動度的預測效果，這是由於峰態和對抽樣頻率的持續增加所造成。所以，選取最適的抽樣頻率是很重要的。Pong, Shackleton, Taylor and Xu(2002)使用真實波動度去預測樣本外波動度的效果，易受抽樣頻率的影響。

因此，選擇適當的波動度預測模型來預測真實波動度是一個重要的問題，於是提出當抽樣的次數頻繁時，日內報酬率平方的總和較每日報酬率的絕對值或每日報酬率的平方值更為接近每日波動度。利用二維變數和無套利過程理論，ABDL (2001,2003)提出建構高頻率日內報酬率的真實波動度的理論修正。

1.3 研究目的

近年來，波動度模型的研究，都將焦點集中於估計高頻率的波動度資料。其中波動度是由一個固定的非常小的時間區間下(日內)，將日內報酬率平方加總即為波動度的估計值，稱為真實波動度測度，此想法最早由 Merton 於 1980 年提出，當樣本的時間間隔愈小(趨近於零)，波動度的估計值愈準確。

使用日內資料的指數報酬率，得到一個更為精準的真實波動度的估計值。我們使用 Whaley(1982)的方法，估計股票市場收盤前的10分鐘左右，所有價平選擇權的隱含波動度，此目的是為了減少像買賣價差 (*bid-ask bounce*)、選擇權價格的不連續性、交易不頻繁、非同時定價的選擇權和標的物指數。為了避免資料重疊(*overlapping*)所帶來的誤差問題，Fleming (1998)建議使用一般化動差法(*general moment model, GMM*)作迴歸分析檢驗各個模型的預測效果，使用B-S對選擇權的定價模型來對臺灣股價指數選擇權作定價。

本研究利用隱含波動度(IV)、歷史波動度(HV)、GARCH(1,1)、自我迴歸移動平均部分整合模型(ARFIMA)的緩長記憶過程預測真實波動度(RV)，利用迴歸式中 R^2 值、RMSE和包含迴歸式，比較預測波動度變化的最適模型。另外，將各個波動度預測值帶入B-S選擇權評價公式與市場上選擇權的真實價格相比，利用買或賣跨式選擇權(*straddle*)的交易策略進行實證，計算各個模型在此策略有無顯著報酬，以驗證本研究預測的真實波動度的經濟價值。

ARFIMA模型能夠描述財務上時間數列資料的緩長記憶效果，在國外已有許多學者將其應用於財務相關的領域上，像是美國股市、S&P 500指數選擇權、外匯市場、物價指數…等，也有許多學者比較ARFIMA模型與隱含波動度模型、GARCH模型的預測效果。本文驗證臺指選擇權的真實波動度具有緩長記憶的效果， d 值顯著為 0.3949。且在預測一天、五天的迴歸分析中，ARFIMA對真實波動度的預測效果皆優於GARCH模型，雖然隱含波動度在單一迴歸式中，預測未來一天真實波動度的 R^2

值較ARFIMA為高，但在包含迴歸式中可看出其擁有隱含波動度未包含的額外資訊。

第壹章為緒論，說明研究背景、動機及研究目的。第貳章為文獻探討，分別說明各個波動度模型的預測效果及其優缺點。第參章為資料篩選及研究方法，說明本研究資料的取得及篩選方法，介紹各個模型的估計、預測方式，並利用一般化動差法(GMM)作迴歸分析來消除資料重疊(*overlapping*)所帶來的誤差問題。第肆章實證分析則利用各個波動度模型預測真實波動度，有單一迴歸模型和包含迴歸模型，並利用跨式選擇權交易策略驗證個各模型的預測效果是否可在臺指選擇權市場中獲利。第五章總結本文研究結果與建議。



第貳章、文獻探討

如何正確的預測波動度是很重要的，像是在風險管理、衍生性商品定價、選擇權的交易和避險方面的應用。在 Black-Scholes 的選擇權評價模型中，波動度是唯一無法從市場資料觀察而得的參數，因此它的估計在選擇權評價公式中就顯得格外重要。然而，目前為止尚未出現被廣為接受、使用的波動度預測模型。若投資人擁有比市場更為精確的波動度預測值，便可從中獲利，獲取超額報酬。

一般估計波動度的方法有兩類：一為以選擇權的市場價格反推求得的隱含波動度。隱含波動度(*Implied volatility*)常被作為選擇定價中標的物價格波動度的估計值，是屬於波動度預測模型，由選擇權的市場價格及定價模型，反推出滿足市場價格之標的物波動度，做為至到期日之標的物波動度估計值。而另一種波動度的估計模型則是以歷史資料為基礎的計量模型，代表投資人在過去的一段時間內，因對標的物的供需力道不同而產生的價格波動程度，如歷史波動度模型、GARCH 模型等。

事實上，從 1980 年代中期，歷史波動度被視為預測未來波動度的標準模型。歷史波動度是以過去某特定天期內所呈現的波動，一般為標的指數報酬率的標準差表示，是以過去歷史資料的數值來衡量，但由於歷史資料給過去每一觀察值相同的權重，理論上，距離目前較近的觀察值對波動度的影響亦較大，所以歷史波動度的群聚特性並非很好。

要衡量一個標的資產價格的未來波動度，可使用關於這些價格的歷史資料或由選擇權價格提供的資訊，除了所有歷史資料以外，還包括選擇權的交易者對於相關的未來事件持有的額外資訊。因此，當市場具有效率性，且價格已充分反應標的指數的所有資訊，隱含波動度有可能是較精準的預測值。Latane and Rendleman (1976) and Chiras and Manaster (1978)發現隱含波動度是未來價格波動度的良好預測方法。

Fleming (1998)在研究 S&P 100 指數選擇權時，提出在波動度的預測上，隱含波動度會優於歷史波動度。但隱含波動度是一個有偏誤的估計

式，且有高估外來波動度的現象。另外像是 Jorion (1995)對外匯期貨選擇權的隱含波動度進行分析，結果發現隱含波動度無論是在預測能力或是包含資訊的多寡上，皆優於歷史資料的時間數列模型。Christensen and Prabhala (1998)檢驗 S&P 100 指數選擇權隱含波動度與真實波動度之間的關係，實證結果發現隱含波動度具有預測能力，且包含歷史波動度的預測資訊。Figlewski (1997) and Poon and Granger(2003)的研究文獻中亦提出隱含波動度會優於歷史波動度。Day and Lewis(1993)比較原油期貨選擇權的隱含波動度、歷史波動度與 GARCH 及 EGARCH 模型的預測能力，結果發現隱含波動度的預測效果最好。

Canina and Figlewski(1993)研究 S&P 100 指數選擇權，探討隱含波動度的資訊內涵，結果發現隱含波動度是一個沒有效率且具有偏誤的預測值，且隱含波動度幾乎與真實波動度無關。Lamoureux and Lastrapes(1993)研究發現隱含波動度再預測未來波動度時，並沒有包含所有資訊，加入歷史資料可解釋額外的資訊。

近來的研究強調日內價格提供的額外歷史資訊能夠提高對波動度預測效果的精確性。真實波動度(*Realized volatility*)，定義為日內報酬率的平方和的加總，它比 Andersen and Bollerslev (1998)提出的每日報酬率平方的波動度測度方法，提供一個更精確的估計。真實波動度理論上和實務上的特性，由 Andersen et al.(2001b)對外匯資料的研究中推導出。更多實務上的驗證在 Andersen et al.(2001a)對美國股市的研究中提出。

究竟真實波動度的測度方法在財務決策問題(像是投資管理、風險管理、資產定價等)是否有效用？Blair, Poon and Taylor(2001)用 S&P 100 指數選擇權檢測短期波動度的預測效果且發現隱含波動度較真實波動度對於預測未來波動度包含較多的資訊，且當預測一天或一天以上的 S&P 100 波動度，幾乎所有有用的預測資料都是來自選擇權的價格資料。Taylor and Xu (1997)發現使用每五分鐘一筆馬克/美元的報酬率去預測波動度較使用選擇權隱含波動度擁有更多的資訊，且預測的波動度有一個小時的領先值。Poteshman(2000)用 S&P 500 每五分鐘一筆的期貨觀測值取代指數去估計 S&P 500 指數選擇權市場的真實波動度，可減少將近

一半的預測誤差，而且當使用Heston的選擇權定價模型替代B-S模型時，誤差會完全減少。Fleming, Kirby and Ostdiek(2003)在短期和長期交易股票，使用真實波動度的預測模型具有經濟價值。

然而，有一群學者提出用高頻率的真實波動度模型能提高歷史資料的預測值。在ABDL(2001b)在外匯資料的研究中指出真實波動度對於測量誤差有模型中立和理論中立的特性。ABDE(2001a)在道瓊工業指數的研究中發現真實波動度為對數常態分配，將每日報酬率標準化會近似常態分配。他們指出利用像是部份整合自我迴歸模式(ARFIMA)的緩長記憶過程，最能描述真實波動度。ABDL(2003)使用真實波動度去預測未來波動度優於使用GARCH 模型來預測。基於理論的正確性、執行容易、良好的估計特性和容易延伸對多變量設定等優點，因此，較為推薦使用真實波動度方法。

真實波動度的行為像是一有緩長記憶性過程(*long memory process*) (ABDL, 2001b, ABDE, 2001a)，並且這個特徵可能被建構成更精確的預測值。這些預測值在ABDL(2003)對馬克/美元和日圓/美元的匯率中有計算，但是這些學者並未將此預測值與使用選擇權價格的預測值做比較。還有些研究像是Li(2002)對匯率和Martens and Zein(2002)對S&P 500指數、日圓/美元匯率和原油價格，這些學者發現在緩長記憶性的預測值有包含額外的資訊。

時間序列的資料在許多文獻上(如 Granger 與 Joyeux(1980))提出部分整合自我迴歸移動平均(*fractional integrated ARMA*-簡稱ARFIMA(p,d,q))模型，其中長記憶參數d是介於0和0.5間的非整數值；Hosking(1981)探討ARFIMA模型，指出隨著時間增加，觀測值之間自我相關係數遞減到零的速度，較一般自我迴歸移動平均過程來得緩慢，這種現象稱為緩長記憶(*long memory*)現象。ARFIMA模型已被廣泛的用來分析具有長記憶現象的時間數列資料。Beran(1994)和Baillie(1996)針對具有長記憶現象的時間數列資料進行模型的建立、參數之估計與檢定和預測等統計問題。

在本文中，使用四種波動度的方法預測真實波動度。歷史波動度和 GARCH(1,1)模型是利用每日大盤指數收盤價格的報酬率資料求得，ARFIMA(0,d,0)使用日內高頻率的歷史交易資料求得，隱含波動度是利用選擇權價格資料所計算而得。比較預測期間為：一天、一星期(五天)的波動度預測值。最後，驗證樣本外(預測未來一天)將各個模型波動度預測出的選擇權價格與市場價格相比，是否能在本文使用的交易策略於臺指選擇權市場中獲利。



第參章、資料篩選及研究方法

3.1 高頻率資料

本文的臺灣加權指數期貨(以下簡稱臺指期貨)及臺灣股票指數選擇權(以下簡稱臺指選擇權)資料為日內(每五分鐘一筆)的交易資料。

3.1.1 資料選取

本研究使用的臺灣加權股價指數每日收盤價格資料，為自臺灣證券交易所下載，資料時間為民國 88 年 1 月 5 日至民國 93 年 8 月 31 日，共計 1442 筆交易資料。臺指期貨及臺指選擇權資料來源為經濟新報資料庫，臺指期貨的資料為民國 88 年 3 月 24 日至民國 93 年 8 月 31 日的每日逐筆交易資料，共計 1380 個交易日，臺指選擇權的資料為民國 91 年 1 月 2 日至民國 93 年 8 月 31 日的每日逐筆資料，共計 653 筆個交易日，樣本內(*in-sample*)的期間為民國 88 年 3 月 24 日至民國 92 年 5 月 30 日，共計 1068 個交易日，樣本外(*out-of-sample*)的期間為民國 92 年 6 月 2 日至民國 93 年 8 月 31 日，共計 312 筆交易資料。

所有的報酬率是將指數資料取對數的差值計算而得，將日內(每五分鐘一筆)的臺指期貨報酬率平方總合，算出每日真實波動度，另外選取同時段的臺指價平(*at-the-money*)選擇權。本文使用郵匯局活儲存款利率，做為計算 B-S 選擇權定價公式中的無風險利率。

3.1.2 資料篩選

本文使用臺指價平選擇權，因為價平選擇權相較於價內、價外的選擇權是更廣泛被交易的，價平(ATM)選擇權的範圍為大盤指數價格減去執行價格的絕對值小於等於 50，因為臺指選擇權執行價格的變動單位為一百，所以本文在這裡僅用 $|S - K| \leq 50$ 方法來選取價平選擇權。

僅保留近月的選擇權資料和在到期日前三天進行換倉，因為臺指選擇權和臺指期貨合約，均有最近當月月份之制度，市場主要交易的亦為當月月份之契約，而且在接近到期日時，近月合約的交易量會減少，甚至次近月合約的交易量會超過近月合約的交易量，是因為交易人往往不會在到期日實際交割，於是持續看多或看空的投資人將會同時以一買一賣或一賣一買的方式，使近月合約轉為遠月合約繼續持有。保留同時有相同的執行價格和到期日的買權和賣權，因為本文使用的交易策略為跨式選擇權交易(*Straddle*)。

3.2 波動度估計方法

3.2.1 真實波動度(*Realized volatility*)

在過去的文獻中，每日報酬率的絕對值和每日報酬率的平方值，常被視為每日波動度的指標。然而，Andersen and Bollerslev (1998)強調這兩種測度方法皆為每日波動度的偏誤估計值，這些學者指出在合適的抽樣頻率下日內報酬率平方值的總和，較每日報酬率的絕對值和每日報酬率的平方值，為更接近每日波動度的估計值。利用二次變數和無套力過程的理論，ABDL(2001,2003)提出對高抽樣頻率日內報酬率的真實波動度作理論上的修正。

根據 Poteshman(2000)用 S&P 500 每五分鐘一筆的期貨觀測值取代指數估計S&P 500 指數選擇權市場的真实波動度，可減少將近一半的預測誤差，故本文的真实波動度計算採取其方法，以日內(每五分鐘一筆)的臺指期貨報酬率資料平方加總之平方根年化， r_{it} 是第t日的第i筆五分鐘資料。

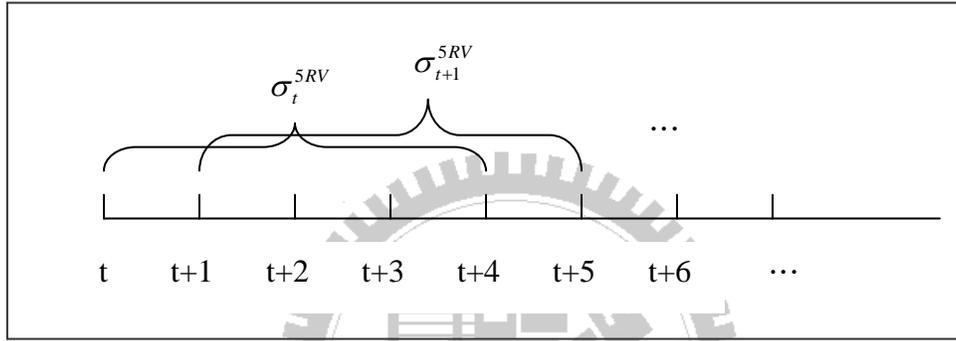
$$\tilde{\sigma}_t^{RV} = \sqrt{\sum_{i=1}^N r_{it}^2} \times \sqrt{252} \quad (1)$$

若要計算五日的真實波動度，方法如圖 4-1，將第 t 日起五天內(以上述公式計算而得)的真实波動度(尚未年化的資料)平方加總($\sigma_t^2 + \sigma_{t+1}^2 + \sigma_{t+2}^2 + \sigma_{t+3}^2 + \sigma_{t+4}^2$)，對其開根號後再年化，此處因為是五天的波

動度，故年化時乘上 $\sqrt{(252/5)}$ ，公式如下：

$$\tilde{\sigma}_t^{5RV} = \sqrt{\sum_{i=0}^4 \sigma_{t+i}^2} \times \sqrt{50.4} \quad (2)$$

圖 3-1：預測五日真實波動度的計算方式



3.2.2 隱含波動度(Implied volatility)

利用 B-S 的公式，此處 S_0 用臺指期貨取代大盤指數資料，因為期貨的市場價格較貼近選擇權市場，履約價為 K 、距到期時間為 T 、利率為 r 在這些已知參數下，反推出隱含波動度。在時間 $t=0$ ，距到期日為 T 的選擇權定價公式，不考慮發放股利情況下的歐式買權和賣權價格：

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (3)$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (4)$$

其中，

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (5)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (6)$$

根據 Fleming(1998)的研究，隱含波動度和真實時間變化的波動度關係如下：考慮 Hull and White(1987)模型，其中資產價格和波動度是無關的且波動度的風險溢酬為零。在時間 t ，選擇權到期日為 T 的價值為：

$$f_t = E[BS(\sigma_{t,T}) | \Phi_t] \quad (7)$$

它是在選擇權到期前 B-S 模型的平均瞬間波動度的期望值，其中

$$\sigma_{t:T} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \int_t^T \sigma_x^2 dx} \text{ 包含資訊集合 } \Phi_t, \text{ 對短期的價平選擇權：}$$

$$E[BS(\sigma_{t:T}) | \Phi_t] \approx BS(E[\sigma_{t:T} | \Phi_t]) \quad (8)$$

因此，
$$f_t \approx BS(E[\sigma_{t:T} | \Phi_t]) \quad (9)$$

對真正的近似值，隱含波動度為 $\sigma_{t:T}^{IV} = BS^{-1}(f_t)$

則，
$$\sigma_{t:T}^{IV} \approx E[\sigma_{t:T} | \Phi_t] \quad (10)$$

這代表隱含波動度應該是選擇權到期前平均波動度的不偏預測值且預測誤差應與 t 時點的資訊呈正交。

3.2.3 歷史波動度(Historical volatility)

在傳統的財務模型中，假設變異數具有同質變異(homoscedasticity)的特性，也就是說變異數不會隨時間改變，所以在資料分析上可以將歷史樣本的二次動差均方根視為未來波動性的預估值，也就是說由樣本集合計算出的歷史波動值即為下一期波動率的最佳估計值。即：

$$\hat{\sigma}_{t+n|t} = \dots = \hat{\sigma}_{t+1|t} = std(t, t-1, t-2, \dots, (t-n+1)) \quad (11)$$

其中 $\hat{\sigma}_{t+n|t}$ 表示在 t 期時對 t+n 期波動度之預期值，std(·)表示標準差(standard deviation)。

由上式中可知，在訊息集合中有 n 個資料點，歷史波動度的計算，在每一個歷史資料點對於下一期變異數的解釋貢獻度皆給予相同權重，因為相同權重的假設，使得歷史波動模型無法解釋波動值群聚(*clustering*)的現象，這就是此種歷史波動度模型在估計金融商品波動度上最大的限制。因為根據財務理論的實證研究發現，金融商品之波動性一般都具有兩個特性：1. 波動度不僅會受可利用資訊所影響，同時會隨著時間而改

變。2. 波動度具有群聚之特性。由財務時間序列理論可知，利用 Engle (1982)提出的自我迴歸條件異質變異數模型(簡稱 ARCH)及 Bollerselv (1986)之一般化自我迴歸條件異質變異數模型(簡稱 GARCH)，將能夠精確地掌握出波動度之變動路徑，降低傳統波動度模型的估計誤差。

歷史波動度是取固定一段期間指數報酬率之標準差來估計，再予以時間之平方根年化，取樣天數 N 若時間過長，包含過去太多資料，則對未來真實波動度之預測效果不大，由於本文是研究近月契約，故此處 N 取 20。

$$\tilde{\sigma}_t^{Historical} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N r_{t-i}^2} \times \sqrt{252} \quad (12)$$

3.2.4 GARCH 模型

所謂條件異質變異數模型即是解除傳統模型認為波動度具有時間獨立的假設，也就是說，當期條件變異數可以經由前期干擾項的變異數來解釋，這種特色正可以說明一般金融商品變異數時間相依之特性，因此 ARCH 及 GARCH 模型被廣泛地使用在財務時間序列，如報酬率之波動性模性上。

GARCH(*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) 一般化自我迴歸條件異質變異數模型，Engle(1982)提出自我迴歸條件異質變異數模型(簡稱ARCH)是一個波動度的時間序列模型，Bollerslev (1986)解決高階ARCH模型不夠精簡的問題，提出一般化模型，將過去的條件變異數加入ARCH模型之中而予以一般化，使條件變異數的遞延結構更為合理。假設 S_t 為自然對數化之指數價格資料， ΔS_t 為 S_t 的一階差分($\Delta S_t = S_t - S_{t-1}$)表該指數價格之報酬率，而一個GARCH(p,q)模型的結構表示如下：

$$\Delta S_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta S_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \text{其中 } \varepsilon_t | \Omega_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (13)$$

$$\omega > 0, \alpha_i \geq 0, i=1,2,\dots,q, \beta_j \geq 0, j=1,2,\dots,p, p \geq 0, q \geq 0$$

其中 ε_t 為干擾項， σ_t^2 為 ε_t 在第 t 期的變異數。 β_j 為解釋條件變異數自我相關部份(AR)的參數值， α_i 為解釋條件變異數移動平均部份(MA)的參數值。若 α 、 β 都不顯著大於零時，則表示該資料點不具有條件異質變異的特性，而為一白干擾(White Noise)序列；當 α 顯著異於零而 β 不顯著異於零時，表示報酬率之波動度具有 ARCH 效果；當 α 、 β 皆顯著異於零時，波動度具有 GARCH 效果。

GARCH 模型和 ARMA 模型最大的不同在於報酬率的平方值，ARMA 模型將報酬率平方值的動態參數化；然而，GARCH 模型是將報酬率平方值的期望值動態參數化(即波動度)，因為這個差異，估計的方法亦不同。最小平方迴歸模型不適用於 GARCH 模型，因為因變數是不可觀測的，通常使用最大概似估計法作為替代。

簡單的 GARCH(1,1)模型可表示為：

$$\sigma_t^2{}^{GARCH} = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2{}^{GARCH} \quad (14)$$

其中 $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ ， $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$

GARCH 模型估計目前波動度的方法，可由下式表示：

$$\tilde{\sigma}_t^2 = \frac{\omega}{1-\beta} + \alpha \sum_{j=1}^{\infty} \beta^{j-1} r_{t-j}^2 \quad (15)$$

這個方程式顯示 GARCH 模型描繪波動度的群聚效果，而 Bollerslev (1986)同時以英國的通貨膨脹率為實證對象，發現以 GARCH(1,1)的模型所配置的效果優於 ARCH 模型。故本文亦以 GARCH(1,1)模型估計波動度。GARCH 模型預測波動度的公式如(16)式，利用 1128 筆樣本內的指數報酬率資料估計其參數，帶入(15)式算出第一筆波動度資料，利用(16)式疊代出樣本外的波動度資料。

$$\tilde{\sigma}_{t+k|t}^2 = \omega \frac{1-\rho^k}{1-\rho} + \rho^{k-1} \tilde{\sigma}_{t+1|t}^2, \quad \rho = \alpha + \beta \quad (16)$$

3.2.5 ARFIMA 模型

由於真實波動度所得到的自我變異(*autocovariance*)特徵，使其可以描述為長期記憶過程(*long memory process*)。Granger and Joyeux(1980)和 Hosking(1981)導入一個彈性的長期記憶過程的模型，稱為自我迴歸(*AutoRegressive*)、部分整合(*Fractionally Integrated*)、移動平均(*Moving Average*)模型。Baillie(1996)則將ARFIMA(p,d,q)模型在 y_t 的過程定義為：

$$\phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t \quad (17)$$

其中 d 為部份積分階次(*the order of fractional integration*)， L 是延遲運算元(*lag operator*)， μ 為 y_t 的期望值， ε_t 是一白干擾序列， $E(\varepsilon_t) = 0$ ， $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$ ， $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ 對於 $t \neq s$ ， $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$ 是定義自我迴歸組成的多項式， $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q$ 是移動平均多項式。當 $d=0$ 時，(17)式即為標準的自我迴歸移動平均模型，簡稱為ARMA(p,q)，其自我相關係數(AC)呈現快速的指數遞減，可以下式表示：

$$\rho_j \sim r^j, \quad \text{當 } j \rightarrow \infty \quad (18)$$

在此， ρ_j 表示為落後 j 期的自我相關係數，而 r 是介於-1和1之間的分數；當 $d \neq 0$ 時，自我迴歸移動部分整合模式的自我相關係數(AC)呈現較緩慢的雙曲線率(*hyperbolic rate*)遞減，可以下式表示：

$$\rho_j \sim j^{2d-1}, \quad \text{當 } j \rightarrow \infty \quad (19)$$

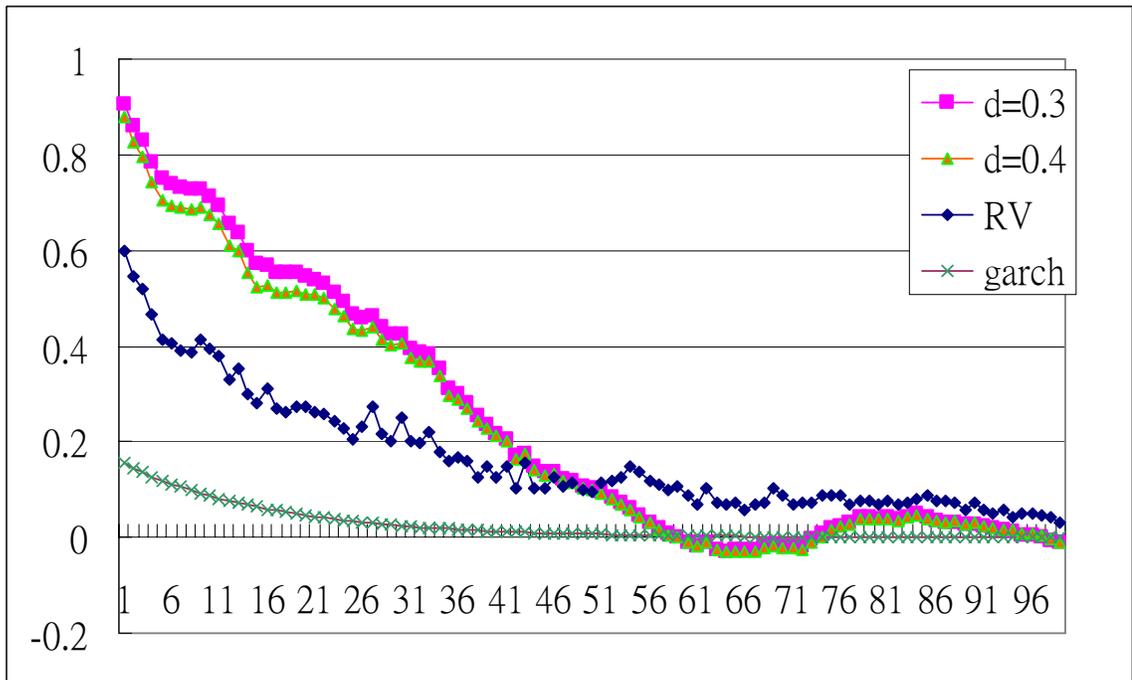
Granger(1980)與 Hosking(1981)均顯示，當 $d < 0.5$ 時，(17)式為一恆定過程且可化為無窮期移動平均多項式。若 $d > -0.5$ ，該式為一可逆過程，且可化為無窮期自我迴歸多項式。因此，當部分差分參數 d 介於-0.5及0.5之間時，該模式為恆定且可逆；若 $-0.5 < d < 0$ ，則稱此時間序列具有中等記憶(*intermediate memory*)為 Chung and Baillie(1993)的研究中提到。其中，若 $0 < d < 0.5$ ，則稱時間序列有緩長記憶。使用 E-views 軟體得到真實波動度和樣本外期間 ARFIMA(0,d,0)模型($d=0.4$ 、 $d=0.3$)的波動度預測值落後100期的自我相關係數，以及 GARCH(1,1)模型的自我相關係數，已知 GARCH(1,1)估計的參數 $\alpha = 0.0949$ ， $\beta = 0.8434$ ，利用

ARMA(1,1)計算自我相關係數的公式如下：

$$\rho_1 = \frac{(\phi - \theta)(1 - \phi\theta)}{1 - 2\phi\theta + \theta^2}, \rho_k = \phi \cdot \rho_{k-1}, k=1...100, \text{ 其中 } \phi = \alpha + \beta, \theta = \beta, \text{ 可算出}$$

GARCH(1,1)模型自我相關係數，將三者一起作比較，如圖 3-2 可看出真實波動度的自我相關係數呈現緩慢遞減的現象，GARCH(1,1)模型自我相關係數在 40 期後已趨近於零。

圖 3-2：真實波動度的自我相關係數圖



參數估計：

$$\text{ARFIMA}(0, d, 0) : (1 - L)^d (y_t - \mu) = \varepsilon_t \quad (20)$$

目的：當 $p=0$ ， $q=0$ 時，估計 d

利用下列公式，欲使 ε_t^2 的值最小，使用數值方法(numerical method)解出 d 值的最佳解。本研究使用 MATLAB 軟體。Baillie(1996)提到 $(1 - L)^d (y_t - \mu) = \varepsilon_t$ ，此處 $E(\varepsilon_t) = 0, E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ 對於 $t \neq s$ 。其中 $(1 - L)^d$ 利用泰勒展開式對零微分時，可表示成下式：

$$(1-L)^d = \{1-dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots\} \quad (21)$$

將(21)式代入(20)式中可得到下式：

$$y_t' - dLy_t' + \frac{d(d-1)}{2!}L^2y_t' - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3y_t' + \dots = \varepsilon_t, \text{ 其中 } y_t' = (y_t - \mu) \quad (22)$$

已知 $L^i y_t = y_{t-i}$, $i=1,2,3,\dots,n,\dots\infty$, 重新整理(22)式, 可得到下式：

$$y_t' - d y_{t-1}' + \frac{d(d-1)}{2!} y_{t-2}' - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} y_{t-3}' + \dots = \varepsilon_t \quad (23)$$

y_t 帶入真實波動度資料, 樣本內的資料自 90 年 3 月 24 日起至 92 年 5 月 30 日, 共 1068 筆。在估計參數 d 值時, 樣本筆數 n 應取大於 400 筆去近似, 但由於用不同區間樣本資料求得的估計值的緩長記憶效果不穩定, 如附錄二的表一所示, $start$ 為擷取樣本資料起始端的前一筆, $number$ 為估計的筆數, N 為擷取樣本資料的末端值, 故第一列 $start=100$, $number=400$, $N=500$, 即是取樣本資料第 101~500 筆來估計 d 值, 依此類推。將 $d > 0.3$ 的區間用粗體字標示出, 可以發現較佳的解都落於樣本區間前 600、700、900 筆的資料, 故本文選用最大的 d 值為 $start=200$, $number=400$ 時的樣本估計區間, $d=0.3949$ 。

$$\mathbf{ARFIMA(1,d,0)}: (1-\phi_1 L)(1-L)^d (y_t - \mu) = \varepsilon_t \quad (24)$$

目的：當 $p=1$, $q=0$ 時, 估計 d 和 ϕ_1

利用下列公式, 欲使 ε_t^2 的值最小, 使用數值方法解出 d 和 ϕ_1 的最佳解。利用(21)式, $(1-\phi_1 L)(1-L)^d$ 可表示成下式：

$$\begin{aligned} (1-\phi_1 L)(1-L)^d &= \{1-(\phi_1+d)L + (\phi_1 d + \frac{d(d-1)}{2!})L^2 \\ &\quad - (\phi_1 \frac{d(d-1)}{2!} + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!})L^3 + \dots\} \\ &= 1 + \{ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i [\sum_{j=i-1}^i \binom{d}{j} \phi_1^{i-j}] L^i \} \end{aligned} \quad (25)$$

將(25)式代入(24)式中可得到下式：

$$y_t' - (\phi_1 + d)y_{t-1}' + (\phi_1 d + \frac{d(d-1)}{2!})y_{t-2}' - (\phi_1 \frac{d(d-1)}{2!} + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!})y_{t-3}' + \dots = \varepsilon_t$$

$$\text{經過整理可得到： } y_t' + \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \left[\sum_{j=i-1}^i \binom{d}{j} \phi_1^{i-j} \right] \right\} y_{t-i}' = \varepsilon_t \quad (26)$$

$$\text{其中 } \binom{d}{j} = \frac{d(d-1)(d-2)\dots(d-j+1)}{j!}, \quad \binom{d}{0} = 1$$

如同 ARFIMA(0,d,0)模型，由於求得的估計值的緩長記憶效果不穩定，如附錄二的表二所示，所以本文在此使用不同起始點資料(start)和不同樣本筆數(number)來選取最佳的 d 和 ϕ_1 ，將 $d > 0.25$ 的區間用粗體字標示出，可以發現較佳的解都落於 $N=600\sim 950$ 筆的樣本資料，我們選用最大的 d 值為 start=200，number=400 時 $d=0.3805$ 、 $\phi_1=-0.1557$ 。

$$\mathbf{ARFIMA(0,d,1)}: (1-L)^d (y_t - \mu) = (1 + \theta_1 L) \varepsilon_t \quad (27)$$

目的：當 $p=0$ ， $q=1$ 時，估計 d 和 θ_1 ，將等號右邊的 $(1 + \theta_1 L)$ 移至等號左邊得到： $(1 + \theta_1 L)^{-1} (1-L)^d (y_t - \mu) = \varepsilon_t$ (28)

$$\text{其中 } (1 + \theta_1 L)^{-1} = \{1 - \theta_1 L + \theta_1^2 L^2 - \theta_1^3 L^3 + \dots\}$$

利用下列公式，欲使 ε_t^2 的值最小，使用數值方法解出 d 和 θ_1 的最佳解。利用(21)式， $(1 + \theta_1 L)^{-1} (1-L)^d$ 可表示成下式：

$$\begin{aligned} (1 + \theta_1 L)^{-1} (1-L)^d &= \left\{ 1 - (\theta_1 + d)L + (\theta_1^2 + \theta_1 d + \frac{d(d-1)}{2!})L^2 \right. \\ &\quad \left. - (\theta_1^3 + \theta_1^2 d + \theta_1 \frac{d(d-1)}{2!} + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!})L^3 + \dots \right\} \\ &= \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \left[\sum_{j=0}^i \binom{d}{j} \theta_1^{i-j} \right] L^i \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

將(29)式代入(28)式中可得到下式：

$$y_t' - (\theta_1 + d)y_{t-1}' + (\theta_1 d + \frac{d(d-1)}{2!})y_{t-2}' - (\theta_1 \frac{d(d-1)}{2!} + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!})y_{t-3}' + \dots = \varepsilon_t$$

$$\text{經過整理可得到：} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \left[\sum_{j=0}^i \binom{d}{j} \theta_1^{i-j} \right] y_{t-i} = \varepsilon_t \quad (30)$$

$$\text{其中} \binom{d}{j} = \frac{d(d-1)(d-2)\dots(d-j+1)}{j!}, \binom{d}{0} = 1$$

由於求得的估計值的緩長記憶效果不穩定，如附錄二的表三所示， y_t 帶入真實波動度資料，樣本內的資料自 90 年 3 月 24 日起至 92 年 5 月 30 日，共 1068 筆。在估計參數 d 和 θ_1 時，樣本筆數 n 應取大於 400 筆去近似，將 $d > 0.3$ 的區間用粗體字標示出，可以發現較佳的解都落於 $N=700、850$ 筆的樣本資料，我們選用最大的 d 值為 $\text{start}=300$ ， $\text{number}=400$ 時 $d=0.3779$ 、 $\theta_1=-0.030$ 。

檢定參數的顯著性：

對於 ARFIMA(p,d,q)模型，參數 p 和 q 的階級選取(*order selection*)的問題，本文針對 ARFIMA(0, d ,0)、ARFIMA(1, d ,0)、ARFIMA(0, d ,1)三種模型對其參數的顯著性作比較，方法如下所述，利用 AICC 準則對模型風險(*modeling risk*)給的懲罰值，檢驗上述三種模型的參數，選取 AICC 值愈小者即為最適的模型。

ARFIMA(0, d ,0) 模型： $(1-L)^d(y_t - \mu) = \varepsilon_t$ ， $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2 I)$

多維常態 ε_t 的機率密度函數為： $f(\varepsilon_t) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} e^{-(1/2\sigma^2)(\varepsilon_t^2)}$ ，概似函數為 $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n; d) = \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i; d) = L(d|\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ ，而概似函數的對數值為：

$$\lambda = \ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (31)$$

欲檢驗參數 d 的顯著性，本文使用最大概似估計式(*maximum likelihood estimate*)， $\hat{d}_{ML} \xrightarrow{A} N(d \cdot (I(d))^{-1})$ ，其中

$$I(d) = -E \left[\frac{\partial^2 \lambda}{\partial d \partial d'} \right], \frac{\partial^2 \lambda}{\partial d \partial d'} = \frac{-n}{\sigma^2} \therefore (I(d))^{-1} = \frac{\sigma^2}{n}$$

將概似函數的對數值對d偏微分兩次的倒數， $(I(d))^{-1} \text{Matrix}_{1 \times 1}$ 即為此倒數的負值， σ^2/n ，檢定參數d的t值為 $\frac{d}{\sigma/\sqrt{n}}$ ，若t值> 1.645，則為 0.05 顯著；若t值> 2.33，則為 0.01 顯著。

ARFIMA(1,d,0) 模型和**ARFIMA(0,d,1)** 模型分別對其參數d和 ϕ_1 、d和 θ_1 的檢定方法同**ARFIMA(0,d,0)**模型。但因為有兩個參數，故 $(I(d))^{-1} \text{Matrix}_{2 \times 2}$ 為二維方陣，矩陣中的第一行第一列為d值標準誤平方值 $\frac{\sigma^2}{n}$ ；矩陣中的第二行第二列為 ϕ_1 或 θ_1 的標準誤平方值 $\frac{\sigma^2}{n}$ 。

AICC 的公式如下，其與 AIC 準則的差異在於多了 $n/(n-m-2)$ 對估計樣本筆數的修正項，其中 m 是模型參數的數目，三種模型的比較結果如表 3-1 所示，此三種模型的估計樣本數 n 皆為 400 筆資料，將 AICC 最小值用底線標出，可清楚發現最適模型為 ARFIMA(0,d,0)，因此，本文在下章節迴歸分析中的 ARFIMA 模型使用 ARFIMA(0,d,0)。

$$AICC = -2\lambda + 2(m+1) \frac{n}{n-m-2} \quad (32)$$

表 3-1：當期真實波動度 ARFIMA(p,d,q)模型的參數估計值

ARFIMA 模型	d	ϕ_1	θ_1	λ	AICC
(0,d,0)	0.3949** (4.861)			-367.5758	<u>739.182</u>
(1,d,0)	0.3805** (10.55)	-0.1557** (-4.924)		-367.5752	741.2110
(0,d,1)	0.3779** (6.936)		-0.03 (-0.905)	-367.5754	741.2114

括號內的值為 t-value。*表示 0.05 顯著；**表示 0.01 顯著。

預測方式：(預測一天)

ARFIMA(0,d,0)：

ARFIMA(0,d,0) 模型預測一天的真實波動度公式 $P_1\hat{y}_t$ 如(33)式：

$$P_1\hat{y}'_{t+1} = d y'_t - \frac{d(d-1)}{2!} y'_{t-1} + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} y'_{t-2} - \dots, \text{其中 } y'_t = (y_t - \mu)$$

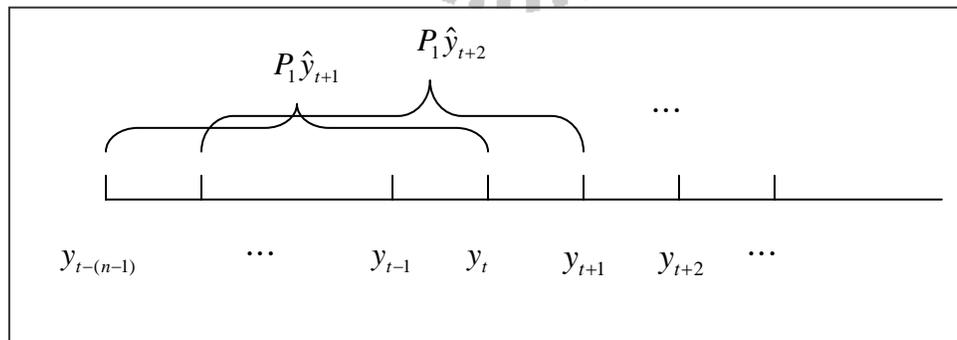
$$\text{故： } P_1\hat{y}'_{t+1} = \mu + (d y'_t - \frac{d(d-1)}{2!} y'_{t-1} + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} y'_{t-2} - \dots)$$

$$P_1\hat{y}'_{t+2} = \mu + (d y'_{t+1} - \frac{d(d-1)}{2!} y'_t + \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} y'_{t-1} - \dots) \dots \quad (33)$$

依序疊代，得到所欲預測的未來一天真實波動度。

此處 y_t 的筆數 n 即為估計 d 時使用的樣本數，即可得到預測一天的真實波動度序列，如圖 3-3 所示： $P_1\hat{y}'_{t+1}, P_1\hat{y}'_{t+2}, P_1\hat{y}'_{t+3}, K$

圖 3-3：ARFIMA 模型預測一天示意圖



(預測五天)

ARFIMA(0,d,0) 模型預測五天的真實波動度公式 $P_5\hat{y}_t$ 如(34)式：

$$P_5\hat{y}'_{t+1} = \omega_1 P_4\hat{y}'_{t+1} + \omega_2 P_3\hat{y}'_{t+1} + \omega_3 P_2\hat{y}'_{t+1} + \omega_4 P_1\hat{y}'_{t+1} + \omega_5 y'_t + \omega_6 y'_{t-1} \dots, \text{其中}$$

$$y'_t = (y_t - \mu), \omega_1 = d, \omega_2 = -\frac{d(d-1)}{2!}, \omega_3 = \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}, \dots$$

$$\text{故： } \hat{P}_5\hat{y}'_{t+5} = \mu + \omega_1 \hat{y}'_{t+4} + \omega_2 \hat{y}'_{t+3} + \omega_3 \hat{y}'_{t+2} + \omega_4 \hat{y}'_{t+1} + \omega_5 y'_t + \omega_6 y'_{t-1} \dots$$

$$\hat{P}_5 \hat{y}_{t+6} = \mu + \omega_1 \hat{y}'_{t+5} + \omega_2 \hat{y}'_{t+4} + \omega_3 \hat{y}'_{t+3} + \omega_4 \hat{y}'_{t+2} + \omega_5 \hat{y}'_{t+1} + \omega_6 \hat{y}'_t \dots \quad (34)$$

依序疊代，得到所欲預測的未來五天真實波動度。

3.3 各種模型的基本統計量

在當期下，不同波動度模型之基本統計量列於表 3-2，就真實波動度而言，其平均數 0.15925 為各種模型中最小者，由於真實波動度的計算為日內方法，在 93 年 3 月 22 日股市開盤五分鐘內即因為跌破 7% 跌停點限制而停止交易，故當天的真實波動度為零，可由圖 3-4 看出。且其具有最明顯之高狹峰和右偏現象。

表 3-2：不同波動度模型之基本統計量

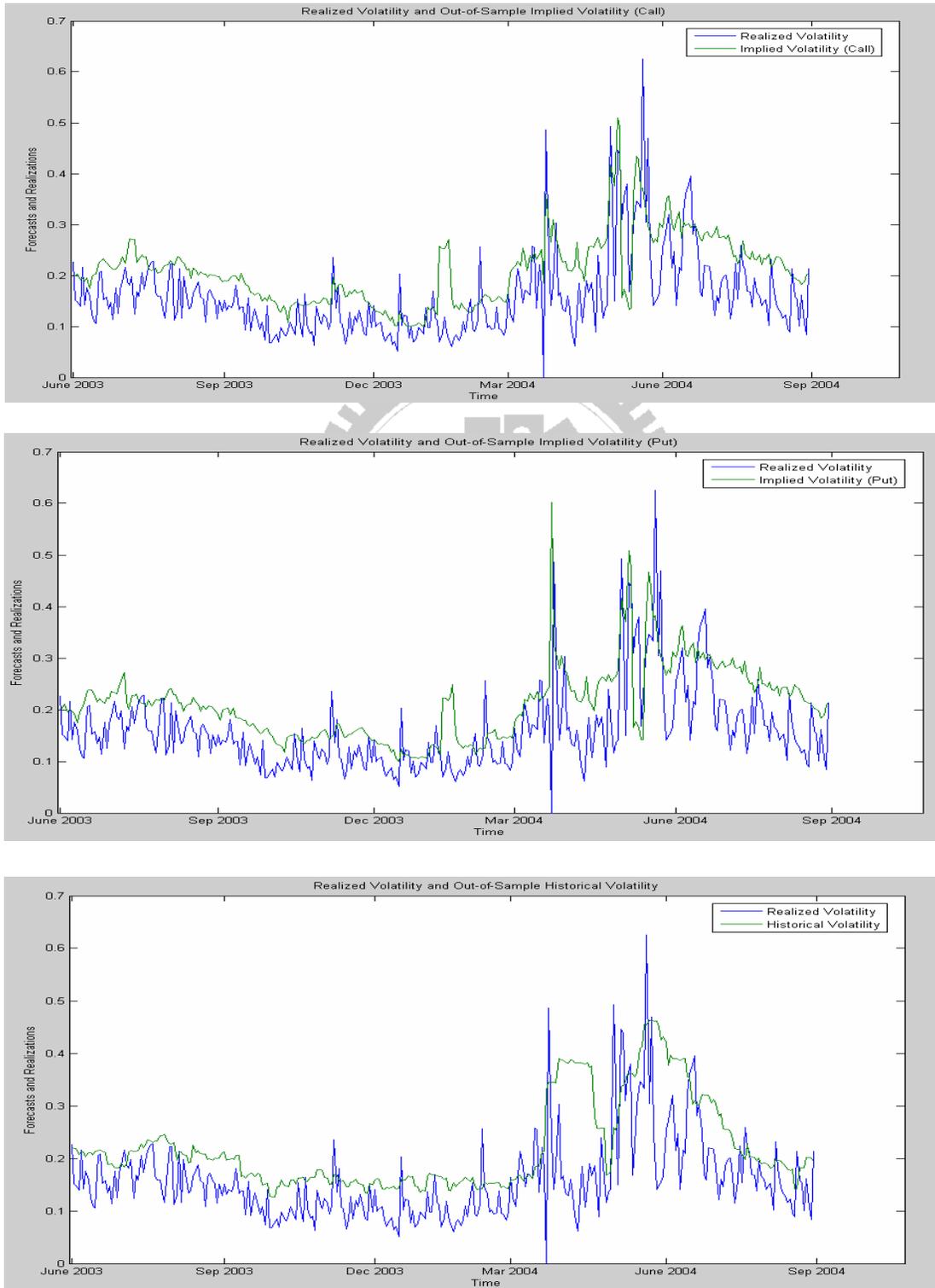
(σ)	RV	IV(C)	IV(P)	HV	GARCH	ARFIMA
平均數	0.15925	0.20964	0.21140	0.22070	0.24369	0.17790
標準差	0.08062	0.06737	0.07197	0.08400	0.06146	0.05204
偏態	2.01606	1.00859	1.32181	1.30412	1.34580	1.36279
峰度	6.09324	2.08973	3.77015	0.60667	1.17822	2.40138

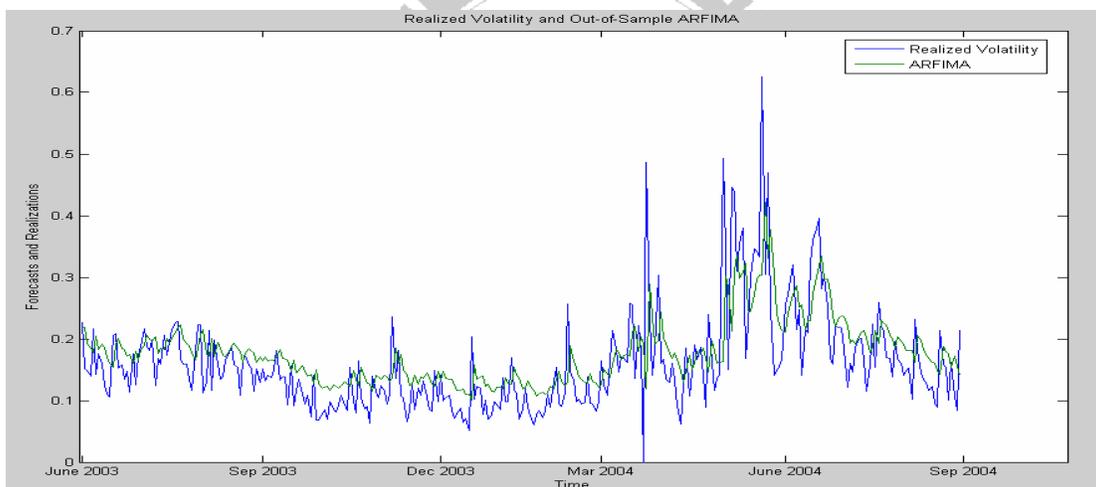
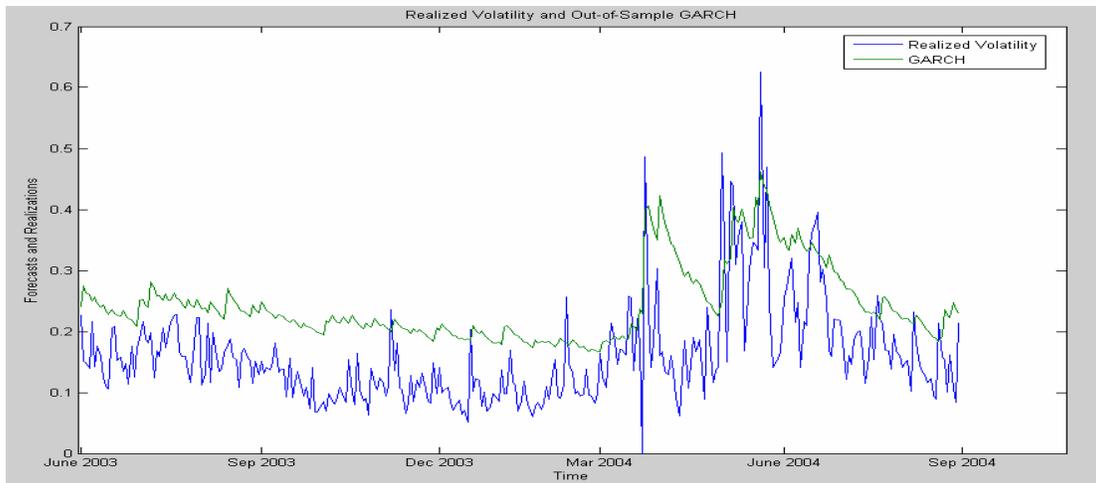
3.4 各種模型的圖形分析

將不同波動度預測模型與真實波動度之走勢作比較，如圖 3-4~圖 3-6 各有五張小圖，依序為 RV 與 IV(Call)、RV 與 IV(Put)、RV 與 HV、RV 與 GARCH(1,1)和 RV 與 ARFIMA 在樣本外期間(92/6/2~93/8/31)之波動度走勢圖。分別為當期、預測一天、預測五天的波動度走勢圖：

圖 3-4 可看出在 93 年 3 月~6 月有較大的波動，IV(P)在 93 年 3 月 22 日有大幅的變化，HV 因為相同權重的假設，使其無法解釋波動值群聚的效果，故走勢較為平坦，反觀 GARCH 的圖形可看出波動度有群聚的效果，ARFIMA 的圖形與 RV 的走勢較為接近，但波動度的漲跌振幅較小。

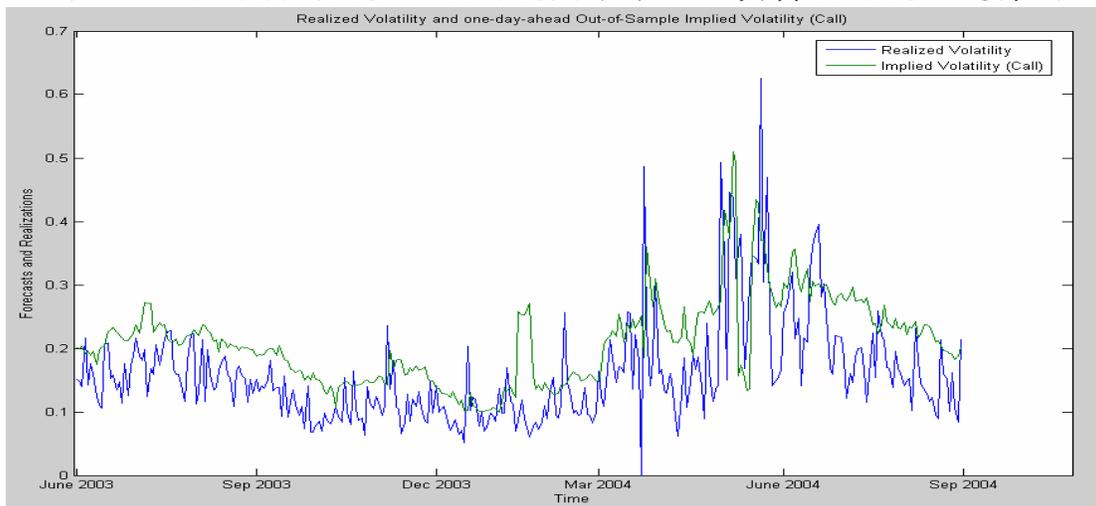
圖 3-4：不同預測模型之波動度與當期真實波動度之走勢圖

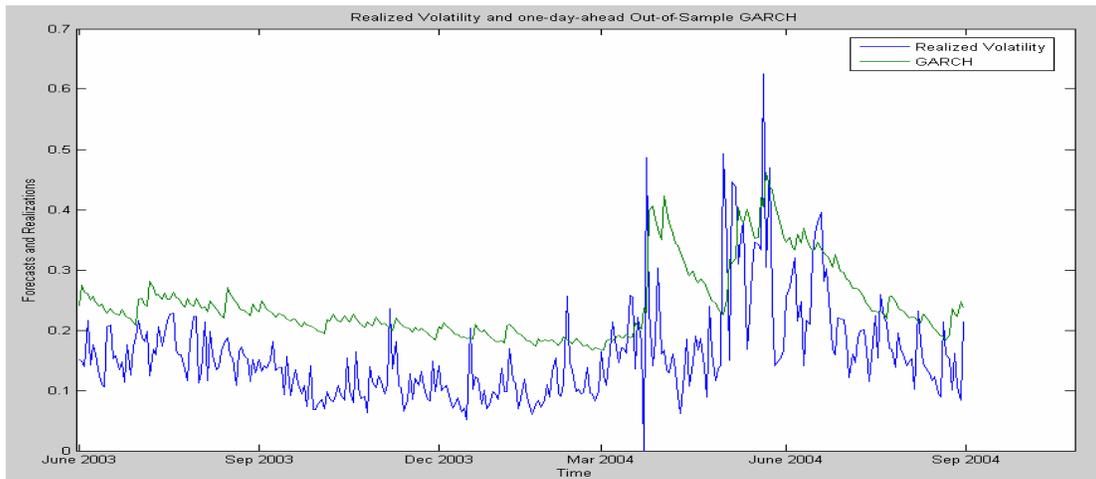
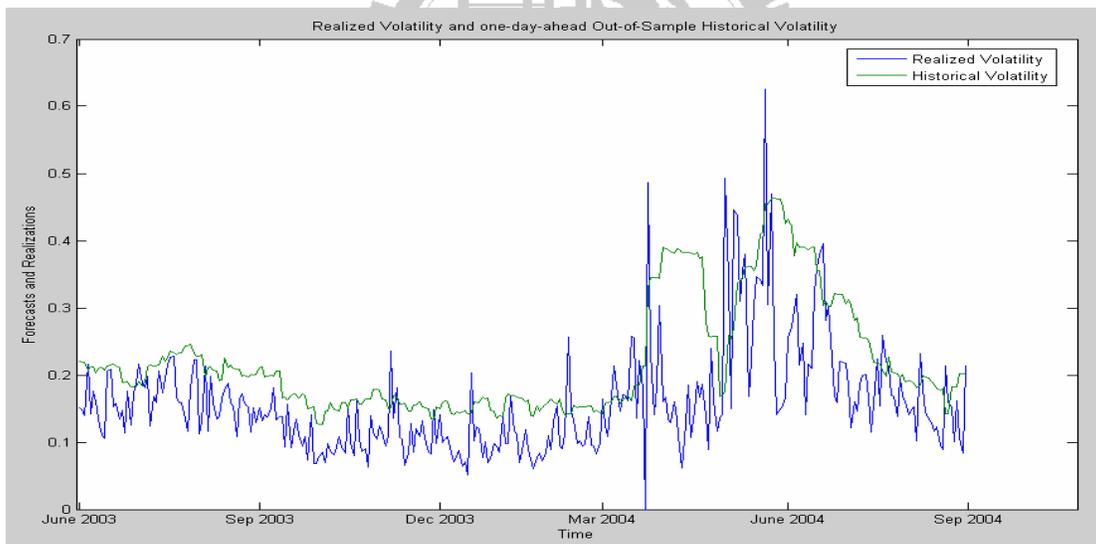
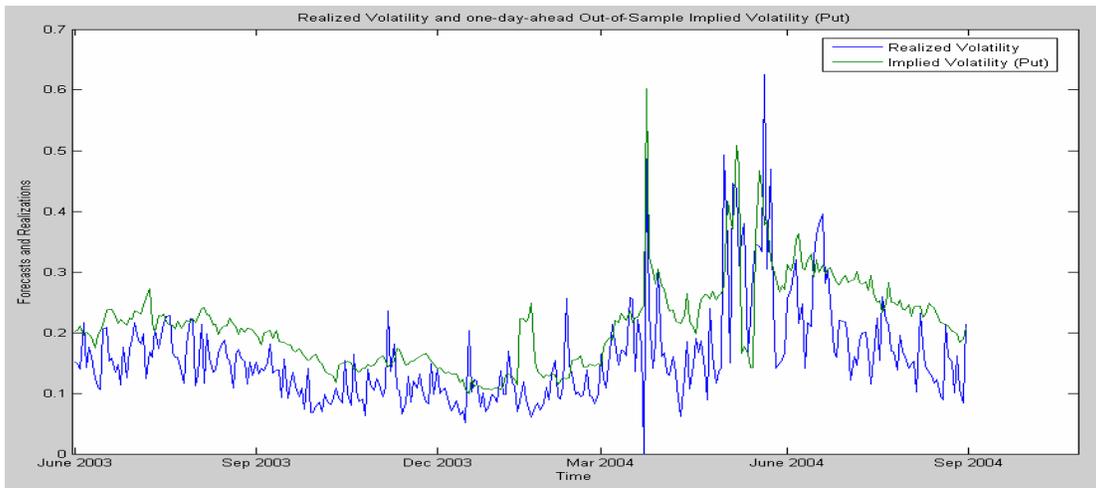


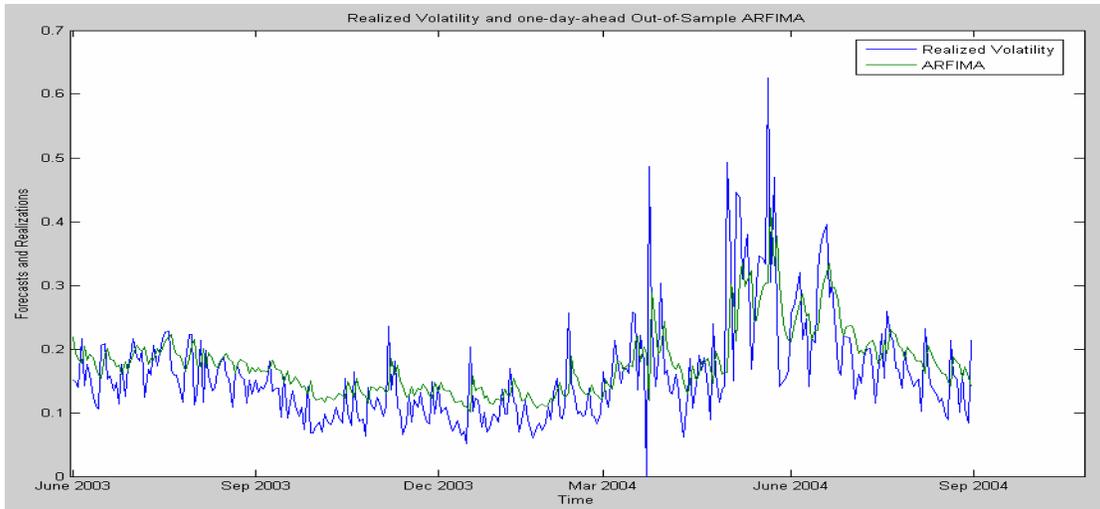


預測一天：

圖 3-5：不同預測模型之波動度與未來一天真實波動度之走勢圖



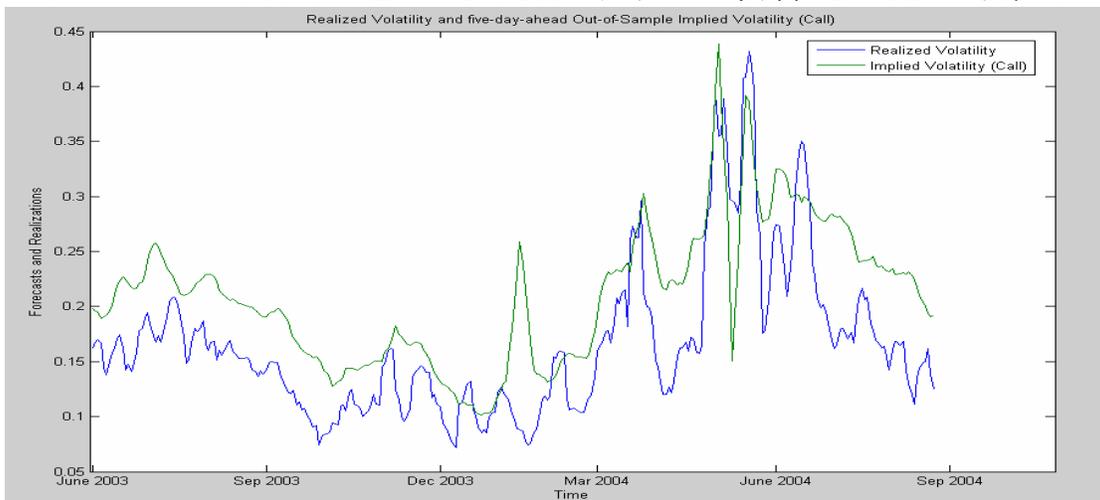


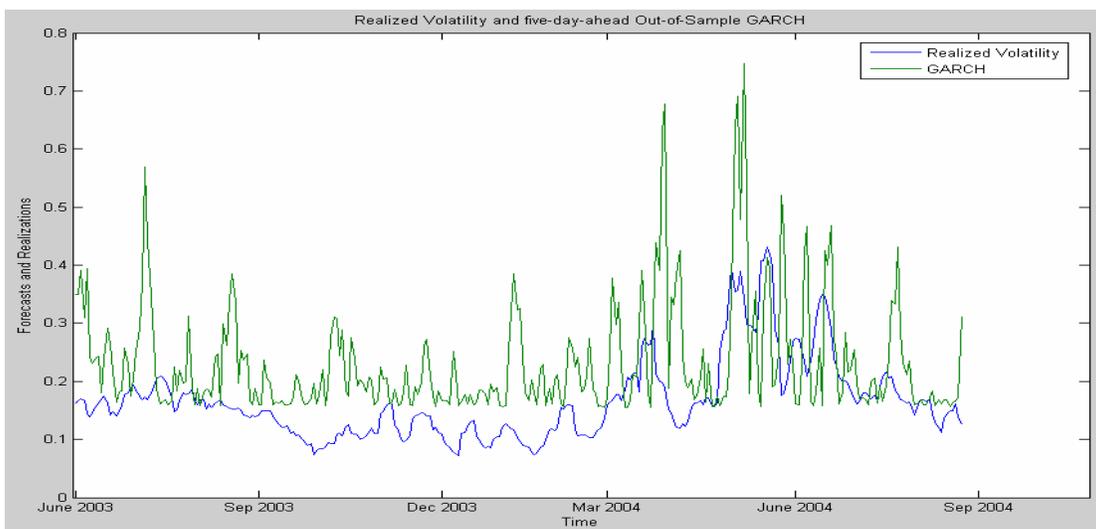
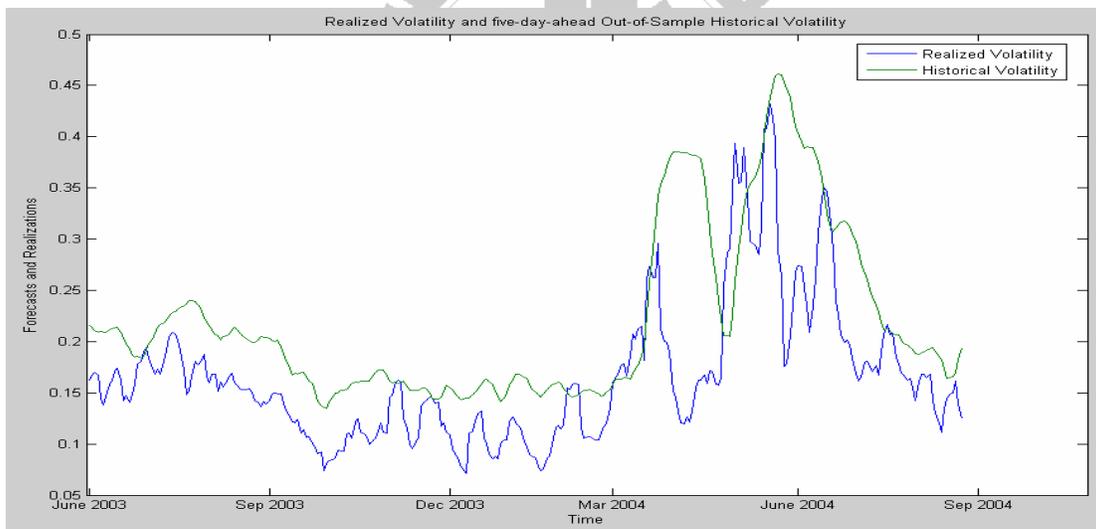
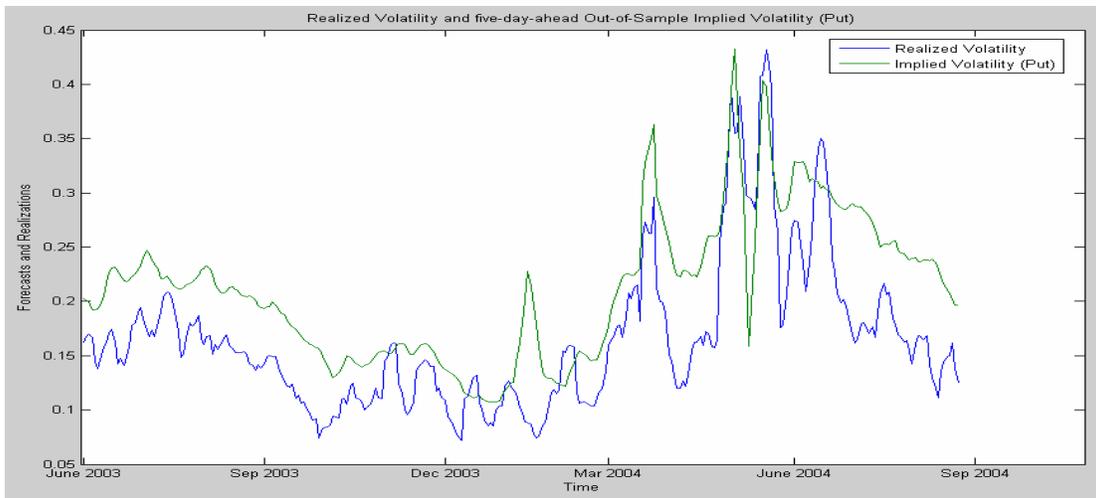


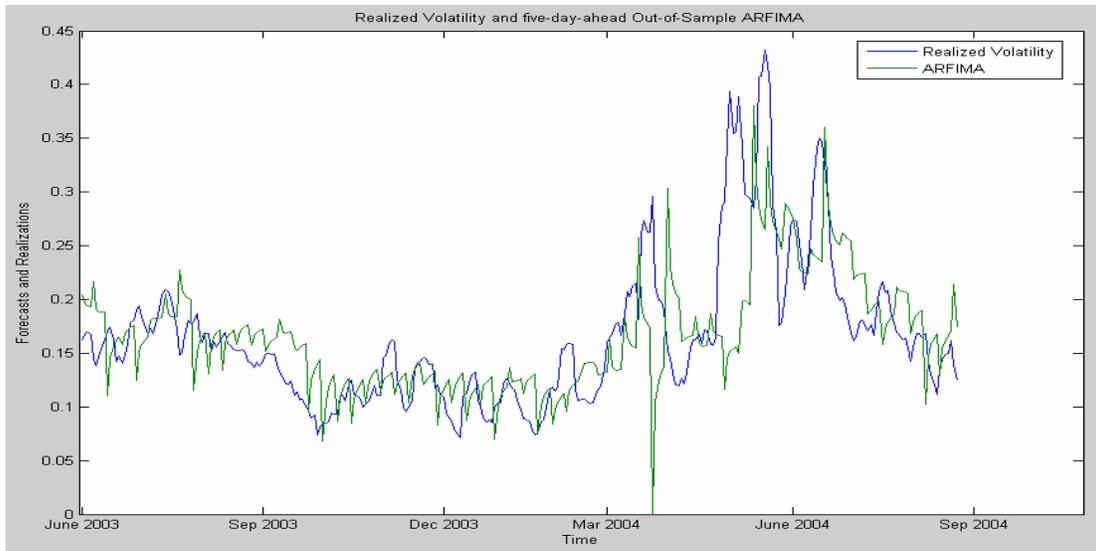
預測五天：

在圖 3-5，預測一天的波動度走勢圖，與當期的走勢相差不大，但在預測未來五天的走勢圖，即有較大的變化，如圖 3-6，IV(C)和 IV(P)皆有描繪到 RV 的漲跌走勢，IV(P)在 93 年 3 月底的變化較 IV(C)為大，歷史波動度的曲線較為平滑，GARCH 模型的振幅很大，雖有反應出波動度的震盪，但其無法描繪 RV 的走勢，可看出其預測效果不佳，ARFIMA 模型的走勢反應較 RV 為慢。

圖 3-6：不同預測模型之波動度與未來五天真實波動度之走勢圖







第肆章、實證分析

4.1 迴歸分析

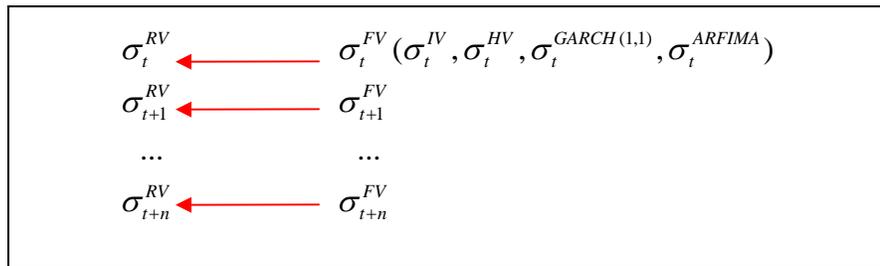
利用單一迴歸(35)式，在同期 t 日下可看出隱含波動度(IV)(迴歸式中分買權和賣權)、歷史波動度(HV)、GARCH(1,1)和 ARFIMA(0,d,0)模型對真實波動度(RV)的解釋能力；在落後 i 期下，可看出各個模型對真實波動度(RV)的預測能力。迴歸式中 $\sigma_{t,T}^{RV}$ 和 $\sigma_{t,T}^{FV}$ ($\sigma_t^{IV}, \sigma_t^{HV}, \sigma_t^{GARCH(1,1)}, \sigma_t^{ARFIMA}$) 數列的對應關係如圖 4-1 及圖 4-2 所示。

單一迴歸：

$$\begin{aligned}
 \sigma_{t,T}^{RV} &= a + b_1 \sigma_{t,T}^{IV} + \varepsilon_{1t,T}, \\
 \sigma_{t,T}^{RV} &= a + b_1 \sigma_{t,T}^{HV} + \varepsilon_{2t,T}, \\
 \sigma_{t,T}^{RV} &= a + b_1 \sigma_{t,T}^{GARCH} + \varepsilon_{3t,T}, \\
 \sigma_{t,T}^{RV} &= a + b_1 \sigma_{t,T}^{ARFIMA} + \varepsilon_{4t,T}
 \end{aligned} \tag{35}$$

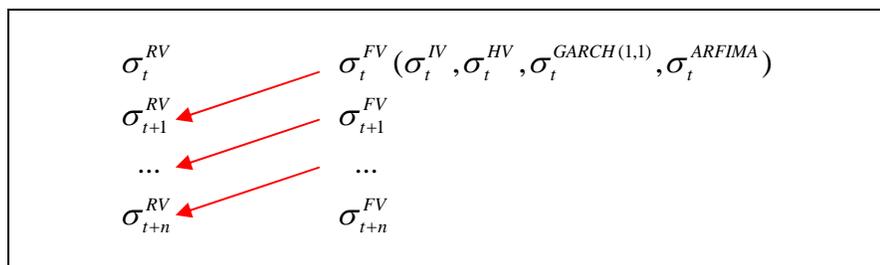
當期(解釋能力)：

圖 4-1：當期的迴歸示意圖



落後 i 期(預測能力)，當 $i=1$ ：

圖 4-2：預測一天的迴歸示意圖



包含迴歸：

$$\sigma_{t,T}^{RV} = a + b_1 \sigma_{t,T}^{IV} + b_2 \sigma_{t,T}^{FV} + \varepsilon_{t,T} \quad (36)$$

其中 $\sigma_{t,T}^{FV}$ (σ_t^{HV} , $\sigma_t^{GARCH(1,1)}$, σ_t^{ARFIMA}) 是除了隱含波動度模型外的其它預測波動度，分別為 HV、GARCH(1,1)、ARFIMA 模型的其中之一，可比較是否有包含隱含波動度的額外資訊。

欲比較各模型對真實波動度的解釋、預測效果，本文使用三種方式：
1. 均方根誤差 (*root of mean squared error*, RMSE)，真實波動度和預測值的損失函數 (*loss function*) 來比較，若真實波動度和波動度預測值的誤差為 $e_{j,t}$ ，表示為時間 t 下第 j 種模型的預測誤差，在樣本數為 n 下均方根誤差定義為： $RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{e_{j,t}^2}{n}}$ 。
2. 利用單一迴歸式檢定各個預測模型的係數是否顯著異於零： $H_0: b_1=0$ ，比較 R^2 值。
3. 利用包含迴歸檢定：當自變數為隱含波動度 (IV) 時，再增加一個變數 $\sigma_{t,T}^{FV}$ (HV、GARCH(1,1) 或 ARFIMA) 時， $\sigma_{t,T}^{FV}$ 的係數是否顯著異於零， $H_0: b_2=0$ ，即是否對真實波動度 (RV) 有額外的解釋、預測能力是隱含波動 (IV) 未包含的資訊。

結果如表 4-1~4-3，各表格中 M1~M4 為單一迴歸，M5~M7 為包含迴歸，表格中隱含波動度分為買權和賣權，每張表格的上半部為為隱含波動度 (買權)，下半部為隱含波動度 (賣權)。

由表 4-1 中可發現在當期的單一迴歸中對真實波動度的解釋能力方面，隱含波動度 (買權) 模型的 R^2 最高為 0.4828，且 RMSE 最低為 0.058， R^2 次高為 ARFIMA(0,d,0) 模型、GARCH(1,1) 模型，最差的是歷史波動度。但在隱含波動度 (賣權) 方面，ARFIMA(0,d,0)、GARCH(1,1) 的 R^2 較隱含波動度 (賣權) 為高，故當期解釋能力的結果為 $IV(C) > ARFIMA > GARCH > IV(P) > HV$ 。在包含迴歸中，可看出 b_2 係數顯著異於零，不管是買權或賣權的隱含波動度，其他三種模型皆對真實波動度 (RV) 有顯著的、額外的解釋能力是隱含波動 (IV) 未包含的資訊，ARFIMA 和 GARCH 的係數 b_2 為 0.01 顯著，HV 則為 0.05 顯著，ARFIMA 模型的 R^2 值甚至有 0.5470。

表 4-1：當期迴歸式

當期檢定解釋能力(T=0)， $H_0: b_1=0, b_2=0$

σ_{it}	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
a	-0.01534 (-1.0)	0.0338 (1.8)	-0.04801 (-1.74)	0.00532 (0.39)	-0.0256 (-1.7)	-0.06712 (-2.8)	-0.03671 (-2.77)
IV(C)	0.8328** (10.63)				0.6487** (5.38)	0.5684** (5.17)	0.5463** (3.96)
HV		0.5684** (5.66)			0.2215* (1.82)		
GARCH			0.8505** (6.87)			0.4399** (2.67)	
ARFIMA				1.026** (10.39)			0.5428** (2.81)
Adj R ²	0.4828	0.3487	0.4185	0.4370	0.5109	0.5451	0.5470
RMSE	0.058	0.0651	0.0615	0.0605	0.0564	0.0544	0.0543

σ_{it}	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
a	0.01105 (0.47)	0.0338 (1.8)	-0.04801 (-1.74)	0.00532 (0.39)	-0.00386 (-0.19)	-0.0578 (-2.32)	-0.02 (-1.19)
IV(P)	0.7010** (5.84)				0.4644** (2.65)	0.3951** (2.45)	0.3638** (2.52)
HV		0.5684** (5.66)			0.2942* (2.1)		
GARCH			0.8505** (6.87)			0.5479** (2.86)	
ARFIMA				1.026** (10.39)			0.6820** (4.09)
Adj R ²	0.3897	0.3487	0.4185	0.4370	0.4374	0.4883	0.4950
RMSE	0.0630	0.0651	0.0615	0.0605	0.0605	0.0577	0.0575

此迴歸式採用Fleming(1998)建議的一般化動差法(GMM)，M1~M4 為單一迴歸式，定義為 $\sigma_{i,T}^{RV} = a + b_1\sigma_{i,T}^{FV} + \varepsilon_{i,T}$ ， $\sigma_{i,T}^{FV}$ 是預測波動度模型，它分別是IV、HV、GARCH(1,1)、ARFIMA模型；M5~M7 是包含迴歸，定義為 $\sigma_{i,T}^{RV} = a + b_1\sigma_{i,T}^{IV} + b_2\sigma_{i,T}^{FV} + \varepsilon_{i,T}$ ， $\sigma_{i,T}^{FV}$ 是預測波動度模型，它分別是HV、GARCH(1,1)、ARFIMA模型。可由R²、RMSE看出自變數對應變數的解釋能力，括號內的值為t value。*表示 0.05 顯著；**表示 0.01 顯著。

表 4-2 為預測一天的迴歸式，單一迴歸的預測能力為IV(C) > ARFIMA > IV(P) > GARCH > HV，GARCH的預測能力明顯較當期解釋能力差，與HV模型的R²值接近，在包含迴歸方面，增加HV無法有多於IV(P)的預測能力，其餘模型亦有顯著的額外資訊。

表 4-2：預測一天迴歸式

檢定預測效果(T=1)， $H_0: b_1=0, b_2=0$

σ_{it}	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
a	0.0027 (0.18)	0.0403 (2.07)	-0.0203 (-0.72)	0.01625 (0.95)	-0.0089 (-0.59)	-0.0383 (-1.64)	-0.0188 (-1.22)
IV(C)	0.7456** (9.46)				0.5378** (4.43)	0.3561** (4.91)	0.4576** (4.39)
HV		0.5376** (5.26)			0.2499* (2.02)		
GARCH			0.7358** (5.85)			0.3485* (2.25)	
ARFIMA				0.9509** (7.54)			0.5456** (3.29)
Adj R ²	0.3871	0.3121	0.3130	0.3751	0.4231	0.4254	0.4734
RMSE	0.0631	0.0669	0.0669	0.0638	0.0613	0.0611	0.0585

σ_{it}	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
a	-0.0011 (-0.08)	0.0403 (2.07)	-0.0203 (-0.72)	0.01625 (0.95)	-0.0098 (-0.70)	-0.03526 (-1.53)	-0.02113 (-1.4)
IV(P)	0.7575** (11.5)				0.6194** (5.88)	0.6058** (5.91)	0.5404** (5.06)
HV		0.5376** (5.26)			0.1717 (1.44)		
GARCH			0.7358** (5.85)			0.2718* (1.72)	
ARFIMA				0.9509** (7.54)			0.4391** (2.43)
Adj R ²	0.3625	0.3121	0.3130	0.3751	0.4223	0.4321	0.4552
RMSE	0.0640	0.0669	0.0669	0.0638	0.0615	0.0610	0.0597

此迴歸式採用Fleming(1998)建議的一般化動差法(GMM)，M1~M4 為單一迴歸式，定義為 $\sigma_{i,T}^{RV} = a + b_1\sigma_{i,T}^{FV} + \varepsilon_{i,T}$ ， $\sigma_{i,T}^{FV}$ 是預測波動度模型，它分別是IV、HV、GARCH(1,1)、ARFIMA模型；M5~M7 是包含迴歸，定義為 $\sigma_{i,T}^{RV} = a + b_1\sigma_{i,T}^{IV} + b_2\sigma_{i,T}^{FV} + \varepsilon_{i,T}$ ， $\sigma_{i,T}^{FV}$ 是預測波動度模型，它分別是HV、GARCH(1,1)、ARFIMA模型。可由R²、RMSE看出自變數對應變數的預測能力，括號內的值為t value。*表示 0.05 顯著；**表示 0.01 顯著。

表 4-3 為預測五天的迴歸式，單一迴歸的預測能力為 ARFIMA > IV > HV > GARCH，GARCH 的預測能力最差 R^2 值為 0.2109，比 HV 模型的 R^2 值更低，在包含迴歸方面，增加 HV、GARCH 模型無法有多於 IV(P) 的預測能力，只有 ARFIMA 模型有 0.05 顯著的額外資訊。

表 4-3：預測五天迴歸式

檢定預測效果(T=5)， $H_0: b_1=0, b_2=0$

σ_{it}	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
a	0.014708 (0.92)	0.04556 (2.73)	0.04279 (1.74)	0.03346 (1.68)	0.01255 (0.77)	0.01335 (0.64)	-0.01026 (-0.65)
IV \odot	0.3128** (7.73)				0.2764** (3.79)	0.3047** (5.36)	0.5431** (4.32)
HV		0.2945** (6.3)			0.0490 (0.58)		
GARCH			0.1915** (4.33)			0.0084 (0.15)	
ARFIMA				0.7979** (6.6)			0.3730* (1.98)
Adj R^2	0.3477	0.2586	0.2109	0.3673	0.3500	0.3497	0.4025
RMSE	0.0631	0.0669	0.0693	0.0611	0.0613	0.0613	0.0602

此迴歸式採用 Fleming(1998) 建議的一般化動差法(GMM)，M1~M4 為單一迴歸式，定義為 $\sigma_{i,T}^{RV} = a + b_1 \sigma_{i,T}^{FV} + \varepsilon_{i,T}$ ， $\sigma_{i,T}^{FV}$ 是預測波動度模型，它分別是 IV、HV、GARCH(1,1)、ARFIMA 模型；M5~M7 是包含迴歸，定義為 $\sigma_{i,T}^{RV} = a + b_1 \sigma_{i,T}^{IV} + b_2 \sigma_{i,T}^{FV} + \varepsilon_{i,T}$ ， $\sigma_{i,T}^{FV}$ 是預測波動度模型，它分別是 HV、GARCH(1,1)、ARFIMA 模型。可由 R^2 、RMSE 看出自變數對應變數的預測能力，括號內的值為 t value。*表示 0.05 顯著；**表示 0.01 顯著。

4.2 交易策略

將所有真實波動度預測模型帶入 B-S 選擇權定價模型中，求得預期的跨式選擇權(straddle)的價格，其中隱含波動度模型的預測值為下式：

$$RV_t = \kappa_1 + \kappa_2 IV_t + \varepsilon_t, \quad FIV_t = \hat{\kappa}_1 + \hat{\kappa}_2 IV_t \quad (37)$$

跨式選擇權為同時買或賣一個履約價格相同、到期日相同的買權和賣權，與每天收盤前的 straddle 價格比較，若模型算出的價格低於市價則賣 straddle；高於市價則買 straddle，本文僅採用價平(ATM)選擇權進行

交易，比較各個模型應用於此交易策略在考慮交易成本前、後有顯著異常報酬，臺指選擇權的交易成本為一般交易稅：權利金價格*50*千分之1.25。報酬率可由以下的公式中求得：

(未考慮交易成本)

$$\text{買一跨式選擇權的報酬} : \frac{C_t + P_t - C_{t-1} - P_{t-1}}{C_{t-1} + P_{t-1}}$$

$$\text{賣一跨式選擇權的報酬} : \frac{-(C_t + P_t - C_{t-1} - P_{t-1})}{C_{t-1} + P_{t-1}} + r_f$$

(考慮交易成本)

$$\text{買一跨式選擇權的報酬} : \frac{(C_t + P_t) * (1 - 0.00125) - (C_{t-1} + P_{t-1}) * (1 + 0.00125)}{(C_{t-1} + P_{t-1}) * (1 + 0.00125)}$$

$$\text{賣一跨式選擇權的報酬} : \frac{(C_{t-1} + P_{t-1}) * (1 - 0.00125) - (C_t + P_t) * (1 + 0.00125)}{(C_{t-1} + P_{t-1}) * (1 - 0.00125)} + r_f$$

其中 C_t, P_t 分別代表臺指選擇權的買權和賣權價格， r_f 為一日的無風險利率。本研究的實證資料平均的價內價外程度 (*moneyness*, K/S) 為 1.0021，每月平均交易日為 20.73。

由表 4-4 可看出各波動度模型對跨式選擇權的價格預測與市場價格間的關係，除了 GARCH 模型高估市場價格外，RV、IV、HV 和 ARFIMA 模型，都明顯較市場價格為低。表 4-5 說明實證期間有 310 個交易日，但 RV 只有 309 個交易日，因為在 93 年 3 月 22 日真實波動度的值為零，無法預測選擇權價格，故當天不交易。RV 和 IV 的預測值因為嚴重低估市價，賣 straddle 的天數有 292 筆，買 straddle 的僅有 17、18 筆，HV 也有相同的情況，賣 straddle 有 242 筆，買 straddle 的有 68 筆，GARCH 和 ARFIMA 的預測值因為較接近市價，故買、賣情形較為平均。

表 4-4：比較市場價格與各模型的平均預測價格

	買權	賣權	跨式選擇權
市場價格	129.9167	129.7909	259.7075
RV	87.0134	85.2882	172.3016
IV	86.6448	85.0608	171.7056
HV	119.5054	117.9204	237.4249
GARCH	131.5970	131.0109	261.6059
ARFIMA	121.5642	119.9801	241.5443

表 4-5：買、賣 straddle 資料

	總交易天數	買	賣
RV	309	17	292
IV	310	18	292
HV	310	68	242
GARCH	310	168	142
ARFIMA	310	133	177

表 4-6(a)列出各模型的每日最大報酬率的執行方式及模型預測未來一天的 straddle 價格與當天市場價格的差異和其行使交易策略的方式。舉例來說，第一列 RV 模型在民國 93 年 3 月 11 日當天因為市場價格 212 高於模型價格 132.8802，故在當天賣 straddle 隔天買 straddle，由於隔天的市場價格果真下降至 155，所以利用交易 straddle 的報酬率公式得到正的報酬率值為 26.94%，其他模型的報酬率計算方式依此類推。

表 4-6(a)：各模型報酬率最大值的執行方式 (未考慮交易成本)

	報酬率最大值的執行日期	市場價格	模型價格	策略	報酬率最大值
RV	93/03/11	212 155	132.8802	賣	26.94%
IV	93/03/11	212 155	132.6896	賣	26.94%
HV	92/10/09	83.75 258.5	87.2626	買	208.66%
GARCH	92/07/11	118 379.5	136.1029	買	221.61%
ARFIMA	92/10/09	83.75 258.5	115.977	買	208.66%

同樣的在下頁中，表 4-6(b)列出各模型的每日最小報酬率的執行方式及模型預測未來一天的 straddle 價格與當天市場價格的差異和其行使交易策略的方式。

表 4-6(b)：各模型報酬率最小值的執行方式 (未考慮交易成本)

	報酬率最小值的執行日期	市場價格	模型價格	策略	報酬率最小值
RV	92/07/11	118 379.5	84.0239	賣	-221.53%
IV	92/07/11	118 379.5	88.3355	賣	-221.53%
HV	92/07/11	118 379.5	112.4249	賣	-221.53%
GARCH	93/03/12	155 467	132.1796	賣	-201.24%
ARFIMA	92/07/11	118 379.5	112.6292	賣	-221.53%

由表 4-6(c)顯示只有 GARCH 和 ARFIMA 模型在未考慮交易成本前的平均每日報酬率大於零，RV 和 IV 模型有顯著的負報酬。取同樣期間的臺指指數資料，利用今天買明天賣的交易方式計算其報酬率，結果顯示投資於指數市場會得到的平均每日報酬率為 0.085%，GARCH 和 ARFIMA 模型的平均每日報酬率各為 2.011%、2.532%較投資於指數市場高出許多，但指數市場的每日報酬率最大、最小值的變化較小，顯示其為風險較小、獲利較低的投資方式。

表 4-6(c)：每日報酬率 (未考慮交易成本) 報表

	平均值	最大值	日期	最小值	日期	t-統計	總和
RV	-4.6945%	26.94%	93/03/12	-221.53%	92/07/14	-2.1769	-1450.51%
IV	-3.884%	26.94%	93/03/12	-221.53%	92/07/14	-1.7993	-1204.16%
HV	-0.132%	208.66%	92/10/13	-221.53%	92/07/14	-0.0607	-40.68%
GARCH	2.011%	221.61%	92/07/14	-201.24%	93/03/15	0.9277	623.36%
ARFIMA	2.532%	208.66%	92/10/13	-221.53%	92/07/14	1.1692	784.97%
臺指 指數	0.085%	5.568%	93/03/29	-6.679%	93/03/22	1.0329	26.142%

由表 4-6(d)顯示，使用交易策略所得到的報酬率的變動相當大，每個模型的報酬率標準差都將近 0.38，較投資於大盤市場的報酬率標準差要大的多。在風險值的評估方面，結果發現雖然 IV 模型的總損失較 RV 的總損失為低(表 4-6(c)所示)，但在 95%的信心水準下，IV 模型報酬率

的風險值最高。利用各模型的平均每日報酬率和標準差算出各模型的夏普指標 S_i 與市場值相比，比較方法如下式，結果顯示 GARCH、ARFIMA 模型的投資績效較市場好。

夏普指標(Sharpe Index)：

$$S_i = \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i} > \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} \text{，表示模型 } i \text{ 的投資績效較市場為佳。}$$

表 4-6(d)：經濟價值分析 (未考慮交易成本)

	標準差	5% VaR	Sharpe Index
RV	0.3791	-27.28%	-0.1254
IV	0.3801	-41.36%	-0.1038
HV	0.3821	-15.12%	-0.0050
GARCH	0.3816	-14.59%	0.0511
ARFIMA	0.3813	-15.12%	0.0648
臺指指數	0.01442	-2.19%	0.0175

表 4-7(a)在有考慮交易成本時的結果與表 4-6(c)的結果大致相似，亦顯示只有 GARCH 和 ARFIMA 模型的平均每日報酬率大於零，RV 和 IV 模型有顯著的負報酬。大盤指數資料，交易成本為指數的千分之一，若投資於指數市場會得到的平均每日報酬率為-0.015%，GARCH 和 ARFIMA 模型考慮交易成本後的平均每日報酬率尚有 1.751%、2.273%。

表 4-7(a)：每日報酬率 (考慮交易成本) 報表

	平均值	最大值	日期	最小值	日期	t-統計	總和
RV	-4.954%	26.75%	93/03/12	-222.34%	92/07/14	-2.2916	-1530.77%
IV	-4.144%	26.75%	93/03/12	-222.34%	92/07/14	-1.9147	-1284.64%
HV	-0.391%	207.89%	92/10/13	-222.34%	92/07/14	-0.1801	-121.28%
GARCH	1.751%	220.81%	92/07/14	-202%	93/03/15	0.8086	542.93%
ARFIMA	2.273%	207.89%	92/10/13	-222.34%	92/07/14	1.0499	704.6%
臺指指數	-0.015%	5.468%	93/03/29	-6.779%	93/03/22	-0.1841	-4.658%

表 4-7(b)在有考慮交易成本時的結果與表 4-6(d)的結果大致相似，每個模型的報酬率標準差都將近 0.38，較投資於指數市場的報酬率標準差要大的多。在風險值的評估方面，結果發現雖然 IV 模型的總損失較 RV 的總損失為低(表 4-7(a)所示)，但在 95%的信心水準下，IV 模型報酬率的風險值最高。利用夏普指標分析方面，結果顯示如同未考慮交易成本時，GARCH、ARFIMA 模型的投資績效較市場好，但由於指數市場的交易成本較高，故在考慮交易成本後 HV 的投資績效亦較投資於指數市場佳。

表 4-7(b)：經濟價值分析 (考慮交易成本)

	標準差	5% VaR	Sharpe Index
RV	0.3800	-27.6%	-0.1319
IV	0.3811	-41.98%	-0.1103
HV	0.3825	-15.33%	-0.0118
GARCH	0.3814	-14.8%	0.0444
ARFIMA	0.3812	-15.33%	0.0581
臺指指數	0.01442	-2.29%	-0.0519

第五章 結論與建議

本文主要的研究目的是對臺指選擇權市場，用以下這四種波動度預測模型作比較：由每日臺指報酬率得到的歷史波動度和 GARCH 模型的預測值、由高頻率交易資料得到描述緩長記憶效果的 ARFIMA 模型預測值及得自選擇權價格資訊的隱含波動度預測值。並將各個波動度模型應用交易策略於臺指選擇權市場。

本文驗證臺指選擇權的真實波動度具有緩長記憶的效果。ARFIMA 模型中，參數(p,q)的階級選取(*order selection*)，利用 AICC 準則比較 ARFIMA(0,d,0)、ARFIMA(1,d,0)和 ARFIMA(0,d,1)模型，結果發現 ARFIMA(0,d,0)的 AICC 值為 739.182 最小，且 d 值為 0.3949 有 0.01 的顯著效果。故實證分析中皆採用 ARFIMA(0,d,0)模型。

實證結果發現在當期的單一迴歸中對真實波動度的解釋能力方面，隱含波動度(買權)模型的 R^2 最高為 0.4828，且 RMSE 最低為 0.058，當期解釋能力的結果為 IV(C) > ARFIMA > GARCH > IV(P) > HV。在包含迴歸中，不管是買權或賣權的隱含波動度，其他三種模型皆對真實波動度 (RV) 有顯著的、額外的解釋能力是隱含波動(IV)未包含的資訊。

預測一天的迴歸式，單一迴歸的預測能力為 IV(C) > ARFIMA > IV(P) > GARCH > HV，GARCH 的預測能力明顯較當期解釋能力差，與 HV 模型的 R^2 值接近，在包含迴歸方面，增加 HV 無法有多於 IV(P) 的預測能力，但其餘模型亦有顯著的額外資訊。

預測五天的迴歸式，單一迴歸的預測能力為 ARFIMA > IV > HV > GARCH，GARCH 的預測能力最差 R^2 值為 0.2109，比 HV 模型的 R^2 值更低，在包含迴歸方面，增加 HV、GARCH 模型無法有多於 IV(P) 的預測能力，只有 ARFIMA 模型有 0.05 顯著的額外資訊。

在預測一天、五天的迴歸分析中，ARFIMA 對真實波動度的預測效果皆優於 GARCH 模型，雖然隱含波動度在單一迴歸式中，預測未來一天真實波動度的 R^2 值較 ARFIMA 為高，但在包含迴歸式中可看出其擁有隱含波動度未包含的額外資訊。

最後研究交易策略的實證分析，各波動度模型對跨式選擇權的價格預測與市場價格間的關係，除了 GARCH 模型高估市場價格外，RV、IV、HV 和 ARFIMA 模型，都明顯較市場價格為低。研究發現僅有 GARCH、ARFIMA 模型在扣除交易稅後仍有正的 1.75%、2.27% 的報酬率，RV 和 IV 模型有顯著的負報酬，顯示無法由此交易策略獲利。

分析有、無考慮交易成本時的經濟價值大致相似，每個模型的報酬率標準差都將近 0.38，較投資於大盤市場的報酬率標準差要大的多。在風險值的評估方面，結果發現雖然 IV 模型的總損失較 RV 的總損失為低，但在 95% 的信心水準下，IV 模型報酬率的風險值最高。利用夏普指標分析方面，結果顯示在未考慮交易成本時，GARCH、ARFIMA 模型的投資績效較市場好，在考慮交易成本後 HV 的投資績效亦較投資於大盤市場佳。

對於真實波動度無法在臺指選擇權獲利的原因為 RV 的計算方式是服從隨機過程(*random walk*)的假設，但這是錯誤的假設，故本文實證結果亦驗證其獲利能力不佳。反觀，若使用 ARFIMA 模型來描述真實波動度的緩長記憶效果，實證結果發現平均每日有 2.27% 的報酬率，且其投資績效較投資於指數市場為好，故本文亦驗證使用高頻率資料的真實波動度交易於臺指選擇權市場有經濟價值。

參考文獻

1. Andersen, T.G., and Bollerslev, T. 1998b, “D M-Dollar Volatility: Intraday Activity Patterns, Macroeconomic Announcements, and Longer-Run Dependencies”, *Journal of Finance*, 53, 219-265.
2. Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and H. Ebens, 2001a. “The Distribution of Realized Stock Return Volatility”, *Journal of Financial Economics*, 61, 43-76.
3. Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and P. Labys, 2001b. “The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility”, *Journal of the American Statistical Association*, 96, 42-55.
4. Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and P. Labys, 2003. “Modeling and Forecasting Realized Volatility”, *Econometrica*, 71, 579-625.
5. Baillie, R.T., T. Bollerslev, and H.-O. Mikkelsen, 1996, “Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 74, 3-30.
6. Baillie, R. T., 1996, “Long Memory Process and Fractional Integration in Econometrics”, *Journal of Econometrics* 73, 5-59.
7. Beran, J.A. and N. Terrin, 1994, “Estimation of The Long-memory Parameter, Based on a Multivariate Central Limit theorem”, *Journal of Time Series Analysis* 5, 269-278.
8. Blair, B. J., S. Poon, and S. J. Taylor, 2001, “Forecasting S&P100 Volatility: The Incremental Information Content of Implied Volatilities and High-frequency Index Returns”, *Journal of Econometrics*, 105, 5-26.
9. Bollerslev, T., 1986, “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31,307-327.
10. Canina, L. and S. Figlewski, (1993), “The Informational Content of Implied Volatility”, *The Review of Financial Studies*, 6 : 3, 659-681.
11. Chan W. H., Kalimipalli M., Sivakumar R., 2004, “The Economic Value of Trading With Realized Volatility in The S&P 500 Index Option Market”, *Paper presented at the FMA 2004 Conference*.
12. Chang, C.-F. and R.T. Baillie, 1993, “Small Sample Bias in Conditional Sum of Squares Estimators of Fractionally Integrated ARMA Models”, *Empirical Economics* 18, 791-806.

13. Chiras, D. P. and S. Manaster, (1978), "The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency", *Journal of Finance Economics*, 213-234.
14. Christensen, B.J. and N.R. Prabhala, 1998, "The Relation Between Implied and Realized Volatility", *Journal of Financial Economics* 50, 125-150.
15. Engle, R.F., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of The Variance of UK Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.
16. Evans, M.D.D. and K.K. Lewis, 1995, "Do Long Term Swings in The Dollar Affect Estimates of The Risk Premia?", *Review of Financial Studies*, 8, 709-742.
17. Fleming, J, 1998, "The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P 100 Index Option Prices", *Journal of Empirical Finance*, 5, 317-345.
18. Fleming, J., C. Kirby, B. Ostdiek, 2003, "The Economic Value of Volatility Timing Using "Realized" Volatility", *Journal of Financial Economics*, 67, 473-509.
19. Granger, C.W.J. and R. Joyeux, 1980, "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis* , 1, 15-39.
20. Hosking, J.R.M., 1981, "Fractional Differencing", *Biometrika* 68, 165-176.
21. Hull, J., and A. White, 1987, "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities" , *Journal of Finance*, 42, 281-300.
22. Jorion, P. (1995), "Predicting Volatility in Foreign Exchange Market", *Journal of Finance*, Vol.50, 507-528.
23. Kroner, K. F., 1996, "Creating and Using Volatility Forecasts", *Derivatives Quarterly*, 39-53.
24. Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes 1993, "Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatility", *The Review of Financial Studies*, 6(2), 293-326.
25. Latane, Henry A., and Richard J. Rendleman, Jr., 1976, "Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Options Price", *Journal of Finance*, 31, 361-381.
26. Li, K., 2002. "Long-memory versus Option-implied Volatility Predictions". *Journal of Derivatives* 9 (3), 9-25.
27. Martens, M., and J. Zein, 2004, "Predicting Financial Volatility: High-frequency Time-series Forecasts vis-à-vis Implied Volatility", *Journal of Futures Markets*, 24(11), 1005-1028.

28. Poteshman, A. M., 2000, “Forecasting Future Volatility from Option Prices”, *Working paper*, FEN.
29. Pong, S., M. B. Shackleton, S. J. Taylor and X. Xu, 2004, “Forecasting Currency Volatility: A Comparison of Implied Volatilities and AR(FI)MA models”, *Journal of Banking & Finance* 28, 2541-2563.
30. Whaley, R.E, 1982, “Valuation of American Call Options on Dividend Paying Stocks: Empirical Tests”, *Journal of Financial Economics* 10, 29-58.
31. 李丹,洪茂蔚,鍾經樊,“美元兌新台幣匯率的緩長記憶”, 民國87年5月。



附錄一

[估計 ARFIMA(0,d,0)之 MATLAB 程式]

```
fprintf(strjust('=====(0,d,0) solve d =====\n','center'));
fprintf(strjust('-----start=200, number=400-----\n','center'));
f = myfun(200,100);
[x fval] = fsolve(f, 0.4) %Solve a system of nonlinear equations
```

```
function f = myfun (start , shift)
%number = shift*4
load c:\MATLAB7\work\RV1.txt %% 1068
y13 = RV1(start+1:start+(shift*1),3); %將方程式分成四段，加快組成的速度
n13 = length(y13);
y14 = RV1(start+1:start+(shift*2),3);
n14 = length(y14);
y15 = RV1(start+1:start+(shift*3),3);
n15 = length(y15);
y16 = RV1(start+1:start+(shift*4),3);
n16 = length(y16);

c3 = [];
c4 = [];
c5 = [];
c6 = [];
c6 = [ num2str(y16(n16)) ]; %利用 MATLAB 的指令 num2str 字串組成方程式
c = [];

for i = n16-1:-1:(n15+1) %
    y1=y16(i)*(-1)^(n16-i);
    if y1 > 0
        c6 = [c6 '+'];
    end
    if y1 == 0
        continue;
    end
    a='1';
    for j = n16-1:-1:i
        h = a;
        a = [a *(x(1)-(' num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))]' num2str(n16-j)];
```

```

end
c6 = [c6 num2str(y1) '*' a];
end
for i = n15:-1:n14+1 %
y1=y15(i)*(-1)^(n15-i);
if y1 > 0
c5 = [c5 '+'];
end
if y1 == 0
continue;
end
for j = i:-1:i
h = a;
a = [a *(x(1)-( num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))' num2str(n16-j)];
end
c5 = [c5 num2str(y1) '*' a];
end
for i = n14:-1:n13+1 %
y1=y14(i)*(-1)^(n14-i);
if y1 > 0
c4 = [c4 '+'];
end
if y1 == 0
continue;
end
for j = i:-1:i
h = a;
a = [a *(x(1)-( num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))' num2str(n16-j)];
end
c4 = [c4 num2str(y1) '*' a];
end
for i = n13:-1:shift+1 %
y1=y13(i)*(-1)^(n13-i);
if y1 > 0
c3 = [c3 '+'];
end
if y1 == 0
continue;
end
for j = i:-1:i
h = a;

```



```

        a = [a *(x(1)-( num2str(n16-1) '-' num2str(j) ))]' num2str(n16-j)];
    end
    c3 = [c3 num2str(y1) '*' a];
end

c = [c6 c5 c4 c3];
c = ['(' c ')']*(' c ');
f = inline(c);

```

[估計 ARFIMA(1,d,0)之 MATLAB 程式]

```

fprintf(strjust('=====(1,d,0) solve d, phi =====\n',center'));
fprintf(strjust('-----start=200, number=400-----\n',center'));
f = myfunp(200,100);
[x fval] = fsolve(f,[0.3;0.1])

```

```

function f = myfunp (start , shift)
%number = shift*4

```

```

load c:\MATLAB7\work\RV.txt %% 1068

```

```

y13 = RV(start+1:start+(shift*1),3);
n13 = length(y13);
y14 = RV(start+1:start+(shift*2),3);
n14 = length(y14);
y15 = RV(start+1:start+(shift*3),3);
n15 = length(y15);
y16 = RV(start+1:start+(shift*4),3);
n16 = length(y16);

```

```

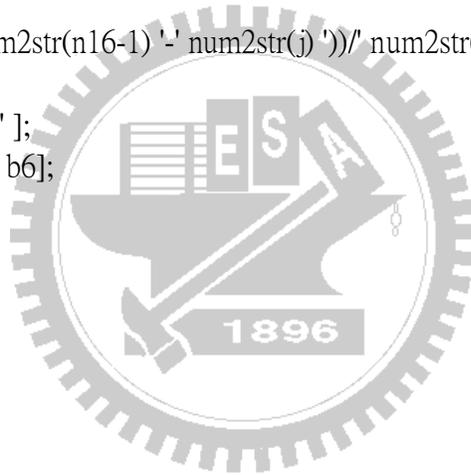
c3 = [];
c4 = [];
c5 = [];
c6 = [];
c6 = [ num2str(y16(n16)) ];
c = [];

```

```

for i = n16-1:-1:(n15+1) %
    y1=y16(i)*(-1)^(n16-i);
    if y1 > 0
        c6 = [c6 '+'];
    end
    if y1 == 0
        continue;
    end
    a='1';
    for j = n16-1:-1:i
        h = a;
        a = [a *(x(1)-(' num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))/' num2str(n16-j)];
    end
    b6 = ['(( x(2)*' h ')+' a ') '];
    c6 = [c6 num2str(y1) '*' b6];
end
for i = n15:-1:n14+1 %
    y1=y15(i)*(-1)^(n15-i);
    if y1 > 0
        c5 = [c5 '+'];
    end
    if y1 == 0
        continue;
    end
    for j = i:-1:i
        h = a;
        a = [a *(x(1)-(' num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))/' num2str(n16-j)];
    end
    b5 = ['(( x(2)*' h ')+' a ') '];
    c5 = [c5 num2str(y1) '*' b5];
end
for i = n14:-1:n13+1 %
    y1=y14(i)*(-1)^(n14-i);
    if y1 > 0
        c4 = [c4 '+'];
    end
    if y1 == 0
        continue;
    end
    for j = i:-1:i
        h = a;

```



```

        a = [a *(x(1)-(' num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))' num2str(n16-j)];
    end
    b4 = ['(( x(2)*' h ')+' a ')'];
    c4 = [c4 num2str(y1) '*' b4];
end
for i = n13:-1:shift+1 %
    y1=y13(i)*(-1)^(n13-i);
    if y1 > 0
        c3 = [c3 '+'];
    end
    if y1 == 0
        continue;
    end
    for j = i:-1:i
        h = a;
        a = [a *(x(1)-(' num2str(n16-1) '-' num2str(j) '))' num2str(n16-j)];
    end
    b3 = ['(( x(2)*' h ')+' a ')'];
    c3 = [c3 num2str(y1) '*' b3];
end
c = [c6 c5 c4 c3];
c = ['(' c ')']*(' c ');
f = inline(c);

```



[估計ARFIMA(0,d,1)之MATLAB程式]¹

```
fprintf(strjust('=====(0,d,1) solve d,theta =====\n','center'));
fprintf(strjust('-----start=300, number=400-----\n','center'));
estq(300, 400)
```

```
function estq(start,number)
```

```
options = optimset('GradObj','on'); %開啓 gradient 的最佳化設定
[x fval1] = fminsearch(@fun,[0.3, 0.1], options) %minimize a function of several variables
```

```
function [f grad] = fun(x) % x(1) = d, x(2) =  $\theta$ 
    load c:\MATLAB7\work\RV.txt %改成適合的版本
    y = RV(start:(start+number),3);
    y = seqreverse(y');
    n = length(y);
    f = 0;

    for i = 0:n-1
        temp = 1; %用來計算 d 取 i 的方法數的初始化
        ftemp = x(2)^i; %計算  $y_{t-i}$  的係數
        for j = 1:i
            temp = temp*(x(1)-j+1)/j; %用來計算 d 取 i 的方法數
            ftemp = ftemp + temp*x(2)^(i-j);
        end
        f = f + y(i+1)*ftemp*(-1)^i;
    end
    f = f^2;

    if nargout > 1 %當有兩個以上的變數時，必須分別對兩個變數偏微分
        grad = zeros(2,1);

        for i = 1:n-1 %對  $\theta$  偏微
            temp = 1;
            gtemp = i*x(2)^(i-1);
            for j = 1:i-1
```

¹在前兩個模型的估計裡我們使用MATLAB解數值解的指令fsolve，但用此指令求出的d都不符合緩長記憶的效果，故這裡我們改用fminsearch指令，將gradient的最佳化設定開啓，即可求得介於0, 0.5間的d值

```

        temp = temp*(x(1)-j+1)/j;
        gtemp = gtemp + temp*(i-j)*x(2)^(i-j-1);
    end
    grad(2) = grad(2) + gtemp*y(i+1)*(-1)^i;
end

for i = 1:n-1                                %對 d 偏微
    temp = 1;
    gtemp = 0;
    for j = 1:i
        temp = temp*(x(1)-j+1)/j;
        stemp = 0;

        for k = 1:j
            if x(1)-k+1 ~= 0
                stemp = stemp + temp/(x(1)-k+1);
            else
                htemp = 1;
                for h = 1:j
                    if h ~= k
                        htemp = htemp*(x(1)-h+1);
                    end
                end
                stemp = stemp + htemp/factorial(j);
            end
        end
        gtemp = gtemp + x(2)^(i-j)*stemp;
    end
    grad(1) = grad(1) + gtemp*y(i+1)*(-1)^i;
end
grad = grad*sqrt(f)*2;
end

end
end

```

附錄二

表一：估計 ARFIMA(0,d,0)

start	number	N	d	ε^2
100	400	500	0.1096	1.0452e-010
200	400	600	0.3949	6.8830e-004
300	400	700	0.2969	1.6850e-008
400	400	800	-0.1620	0.0010
500	400	900	0.2009	4.0278e-012
600	400	1000	0.0865	0.0029
668	400	1068	-0.1305	9.4704e-012
100	500	600	0.3052	4.2531e-004
200	500	700	0.3376	6.7465e-006
300	500	800	-0.1741	8.0280e-004
400	500	900	0.2825	2.2789e-013
500	500	1000	0.1024	0.0029
568	500	1068	-0.1220	7.4007e-011
100	600	700	0.2809	3.8863e-015
200	600	800	-0.0708	0.0017
300	600	900	0.1914	1.4956e-015
400	600	1000	-0.3510	4.8180e-010
468	600	1068	-0.1587	1.8031e-012
100	700	800	-0.1428	0.0011
200	700	900	0.2442	5.2109e-012
300	700	1000	0.1245	0.0027
368	700	1068	-0.1363	8.1892e-011
100	800	900	0.1777	9.8086e-013
200	800	1000	-0.2496	7.4989e-011
268	800	1068	-0.1680	2.7564e-011

表二：估計 ARFIMA(1,d,0)

start	number	N	d	phi	ε^2
50	400	450	0.1079	0.0429	1.9149e-015
100	400	500	0.0335	0.0794	-1.6387e-008
150	400	550	0.0561	-0.1207	1.0832e-008
200	400	600	0.3805	-0.1557	-5.9494e-012
250	400	650	0.3033	0.1052	1.4831e-008
300	400	700	0.3342	0.3795	5.5928e-005
350	400	750	0.7469	1.5370	-2.6748e-007
400	400	800	-0.1203	-0.1962	-1.4629e-011
450	400	850	0.2968	0.0956	-1.9821e-008

500	400	900	0.1234	-0.0556	-5.6970e-009
550	400	950	0.2659	0.0812	-5.7439e-006
600	400	1000	-0.3160	-0.6329	-6.6260e-010
668	400	1068	-0.0615	-0.0521	1.1848e-009
50	500	550	0.0243	-0.1562	3.7700e-008
100	500	600	0.2927	-0.0039	1.2422e-006
150	500	650	0.2664	-0.0704	-1.7440e-006
200	500	700	0.2630	0.3414	5.9602e-005
250	500	750	0.8681	1.4293	-7.1820e-007
300	500	800	-0.1710	-0.0921	-3.2901e-013
350	500	850	0.2629	0.0371	-1.9459e-005
400	500	900	0.1691	-0.0019	-3.4701e-008
450	500	950	0.2446	0.0684	-9.6120e-006
500	500	1000	-0.2987	-0.6024	-1.3323e-008
568	500	1068	-0.0564	-0.0570	7.3445e-011
50	600	650	0.3045	0.1071	3.9206e-008

表三：估計 ARFIMA(0,d,1)

start	number	N	d	theta	ε^2
100	400	500	0.0947	0.1130	7.0006e-017
150	400	550	0.1775	-0.2976	1.0573e-017
200	400	600	0.8009	-0.6462	1.8748e-018
250	400	650	0.1787	0.0920	1.2220e-019
300	400	700	0.3779	-0.0300	7.0558e-020
350	400	750	2.0691	0.2162	7.9814e-018
400	400	800	-0.1481	-0.4765	1.6206e-017
450	400	850	0.3322	0.1042	1.1481e-020
500	400	900	0.1208	0.1082	8.2547e-018
550	400	950	0.5517	0.1211	1.3999e-015
600	400	1000	-0.3489	0.1323	4.8386e-015
650	400	1050	-0.2943	0.1304	6.3628e-014
100	500	600	0.7948	-0.6424	7.6118e-019
150	500	650	0.1670	0.0795	2.1414e-020
200	500	700	0.3561	-0.0164	3.0119e-016
250	500	750	2.0689	0.2162	6.0318e-021
300	500	800	-0.0291	-0.4270	5.4209e-015
350	500	850	0.3399	0.1065	1.7375e-018
400	500	900	0.0926	0.1147	2.1255e-018
450	500	950	0.5533	0.1223	1.0467e-019
500	500	1000	-0.3694	0.1408	5.1280e-013
550	500	1050	-0.2847	0.1330	1.0605e-015
100	600	700	0.3835	-0.0316	1.3471e-020
150	600	750	2.0691	0.2162	8.1488e-018
200	600	800	-0.1420	-0.4649	5.4729e-018

250	600	850	0.3402	0.1087	9.1062e-017
300	600	900	0.0972	0.1110	1.5757e-019
350	600	950	0.5585	0.1192	1.3188e-019
400	600	1000	-0.2618	0.1249	7.8754e-012
450	600	1050	-0.2030	0.1243	2.0337e-011
100	700	800	-0.0322	-0.4252	1.4592e-016
150	700	850	0.3400	0.1057	2.6034e-019
200	700	900	0.0948	0.1116	1.1890e-014
250	700	950	0.5582	0.1203	2.6095e-019
300	700	1000	-0.2706	0.1350	3.5046e-016
350	700	1050	-0.1652	0.1276	1.1643e-019

