

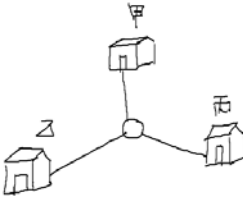
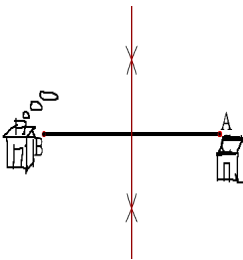
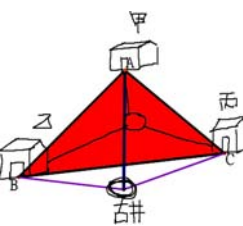
## 附錄四 三角形三心教學活動設計表與學習單

### 4.1 三角形三心教學活動設計

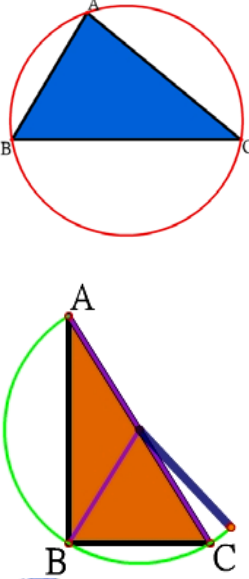
教材名稱	三角形的外心、內心與重心	
設計者	姓名	服務單位
	謝銘祥	北縣某國中
關鍵字	外心、內心、重心	
適用年級	國中七年級與九年級	
主 題	三角形的三心性質	
能力指標	S-4-14 與 S-4-15	
分年細目	9-s-07、9-s-08、9-s-09 與 9-s-10	
教學目標	1. 知道三角形的外心、內心、重心的意義及性質。 2. 能利用外心、內心、重心的性質做簡單的計算。	
設計理念	在課堂上幾何教學常常無法讓學生充分瞭解圖形的多樣化與規律性，若能以生動的電腦輔助教學軟體來帶領同學了解三角形外心、內心與重心，再搭配學習單的練習，相信可以讓學生更了解三角形三心的特性，更有興趣積極參與。	
設備說明	1. 學校設備： 雖然學校有電腦教室四間，然因時間上只夠電腦課專用，無法安排其他領域課程使用，故本課程設計資訊融入教材上課地點為原上課教室，教室配有擴音器與白色布幕各一個，資訊組有單槍投影機、音源線可供借用，設備組有電源延長線可供借用。 2. 使用軟硬體設備： 「三角形三心」flash 軟體與「圓與三角形」flash 軟體 單槍投影機 白色布幕 筆記型電腦 音源線 擴音器 電源延長線	

附表 4.1 「外心與三角形關係」教學活動設計表

教師活動	學生活動	評量、提示與 注意事項	Duval 幾 何認知 理解模 式	van Hiele 五階段 學習模 式
<p>一、準備活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 先將「三角形三心」Flash 軟體儲存至筆記型電腦中。</li> <li>2. 至資訊組借單槍投影機一部、音源線與電源延長線各一條。</li> <li>3. 請學生幫忙將單槍投影機、音源線與電源延長線拿至班級教室。</li> </ol> <p>二、引導活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師說明此次上課教材內容大要與地位。</li> <li>2. 發給學生三角形外心學習單。</li> <li>3. 教師簡單說明軟體樣貌與操作方式。</li> <li>4. 引導題：若有甲、乙、丙三戶住家想共掘一口水井來使用，水井的位置應選在</li> </ol>	<p>學生分成二人一組</p> <p>先請一位學生幫忙將器材拿至教室。</p> <p>聆聽</p> <p>觀看、聆聽</p> <p>提供問題讓學生思考，藉此引入三角形外心概念</p>		<p>知覺性理解</p>	<p>學前諮詢</p> <p>引導學習方向</p>

<p>何處才能使三戶住家與水井的距離都相等？</p> <p>三、發展活動</p> <p>1. 先備知識</p> <p>(1) 中垂線性質：中垂線上任一點到兩端點等距離。</p> <p>2. 先將上述引導題簡化成兩戶住家，將住家比喻為端點，請學生思考是否只要在中垂線上取一點當水井地點即可到兩住家等距離。</p> <p>3. 回到原題目鼓勵學生猜想並畫畫看如何找出水井位置。</p> <p>4. 使用「三角形三心」軟體解釋說明水井位置在於兩條中垂線的交點上，即此交點到甲、乙、丙三地等距離。</p> <p>5. 請學生猜想甲、乙、丙三戶住家若有人搬家移動位置，是否還能找到水井，使水</p>	<p>聆聽</p> <p>思考與討論</p> <p>瞭解應用中垂線性質取得水井地點</p> <p>發表看法</p> <p>觀看、聆聽</p> <p>思考與討論並發表看法</p>	 <p>確定每個學生都瞭解問題</p>  	<p>知覺性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>知覺性理解</p>	<p>解說</p> <p>解說</p> <p>自由探索</p> <p>統整</p> <p>自由探索</p>
--	--	---	---	---

<p>井與三戶住家的距離都相等。</p> <p>6. 使用「三角形三心」軟體解釋一定存在水井位置，即存在兩條中垂線的交點且到三頂點等距離。並請學生觀察若將住家與水井看做是地圖上的點，將住家三點連起來形成任意三角形，則兩條中垂線交點（水井所在位置）有何規律性？</p>	<p>聆聽、觀察水井所在位置的規律性並發表看法：可能在三角形內部、斜邊中點或外面</p>		<p>操作性理解</p>	<p>自由探索</p>
<p>7. 使用「三角形三心」軟體請學生觀察若作三角形第三邊的中垂線，則是否會交於前兩條中垂線的交點上，即三條中垂線是否共點？</p>	<p>觀察三條中垂線是否共點，交點是否有規律性</p>		<p>操作性理解</p>	<p>自由探索</p>
<p>8. 使用「三角形三心」軟體說明因三中垂線交點到三頂點等距離，故能以此交點為圓心畫出三角形</p>	<p>聆聽、觀察寫學習單</p>		<p>操作性理解</p>	<p>統整</p>

<p>外接圓，因為此交點為外接圓圓心，故稱為外心</p> <p>9. 請學生猜想是否每個三角形都能畫出外接圓？若是，如何標出外心位置？</p> <p>10. 使用「三角形三心」軟體操作說明外心在三中垂線交點上，每個三角形都能畫出外接圓並只能畫出唯一一個外接圓，另外直角三角形的外心在斜邊中點上，故斜邊中點到三頂點等距離。</p> <p>四、綜合活動</p> <p>1. 指導學生針對學習單問題實施分組討論並歸納結論。</p> <p>2. 請學生分組報告並針對學生的結論作說明，順便複習上課內容。</p> <p>3. 指派作業：提出相關問題讓學生了解外心性質應用</p>	<p>思考與討論並發表看法：每個三角形都能畫出外接圓，外心在三中垂線交點上</p> <p>聆聽、觀察寫學習單</p> <p>分組討論並加以融會貫通</p> <p>推派各組代表報告</p> <p>寫學習單的例題</p>		<p>知覺性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>論述性理解</p>	<p>自由探索</p> <p>統整</p> <p>自由探索與統整</p>
--	--	---	--	--------------------------------------

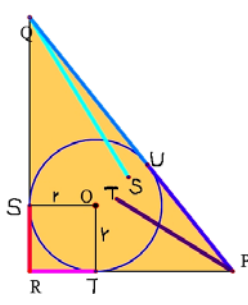
附表 4.2 「內心與三角形關係」教學活動設計表

教師活動	學生活動	教學圖例	Duval 幾何認知理解模式	van Hiele 五階段學習模式
<p>一、準備活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 先將「三角形三心」Flash 軟體儲存至筆記型電腦中。</li> <li>2. 至資訊組借單槍投影機一部、音源線與電源延長線各一條。</li> <li>3. 請學生幫忙將單槍投影機、音源線與電源延長線拿至班級教室。</li> </ol> <p>二、引導活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師說明此次上課教材內容大要與地位。</li> <li>2. 發給學生三角形內心學習單。</li> <li>3. 教師簡單說明軟體樣貌與操作方式。</li> <li>4. 引導題：若有三條山路交會成三角形，欲在三角形內部蓋一個涼亭，如果要使涼</li> </ol>	<p>學生分成二人一組</p> <p>先請一位學生幫忙將器材拿至教室。</p> <p>聆聽</p> <p>觀看、聆聽</p> <p>提供問題讓學生思考，藉此引入三角形內心概念</p>		<p>知覺性理解</p>	<p>學前諮詢</p> <p>引導學習方向</p>

<p>亭到三條山路等距離，請問應該蓋在哪裡呢？</p> <p>三、發展活動</p> <p>1. 先備知識</p> <p>(1) 角平分線性質：角平分線上任一點到兩邊等距離。</p> <p>2. 先將上述引導題簡化成兩條山路，請學生思考是否只要在角平分線上取一點當涼亭地點即可到兩山路等距離。</p> <p>3. 回到原題目鼓勵學生猜想並畫畫看如何找出涼亭位置。</p> <p>4. 使用「三角形三心」軟體解釋說明涼亭位置在於兩條角平分線的交點上。</p> <p>5. 請學生猜想三條山路若有山路因地震而移動位置，是否還能找到涼亭，使涼亭到三條山路的距離都相等。</p> <p>6. 使用「三角形三</p>	<p>聆聽</p> <p>思考與討論 瞭解應用角平分線性質取得涼亭地點</p> <p>發表看法</p> <p>觀看、聆聽</p> <p>思考與討論 並發表看法</p> <p>聆聽、觀察</p>	 	<p>知覺性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>知覺性理解</p> <p>操作性</p>	<p>解說</p> <p>解說</p> <p>自由探索</p> <p>統整</p> <p>自由探索</p> <p>自由探</p>
--	--	--	--	--

<p>心」軟體解釋一定存在涼亭位置，並請學生觀察若將涼亭看做是地圖上的點，將任意三條山路交會成三角形，則涼亭所在位置有何規律性？</p>	<p>涼亭所在位置的規律性並發表看法：必在三角形內部</p>		<p>理解</p>	<p>索</p>
<p>7. 使用「三角形三心」軟體請學生觀察若作三角形第三個角的角平分線，則是否會交於前兩條角平分線的交點上，即三條角平分線是否共點？</p>	<p>觀察三條角平分線是否共點，交點是否有規律性</p>		<p>操作性理解</p>	<p>自由探索</p>
<p>8. 使用「三角形三心」軟體說明能以三角平分線交點為圓心畫出三角形內切圓，因為此交點為內切圓圓心，故稱為內心，內心必在三角形內部，且到三角形三邊等距離。</p>	<p>聆聽、觀察寫學習單</p>		<p>操作性理解</p>	<p>統整</p>
<p>9. 請學生猜想是否每個三角形都能畫出內切圓？若是，如何標出圓</p>	<p>思考與討論並發表看法：每個三角形都能畫</p>		<p>知覺性理解</p>	<p>自由探索</p>



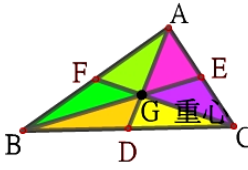
<p>心位置？</p> <p>10. 使用「三角形三心」軟體操作說明每個三角形都能畫出內切圓並只能畫出唯一一個內切圓。</p> <p>11. 使用「圓與三角形」軟體操作展示切點與頂點連線所形成的切線長等長，並操說明直角三角形內切圓半徑=（兩股和一斜邊）÷ 2。</p> <p>12. 詢問學生三角形面積公式為何？</p> <p>13. 透過三角形內心與三頂點的連線將三角形切割成三個小三角形，使用「三角形三心」軟體將三個小三角形重新組合成一個與原三角形面積相同的新三角形，詢問學生新三角形面積公式為何？</p> <p>14. 透過軟體操作</p>	<p>出內切圓，且圓心在三條角平分線交點上</p> <p>聆聽、觀察 寫學習單 聆聽與觀察</p> <p>回答三角形面積公式為底×高÷2</p> <p>觀察、思考與討論並回答問題，瞭解與小學不一樣的三角形面積求法</p> <p>聆聽</p>	  	<p>操作性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>論述性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>論述性理解</p>	<p>統整</p> <p>統整</p> <p>引導學習方向</p> <p>解說與自由探索</p> <p>統整</p>
---	--	--	--	--

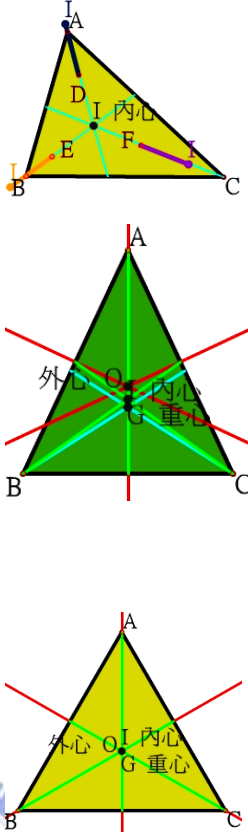
<p>讓學生觀察瞭解到三角形面積公式可寫成</p> $\Delta = \frac{1}{2}rs$ <p>其中 r 為△ABC 的內切圓半徑，s 為周長，另一方面內切圓半徑長也可由 <math>r = \frac{2\Delta}{s}</math> 求得。</p> <p>四、綜合活動</p> <p>3. 指導學生針對學習單問題實施分組討論並歸納結論。</p> <p>4. 請學生分組報告並針對學生的結論作說明，順便複習上課內容。</p> <p>5. 指派作業：提出相關問題讓學生了解內心性質的應用。</p>	 <p>分組討論並加以融會貫通</p> <p>推派各組代表報告</p> <p>寫學習單的例題</p>		<p>論述性理解</p>	<p>自由探索與統整統整</p>
--	--	--	--------------	------------------

附表 4.3 「重心與三角形關係」教學活動設計表

教師活動	學生活動	教學圖例	Duval 幾何認知理解模式	van Hiele 五階段學習模式
<p>一、準備活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 先將「三角形重心」Flash 軟體儲存至筆記型電腦中。</li> <li>2. 至資訊組借單槍投影機一部、音源線與電源延長線各一條。</li> <li>3. 請學生幫忙將單槍投影機、音源線與電源延長線拿至班級教室。</li> </ol> <p>二、引導活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師說明此次上課教材內容大要與地位。</li> <li>2. 發給學生三角形重心學習單。</li> <li>3. 教師簡單說明軟體樣貌與操作方式。</li> <li>4. 引導題：<u>小明</u>拿起課本在轉書，若課本形狀是質地均勻的三角形，則要讓課本</li> </ol>	<p>學生分成二人一組</p> <p>先請一位學生幫忙將器材拿至教室。</p> <p>聆聽</p> <p>觀看、聆聽</p> <p>提供問題讓學生思考，藉由否定外心與內心的可能性引入</p>		<p>知覺性理解</p>	<p>學前諮詢</p> <p>引導學習方向</p>

<p>完全沒有傾斜且平穩的旋轉，手指必須要放在三角形的何處呢？詢問學生是否應將手指放在某一「平衡點」上，這「平衡點」在哪裡呢？應該會有幾個點？是三中垂線的交點外心嗎？或是三角平分線的交點內心呢？</p> <p>三、發展活動</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 猜想三角形任兩條中線的交點就是上述問題中「平衡點」的所在，使用「三角形三心」軟體操作說明第三條中線是否會通過前兩條中線的交點，即三條中線是否共點？</li> <li>2. 請學生猜想若三條中線共點，則交點位於三角形何處？</li> <li>3. 使用「三角形三心」軟體操作說明三中線交點的</li> </ol>	<p>三角形重心概念</p> <p>觀察三條中線是否共點</p> <p>討論思考三中線交點是否有規律性</p> <p>觀看與聆聽，瞭解交點的規律</p>	 	<p>知覺性理解</p> <p>操作性理解</p>	<p>解說</p> <p>自由探索</p> <p>統整</p>
---	--	---	---------------------------	---------------------------------


<p>規律性。</p> <p>4. 基於平衡的概念，請學生猜想三角形被三中線切割成六個小三角形，其面積是否均相等？</p> <p>5. 使用「三角形三心」軟體操作說明六個小三角形面積均相等，所以將三角形三中線的交點稱為此三角形的重心（或幾何中心）</p> <p>6. 使用「三角形三心」軟體舉例說明重心在中線上的比例位置（重心到頂點的距離等於重心到對邊中點距離的兩倍）。</p> <p>7. 請同學猜想是否任意三角形的重心在中線上有相同的比例位置？</p> <p>8. 使用「三角形三心」軟體操作說明任意三角形重心到頂點的距離等於重心到對邊中點距離的兩倍</p>	<p>性：必在三角形內部</p> <p>思考與討論</p> <p>觀看與聆聽，瞭解三中線將三角形切割成六個等面積的小三角形 寫學習單</p> <p>聆聽、觀察</p> <p>討論思考</p> <p>聆聽、觀察 寫學習單</p>	   	<p>自由探索</p> <p>操作性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>知覺性理解</p> <p>操作性理解</p>	<p>統整</p> <p>解說</p> <p>自由探索</p> <p>統整</p>
---	---	---	---	---

<p>並舉內心為例操作說明內心無此性質。</p> <p>9. 請同學分別猜想等腰三角形與正三角形中外心、內心與重心的位置關係為何？</p> <p>10. 使用「三角形三心」軟體操作說明等腰三角形與正三角形中其外心、內心與重心的位置關係。</p> <p>四、綜合活動</p> <p>1. 指導學生針對學習單問題實施分組討論並歸納結論。</p> <p>2. 請學生分組報告並針對學生的結論作說明，順便複習上課內容。</p> <p>3. 指派作業：提出相關問題讓學生了解內心性質的應用。</p>	<p>思考與討論</p> <p>聆聽、觀察 寫學習單</p> <p>分組討論並加以融會貫通</p> <p>推派各組代表報告</p> <p>寫學習單的例題</p>		<p>知覺性理解</p> <p>操作性理解</p> <p>論述性理解</p>	<p>自由探索</p> <p>統整</p> <p>自由探索 與統整 統整</p>
--	--	---	--	--

## 4.2 「外心與三角形關係」學習單

姓名：                      班級：                      座號：

### 一、問題探索：

1. 透過軟體的操弄，觀察三角形三邊中垂線是否會交於一點？
  2. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三邊中垂線的交點在何種情況下會在三角形內部？請將您觀察的圖形描繪於下面。
  3. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三邊中垂線的交點在何種情況下會在三角形邊上？請將您觀察的圖形描繪於下面。
  4. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三邊中垂線的交點在何種情況下會在三角形外部？請將您觀察的圖形描繪於下面。
- 
5. 請問外心是否到三角形三頂點等距離？請簡單描述原因？
  6. 運用外心到三角形三頂點等距離的特性，請舉生活例子說明之。
  7. 觀察直角三角形斜邊中點到三頂點的距離有何關係？
  8. 請問是否每一個三角形都可畫出外接圓？為什麼？若是，如何標出圓心位置？
  9. 觀察每一個三角形可畫出幾個不同的外接圓？
  10. 觀察外心與任兩頂點連線的夾角與第三個頂點內角度數有何規律性？請回答下列問題：

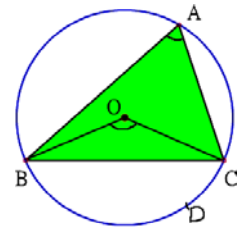
(1) 如圖一，在銳角三角形中，弧 BDC = \_\_\_\_\_  $\angle$ BOC，  
 弧 BDC = \_\_\_\_\_  $\angle$ BAC。

(2) 所以  $\angle$ BOC = \_\_\_\_\_  $\angle$ BAC。

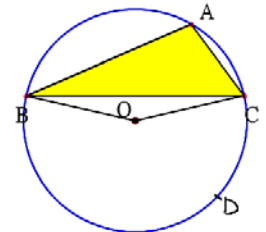
(3) 如圖二，在鈍角三角形中， $\angle$ BOC = \_\_\_\_\_ 弧 BAC，  
 又 弧 BAC =  $360^\circ$  - 弧 BDC，弧 BDC = \_\_\_\_\_  $\angle$ BAC。

(4) 所以  $\angle$ BOC =  $360^\circ$  - \_\_\_\_\_  $\angle$ BAC。

(5) 結論：在銳角三角形中， $\angle$ BOC = \_\_\_\_\_  $\angle$ BAC。  
 在鈍角三角形中， $\angle$ BOC =  $360^\circ$  - \_\_\_\_\_  $\angle$ BAC。



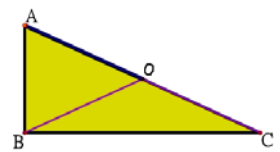
圖一



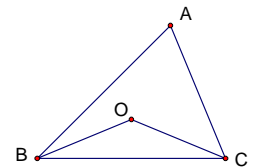
圖二

## 二、例題：

- 有 A、B、C 三村莊，不在同一直線上，且彼此距離都不相等，今要設立一所國中，離三村莊等遠，則國中的位置應在  $\triangle$ ABC 的哪裡？(A) 重心 (B) 外心 (C) 內心。
- 三角形的外心是什麼線的交點？(A) 三邊中垂線 (B) 三內角平分線 (C) 三中線。
- 若有一圓通過三角形的三頂點，則圓心是否都在三角形內部呢？  
 (A) 是，必在內部 (B) 否，必在外部 (C) 不一定。
- 三角形外接圓的圓心可能在三角形的內部、外部或邊上是與下列哪個要素有關？(A) 三角形角度 (B) 三角形面積 (C) 三角形周長。
- 如右圖， $\triangle$ ABC 中， $\angle$ ABC =  $90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ，O 點為  $\triangle$ ABC 的外心，求  $\overline{OB} = ?$



- 若  $\triangle$ ABC 中， $\angle$ BOC =  $140^\circ$ ，O 點為  $\triangle$ ABC 的外心，求  $\angle$ A 的度數。




- $\triangle$ ABC 中， $\angle$ A =  $90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$  公分， $\overline{AC} = 12$  公分，試求  $\triangle$ ABC 外接圓的面積。



### 4.3 「內心與三角形關係」學習單

姓名：                      班級：                      座號：

#### 一、問題探索：

1. 透過軟體的操弄，觀察三角形三內角平分線是否會交於一點？
  2. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三內角平分線的交點在銳角三角形中  
有何規律性？請將您觀察的圖形描繪於下面。
  3. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三內角平分線的交點在直角三角形中  
有何規律性？請將您觀察的圖形描繪於下面。
  4. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三內角平分線的交點在鈍角三角形中  
有何規律性？請將您觀察的圖形描繪於下面。
- 
5. 請問內心是否到三角形三邊等距離？請簡單描述原因？
  6. 運用內心到三角形三邊等距離的特性，請舉生活例子說明之。
  7. 請問是否每一個三角形都可畫出內切圓？為什麼？若是，如何標出圓心位置？
  8. 觀察每一個三角形可畫出幾個不同的內切圓？

9. 請簡單描述如何利用內切圓半徑求三角形面積呢？(可用文字敘述或畫圖表示)

10. 觀察內切圓半徑與直角三角形邊長有何關連性？請回答下列問題：

(1) 如右圖，圓  $O$  為直角三角形  $PQR$  的內切圓，半徑為  $r$ ，由切線長性質知，  
 $\overline{QA} = \overline{QC}$ ， $\overline{RA} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{PB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

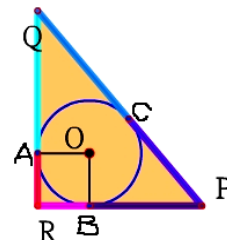
(2) 又  $\overline{QR} = \overline{QA} + \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{PR} = \overline{PB} + \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{PQ} = \overline{PC} + \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 所以兩股和 - 斜邊 =  $\overline{QR} + \overline{RP} - \overline{PQ} = (\overline{QA} + \underline{\hspace{2cm}}) + (\overline{PB}$   
 $+ \underline{\hspace{2cm}}) - (\overline{PC} + \underline{\hspace{2cm}}) = \overline{RA} + \overline{RB}$

(4) 又四邊形  $ARBO$  中， $\angle OAR = 90^\circ = \angle OBR = \angle ARB$ ，  
 $\overline{OA} = \overline{OB} = r$ ，所以四邊形  $ARBO$  為                      形。

(5) 所以  $\overline{RA} = \overline{RB} = \overline{OA} = \overline{OB} = r$ ，由(3)知兩股和 - 斜邊 =  $\overline{RA} + \overline{RB} = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $r$ 。

(6) 所以內切圓半徑  $r = \frac{\text{兩股和} - \text{斜邊}}{\underline{\hspace{2cm}}}$ 。



11. 觀察內心與任兩頂點連線的夾角與第三個頂點內角度數有何規律性？請回答下列問題：

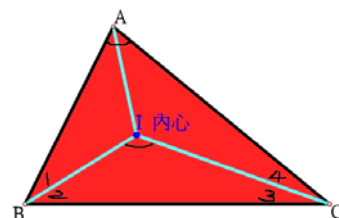
(1) 如右圖， $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，在  $\triangle IBC$  中，  
 $\angle BIC = 180^\circ - \angle 2 - \angle \underline{\hspace{2cm}}$   
 $= 180^\circ - (\angle 2 + \angle \underline{\hspace{2cm}})$

(2) 又  $\angle 1 = \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}} \angle ABC$ ， $\angle 3 = \angle 4 = \underline{\hspace{2cm}} \angle ACB$

(3) 所以  $\angle 2 + \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}} \angle ABC + \underline{\hspace{2cm}} \angle ACB$   
 $= \underline{\hspace{2cm}} (\angle ABC + \angle ACB)$   
 $= \underline{\hspace{2cm}} (180^\circ - \angle \underline{\hspace{2cm}})$   
 $= \underline{\hspace{2cm}}$

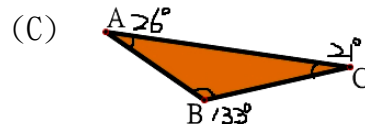
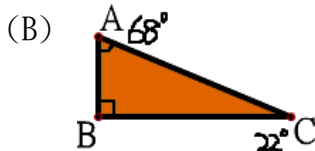
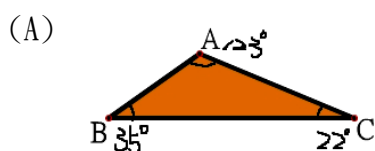
(4) 由(1)、(3)得  $\angle BIC = 180^\circ - (\underline{\hspace{2cm}}^\circ - \underline{\hspace{2cm}} \angle \underline{\hspace{2cm}})$   
 $= \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

(5) 結論： $\angle BIC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

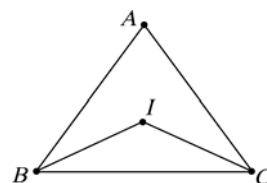


二、 例題：

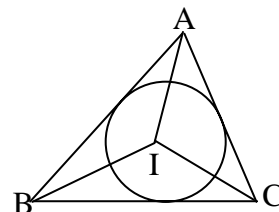
1. 下列哪一個三角形可畫出內切圓？



2. 三角形的內心是什麼線的交點？ (A) 三邊中垂線 (B) 三內角平分線 (C) 三中線。
3. 若有一圓與三角形的三邊相切，則圓心是否必在三角形內部呢？  
(A) 是，必在內部 (B) 否，必在外部 (C) 不一定。
4. 如右圖，I 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\angle A = 70^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，試求 $\angle BIC = ?$



5. 如右圖，I 為 $\triangle ABC$ 內心，且 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 5$ ， $\triangle ABC$ 面積為 90 平方單位，試求 (1)  $\triangle AIB$  面積： $\triangle BIC$  面積： $\triangle AIC$  面積 = ? (2) 內切圓半徑 = ?



6. 一三角形三邊長為 6、8、10，求內切圓半徑及外接圓半徑。

#### 4.4 「重心與三角形關係」學習單

姓名： \_\_\_\_\_ 班級： \_\_\_\_\_ 座號： \_\_\_\_\_

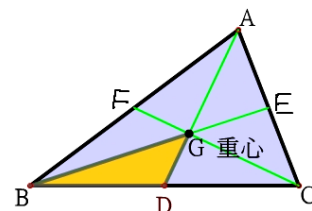
一、問題探索：

- 透過軟體的操弄，觀察三角形三邊中線是否會交於一點？
- 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三邊中線的交點在銳角三角形中有何規律性？請將您觀察的圖形描繪於下面。

3. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三邊中線的交點在直角三角形中有何規律性？請將您觀察的圖形描繪於下面。

4. 從三角形三內角的度數變化，觀察三角形三邊中線的交點在鈍角三角形中有何規律性？請將您觀察的圖形描繪於下面。

5. 如右圖，三角形被中線切割成六塊小三角形，透過軟體的操弄，試問您觀察到哪些圖形的面積和 $\triangle BDG$ 的面積一樣呢？又哪些圖形的面積和 $\triangle BDC$ 的面積一樣呢？



6. 觀察在銳角、直角與鈍角三角形中重心在中線上的比例位置是否固定？比例為何？

7. 生活當中何時會談到重心或用到重心性質，請舉例子說明之

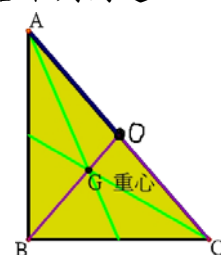
8. 觀察等腰三角形中外心、內心與重心有何關係？為什麼？

9. 觀察正三角形中外心、內心與重心有何關係？為什麼？

10. 觀察直角三角形中外心與重心的距離和斜邊長有何關係？請回答下列問題：

(1) 如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ，因為 $O$ 點為外心，所以 $\overline{OA}$

$$= \overline{OB} = \overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}} \overline{AC}。$$



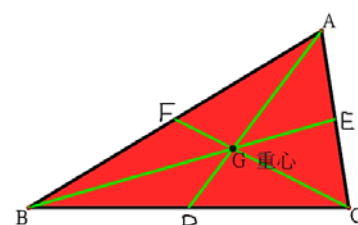
(2) 因為 G 點為重心，所以  $\overline{OG} = \frac{1}{3}\overline{OB} = \frac{1}{3}\overline{AC}$ 。

(3) 所以外心與重心的距離 =  $\frac{1}{3}$  × 斜邊長。

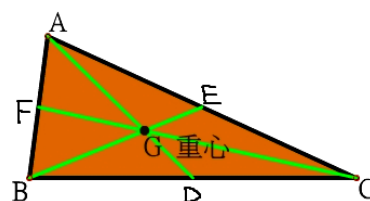
二、例題：

1. 直角三角形的重心在哪裡？ (A) 三角形內部 (B) 三角形外部 (C) 斜邊中點上。
2. 重心是什麼線的交點？ (A) 三邊中垂線 (B) 三內角平分線 (C) 三中線。
3. 欲將一塊三角形蛋糕平均分給 6 人，可沿下列何者來切？ (A) 沿三角形蛋糕的三中線切 (B) 沿三角形蛋糕的三中垂線切 (C) 沿三角形蛋糕的三內角平分線切 (D) 沿三角形蛋糕三邊上的高切。

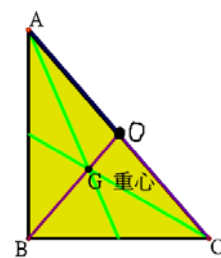
4. 如右圖， $\triangle ABC$  的三中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  相交於 G，且  $\overline{AD} = 12$ 、 $\overline{BE} = 15$ 、 $\overline{CF} = 21$ ，試求  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = ?$



5. 如右圖，G 為  $\triangle ABC$  的重心，且  $\triangle BGD$  的面積為 6，試求  $\triangle ABC$  面積 = ?



6. 直角  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ，G 為重心，O 為外心，若  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，則 (1)  $\overline{OB} = ?$   
(2)  $\overline{OG} = ?$



7. 如右圖，正  $\triangle ABC$  的邊長  $\overline{AB} = 6\text{cm}$ ，O 為重心，則 (1) 外接圓半徑  $\overline{OA} = ?$  (2)  $\triangle BOC$  的面積是多少？

