

附錄一 軟體設計教學目標與操作介面及使用說明

1.1 「三角形三心」軟體設計開發的教學目標

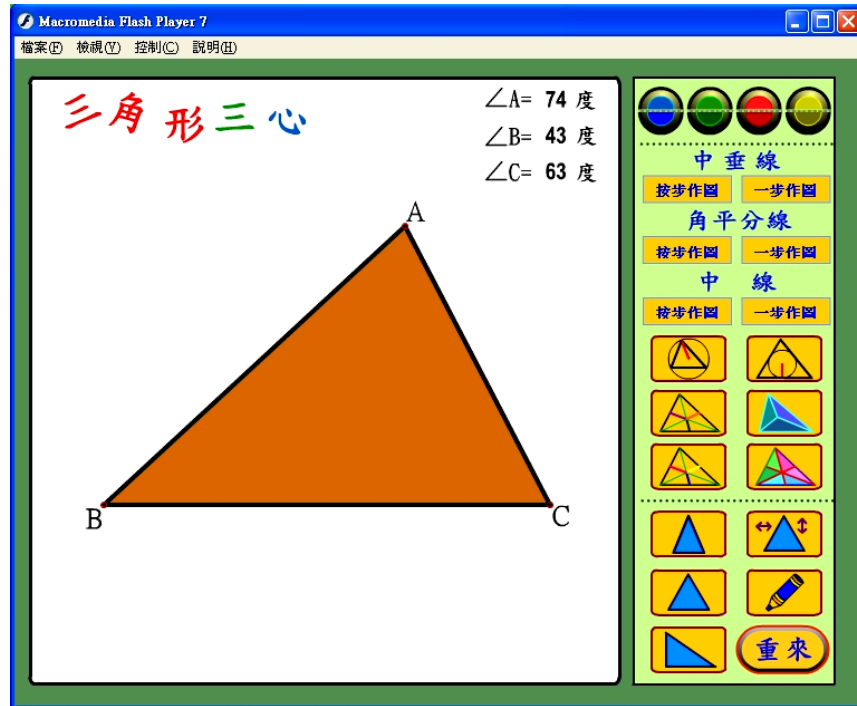
依據教育部於民國 92 年頒布，並於 94 學年度實施的「九年一貫數學學習領域課程綱要」，「三角形三心」安排在九年級的「幾何」課程上，其配合的能力指標為「能運用相似三角形的性質進行測量」

(S-4-13)、「能理解圓的幾何性質」(S-4-14)與「能利用三角形及圓的性質作推理」(S-4-15)，分年細目詮釋教學目標為「能理解三角形外心的定義和相關性質」(9-s-08)、「能理解三角形內心的定義和相關性質」(9-s-09)、「能理解三角形重心的定義和相關性質」(9-s-10)，傳統上教師教授此單元必須用尺規於黑板畫很多不同的三角形來呈現其樣式規律，故本教學軟體希望能針對此課程綱要作三角形三心「樣式」規律的探討，提供現職數學教師相關數學課程的「輔助教學軟體」，並期望能達成以下教學目標：

1. 三角形三條垂直平分線必相交於同一點，這個點即為三角形的外心
2. 理解三角形的外心至三頂點等距離，此距離即為外接圓半徑
3. 瞭解過三角形三頂點的外接圓圓心稱為三角形的外心
4. 瞭解三角形外心的位置變化
5. 理解直角三角形斜邊中點到三頂點等距離
6. 三角形三條角平分線必相交於同一點，這個點即為三角形的內心
7. 理解三角形的內心至三邊等距離，此距離即為內切圓半徑
8. 瞭解三角形內切圓的圓心稱為內心
9. 瞭解三角形內心的位置變化
10. 若 $\triangle ABC$ 周長 s ，內切圓半徑 r ，則 $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{1}{2}rs$
11. 三角形三條中線必相交於同一點，這個點稱為三角形的重心
12. 瞭解三角形重心的位置變化
13. 理解三角形的重心到一頂點距離等於它到對邊中點的兩倍
14. 解三角形三條中線將三角形面積六等份
15. 理解正三角形三心共點

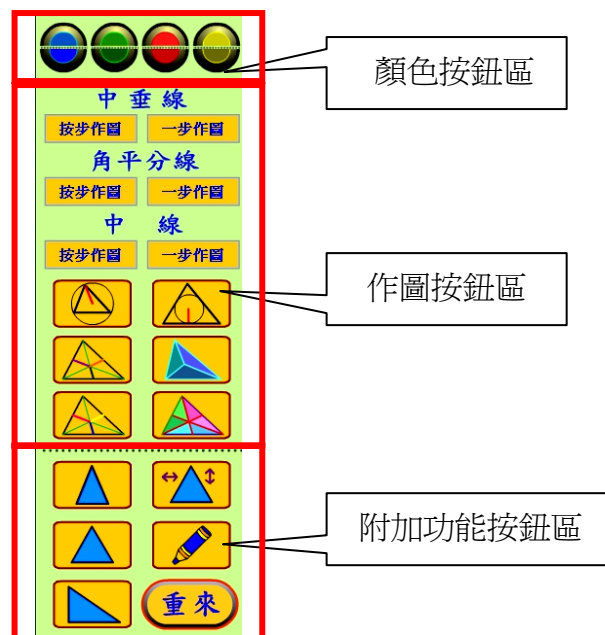
1.2 「三角形三心」軟體操作介面及使用說明

一、三角形三心軟體操作畫面（如附圖 1.1）：分為工具面版與操作面版。



附圖 1.1 三角形三心軟體操作畫面

1. 工具面版（如附圖 1.2）：分為顏色按鈕區、作圖按鈕區與附加功能按鈕區，按鈕元件功能說明如下表 6-4-1。



附圖 1.2 三角形三心工具面版

附表 1.1 三角形三心按鈕元件功能說明

元件圖示	功能說明
	改變三角形內部顏色，有四種顏色可選。
	按一次會顯示部分作圖，可持續按壓直至完成全部作圖，此時若再按壓一次會清除全部作圖。 會顯示尺規作圖痕跡。
	按一次會顯示全部作圖，再按壓一次則清除全部作圖。 不會顯示尺規作圖痕跡。
	顯示外接圓半徑，並可拖曳半徑描繪外接圓。
	清除外接圓半徑，並顯示三角形外接圓。
	清除三角形外接圓。
	顯示內切圓半徑，並可拖曳半徑描繪內切圓。
	清除內切圓半徑，並顯示三角形內切圓與切點。
	清除三角形內切圓。
	顯示三角平分線依內心產生的線段。
	清除三角平分線依內心產生的線段。
	顯示內心至三頂點連線線段，並可拖曳三個小三角形。
	清除內心至三頂點連線線段及三個小三角形。
	顯示三中線依重心產生的比例線段。
	清除三中線依重心產生的比例線段。













(續後頁)













附表 1.1 三角形三心按鈕元件功能說明（接前頁）


	顯示三中線產生的六個小三角形。
	清除三中線產生的六個小三角形。
	移動三角形。
	固定三角形。
	產生等腰三角形。
	產生正三角形。
	產生直角三角形。
	游標變成畫筆，可在畫面上塗鴉。
	畫筆消失，不可在畫面上塗鴉。
	清除塗鴉痕跡。
	整個畫面清除重來。


(1) 每個按鈕相互之間可合併交互使用相輔相成，另一方面卻能保有自身獨立功能，不互相排斥。


(2) 操作進行中可隨時改變三角形內部顏色。

(3) 、 與  是一組連串按鈕，按下  按鈕顯示外接圓半徑，同時  按鈕消失而  按鈕出現，按下  按鈕則清除外接圓半徑，並顯示三角形外接圓，同時  按鈕消失而  按鈕出現，再按下  按鈕則清除三角形外接圓，同時  按鈕消失而  按鈕出現。


(4) 、與是一組連串按鈕，按下按鈕顯示內切圓半徑，同時按鈕消失而按鈕出現，按下按鈕則清除內切圓半徑，並顯示三角形內切圓與切點，同時按鈕消失而按鈕出現，再按下按鈕則清除三角形內切圓，同時按鈕消失而按鈕出現。

(5) 當有欲觀察的圖形跑到畫面外時，可按拖曳整個三角形來改變位置。


(6) 按下按鈕後會產生三內角平分線，並產生三條內心到內分點連線的線段，三線段均可旋轉，先選好想要旋轉的線段並在其上點一下，再壓住其頂點旋轉，可與重心比例性質作比較，瞭解角平分線依內心作切割並無比例關係。


(7) 按下按鈕後 $\triangle ABC$ 會依內心至三頂點連線線段切割成三個可拖曳的小三角形 $\triangle ABI$ 、 $\triangle BCI$ 與 $\triangle CAI$ ，畫面下方會產生一條紅色基準線，小三角形A、B與C三點具有旋轉的功能，I點具有與其對邊平行移動的功能，建議可拖曳三個小三角形，將 \overline{AB} 邊、 \overline{BC} 邊與 \overline{CA} 邊貼齊紅線來觀察三角形面積公式


$$\Delta_{ABC} = \frac{rs}{2} \text{ 的產生。}(r \text{ 為內切圓半徑，} s \text{ 為三角形周長)。$$


(8) 按下按鈕後會產生三中線，並產生三條重心到三邊中點連線的線段，三線段均可旋轉，先選好想要旋轉的線段並在其

上點一下，再壓住其頂點旋轉，可瞭解中線被重心切割成 2:1 的比例關係。

(9) 按下  按鈕後會依中線產生六個小三角形，小三角形三邊可左右移動，三頂點具有與其對邊平行移動的功能，先在選定要移動的三角形內部點一下，再壓住其邊或頂點移動，可發現六個小三角形均可重疊在一起，瞭解其面積均相等。

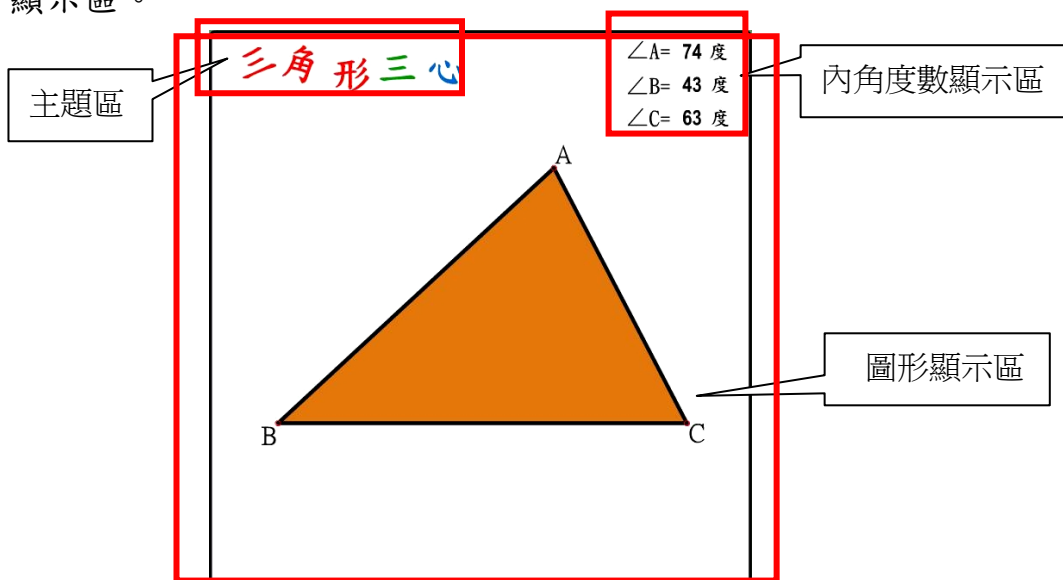
(10) 按下  按鈕產生等腰三角形時，是以 C 點為固定點，B 點 X 座標每次均會微幅增加，Y 座標將移至與 C 點相同，而 A 點會移至 B、C 兩點的中垂線上。

(11) 按下  按鈕產生正三角形時，是以 C 點為固定點，B 點 X 座標不變，Y 座標移至與 C 點相同，而 A 點會移至 B、C 兩點的中垂線上，並距離 BC 有 $\frac{\sqrt{3}}{2}BC$ 長的距離。

(12) 按下  按鈕產生直角三角形時，是以 A、C 兩點為固定點，B 點 X 座標將移至與 A 點相同，Y 座標移至與 C 點相同。

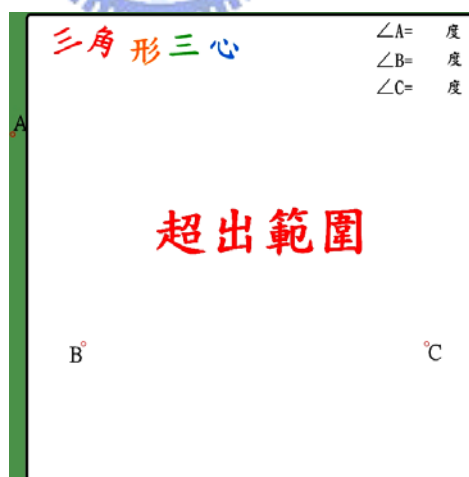
(13) 按下  按鈕可隨時使用畫筆在畫面上標記解說，同時於操作面版出現  按鈕，按下  按鈕可清除塗鴉痕跡，塗鴉痕跡全部被移除後  按鈕會隱藏起來。

2. 操作面版 (如附圖 1.3)：分為主題區、內角度數顯示區與圖形顯示區。



附圖 1.3 三角形三心操作面版

- (1) 可任意拖曳三角形 A、B、C 三頂點來產生新的三角形，並會即刻顯示三內角度數，可立即判斷為銳角三角形、直角三角形或鈍角三角形。
- (2) 三角形若超出白底的圖形顯示區，則三角形及內角度數會消失，剩下三頂點並產生警告文字：『超出範圍』（如附圖 1.4）。



附圖 1.4 三角形三心警告文字

- (3) 按下工具面版按鈕所出現的圖形會於圖形顯示區顯示。

1.3 「圓與三角形」軟體設計開發的教學目標

依據教育部於民國 92 年頒布，並於 94 學年度實施的「九年一貫數學學習領域課程綱要」，三角形「外心」與「內心」安排在九年級的「幾何」課程上，其分年細目詮釋教學目標為「能理解三角形外心的定義和相關性質」(分年細目編號 9-s-08)、「能理解三角形內心的定義和相關性質」(分年細目編號 9-s-09)，教師在教授「外心」與「內心」相關性質時均會談到「外接圓」與「內切圓」，若此時我們從「圓」的角度來看三角形，此「圓內接三角形」與「圓外切三角形」又能使圓產生什麼樣的性質？

在九年級的「幾何」課程綱要中，其分年細目詮釋教學目標有「能理解圓的相關性質」(分年細目編號 9-s-07)與「能以三角形和圓的性質為題材來學習推理」(分年細目編號 9-s-11)的課程教授，故本軟體希望能針對「圓內接三角形」與「圓外切三角形」來探討「圓與三角形」呈現的「樣式」規律，提供現職數學教師相關數學課程的「輔助教學軟體」，並期望能達成以下教學目標：

1. 瞭解圓內接三角形任兩邊中垂線的交點（外心）即為圓心所在
2. 理解圓內接三角形的一邊為直徑時，此三角形必為直角三角形（即直徑所對的圓周角必是直角），反之圓內接三角形為直角三角形時，其斜邊必為直徑
3. 理解多個圓內接直角三角形斜邊交點即為圓心所在
4. 理解圓內接直角三角形中，外接圓半徑 $R = \text{斜邊} \div 2$
5. 瞭解圓外切三角形任兩角平分線的交點（內心）即為圓心所在
6. 理解圓外切直角三角形中，內切圓半徑 $r = (\text{兩股和一斜邊}) \div 2$
7. 瞭解切線長性質：切線長相等
8. 理解對同一弧的圓周角必相等

本軟體在介面設計上均使用中文，按鈕的使用上可交互運用，並無相關限制，搭配內角度數的顯示可使教師輕易瞭解目前三角形為銳角三角形、鈍角三角形或直角三角形以利解說，並提供三個特殊三角形----「等腰三角形」、「直角三角形」與「正三角形」的按鈕，以利教師操作。備有「畫筆」按鈕，可讓教師直接在畫面上作解說。相信藉由此軟體，可讓學生對「三角形三心」與「圓的相關性質」有更進一步的瞭解與認識。

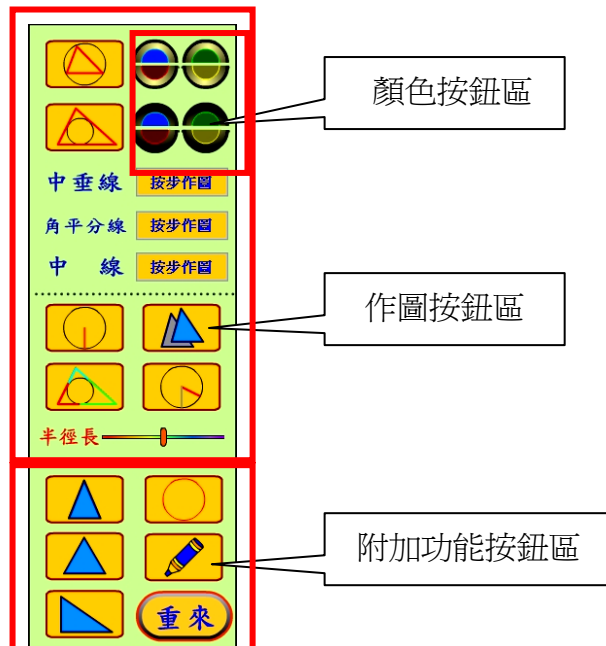
1.4 「圓與三角形」軟體操作介面及使用說明

一、圓與三角形軟體操作畫面（如附圖 1.5）：分為工具面版與操作面版。



附圖 1.5 圓與三角形軟體操作畫面

1. 工具面版（如附圖 1.6）：分為顏色按鈕區、作圖按鈕區與附加功能按鈕區，按鈕元件功能說明如下表 6-4-2。



附圖 1.6 圓與三角形工具面版





附表 1.2 圓與三角形按鈕元件功能說明



元件圖示	功能說明
	分別針對內接三角形或外切三角形改變內部顏色，有四種顏色可選。
	按一次會顯示部分作圖，可持續按壓直至完成全部作圖，此時若再按壓一次會清除全部作圖。會顯示尺規作圖痕跡。
	顯示內接三角形。
	清除內接三角形。
	顯示外切三角形。
	清除外切三角形。
	顯示圓半徑，並可拖曳半徑。
	清除圓半徑。
	顯示外切三角形三頂點對圓所做的切線。
	清除外切三角形三頂點對圓所做的切線。
	複製內接三角形或外切三角形。
	清除複製三角形。
	隱藏圓心。
	顯示圓心。
	複製半徑。
	清除複製半徑。


(續後頁)


附表 1.2 圓與三角形按鈕元件功能說明（接前頁）


	變更圓的半徑長。
	產生等腰三角形。
	產生正三角形。
	產生直角三角形。
	游標變成畫筆，可在畫面上塗鴉。
	畫筆消失，不可在畫面上塗鴉。
	清除塗鴉痕跡。
	整個畫面清除重來。


- (1) 每個按鈕相互之間可合併交互使用相輔相成，另一方面卻能保有自身獨立功能，不互相排斥。
- (2) 操作進行中可隨時改變三角形內部顏色及圓的半徑長。
- (3) 壓住圓心可拖曳整個圓，若隱藏圓心則無法拖曳圓。
- (4) 內接三角形與外切三角形可同時顯示也可顯示其一，操作時需先選擇內接三角形或外切三角形才能搭配其他功能按鈕使用。
- (5) 內接三角形三頂點可在圓上拖曳。
- (6) 外切三角形三頂點可任意拖曳，拖曳某一頂點時，其對邊會保持斜率不變。
- (7) 按下  按鈕後，軟體會依據當下是內接三角形或外切三角形做複製，可複製多次；要移除時按下  按鈕，會以最晚複製的三角形先被移除為原則作移除動作，複製的三角形全部被移除後  按鈕會隱藏起來。
- (8) 按下  按鈕後，軟體會複製半徑，可複製多次；要移除



時按下  按鈕，會以最晚複製的半徑先被移除為原則，作移除動作，複製的半徑全部被移除後  按鈕會隱藏起來。

(9) 按下  按鈕所產生的六條切線可分別以外切三角形三頂點為圓心做旋轉。

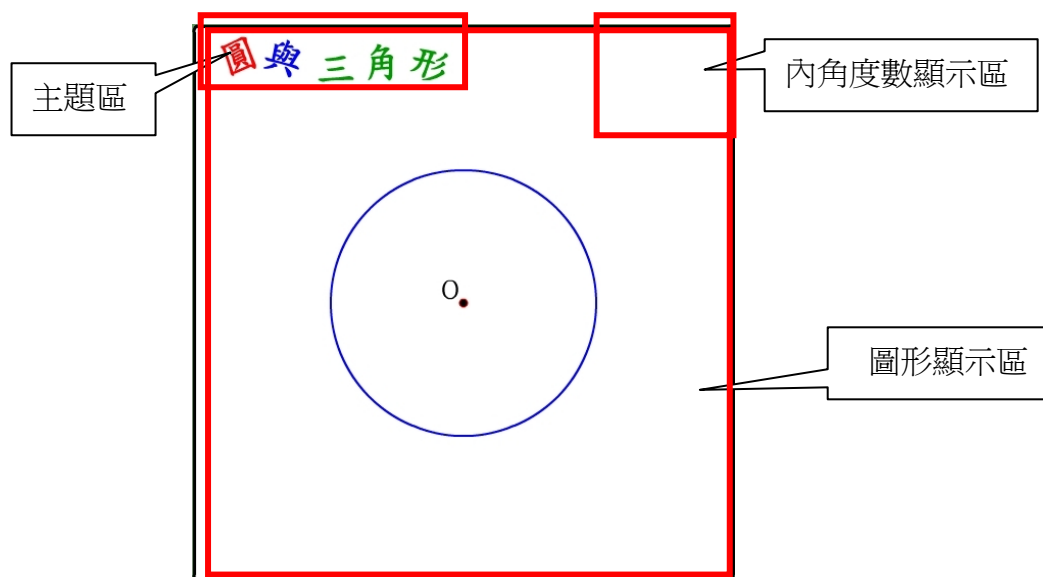
(10) 按下  按鈕產生等腰三角形時，內接三角形是以 A 點為固定點，移動 B 點與 C 點而成等腰三角形；外切三角形是移動 P、Q、R 三點而成等腰三角形。

(11) 按下  按鈕產生正三角形時，內接三角形是以 A 點為固定點，移動 B 點與 C 點而成正三角形；外切三角形是以直線 PR 斜率不變來移動 P、Q、R 三點而成正三角形。

(12) 按下  按鈕產生直角三角形時，內接三角形是以 A、B 兩點為固定點，C 點移至 A 點對圓心 O 作對稱的對稱點座標上而成直角三角形；外切三角形是以 P 點不動，讓 QR 線段移動至與 PR 線段垂直，即 R 點為直角點而成直角三角形。

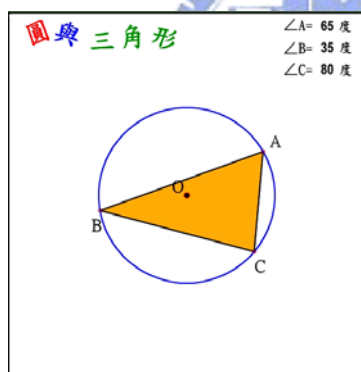
(13) 按下  按鈕可隨時使用畫筆在畫面上標記解說，同時於操作面版出現  按鈕，按下  按鈕可清除塗鴉痕跡，塗鴉痕跡全部被移除後  按鈕會隱藏起來。

2. 操作面版 (如附圖 1.7)：分為主題區、內角度數顯示區與圖形顯示區。

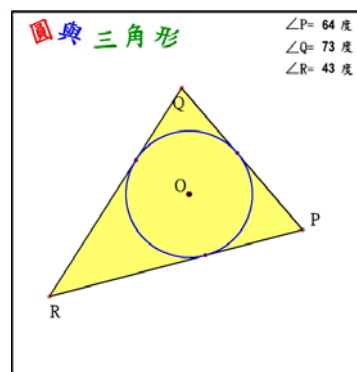


附圖 1.7 圓與三角形操作面版

(1) 內角度數顯示區會依據選擇內接三角形或外切三角形而做顯示 (如附圖 1.8 及附圖 1.9)。

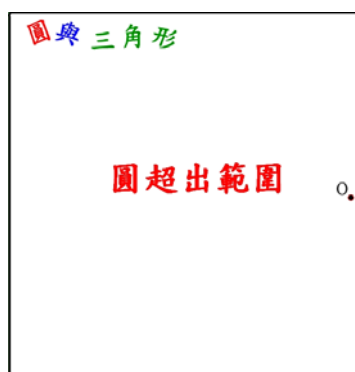


附圖 1.8 內接三角形圖例



附圖 1.9 外切三角形圖例





(2) 圓若超出白底的圖形顯示區，則圖形與內角度數會消失，剩下圓心並產生警告文字：「圓超出範圍」(如附圖 1.10)。

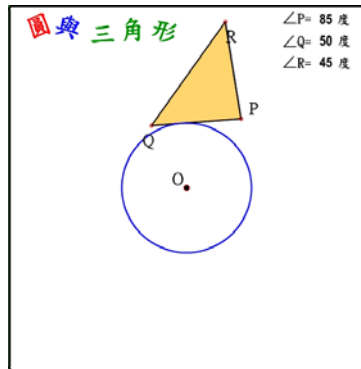


附圖 1.10 圓與三角形警告文字

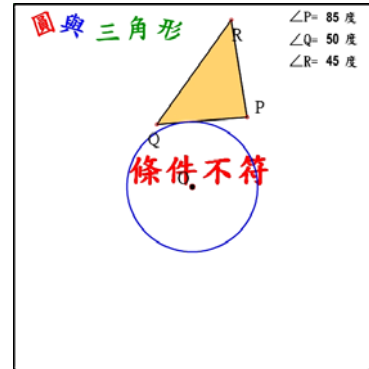
(3) 按下工具面版按鈕所出現的圖形會於圖形顯示區顯示。

(4) 外切三角形若拖曳如附圖 1.11 等情況使圓未在三角形內部

部，則按下 、、 及  按鈕除了無作用外，會產生警告文字：「條件不符」(如附圖 1.12)。



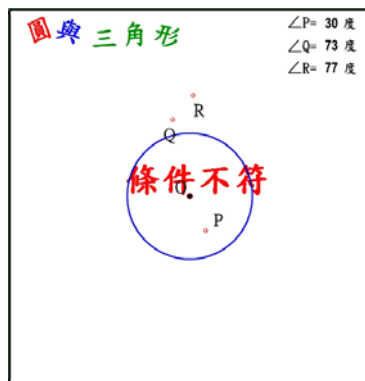
附圖 1.11 圓未在三角形內部



附圖 1.12 圓與三角形警告文字

(5) 外切三角形若將任一頂點拖曳至圓內部，則按下 、

、 及  按鈕除了無作用外，會產生警告文字：「條件不符」(如附圖 1.13)，且此時只有圓內頂點可移動，圓外兩點無法移動。



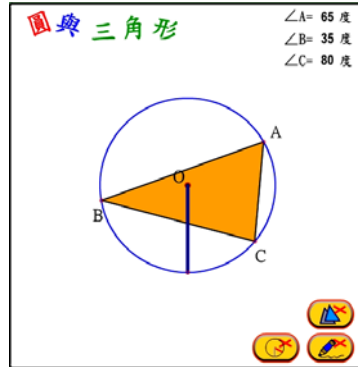
附圖 1.13 圓與三角形警告文字

(6) 按下 、 與  按鈕會於操作面版右下方分別

顯現相對應的按鈕 、 與  (如附圖

1.14) , 當操作面版上的複製圖形或塗鴉痕跡移除完畢 ,

、與按鈕才會隱藏不見。



附圖 1.14 顯現移除按鈕

